

## ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ ЭЛЕКТРОГИДРАВЛИЧЕСКОГО СЛЕДЯЩЕГО ПРИВОДА С ЗОЛОТНИКОМ Г68-1

Э. Г. ФРАНК

(Представлена научным семинаром кафедры горных машин и рудничного транспорта)

Исследование динамики привода как линейной системы не всегда приемлемо, так как оно не позволяет учесть существенные нелинейности, свойственные гидравлическим приводам. Кроме того, учет основных параметров, влияющих на динамику электрогидравлического привода, приводит к дифференциальным уравнениям высокого порядка, что также затрудняет анализ обычными математическими методами.

В данной работе приведены дифференциальные уравнения электрогидравлического следящего привода с учетом сжимаемости жидкости в основных магистралях, гидродинамической силы на золотнике, нелинейной характеристики трения в нагрузке и масс подвижных элементов системы; рассмотрена электронная модель для исследования этих уравнений; приведены и сопоставлены с экспериментом результаты моделирования.

На рис. 1 представлена схема экспериментального привода.

Золотник Г68-13, принцип работы которого известен [4], управляет движением гидромотора МГ-153а (позиция 1). На валу 6, соединенном с валом гидромотора через тензометрический динамометр 2, смонтированы сменные диски 5 и диск фрикционного тормоза 3. Насос нагрузки 7 предусмотрен для создания постоянного момента нагрузки.

Силовая насосная станция включала два насоса НП-26, а в системе управления использовалась насосная станция НС-3.

Электрические сигналы управления на вход золотника Г68-13 подавались от низкочастотного генератора НГПК-3М.

В качестве датчика обратной связи по угловой координате вала гидромотора использовался потенциометр 4.

Суммирование сигнала управления и сигнала обратной связи производилось усилителем постоянного тока УПТ.

При экспериментальных исследованиях регистрировались следующие величины: сигнал управления  $I_t$ , сигнал обратной связи  $\varphi_{K_0}$ , пропорциональный угловой координате  $\varphi$  вала 6, давление  $P_y$  управления, координата  $u$  золотника, давление на входе  $P_0$ ; давления  $P_1$  и  $P_2$ , подведенные к гидромотору, и движущий момент  $M_d$ , развиваемый гидромотором.

Принимая гидравлические потери в магистралях и местных сопротивлениях незначительными, коэффициенты расходов постоянными, а также не учитывая волновые процессы в связи с малой протяженностью

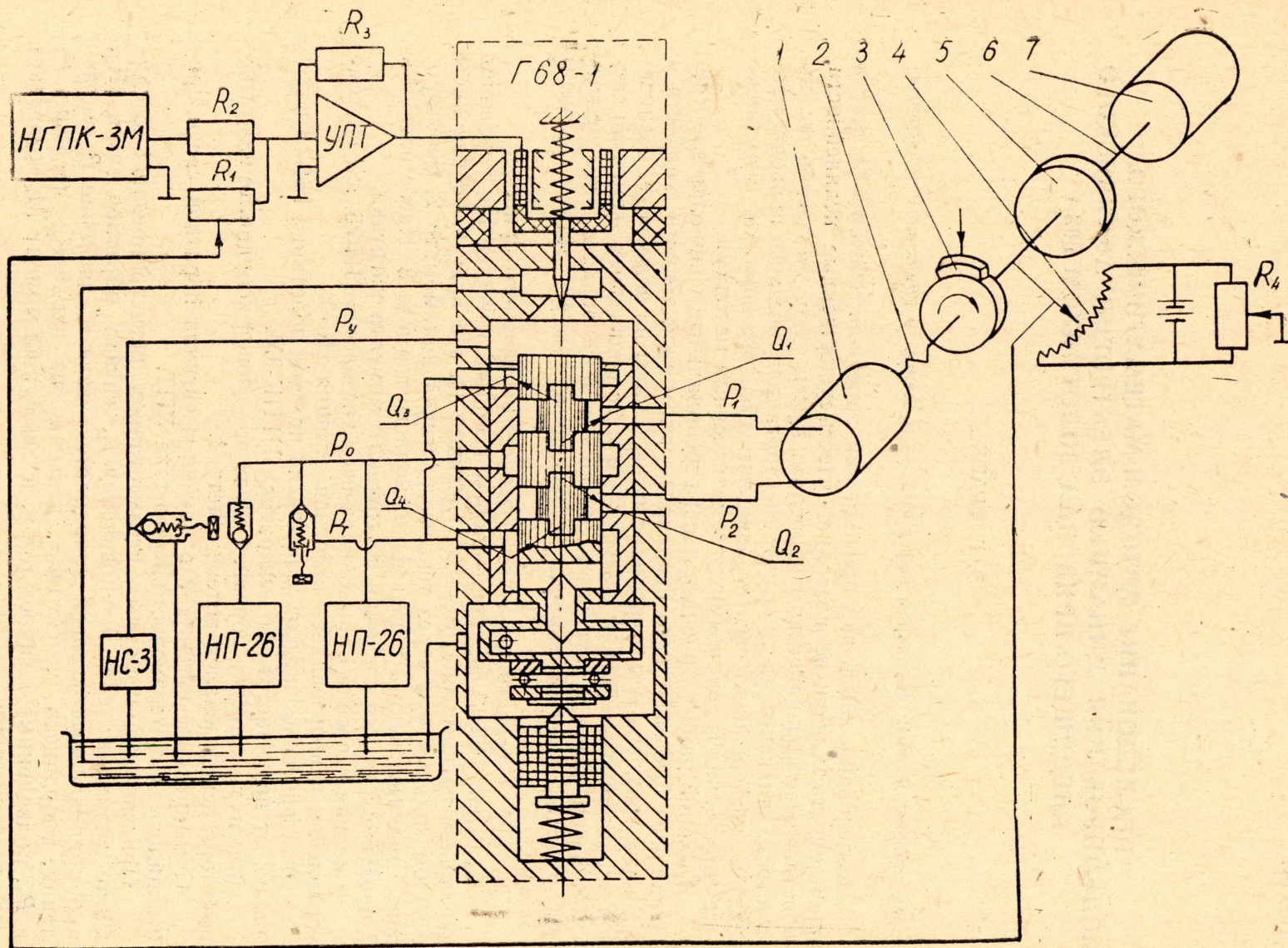


Рис. 1. Схема экспериментального электрогидравлического привода с золотником Г68-1.

трубопроводов, динамические процессы в рассматриваемом следящем приводе могут быть описаны следующей системой уравнений:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + \rho_u \frac{dx}{dt} + (C + \beta)x + \Delta P_y F_u^0 = Ik; \quad (1)$$

$$\mu_u (f_u^0 - \Delta f_u) \sqrt{\frac{2}{\rho} \sqrt{P_y^0 + \Delta P_y}} + F_3 \frac{dy}{dt} + k_p W \frac{dP_y}{dt} = Q_y; \quad (2)$$

$$\rho_3 \frac{dy}{dt} + c_3 y + \beta_3 \frac{d\varphi}{dt} = \Delta P_y F_3; \quad (3)$$

$$(y^0 + y) \mu b \sqrt{\frac{2}{\rho} \sqrt{P_0 - P_1}} - \sigma_1 P_1 - \sigma_{1-2} (P_1 - P_2) - \quad (4)$$

$$- k_{p_1} W_1 \frac{dP_1}{dt} = q_0 \frac{d\varphi}{dt};$$

$$(y^0 + y) \mu b \sqrt{\frac{2}{\rho} \sqrt{P_2 - P_T}} + \sigma_2 P_2 - \sigma_{1-2} (P_1 - P_2) - \quad (5)$$

$$- k_{p_2} W_2 \frac{dP_2}{dt} = q_0 \frac{d\varphi}{dt};$$

$$I_M \frac{d^2\varphi}{dt^2} + M_n + F \left( \frac{d\varphi}{dt} \right) = \psi (P_1 - P_2); \quad (6)$$

$$I_t - \varphi k_0 = I, \quad (7)$$

- где  $x$  — координата иглы;  
 $m$  — масса иглы;  
 $\rho_u$  — коэффициент вязкого трения иглы;  
 $c$  — жесткость пружины иглы;  
 $\beta$  — коэффициент, учитывающий приращение осевой силы на игле, равной  $P_y^0 \Delta F_u$ ;  
 $\Delta F_u$  — приращение площади поперечного сечения конического участка иглы;  
 $P_y^0$  — давление в магистрали управления при обесточенной катушке;  
 $\Delta P_y$  — приращение давления в магистрали управления;  
 $F_u^0$  — площадь поперечного сечения конического участка иглы, на которую воздействует давление  $P_y^0$  в среднем положении золотника;  
 $I$  — ток в катушке иглы;  
 $k$  — коэффициент пропорциональности между током  $I$  и осевой силой, развиваемой катушкой;  
 $\mu_u$  — коэффициент расхода через рабочее окно магистрали управления;  
 $f_u^0$  — площадь рабочего окна магистрали управления при обесточенной катушке;  
 $\Delta f_u$  — приращение площади рабочего окна магистрали управления;

$$\Delta f_u = k_u x; \quad k_u = \frac{2 \sqrt{\pi F_u^0}}{\sin \frac{\alpha}{2} \left( 1 + C \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \right)};$$

- $\alpha$  — угол конуса иглы;  
 $\rho$  — плотность рабочей жидкости;  
 $Q_y$  — расход насоса управления;  
 $F_3$  — площадь торца золотника;  
 $k_p$  — коэффициент податливости магистрали управления;  
 $W$  — объем магистрали управления;  
 $\rho_3$  — коэффициент вязкого трения золотника;  
 $y$  — координата золотника;  
 $c_3$  — жесткость пружины золотника;  
 $\beta_3$  — коэффициент осевой гидродинамической силы, действующей на золотник;  
 $\varphi$  — угловая координата вала гидромотора;  
 $q_0$  — рабочий объем гидромотора;  
 $y^0$  — осевое открытие золотника в нейтральном положении;  
 $\mu$  — коэффициент расхода через окна золотника;  
 $b$  — длина кромки рабочих окон золотника;  
 $P_1$  и  $P_2$  — давления, подведенные к гидромотору;  
 $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  — коэффициенты утечек из соответствующих полостей гидромотора;  
 $\sigma_{1-2}$  — коэффициент утечек в механизме распределения гидромотора;  
 $k_{p1}$  и  $k_{p2}$  — коэффициенты податливости соответствующих полостей гидромотора;  
 $W_1$  и  $W_2$  — объемы соответствующих полостей гидромотора;  
 $I_M$  — момент инерции вращающихся частей, приведенный к валу гидромотора;  
 $M_H$  — постоянный момент нагрузки;  
 $F\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)$  — релейная функция трения;  
 $\psi$  — коэффициент пропорциональности между перепадом давления на гидромоторе и развиваемым моментом;  
 $I_t$  — сигнал управления;  
 $k_0$  — коэффициент усиления в обратной связи.

После несложных преобразований и общепринятой линеаризации подкоренных выражений представим уравнения (1) — (7) к форме, удобной для моделирования:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = a_1x - a_2\frac{dy}{dt} - a_3y - a_4\frac{d^2\varphi}{dt^2} - a_5\frac{d\varphi}{dt}; \quad (8)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = b_1I_t - b_2\frac{dx}{dt} - b_3x - b_4\frac{dy}{dt} - b_5y - b_6\frac{d\varphi}{dt} - b_7\varphi; \quad (9)$$

$$\frac{dU_1}{dt} = c_1 - c_2\frac{d\varphi}{dt} + c_3y - c_4U_1 - c_5yU_1; \quad (10)$$

$$\frac{dU_2}{dt} = d_1 - d_2\frac{d\varphi}{dt} + d_3y - d_4U_2 - d_5yU_2; \quad (11)$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{\psi}{I_M}U_1 + \frac{\psi}{I_M}U_2 - \frac{M_H}{I_M} - \frac{F\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)}{I_M}. \quad (12)$$

Здесь

$$a_1 = \frac{k_H F_3 Q_y}{f_H \rho_3 k_P W}; \quad a_2 = \frac{c_3}{\rho_3} + \frac{Q_y}{2P_y^0 k_P W} + \frac{F_3^2}{\rho_3 k_P W};$$

$$a_3 = \frac{c_3 Q_y}{2P_y^0 \rho_3 k_P W}; \quad a_4 = \frac{\beta_3}{\rho_3}; \quad a_5 = \frac{\beta_3 Q_y}{2P_y^0 \rho_3 k_P W};$$

$$b_1 = \frac{k}{m}; \quad b_2 = \frac{e_H}{m}; \quad b_3 = \frac{c + \beta}{m}; \quad b_4 = \frac{\rho_3 F_H^0}{m F_3};$$

$$b_5 = \frac{c_3 F_H^0}{m F_3}; \quad b_6 = \frac{\beta_3 F_H^0}{m F_3}; \quad b_7 = \frac{k_0 k}{m};$$

$$c_1 = \frac{Q_1 - \sigma_1 P_1^0}{k_{P1} W_1}; \quad c_2 = \frac{q_0}{k_{P1} W_1}; \quad c_3 = \frac{Q_1}{y^0 k_{P1} W_1};$$

$$c_4 = \frac{Q_1}{2(P_0 - P_1^0) k_{P1} W_1} + \frac{\sigma_1 + \sigma_{1-2}}{k_{P1} W_1}; \quad c_5 = \frac{Q_1}{2y^0 (P_0 - P_1^0) k_{P1} W_1};$$

$$d_1 = \frac{Q_4 + \sigma_2 P_0^2}{k_{P2} W_2}; \quad d_2 = \frac{q_0}{k_{P2} W_2}; \quad d_3 = \frac{Q_4}{y^0 k_{P2} W_2};$$

$$d_4 = \frac{Q_4}{2(P_2^0 - P_T) k_{P2} W_2} + \frac{\sigma_1 + \sigma_{1-2}}{k_{P2} W_2};$$

$$d_5 = \frac{Q_4}{2y^0 (P_2^0 - P_T) k_{P2} W_2}.$$

$P_T$  — давление на сливе перед турбинкой золотника;

$U_1$  и  $U_2$  — приращения давления в соответствующих полостях гидромотора;

$P_1^0$  и  $P_2^0$  — давления в полостях гидромотора в нейтральном положении золотника;

$Q_1$  и  $Q_4$  — расход жидкости через соответствующие рабочие окна в нейтральном положении золотника.

На рис. 2 представлена блок-схема моделирования системы уравнений (8)–(12). При наборе данной схемы на электронной модели ЭМУ-10 использовались блоки перемножения и блок нелинейности. Полученная схема моделирования позволяет проследить взаимосвязи между элементами привода и исследовать качественно и количественно влияние их параметров и характера нагрузок на динамические характеристики привода.

На основе рассмотренной блок-схемы было проведено исследование системы дифференциальных уравнений с подстановкой параметров и коэффициентов реального привода.

На рис. 3 представлены характеристики переходного процесса при одном из сочетаний параметров привода, полученных экспериментально (сплошные линии) и на модели (штриховые линии). Хорошее совпадение переходного процесса на экспериментальной и математической модели показывает, что при математическом описании были правильно учтены основные процессы, происходящие при работе системы, и позволяет результаты исследования математической модели использовать для улучшения реального привода. При моделировании были получены осциллограммы, характеризующие влияние коэффициента обратной связи  $k_0$ , постоянного момента нагрузки  $M_H$ , момента трения в нагрузке  $F\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)$ , момента инерции масс  $I_M$ , жесткости пружины иглы  $c$ , коэффициента гидродинамических сил на золотнике  $\beta_3$ , сжимаемости жидкости в плоскости управления  $k_P$ , а также в полостях гидромотора  $k_{P1}$

и  $k_{p2}$  и массы иглы  $m$  на характер переходного процесса. Была исследована возможность улучшения динамических характеристик введением дополнительных обратных связей по приращению давления  $U_1$  в одной из полостей гидромотора, по перепаду давления  $(U_1+U_2)$  на гидромоторе, по угловой скорости  $\frac{d\varphi}{dt}$  вала гидромотора и по координате  $y$  золотника.

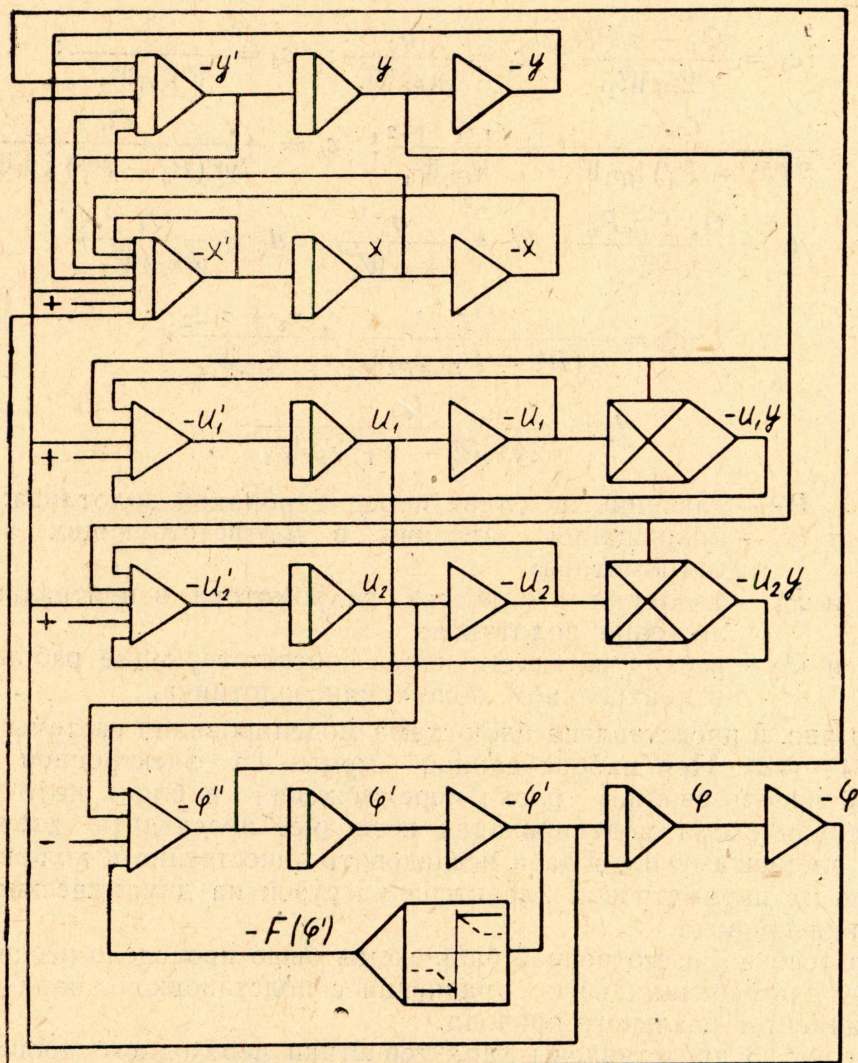


Рис. 2. Блок-схема моделирования электрогидравлического следящего привода

На рис. 4 приведены примеры осциллограмм, из которых видно влияние момента трения в нагрузке  $F\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)$ , момента инерции  $I_M$ , сжимаемости жидкости  $k_{p1}$  и  $k_{p2}$  и жесткости пружины иглы  $c$  на характер переходного процесса изменения угла вала гидромотора.

Было показано влияние функции момента трения от скорости вращения вала гидромотора на устойчивость привода. Зона устойчивости привода с моментом трения, не зависящим от скорости вращения вала гид-

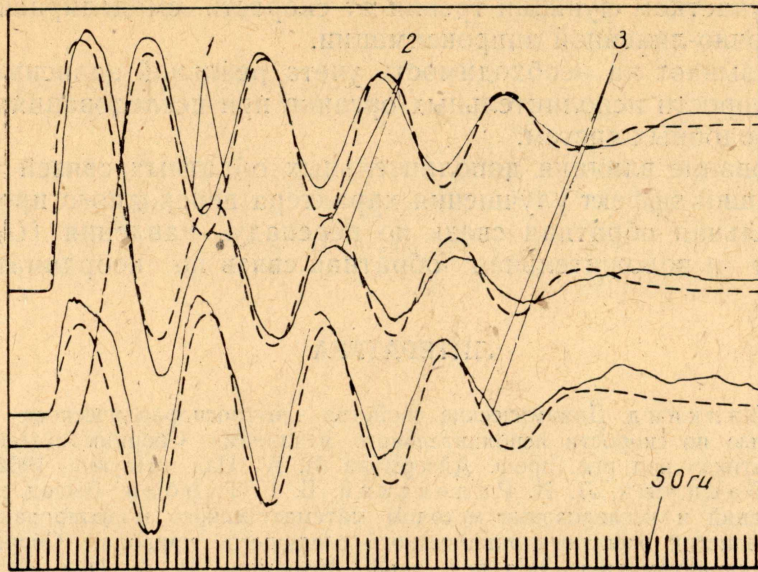


Рис. 3. Характеристики переходного процесса привода: 1 — угловая координата вала гидромотора  $\varphi$ ; 2 — координата золотника  $y$ ; 3 — давление в одной из полостей гидромотора  $p_2$

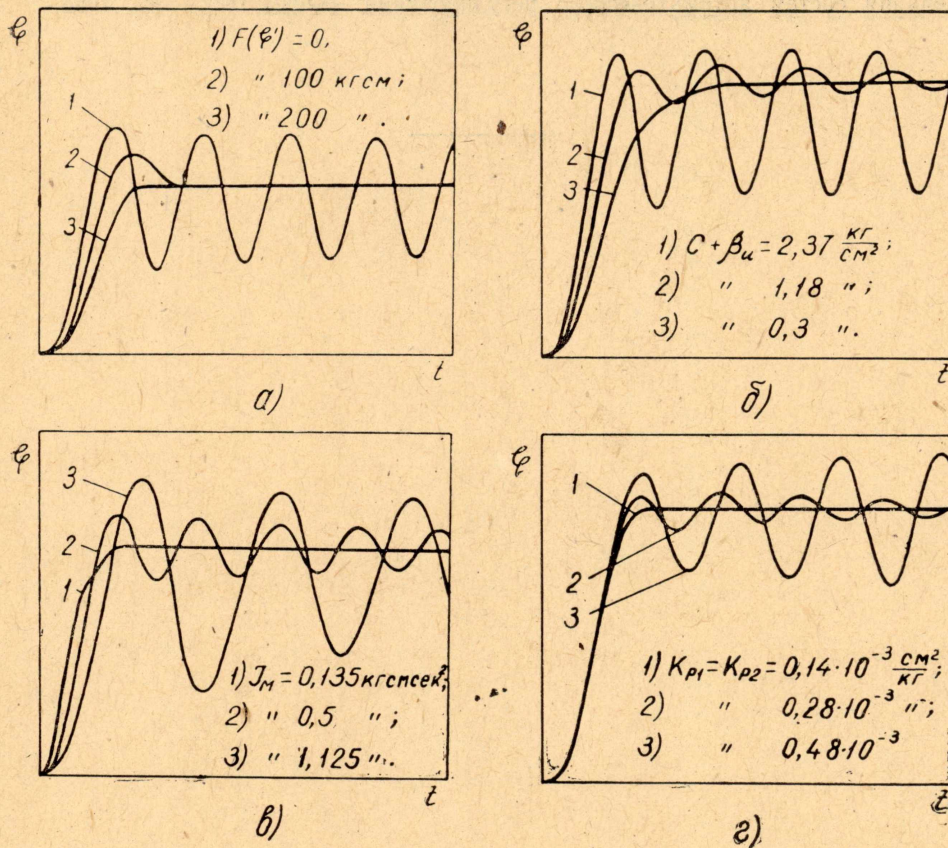


Рис. 4. Влияние некоторых параметров привода на характеристику переходного процесса: а — момента трения  $F \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)$ ; б — жесткости пружины иглы с; в — момента инерции масс  $I_M$ ; г — сжимаемости жидкости в полостях гидромотора  $K_{p1}$ ;  $K_{p2}$

ромотора (релейная функция), значительно больше, чем с нелинейным падающим участком функции трения от скорости, смоделированной при помощи кусочно-линейной аппроксимации.

Это указывает на необходимость учета реальной зависимости сил трения от скорости исполнительных органов при исследованиях и проектировании подобных систем.

Исследование влияния дополнительных обратных связей показало, что наибольший эффект улучшения характера переходного процесса дает отрицательная обратная связь по перепаду давления ( $U_1 + U_2$ ) на гидромоторе и положительная обратная связь по координате золотника  $y$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Л. В. Балкинд. Динамические свойства электрогидравлического привода с обратной связью по скорости исполнительного механизма. Сборник статей. «Пневмо- и гидроавтоматика» под ред. проф. Айзермана М. А., Изд. «Наука», 1964.

2. А. М. Банштык, Л. И. Радовский, Б. Г. Турбин. Вывод дифференциальных уравнений и исследование методом математического моделирования динамических характеристик электрогидравлического следящего привода. Сборник статей «Пневмо- и гидроавтоматика» под ред. проф. Айзермана М. А., Изд. «Наука», 1964.

3. П. К. Зауервальд, Е. М. Хаймович. Анализ результатов исследования высокоскоростной следящей системы. Сборник статей «Гидропривод и гидропневмоавтоматика», № 3, Изд. «Техника», Киев, 1968.

4. Г. И. Каменецкий. Следящие золотники для станков с программным управлением. «Станки и инструмент», № 5, 1961.

5. Б. Я. Коган. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования. «Физматгиз». М., 1963.