Замечание 6.3. Все построения в данной статье в силу (3.5) проведены в предположении, что из рассмотрения исключается случай

$$a \equiv A_1^3 A_2^4 - A_1^4 A_2^3 = 0 \Leftrightarrow \varpi^3 \wedge \varpi^4 = 0, \qquad (6.6)$$

когда точка A принадлежит фокусной конике K_{12}^2 плоскости $L_2^2 \perp L_2^1$, а также случай $\varpi^{\hat{\alpha}}=0$, когда плоскость L_2^1 касается поверхности S_2, описываемой точкой A.

Замечание 6.4. В силу (6.6) или в случае, когда плоскость L_2^1 касается поверхности S_2 в точке A, отображение $f_2 : L_2^2 \to L_2^1$ становится неопределенным.

Замечание 6.5. Из определения (4.4) и результатов данного пункта вытекает следующая схема взаимосвязи многообразий $V_{2,2}^{\alpha r}$, $V_{2,2}^{12r}$, $V_{2,2}^{\alpha a}$, $V_{2,2}^{12a}$ и $\dot{V}_{2,2}^{12a}$ (рисунок).

Замечание 6.6. Классификацию многообразий $V_{2,2}^{12a}$, указанную на рисунке, будем называть **классификацией Коши-Римана**.

Замечание 6.7. Результаты, изложенные в данной статье для двумерного семейства центрированных плоскостей в четырехмерном евклидовом пространстве, является ответом на замечание в [1, С. 9].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ивлев Е.Т., Глазырина Е.Д. О двумерном многообразии центрированных 2-плоскостей в многомерном эклидовом пространстве // Известия Томского политехнического университета. – 2003. – Т. 306. – № 4. – С. 5–9.
2. Норден А.П. Пространства аффинной связности. – М.: Наука, 1976. – 432 с.
3. Евтушик Л.Е., Лумисте Ю.Г., Остиану Н.М., Широков А.П. Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях // Проблемы геометрии. Итоги науки и техники. – М.: ВИНИТИ АН СССР, 1979. – С. 7–246.
4. Лаптев Г.Ф. Дифференциальная геометрия погруженных многообразий // Труды Московского математического общества. – М., 1953. – Т. 2. – С. 275–382.
5. Фиников С.П. Метод внешних форм Картана в дифференциальной геометрии. – М.: ГИТТЛ, 1948. – 432 с.
6. Александров И.А. Теория функций комплексного переменного. – Томск: Томский гос. ун-т, 2002. – 510 с.
7. Акивис М.А. Фокальные образы поверхностей ранга // Известия вузов. Сер. Математика. – 1957. – № 1. – С. 9–19.
8. Остиану Н.М. О канонизации подвижного репера погруженного многообразия // Rev. math. pures et appl. (RNR). – 1962. – № 2. – P. 231–240.

УДК 681.5

АНАЛИЗ ЛОКАЛИЗАЦИИ КОРНЕЙ ИНТЕРВАЛЬНОГО ПОЛИНОМА В ЗАДАННОМ СЕКТОРЕ

С.А. Гайворонский, С.В. Замятин

Институт "Кибернетический центр" Томского политехнического университета
E-mail: saga@cc.tpu.edu.ru

Анализируется отображение параметрического многогранника полинома в сектор Γ_m корневой плоскости, определяемый числом m интервальных коэффициентов. Находятся (2m–2) вершин многогранника, отображение которых в сектор Γ_m гарантирует локализацию в нем всех корней интервального полинома. Формулируются критерии локализации корней в заданном секторе Г при различных соотношениях его угла с углом сектора Γ_m.

Введение

Одной из основных проблем современной теории робастного управления является разработка методов исследования динамических свойств интервальных систем [1, 2]. В частности, необходим эффективный инструмент для оценки гарантированных показателей качества системы управления при интервальной неопределенности ее параметров.

В [3] подобная задача сформулирована как анализ робастной относительной устойчивости, предусматривающей различные варианты локализации корней интервального характеристического полинома (ИХП). Очевидно, что их принадлежность определенной области комплексной плоскости корней обуславливает тот или иной уровень робастного качества управления в интервальной системе.

Для анализа робастной относительной устойчивости широко применяются алгебраические и частотные методы [1]. При этом значительно меньше внимания уделяется использованию корневых методов. Однако, согласно [4–6], робастное расширение корневого подхода, основанное на свойствах корневых годографов, может быть достаточно эффективным, а в некоторых случаях и наилучшим, для решения указанной задачи.

1. Постановка задачи

В данной статье рассматривается открытый сектор Γ в левой полуплоскости корней, задающий область допустимой колебательности интервальной системы. Будем считать, что если корни ИХП располагаются в области Γ, то интервальная система обладает заданной робастной секторной устойчивостью. Для ее анализа можно использовать результаты работы [7], где показано, что границы областей локализации корней являются образами определенных ребер многогранника интервальных коэффициентов. Однако такой подход является достаточно трудоемким, поскольку связан с итеративной процедурой нахождения граничного реберного маршрута и дальнейшим анализом его отображения в сектор $Г$. Поэтому представляет интерес разработка более простых в применении критериев локализации корней, предусматривающих проверку не ребер, а только определенных вершин параметрического многогранника ИХП.

Рассмотрим полином

$$D(s) = a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_0, \qquad (1.1)$$

где все или только часть коэффициентов, имеющих непрерывную последовательность индексов, являются интервальными. Пусть число таких коэффициентов равно m. Их последовательность может быть записана в виде $[a_i]_j^{j+m-1}$, $j \in \{0,1,2,...n-m+1\}$. Образуемый этими коэффициентами многогранник P_m представляет собой прямоугольный гиперпараллелепипед с вершинами V_q, $q=\overline{1,2^m}$. По аналогии с [7] ребра P_m обозначим R_i^q, где i – индекс интервального коэффициента, q – индекс вершины, из которой по ребру изменяется a_i. Заметим, что при m=2 многогранник P_m является прямоугольником, все ребра которого отображаются на границы областей локализации корней ИХП. Поэтому зададим $3 \le m \le n+1$.

В [7] доказано, что если P_m образован коэффициентами $[a_i]_j^{j+m-1}$, $j \in \{0,1,2,...n-m+1\}$, $3 \le m \le n+1$, и область S_r, $r \in \overline{1,n}$ локализации комплексного корня ИХП лежит в секторе $Г_m$ с углом $\pi \pm \pi/(m-1)$, то границами S_r являются непересекающиеся образы ребер P_m. Основываясь на этом утверждении, в статье ставится задача: для ИХП порядка n, интервальные коэффициенты которого образуют последовательность $[a_i]_j^{j+m-1}$, $j \in \{0,1,2,...n-m+1\}$, $3 \le m \le n+1$, путем анализа отображения вершин P_m в сектор $Г_m$ разработать условия локализации корней ИХП в секторе $Г$ с углом $\pi \pm \gamma$.

2. Основное фазовое соотношение

В соответствии с [7] отображение R_i^q образует реберную ветвь RS_i^q корневого годографа с узлами U_q на концах. При этом угол выхода RS_i^q из комплексного узла U_q при увеличении a_i находится по формуле

$$\Theta_i^q = 180^\circ - \sum_{g=1}^{n} \Theta_g + i\Theta_0, \qquad (2.1)$$

а при уменьшении a_i

$$\Theta_i^q = -\sum_{g=1}^{n} \Theta_g + i\Theta_0, \qquad (2.2)$$

где Θ_g и Θ_0 – углы между вещественной осью и векторами, направленными из U_q соответственно к g-ому полюсу и к i-ым нулям, имеющим одинаковые координаты (0;g0). На основании (2.1) и (2.2) доказано следующее утверждение.

Утверждение 1. Если последовательность интервальных коэффициентов $[a_i]_j^{j+m-1}$, $j \in \{0,1,2,...n-m+1\}$, $3 \le m \le n+1$, задана чередующимися пределами, то углы выхода RS_i^q из U_q образуют последовательность $[\Theta_i^q]_j^{j+m-1}$, где $\Theta_i^q > \Theta_{i+1}^q$, $j \le i \le j+m-2$.

Доказательство. Пусть дана последовательность $\underline{a_j}, \overline{a_{i+1}}, \underline{a_{j+2}}, \overline{a_{j+3}}, ...$ При изменении коэффициентов, имеющих минимальные значения в V_q, углы выхода из U_q соответствующих реберных ветвей на основании (2.1) определяются формулой

$$\Theta_{j+k}^q = \pi + (j+k)\Theta_0 - \sum_{g=1}^{n} \Theta_g + 2\pi l, \qquad (2.3)$$

где ($j+k$) – индекс интервального коэффициента, k=0,2,4,..., l=0,1,2,3,... Для коэффициентов с индексами ($j+k+1$), имеющих максимальные значения в V_q, в соответствии с (2.2) имеем

$$\Theta_{j+k+1}^q = (j+k+1)\Theta_0 - \sum_{g=1}^{n} \Theta_g + 2\pi l, \qquad (2.4)$$

Предположим, что выполняется неравенство

$$\Theta_j^q > \Theta_{j+1}^q > \Theta_{j+2}^q > \Theta_{j+3}^q > \ldots > \Theta_{j+m-1}^q. \qquad (2.5)$$

Учитывая, что изменение угла на 2π не меняет расположение образующего этот угол луча, на основании (2.3),(2.4) представим (2.5) парами неравенств

$$(j+k)\Theta_0 - \sum_{g=1}^{n} \Theta_g + \pi > (j+k+1)\Theta_0 - \sum_{g=1}^{n} \Theta_g, \qquad (2.6)$$

$$2\pi + (j+k+1)\Theta_0 - \sum_{g=1}^{n} \Theta_g > (j+k+2)\Theta_0 - \sum_{g=1}^{n} \Theta_g + \pi, \qquad (2.7)$$

где k=0,2,4,... Из (2.6) и (2.7) после преобразований получаем условие: $\Theta_0 < \pi$, при выполнении которого справедливо соотношение углов (2.5).

Пусть для противоположных пределов ограничений интервальных коэффициентов также имеет место соотношение (2.5). Аналогично оно может быть представлено парами неравенств

$$(j+k)\Theta_0 - \sum_{g=1}^{n} \Theta_g + 2\pi > (j+k+1)\Theta_0 - \sum_{g=1}^{n} \Theta_g + \pi;$$

$$\pi + (j+k+1)\Theta_0 - \sum_{g=1}^{n} \Theta_g > (j+k+2)\Theta_0 - \sum_{g=1}^{n} \Theta_g .$$

В этом случае из каждого неравенства также получаем $\Theta_0 < \pi$. Так как расположение комплексных корней ИХП в верхней полуплоскости соответствует условию $\Theta_0 < \pi$, то для любого из них будет выполняться соотношение углов (2.5). Выражение (2.5) назовем основным фазовым соотношением.

3. Анализ отображения вершин многогранника коэффициентов

Для U_q по формулам (2.1), (2.2) можно определить m значений углов Θ_i^q, $i \in \overline{0,n}$, и расположить их в порядке возрастания: $\Theta_1, \Theta_2, ..., \Theta_{m-1}, \Theta_m$. Тогда, согласно [7], U_q будет принадлежать границе S_r при выполнении условия:

$$\Theta_{\max} - \Theta_{\min} < 180^\circ, \qquad (3.1)$$

где $\Theta_{\max} = \Theta_m$, $\Theta_{\min} = \Theta_1$.

На основании условия (3.1) доказано следующее утверждение.

Утверждение 2. Если последовательность заданных предельными значениями интервальных коэффициентов $[a_i]_j^{j+m-1}$, $j \in \{0,1,2,...n-m+1\}$, $3 \le m \le n+1$, можно разделить на две последовательности: $[a_i]_j^{j+r-1}$ и $[a_i]_{j+r}^{j+m-1}$, $j \in \{1,2,...m-1\}$, в которых четные и нечетные коэффициенты имеют противоположные пределы, то комплексный корень ИХП в секторе Γ_m является граничным корневым узлом области локализации соответствующего корня.

Доказательство. Разделить последовательность a_j,a_{j+1},a_{j+m-1} указанным образом возможно в двух случаях, если:

1) коэффициенты ИХП заданы строго чередующимися пределами;
2) только два рядом стоящих коэффициента ИХП заданы однотипными пределами.

Для первого случая на основании утверждения 2 и выражений (2.1), (2.2) углы $\Theta_{\max}$ и $\Theta_{\min}$ при $\Theta_0 < \pi$ и минимальном значении a_j находятся по формулам

$$\Theta_{\max} = \pi + j\Theta_0 - \sum_{g=1}^{n} \Theta_g + 2\pi l; \tag{3.2}$$

$$\Theta_{\min} = (j+m-1)\Theta_0 - (m-2)\pi - \sum_{g=1}^{n} \Theta_g + 2\pi l; \tag{3.3}$$

а при максимальном a_j

$$\Theta_{\max} = j\Theta_0 - \sum_{g=1}^{n} \Theta_g + 2\pi l; \tag{3.4}$$

$$j\Theta_0 - (j+m-1)\Theta_0 + \pi(m-1) < \pi. \tag{3.5}$$

При (3.2) и (3.3) условие граничности (3.1) принимает вид

$$\pi + j\Theta_0 - (j+m-1)\Theta_0 + \pi(m-2) < \pi; \tag{3.6}$$

а при (3.4) и (3.5)

$$j\Theta_0 - (j+m-1)\Theta_0 + \pi(m-1) < \pi. \tag{3.7}$$

После преобразований (3.6) и (3.7) получаем $\Theta_0 > (\pi - \frac{\pi}{m-1})$. Таким образом, $(\pi - \frac{\pi}{m-1}) < \Theta_0 < \pi$, что соответствует для первого случая ИХП выполнению (3.1) в секторе Γ_m.

Пусть во втором случае однотипные пределы ограничения имеют коэффициенты a_{j+r-1} и a_{j+r}, $r \in \{1,2,...m-1\}$, и между ними проходит граница разделения последовательности a_j,a_{j+1},a_{j+m-1} на две последовательности коэффициентов. Им соответствуют последовательности углов: $\Theta_j^q,\Theta_{j+1}^q,...,\Theta_{j+r-1}^q$ и $\Theta_{j+r}^q,\Theta_{j+r+1}^q,...,\Theta_{j+m-1}^q$. Поскольку коэффициенты a_j,a_{j+1},a_{j+m-1} заданы чередующимися пределами, то при $\Theta_0 < \pi$ выполняется неравенство $\Theta_j^q > \Theta_{j+1}^q > ... > \Theta_{j+r-1}^q$. Аналогично для второй последовательности имеем $\Theta_{j+r}^q > \Theta_{j+r+1}^q > ... > \Theta_{j+m-1}^q$.

Пусть $\Theta_{j+m-1}^q > \Theta_j^q$. Определим диапазон Θ_0, при котором выполняется неравенство

$$\Theta_{j+m-1}^q - \Theta_j^q > 0. \tag{3.8}$$

Совпадение или противоположность пределов ограничений a_{j+m-1} и a_j определяется четностью m. В (3.8) это может быть учтено слагаемым $(m-2)\pi$. В результате преобразования (3.8) получаем неравенство

$$(j+m-1)\Theta_0 - j\Theta_0 + \pi(m-2) > 0,$$

решением которого является

$$\Theta_0 > (\pi - \frac{\pi}{m-1}).$$

Таким образом, при $(\pi - \frac{\pi}{m-1}) < \Theta_0 < \pi$ имеет место соотношение углов

$$\Theta_{j+r}^q > \Theta_{j+r+1}^q > ... > \Theta_{j+m-1}^q > \Theta_j^q > ... > \Theta_{j+r-1}^q, \quad r \in \{1, 2...m-1\}. \tag{3.9}$$

Крайние углы (3.9) соответствуют двум рядом стоящим в ИХП интервальным коэффициентам с однотипными пределами. Разность этих углов равна Θ_0. Так как $\Theta_0 < \pi$, следовательно корневой узел и для второго случая ИХП является граничным в секторе Γ_m.

Из вершин P_m выделим существенные, которые соответствуют приведенному в утверждении 2 требованию к последовательности координат. Для этого составим таблицу, строками которой будут коэффициенты в порядке возрастания их индексов. Правило составления таблицы следующее. В первой строке записываются строго чередующиеся пределы коэффициентов, начиная с любого предела a_j. В каждой следующей строке по сравнению с предыдущей изменяется предел только одного коэффициента (по очереди, начиная с первого). После получения в $m+1$ строке пределов, противоположных первой строке, изменение пределов повторяется в том же порядке. В качестве примера ниже приведена таблица существенных вершин для ИХП третьего порядка, все коэффициенты которого являются интервальными.

Таблица. *Существенные вершины*

Номер вершины	Координаты вершины			
1	$\underline{a_0}$	$\overline{a_1}$	$\underline{a_2}$	$\overline{a_3}$
2	$\overline{a_0}$	$\overline{a_1}$	$\underline{a_2}$	$\overline{a_3}$
3	$\overline{a_0}$	$\underline{a_1}$	$\underline{a_2}$	$\overline{a_3}$
4	$\overline{a_0}$	$\underline{a_1}$	$\overline{a_2}$	$\overline{a_3}$
5	$\overline{a_0}$	$\underline{a_1}$	$\overline{a_2}$	$\underline{a_3}$
6	$\underline{a_0}$	$\underline{a_1}$	$\overline{a_2}$	$\underline{a_3}$
7	$\underline{a_0}$	$\overline{a_1}$	$\overline{a_2}$	$\underline{a_3}$
8	$\underline{a_0}$	$\overline{a_1}$	$\underline{a_2}$	$\underline{a_3}$

Так как в двух соседних строках таблицы оказываются координаты вершин одного ребра P_m, то можно заключить, что данная таблица задает замкнутый реберный маршрут из $2m$ граничных ребер, связывающих $2m$ вершин P_m.

В результате дальнейшего анализа отображения существенных вершин доказано следующее утверждение.

Утверждение 3. Если последовательность интервальных коэффициентов $[a_i]_j^{j+m-1}$, $j\in\{0,1,2,...n-m+1\}$, $3\le m\le n+1$, задана чередующимися пределами, то комплексный корень ИХП является граничным корневым узлом области локализации только в секторе Γ_m.

Доказательство. Пусть рассматриваемый корень ИХП является внутренним корневым узлом. Тогда разность $\Theta_{\max}-\Theta_{\min}$ при выполнении (3.2) и (3.3) задает неравенство

$$\pi + j\Theta_0 - (j+m-1)\Theta_0 + \pi(m-2) > \pi,$$

а при (3.4) и (3.5)

$$j\Theta_0 - (j+m-1)\Theta_0 + \pi(m-1) > \pi.$$

Решением обоих этих неравенств является условие $\Theta_0 < (\pi - \frac{\pi}{m-1})$, при котором комплексный корень ИХП лежит вне сектора Γ_m. Таким образом, с учетом утверждения 2 образ рассматриваемой вершины P_m является граничным корневым узлом только в секторе Γ_m.

4. Критерии локализации корней в заданном секторе

Очевидно, что анализ отображения всех граничных ребер P_m позволяет оценить робастную секторную устойчивость ИХП. Однако авторами установлено, что сделать это можно с меньшими вычислительными затратами путем рассмотрения только некоторых из существенных вершин P_m. Основанием для такого вывода служат следующие два утверждения.

Утверждение 4. При отображении $\varphi{:}G_{df}^q\to S$ реберные ветви могут пересекаться с особым лучом, выходящим из начала координат под углом $\varphi = \pi - \frac{\pi}{|f-d|}$, только в одной точке.

Доказательство. Пусть реберная ветвь пересекается с особым лучом в двух точках: $s_1=\alpha+j\beta$, $s_2=\eta+j\rho$. Это, согласно [7], означает, что соответствующее ребро грани G_{df}^q пересекают две параллельные особые прямые, отображающиеся в s_1 и s_2. Пусть указанные прямые описываются уравнениями

$$a_d \operatorname{Re} s_1^{\,d} + a_f \operatorname{Re} s_1^{\,f} + \operatorname{Re}\left[\sum_k a_k^q s_1^{\,k} + \sum_p a_p s_1^{\,p}\right] = 0;$$

$$a_d \operatorname{Re} s_2^{\,d} + a_f \operatorname{Re} s_2^{\,f} + \operatorname{Re}\left[\sum_k a_k^q s_2^{\,k} + \sum_p a_p s_2^{\,p}\right] = 0,$$

для которых выполняется условие параллельности

$$\operatorname{Re} s_1^f / \operatorname{Re} s_2^f = \operatorname{Re} s_1^d / \operatorname{Re} s_2^d. \qquad (4.1)$$

Принадлежность s_1 и s_2 особому лучу определяется условием

$$\eta/\alpha = \rho/\beta. \qquad (4.2)$$

На основании (4.2) можно записать: $s_1=\beta((\alpha/\beta)+j)$, $s_2=\rho((\alpha/\beta)+j)$. Тогда соотношение (4.1) примет вид

$$\frac{\operatorname{Re}(\beta^j((\alpha/\beta)+j)^j)}{\operatorname{Re}(\rho^j((\alpha/\beta)+j)^j)} = \frac{\operatorname{Re}(\beta^i((\alpha/\beta)+j)^i)}{\operatorname{Re}(\rho^i((\alpha/\beta)+j)^i)}. \qquad (4.3)$$

После преобразований (4.3) получаем

$$(\beta/\rho)^f = (\beta/\rho)^d. \qquad (4.4)$$

Равенство (4.4) при $d\ne f$ справедливо только при $\beta=\rho$. Тогда, согласно (4.2), $\alpha=\eta$, из чего следует $s_1=s_2$.

Таким образом, реберная ветвь может пересекать особый луч только в одной точке, и тогда ее граничные корневые узлы будут лежать по разные стороны от луча.

Утверждение 5. Если координатами вершины V_q являются чередующиеся пределы интервальных коэффициентов, то соответствующий V_q корневой узел U_q не может один лежать вне сектора Γ_m.

Доказательство. Если только один корневой узел области локализации комплексного корня лежит за пределами сектора Γ_m, то согласно [7] он должен быть граничным. Так как рассматриваемый узел U_q на основании утверждения 3 является граничным только в секторе Γ_m, то U_q не может один лежать вне сектора Γ_m.

Утверждение 4 позволяют при анализе локализации корней ИХП в секторе Γ_m перейти от отображения реберного маршрута к анализу расположения образов существенных вершин. На основании утверждения 5 из этих вершин достаточно рассмотреть $(2m-2)$ вершин, у которых в последовательности интервальных координат только два рядом стоящих коэффициента заданы однотипными пределами. Назовем такие вершины проверочными и обозначим V_q^*.

Попадание корней $s_i=-\alpha_i+j\beta_i$, $i\in\overline{1,n}$, в заданный сектор Γ будем оценивать по углам $\gamma_i=\operatorname{arctg}(\beta_i/\alpha_i)$. В зависимости от соотношения углов γ и $\gamma_m = \frac{\pi}{m-1}$ справедливы следующие критерии локализации корней ИХП.

Необходимый и достаточный критерий. Если интервальные коэффициенты ИХП n-го порядка образуют последовательность $[a_i]_j^{j+m-1}$, $j\in\{0,1,2,...n-m+1\}$, $3\le m\le n+1$, то для локализации корней ИХП в секторе Γ с углом $\pi\ne\gamma$, $0<\gamma\le\gamma_m$, необходимо и достаточно, чтобы вершины V_q^* отображались в левую полуплоскость и для их образов $s_i=-\alpha_i+j\beta_i$, $i\in\overline{1,n}$, выполнялись неравенства $\gamma_i\le\gamma$.

Достаточный критерий. Если интервальные коэффициенты ИХП n-го порядка образуют последовательность $[a_i]_j^{j+m-1}$, $j\in\{0,1,2,...n-m+1\}$, $3\le m\le n+1$, то для локализации корней ИХП в секторе Γ с углом $\pi\ne\gamma$, $\gamma_m<\gamma<90^\circ$, достаточно, чтобы вершины V_q^* отображались в левую полуплоскость и для их образов $s_i=-\alpha_i+j\beta_i$, $i\in\overline{1,n}$, выполнялись неравенства $\gamma_i\le\gamma_m$.

Заключение

Для анализа гарантированной колебательности интервальной системы, ИХП которой имеет m интервальных коэффициентов, разработаны критерии локализации корней ИХП в заданном секторе $Г$. Показано, что для их применения нет необходимости сканировать границы областей локализации всех корней с использованием метода реберной маршрутизации. Для этого достаточно проверить только корни $(2m-2)$ вершинных полиномов, у которых в последовательности интервальных коэффициентов только два рядом стоящих коэффициента заданы однотипными пределами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гусев Ю.М., Ефанов В.Н., Крымский В.Г., Рутковский В.Ю. Анализ и синтез линейных интервальных динамических систем (состояние проблемы). Анализ с использованием интервальных характеристических полиномов // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. – 1991. – № 1. – С. 3–23.
2. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. – М.: Наука, 2002. – 303 с.
3. Вукосавич С.Н., Стоич М.Р. Достаточные условия робастной относительной устойчивости линейных непрерывных систем // Автоматика и телемеханика. – 1996. – № 11. – С. 84–91.
4. Корневые методы исследования интервальных систем / Под ред. Г.В. Римского. – Минск: Институт технической кибернетики НАН Беларуси, 1999.
5. Bartlett A.C., Hollot C.V., Lin H. Root location of an entire polytope polynomials: it suffices to check the edges // Proc. Amer. Contr. Conf. – Minneapolis: MN, 1987.
6. Вадутов О.С., Гайворонский С.А. Определение границ областей локализации нулей и полюсов системы с интервальными параметрами // Известия Томского политехнического университета. – 2003. – Т. 306. – № 1. – С. 64–68.
7. Вадутов О.С., Гайворонский С.А. Применение реберной маршрутизации для анализа устойчивости интервальных полиномов // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2003. – № 6. – С. 7–12.

УДК 621.37

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОСТИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ ПУТЕМ ЛИНЕЙНОГО КОМБИНИРОВАНИЯ ОТКЛИКОВ ОБЪЕКТА НА ЛИНЕЙНО ЗАВИСИМЫЕ ТЕСТОВЫЕ СИГНАЛЫ

Э.В. Семёнов

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники
E-mail: edwardsemyonov@narod.ru

Рассмотрено исследование нелинейности преобразования детерминированных сигналов объектом путем последовательного воздействия на него двумя линейно зависимыми сигналами и регистрации линейной комбинации откликов объекта на эти сигналы. Показана возможность при таком подходе выделить нелинейную составляющую отклика объекта, вносящего линейные искажения сигнала со сложной частотной зависимостью (в том числе изменяющиеся во времени), на детерминированные сверхширокополосные (в том числе импульсные) сигналы со сплошным спектром.

Введение

Применение сверхширокополосных сигналов для исследования нелинейных свойств объектов позволяет исследовать нелинейные свойства устройств в сверхширокополосных системах связи и локации по отношению к сигналам, с которыми такие системы реально работают (нелинейность объектов проявляется по-разному при воздействии на них разных сигналов). В [1] показаны преимущества многочастотного сигнала в нелинейной локации, это вызывает интерес и к исследованию особенностей применения сверхширокополосных сигналов в качестве зондирующих для нелинейной локации.

Цель данной статьи – рассмотреть исследование нелинейности преобразования сигналов объектом с применением сверхширокополосных тестовых сигналов.

1. Постановка задачи

Линейное преобразование описывается уравнением:

$$u(\omega) = K(\omega)x(\omega), \quad (1)$$

где $x(\omega)$ – спектр тестового сигнала, $u(\omega)$ – спектр отклика объекта, ω – круговая частота, $K(\omega)$ – постоянный для конкретной частоты комплексный коэффициент, а знак равенства понимается как тожество относительно $x(\omega)$. Перебор всех возможных $x(\omega)$ практически неосуществим, поэтому доказательство линейности преобразования не представляется реальным, но если обнаруживается нарушение (1) хотя бы для некоторых $x(\omega)$, то это свидетельствует о нелинейности преобразования. Как отмечено в [2], для любого $u(\omega)\neq 0$ не существует $K(\omega)$, обращающего (1) в равенство, только в том случае, если $x(\omega)=0$. Поэтому, для того чтобы отличить не-