

К ИССЛЕДОВАНИЮ ДИНАМИКИ ВЕНТИЛЬНЫХ
ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ
НА ПОЛНОСТЬЮ УПРАВЛЯЕМЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯХ

А. И. ЗАЙЦЕВ, В. Н. МИШИН

Рекомендована научным семинаром электромеханического факультета

Ввиду нелинейности характеристик вентильного электропривода в области прерывистых токов исследование динамики целесообразно проводить в два этапа: анализ поведения линеаризованной системы в малом и исследования в большом. В настоящей работе рассматривается линеаризация характеристик привода, работающего в различных режимах прерывистого тока для исследования динамики систем в малом.

Расчеты проведем в предположении, что параметры двигателя R , L и магнитный поток Φ постоянны, падения напряжения на вентилях преобразователя E_B равны и не зависят от величины протекающего тока, питание системы осуществляется от абсолютно жесткой сети бесконечной мощности.

Обозначим:

U_m — амплитуда фазного напряжения сети;

ω — угловая частота сети;

m — число фаз преобразователя;

E — э. д. с. двигателя;

$\varepsilon = \frac{E + E_B}{U_m}$ — относительная э. д. с.;

$j = \frac{iR}{U_m}$ — относительный ток;

ν_B, λ — угол включения силовых вентилях и продолжительность включения соответственно;

$\operatorname{tg} \theta = \omega \frac{L}{R}$ — параметр двигателя.

При принятых допущениях ток в относительных единицах соответствует относительному электромагнитному моменту двигателя, а скорость определяется величиной относительной э. д. с. Таким образом усредненная механическая характеристика в относительных единицах задается функцией $\varepsilon = f(j_{ср})$. Переход от относительных скоростей и момента к абсолютным совершается на основании следующих формул

$$n = (\varepsilon - \varepsilon_B) n_0 = (\varepsilon - \varepsilon_B) \frac{U_m}{C_e \Phi}, \quad (1)$$

$$M = j_{cp} M_0 = j_{cp} \frac{U_m}{R} C_m \Phi, \quad (2)$$

где $\varepsilon_B \frac{E_B}{U_m}$ — относительное падение напряжения на вентилях;
 C_e, C_m — коэффициенты пропорциональности.

Как показано в [1], переходные процессы вентильного электропривода с достаточно высокой степенью точности можно рассчитывать по усредненным механическим характеристикам. В общем случае для управляемых систем с нулевыми вентилями механические характеристики представляют собой нелинейную функцию $\varepsilon = f(v_B, \lambda, j_{cp})$, разлагая которую в ряд Тэйлора и отбрасывая нелинейный остаток, получим линеаризованное уравнение в отклонениях

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + k_v \Delta v_B + k_\lambda \Delta \lambda + k_j \Delta j, \quad (3)$$

где

$$k_v = \frac{\partial \varepsilon}{\partial v_B}, \quad k_\lambda = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \lambda}, \quad k_j = \frac{\partial \varepsilon}{\partial j_{cp}} \quad (4)$$

— угловые коэффициенты соответственно: регулировочных характеристик $\varepsilon = f(v_B)$ и $\varepsilon = f(\lambda)$ при $j_{cp} = \text{const}$ и механической характеристики $\varepsilon = f(j_{cp})$ при $v_B = \text{const}, \lambda = \text{const}$; в рабочей точке $v_B = v_{B0}, \lambda = \lambda_0, j_{cp} = j_{cp0}$.

Значение коэффициентов линеаризованной механической характеристики можно определить графически непосредственно по характеристикам или найти с помощью соответствующих формул.

Уравнение (3) в абсолютных единицах имеет вид

$$n = n_* + k_v' \Delta v_B + k_\lambda' \Delta \lambda - k_M \Delta M, \quad (5)$$

где:

$$k_v' = \frac{\partial n}{\partial v_B} = k_v \frac{U_m}{C_e \Phi} = k_v n_0; \quad (6)$$

$$k_\lambda' = \frac{\partial n}{\partial \lambda} = k_\lambda n_0; \quad (7)$$

$$k_M = \frac{\partial n}{\partial M} = -k_j \frac{R}{C_e C_m \Phi^2}. \quad (8)$$

В соответствии с выражениями (4) рассчитаем формулы для вычисления коэффициентов механической характеристики двигателя, питающегося от полностью управляемого преобразователя, в различных режимах работы.

1. Ток двигателя падает до нуля, протекая через силовые вентили.

Механическая характеристика в относительных единицах здесь задана в параметрической форме уравнением для среднего тока [1].

$$j_{cp} = \frac{m}{\pi} \sin\left(v_B + \frac{\lambda}{2}\right) \sin \frac{\lambda}{2} - \frac{m}{2\pi} \lambda \varepsilon \quad (9)$$

или уравнением для противо-э. д. с. [1].

$$\varepsilon = \cos \Theta \frac{\sin(v_B - \Theta) - \sin(v_B - \Theta + \lambda) e^{\lambda \operatorname{ctg} \Theta}}{1 - e^{\lambda \operatorname{ctg} \Theta}}. \quad (10)$$

Выражение для углового коэффициента регулировочной характеристики $\varepsilon = f(v_B)$ найдем из (10) [1]

$$k_v = \frac{\cos \Theta}{1 - e^{\lambda \operatorname{ctg} \Theta}} [\cos(v_B - \Theta) - \cos(v_B - \Theta + \lambda) e^{\lambda \operatorname{ctg} \Theta}]. \quad (11)$$

Угловой коэффициент при $\Delta \lambda$ равен нулю, так как в рассматрива-

емом режиме продолжительность включения силовых вентилях не может являться независимой переменной.

Угловой коэффициент механической характеристики найдем из (9), предварительно определив из (10) частную производную $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \lambda}$ и окончательно получим

$$k_j = \frac{-2\pi}{m [\lambda - (e^{-\lambda \operatorname{ctg} \Theta} - 1) \operatorname{tg} \Theta]} \quad (12)$$

Для рассматриваемого режима характерной является неуправляемая работа преобразователя, что имеет место, если команда на включение силового вентиля приходит, когда его анодное напряжение меньше противо-э. д. с. в цепи постоянного тока. При этом фактический угол включения вентилях находится как

$$\nu_B = \operatorname{arc} \sin \varepsilon, \quad (13)$$

коэффициенты регулировочных характеристик равны нулю, а угловой коэффициент механической характеристики равен

$$k_j = \frac{2\pi}{m} \sqrt{1 - \varepsilon^2} : \left\{ \sqrt{1 - \varepsilon^2} [(1 - e^{-\lambda \operatorname{ctg} \Theta}) \operatorname{tg} \Theta - \lambda] + \right. \\ \left. + \sin \Theta [e^{-\lambda \operatorname{ctg} \Theta} \cdot \cos (\operatorname{arc} \sin \varepsilon - \Theta) - \cos (\operatorname{arc} \sin \varepsilon - \Theta + \lambda)] + \right. \\ \left. + 2 \sin \frac{\lambda}{2} \cos \left(\operatorname{arc} \sin \varepsilon + \frac{\lambda}{2} \right) \right\}. \quad (14)$$

2. Ток уменьшается до нуля, протекая через нулевой вентиль.

В данном режиме механические характеристики определяются уравнениями [2], [3].

$$j_{cp} = \frac{m}{\pi} \sin \frac{\lambda}{2} \sin \left(\nu_B + \frac{\lambda}{2} \right) - \frac{m}{2\pi} (\lambda + \lambda_{\pi}) \varepsilon, \quad (15)$$

$$\varepsilon = \cos \Theta \frac{e^{\lambda \operatorname{ctg} \Theta} \sin (\nu_B - \Theta + \lambda) - \sin (\nu_B - \Theta)}{e^{(\lambda + \lambda_{\pi}) \operatorname{ctg} \Theta} - 1}, \quad (16)$$

где λ_{π} — продолжительность работы нулевого вентиля.

По аналогии с вышеизложенным угловые коэффициенты характеристик привода в соответствии с (4) найдем с помощью уравнений (14) и (15).

$$k_v = \cos \Theta \frac{\cos (\nu_B - \Theta) - \cos (\nu_B - \Theta + \lambda) e^{\lambda \operatorname{ctg} \Theta}}{1 - e^{(\lambda + \lambda_{\pi}) \operatorname{ctg} \Theta}}, \quad (17)$$

$$k_{\lambda} = \frac{\operatorname{ctg} \Theta}{1 - e^{-(\lambda + \lambda_{\pi}) \operatorname{ctg} \Theta}} [e^{-\lambda_{\pi} \operatorname{ctg} \Theta} \sin (\nu_B + \lambda) - \varepsilon], \quad (18)$$

$$k_j = \frac{2\pi}{m \{ [1 - e^{-(\lambda + \lambda_{\pi}) \operatorname{ctg} \Theta}] \operatorname{tg} \Theta - (\lambda + \lambda_{\pi}) \}}. \quad (19)$$

В рассматриваемом режиме прерывистых токов также возможен случай, когда действительные углы включения вентилях соответствуют выражению (13), тогда фактические углы продолжительности включения силовых вентилях можно найти через задаваемые схемой управления как

$$\lambda' = \nu_B + \lambda - \operatorname{arc} \sin \varepsilon. \quad (20)$$

Заменив λ в формуле (16) на λ' из (20) и продифференцировав полученное выражение согласно (4), получим коэффициенты регулировочных характеристик

$$k_v = k_\lambda = [\varepsilon e^{\lambda_\pi \operatorname{ctg} \Theta} - \sin(\nu_B + \lambda)] : \{ [e^{-\lambda' \operatorname{ctg} \Theta} - e^{\lambda_\pi \operatorname{ctg} \Theta}] \operatorname{tg} \Theta - \\ - \frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} [e^{-\lambda' \operatorname{ctg} \Theta} \cdot \sin \Theta \cos(\operatorname{arc} \sin \varepsilon - \Theta) + \\ \cos \Theta \sin(\nu_B - \Theta + \lambda) - \varepsilon e^{\lambda_\pi \operatorname{ctg} \Theta}] \}, \quad (21)$$

которые оказываются равными ввиду равноценности регулирования скорости в данном случае изменением углов включения или продолжительности включения, так как любой из способов адекватно ведет в конечном счете к изменению величины действительной продолжительности включения λ' . Учитывая (20), найдем с помощью (15) и (16) угловой коэффициент механических характеристик

$$k_j = \frac{2\pi}{m} : \left\{ 1 - e^{-(\lambda' + \lambda_\pi) \operatorname{ctg} \Theta} \right\} \operatorname{tg} \Theta + \frac{e^{-\lambda_\pi \operatorname{ctg} \Theta}}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} [e^{-\lambda' \operatorname{ctg} \Theta} \sin \Theta \times \\ \times \cos(\operatorname{arc} \sin \varepsilon - \Theta) + \cos \Theta \sin(\nu_B - \Theta + \lambda) - \varepsilon e^{\lambda \operatorname{ctg} \Theta}] - (\lambda' + \lambda_\pi) \Big\} m. \quad (22)$$

3. Режим прерывистых токов, спадающих до нуля при работе силовых вентилях в области углов $\frac{\pi}{2} > U_n < \operatorname{arc} \sin \varepsilon$.

Последний режим прерывистых токов характеризуется двукратной работой каждого силового вентиля в цикле [2], [3].

Механические характеристики здесь задаются уравнениями [3].

$$j_{cp} = \frac{m}{\pi} \left[\sin(\nu_B + \frac{\lambda_1}{2}) \sin \frac{\lambda_1}{2} + \sin \frac{\nu_B + \lambda - \nu_{B2}}{2} \sin \frac{\nu_B + \lambda + \nu_{B2}}{2} \right] - \\ - \frac{m}{2\pi} \left(\frac{2\pi}{m} - \nu_{B2} + \nu_B + \lambda_1 \right) \varepsilon, \quad (23)$$

$$\varepsilon = \cos \Theta \frac{e^{\lambda_1 \operatorname{ctg} \Theta} \cdot \sin(\nu_B - \Theta + \lambda_1) - \sin(\nu_B - \Theta) + \sin(\nu_B - \Theta + \lambda) e^{-\left(\frac{2\pi}{m} - \lambda\right) \operatorname{ctg} \Theta} - \\ - \sin(\nu_{B2} - \Theta) e^{-\left(\frac{2\pi}{m} + \nu_B - \nu_{B2}\right) \operatorname{ctg} \Theta}}{e^{\lambda_1 \operatorname{ctg} \Theta} - e^{-\left(\frac{2\pi}{m} + \nu_B - \nu_{B2}\right) \operatorname{ctg} \Theta}}, \quad (24)$$

где λ и λ_1 — заданная продолжительность включения и продолжительность первого включения силовых вентилях соответственно;

$\nu_{B2} = \operatorname{arc} \sin \varepsilon$ — фазовый угол второго включения.

Угловые коэффициенты характеристик найдем из (23) — (24) в соответствии с (4)

$$k_v = \cos \Theta \left\{ e^{\lambda_1 \operatorname{ctg} \Theta} \cdot \cos(\nu_B - \Theta + \lambda_1) - \cos(\nu_B - \Theta) + \right. \\ \left. \cos(\nu_B - \Theta + \lambda) e^{-\left(\frac{2\pi}{m} - \lambda\right) \operatorname{ctg} \Theta} + \left[\sin(\nu_{B2} - \Theta) \operatorname{ctg} \Theta - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\varepsilon}{\sin \Theta} \right] e^{-\left(\frac{2\pi}{m} + \nu_B - \nu_{B2}\right) \operatorname{ctg} \Theta} \right\} : \left[e^{\lambda \operatorname{ctg} \Theta} - e^{-\left(\frac{2\pi}{m} + \nu_B - \nu_{B2}\right) \operatorname{ctg} \Theta} \right]. \quad (25)$$

$$k_\lambda = \frac{\operatorname{ctg} \Theta \sin(\nu_B + \lambda)}{e^{\left(\frac{2\pi}{m} + \lambda_1 - \lambda\right) \operatorname{ctg} \Theta} - e^{-(\nu_B + \lambda - \nu_{B2}) \operatorname{ctg} \Theta}}, \quad (26)$$

$$k_j = \frac{2\pi}{m \left\{ \left[1 - e^{-\left(\frac{2\pi}{m} + \nu_B - \nu_{B2} + \lambda_1\right) \operatorname{ctg} \Theta} \right] \operatorname{tg} \Theta + \nu_{B2} - \lambda_1 - \frac{2\pi}{m} \right\}}. \quad (27)$$

4. Режим непрерывных токов.

В области непрерывного тока механические характеристики привода прямолинейны и имеют вид [1]

$$i_{cp} = \frac{m}{\pi} \sin \frac{\lambda}{2} \sin \left(\nu_B + \frac{\lambda}{2} \right) - \varepsilon. \quad (28)$$

Взяв соответствующие частные производные, из (28) получим угловые коэффициенты в виде

$$k_{\nu} = \frac{m}{\pi} \sin \frac{\lambda}{2} \cos \left(\nu_B + \frac{\lambda}{2} \right), \quad (29)$$

$$k_{\lambda} = \frac{m}{2\pi} \sin (\nu_B + \lambda). \quad (30)$$

$$k_j = -1. \quad (31)$$

В области непрерывного тока крутизна механических характеристик двигателя независимого возбуждения пропорциональна омическому сопротивлению цепи якоря (8)

$$k_M = \frac{R}{C_e C_M \Phi^2}. \quad (32)$$

Крутизну усредненных характеристик в области прерывистых токов также можно оценивать некоторым фиктивным омическим сопротивлением [1]

$$k_M = \frac{R_{\Phi}}{C_e C_M \Phi^2}, \quad (33)$$

которое для данной рабочей точки, сравнивая (8) и (33), выразим как

$$R_{\Phi} = -k_j R. \quad (34)$$

Расчет динамики на основании усредненных механических характеристик предполагает нахождение полезной, так называемой «гладкой» составляющей переходных процессов. При этом в области прерывистого тока не нужно учитывать индуктивность цепи якоря, так как ее влияние полностью учтено при расчете усредненных характеристик. Влияние индуктивности отражается фиктивным омическим сопротивлением.

Динамика усредненного процесса в области прерывистых токов может быть рассчитана на основании усредненной линеаризованной механической характеристики (5) и уравнения движения привода в отклонениях

$$\left. \begin{aligned} \Delta n &= k'_{\nu} \Delta \nu + k'_{\lambda} \Delta \lambda - k_M \Delta M \\ \Delta M &= I \frac{d(\Delta n)}{dt} \end{aligned} \right\}, \quad (35)$$

где I — приведенный к валу двигателя момент инерции привода. Решая систему (35) относительно отклонения скорости, получим уравнение, характеризующее динамику привода

$$\Delta n = k'_{\nu} \Delta \nu + k'_{\lambda} \Delta \lambda - T_M \frac{d(\Delta n)}{dt}, \quad (36)$$

где $T_M = Ik_M$ — электромеханическая постоянная времени.

В общем случае в системах с нулевыми вентилями управление может осуществляться как изменением углов включения, так и продолжительности включения силовых вентилях. При поочередном управлении передаточные функции звена «выпрямитель-двигатель» в зависи-

мости от регулируемой координаты на основании (36) будут иметь вид

$$W(p)_v = \frac{\Delta n(p)}{\Delta v_B(p)} = \frac{k'_v}{1 + T_m p}, \quad (37)$$

$$W(p)_\lambda = \frac{\Delta n(p)}{\Delta(p)} = \frac{k'_\lambda}{1 + T_m p}. \quad (38)$$

При одновременном изменении v_B и λ исследования удобнее проводить, считая независимой переменной некую обобщенную координату, например, напряжение на входе схемы управления (ΔU_y). Тогда, считая схему управления безинерционной, перепишем (36) в виде

$$(1 + T_m p) \Delta n = [k_{(v)} k'_v + k_{(\lambda)} k'_\lambda] \Delta U_y, \quad (39)$$

где $k_{(v)} = \frac{\partial v_B}{\partial U_y}$, $k_{(\lambda)} = \frac{\partial \lambda}{\partial U_y}$ — коэффициенты усиления схемы управления.

Из (39) получим передаточную функцию как

$$W(p) = \frac{\Delta n(p)}{\Delta U_y(p)} = \frac{k}{1 + T_m p}, \quad (40)$$

где $k = k_{(v)} k'_v + k_{(\lambda)} k'_\lambda$ — обобщенный коэффициент усиления звеньев «схема управления — преобразователь — двигатель».

Как следует из (37), (38), (40) двигатель независимого возбуждения в режимах прерывистого тока представляет собой апериодическое звено первого порядка. Электромагнитная постоянная времени в выражения передаточной функции в этих режимах не входит, так как электромагнитный переходный процесс заканчивается с каждым импульсом тока, никак не сказываясь на последующих импульсах.

В области непрерывного тока передаточные функции звена «выпрямитель-двигатель» примут свой обычный вид

$$W(p)_v = \frac{k'_v}{T_m T_y p^2 + T_m p + 1}, \quad (41)$$

$$W(p)_\lambda = \frac{k'_\lambda}{T_m T_y p^2 + T_m p + 1}, \quad (42)$$

$$W(p) = \frac{k}{T_m T_y p^2 + T_m p + 1}, \quad (43)$$

где $T_y = \frac{L}{R}$ — электромагнитная постоянная времени якорной цепи.

Вычислив по полученным выражениям угловые коэффициенты регулировочных и механических характеристик и передаточные функции в окрестностях выбранной рабочей точки, можно переходить непосредственно к исследованию в малом конкретной системы, используя общезвестные методы и приемы линейной теории автоматического регулирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Булгаков. Основы динамики управляемых вентильных систем. Изд. АН СССР, 1963.
2. А. И. Зайцев, В. Н. Мишин. К расчету некоторых мутаторов на полностью управляемых элементах. Известия ТПИ, т. 153, 1965.
3. А. И. Зайцев, В. Н. Мишин. Режимы прерывистого тока полностью управляемых преобразователей. Настоящий том.