

ОЦЕНКА ПЕРИОДА КВАНТОВАНИЯ АВАРИЙНЫХ ПАРАМЕТРОВ С УЧЕТОМ ВОЗМОЖНЫХ ПОТЕРЬ

Ю. М. АГЕЕВ, Ф. Ф. ИДРИСОВ

(Представлена научно-техническим семинаром кафедры автоматике и телемеханики)

Одной из задач централизованного контроля является определение периода квантования параметра. Эта задача может решаться при помощи уравнений Фоккера—Планка—Колмогорова [1, 2], либо при помощи теории выбросов [3, 4]. Указанные методы предполагают наличие достаточно полной статистики о параметре, что не всегда возможно. Кроме того, некоторые технологические процессы характеризуются величинами, при достижении которыми критического уровня возникает предаварийная или аварийная ситуация.

В данной работе решается задача определения периода квантования параметров с учетом их особенностей и недостаточности исходных статистических данных. При недостаточной исходной статистике необходимо произвести наилучшую оценку неизвестных статистических характеристик аварийного параметра. Однако методы максимального правдоподобия, максимума апостериорной вероятности и др. не учитывают потери от неточных оценок. Байесовский же подход позволяет строить оценки статистических характеристик с учетом потерь от ошибок.

Предположим, что аварийный параметр является стационарным случайным процессом с функцией корреляции

$$K_x(\tau) = \sigma_x^2 \cdot e^{-\alpha^2 \tau^2}, \quad (1)$$

где

σ_x^2 — дисперсия процесса,

τ — время корреляции.

Будем считать, что появление последовательных выбросов аварийного параметра за пределы критического значения a является независимыми редкими событиями, т. е. время между моментами пересечения значительно больше времени корреляции. Тогда, считая процесс центрированным и предполагая, что число выбросов в течение времени T подчиняется закону Пуассона, имеем, согласно [4], выражение для вероятности P_0 того, что за время T не произойдет ни одного выброса

$$P_0 = \exp \left\{ -\frac{T}{2\pi} \sqrt{-\frac{\ddot{K}_x(\tau)}{K_x(\tau)} \Big|_{\tau=0}} \cdot \exp \left(-\frac{a^2}{2\sigma_x^2} \right) \right\}, \quad (2)$$

где $\ddot{K}_x(\tau)$ — вторая производная функции корреляции.

Задавшись вероятностью P_0 и принимая во внимание (1), получим выражение для времени неослужения:

$$T = -\frac{\sqrt{2}}{\alpha} \pi \ln P_0 \exp\left(\frac{a^2}{2\sigma_x^2}\right). \quad (3)$$

Очевидно, что ошибка в нахождении T определяется, главным образом, ошибкой оценки σ_x^2 . Учитывая характер последствий от ошибок при оценках статистических характеристик для аварийных параметров, примем простую функцию потерь

$$\Pi(\hat{\sigma}_x^2, \sigma_x^2) = c - \delta(\hat{\sigma}_x^2 - \sigma_x^2), \quad (4)$$

где c — некоторая постоянная,
 $\delta(\cdot)$ — дельта-функция Дирака.

Принимая во внимание асимптотическую независимость апостериорного распределения от априорного [5], зададим априорное распределение дисперсии по экспоненциальному закону с параметром σ_{x0}^2 [6]:

$$W(\sigma_x^2) = \frac{1}{\sigma_{x0}^2} \exp\left(-\frac{\sigma_x^2}{\sigma_{x0}^2}\right). \quad (5)$$

Для нахождения оценки, соответствующей простой функции потерь, уравнение правдоподобия запишется в виде

$$\frac{\partial}{\partial \sigma_x^2} \ln W(\sigma_x^2) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial \sigma_x^2} \ln W(\sigma_{xi}^2 / \sigma_{x0}^2) = 0, \quad (6)$$

где $\ln W(\sigma_x^2)$ — функция правдоподобия.

Решая уравнение (6) и подставляя результат в (2), получаем

$$T \approx -\frac{\sqrt{2}}{\alpha} \pi \ln P_0 \exp\left\{\frac{a^2}{n \sigma_{x0}^2 \left[\sqrt{1 + \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\sigma_{xi}}{\sigma_{x0}}\right)^2} - 1 \right]}\right\}. \quad (7)$$

Выражение (7) позволяет корректировать оценку \hat{T} по мере поступления информации о параметре. Если в системе контроля находится вычислительное устройство, то формула (7) может быть запрограммирована и величина \hat{T} будет периодически уточняться в процессе работы системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Л. Стратонович. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. «Сов. радио», 1961.
2. В. С. Зарицкий. Определение вероятности надежной работы системы в течение заданного промежутка времени. Изв. АН СССР, Техническая кибернетика, № 1, 1966.
3. Б. Р. Левин. Теоретические основы статистической радиотехники. «Сов. радио», т. 1, 1966.
4. А. А. Свешников. Прикладные методы теории случайных функций. Изд. «Наука», 1968.
5. Дж. Нейман. Два прорыва в теории выбора статистических решений. Пер. с англ. «Математика», 8:2, 1964.
6. Б. Р. Левин. Теоретические основы статистической радиотехники. «Сов. радио», т. 2, 1968.