ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 205 1972

К РАСЧЕТУ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ОБМОТКАХ

Г. Ф. ШИЛИН, В. В. ИВАНОВ

(Представлена проф. докт. Г. И. Фуксом)

При проектировании ряда электрических устройств — намагничивающих обмоток трансформаторов и бетатронов, катушек возбуждения генераторов и т. д. — необходимо знать температурный режим таких токонесущих элементов, а также время прогрева отдельных участков до заданной температуры. Новые конструкции электрических обмоток, расширяющие рабочие характеристики существующего оборудования, а также безопасные пределы перегрузки часто определяются фиксированным значением допустимой температуры для материала обмотки.

Будем искать температурное поле в электрической обмотке сплошного прямоугольного профиля, помещенной в среду с нулевой температурой. Эквивалентные коэффициенты теплопроводности λ, температуропроводности a и коэффициенты теплоотдачи α_x и α_y — величины постоянные. Величины эквивалентных коэффициентов λ и a для электрических обмоток могут быть рассчитаны по методике, изложенной в [1]. Если считать, что электрическое сопротивление обмотки линейно зависит от температуры

$$R = R_0 (1 + \gamma \cdot t),$$

где R_0 — сопротивление при 0°C, γ — константа, то и джоулево тепло, пропорциональное квадрату силы тока и сопротивлению, будет также линейной функцией температуры

$$q_v = q_{vo} \cdot (1 + \gamma \cdot t) \quad \frac{вт}{м^3}.$$

Тогда система уравнений, описывающая нестационарный процесс теплопроводности, запишется так:

$$\frac{1}{a} \frac{\partial t(x, y, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 t(x, y, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t(x, y, \tau)}{\partial y^2} + \beta^2 \cdot t(x, y, \tau) + B, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial t(R_x, y, \tau)}{\partial x} + \frac{\alpha_x}{\lambda} \cdot t(R_x, y, \tau) = 0, \qquad (2)$$

$$\frac{\partial t(x, R_y, \tau)}{\partial y} + \frac{\alpha_y}{\lambda} \cdot t(x, R_y, \tau) = 0, \qquad (3)$$

$$\frac{\partial t(0, y, \tau)}{\partial x} = 0, \qquad \frac{\partial t(x, 0, \tau)}{\partial y} = 0, \qquad (4)$$

$$t(x, y, 0) = 0, \qquad (5)$$

$$-R_x \leqslant x \leqslant R_x, \quad -R_y \leqslant y \leqslant R_y, \quad 0 \leqslant \tau < \infty, \quad \beta^2 = \frac{q_{vo}}{\lambda} \gamma, \quad B = \frac{q_{vo}}{\lambda}.$$

Искомое решение строим в виде ряда

$$t(x, y, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (A_n \cos \mu_n x + B_n \cdot \sin \mu_n x)(A_m \cdot \cos p_m y + B_m \cdot \sin p_m y) \times$$

$$\times [1 - \exp(-\kappa_{n,m}^2 a\tau)],$$

в котором A_n; A_m; B_n; B_m; μ_n; p_m; $\kappa_{n,m}$ — константы, подлежащие определению. Учитывая, что функция $t(x, y, \tau)$ четная относительно x и y (условие (4)), и используя (2) и (3), найдем

$$t(x, y, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_n \cdot A_m \cos \mu_n x \cdot \cos p_m y [1 - \exp(-\kappa_{n,m}^2 \cdot a \cdot \tau)]. \quad (6)$$

Здесь μ_n и p_m — соответственно корни трансцендентных уравнений.

$$\mu_n \operatorname{tg} \mu_n = \frac{\alpha_x}{\lambda}, \qquad p_m \operatorname{tg} p_m = \frac{\alpha_y}{\lambda},$$

приведенные в [2].

Подстановка (6) в (1) дает

$$A_{n,m} = A_n \cdot A_m = \frac{B \cdot \int_0^{R_x} \int_0^{R_y} \cos \mu_n x \cdot \cos p_m y \cdot dx \cdot dy}{\kappa_{n,m}^2 \int_0^{R_x} \int_0^{R_y} \cos^2 \mu_n x \cdot \cos^2 p_m y \cdot dx \cdot dy}, \quad (7)$$

где

$$\kappa_{n,m}^2 = \mu_n^2 + p_m^2 - \beta^2.$$

Таблица 1

τ, *сек*	$t(0, 0, \tau)$	$t(R_x, 0, \tau)$	$t(0, R_y, \tau)$
0	0	0	0
18	2,3032	2,2141	1,9964
36	4,5704	4,43934	3,9614
72	8,8616	8,5189	7,6813
108,0	13,021	12,5175	11,2868
144,0	17,0527	16,393	14,7815
180,0	20,9626	20,1519	18,1705
360,0	39,005	37,4954	33,8087
540,0	54,3323	52,231	47,0957
720,0	67,4477	64,839	58,4643
900,0	78,7345	75,689	68,248
1080,0	88,3247	84,909	76,561
1260,0	96,530	92,7976	87,6733
1440,0	103,5908	99,585	89,7935
2160,0	122,8957	118,143	106,5272
2880,0	133,2403	128,088	115,4943
3600,0	138,766	133,400	120,2837
∞	145,130	139,518	125,800

Вычисляя (7), окончательно найдем

$$t(x, y, \tau) =$$

$$= 4 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\left[\mu_n^2 + \left(\frac{\alpha_x}{\lambda}\right)^2\right]\left[p_m^2 + \left(\frac{\alpha_y}{\lambda}\right)^2\right] \sin \mu_n R_x \cdot \sin p_m R_y}{\left\{R_x\left[\mu_n^2 + \left(\frac{\alpha_x}{\lambda}\right)^2\right] + \frac{\alpha_x}{\lambda}\right\}\left\{R_y\left[p_m^2 + \left(\frac{\alpha_y}{\lambda}\right)^2\right] + \frac{\alpha_y}{\lambda}\right\} \cdot \mu_n \cdot p_m} \times$$

$$\times \frac{B \cdot \cos \mu_m \cdot x \cdot \cos p_m y}{(\mu_n^2 + p_m^2 - \beta^2)} \{1 - \exp[-(\mu_n^2 + p_m^2 - \beta^2) a\tau]\}. \quad (8)$$

При $\alpha_x = \alpha_y = \infty$, $\tau = \infty$ (это соответствует стационарному распределению температуры в обмотке, когда на ее поверхности поддерживается нулевая температура), как частный случай уравнения (*8*), получим решение, приведенное в [3].

В табл. 1 приведены данные расчета температурного поля в центре обмотки $t(0,0,\tau)$ и на поверхностях $t(0,R_y,\tau)$ и $t(R_x,0,\tau)$ для различных моментов времени. Характеристики обмотки $R_x \times R_y = 0{,}04 \times 0{,}05$ *м²*, $\lambda = 5{,}815$ *вт/м · град*, $a = 13{,}9 \cdot 10^6$ *м²/сек*, $q_y = 139560\ (1 + 0{,}004\ t)$ *вт/м³*, $\alpha_x = 11{,}63$ *вт/м² · град*, $\alpha_y = 34{,}89$ *вт/м² · град*.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Готтер. Нагревание и охлаждение электрических машин. Госэнергоиздат, 1961.
2. А. В. Лыков. Теория теплопроводности. Гостехниздат, 1952.
3. П. Шнейдер. Инженерные проблемы теплопроводности. ГИИТЛ, 1960.