

УДК 536.24

АНАЛИЗ ПЕРЕНОСА ТЕПЛА В АКТИВНОМ ЭЛЕМЕНТЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТА

В.Е. Юхнов, А.В. Крайнов

Томский политехнический университет

E-mail: mag@tpu.ru

Описан приближенный способ определения тепловых потерь в плоском активном элементе конечных размеров при симметричных условиях охлаждения. Характеристика тепловых потерь определяется числом Био. Проведено исследование нестационарного теплового состояния в шихтованном пакете магнитопровода с равномерно распределенными источниками тепла на основе конечно-разностного метода. Приведены результаты численного моделирования процесса нестационарной двумерной теплопроводности, протекающего в поперечном сечении активного элемента электромагнита.

Ключевые слова:

Нестационарная теплопроводность, тепловые потери, избыточная температура, температурное поле, моделирование, активный элемент, электромагнит.

Key words:

Unsteady thermal conductivity, heat loss, excess temperature, temperature field, simulation, active element, electromagnet.

Тепло, выделяющееся в результате потерь энергии от гистерезиса, вихревых токов в магнитопроводе при работе электрического аппарата, рассеивается в окружающую среду. Осуществляющийся при этом теплоперенос путем теплопроводности происходит главным образом внутри твердых тел: медь, сталь, изоляция. Ввиду того, что магнитопровод представляет структуру, состоящую из чередующихся слоев электротехнической стали и диэлектрической изоляции с различными теплопроводящими свойствами, перепады температуры в изоляции активных элементов электрических машин получаются значительными [1], что затрудняет охлаждение активных элементов и ограничивает величину линейной нагрузки и плотности тока. Например, снижение массы и габаритов электромагнитных устройств, при повышении электрических нагрузок связано с проблемой отвода тепла от наружных поверхностей активных элементов – сердечников силовых трансформаторов, фланцев турбогенераторов, ярем магнитопроводов ускорительной техники, а также искусственного перераспределения источников тепловыделения.

В виду сложности эффектов [1, 2], их многообразия и взаимного влияния перед разработчиками новых электромагнитных устройств, ставится задача по физическому и математическому моделированию тепловых процессов в анизотропной тепловыделяющей области. Известно, что тепловое состояние активных элементов зависит от коэффициента теплоотдачи между нагретыми поверхностями магнитопровода, катушки электромагнита и окружающей средой. Поэтому на практике интенсивность теплообмена оценивается единственным параметром – максимальным перегревом электромагнита, т. е. превышением его температуры над температурой окружающей среды.

Целью работы является разработка экспресс-метода определения интенсивности охлаждения анизотропного твердого тела с внутренним источником тепла окружающей средой и величины те-

пловых потоков на ограничивающих поверхностях с известными теплофизическими свойствами.

Покажем возможность определения условий теплообмена тела с окружающей средой. Для этого рассмотрим приближенный способ вычисления отношения термических сопротивлений теплопроводности к теплообмену в неустановившемся режиме по известным из опыта температурам на поверхности тепловыделяющего элемента (твэла). Физическая постановка задачи. Дан шихтованный пакет активной стали, изображенный на рис. 1, электромагнитного устройства, выполненный в форме прямоугольного параллелепипеда толщиной b , высотой H и длиной l , в котором слоевая структура может быть представлена в виде сплошной среды с заданными свойствами. Толщина и высота пакета существенно превышают его длину. В начальный момент времени $\tau=0$ температура пакета равна температуре окружающей среды и равна T_0 . Тепловыделение в пакете не зависит от времени, пространственных координат и температуры. Теплообмен между поверхностями пакета и окружающей средой происходит по закону Ньютона. Температура охлаждающей среды для каждой поверхности известна.

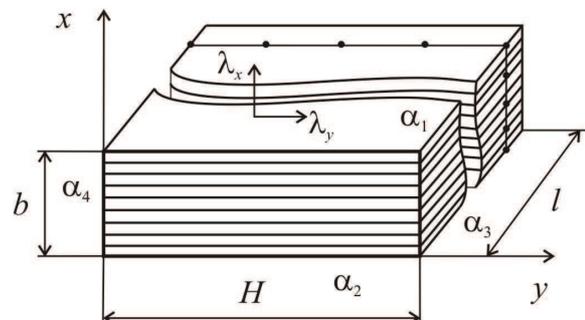


Рис. 1. Общая схема расчета температурного поля в шихтованном пакете магнитопровода

Исходные данные: $b=0,16$ м, $H=0,48$ м, $l=1$ м, коэффициент поперечной теплопроводности

$\lambda_x=1,16$ Вт/(м·К), а вдоль листов $\lambda_y=45,37$ Вт/(м·К), удельная объемная теплоемкость электротехнической стали $\rho c_p=3,5 \cdot 10^6$ Дж/(м³·К), удельная мощность внутренних источников теплоты $q_v=3,024 \cdot 10^4$ Вт/м³, температура окружающей среды $T_{oc}=308,15$ К.

При симметричных условиях охлаждения температурное поле симметрично относительно центра плоского твэла, что соответствует классической теории теплопроводности [3]. Таким образом, задача сводится к отысканию распределения температуры в охлаждаемом неограниченном прямоугольном анизотропном стержне, внутри которого действует постоянный во времени источник теплоты. Решение задачи возможно, зная распределение температуры на поверхности, коэффициент теплопроводности материала, установив связь между полем температур в твердом теле и условиями теплоотдачи на его поверхности.

Для получения информации о распределении температуры на поверхности шихтованного пакета установлены термоэлектрические преобразователи температуры (термопары). Ввиду симметричности температурного поля термопары расположены на двух смежных поверхностях при $x=b$ и $y=H$. На основе данных о локальных значениях превышения температуры на каждой поверхности исследуемой области, полученных при проведении эксперимента, и их дальнейшей обработке по методу наименьших квадратов определяются аппроксимирующие зависимости. Данный метод предполагает применение аппроксимирующих зависимостей безразмерной температуры

$$\theta_n(X^*, Y) = a_n + b_n Y + c_n Y^2 + d_n Y^3 + e_n Y^4, \quad (1)$$

где $n=1, 2$ – номера поверхности твэла;

$$\theta_n(X, Y^*) = a_n + b_n X + c_n X^2 + d_n X^3 + e_n X^4, \quad (2)$$

где $n=3, 4$. Используемые обозначения: $\theta(X, Y) = (T(x, y) - T_{oc}) / T_{oc}$ – безразмерная температура; $T(x, y)$ – температура в конкретной точке с координатами x, y, K ; $X=x/b, Y=y/b(\lambda_x/\lambda_y)^{1/2}$ – безразмерные координаты; $X_L=1$ и $Y_L=H/b(\lambda_x/\lambda_y)^{1/2}$ – отнесенные размеры в направлении осей X и Y . Коэффициенты аппроксимации приведены в табл. 1. для координат, принадлежащих поверхностям твэла. Соотношение физических величин $Fo = \lambda_x \tau / (\rho c_p b^2)$ – число Фурье, безразмерное время.

Таблица 1. Коэффициенты аппроксимации на поверхностях при $Fo=1$

Поверхность	$X=X_L$	$X=0$	$Y=Y_L$	$Y=0$
n	1	2	3	4
a_n	0,0487	0,0487	0,049	0,049
b_n	0,066	0,066	0,4213	0,4213
c_n	-0,15	-0,15	-0,7627	-0,7627
d_n	0,02	0,02	0,6827	0,6827
e_n	0,01	0,01	-0,3413	-0,3413

В табл. 2. приведены результаты измерения температуры и полученное в результате аппроксима-

ции поле безразмерной температуры на поверхности $X=X_L$ шихтованного пакета.

Таблица 2. Распределение температуры на поверхности $X=X_L$ шихтованного пакета

Y	0	0,12	0,24	0,36	0,48
$\theta_1(X, Y)$	0,049	0,054	0,056	0,054	0,049
$T_1(x, y), K$	323,25	324,75	325,45	324,75	323,25

В табл. 3. приведены результаты измерения температуры и полученное в результате аппроксимации поле безразмерной температуры на поверхности $Y=Y_L$ шихтованного пакета.

Таблица 3. Распределение температуры на поверхности $Y=Y_L$ шихтованного пакета

X	0	0,25	0,5	0,75	1
$\theta_3(X, Y)$	0,049	0,116	0,133	0,116	0,049
$T_3(x, y), K$	323,25	343,85	349,15	343,85	323,25

Известные распределения температуры (1), (2) на поверхности твэла позволяют установить связь между полем температур в твердом теле и условиями теплоотдачи на поверхности, которая представляет собой отношение термических сопротивлений теплопроводности к теплообмену. Это отношение термических сопротивлений есть число Био. Для определения условий теплообмена вычисление чисел Био необходимо проводить в соответствии с теорией подобия из закона теплообмена Ньютона.

$$\begin{aligned} Bi_1 &= - \left. \frac{\partial \theta_3 / \partial X}{\theta_3(X, Y^*)} \right|_{X=1} = \\ &= - \left. \frac{b_3 + 2c_3 X + 3d_3 X^2 + 4e_3 X^3}{a_3 + b_3 X + c_3 X^2 + d_3 X^3 + e_3 X^4} \right|_{X=1}; \\ Bi_2 &= \left. \frac{\partial \theta_3 / \partial X}{\theta_3(X, Y^*)} \right|_{X=0} = \left. \frac{b_3}{a_3} \right|_{X=0}; \\ Bi_3 &= - \left. \frac{\partial \theta_1 / \partial Y}{\theta_1(X^*, Y)} \right|_{Y=Y_L} = \\ &= - \left. \frac{b_1 + 2c_1 Y + 3d_1 Y^2 + 4e_1 Y^3}{a_1 + b_1 Y + c_1 Y^2 + d_1 Y^3 + e_1 Y^4} \right|_{Y=Y_L}; \\ Bi_4 &= \left. \frac{\partial \theta_1 / \partial Y}{\theta_1(X^*, Y)} \right|_{Y=0} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{Y=0}. \end{aligned} \quad (3)$$

В результате расчета по уравнениям (3) определяются числа Био, характеризующие условия теплообмена между тепловыделяющим элементом электротехнического устройства и окружающей средой по известному локальному распределению нестационарной избыточной температуры на его поверхности: $Bi_{1,2}=8,6, Bi_{3,4}=1,36$. Для анизотропного твердого тела коэффициенты теплоотдачи определяются по уравнениям $\alpha_{1,2}=Bi_{1,2} \lambda_x / b, \alpha_{3,4}=Bi_{3,4} (\lambda_x \lambda_y)^{1/2} / b$ [1].

Тогда коэффициенты теплоотдачи от нагретых поверхностей тела к окружающей среде составят, соответственно $\alpha_{1,2}=62,35$ Вт/(м²·К), $\alpha_{3,4}=61,65$ Вт/(м²·К). Данный метод позволяет определить среднее по поверхности значение коэффициента теплоотдачи. Соответствующая ему средняя температура поверхности $\bar{T}_n = \bar{\theta}_n - T_{oc} + T_{oc}$, здесь средняя безразмерная температура поверхности $\bar{\theta}_n = \frac{1}{Y_L} \int_0^{Y_L} \theta_n(X^*, Y) dY$,

где $n=1,2$; $\bar{\theta}_n = \frac{1}{X_L} \int_0^{X_L} \theta_n(X, Y^*) dX$, где $n=3, 4$. Сред-

ние температуры поверхностей шихтованного пакета магнитопровода $\bar{T}_{1,2}=324,69$ К, $\bar{T}_{3,4}=341,38$ К.

Составляющие тепловых потерь определяются экспериментально по закону конвективного теплообмена $Q_n = \alpha_n (\bar{T}_n - T_{oc}) F_n$, Вт.

Здесь площадь поверхности теплообмена $F_n = HI$, где $n=1,2$; $F_n = bI$, где $n=3,4$. Величины тепловых потоков от нагретых поверхностей тела к окружающей среде составляют, соответственно $Q_{1,2}=495$ Вт, $Q_{3,4}=328$ Вт,

а полные теплотери $Q = \sum_{n=1}^4 Q_n = 1646$ Вт.

Для проверки полученного решения проводится исследование нестационарного теплового режима твэла на численной модели. Система уравнений, описывающая процесс нестационарной теплопроводности, имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial Fo} &= \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + Po, \\ 0 < X < 1, \quad 0 < Y < R, \quad Fo > 0; \\ \frac{\partial \theta(1, Y, Fo)}{\partial X} + Bi_1 \theta(1, Y, Fo) &= 0; \\ \frac{\partial \theta(0, Y, Fo)}{\partial X} - Bi_2 \theta(0, Y, Fo) &= 0; \\ \frac{\partial \theta(X, Y_L, Fo)}{\partial R} + Bi_3 \theta(X, Y_L, Fo) &= 0; \\ \frac{\partial \theta(X, 0, Fo)}{\partial R} - Bi_4 \theta(X, 0, Fo) &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Начальное условие $\theta(X, Y, 0) = \theta_0(X, Y)$.

Здесь $\theta_0 = (T_0 - T_{oc}) / T_{oc}$ – начальная безразмерная температура; T_0 – начальная температура твэла, К; $Po = q_0 b^2 / (\lambda_x T_0)$ – число Померанцева.

Исходными данными для граничных условий (4) являются значения чисел Био, определенные экспериментально. Решение системы уравнений (4) получено численным методом конечных разностей. Разностные уравнения сводятся к трехдиагональному виду и решаются методом прогонки [4]. Применение неявной разностной схемы переменных направлений [4] позволило получить решение задачи абсолютно устойчивое. Погрешность аппроксимации схемы пропорциональна временно- и пространственным шагам h_{Fo} , $(h_x)^2$ и $(h_y)^2$ и равна соответственно $1,1 \cdot 10^{-4}$, $6,9 \cdot 10^{-3}$ и $1,6 \cdot 10^{-3}$. Расчет проводился на прямоугольной сетке $M=13$, $N=13$

узловых точек. Дальнейшее измельчение сетки не влечет за собой существенного отклонения в результатах вычислений. В результате численного моделирования нестационарного температурного режима, изображенного на рис. 2, определяются координаты и величина максимального безразмерного перегрева в прямоугольном активном элементе электромагнита, знание которых представляет практический интерес. Как видно, при существующих условиях теплообмена между поверхностями пакета и окружающей средой максимальная безразмерная температура в стационарном температурном режиме достигает $\theta_{max} = 0,228$ ($T_{max} = 378,4$ К) в центре шихтованного пакета $X=0,5$, $Y=0,24$. Проведенный анализ показал, что при $Fo > 0,01$ (более 12 минут) активный элемент следует рассматривать как термически массивное тело и перепадом температур по различным направлениям пренебречь нельзя. Следовательно, температура и тепловые потоки на смежных поверхностях шихтованного пакета магнитопровода различны.

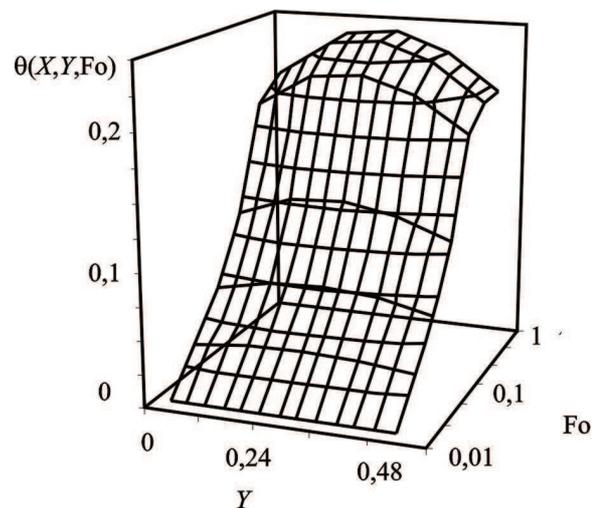


Рис. 2. Изменение безразмерной температуры шихтованного пакета активной стали в зависимости от числа Фурье в сечении $X=0,5$

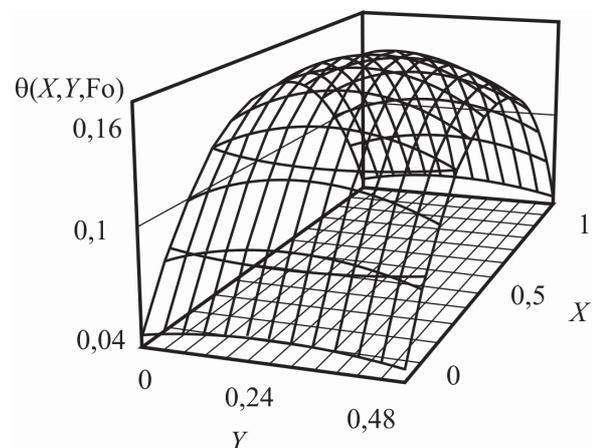


Рис. 3. Распределение безразмерной температуры в сечении шихтованного пакета магнитопровода при $Fo=1$; $Po=2,16$

Распределение безразмерной температуры $\theta(X, Y, Fo)$ в исследуемой области активного элемента электромагнита представлено на рис. 3.

Для определения условий теплообмена вычисление чисел Био необходимо проводить в соответствии с теорией подобия из закона теплообмена Ньютона в конечно-разностном виде.

$$\begin{aligned} Bi_{1 \text{ мод}} &= \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{(\theta_{M-1,j} - \theta_{M,j}) / hx}{\theta_{M,j}}; \\ Bi_{2 \text{ мод}} &= \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{(\theta_{2,j} - \theta_{1,j}) / hx}{\theta_{1,j}}; \\ Bi_{3 \text{ мод}} &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{(\theta_{i,N-1} - \theta_{i,N}) / hr}{\theta_{i,N}}; \\ Bi_{4 \text{ мод}} &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{(\theta_{i,2} - \theta_{i,1}) / hr}{\theta_{i,1}}. \end{aligned} \quad (5)$$

В результате расчета по уравнениям (5) определяются средние значения чисел Био $Bi_{1,2 \text{ мод}}=8,53$, $Bi_{3,4 \text{ мод}}=1,35$, характеризующие условия теплообмена между тепловыделяющим элементом электротехнического устройства и окружающей средой, по нестационарному полю безразмерной температуры. Поле безразмерной температуры тепловыделяющего элемента, определенное численным методом конечных разностей, приведено на рис. 3. Коэффициенты теплоотдачи от нагретых поверхностей тела к окружающей среде составят, соответственно $\alpha_{1,2 \text{ мод}}=62,84 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$, $\alpha_{3,4 \text{ мод}}=61,21 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$. Соответствующие им средние температуры поверхностей твэла $\bar{T}_{1,2 \text{ мод}}=324,76 \text{ К}$, $\bar{T}_{3,4 \text{ мод}}=341,34 \text{ К}$.

Составляющие тепловых потерь для численной модели определяются по закону конвективного теплообмена

$$Q_{n \text{ мод}} = \alpha_{n \text{ мод}} (\bar{T}_{n \text{ мод}} - T_{\text{ос}}) F_n, \text{ Вт.}$$

Здесь площадь поверхности теплообмена $F_n = Hl$, где $n=1, 2$; $F_n = bl$, где $n=3, 4$. Величины тепловых потоков от нагретых поверхностей тела к окружаю-

щей среде при численном моделировании составят, соответственно $Q_{1,2 \text{ мод}}=493 \text{ Вт}$, $Q_{3,4 \text{ мод}}=325 \text{ Вт}$. Полные теплотери в модели тепловыделяющего эле-

мента $Q_{\text{мод}} = \sum_{n=1}^4 Q_{n \text{ мод}} = 1636 \text{ Вт}$, а опытная вели-

чина $Q=1646 \text{ Вт}$. Вполне удовлетворительное соответствие результатов моделирования экспериментальным данным свидетельствует о правильном определении температурного поля и коэффициентов теплоотдачи, характеризующих интенсивность охлаждения шихтованного пакета магнитопровода.

Выводы

В результате анализа теплового состояния активного элемента электротехнического устройства решена задача расчета средних температур поверхностей шихтованного пакета магнитопровода. Полученные уравнения позволяют вычислить соотношения между термическим сопротивлением теплопроводности и термическим сопротивлением теплоотдачи, по которым при известных коэффициентах теплопроводности можно найти средние эффективные (сумма конвективной и лучистой составляющих) значения коэффициентов теплоотдачи на поверхностях прямоугольного анизотропного активного элемента электромагнита с постоянными равномерно распределенными внутренними источниками теплоты при нестационарном тепловом состоянии. На основе численного моделирования теплопереноса обоснована новая методика определения теплового потока, передаваемого окружающей среде в квазистационарном режиме с погрешностью менее 1 %, зная соотношение между термическим сопротивлением теплопроводности и термическим сопротивлением теплоотдачи – число Био.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации по федеральной целевой программе «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы, проект № П2515.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Логинов В.С. Приближенные методы теплового расчета активных элементов электрофизических установок. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 272 с.
2. Юхнов В.Е. О возможности определения величины источников тепла и температуры внутри полого цилиндра по данным на поверхности // Известия Томского политехнического университета. – 2003. – Т. 306. – № 5. – С. 56–57.

3. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 599 с.
4. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.

Поступила 20.02.2013 г.