

## О СТАТИЧЕСКОМ И МАХОВОМ МОМЕНТАХ ПРИВОДА ШАТУННО-КРИВОШИПНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Л. И. ГАНДЖА

Известно, что переходные режимы электрических приводов механизмов с шатунно-кривошипными передачами относятся к категории наиболее трудно исследуемых, поскольку такие механизмы обуславливают зависимость статического и махового моментов, приведенных к валу двигателя, от пройденного пути (угла поворота ротора двигателя).

Поэтому, правильное определение функций  $M_{ст}$  и  $GD^2$  от пути имеет принципиальное значение с точки зрения расчетов переходных режимов, нагрузочных диаграмм, привода и последующего определения мощности двигателя.

На рис. 1 приведена схема шатунно-кривошипного механизма, рассмотренная Н. П. Куницким [1] и целиком заимствованная отсюда. При пово-

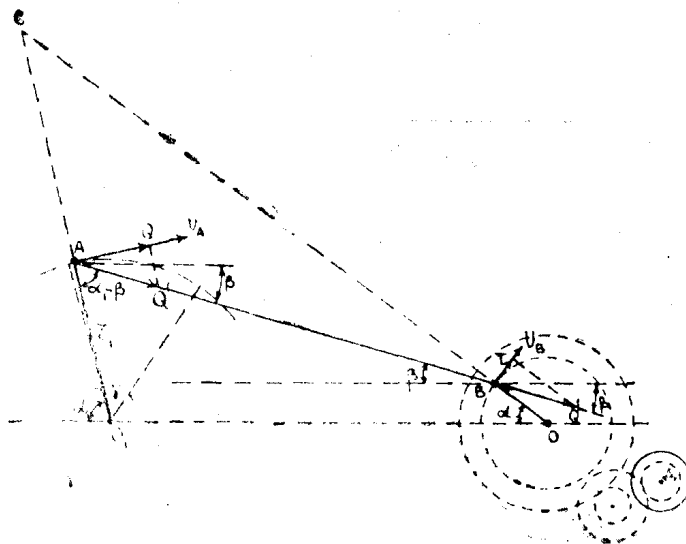


Рис. 1

роу кривошипа ВО на  $360^\circ$  через редуктор от двигателя Д кривошип  $AO_1$  будет выполнять свою функцию, совершая через посредство шатуна АВ качательное движение в пределах угла  $\gamma$ .

Если  $Q$  означает тангенциальное усилие на пальце А кривошипа  $AO_1$ ,  $Q'$  — усилие, действующее по оси шатуна, и  $M_{ст.о_1}$  — полезный статический момент на рабочем валу  $O_1$  механизма, то

$$M_{ст. о_1} = Q r_1 = Q' r_1 \sin (\alpha_1 - \beta), \quad (1)$$

откуда

$$Q' = \frac{Q}{\sin (\alpha_1 - \beta)}. \quad (2)$$

Перенос силы  $Q'$  по оси шатуна на палец В кривошипа ВО позволяет определить тангенциальное усилие на пальце В:

$$T = Q' \sin (\alpha - \beta) \quad (3)$$

или, подставляя (2) в (3),

$$T = Q \frac{\sin (\alpha - \beta)}{\sin (\alpha_1 - \beta)}. \quad (4)$$

Тангенциальное усилие  $T$  может быть определено иначе. Если продолжить направления кривошипов ВО и АО<sub>1</sub> до пересечения в точке С, то последняя явится мгновенным центром вращения системы. Тогда окружные скорости  $v_A$  и  $v_B$  пальцев А и В кривошипов могут быть найдены по выражениям:

$$\left. \begin{aligned} v_A &= \omega \cdot AC \\ v_B &= \omega \cdot BC \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где  $\omega$  — мгновенная угловая скорость системы.

Пренебрегая потерями на трение в звеньях шатунно-кривошипного механизма, получим равенство мощностей, развиваемых усилиями  $Q$  и  $T$

$$Q \cdot v_A = T \cdot v_B; \quad (6)$$

из (5) имеем:

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{AC}{BC}; \quad (7)$$

кроме того, из (6) имеем:

$$T = Q \frac{v_A}{v_B}. \quad (8)$$

Тогда, на основании (7) и (8), получим

$$T = Q \frac{AC}{BC}, \quad (9)$$

а на основании (4) и (9)

$$\frac{AC}{BC} = \frac{\sin (\alpha - \beta)}{\sin (\alpha_1 - \beta)}. \quad (10)$$

Обращаясь к треугольнику  $ABC$ , находим

$$\sin \angle BAC = \sin [180^\circ - (\alpha_1 - \beta)] = \sin (\alpha_1 - \beta). \quad (11)$$

Сравнивая (10) и (11), видим, что равенство (10) выражает собой известную теорему синусов в приложении к треугольнику  $ABC$ . Таким образом, равенство (10) подтверждает правильность полученных выводов.

Статический момент, приведенный к оси  $O$ , будет равен

$$M_{cm.o} = \frac{Tr}{\eta_{ш}}, \quad (12)$$

где  $\eta_{ш}$  — к. п. д. шатунно-кривошипного механизма.

Учитывая (4), получим

$$M_{cm.o} = \frac{Q \cdot r_1 \sin (\alpha - \beta)}{\eta_{ш} \sin (\alpha_1 - \beta)}. \quad (13)$$

Статический момент, приведенный к валу двигателя, будет равен

$$M_{cm} = \frac{Q \cdot r \sin(\alpha - \beta)}{\eta_{ш} \eta_p \cdot i \sin(\alpha_1 - \beta)}, \quad (14)$$

где  $\eta_p$  — к. п. д. и  $i$  — передаточное число редуктора.

Обозначим через  $(GD^2)_{np. o_1}$  маховой момент всех частей механизма, ведомых по отношению к шатуну, приведенный к валу  $O_1$ .

Тогда вес  $G_A$  системы, приведенный к пальцу А, будет:

$$G_A = \frac{(GD^2)_{np. o_1}}{(2r_1)^2}. \quad (15)$$

Этот вес может быть приведен к пальцу В на основании равенства живых сил, если пренебречь потерями в звеньях шатунно-кривошипного механизма. Тогда

$$\frac{G_A v_A^2}{2g} = \frac{G_B v_B^2}{2g}, \quad (16)$$

где  $g$  — ускорение от силы тяжести.

Вес  $G_B$  системы, приведенный к пальцу В<sub>1</sub>, будет равен

$$G_B = G_A \frac{v_A^2}{v_B^2} = G_A \frac{(AC)^2}{(BC)^2},$$

или с учетом (10)

$$G_B = G_A \frac{\sin^2(\alpha - \beta)}{\sin^2(\alpha_1 - \beta)}. \quad (17)$$

Маховой момент механизма, приведенный к оси О, будет равен

$$(GD^2)_{np. o} = G_B (2r)^2. \quad (18)$$

Подставляя (17) в (18) и учитывая потери в звеньях шатунно-кривошипного механизма, получим

$$(GD^2)_{np. o} = 4r^2 \frac{G_A \sin^2(\alpha - \beta)}{\eta_{ш} \sin^2(\alpha_1 - \beta)}. \quad (19)$$

Обозначая через  $(GD^2)_o$  суммарный маховой момент редуктора, муфты, тормозного шкива и якоря (или ротора) двигателя, получим маховой момент, приведенный к валу двигателя

$$(GD^2)_{np} = (GD^2)_o + 4r^2 \frac{G_A \sin^2(\alpha - \beta)}{\eta_p \cdot \eta_{ш} \cdot i \sin^2(\alpha_1 - \beta)}. \quad (20)$$

Данный случай рассмотрен Н. П. Куницким [1] и проф. В. К. Поповым [2]. Указанные авторы пришли к совершенно неверным результатам, получив

$$M_{cm} = \frac{G \cdot r}{\eta \cdot i} \sin(\alpha_1 - \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta),$$

$$(GD^2)_{np} = (GD^2)_o + 4r^2 \frac{G_A}{i^2} \sin(\alpha_1 - \beta) \sin(\alpha - \beta),$$

$$Q' = Q \cdot \sin(\alpha_1 - \beta) \text{ и}$$

$$\frac{ac}{bc} = \sin(\alpha_1 - \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta),$$

где  $\eta = \eta_{ш} \cdot \eta_p$ .

Последнее из приведенных выводов Н. П. Куницкого и проф. В. К. Попова противоречит теореме синусов в приложении к треугольнику  $ABC$ , что нетрудно установить из сравнения его с выражением (10).

Если учесть третье равенство, полученное упомянутыми авторами, то, как то следует из рис. 1, получим:

$$Q' r_1 \cdot \sin(\alpha_1 - \beta) = Q \cdot r_1,$$

или

$$Q \cdot \sin(\alpha_1 - \beta) \cdot r_1 \cdot \sin(\alpha_1 - \beta) = Q r_1,$$

или

$$\sin^2(\alpha_1 - \beta) = 1,$$

что является абсурдом.

Причина неправильных результатов, к которым пришли упомянутые авторы в [1], [2], заключается в том, что они в своих рассуждениях не исходили из равенства (1).

Кроме того, в выражении для  $(GD^2)_{np}$  ими не учтены потери в кинематической цепи от исполнительного вала  $O_1$  до вала двигателя.

Из выражений (14) и (20) следует, что  $M_{cm}$  и  $(GD^2)_{np}$  представляют собой периодические функции от угла  $\alpha$ .

Если допустить, что  $M_{cm,0} = \text{const}$ , что может иметь место, например, при холостом ходе механизма, то

$$M_{cm,01} = Q r_1 = \text{const}$$

и

$$Q = \text{const}.$$

При холостом ходе будем иметь

$$Q_{xx} = \frac{M_{xx0}}{r_1}$$

и тогда, согласно (14),

$$M_{xxnp} = \frac{Q_{xx} \cdot r \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\eta_{ш} \eta_p \cdot i \cdot \sin(\alpha_1 - \beta)} = M_{xx} \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha_1 - \beta)}, \quad (21)$$

где

$$M_{xx} = \frac{Q_{xx} \cdot r}{\eta_{ш} \eta_p \cdot i} = \text{const}.$$

На рис. 2 графически представлена зависимость  $M_{xxnp} = f(\alpha)$  согласно (21).

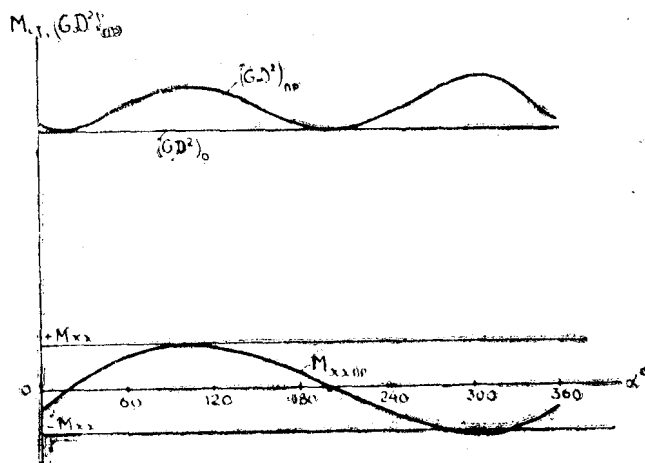


Рис. 2

Из него следует, что приведенный к валу двигателя статический момент, в общем случае, является периодической функцией, при этом амплитудные значения в положительный и отрицательный полупериоды неодинаковы.

Эта кривая опровергает аналогичную кривую, приведенную упомянутыми авторами, где, в части холостого хода, статический момент представлен постоянной величиной.

На том же рис. 2 представлена кривая  $(GD^2)_{np} = f(\alpha)$  согласно выражению (20).

Эта кривая также отлична от аналогичной кривой, приведенной в [1] и [2], и показывает, что амплитуды кривой  $(GD^2)_{np}$  в первый и второй полупериоды неодинаковы.

## Выводы

1. В настоящей статье вскрыта ошибка в выводах зависимостей  $M_{ст. пр} = f(\alpha)$  и  $(GD^2)_{пр} = f_1(\alpha)$  для распространенной кинематической схемы привода согласно рис. 1.

2. Даны правильные формулы для расчета указанных зависимостей с учетом потерь в звеньях шатунно-кривошипного механизма.

3. Показано, что амплитудные значения как  $M_{ст. пр}$ , так и  $(GD^2)_{пр}$  в первый и второй полупериоды в общем случае различны.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Н. П. К у н и ц к и й—Электрооборудование прокатных и термических цехов, 1938.
2. В. К. П о л о в—Основы электропривода, 1945.