

К ВОПРОСУ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ ЧЕРЕЗ ПРЯМЫЕ РЕБРА В УСЛОВИЯХ ИНТЕНСИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА

А. А. ГУРЧЕНОК, А. Ф. ФЕДОРОВ

(Представлена проф. Г. И. Фуксом)

Интенсификация тепловых процессов вызывает необходимость исследования особенности теплопередачи через прямые ребра при больших тепловых потоках.

Расчет теплопередачи через прямые ребра (рис. 1) проводится обычно в предположении, что температура внутри ребра является постоянной по ширине и изменяется только по высоте [1]. В этом случае температурный напор и количество передаваемого тепла определяется из уравнений:

$$\vartheta_2 = \vartheta_1 \frac{1}{chmh + \frac{\alpha_2}{m\lambda} shmh} \quad (1)$$

$$Q = \lambda mf \vartheta_1 \frac{\frac{\alpha_2}{m\lambda} + thmh}{1 + \frac{\alpha_2}{m\lambda} thmh} \quad (2)$$

Если теплоотдачей с торца пренебречь, то (1) и (2) принимают следующий вид:

$$\vartheta_2 = \vartheta_1 \frac{1}{chmh}, \quad (1a)$$

$$Q = \lambda mf \vartheta_1 thmh. \quad (2a)$$

Здесь: $m = \sqrt{\frac{\alpha_1}{\lambda a}}$;

α_1, α_2 — коэффициенты теплоотдачи соответственно с боковой (1), торцевой (2) поверхностями;

λ — коэффициент теплопроводности материала;
 $2a, h$ — толщина, высота ребра;

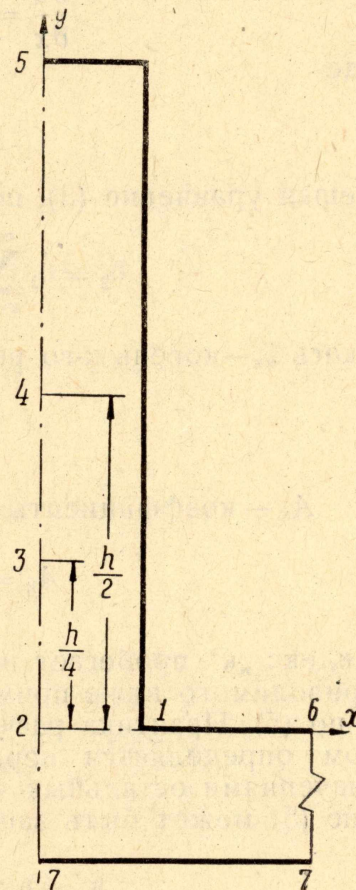


Рис. 1.

$\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta$ — температурный напор в основании (1), конце ребра (2), текущее значение.

Значение ϑ_1 обычно принимается равным величине температурного напора на гладкой поверхности.

В данной работе проведено сравнение результатов, получаемых по (1а), с данными расчета теплопередачи через прямые ребра как двухмерной задачи. Получено уравнение для расчета изменения температуры вдоль гладкой поверхности, которое позволяет определить температуру в основании ребра с учетом оттока тепла к ребру. В заключение дано сравнение результатов расчета с данными, полученными на электротепловой модели.

1.

Температурное поле внутри ребра является двухмерным [2] Дифференциальное уравнение двухмерного поля имеет вид [3]

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} = 0, \quad (3)$$

где x, y — текущее значение ширины, длины ребра.

Граничные условия:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial x} = \pm n \vartheta \quad (4) \quad \text{при} \quad x = \pm a,$$

где

$$n = \frac{\alpha}{\lambda}.$$

Решая уравнение (3), получим

$$\vartheta_2 = \vartheta_1 \sum_{k=1}^{\infty} A_k \exp\left(-\frac{\delta_k}{a} y\right) \cdot \cos \frac{\delta_k x}{a}. \quad (5)$$

Здесь δ_k — корень k -го решения, определяется из уравнения

$$\operatorname{ctg} \delta_k = \frac{\delta_k}{n \cdot a}. \quad (6)$$

A_k — коэффициенты ряда, определяемые из выражения

$$A_k = \frac{2 \sin \delta_k}{\delta_k + \sin \delta_k \cos \delta_k}. \quad (7)$$

Индекс „ k “ пробегает весь натуральный ряд чисел. В табл. 1 для приводимого ниже примера даны результаты, получаемые по (1) и по (5). Практика расчета по (5) показала, что значение в основном определяется первым слагаемым ($k=1$). Если пренебречь значениями остальных членов ряда (5), то для случая $x=0$ решение (5) может быть записано в виде

$$\vartheta_2 \approx \vartheta_1 A_1 \exp\left(-\frac{\delta_1}{a} y\right). \quad (5a)$$

Представляет интерес определить условия одинаковости решений по (1а) и (5а).

Приравнивая (1 а) и (5 а) и разлагая выражения

$$\exp\left(-\frac{\delta_1}{a} y\right) \text{ и } \operatorname{ch} my = \frac{\exp(my) + \exp(-my)}{2}$$

в ряд до третьего члена, получим

$$2\left(1 + \frac{\delta_1 y}{a} + \frac{\delta_1^2 y^2}{2a^2}\right) = A_1\left(1 + my + \frac{m^2 y^2}{2} + 1 - my + \frac{m^2 y^2}{2}\right).$$

После преобразований условия равенства (1 а) и (5 а) имеют вид

$$\alpha_{\text{пр}} = \frac{2\lambda a}{y^2 A_1} \left(1 - A_1 + \frac{\delta_1}{a} y + \frac{\delta_1^2}{2a^2} y^2\right). \quad (8)$$

Найденные условия можно рассматривать как предельные; для применения соотношений (1) и (2) необходимо условие $\alpha \leq \alpha_{\text{пр}}$. Для

Таблица 1

Коэффициент теплоотдачи $вт/м^2 \cdot ^\circ C$	Точки по рис. 1	10,5 см			4,8 см			1,5 см		
		I	II	III	I	II	III	I	II	III
582	2		80,5			83,3			86,6	
	3	64,1	46,4	49,5	80,4	66,0	68,8	85,5	82,4	83,2
	4	44,0	32,3	35,7	72,0	54,0	65,5	83,2	75,4	78,7
	5	25,0	26,2	29,3	47,0	38,5	53,5	71,0	68,3	73,4
	Среднее отклонение I, II от III в %		11,3	5,47	—	11,4	10,7	—	3,92	3,57
1163	2		75,8			77,2			79,5	
	3	50,4	37,3	40,2	71,0	58,0	57,5	78,3	73,1	73,3
	4	28,3	26,7	28,0	59,0	44,0	48,9	74,0	65,0	66,7
	5	21,2	20,7	23,0	33,8	27,2	37,8	68,5	51,4	59,0
	Среднее отклонение I, II, от III в %		5,4	2,8	—	11,5	7,0	—	9,2	4,0
2326	2		71,2			71,8			72,0	
	3	38,3	30,8	32,5	55,7	48,2	48,2	67,6	64,7	63,7
	4	24,0	22,5	23,8	36,5	31,2	38,6	64,5	56,1	55,1
	5	20,2	20,2	20,7	25,1	23,2	27,3	52,8	43,6	44,8
	Среднее отклонение I, II от III в %		2,8	1,32	—	5,57	3,2	—	10,7	1,39

приводимого ниже примера условие (8) имеет значение: ребро с высотой $h = 10,5 \text{ см}$ $\alpha \leq 400 \text{ вт/м}^2 \cdot ^\circ C$; $h = 4,8 \text{ см}$ — $\alpha \leq 150 \text{ вт/м}^2 \cdot ^\circ C$; $h = 1,5 \text{ см}$ — $\alpha \leq 0$.

В [4], [5] показано, что в ряде случаев изменение температуры вдоль гладкой поверхности составляет большую величину, сопоставимую с разностью $\vartheta_1 - \vartheta_2$. Найдем соотношения для ее определения [6].

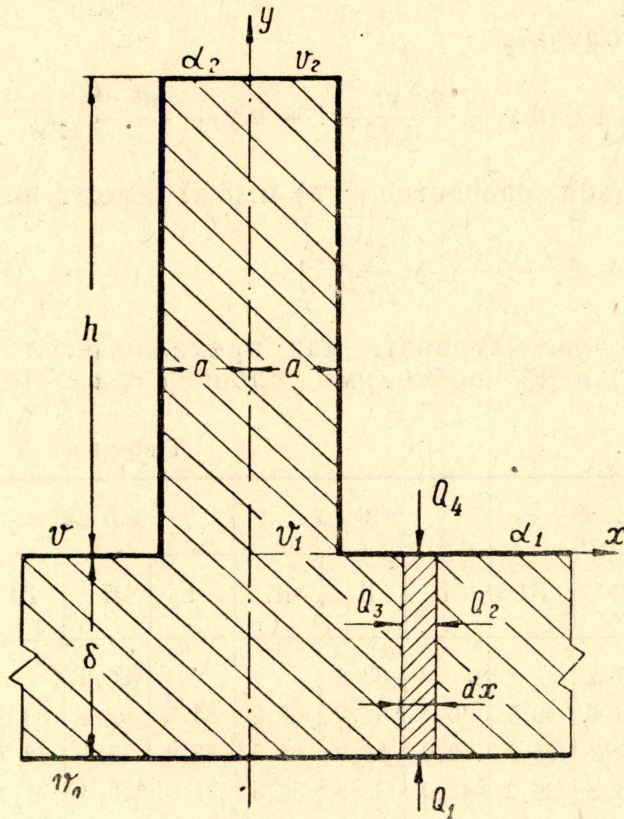


Рис. 2.

Выделим в прилегающей области гладкой поверхности элемент с сечением dx (рис. 2). Сделаем допущения, что: а) соседнее ребро не оказывает влияния на теплопередачу исследуемого ребра, б) изменение температуры по толщине гладкой поверхности невелико и им можно пренебречь. Тогда, согласно рис. 2, баланс тепла в выделенном элементе будет равен

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4. \quad (9)$$

Значение величин, входящих в (9), следующее:

$$Q_1 = qe dx. \quad (10)$$

Здесь q — тепловой поток через гладкую поверхность; e — длина ребра, поверхности.

$$Q_2 = -\lambda\delta \frac{d\vartheta}{dx}, \quad (11)$$

$$Q_3 = -\lambda\delta \frac{d}{dx} \left[\vartheta + \frac{d\vartheta}{dx} (-dx) \right], \quad (12)$$

$$Q_4 = \alpha\vartheta e dx. \quad (13)$$

После подстановки в (9) и преобразований можно получить дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2\vartheta}{dx^2} + \frac{\alpha\vartheta}{\lambda\delta} = \frac{q}{\lambda\delta}. \quad (14)$$

Решение уравнения (14) имеет вид

$$\vartheta = \left(\vartheta_1 - \frac{q}{\alpha} \right) \cos \left[\sqrt{\frac{\alpha}{\lambda\delta}} (x - a) \right] + \frac{q}{\alpha}. \quad (15)$$

В уравнении (15) значения ϑ и ϑ_1 являются определяемыми величинами. Поэтому для решения по уравнению (15) необходимо сначала определить одну из них. Возможен следующий путь. Для

гладкой поверхности, без учета влияния теплоотдачи к основанию ребра, выражение для теплового потока имеет вид

$$q = \frac{\vartheta_0}{\frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha}}, \quad (16)$$

где ϑ_0 — полный температурный напор. Для стационарного режима из (16) получим

$$\vartheta = q \cdot 1/\alpha. \quad (17)$$

Для участка, занятого ребром, при указанных для (16) условий уравнение теплового потока будет иметь вид

$$q_p = \frac{\vartheta_0}{\frac{1}{\lambda/\delta} + \frac{1}{\lambda m \operatorname{th} mh}}, \quad (18)$$

откуда

$$\vartheta_1 = \frac{q_p}{\frac{1}{\lambda m \operatorname{th} mh}}. \quad (19)$$

Очевидно, что величина температурного напора на гладкой поверхности окажется завышенной, а для точек у основания ребра — заниженной против истинного, поскольку на самом деле тепловой поток частично направлен вдоль поверхности к основанию ребра.

Попытаемся учесть эту часть теплового потока. Определим из (15) значение $(x-a)$, при котором влияние ребра отсутствует, то есть соблюдается условие (17)

$$\cos \left[\sqrt{\frac{\alpha}{\lambda \delta}} (x-a) \right] = 0. \quad (20)$$

Правую часть в (20) можно представить как частное значение той же функции косинуса.

Тогда получим

$$\sqrt{\frac{\alpha}{\lambda \delta}} (x-a) = \frac{\pi}{2}.$$

Значит при

$$x < a + \frac{\pi/2}{\sqrt{\frac{\alpha}{\lambda \delta}}}$$

температура на гладкой поверхности будет ниже температуры на поверхности за границей зоны влияния оттока тепла к ребру. Если граница зоны влияния ребра расположена на расстоянии b , тогда температура на поверхности этой границы будет равна

$$\vartheta_b = \left(\vartheta_1 - \frac{q}{\alpha} \right) \cos \sqrt{\frac{\alpha}{\lambda \delta}} \cdot b + \frac{q}{\alpha}. \quad (15a)$$

По найденному значению ϑ_b можно определить уточненное значение теплового потока на гладкой поверхности

$$q' = \vartheta_b \cdot \alpha_1. \quad (21)$$

Разность $q - q'$ будет являться тепловым потоком, протекающим через основание ребра. Тогда весь поток через ребро будет равен

$$q'_p = q_p + (q - q'). \quad (22)$$

По найденному значению q'_p следует определить новое значение ϑ'_1 . Затем по новому значению ϑ'_1 находим новое значение ϑ'_b и проводим снова расчет по (21), (22), (19) для определения значения ϑ'_1 . Расчет заканчиваем при совпадении значений $\vartheta_1^{n-1} = \vartheta_1^n$.

3.

Для сравнения приведенных расчетных методов было проведено электрическое моделирование процесса теплопередачи в прямом ребре (рис. 3).

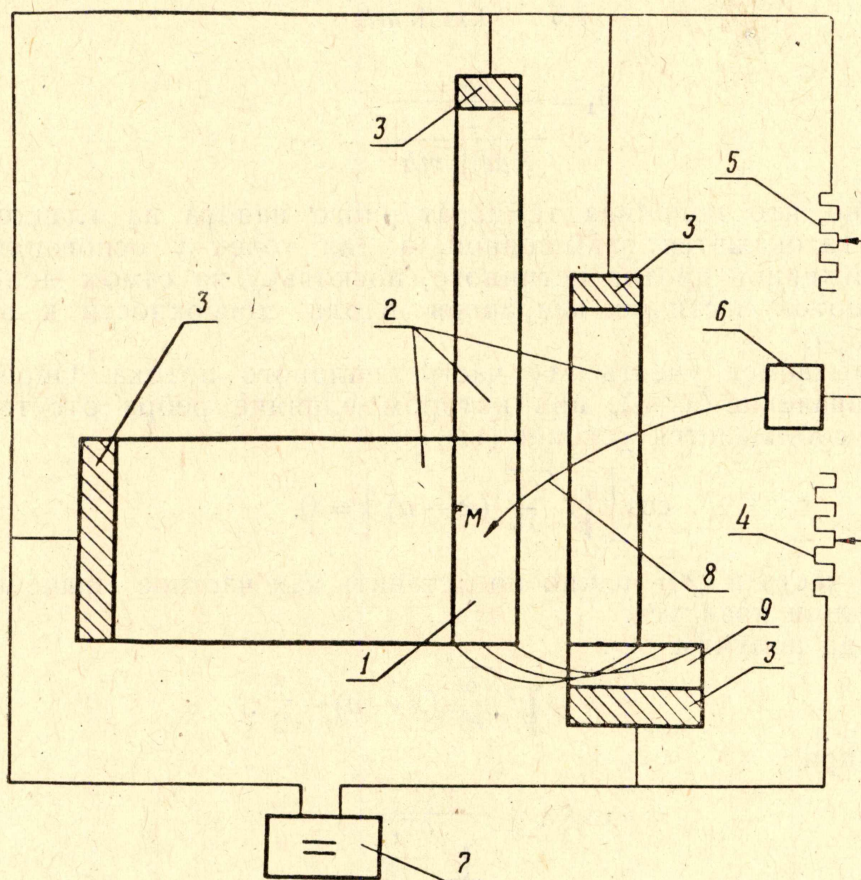


Рис. 3. Схема электромоделей:

1 — расчетная область; 2 — фиктивные сопротивления; 3 — токоприемные шины; 4, 5 — магазины сопротивлений; 6 — гальванометр; 7 — источник постоянного регулируемого напряжения; 8 — измерительная игла; 9 — область, соответствующая сечению трубы.

Электрическая модель ребра изготовлялась из электропроводной бумаги с удельным сопротивлением $\rho = 15000 \frac{\text{ОМ}}{\text{СМ}}$. На бумаге вычерчивался контур сечения ребра. Так как задача симметричная, строилась лишь одна половина сечения.

Граничные условия на модели задавались с помощью специальных участков (2), расположенных между токоприемными линиями (3) и границами контура сечения ребра (поверхности охлаждения). Ширина участков (2) определялась из условия [7]

$$l = \frac{\lambda}{\alpha} \quad (23)$$

Источником постоянного регулируемого напряжения служил выпрямитель типа ВС - 12. Провода от выпрямителя подключены к соответствующим шинам.

Измерение электрического потенциала в различных точках расчетной области осуществлялось по схеме равновесного моста. Между шинами включены два магазина сопротивления, образующие два плеча моста. Два других плеча образует электропроводная бумага от точки измерения потенциала M до соответствующих шин. В диагональ моста включен нуль-сальванометр. Контакт в точке M осуществляется при помощи укрепленной на конце провода измерительной иглы, которую можно перемещать по поверхности модели.

Расчетная область модели разбивалась на сетку. В каждой точке сетки определялся электрический потенциал (при положении иглы в этих точках гальванометр должен показывать нуль), который может быть вычислен из условия

$$\frac{\vartheta - \vartheta_2}{\vartheta_1 - \vartheta_2} = \frac{R_1}{R_1 - R_2}, \quad (24)$$

где R_1 и R_2 известны. Решались и моделировались следующие 9 примеров.

Дан участок оребренной поверхности (рис. 1) со следующими данными: ребро прямоугольное, имеет ширину $2a = 2,0$ см, высоту h соответственно: а) 10,5 см, в) 4,8 см, с) 1,5 см; расстояние между ребрами 2,0 см, толщина основания 1,4 см; теплопроводность материала $\lambda = 58,2$ вт/м²°С, теплоотдача конвекцией: д) $\alpha = 582$ вт/м²°С, е) $\alpha = 1163$ вт/м²°С, ф) $\alpha = 2326$ вт/м²°С; температура обогреваемой поверхности 100°С, окружающей среды — 20°С.

Таблица 2

Величина коэффициента теплоотдачи вт/м ² °С	Точка 6, рис. 1	Оребренная поверхность								
		$h=10,5$ см			$h=4,8$ см			$h=1,5$ см		
		I	II	III	I	II	III	I	II	III
582	90	78,3	81	80,0	79,8	84	83,3	87,5	89,3	89,0
1163	82,4	71,6	75	74,7	72,5	77,3	76,5	79	80,4	80,8
2326	71,5	64,2	68,9	68,7	64,6	70	69,2	69	69,5	69,7

Требуется определить значение температуры внутри ребра по оси у на высоте 0, $h/4$, $h/2$, h . Требуется определить температурный градиент на гладкой поверхности в основании ребра.

В табл. 1 приведены результаты: расчета одномерного (I), двухмерного (II) температурного поля, по данным электрической модели (III). Из таблицы видно, что для всех 9 примеров наибольшее отклонение результатов расчета от данных электрической модели получено для случая расчета по формулам одномерного температурного поля.

В табл. 2 даны значения температуры на гладкой поверхности и в основании ребра, подсчитанные по формулам одномерного (I), по методу последовательного приближения к двухмерному потоку (II), по данным электрической модели (III). Из таблицы видно, что расчет по методу последовательных приближений к двухмерному потоку позволяет определять изменение температуры на гладкой поверхности с достаточной точностью.

Заключение

При исследовании теплоотдачи через прямые ребра в условиях интенсивного теплообмена необходимо учитывать изменение температуры на гладкой поверхности и проводить решение по формулам двухмерной задачи. Решение сводить к одномерной задаче возможно лишь при условии

$$\alpha \leq \alpha_{\text{пр}}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. М. А. Михеев. Основы теплопередачи. Госэнергоиздат, 1956, 301—302.
2. Э. Р. Эккерт, Р. М. Дрейк. Теория тепло- и массообмена. Госэнергоиздат, 1961, 67—69.
3. Г. Готтер. Нагревание и охлаждение электрических машин. Госэнергоиздат, 1961, 246—260.
4. А. А. Гурченко. Известия вузов, Энергетика, 3, 1960.
5. А. А. Гурченко. Известия вузов, Электромеханика, 2, 1959.
6. В. К. Щербаков. Известия вузов, Энергетика, 9, 1961.
7. Б. С. Петухов. Опытное изучение процессов теплопередачи. Госэнергоиздат, 1952, 126—134.