ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 160 1966

ЭКВИВАЛЕНТНАЯ СХЕМА ДЛЯ СИСТЕМЫ ДВУХ ТЕПЛОПРОВОДЯЩИХ СТЕРЖНЕЙ

В. А. ЖАДАН, Д. И. САННИКОВ

(Представлена научным семинаром кафедр общей электротехники и электрических машин)

Решение ряда задач по расчету распределения температуры по длине обмоток электрических машин с учетом их тепловой связи с другими телами сводится к расчету системы двух параллельных стержней (обмотка и сердечник, обмотка и вал, обмотка и корпус и т. п.), связанных между собой и с охлаждающей средой равномерно распределенными тепловыми проводимостями и, кроме того, имеющих по торцам тепловой контакт с другими телами или средой.

Пусть $\Lambda_{oв}$ — взаимная проводимость на единицу длины стержней.

Λ_{of} и $\Lambda_{вf}$ — проводимости между стержнями и охлаждающей средой (на единицу длины).

r_o и $r_в$ — аксиальные сопротивления стержней на единицу длины.

p_o и $p_в$ — линейная плотность потерь.

Так как потери в одном из стержней (обмотке) обычно зависят от температуры, то необходимо принять

$$p_o = p_{oo}[1 + \alpha_o(\Theta_o - t_\delta)], \tag{1}$$

здесь p_{oo} — потери при базовой температуре t_δ,

α_o — температурный коэффициент потерь.

В дальнейшем будет приниматься $t_\delta = 0$.

Температура охлаждающего потока t_f в электрических машинах в общем случае изменяется по длине. Это изменение может считаться практически линейным.

Требуется рассчитать распределение температуры по длине стержней $\Theta_o(x)$ и $\Theta_в(x)$ на отрезке $o < x < l$, причем,

$$\Theta_o(0) = \Theta_{o1};\ \Theta_o(l) = \Theta_{o2};\ \Theta_в(0) = \Theta_{в1};\ \Theta_в(l) = \Theta_{в2};$$

$$t_f(0) = t_{f1};\ t_f(l) = t_{f2}.$$

На основании теплового баланса для элемента dx составляется система дифференциальных уравнений теплопроводности для стержней

$$\frac{1}{r_o}\frac{d^2\Theta_в}{dx^2} + \Lambda_{oo}\Theta_o + \Lambda_{oв}\Theta_в + \Lambda_{of}\left(t_{f1}\frac{l-x}{l} + t_{f2}\frac{x}{l}\right) + p_{oo} = 0;$$

$$\frac{1}{r_в}\frac{d^2\Theta_o}{dx^2} + \Lambda_{oв}\Theta_o + \Lambda_{вв}\Theta_в + \Lambda_{вf}\left(t_{f1}\frac{l-x}{l} + t_{f2}\frac{x}{l}\right) + P_в = 0, \tag{2}$$

где
$$\Lambda_{oo} = -\Lambda_{oв} - \Lambda_{of} + \alpha_o p_{oo};$$

$$\Lambda_{вв} = -\Lambda_{oв} - \Lambda_{вf}.$$

Решение системы, выраженное через краевые температуры, запишется в следующем виде:

$$\Theta_o = \theta_{o1}[n_\Delta f_\Sigma(l - x) + n_\Sigma f_\Delta(l - x)] + \theta_{o2}[n_\Delta f_\Sigma(x) + n_\Sigma f_\Delta(x)] +$$
$$+ \theta_{B1} n_o [f_\Delta(l - x) - f_\Sigma(l - x)] + \theta_{B2} n_o [f_\Delta(x) - f_\Sigma(x)] +$$
$$+ \kappa_o t_{f1} \frac{l - x}{l} + \kappa_o t_{f2} \frac{x}{l} + t_{op}; \qquad (3)$$

$$\Theta_B = \theta_{o1} n_B [f_\Delta(l - x) - f_\Sigma(l - x)] + \theta_{o2} n_B [f_\Delta(x) - f_\Sigma(x)] +$$
$$+ \theta_{B1}[n_\Sigma f_\Sigma(l - x) + n_\Delta f_\Delta(l - x)] + \theta_{B2}[n_\Sigma f_\Sigma(x) + n_\Delta f_\Delta(x)] +$$
$$+ \kappa_B t_{f1} \frac{l - x}{l} + \kappa_B t_{f2} \frac{x}{l} + t_{Bp}, \qquad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \theta_{o1} &= \Theta_{o1} - k_o t_{f1} - t_{op}; \\ \theta_{o2} &= \Theta_{o2} - k_o t_{f2} - t_{op}; \\ \theta_{B1} &= \Theta_{B1} - k_B t_{f1} - t_{Bp}; \\ \theta_{B2} &= \Theta_{B2} - k_B t_{f2} - t_{Bp} \end{aligned} \qquad (5)$$

— отклонения температуры по концам стержней под влиянием условий охлаждения этих концов.

Функции распространения краевых отклонений поля:

$$f_\Sigma(x) = \frac{Sh\beta_\Sigma(x)}{Sh\beta_\Sigma l}; \qquad f_\Delta(x) = \frac{Sh\beta_\Delta(x)}{Sh\beta_\Delta l} \qquad (6)$$

$f(l-x)$ получаются подстановкой $(l-x)$ вместо x.

Коэффициенты распространения краевых отклонений:

$$\beta_\Sigma = \sqrt{\frac{c_\Sigma + c_r}{2}}; \qquad \beta_\Delta = \sqrt{\frac{c_\Sigma - c_r}{2}}, \qquad (7)$$

где

$$c_\Sigma = -(r_o \Lambda_{oo} + r_B \Lambda_{BB}); \qquad (8)$$
$$c_\Delta = r_o \Lambda_{oo} - r_B \Lambda_{BB};$$
$$c_r = \sqrt{C_\Delta^2 + 4 r_o r_B \Lambda^2_{oB}}.$$

Относительные доли обеих функций отклонения в общем отклонении поля:

$$n_\Delta = \frac{c_r - c_\Delta}{2c_r}; \qquad n_\Sigma = \frac{c_r + c_\Delta}{2c_r}, \qquad (9)$$

$$n_o = \frac{r_o \Lambda_{oB}}{c_r}; \qquad n_B = \frac{r_B \Lambda_{oB}}{c_r}.$$

Условные превышения температуры стержней над температурой охлаждающей среды, то есть превышения при отсутствии аксиальной теплопроводности стержней:

$$t_{op} = \frac{-p_{oo}\Lambda_{BB} + p_B \Lambda_{oB}}{D_\Lambda}; \qquad t_{Bp} = \frac{p_{oo}\Lambda_{oB} - p_B \Lambda_{oo}}{D_\Lambda}, \qquad (10)$$

где

$$D_\Lambda = \begin{vmatrix} \Lambda_{oo} & \Lambda_{oB} \\ \Lambda_{oB} & \Lambda_{BB} \end{vmatrix}.$$

Коэффициенты, учитывающие влияние подогрева воздушного потока при зависимости потерь от температуры:

$$\kappa_o = \frac{-\Lambda_{of}\Lambda_{вв} + \Lambda_{вf}\Lambda_{ов}}{D_\Lambda}; \qquad \kappa_в = \frac{\Lambda_{of}\Lambda_{св} - \Lambda_{вf} + \Lambda_{оо}}{D_\Lambda} \tag{11}$$

Для использования выражения (3) и (4) необходимо знать температуры концов стержней, которые могут быть найдены при учете условий их связи с соседними телами. С этой целью на основании (3) и (4) составляются уравнения связи между краевыми температурами и тепловыми потоками, направленными из торцов стержней к соседним телам,

$$Q_{o1} = -\frac{1}{r_o}\frac{d\Theta_o}{dx}\ (x = 0), \tag{12}$$

$$Q_{o2} = +\frac{1}{r_o}\frac{d\Theta_o}{dx}\ (x = l),$$

аналогично для $Q_{в1}$ и $Q_{в2}$.

Далее определяются средние температуры стержней

$$\overline{\Theta}_o = \frac{1}{l}\int_0^l \Theta_o\,dx; \qquad \overline{\Theta}_в = \frac{1}{l}\int_0^l \Theta_в\,dx. \tag{13}$$

и с их помощью из (12) исключаются условные температуры t_{op} и $t_{вp}$.

В результате получается система из шести уравнений, связывающих температуры Θ_{01}, Θ_{02}, $\overline{\Theta}_0$, $\Theta_{в1}$, $\Theta_{в2}$, $\overline{\Theta}_в$, источники тепла $F'_{оо} = p_{оо}l$, $P'_{вв} = p_в l$, равные полным потерям в стержнях, и кривые потоки Q_{01}, Q_{02}, $Q_{в1}$, $Q_{в2}$. На основании полученной системы может быть составлена эквивалентная схема (рис. 1).

Параметры схемы:

полные проводимости между стержнями и охлаждающим воздухом —

$$\overline{G_{of}} = \Lambda_{of}l, \qquad \overline{G_{вf}} = \Lambda_{вf}l; \tag{14}$$

проводимость, учитывающая увеличение потерь в обмотке с ростом температуры (отрицательная),—

$$G_{oт} = -\alpha_o p_{oo} l. \tag{15}$$

Остальные выражения для параметров получаются чрезмерно громоздкими, поэтому для машин малой и средней мощности целесообразно разложить их в степенные ряды и взять один или два члена разложения в зависимости от требуемой точности.

$$G_{fo} = \frac{1}{12}\overline{G}_{of}; \qquad G_{fв} = \frac{1}{12}\overline{G}_{вf}. \tag{16}$$

проводимости, учитывающие несимметричный характер охлаждения, вызванный подогревом потока.

$$g_{ro} = \frac{6}{r_o l} - \frac{\Lambda_{oo}l}{10}; \quad g_{rв} = -\frac{6}{r_в l} - \frac{\Lambda_{вв}l}{10}; \tag{17}$$

$$g_{lo} = -\frac{2}{r_o l} - \frac{\Lambda_{oo}l}{30}; \quad g_{lв} = -\frac{2}{r_в l} - \frac{\Lambda_{вв}l}{30}$$

— эквивалентные аксиальные проводимости стержней.

Взаимные проводимости стержней

$$\overline{G} = 36\frac{\Lambda_{ов}l}{30}; \qquad \overline{G}' = 4\frac{\Lambda_{ов}l}{30}; \tag{18}$$

$$\overline{G}'' = -3\frac{\Lambda_{ов}l}{30}; \qquad \overline{G}''' = -\frac{\Lambda_{ов}l}{30}.$$

Сумма всех взаимных проводимостей

$$\overline{G} + 2\overline{G}' + 4G'' + 2\overline{G}''' = \Lambda_{ов}\, l.$$

равна полной проводимости между стержнями.

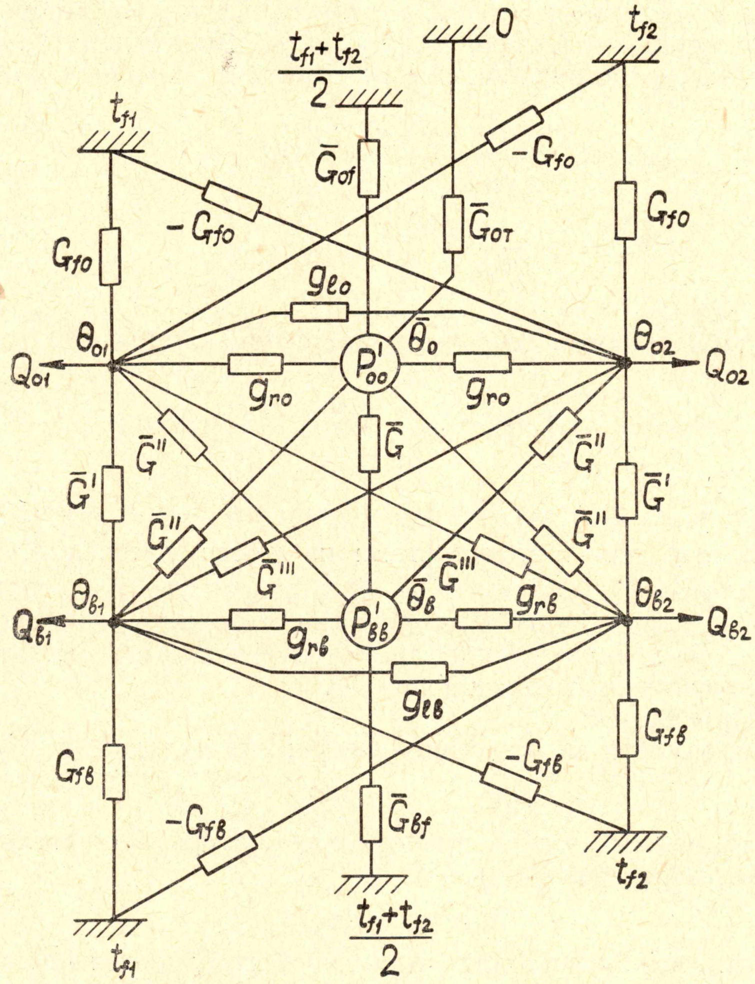

Рис. 1. Эквивалентная схема двух стержней.

Погрешность расчета температуры обмотки при использовании приближенных формул тепловых проводимостей не превосходит 1 проц. при $l<50$ см. Таким образом, предлагаемый метод расчета параметров схемы вполне пригоден для активной длины электрических машин малой и средней мощности.

При расчете распределения температуры по длине стержня вместо точных формул (3) и (4) удобнее пользоваться формулой эквивалентной параболы.

$$\Theta_o = \Theta_{o1}\frac{l-x}{l} + \Theta_{o2}\frac{x}{l} + 3(2\overline{\Theta}_o - \Theta_{o1} - \Theta_{o2})\frac{x}{l}\frac{l-x}{l} \qquad (19)$$

Предлагаемый тип схемы замещения особенно удобен при использовании ЭЦВМ ввиду довольно значительного количества уравнений, которые необходимо решать при определении узловых температур схемы и в то же время ввиду простоты расчета коэффициентов этих уравнений.