ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 119 1963 г.

# СРАВНЕНИЕ ТЕПЛОВОЙ РАБОТЫ ОРЕБРЁННОЙ И ГЛАДКОЙ ПЛОСКИХ СТЕНОК

В. В. ИВАНОВ

(Представлено профессором, доктором Г. И. Фуксом)

## I

Сравним температуры оребрённой и гладкой плоских стенок, через которые проходит постоянный тепловой поток $q$. Тепло от обеих стенок передается одинаковой по теплопроводности прослойке протяженностью $L$. Прослойка имеет на границе одинаковую температуру $t_2$ (рис. 1 и 2). Предполагается, что ребра обладают высокой теплопроводностью и имеют небольшую высоту $h$, поэтому можно считать, что их температура равна температуре самой стенки $t_1$.

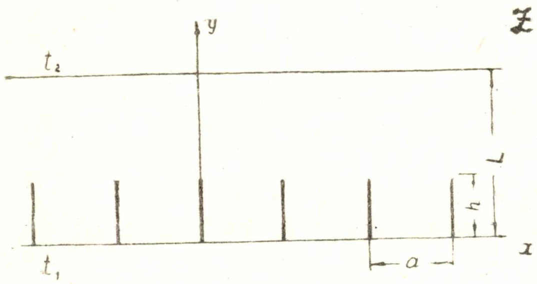


Рис. 1.

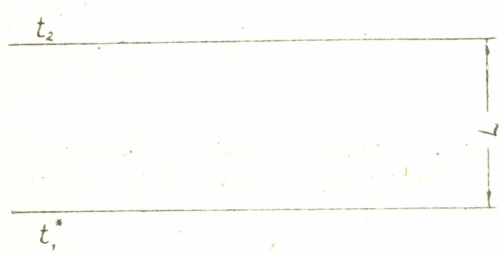


Рис. 2.

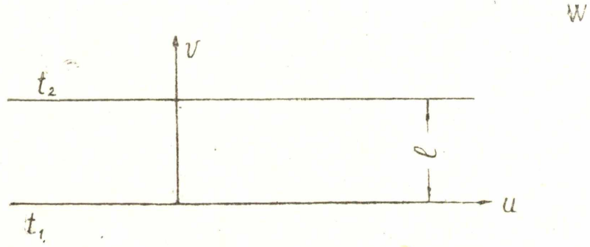


Рис. 3.

Будем решать поставленную задачу с помощью конформных отображений. Функция, переводящая внешность оребрённой плоской стенки (рис. 1) на внешность гладкой стенки (рис. 3), имеет вид [1].

$$W = \frac{a}{\pi} \arc\cos\left(\frac{1}{\operatorname{ch}\frac{\pi h}{a}} \cdot \cos\frac{\pi Z}{a}\right). \tag{1}$$

Здесь $a$ — расстояние между ребрами, $Z = x + iy$, (2), $W = u(x, y) + i v(x, y)$. (3)

Преобразование (1) отображает изотерму $t_2 (y = L)$ плоскости $Z$ в прямую $v = l$ плоскости $W$. Так как тепловые потоки, проходящие через области между изотермами $t_1$ и $t_2$ на той и другой плоскостях, равны, то

$$q = \frac{\lambda}{l}(t_1 - t_2), \tag{4}$$

где $\lambda$ — коэффициент теплопроводности материала прослойки.

Величину $l$ определим из уравнения

$$l = v(x, y)_{y=L},$$

причем значение $x$ для простоты расчетов можно принять равным нулю. Подставляя (2) и (3) в (1), после преобразований найдем

$$l = V_{\substack{x=0 \\ y=L}} = \frac{a}{2\pi} \ln \frac{1}{\operatorname{ch}\frac{\pi h}{a}} \left(\operatorname{ch}\frac{\pi}{a}L + \sqrt{\operatorname{ch}^2\frac{\pi}{a}L - \operatorname{ch}^2\frac{\pi h}{a}}\right)^2. \tag{5}$$

Полагая $h = 0$ и используя формулы

$$\sqrt{\operatorname{ch}^2\frac{\pi}{a}L - 1} = \operatorname{sh}\frac{\pi}{a}L,$$

$$\left(\operatorname{ch}\frac{\pi}{a}L + \operatorname{sh}\frac{\pi}{a}L\right)^2 = \exp\left(\frac{2\pi}{a}L\right),$$

как частный случай уравнения (5), получим $l = L$.

Тепловой поток для случая, изображенного на рис. 2, выразится как

$$q = \frac{\lambda}{L}(t_1^* - t_2), \tag{6}$$

где $t_1^*$ — температура гладкой плоской стенки.

Из (4) и (6) найдем

$$\Delta t = t_1^* - t_1 = \frac{q}{\lambda}(L - l)$$

или, что то же,

$$\Delta t = t_1^* - t_1 =$$

$$= \frac{q}{\lambda}\left[L - \frac{a}{2\pi} \ln \frac{1}{\operatorname{ch}\frac{\pi h}{a}} \left(\operatorname{ch}\frac{\pi}{a}L + \sqrt{\operatorname{ch}^2\frac{\pi}{a}L - \operatorname{ch}^2\frac{\pi}{a}h}\right)^2\right]. \tag{7}$$

## II

Проведем теперь сравнение тепловых потоков, проходящих через оребрённую и гладкую стенки. При этом будем считать, что обе стенки поддерживаются при неизменной температуре $t_1$. Температура границы прослойки по-прежнему равна $t_2$.

Тепловой поток, проходящий через оребрённую стенку, выразим на основе уравнения (4) как

$$q^* = \frac{\lambda}{l}(t_1 - t_2), \tag{8}$$

где $l$ определяется соотношением (5). Тепловой поток через гладкую стенку равен

$$q = \frac{\lambda}{L}(t_1 - t_2). \tag{9}$$

Объединяя (8) и (9) и используя (5), получим

$$q^* - q = \lambda(t_1 - t_2)\left(\frac{L - l}{L \cdot l}\right) =$$

$$= \frac{\lambda(t_1 - t_2)}{l}\left[1 - \frac{a}{2\pi L}\ln\frac{1}{\operatorname{ch}\frac{\pi h}{a}}\left(\operatorname{ch}\frac{\pi}{a}L + \sqrt{\operatorname{ch}^2\frac{\pi}{a}L - \operatorname{ch}^2\frac{\pi}{a}h}\right)^2\right]. \tag{10}$$

Уравнения (7) и (10) позволяют оценить тепловую работу оребрённой стенки в сравнении с гладкой в зависимости от высоты ребра $h$ и расстояния между ребрами $a$.

## ЛИТЕРАТУРА


1. М. А. Лаврентьев и Б. В. Шабат. Методы теории функций комплексного переменного. ГИФМЛ, 1958.