

УДК 519.23

К СТАТИСТИКЕ МОРФОЛОГИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ СИГНАЛОВ, СФОРМИРОВАННЫХ ДВУМЕРНЫМ ТОЧЕЧНЫМ ПОТОКОМ ВОССТАНОВЛЕНИЯ

Д.В. Дубинин, А.И. Кочегуров*, В.Е. Лаевский (V. Geringer)**

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

E-mail: dima@info.tusur.ru

*Томский политехнический университет

E-mail: kai@cc.tpu.edu.ru

**Baden-Württemberg Cooperative State University, Faculty of Engineering,

Friedrichshafen, Germany

E-mail: geringer@DHBW-Ravensburg.de

Исследуются характеристики морфологии пространственно-временных сигналов, полученных при помощи двумерного рекуррентного точечного потока восстановления [1], обладающего рядом свойств: стационарностью, отсутствием последствий, ординарностью. Исследования проводились с помощью программного комплекса стохастического моделирования «КИМ СП» [2]. Выбор групп составных элементов контурного рисунка поля, определяющих его морфологию (форму контурной структуры), значения финальных вероятностей появления составляющих элементов, задается оператором.

Ключевые слова:

Исследования на моделях, стохастическое моделирование, моделирование пространственно-временных сигналов, двумерный поток восстановления, поток Пальма, одноуровневая цепь Маркова.

Key words:

Research on models, stochastic simulation, modelling the space-time signals, two-dimensional renewal process, ordinary point process of Palms, one-step Markov chains.

Актуальность проблемы

В настоящее время широкое применение находят системы получения информации, включающие обработку пространственно-временных сигналов. При решении задач синтеза, доводки существующих комплексов, их оптимизация немыслима без поддержки компьютерных систем, в частности прикладного моделирования сложных процессов и статистического анализа многомерных данных.

Большое значение имеет выбор адекватной математической модели при построении наблюдаемых данных. На данный момент не существует универсального способа формирования случайных полей с произвольно заданными характеристиками, а полное решение проблемы описания реальных изображений в общем случае отсутствует. Поэтому известные модели случайных полей соответствуют реальным пространственно-временным сигналам лишь по ограниченному числу характеристик [3] (форма корреляционной функции, радиус корреляции, контрастность, размеры и т. п.). В работах [2, 4, 5] приведена методика построения случайных яркостных полей, аппроксимированных двумерным рекуррентным точечным потоком восстановления.

В данной работе приводятся результаты статистического анализа полей, полученных по методике [2]: исследование закона распределения числа сегментов изображения, зависимость его от морфологии поля, определение среднего значения и дисперсии числа сегментов.

Результаты обработки статистических данных

В ходе компьютерного моделирования были построены яркостные поля на различных типах

морфологий изображений: мозаики типа F , FB , FC , FD , FE . Каждое изображение строилось построчно. Оно содержало $n \times n$ простейших элементов, где n — число отсчетов. Совокупность простейших элементов для каждого типа мозаики приведена в работе [2]. На рис. 1 показаны моменты восстановления в структуре получаемого изображения.

Мозаики каждого типа были получены для размерностей изображений 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 150, 200 отсчетов. На рис. 2 приведены примеры некоторых мозаик типа F , FB , FC , FD , FE при числе отсчетов 200.

Для каждого типа мозаики и каждой размерности было построено тысяча изображений, для каждого из которых было получено распределение количества сегментов. На рис. 3 приведены примеры распределения числа сегментов для мозаик типа FC , FD при количестве отсчетов 60.

Для каждого типа мозаик при различном числе отсчетов была проведена проверка гипотезы о нормальном распределении числа сегментов. Проверка проводилась по критерию согласия Пирсона с коррекцией Йетса [6]:

$$d = \sum_{j=1}^k \frac{(m_j - n' \cdot p_j)^2}{n' \cdot p_j},$$

где k — количество групп, оцениваемое по формуле Стерджеса [7]; m_j — экспериментальное количество значений в j -й группе; p_j — теоретическая вероятность попадания значений в j -ю группу при нормальном распределении; n' — размер выборки.

Гипотеза о нормальном распределении H_0 считалась истинной, если выполнялось неравенство

$$d < \chi^2(\alpha, k - 2),$$

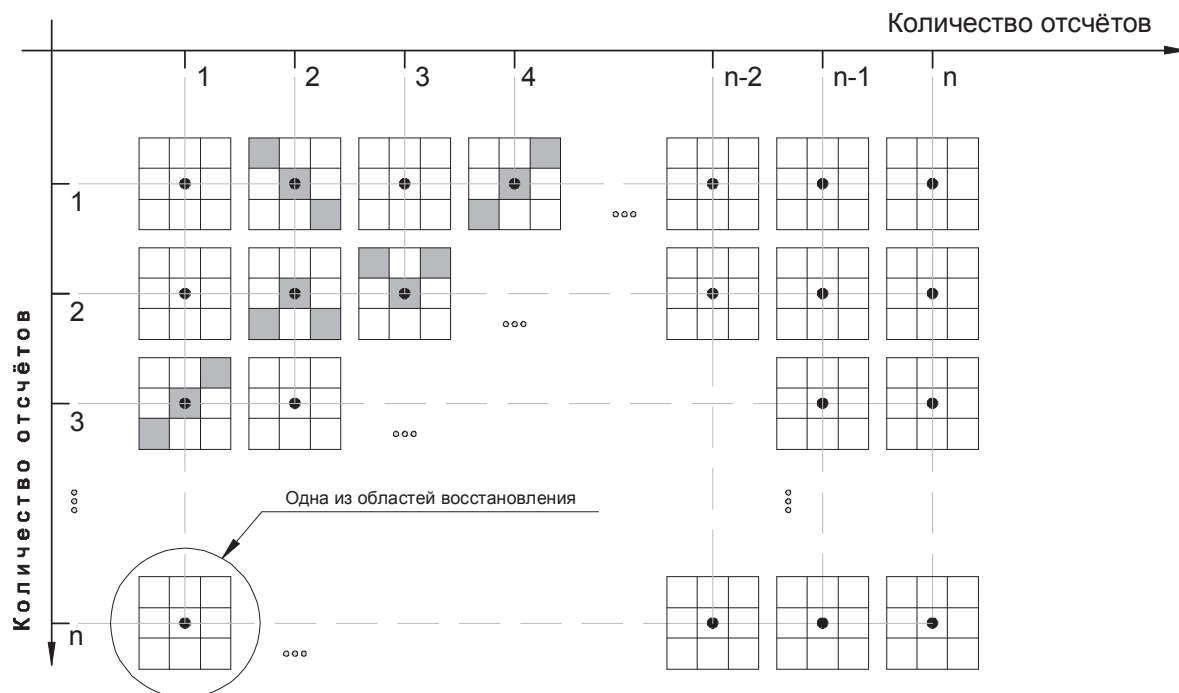


Рис. 1. Моменты восстановления рекуррентного точечного потока в растре изображения

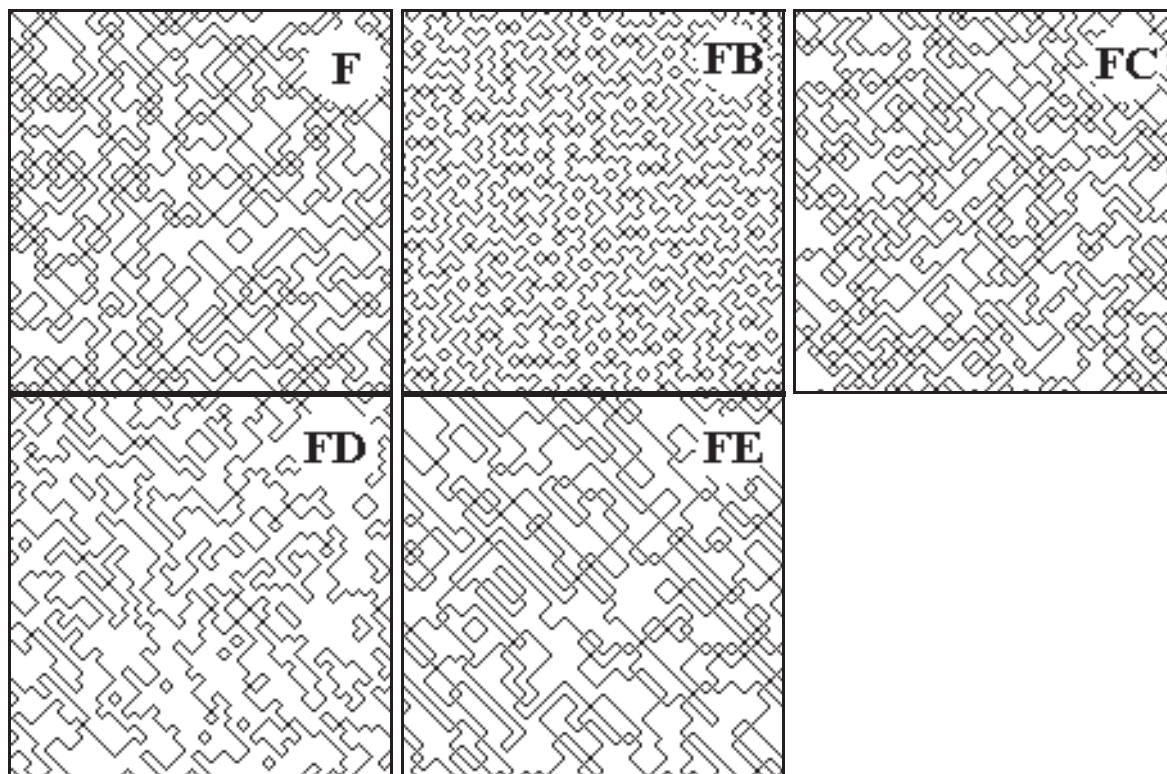


Рис. 2. Примеры сегментов мозаик типов F, FB, FC, FD, FE

где α – уровень значимости, $(k-2)$ – число степеней свободы.

При $\alpha=0,05$, $k=11$ квантиль распределения хи-квадрат:

$$\chi^2(\alpha, k-2) = \chi^2(0,05, 9) = 16,91.$$

Гипотеза о нормальности распределения H_0 нашла подтверждение в 73 % случаях для мозаик типа F, в 84 % – для мозаик типа FB, в 95 % – для мозаик типа FC, в 78 % – для мозаик типа FD, в 89 % – для мозаик типа FE.

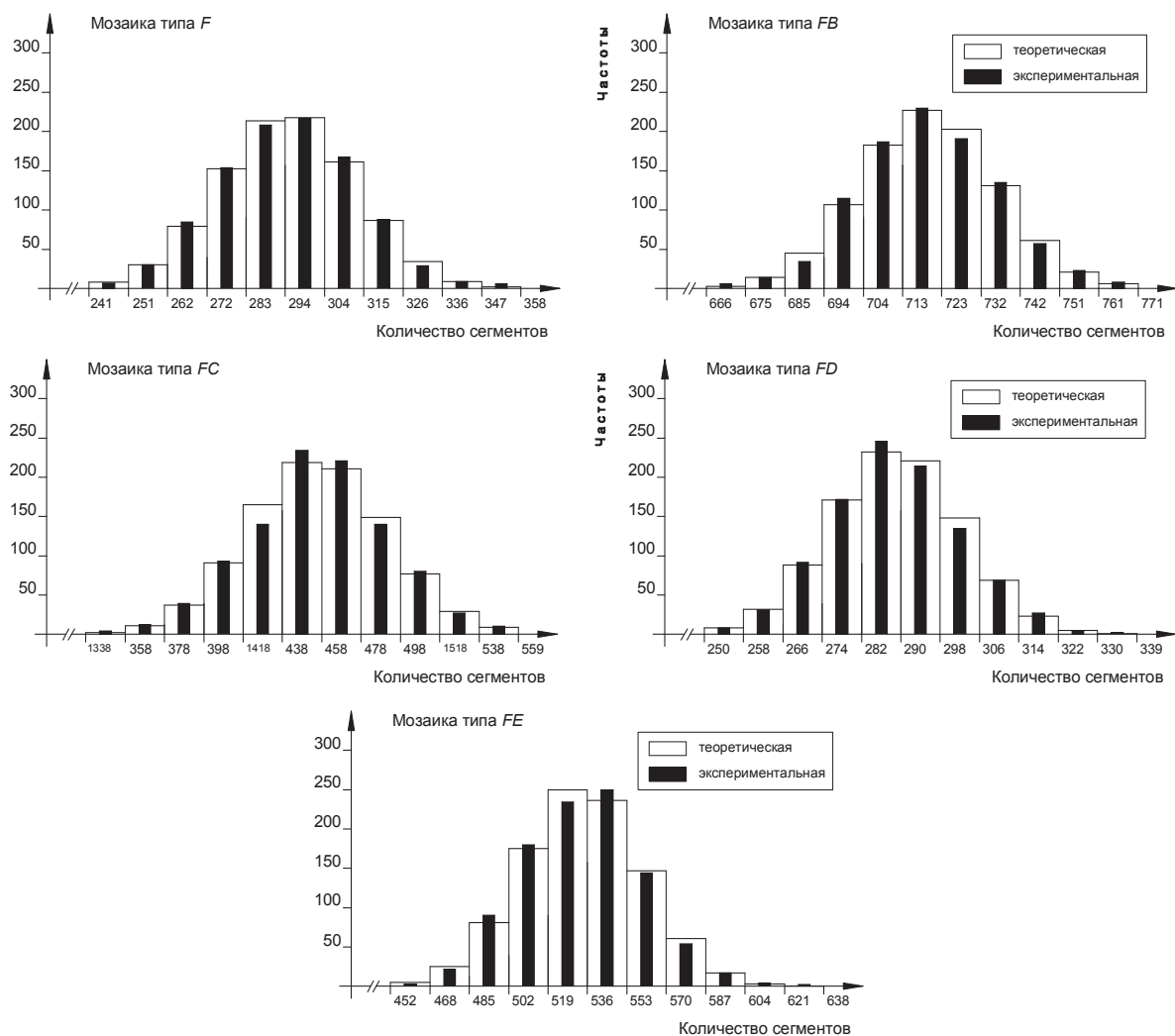


Рис. 3. Распределение количества сегментов мозаик F, FB, FC, FD, FE

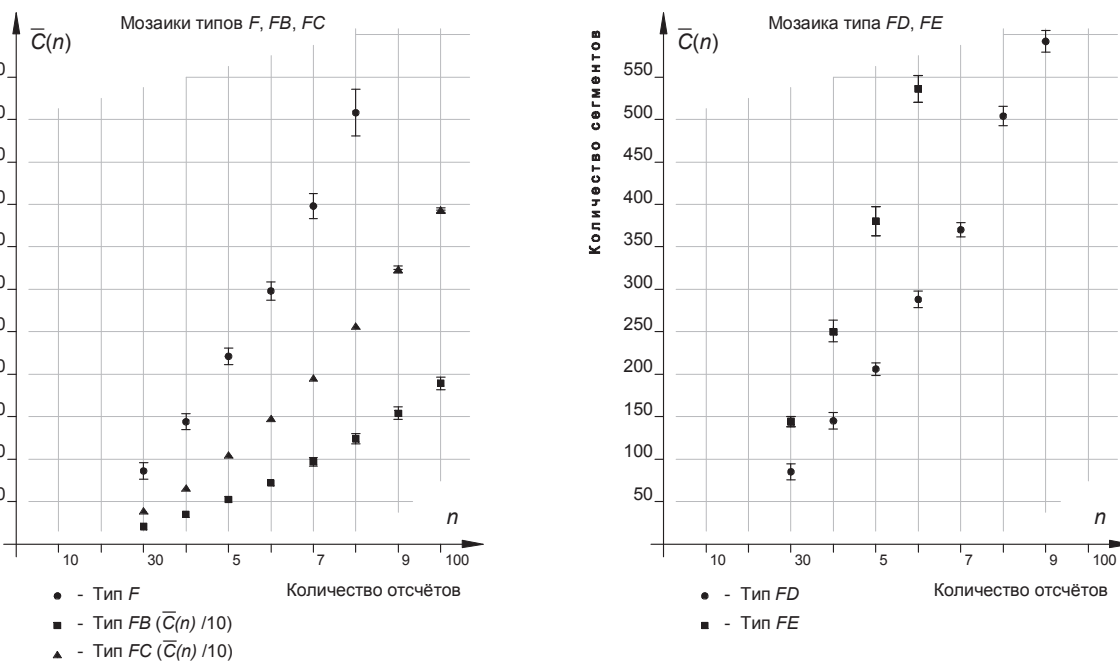


Рис. 4. Зависимость среднего числа сегментов от количества отсчетов

На основании полученных данных было проведено исследование зависимости среднего числа сегментов от размерности изображения. Данные показывают, что с увеличением размерности изображения среднее число сегментов возрастает по квадратичному закону. На рис. 4 приведены зависимости для мозаик всех типов.

Для записи этой зависимости в аналитическом виде была применена аппроксимация результатов по методу наименьших квадратов. Коэффициенты квадратного полинома вычислялись по данным восьми размерностей изображений: 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100. Данные размерностей 150 и 200 использовались для вычисления ошибок аппроксимации. В частности, для мозаики типа FC зависимость среднего числа сегментов от числа отсчетов изображения $\bar{C}_{FC}(n)$ определяется соотношением

$$\bar{C}_{FC}(n) = 0,3646 \cdot n^2 + 3,4536 \cdot n - 48,5357.$$

Погрешность экстраполяции для числа отсчетов 150 и 200 составила менее 1 %.

Подобные зависимости среднего числа сегментов от числа отсчетов изображения $\bar{C}(n)$ получены для мозаик других типов. Квадратичный характер зависимости сохраняется во всех случаях. Погрешности аппроксимации не превышают 5 %. В табл. 1 приведены аналитические зависимости среднего числа сегментов $\bar{C}(n)$ от количества отсчетов n для всех типов мозаик, а также относительные погрешности аппроксимации этих зависимостей при числе отсчетов 150 и 200.

Таблица 1. Зависимость среднего числа сегментов от количества отсчетов

Тип мозаики	Зависимость среднего значения числа сегментов $\bar{C}(n)$ от количества отсчетов n	Относительная погрешность, %	
		при 150 отсчетах	при 200 отсчетах
F	$0,069n^2+0,8589n-0,1488$	1,6	1,89
FB	$0,1695n^2+1,9685n-2,7798$	1,0	1,36
FC	$0,3646n^2+3,4536n-48,5357$	0,31	0,89
FD	$0,0667n^2+0,6476n-7,9881$	2,6	3,0
FE	$0,1366n^2+0,5065n-9,0655$	3,15	3,91

Анализ полученных данных позволил построить зависимости среднеквадратических отклонений количества сегментов от числа отсчетов $\sigma(n)$. Данные показывают, что с увеличением размерности изображения СКО числа сегментов возрастает по линейному закону. На рис. 5 приведены зависимости $\sigma(n)$ для всех типов мозаик и максимальные погрешности аппроксимации на всём промежутке количества отсчетов.

Для записи зависимости в аналитическом виде был применен аналогичный подход, описанный выше. Отличие заключалось в выборе аппроксимирующей функции. Результаты, полученные в ходе моделирования, показывают, что исследуемая зависимость носит линейный характер. В частности, для мозаики FC зависимость СКО числа сегментов $\sigma_{FC}(n)$ от количества отсчетов изображения n описывается соотношением

$$\sigma_{FC}(n) = 0,5661 \cdot n + 1,069.$$

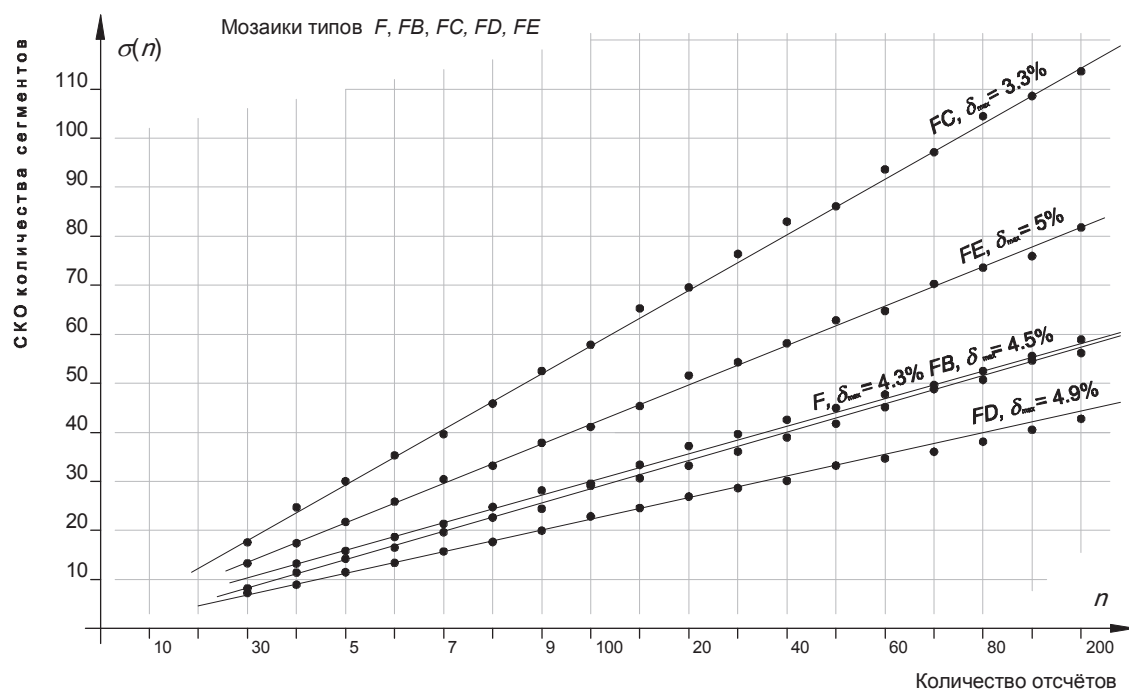


Рис. 5. Зависимость СКО числа сегментов от количества отсчетов

Погрешность аппроксимации для числа отсчетов 150 и 200 составила менее 0,6 %.

Зависимости СКО числа сегментов $\sigma(n)$ от количества отсчетов изображения n получены для мозаик других типов и представлены в табл. 2. Линейный характер зависимости сохраняется во всех случаях. Погрешности аппроксимации для всех типов мозаик не превышают 5 %.

Таблица 2. Зависимость СКО числа сегментов от количества отсчетов

Тип мозаики	Зависимость СКО числа сегментов $\sigma(n)$ от количества отсчетов n	Относительная погрешность, %	
		при 150 отсчетах	при 200 отсчетах
<i>F</i>	$0,2822n+1,8142$	1,87	1,15
<i>FB</i>	$0,2893n-0,4766$	2,66	2,07
<i>FC</i>	$0,5661n+1,0690$	0,14	0,57
<i>FD</i>	$0,2206n+0,3159$	0,5	3,74
<i>FE</i>	$0,4005n+1,5842$	1,9	0,14

Заключение

По критерию согласия Пирсона проверена гипотеза о нормальном законе распределения числа

сегментов изображений, построенных на двумерном рекуррентном точечном потоке восстановления. Показано, что в 73 % случаев гипотеза является истинной для мозаики типа *F*, и в более 78 % — для мозаик других типов. Гипотеза не получила подтверждения для изображений небольших размеров (в 30 и 40 отсчетов). При возрастании размеров изображения распределение числа сегментов стремится к нормальному закону для мозаик всех типов.

Получены зависимости среднего числа сегментов от количества отсчетов изображений для мозаик типов *F*, *FB*, *FC*, *FD*, *FE* и установлено, что зависимость имеет квадратичный характер. Проведена аппроксимация данных зависимостей по методу наименьших квадратов. Результаты аппроксимации дают удовлетворительные результаты (погрешность менее 5 %) в случае изображений больших размерностей.

Проведена оценка поведения СКО числа сегментов от количества отсчетов изображений для мозаик типов *F*, *FB*, *FC*, *FD*, *FE*. Анализ показал, что зависимость имеет линейный характер, а погрешность аппроксимации не превышает 5 %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. — М.: Наука, 1966. — 431 с.
2. Дубинин Д.В., Лаевский В.Е., Кочегуров А.И. Методика моделирования случайных яркостных полей, аппроксимированных однородными, одноуровневыми марковскими цепями // Проблемы информатики. — 2011. — № 4 (12). — С. 128–136.
3. Фамялия И.О. Название статьи // Техническое зрение в системах управления мобильными объектами-2010: Труды научно-технической конференции. Вып. 4 / под ред. Р.Р. Назирова. — М.: КДУ, 2011. — 328 с.
4. Лаевский В.Е. Алгоритм построения одноуровневых марковских полей // Известия Томского политехнического университета. — 2006. — Т. 309. — № 8. — С. 32–36.
5. Dubinin D., Geringer V. (Laevski V.), Kochegurov A. Eine Methode zur Erzeugung stochastischer Helligkeitsfelder durch homogene, einstufige Markoff-Ketten // Oldenbourg Wissenschaftsverlag, Technisches Messen. — 2012. — № 5. — S. 271–276.
6. Yates J. Contingency table involving small numbers and the χ^2 test // Royal Statistical Society. — 1934. — V. 1. — P. 217–235.
7. Sturges H.A. The choice of a class interval // Journal of the American Statistical Association. — 1926. — № 21. — P. 65–66.

Поступила 25.09.2012 г.