

## ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОСТОЯННЫХ ВРЕМЕНИ НА ХАРАКТЕР ОПТИМАЛЬНОГО ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ УПРАВЛЕНИЯ ДВИГАТЕЛЕМ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Л. С. УДУТ, А. Е. АЛЕХИН, В. А. БЕЙНАРОВИЧ

(Представлена научным семинаром НИИ АЭМ и кафедры электропривода ТПИ)

При синтезе оптимальных систем использование точных математических описаний оптимизируемого объекта приводит к усложнению синтеза, иногда делая его практически невозможным. В связи с указанным возникает необходимость получения упрощенных математических моделей объектов и оценки влияния принятых допущений.

При синтезе оптимальных управлений электроприводами значительное влияние оказывают постоянные времени двигателей. В настоящей статье исследуется влияние электромагнитных постоянных времени на характер оптимального по быстродействию управления двигателем постоянного тока с целью определения условий, при которых возможен учет этих постоянных. Положим, что электропривод, оптимальный по быстродействию, должен отработать за минимальное время заданное значение угла поворота  $\alpha_{\text{зад}}$  или обеспечить заданную скорость вращения  $v_{\text{зад}}$  выходного вала системы при произвольных начальных условиях и конечном состоянии  $\alpha_{\text{кон}} = \alpha_{\text{зад}}$ ,  $v_{\text{кон}} = v_{\text{зад}}$ ,  $i_{\text{якон}} = i_c$ . При этом конечное значение магнитного потока может иметь либо произвольное значение, либо  $\Phi_{\text{кон}} = \mu_c / i_c$  — при требовании согласования скоростей по окончании управления  $v = 0$ . Управление должно учитывать ограничения:

$$|U_1| \leq 1; |i_{\text{я}}| \leq i_{\text{ядоп}}; |v| \leq v_{\text{доп}}; |U_2| \leq 1.$$

Учитывая, что  $\tau_v > \tau_{\text{я}}$ , принимаем осуществление реверса со стороны обмотки якоря. При этом неизменное направление потока  $\Phi$  будем считать положительным.

Определим управление по двум каналам (по напряжению якоря и по напряжению возбуждения) для двигателя независимого возбуждения на основе использования принципа максимума.

Система уравнений в относительных единицах (см. приложение) представляется в виде:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\alpha} &= v; \\ \dot{v} &= i_{\text{я}} \cdot \Phi(i_{\text{в}}) - \mu_c; \\ \dot{i}_{\text{я}} &= \beta_{\text{я}} [U_1 - v\Phi(i_{\text{в}}) - i_{\text{я}}]; \\ \dot{i}_{\text{в}} &= \beta_{\text{в}} (U_2 - i_{\text{в}}). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

В соответствии с принципом максимума

$$H = \psi_1 v + \psi_2 (i_{\text{я}} \Phi(i_{\text{в}}) - \mu_c) + \psi_3 \beta_{\text{я}} [U_1 - v\Phi(i_{\text{в}}) - i_{\text{я}}] + \psi_4 \beta_{\text{в}} (U_2 - i_{\text{в}}); \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\psi}_1 &= 0; \\ \dot{\psi}_2 &= -\psi_1 + \psi_3 \beta_{\text{я}} \Phi(i_{\text{в}}); \\ \dot{\psi}_3 &= -\psi_2 \Phi(i_{\text{в}}) + \psi_3 \beta_{\text{я}}; \\ \dot{\psi}_4 &= (-\psi_2 i_{\text{я}} + \psi_3 \beta_{\text{я}} v) \frac{\alpha \Phi(i_{\text{в}})}{\alpha i_{\text{в}}} + \psi_4 \beta_{\text{в}}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Примем за управляющие параметры напряжение на якоре  $I_1$  и магнитный поток  $\varphi$ .

$H(U_1) = \text{макс}$  при  $U_1(t) = \text{sgx } \psi_3$ , что для возможных начальных условий в практических системах при заданных ограничениях обеспечивает три или два участка управления  $U_1(t)$  соответственно при отработке  $\alpha_{\text{зад}}$  или  $v_{\text{зад}}$ . При этом при  $\tau_{\text{я}} < (0,5 \div 1)$  и ограничении тока  $i_{\text{ядоп}} \leq 0,5$  переходные процессы в системе мало отличаются от апериодических.

Оптимальное управление  $\varphi(t)$  из условия  $\frac{dH}{d\varphi} = 0$  при  $H(\varphi) = \text{макс}$  определяется в следующем виде:

$$\varphi = \frac{\frac{u_1 \mu_c^2}{v^2 \beta_{\text{я}}^2} - U_1 \left(2 - \frac{\mu_c}{\beta_{\text{я}} v}\right)^2 + U_1 \left(2 - \frac{\mu_c}{\beta_{\text{я}} v}\right)}{\frac{u_1 \mu_c}{\beta_{\text{я}}^2 v^2 \left(2 - \frac{\mu_c}{\beta_{\text{я}} v}\right)} - v \left(2 - \frac{\mu_c}{\beta_{\text{я}} v}\right)^2}, \quad (4)$$

что обеспечивает движение системы с током

$$i_{\text{яопт}} = \frac{U_1}{2 - \frac{\mu_c}{\beta_{\text{я}} v}}$$

и разгон до установившейся скорости

$$v_{\text{опт}} = \frac{(U_1 - i_{\text{яопт}}) i_{\text{яопт}}}{\mu_c} = \frac{0,25}{\mu_c}.$$

При  $\mu_c = 0$  или  $\tau_{\text{я}} = 0$  (6)

$$\varphi = \frac{U_1}{2v}, \quad i_{\text{яопт}} = \frac{U_1}{2} = 0,5_{\text{якз}}. \quad (7)$$

Найденное управление (ослабление потока) возможно только на заключительном участке разгона при  $|v| \geq 0,5$ . Управление потоком при отработке  $v_{\text{зад}} \leq v_c$  оказывается неэффективным, особенно в системах с жестким ограничением  $i_{\text{я}}$  и малой  $\tau_{\text{я}}$ .

Характер  $i_{\text{яопт}}$  зависит от отношения  $\mu_c/\beta_{\text{я}}$  и уже при  $\mu_c/\beta_{\text{я}} = \mu_c \tau_{\text{я}} \leq 0,25$ , что обычно выполним для исполнительных двигателей постоянного тока,  $i_{\text{яопт}}$  мало отличается от значения 0,5, соответствующего системам с  $\mu_c = 0$  или  $\tau_{\text{я}} = 0$ . При ограничении тока якоря на уровне  $i_{\text{ядоп}} < 0,5$  управление потоком не зависит от  $\tau_{\text{я}}$  и  $\mu_c$ .

Таким образом, при жестком ограничении тока якоря на участках управления потоком инерционностью обмотки якоря можно пренебречь.

Найдем необходимое управление  $I_2(t)$ , обеспечивающее требуемый характер изменения  $\varphi(t)$ .

Примем  $\tau_{\text{я}} = 0$  и кусочно-линейную аппроксимацию кривой намагничивания

$$\varphi = \varphi_0 \pm k i_{\text{я}}, \quad (8)$$

тогда

$$U_2 = \frac{U_1 - i_{\text{я}}}{k v} - \frac{\varphi_0}{k} - \frac{(U_1 - i_{\text{я}})^2 i_{\text{я}}}{k \beta_{\text{в}} v^3} + \frac{U_1 - i_{\text{я}}}{k \beta_{\text{в}} v^2} \mu_c, \quad (9)$$

где  $i_{\text{я}} = i_{\text{яопт}}$  или  $i_{\text{я}} = i_{\text{ядоп}}$ , если  $i_{\text{ядоп}} < i_{\text{яопт}}$ . На рис. 1 приведены кривые изменения  $I_2$  для двигателя СЛ—262 (включенного по схеме независимого возбуждения), обеспечивающие получение экстремального режима при различных  $\beta_{\text{в}}$ . С учетом  $U_2 \leq 1$  и  $U_{2\text{нач}} = -1$  необходимый закон  $\varphi(t)$  (4) выполняется при  $\beta_{\text{в}} \leq \beta_{\text{вкр}}$ , где

$$\beta_{\text{вкр}} = \frac{-(U_1 - i_{\text{янач}}) [(U_1 - v_{\text{нач}} \varphi_{\text{нач}}) \varphi_{\text{нач}} - \mu_c]}{(U_{2\text{нач}} - i_{\text{внач}}) k v_{\text{нач}}^2}. \quad (10)$$

Анализ выражений (9) и (10) показывает, что ограничение  $i_{\text{я}}$  облегчает выполнение необходимого закона управления.

При  $\beta_B > \beta_{\text{вкр}}$  для достижения наибольшего быстродействия необходимо упреждающее ослабление потока (т. а рис. 2). С этой же целью требуется и упреждающее восстановление потока (перед переключением  $U_1$ ) на участке торможения (т. г рис. 2). Теоретические и экспериментальные исследования показали, что влияние  $\tau_B$  на быстродействие при выходе на участок управления потоком незначительно (лежит в пределах погрешности эксперимента). Для упрощения реализации следует ограничиться выбором общей точки начала ослабления потока.

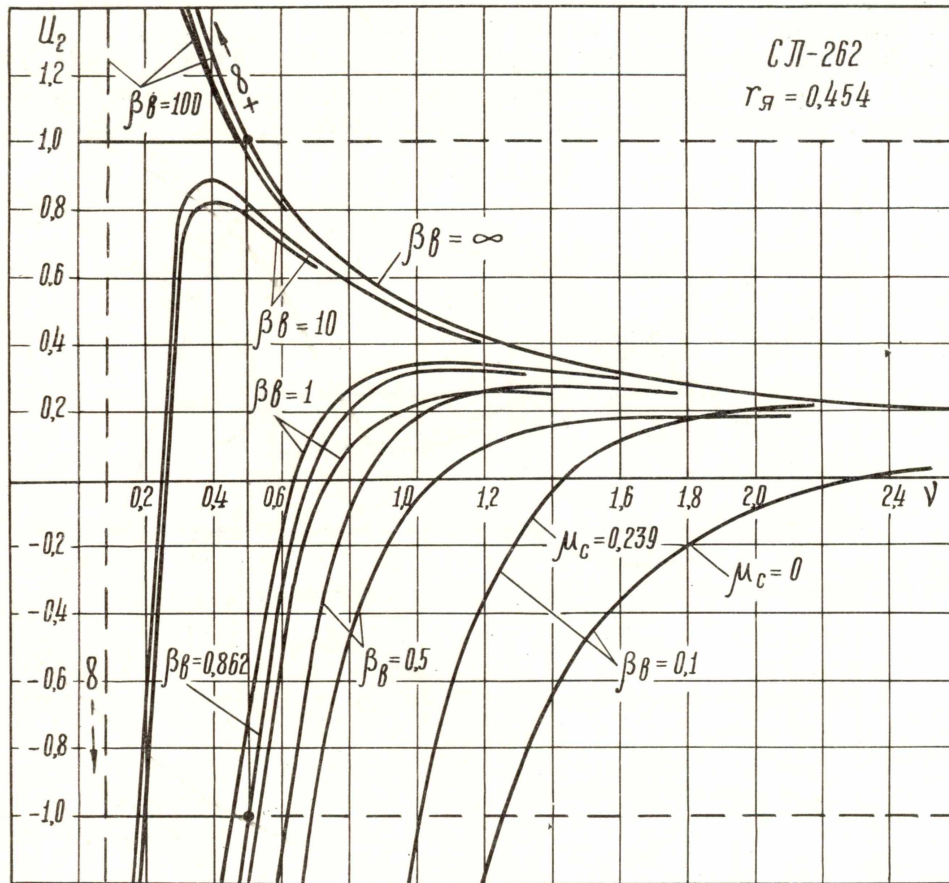


Рис. 1.

Влияние  $\tau_B$  на участке торможения сказывается в большей степени. Совмещение моментов переключения  $U_1$  и восстановления потока может вызвать увеличение времени торможения до 10% при реальных значениях  $\tau_B \leq (10 \div 20) \tau_M$ . Для случаев, когда такое снижение быстродействия нежелательно, следует применить упреждающее восстановление потока на основании расчета линии восстановления потока (ЛВП). Для предварительных расчетов методика определения ЛВП сводится к следующему:

1. На основании системы уравнений, описывающих движение на участке  $t_4 - t_5$  ( $\tau_{\text{я}} = 0$ ) (рис. 2),

$$\begin{aligned} \dot{v} &= (U_1 - v\varphi) \varphi - \mu_c; \\ i_B &= \beta_B (U_2 - i_B) \end{aligned} \quad (11)$$

при  $U_2 = +1$  и  $U_1 = +1$  строится зависимость  $\tau_1$  ( $v_{\text{пер}}$ ) при различных  $v_{\text{нач}} = \text{const}$ . Здесь  $\tau_1$  — время движения на участке  $t_4 - t_5$ ;  $v_{\text{нач}}$  и  $v_{\text{пер}}$  — значения скорости соответственно в моменты времени  $t_4$  и  $t_5$ .

2. На основании системы уравнений

$$\begin{aligned} \dot{v} &= i_{\text{я}} \varphi - \mu_c; \\ i_B &= \beta_B (U_2 - i_B), \end{aligned} \quad (12)$$

описывающей движение на участке  $t_5 - t_k$ , при  $U_2 = +1$  и  $i_{я} = -i_{ядоп}$  строится зависимость  $\tau_2 (v_{пер})$ , где  $\tau_2$  — время движения на участке  $t_5 - t_k$ .

Решение (12) имеет вид:

$$v = - (i_{ядоп} \Phi_0 + \kappa i_{ядоп} U_2 + \mu_c) t + \kappa \tau_B i_{ядоп} (U_2 - i_{внач}) \left( 1 - \frac{t}{\epsilon \tau_B} \right) + v_{нач}. \quad (13)$$

3. На основе  $\tau_1 (v_{пер})$  и  $\tau_2 (v_{пер})$  строится зависимость  $\tau_3 (v_{пер})$  при различных  $v_{нач} = \text{const}$ , где  $\tau_3 = \tau_1 + \tau_2$ .

4. Выбирая  $\tau_3 = \text{мин.}$ , находим зависимость  $v_{пер} (v_{нач})$ .

5. Для построения линии начала торможения (ЛНТ) и линии восстановления потока в фазовой плоскости  $(\alpha, v)$  находится значение  $\alpha$  на рассмотренных участках. Угол, проходимый системой на участке  $t_5 - t_k$

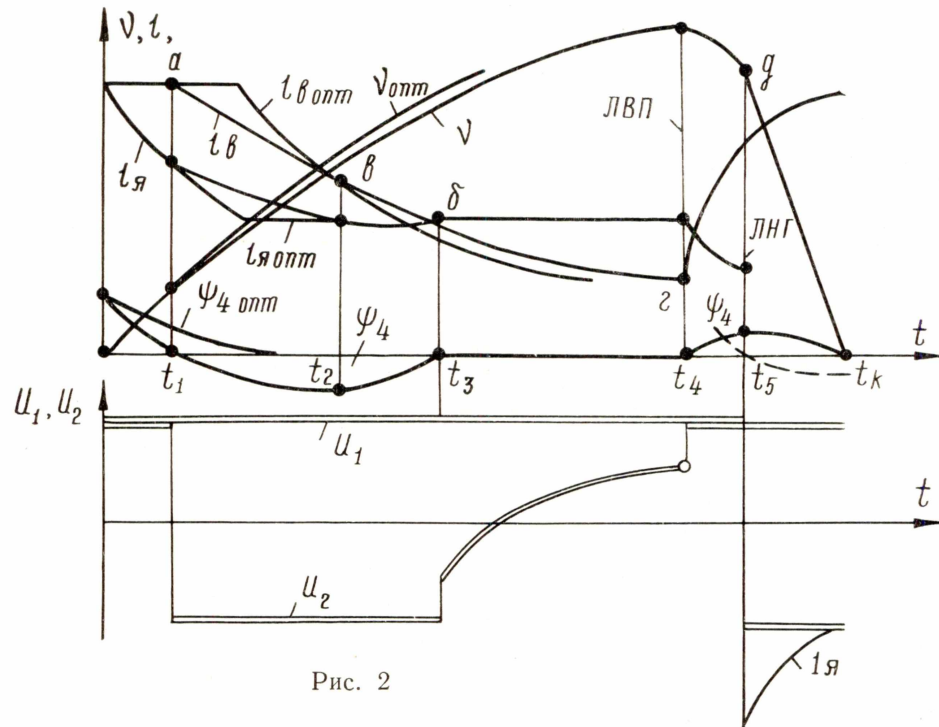


Рис. 2

и необходимый для построения ЛНТ, определится на основании выражения (13).

Определение угла для участка  $t_4 - t_5$  производится из системы уравнений (11).

В системах с  $\tau_{я} \neq 0$  и  $\tau_{в} \neq 0$  при дополнительном условии обеспечить после разгона движение с  $v_{зад}$ , управление следует оканчивать при  $i_{якон} \Phi_{кон} = \mu_c$ . Наиболее целесообразно принять  $i_{якон} = \text{мин.}$ , что обеспечивается условием  $U_{1кон} = \pm 1$  ( $v_{зад} > v_n$ ).

Выполнение условия  $\tau(t) = 0$  при достижении системой  $v_{зад}$  возможно при выполнении условия  $\tau_{я} < \tau_{якр}$ , где

$$\tau_{якр} = \frac{2 \tau_B}{i_{якон} \left( 1 - \frac{i_{якон} \Phi_n}{\mu_c} \right)} \gg \tau_B. \quad (14)$$

Если  $\tau_{я} = 0$ , то выход на участок  $\mu = \mu_c$  происходит мгновенно, а управление  $U_1$  должно иметь вид (для достижения  $i_{якон} = i_{смин}$ )

$$U_1 = v_{зад} \Phi(t) + \frac{\mu_c}{\Phi(t)}. \quad (15)$$

В общем случае оптимальное управление двигателем последовательного возбуждения ДПВ имеет тот же характер, что и управление двигателем независимого возбуждения. Однако для ДПВ в общем случае  $i_{\text{я}} \neq i_{\text{в}}$  и процессы в его цепях определяются конкретными схемами реализации, что требует дополнительных исследований в каждом случае. При  $i_{\text{я}} = i_{\text{в}}$  все выкладки, сделанные выше, оказываются справедливыми. С точки зрения быстродействия систем с ДПВ предпочтение следует отдать методам реверса, при которых на участке торможения сохраняется наибольшее значение потока, а ток якоря быстро падает в режиме противовключения.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

- $i_{\text{с}}$  — значение тока якоря в статическом режиме  $\mu = \mu_{\text{с}}$  в о.е.;  
 $u_1$  — напряжение на якоре двигателя в о.е.;  
 $u_2$  — напряжение на обмотке возбуждения двигателя в о.е.;  
 $i_{\text{ядоп}}$  — допустимое значение тока в о.е.;  
 $\alpha = \frac{A}{\omega_{\delta} T_{\text{М}}}$  — угол поворота вала системы в относительных единицах (о.е.);  
 $t = \frac{T}{T_{\text{М}}}$  — время в о.е.;  
 $T_{\text{М}}$  — электромеханическая постоянная времени двигателя;  
 $v = \frac{\omega}{\omega_{\delta}}$  — скорость вращения в о.е.;  
 $\omega_{\delta}$  — базовое значение скорости вращения;  
 $i_{\text{я}} = \frac{I_{\text{я}}}{I_{\text{б}}}$  — ток якоря в о.е.;  
 $\Phi = \frac{\phi}{\Phi_{\delta}}$  — магнитный поток в о.е.;  
 $\mu_{\text{с}} = i_{\text{с}} \Phi_{\text{с}}$  — значение статического момента в о.е.;  
 $\beta_{\text{я}} = \frac{R_{\text{я}}}{L_{\text{я}} T_{\text{М}}}$  — величина, обратная электромагнитной постоянной обмотки якоря, в о.е.;  
 $H$  — гамильтониан;  
 $\psi$  — вспомогательная функция;  
 $K$  — коэффициент пропорциональности;  
 $\Phi_0$  — начальное значение потока на отдельном участке аппроксимации;  
 $\beta_{\text{в}} = \frac{R_{\text{в}}}{L_{\text{в}} T_{\text{М}}}$  — величина, обратная электромагнитной постоянной обмотки возбуждения, в о.е.;  
 $\tau_{\text{в}}, \tau_{\text{я}}$  — постоянные времен обмоток возбуждения и якоря; и их значение в о.е.;  
 $i_{\text{в}} = \frac{I_{\text{в}}}{I_{\text{вн}}}$  — ток в обмотке возбуждения в о.е.;  
 $i_{\text{яопт}}, i_{\text{якз}}$  — оптимальное и значение тока к.з. якоря в о.е.;  
 $v_{\text{с}}$  — скорость вращения в о.е. при  $\mu = \mu_{\text{с}}$ ;  
 $\beta_{\text{якр}}, \beta_{\text{вкр}}$  — критические значения  $\beta_{\text{я}}$  и  $\beta_{\text{в}}$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко. Математическая теория оптимальных процессов. Физматгиз, 1961.
2. В. П. Чистов, В. И. Бондаренко, В. А. Святославский. Оптимальное управление электрическими приводами. Энергия, 1968.