

Juho Salo

PAINONNOSTOPENKIN MALLINNUS ANALYYTTISESTI SEKÄ ELEMENTTI- MENETELMÄLLÄ

Kandidaatintyö
Tekniikan ja luonnontieteiden tiedekunta
Tammikuu 2022

TIIVISTELMÄ

Juho Salo: Painonnostopenkin mallinnus analyttisesti sekä elementtimenetelmällä
Kandidaatintyö
Tampereen yliopisto
Teknisten tieteiden kandidaattiohjelma
Tammikuu 2022

Tässä tapaustutkimuksessa analysoidaan painonnostopenkkiä sekä analyttisellä menetelmällä, että elementtimenetelmällä. Menetelmien vertailu rajataan staattiseen tapauksen tarkasteluun. Tutkimuksessa keskitytään painonnostopenkkiin ja siihen kuormituksen takia syntyviin muodonmuutoksiin sekä jännityksiin. Vaakaneliörakenneputkiin keskitytään siksi, että kohteena olevasta painonnostopenkistä on olemassa fyysinen versio, ja siinä on havaittu käytön seurauksena taipuma yhdessä sen vaakaneliörakenneputkessa.

Tutkimuksen analyttistä menetelmää koskevassa teoriaosuudessa keskitytään staattisiin tasapainoyhtälöihin, putkiin syntyviin taivutusmomentteihin ja vääntömomentteihin sekä putkiin tuleviin taipumiin ja venymiin. Tämän lisäksi keskitytään Von Mises -vertailujännitykseen ja siihen kuinka se saadaan selville edellä mainituista asioista. Elementtimenetelmää koskevassa osuudessa elementtimenetelmää käsitellään yleisellä tasolla.

Tutkimusmenetelmä osuudessa selvitetään ensin se, minkälaisen kuormituksen kohteeksi painonnostopenkki joutuu silloin kun sitä käytetään penkkipunnerrukseen. Tämä tehdään selvittämällä ensiksi se kuinka suuri kuormitus painonnostopenkkiin saadaan maksimaalisesti kohdistaa niin, ettei ylitetä valmistajan antamaa ylärajaa. Tämän jälkeen selvitetään se kuinka kyseinen kuormitus jakautuu painonnostopenkkiin sitä käytettäessä. Seuraavaksi luodaan tilanteesta yksi analyttinen malli ja kaksi elementtimenetelmään perustuvaa mallia. Elementtimenetelmään perustuvat mallit tehdään käyttäen ANSYS®-tietokoneohjelmaa. Tutkimusmenetelmä osuudessa tarkastellaan lisäksi myös eri mallien sisältämiä yksinkertaistuksia sekä sitä minkä takia pystyneliörakenneputkien tarkempi tarkastelu on jätetty pois tutkimuksesta.

Tuloksia koskevassa osuudessa esitetään valittujen kohtien siirtymiä sekä Von Mises -vertailujännityksiä. Sen jälkeen verrataan eri mallien antamia tuloksia keskenään ja analysoidaan sitä, mistä tuloksissa olevat eroavaisuudet johtuvat. Tuloksista nähdään, että suurin vertailujännitys tulee siihen neliörakenneputkeen, jossa on havaittu pysyvä muodonmuutos fyysisessä versiossa. Tuloksien mukaan käytetyllä kuormituksella ei kuitenkaan ylitetä rakenneteräksen myötörajaa kyseisessä osassa, joten käytetyllä kuormalla kyseiseen osaan ei synny pysyvää muodonmuutosta. Tuloksista myös nähdään, että eri elementtimenetelmällä saadut tulokset ovat vertailujännityksiltään suurempia kuin analyttisellä menetelmällä saadut, vastaavaa eroa ei ole havaittavissa kuitenkaan siirtymissä. Tutkimuksessa tullaan johtopäätökseen, että eroavaisuudet tuloksissa johtuvat tässä tapauksessa todennäköisesti siitä, että eri menetelmillä on vaikeaa luoda malleja, jotka vastaisivat toisiaan täydellisesti.

Avainsanat: FEM, elementtimenetelmä, painonnostopenkki, analyttinen menetelmä

Tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck -ohjelmalla.

SISÄLLYSLUETTELO

1. JOHDANTO	1
2. SIIRTYMÄT JA JÄNNITYSTILA	3
2.1 Analyyttinen ratkaiseminen	3
2.2 Elementtimenetelmällä ratkaiseminen	6
3. PAINONNOSTOPENKIN JA KUORMITUKSEN MALLINNUS	7
3.1 Painonnostopenkki	7
3.2 Kuormitukset	9
3.3 Mallit	10
3.3.1 Analyyttinen malli	13
3.3.2 Ensimmäinen elementtimalli	14
3.3.3 Tarkempi elementtimalli	15
4. TULOKSET JA NIIDEN TARKASTELO	17
4.1 Tulosten osakohtainen analysointi	18
4.2 Tulosten analysointi	20
5. YHTEENVETO	23
LÄHTEET	24
LIITE A: PAINONNOSTOPENKIN OSAT	
LIITE B: ANALYYTTISEN MALLIN LASKENTA	
LIITE C: ANSYS-OHJELMAN KÄYTTÄMÄT RAKENNETERÄKSEN TIEDOT	

LYHENTEET JA MERKINNÄT

FEM	Finite element method.
HEX20	20 solmuinen heksaedri elementti
IPF	International Powerlifting Federation
TET10	10 solmuinen tetraedri elementti
A	Osien yksi ja kaksi kosketuskohdan keskipiste
A_y	Osien yksi ja kaksi välinen y-akselin suuntainen tukireaktio
A_p	Pinta-ala
B	Osien yksi ja neljä kosketuskohta
B_x	Osien yksi ja neljä välinen x-akselin suuntainen tukireaktio
B_y	Osien yksi ja neljä välinen y-akselin suuntainen tukireaktio
b	Neliörakenneputken sivun pituus
C_y	Osien kaksi ja seitsemän välinen y-akselin suuntainen tukireaktio
D	Osien kolme ja neljä kosketuskohta
D_y	Osien kolme ja neljä välinen y-akselin suuntainen tukireaktio
E	Kimmomoduuli, Youngin moduuli, rakenneteräs 200 GPa
E	Kimmomatriisi
ε	Venymä
F	Osien kolme ja viisi kosketuskohta
F	Kuormitusvektori
F_y	Osien kolme ja viisi välinen y-akselin suuntainen tukireaktio
G	Liukumoduuli
G_y	Osien yksi ja kolme muodostama tukireaktio osaan neljä.
g	Putoamiskiihtyvyyys, 9,80665 m/s ²
H_y	Osien neljä ja viisi välinen y-akselin suuntainen tukireaktio
I	Neliömomentti
J_y	Osien neljä ja kuusi välinen y-akselin suuntainen tukireaktio
K	Jäykkyydsmatriisi
L_y	Osien viisi ja lattian välinen y-akselin suuntainen tukireaktio
M_t	Taivutusmomentti
N_y	Osien kuusi ja seitsemän välinen y-akselin suuntainen tukireaktio
v	Taipuma
P_y	Osien seitsemän ja lattian välinen y-akselin suuntainen tukireaktio
Π	Systemin potentiaalienergia
q_1	Nostajan yläruumiin ja painojen aiheuttama kuormitus
q_2	Nostajan alaruumiin aiheuttama kuormitus
q_a	Osien yksi ja kaksi välinen y-akselin suuntainen tukireaktio
q	Solmusiirtymävektori
σ	Normaalijännitys
σ_{vert}	Von Mises -vertailujännitys
T	Vääntömomentti
t	Neliörakenneputkien seinämän paksuus
τ	Leikkausjännitys
v	Poissonin vakio, 0,3
w	Vääntövastus
x	Muuttuja

1. JOHDANTO

Koneensuunnittelussa on paljon mitoitukseen liittyviä ongelmia, joita on yksinkertaisesti mahdoton ratkaista analyyttisesti tai tarkasti. Elementtimenetelmä tarjoaa menetelmän, jolla mitoitukseen liittyviä monimutkaisiakin ongelmia voidaan ratkaista. Tämän takia elementtimenetelmää käytetäänkin koneensuunnittelussa, ja sen takia koneensuunnittelijan olisi hyvä tietää, mitä on elementtimenetelmä ja mihin sitä voi käyttää. Elementtimenetelmällä saatu tulos on approksimaatio, mutta siihen, kuinka tarkka tulos on, voi vaikuttaa.

Tämän työn tutkimusongelma on selvittää se kuinka samansuuntaisia elementtimenetelmällä saadut tulokset ovat analyyttisellä menetelmällä saatuihin tuloksiin verrattuna. Lisäksi tavoitteena on selvittää, onko palkkien mitoitamiseen tarkoitettu teoria tässä tapauksessa riittävä.

Tutkimuksessa laskennan kohteena on painonnostopenkki. Tutkimuksen voisi tehdä käyttäen pohjana kuntolaitteita koskevia standardeja kuten SFS-EN ISO 20957-1:2013 ja SFS-EN ISO 20957-4:2016. Tämän tutkimuksen pohjana ei kuitenkaan käytetä standardien mukaisia kuormituksia vaan käytettävä kuormitus määritellään itse.

Syy siihen minkä takia tapaustutkimuksen kohteeksi on valikoitunut nimenomaan painonnostopenkki, on se, että tutkimuksessa käytettävän painonnostopenkin fyysinen versio oli saatavilla tutkittavaksi. Kyseisessä painonnostopenkissä oli ennen tutkimusta tehdyissä tarkasteluissa havaittu taipuma yhdessä sen neliörakenneputkessa, joka on se syy minkä takia tutkimuksessa keskitytään nimenomaan painonnostopenkin neliörakenneputkien taipumiin. Taipuneesta neliörakenneputkesta käytetään tässä tutkimuksessa nimitystä osa kaksi. Havaittu palautumaton taipuma osan kaksi keskiosassa oli suuruudeltaan 2,7 mm. Mielenkiinnon kohteena ei siis ole vain tutkimuksen aihe eli eri laskentamenetelmät ja niillä saatavien tulosten vertailu. Vaan mielenkiinnon kohteena on myös se, että onko kyseisessä painonnostopenkissä myös muita vastaavia ongelmakohtia kuin jo taipunut neliörakenneputki. Tämä sen takia, koska jo taipunut neliörakenneputki voidaan tukea sen alapuolella olevaan toiseen neliörakenneputkeen, mutta jos rakenteessa on olemassa muitakin ongelmakohtia kuin kyseinen neliörakenneputki, niin silloin kyseinen tuenta ei mahdollisesti ole riittävä kokonaisuutta ajatellen.

Tutkimus tehdään laskemalla painonnostopenkin vaakaneliörakenneputkien taipumat ja jännitykset käyttämällä kuormitusta, joka vastaa todellista käyttötilannetta. Vertailus-

sa käytettävä jännitys on Von Mises -vertailujännitys. Laskenta tehdään sekä elementtimenetelmällä että analyttisellä menetelmällä. Saaduista tuloksista nähdään, kuinka samansuuruisia ne ovat. Tutkimuksessa keskitytään tapaukseen, jossa painonnostopenkkiä kuormitetaan staattisesti. Rakenteen stabiiliteettia ei tutkita työssä. Elementtimenetelmällä tehtävässä laskennassa käytetään ANSYS®-laskentaohjelmaa (Ansys 2020). Osien piirtämisessä liite A:n osaluetteloa varten käytetään myös toista ANSYS®-ohjelmaa (Ansys 2021). Lopuksi eri menetelmillä saatuja tuloksia verrataan keskenään.

2. SIIRTYMÄT JA JÄNNITYSTILA

Siirtymien ja jännitysten ratkaiseminen aloitetaan perehtymällä tutkittavaan kappaleeseen. Kappaleen geometria, tuenta, kuormitus ja materiaali tulee tietää. Käytännössä tämä tarkoittaa analyyttisessä tapauksessa vapaakappalekuvan piirtämistä ja elementtimenetelmän tapauksessa kappaleen mallintamista.

Siirtymien ja jännitysten laskemiseksi tarvitsee myös valita laskennassa käytettävä teoria. Valitun teorian pitää olla soveltuva tapauksen tutkimiseen.

2.1 Analyyttinen ratkaiseminen

Oletetaan, että siirtymät ovat pieniä, tämän seurauksena kappaleiden geometrian muutosta siirtymien takia ei oteta huomioon. Lisäksi osien painon oletetaan olevan pieni suhteessa ulkoiseen kuormitukseen, eikä täten painoa oteta huomioon.

Tässä tapauksessa siirtymät ja jännitykset ratkaistaan käyttäen teoriaa, joka on tarkoitettu palkkien muodonmuutosten ja jännitysten ratkaisemiseen. Palkilla tarkoitetaan pitkää ja jäykkää kappaletta, jota voidaan käsitellä yksiulotteisena (Salmi 2001, s. 177.). Tämä tarkoittaa sitä, että vapaakappalekuvan piirtäminen ei välttämättä tarkoita vain yhden kuvan piirtämistä vaan useamman kuvan piirtämistä, koska tutkittava kappale pitää jakaa useammaksi palkiksi. Tämä tarkoittaa sitä, että siirtymät ja jännitykset lasketaan jokaiselle kappaleelle erikseen. Näin saadut tulokset ovat laskettu käyttäen jokaiselle kappaleelle erikseen luotuja lokaaleja koordinaatistoja. Globaalien siirtymien saaminen siis edellyttää palkkikohtaisten tulosten yhdistämistä.

Vapaakappalekuvien ja staattisten tasapainoyhtälöiden avulla ratkaistaan kappaleisiin kohdistuvat tukireaktiot. Vapaakappalekuvalla tarkoitetaan kuvaa, johon on piirretty vain kappale ja siihen vaikuttavat ulkoiset voimat ja momentit (Salmi 2001, s. 115.). Tämä on mahdollista, koska tutkittava kappale on isostaattinen eli staattisesti määrätty (Salmi 2001, s. 11.). Jos kappale ei ole staattisesti määrätty se on staattisesti määräämätön eli hyperstaattinen (Salmi 2001, s. 11.). Hyperstaattista palkkia ratkaistaessa tulee ottaa huomioon materiaaliyhtälöt ja yhteensopivuusehdot (Outinen, Salmi 2004, s. 220.). Yksittäisen kappaleen tasapainoyhtälöt perustuvat hitauden lakiin eli Newtonin ensimmäiseen lakiin (Salmi 2001, s. 121.). Kappaleiden välisten reaktioiden ratkaiseminen perustuu voiman ja vastavoiman lakiin eli Newtonin kolmanteen lakiin. Tasapai-

noyhtälöissä oletetaan, että kappale ei ole liikkeessä ja täten siihen vaikuttavien voimien resultantti on nolla (Salmi 2001, s.121.). Tasapainoyhtälöt kirjoitetaan kappaleen x-, y- ja z-suunnassa sekä valittujen pisteiden momentin suhteen.

Tasapainoyhtälöiden määrittämisen jälkeen selvitetään kappaleiden taivutusmomenttikuvio eli M_t -kuvio. Taivutusmomenteiksi kutsutaan palkin sisäisen voimaparin momentteja, jotka estävät sen kääntymisen toistensa suhteen palkin poikkileikkauksen suhteen (Salmi 2001, s. 185.). Taivutusmomentin sovitaan olevan merkkisopimuksella positiivinen silloin kun se venyttää palkin alapintaa (Salmi 2001, s. 185.).

Taivutusmomentin ja reunaehtojen avulla ratkaistaan palkkien taipumat. Taivutusmomentti yhdistetään palkin taipumaan kimmoviivan linearisoidun differentiaaliyhtälön avulla

$$EIv'' = -M_t, \quad (1)$$

jossa E on kimmomoduuli, I on neliömomentti, v'' on taipuman v toinen derivaatta ja M_t on taivutusmomentti (Outinen, Salmi 2004, s. 205.). Tämän yhtälön ja reunaehtojen avulla voidaan sitten selvittää palkin taipuma. Reunaehtoina toimivat taipuman v ja sen derivaattojen v' arvot tietyissä kohdissa. Kimmoviiva tarkoittaa terminä tässä tapauksessa palkin venymätöntä x-akselia (Outinen, Salmi 2004, s. 177.). Neliörakenneputken tapauksessa kimmoviiva kulkee putken poikkileikkauksen keskellä johtuen siitä, että neliörakenneputki on symmetrinen.

Niissä tapauksissa, joissa palkkiin kohdistuu voima, jonka vaikutussuora ei kulje palkin kimmoviivan lävitse syntyy vääntömomentti, koska voimalla on vipuvarsi kimmoviivan suhteen. Kyseinen voima voidaan kuitenkin siirtää vaikuttamaan niin, että sen vaikutussuora kulkee kimmoviivan lävitse tekemällä voiman yhdensuuntaissiirto (Salmi 2001, s. 63.). Tällöin kuitenkin pitää voiman uuteen vaikutuspisteeseen lisätä momentti, joka vastaa sitä momenttia, jonka voima aiheutti kyseiseen pisteeseen aiemmassa sijainnissaan (Salmi 2001, s. 63.).

Vääntöjännitys saadaan kaavasta

$$\tau_{max} = \frac{T}{w_v}, \quad (2)$$

jossa τ_{max} on vääntöjännityksen suurin arvo, T on vääntömomentti ja w_v on poikkileikkauksen vääntövastus (Outinen, Salmi 2004, s. 245.). Ohutseinäisen putken tapauksessa tämä muuttuu Bredtin ensimmäisen kaavan avulla kaavaksi

$$\tau_{max} = \frac{T}{2A_p t_{min}}, \quad (3)$$

jossa τ_{\max} on vääntöjännityksen suurin arvo, T on vääntömomentti, A_p on poikkileikkauksen pinta-ala ja t_{\min} on putkenseinämän pienin paksuus (Outinen, Salmi 2004, s. 257.).

Taivutusmomentin avulla lasketaan myös putkissa olevat maksimijännitykset. Tämä tehdään ensiksi löytämällä taivutusmomentin ääriarvot derivoimalla taivutusmomentin lauseke. Sen jälkeen lasketaan putkessa olevat reunajännitykset kaavalla

$$\sigma_x = \frac{M_t}{I_z} y, \quad (4)$$

jossa σ_x on reunajännitys, M_t on taivutusmomentti, I_z on neliömomentti z-akselin suhteen ja y on etäisyys kimmoviivasta (Outinen, Salmi 2004, s. 181.). Neliömomentti z-akselin suhteen voidaan laskea kaavalla

$$I_z = \iint y^2 dA, \quad (5)$$

jossa I_z on neliömomentti z-akselin suhteen, $\iint dA$ on poikkileikkauksen pinta-ala ja y on y-akselin koordinaatti (Outinen, Salmi 2004, s. 410.). Neliörakenneputken tapauksessa neliömomentti I_z on yhteenlaskuperiaatetta hyödyntäen

$$I_z = \frac{1}{12} b^4 - \frac{1}{12} (b - t)^4 \quad (6)$$

jossa I_z on neliömomentti z-akselin suhteen, b on neliörakenneputken sivun pituus ja t on neliörakenneputken paksuus (Outinen, Salmi 2004, s. 419.). Koordinaatiston x-akseli kulkee kimmoviivaa pitkin.

Putkien venymää ratkaistaessa lasketaan ensin putkessa oleva normaalijännitys, joka sitten yhdistetään venymään käyttämällä Hooken lakia

$$\sigma = E\varepsilon, \quad (7)$$

jossa σ on jännitys, ε on venymä ja E on kimmomoduuli (Outinen, Salmi 2004, s. 38.).

Saadut jännitykset voidaan yhdistää esimerkiksi Von Mises -vertailujännitykseksi käyttämällä vakiovääristymisenergiyahypoteesia. Tällöin vertailujännityksen kaava on

$$\sigma_{vert} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)]} \quad (8)$$

jossa σ_{vert} on vertailujännitys, σ_x , σ_y ja σ_z ovat normaalijännitykset ja τ_{xy} , τ_{yz} ja τ_{xz} ovat leikkausjännitykset (Outinen, Salmi 2004, s. 350.).

Isotrooppisella materiaalilla liukumoduulilla, Poissonin vakiolla ja kimmomoduulilla on yhteys

$$G = E/(2(1 - \nu)), \quad (9)$$

jossa G on liukumoduuli, E on kimmomoduuli ja ν on Poissonin vakio (Outinen, Salmi 2004, s. 123.).

2.2 Elementtimenetelmällä ratkaiseminen

Yksinkertaisimmillaan elementtimenetelmässä elementti voidaan käsittää Hooken lain mukaiseksi jouseksi ja elementtiverkko usean jousen systeemiksi, jossa jouset ovat kiinnitetty toisiinsa ja muuhun ympäristöön niiden päissä olevien pisteiden eli solmujen avulla (Belegundu, Chandrupatla 2002, s. 6. -11.). Tällaisessa systeemissä siis voimat ja reunaehdot kohdistetaan solmuihin eli jousen päihin ja jousivakio eli jäykkyys kohdistetaan jouseen. Tällaisen systeemin tasapainotilan voi löytää minimoimalla systeemin potentiaalienergian Π solmusiirtymien suhteen. Tällöin päädytään yhtälöön

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}\mathbf{q}, \quad (10)$$

jossa \mathbf{K} on systeemin jäykkyysmatriisi, \mathbf{q} on systeemin solmujen siirtymävektori ja \mathbf{F} on systeemiin kuormitusvektori. Kun on tiedossa systeemiin vaikuttavat voimat ja jäykkyysmatriisi. Voidaan ratkaista solmujen siirtymät \mathbf{q} . Solmujen siirtymien avulla voidaan laskea jännitykset. (Belegundu, Chandrupatla 2002, s. 9. -10.).

Elementin ei kuitenkaan tarvitse olla vain yksinkertainen jousi eli elementti jolla on kaksi solmua ja solmujen vapausasteina solmuja yhdistävän jousen suuntainen siirtymä. Elementissä voi olla enemmän solmuja kuin kaksi ja yksittäisellä solmulla voi olla enemmän kuin yksi vapausaste. Erilaisia elementtityyppejä on siis periaatteellisella tasolla ääretön määrä. Siihen mitä elementtityyppejä käytännössä käytetään, ei perehdytä. Eikä myöskään jonkun tietyn elementtityypin tarkempaa matemaattista käsittelyä tehdä.

Elementtimenetelmän periaate on siis, että elementtimenetelmässä ensin mallinnetaan kappaleen geometria eli piirretään kuva. Sen jälkeen kappale jaetaan elementeiksi. Tämän jälkeen luotuu elementtiverkkoon lisätään reunaehdot eli solmuihin kohdistetaan voimat ja niiden vapausasteita rajoittavat tekijät. Lopuksi tehtävä ratkaistaan eli siirtymät lasketaan.

3. PAINONNOSTOPENKIN JA KUORMITUKSEN MALLINNUKSEEN

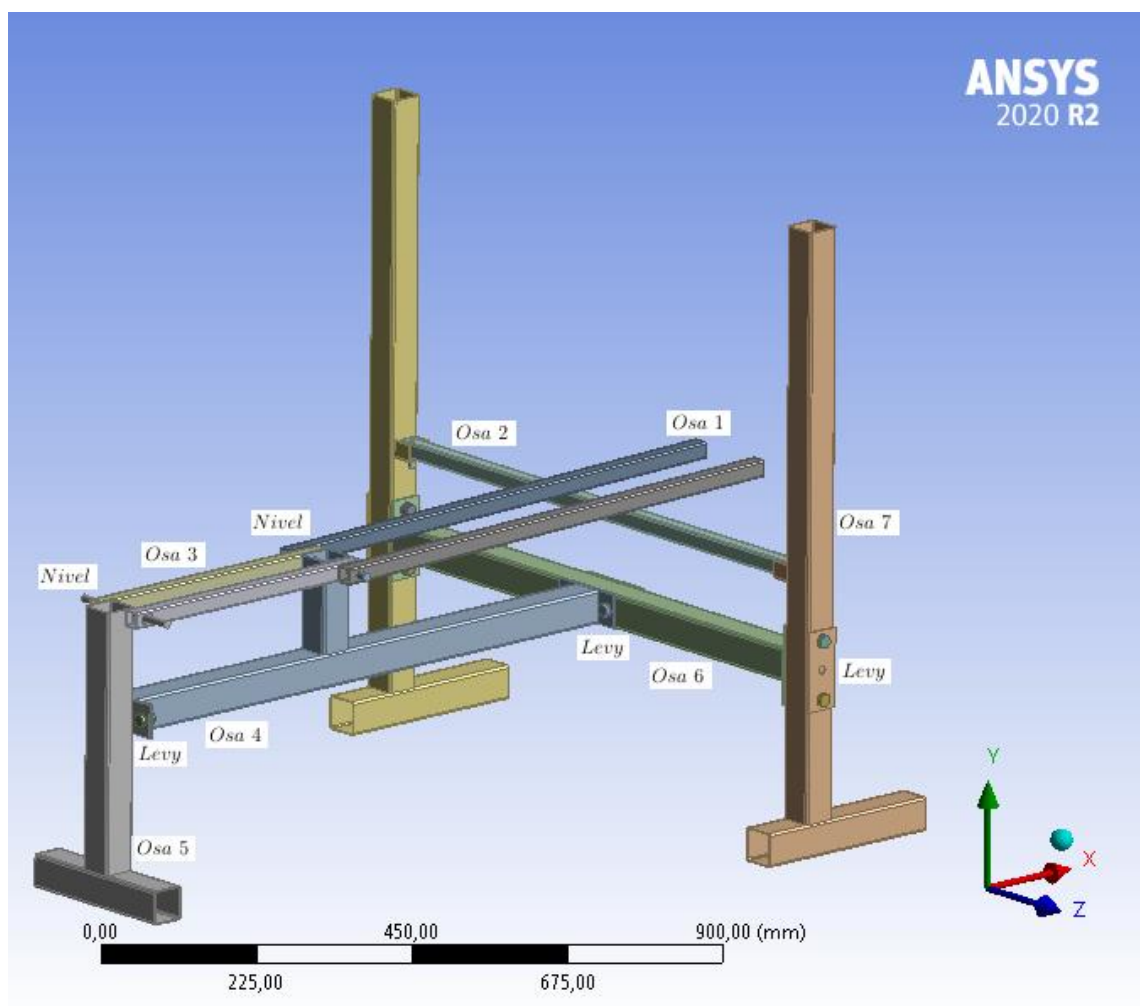
Tutkimuksessa lähtökohtana on tapaustutkimus, jonka kohteena on painonnostopenkki. Tapausta tutkitaan käyttäen analyttistä menetelmää sekä elementtimenetelmää. Analyttisellä menetelmällä laskenta tehdään käyttämällä yhtä mallia. Elementtimenetelmällä laskenta tehdään käyttäen kahta erilaista elementtimallia. Analyttinen malli sekä yksinkertaisempi elementtimalli ovat malleja, joissa painonnostopenkki yksinkertaistetaan rakenteeksi, joka koostuu suurelta osin vain neliörakenneputkista. Toinen elementtimalli on kahta ensimmäistä mallia tarkempi kuvaus painonnostopenkistä. Eri menetelmillä ja malleilla saatuja siirtymiä ja Von Mises -vertailujännityksiä sitten verrataan keskenään, jotta voidaan nähdä, kuinka ne eroavat toisistaan. Tutkimuksessa keskitytään vain staattiseen mitoitukseen. Elementtimenetelmää käyttävissä ratkaisuisissa käytetään ANSYS®-laskentaohjelmaa.

Tutkimuksen kohde on painonnostopenkki silloin kun sitä ollaan käyttämässä penkkipunnerrukseen. Painonnostopenkillä on muitakin käyttötapauksia, mutta tapaustutkimus rajataan vain penkkipunnerrukseen. Painonnostopenkin osille on annettu numerointi, jonka voi löytää liitteestä A.

3.1 Painonnostopenkki

Tutkimuksessa käytettävän painonnostopenkki on DUKE Fitness® DF500. Painonnostopenkin tiedot on saatu mittaamalla fyysisen kappaleen mitat. Mitattujen tietojen avulla on luotu malli, jota käytetään laskennan pohjana. Luotu malli on yksinkertaistettu versio todellisesta, ja se on yksinkertaistettu malliksi, joka sisältää vain neliörakenneputket ja niveliä. Yksinkertaistetuissa malleissa ei oteta huomioon todellisessa painonnostopenkissä olevia hitsiliitoksia ja ruuviliitoksia. Painonnostopenkissä käytettävät neliörakenneputket ovat seinämänpaksuudeltaan kahden millimetrin paksuisia ja halkaisijaltaan 51, 44 ja 25 mm. Nivelet eli umpinaiset terästangot ovat halkaisijaltaan 12 mm. Teräslevyt, joita käytetään joidenkin neliörakenneputkien välisissä kiinnityksissä, ovat paksuudeltaan 3 mm, leveydeltään 50 mm ja pituudeltaan 120 mm. Nivelten ja teräslevyjen sijainnin painonnostopenkissä voi nähdä kuvasta yksi. Tarkemmat osien mitat voi löytää liitteestä A.

Koska DF500:n valmistajan ilmoittamia tietoja painonnostopenkin sallituista kuormituksesta ei löytynyt käytetään joissain tapauksessa muiden vastaavanlaisten painonnostopenkkien tietoja. Yhtenä rajoitteena samankaltaisuudelle on nostajan hartioiden alapuolella olevan neliörakenneputki. Kyseisestä neliörakenneputkesta käytetään tässä tutkimuksessa myös nimeä osa numero kaksi, ja se on putki, jonka siirtämisellä tai poistamisella saadaan aikaiseksi ylä- tai alaviistopenkki. Osa kaksi sijainnin voi nähdä kuvasta yksi. Se on valittu rajoitteeksi, koska fyysisestä kappaleesta on sitä tarkastettaessa huomattu, että siinä on palautumaton muodonmuutos. Kyseisen muodonmuutoksen takia laskennassa odotetaan, kaikista suurimpien jännitysten ja muodonmuutosten tulevan kyseiseen neliörakenneputkeen.

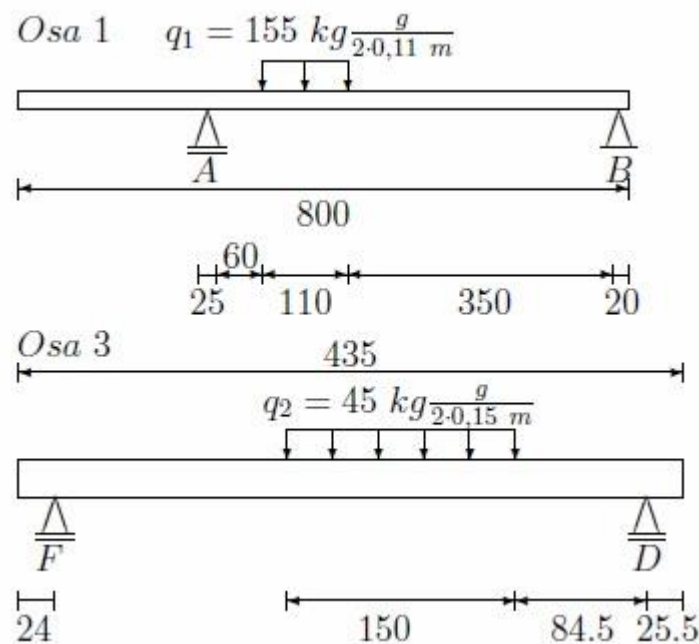


Kuva 1. Toinen elementtimalli ja painonnostopenkin osat.

Tarkkaa tietoa painonnostopenkissä käytetystä teräksestä ei ole, joten se valitaan olevan rakenneteräs, jonka kimmomoduuli on 200 GPa, myötöraja 250 MPa ja Poissonin vakio on 0,3 (Ansys 2020). Tarkemmat tiedot rakenneteräksestä löytyvät liitteestä C.

3.2 Kuormitukset

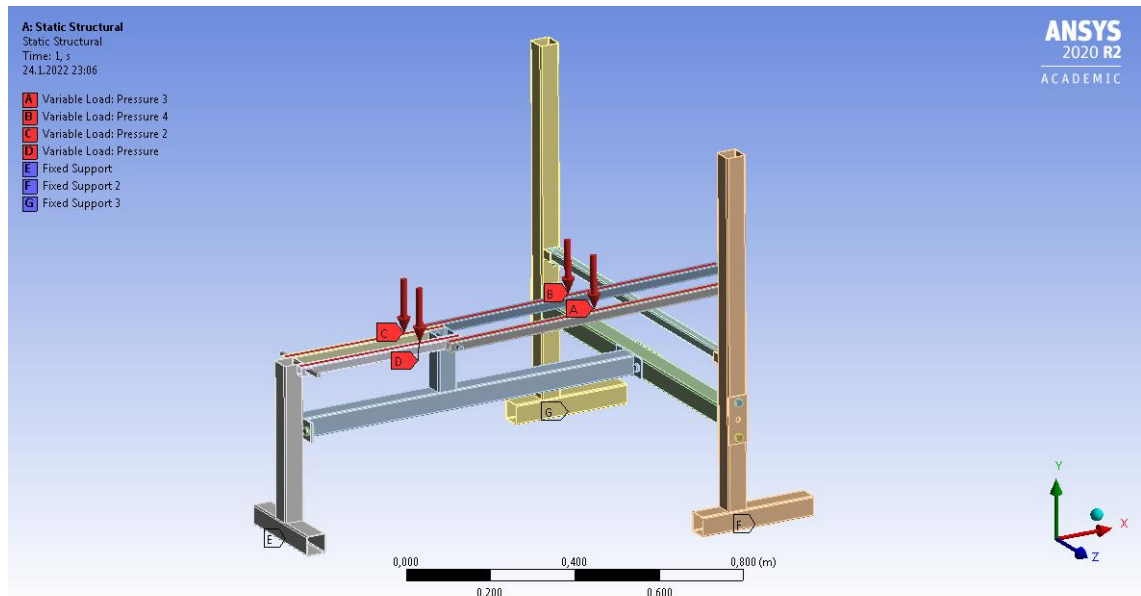
Valitaan kuormitus, jonka painonnostopenkki kestää ilman suuria muodonmuutoksia. Kuormitukseksi tulisi siis ensisijassa valita painonnostopenkin valmistajan hyväksymä painomäärä eli painomäärä, jonka sen on suunniteltu kestävän todellisessa käyttötilanteessa. Valitettavasti valmistajan antamia tietoja asiasta ei löytynyt, joten valitaan kuormitus käyttämällä muiden vastaavanlaisten painonnostopenkkien tietoja. Kannattaa huomata, että se kuinka paljon painonnostopenkki kestää, voidaan saada myös selville laskemalla. Lisäksi tutkimuksessa lasketuista tuloksista voidaan itse asiassa nähdä se, että kestääkö painonnostopenkki annettua kuormitusta. Tämä tarkoittaa sitä, että valitun kuormituksen sopivuus voidaan todeta jälkikäteen saaduista tuloksista ja että valitut arvot valitaan vain siksi, että laskentaa ei voi tehdä ilman mitään arvoja. Rakenteen kestämisellä tarkoitetaan tässä tapauksessa sitä, että aiheuttaako kuormitus pysyviä muutoksia rakenteeseen vai ei.



Kuva 2. Painonnostopenkkiin kohdistuvien kuormitusten sijainti.

Laskennassa käytettävänä kuormitustapauksena käytetään tapausta, jossa nostaja on tekemässä penkkipunnerrusta. Penkkipunnerrusta tehdessään nostaja pitelee käsillään levytankoa levypainoineen ja makaa painonnostopenkillä niin, että hänen olkapäät, pää ja takamus ovat kontaktissa painonnostopenkin kanssa. Tällöin nostajan luoma kuormitus jakautuu niin, että hänen painostaan osa kohdistuu painonnostopenkkiin olkapäiden, pään ja takamuksen kohdalta ja osa kohdistuu jalkojen kautta lattiaan. Laskennan yksinkertaistamiseksi tehdään kuitenkin sellainen oletus, että lattiaan kohdistuva kuormitus kohdistuu painonnostopenkkiin takamuksen kautta ja pään paino olkapäiden

kautta. Lisäksi tehdään oletus, että ihmisen painosta puolet on yläruumiissa ja puolet alaruumiissa, jolloin voidaan tehdä oletus, että puolet nostajan painosta kohdistuu painonnostopenkkiin olkapäiden kohdalta ja puolet takamuksen kohdalta. Levytangon ja levypainojen luoman kuormituksen oletetaan kohdistuvan kokonaisuudessaan olkapäiden kautta painonnostopenkkiin. Kuvissa kaksi ja kolme on nähtävissä se kuinka kuormitus kohdistuu painonnostopenkkiin osien kaksi ja kolme kautta.



Kuva 3. Kuormitusten sijainti toisessa elementtimallissa.

Valitaan, että nostajan ja painojen yhteispaino on 200 kg, nostajan paino on 90 kg ja levypainojen ja levytangon yhteispaino on 110 kg. Valinnat perustuvat siihen, että yli 30-vuotiaiden suomalaisten miesten paino on FinTerveys 2017 -tutkimuksen perusteella 86,7 kg (Borodulin et al. 2018, s. 46.) eli pyöristettynä ylöspäin noin 90 kg, ja siihen, että rakenteeltaan vastaavanlaisen painonnostopenkin Gymstick STR-400:n painojen sallittu maksimikuorma on valmistajan mukaan 120 kg (Gymstick). Lisäksi Gorilla Sports:illa on useita vastaavanlaisia painonnostopenkkejä, joiden suurimmaksi yhteiskuormitukseksi ilmoitetaan 200 kg (Gorilla Sports 2021). Se, että tapauksessa 90 kg painava mies on tekemässä penkkipunnerrusta käyttäen 110 kg:n painoja, todetaan realistisesti käyttäen apuna penkkipunnerruksen maailmanennätyspainoja. IPF-liiton voimassa oleva maailmanennätys avoimeen sarjaan alle 83 kg:n klassisessa penkkipunnerruksessa on 219 kg (IPF).

3.3 Mallit

Painonnostopenkistä mallinnetaan vain ne osat, joihin syntyy penkkipunnerrusta tehdessä siitä johtuvaa kuormitusta. Painonnostopenkistä ei mallinneta pehmustettua ta-

soa, jonka päällä nostaja makaa penkkipunnerrusta tehdessään, vaan kuormitus kohdennetaan suoraan neliörakenneputkiin. Materiaalimalli on isotrooppinen ja lineaarisesti kimmainen.

Yksi tärkeä asia joka tulee huomata erilaisia malleja tehdessä, on se, että tarkoituksena on luoda malli joka vastaa todellisuutta. Tässä tapauksessa tulee huomata se, että teoreettisessa tapauksessa painonnostopenkissä olevat pystyneliörakenneputket todella oletetaan olevan pystysuorassa. Todellisessa tapauksessa ne voivat kuitenkin olla myös vähän vinossa pystysuoraan nähden. Tämä muun muassa siksi, että ne ovat kiinnitetty muihin neliörakenneputkiin ruuviliitoksilla sekä siksi, että ruuviliitokset ovat toteutettu hitsaamalla neliörakenneputkien päihin levyt. Kaikki kolme mallissa olevaa pystyneliörakenneputkea voivat siis olla vinossa kahteen eri suuntaan esimerkiksi siksi, että ruuviliitoksissa toinen ruuvi on löysällä tai siksi, että ruuviliitoksissa olevat levyt voivat kuormituksen takia muuttaa muotoaan. Kannattaa myös huomata, että tässä tapauksessa tutkitaan tapausta, jossa rakenne altistetaan kuormitukselle ensimmäisen kerran. Tarkoittaen siis sitä, että jos ensimmäisellä kerralla rakenteeseen tulee pysyviä muodonmuutoksia. Voi rakenteen geometria olla jo toisella kerralla riittävän erilainen, jotta pystyneliörakenneputket taipuvat erisuuntaan kuin ensimmäisellä kerralla. Tämä asia tulee vastaan konkreettisesti sitä kautta, että tutkimuksessa käytettävän painonnostopenkin fyysisessä versiossa on havaittu osien neljä ja viisi välisessä liitoksessa olevan levyn pysyvä muodonmuutos. Osien neljä ja viisi välinen liitos on nähtävissä kuvassa neljä. Kyseisen levyn muodonmuutoksen takia osa viisi on fyysisessä kappaleessa vinossa, ja rakenne mahdollisesti käyttäytyykin sen takia eri tavalla kuin mallinnettavissa tapauksessa. Sitä onko kyseinen vaurio aiheutunut rakenteeseen ylikuormituksen takia, ei tiedetä. Toinen elementtimalli on osaltaan tutkimuksessa mukana sen vuoksi, että nähdään kyseisten levyjen vaikutus neliörakenneputkien siirtymiin sallitulla kuormituksella.

Vaikka osan neljä ja viisi välisessä liitoksessa on havaittavissa levyn kiepahdus, sitä ei tässä tutkimuksessa analyttisesti tutkita tarkemmin. Tämä johtuu siitä, että siinä missä osan kaksi taipuma oli tiedossa ennen tutkimuksen aloittamista, tuli tämä kyseinen vaurio havaittua vasta tutkimusta tehdessä. Koska tätä vauriota ei ollut tiedossa alun perin, tutkimuksessa lähtökohtana oli analyttisessä tarkastelussa palkkiteorian soveltaminen. Tämän tapauksen tutkimiseen ei kuitenkaan riitä palkkiteorian soveltaminen, mikä tarkoittaa sitä, että vertailua analyttisen menetelmän ja elementtimenetelmän suhteen ei voida tehdä. Kyseinen liitos on kuitenkin olemassa tässä tutkimuksessa sitä kautta, että sen olemassa olo vaikuttaa mallissa kolme syntyviin siirtymiin. Liitoksen olemassa olo vaikuttaa etenkin osan numero neljä siirtymään. Kyseistä liitosta tutkitaan myös

mallin kolme avulla, jotta saataisiin selvyys siitä, että olisiko kyseisen liitoksen tarkastelu ollut yhtä tärkeää kuin neliörakenneputkien taipumien tarkastelu.



Kuva 4. Painonnostopenkin levyyn syntynyt muodonmuutos.

Sen takia, että pystyneliörakenneputket voivatkin käyttäytyä eri tavalla kuin mallit ennustaa, ja koska kyseinen ongelma on selkeästi rakenteen stabiliteettiin liittyvä ongelma, jätetään pystyneliörakenneputkien taipumat ja jännitykset tutkimuksen ulkopuolelle, koska stabiliteettiin liittyvät asiat on rajattu kokonaisuudessaan tutkimuksen ulkopuolelle. Mallien kaksi ja kolme antamia pystyneliörakenneputkien taipumia ja jännityksiä ei myöskään tulla esittämään tuloksissa.

Malleja kaksi ja kolme tehtäessä käytettävän elementin kokoa pienennetään kunnes tuloksena saadut taipumat eivät enää merkittävästi muutu. Käytettävän elementin koko valitaan olemaan sama kaikkialla mallissa.

Koska tutkimuksessa ei oteta huomioon hitsiliitoksia, niin niiden aiheuttamaa pyöristystä neliörakenneputkien välisissä liitoksissa ei oteta huomioon malleissa, tämä johtaa siihen, että kyseisissä liitoksissa olevat kulmat ovat teräviä. Elementtimenetelmään perustuvissa malleissa tämä voi johtaa siihen, että kulmiin syntyy jännitys joka on suurempi kuin todellisuudessa. Tämän takia tutkimuksessa ei tarkastella, sitä minkälaisia jännityksiä elementtimenetelmällä saadaan kyseisiin kohtiin.

3.3.1 Analyyttinen malli

Ensimmäinen malli on analyttisesti mallinnettu malli. Malliin liittyvä laskenta löytyy liitteestä B. Analyttisessä mallissa painonnostopenkki on mallinnettu sisältämään vain neliörakenneputkia, jotka ovat kiinnitetty toisiinsa käyttäen erilaisia liitoksia. Neliörakenneputkien neliömomenttia laskettaessa ei ole otettu huomioon sitä, että ne eivät todellisuudessaan ole kulmiltaan todellisuudessaan teräviä. Tämä siksi, että neliömomentin laskenta yksinkertaistuu. Vaihtoehtoinen tapa neliörakenneputken neliömomentin selvittämiseen olisi toki voinut olla oman laskennan sijasta niiden katsominen standardista, mutta kannattaa huomata, ettei ensimmäisessä elementtimallissakaan neliörakenneputkien kulmia mallinnettu, joten vaihtoehtoinen tapa olisi pakottanut myös muuttamaan ensimmäistä elementtimallia.

Analyttisessä mallissa ei ole otettu huomioon kitkaa. Tämän takia kaikki nivelet eli terästangot ovat kitkattomia, painonnostopenkin jalkojen kontakti lattian suhteen on kitkaton, osa yksi voi liukua osan kaksi päällä kitkattomasti, osa kaksi voi liukua osan seitsemän päällä kitkattomasti, osa kolme voi liikkua kitkattomasti vaakasuunnassa osien neljä ja viisi suhteen. Osissa neljä ja kuusi päissä pitäisi tuennan takia olla vaakasuuntaiset tukireaktivoimat kummassakin päässä, mutta kyseiset tukireaktiot ovat voima ja vastavoiman perusteella nolla, joten niitä ei ole merkitty liitteestä B. löytyviin kuviin numero 12. ja 13. Saman asian takia osien kuusi ja seitsemän sekä osien neljä ja viisi välille ei ole merkitty vaakasuuntaisia tukireaktivoimia.

Painonnostopenkkiä mitattaessa huomattiin, ettei tasapenkki olekaan oikeasti tasapenkki sen takia, koska osa kaksi on 7 mm:ä liian korkealla. Tämän takia osalla yksi on oikeasti $1,13^\circ$:n nousukulma. Kosini kyseisestä kulmasta on kuitenkin noin yksi, joten kyseinen asia jätetään huomioimatta mallista.

Todellisuudessa osa kolme kiinnittyy osaan viisi hitsatun terästangon avulla. Terästanko on pituudeltaan 18 cm ja halkaisijaltaan 12 mm. Tämän takia voimalla F_y pitäisi olla 6 mm enemmän vipuvartta osan viisi pystyneliörakenneputken akselin suhteen kuin on esitettyssä mallissa. Voiman F_y sijainnin näkee liitteen B. kuvasta numero 13. ja osan numero viisi kuva löytyy liitteen A. kuvasta numero 11. Kuvia vertaamalla näkee sen, että osassa viisi olevan terästangon olemassaolo on jätetty huomioimatta tasapainoyhtälöissä. Osan viisi taipumia ja jännityksiä ei kuitenkaan tutkimuksessa lasketa, jonka takia kyseisellä yksinkertaistuksella ei arvioida olevan suurta vaikutusta tuloksiin.

Analyttisessä mallissa ei oteta huomioon pystypalkkien venymää eikä osan kuusi vääntymää, koska ne ovat suuruusluokaltaan pieniä verrattuna siirtymiin, jotka aiheutuvat vaakarakenneputkien taipumista. Osan kuusi kohdistuva vääntömomentti otetaan

kuitenkin huomioon jännitystilaa tarkasteltaessa, koska silla on huomattava vaikutus vertailujännitykseen.

3.3.2 Ensimmäinen elementtimalli

Toinen malli eli analyyttistä mallia vastaava elementtimalli. Malli on tehty käyttämällä ANSYS® Workbench 2020 R2 -ohjelmistoa. Sen geometria on luotu käyttäen ohjelmiston sisältämää *DesignModeler*-moduulia. Ja luotu ongelma on ratkaistu käyttäen ohjelmiston *Mechanical*-moduulia. Käytetyn elementin kooksi valittiin 0,004 m. Käytettävää elementtityyppiä ei erikseen valittu. ANSYS®-ohjelman käyttämät elementti tyypit olivat TET10 ja HEX20. Ohjelma käytti HEX20-elementtiä pääosin osassa kaksi.

Toisen mallin reunaehtoina on se, että painonnostopenkin jalat ovat pohjistaan kiinnitetty maahan siten, että ne eivät pääse liikkumaan mihinkään suuntaan. Reunaehdot ovat nähtävillä kuvassa kolme. Kyseiset reunaehdot ovat valittu jotta malli pysyisi yksinkertaisena. Kannattaa huomata, että todellisuudessa painonnostopenkin jalat ovat kontaktissa lattian kanssa ja että lattia estää vain painonnostopenkin pystysuuntaisen liikkeen alaspäin. Tarkoittaen sitä, että jalat voivat todellisuudessa kaatua jäykkänä kappaleena niin, että painonnostopenkin jalkojen pohjat menettävät osittain kontaktin maahan. Tämä tarkoittaa sitä, että yksinkertaistus aiheuttaa todellisuuteen verrattuna erilaisen tuennan. Myös vaakasuuntaisen liikkeen estäminen mallissa kiinteällä tuennalla aiheuttaa vastaavaa. Kyseinen yksinkertaistus aiheuttaa myös eron analyyttisen mallin ja elementtimenetelmään perustuvien mallien välille, mallien reunaehdot ovat tässä suhteessa erilaiset. Tämä tarkoittaa sitä, että eri mallien tulosten välille tulee eri reunaehtojen aiheuttamaa eriäväisyyttä. Mallien väliltä löytyy myös muita vastaavanlaisia tilanteita. Nostajan ja painojen aiheuttama kuormitus on elementtimenetelmään perustuvissa malleissa mallinnettu painekuormituksena, joka vastaa analyyttisessä mallissa olevaa viivakuormaa. Paineukuormituksen pituus on sama kuin analyyttisen mallin viivakuormituksen pituus ja sen leveys on neliörakenneputken leveys.

Mallissa kannattaa huomata se, että osat neljä, viisi, kuusi ja seitsemän muodostavat yhden yksittäisen osan joten kyseisten osien välillä ei ole erikseen määritelty niiden kontaktia. Mallissa kaksi olevat eri osien kontaktit ovat pääsääntöisesti rajoitusehtoja, että osat eivät voi erota toisistaan eli ne ovat määritelty olemaan *no seperation*. Ainoa poikkeus on osien kaksi ja seitsemän kontaktit jotka ovat määritelty sidotuiksi toisiinsa eli ne ovat *bonded*. Syy poikkeukseen on se, että jos kyseiset kontaktit olisivat määritelty olemaan samanlaisia kuin muut olisi osa kaksi tunkeutunut päistään osittain osan seitsemän sisään käytetyllä elementtiverkolla. Syy siihen minkä takia mallissa osien väliset kontaktit ovat määritelty suurilta osin sellaisiksi, etteivät osat voi erota toisistaan on

se, että osat yksi ja kolme voisivat muuten liikkua vaakasuunnassa irti muusta painonnostopenkistä ja se, että osien yksi ja kolme tulee pystyä kiertymään terästankojen muodostamien nivelten suhteen. Todellisuudessa osat yksi ja kolme eivät voi liikkua irti muusta painonnostopenkistä, koska osat yksi ja osat kolme ovat toisiinsa sidotut painonnostopenkissä olevien tasojen avulla. Kyseisiä pehmustettuja tasojahan ei ole tässä mallissa mallinnettu.

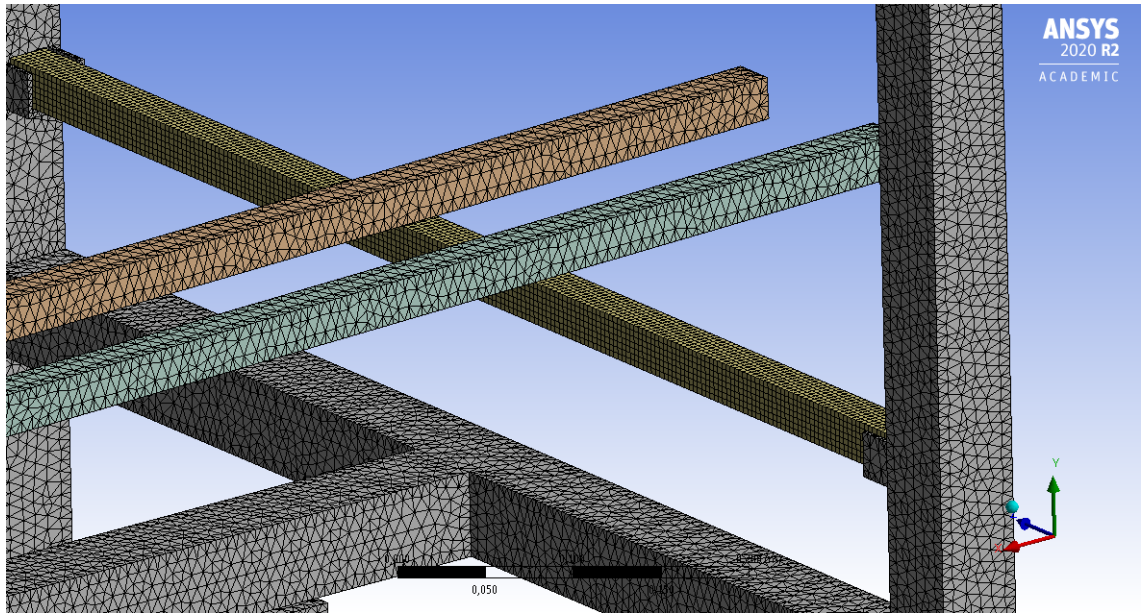
3.3.3 Tarkempi elementtimalli

Kolmas malli eli tarkempi elementtimalli on tarkempi kuin ensimmäinen elementtimalli siinä suhteessa, että malliin on otettu mukaan myös ruuviliitoksen ruuvit ja mutterit sekä ruuviliitoksissa olevat teräslevyt. Malli on pääosin mukana sen takia, että nähtäisiin miten liitosten teräslevyt käyttäytyvät kuormituksessa ja, että vaikuttaako niiden olemassa olo siirtymien suuruuteen.

Painonnostopenkin jalat ovat kiinnitettyinä pohjistaan niin, etteivät ne pääse liikkumaan mihinkään suuntaan. Käytetyn elementin kooksi valittiin 0,01 m. Käytettävää elementtityyppiä ei erikseen valittu. ANSYS®-ohjelma käytti mallissa vain elementti tyyppiä TET10. Kuvassa viisi on kolmannessa mallissa käytetty elementtiverkko. Kuten kuvasta voidaan nähdä, käytetty elementin koko on sama kaikkialla mallissa.

Koska mallissa ei ole tarkoitus tutkia niinkään muttereiden käyttäytymistä jokainen mutterin, ruuvin ja kahden prikan yhdistelmä on mallinnettu yhtenä osana. Mallissa ruuveille ei ole myöskään määritetty esijännitystä. Saman asian takia ruuvit ovat mallinnettu olemaan halkaisijaltaan 12 mm paksuisia todellisen 8 mm sijaan. Todellisen halkaisijan käyttäminen ilman tarkempaa ruuviliitoksen mallintamista johtaisi siihen, että ruuvit liikkuisivat reikien sisällä. Jos ruuvit pääsisivät liikkumaan reikien sisällä niin silloin seurauksena olisi ainakin 2 mm lisäsiirtymät ja tällöin mallin tulokset eivät olisi vertailukelpoisia muiden mallien kanssa.

Reunaehdot kolmannessa mallissa ovat samat kuin toisessa mallissa. Kuormituksesta kannattaa huomata se, että kolmannessa mallissa neliörakenneputkissa on otettu huomioon niiden reunojen pyöristykset. Tämä tarkoittaa sitä, että alue jolle painekuormitukset ovat asetettu vaikuttamaan mallissa kolme, on malliin kaksi verrattuna pienempi, koska ne ovat asetettu vaikuttamaan vain neliörakenneputkien kyljen tasaiselle osuudelle. Painekuormitus ei vaikuta siihen osuuteen pinnasta, joka aiheuttaa neliörakenneputkien kulmien pyöristyksen.

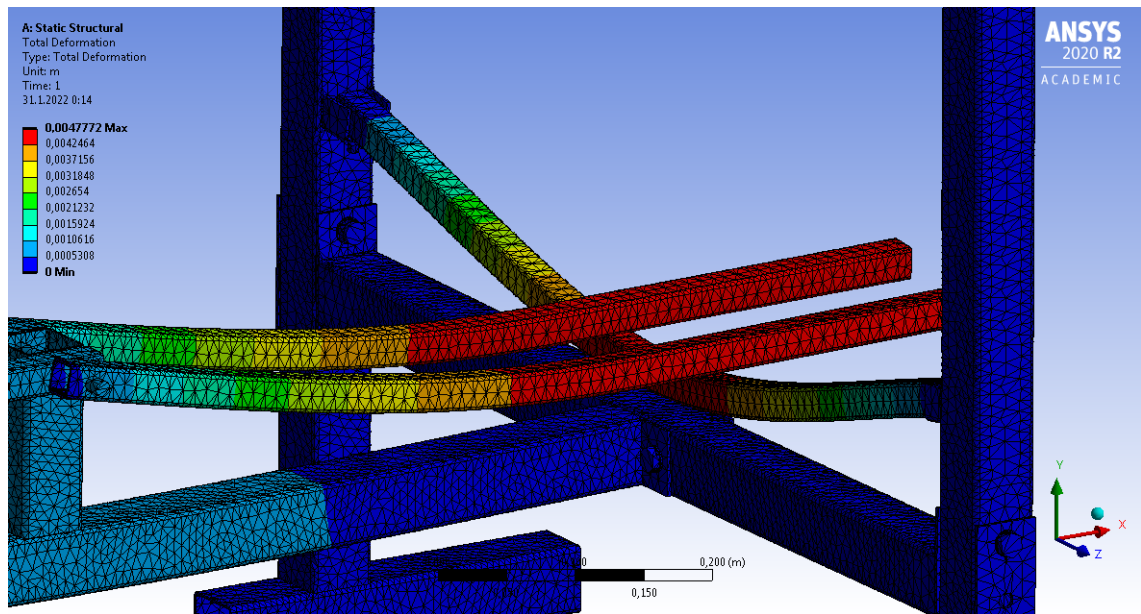


Kuva 5. Ensimmäisen elementtimallin elementtiverkko.

Mallissa kolme on haluttu tutkia paremmin painonnostopenkissä olevien teräslevyjen käyttäytymistä kuormituksen alla, ei niinkään ruuvien ja muttereiden käyttäytymistä. Tämän takia osien neljä, viisi, kuusi ja seitsemän väliset kontaktit ovat määritetty kitkattomiksi, jotta levyt pääsisivät muuttamaan muotoaan. Osien välille ei ole määritetty kitkaa, koska se olisi edellyttänyt ruuvien esikiristysten ja maalipinnan vaikutuksen selvittämistä. Osien kaksi ja kolme kontakti on määritetty myös kitkattomaksi, koska maalipinnan vaikutusta kitkaan ei ole selvitetty. Mallissa olevien prikköjen kontaktit levyihin ovat määritetty olemaan sidottuja. Muuten osien väliset kontaktit ovat samat kuin mallissa kaksi.

4. TULOKSET JA NIIDEN TARKASTELO

Tuloksissa esitetään vaakaneliö rakenneputkien suurimmat siirtymät ja vertailujännitykset. Mittauskohdat ovat putkien alapinnalla putken sivun keskellä. Elementtimenetelmään perustuvissa malleissa mittauskohtana ovat solmut, joissa ovat suurimmat arvot sillä rajoituksella, että solmujen tulee sijaita lähellä sitä kohtaa, joka vastaa analyttisen mallin mittaus kohtaa. Tuloksissa siirtymät esitetään globaalissa koordinaatistossa. Tämä tarkoittaa sitä, että osan yksi ja kolme tapauksissa siirtymä ei ole vain niiden taipuma vaan pitää sisällään myös sen, että niiden päät siirtyvät muiden osien taipuman takia.



Kuva 6. Toisen elementtimallin siirtymät.

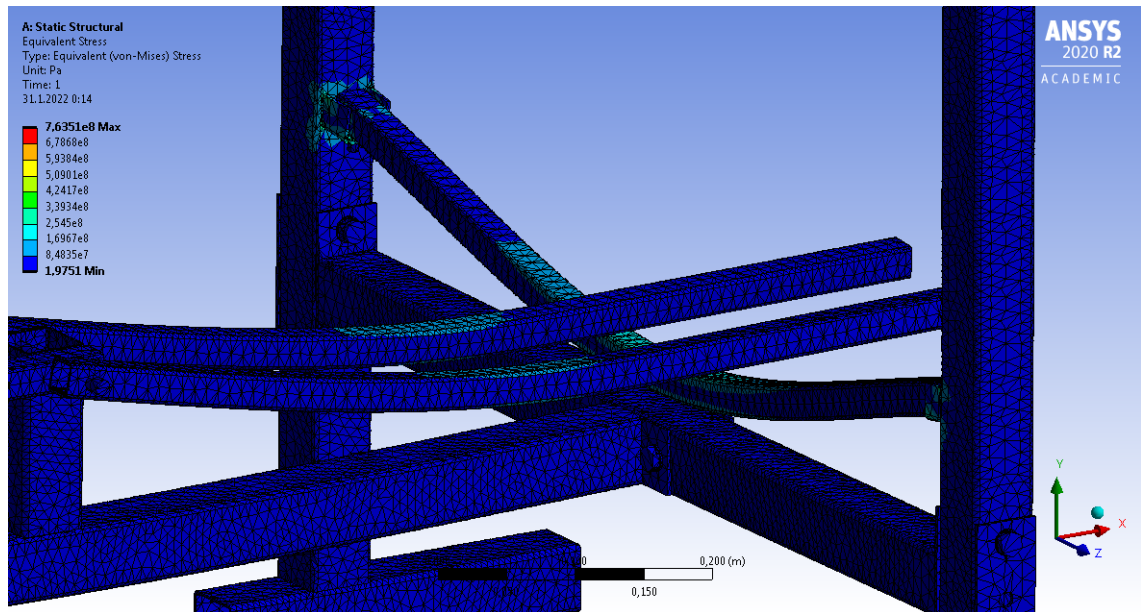
Taulukoissa kaksi ja kolme esitetään saadut siirtymien ja vertailujännitysten tulokset. Taulukossa yksi on taulukoissa kaksi ja kolme käytettyjen kohtien tarkempi kuvaus. Kuvassa kuusi on nähtävillä painonnostopenkkiin syntyvät siirtymät liioiteltuina mallin kolme mukaan. Painonnostopenkkiin syntyvät Von Mises -jännitykset ovat nähtävillä kuvassa seitsemän. Kuvassa seitsemän niin ikään havainnoidaan kolmannen mallin tuloksia.

4.1 Tulosten osakohtainen analysointi

Taulukko 1. *Taulukkojen yksi ja kaksi selitteet..*

Kohta	Selite
1a	Osan 1 alapinnan maksimijännitys
1b	Osan 1 alapinnan maksimisiirtymä
2a	Osan 2 alapinnan maksimijännitys
2b	Osan 2 alapinnan maksimisiirtymä
3a	Osan 3 alapinnan maksimijännitys
3b	Osan 3 alapinnan maksimisiirtymä
4a	Osan 4 alapinnan maksimijännitys
4b	Osan 4 alapinnan maksimisiirtymä
6a	Osan 6 alapinnan maksimijännitys
6b	Osan 6 alapinnan maksimisiirtymä

Osan numero yksi tuloksissa näkyy, että saadut tulokset ovat siirtymien suhteen samaa luokkaa kaikissa malleissa, joskin suurin osa osan yksi siirtymästä johtuu itse asiassa osan kaksi taipumasta, koska osa yksi siirtyy alaspäin osan kaksi taipumasta. Osa yksi siirtyy alaspäin myös osan neljä taipuman seurauksena, mutta kyseinen siirtymä ei ole niin suuri kuin se siirtymä, joka aiheutuu osan kaksi taipuman takia. Tämän takia suurin siirtymä tulee lähelle kohtaa, jossa osa yksi on kontaktissa osan kaksi kanssa ja se koostuu suurimmaksi osaksi osan kaksi taipumasta eikä itse osan yksi taipumasta. Osan yksi vertailujännitys on kuitenkin selvästi erilainen analyyttisessä mallissa kuin elementtimalleissa. Tämä todennäköisesti johtuu siitä, että elementtimallissa osassa yksi on sen pituussuuntainen normaalijännitys. Analyyttisessä mallissa osa yksi saa liikkua vapaasti osan kaksi suhteen, jonka seurauksena putkeen ei tule putken venymästä johtuvaa jännitystä. Elementtimallissa osan yksi ja osan kaksi suhteeksi on määritelty se, etteivät ne saa erota toisistaan.



Kuva 7. Toisen elementtimallin Von Mises -vertailujännitys.

Osan numero kaksi tuloksissa on nähtävillä samat asiat kuin osan yksi tapauksessa. Elementtimallin vertailujännitykset ovat suuremmat kuin analyttisen mallin, ja syyt siihen ovat todennäköisesti identtiset kuin osan numero yksi tapauksessa.

Taulukko 2. Mallien vertailujännitykset.

Kohta	Malli 1 Jännitys (MPa)	Malli 2 Jännitys (MPa)	Malli 3 Jännitys (MPa)
1a	51	102	107
2a	160	178	200
3a	13	25	25
4a	22	32	38
6a	12	15	16

Osan numero kolme tuloksissa on nähtävillä samat asiat kuin osien yksi ja kaksi tuloksissa. Sen lisäksi on havaittavissa se, että analyttisen mallin antama siirtymä on suurempi kuin elementtimallin antama. Syy erilaiseen siirtymään on todennäköisesti pohjimmiltaan sama kuin syy erilaiseen jännitykseen. Analyttisessä mallissa osa kolme on tuettuna kahdella kitkattomalla nivelellä, joka tarkoittaa isompaa taipumaa samalla kuormalla verrattuna tapaukseen, jossa tuenta on tehty nivelten sijaan jäykästi. Elementtimallin tuloksissa todennäköisesti näkyy siis se, että osan kolme tuenta onkin monimutkaisempi kuin vain niveltuenta.

Osan numero neljä tuloksissa näkyy lähinnä se, että saadut siirtymät ovat erilaiset mallilla kaksi ja kolme. Tämä johtuu todennäköisesti siitä, että malliin kolme on otettu mukaan ruuviliitoksissa käytetyt levyt. Kaksi teräslevyä erkanee toisistaan helpommin kuin

teräksestä tehty neliörakenneputki venyy. Koska malli kolme antaa 50 % suuremman siirtymän kuin malli kaksi, voidaan todeta se, että painonnostopenkin siirtymien tutkiminen pelkästään palkkiteorian avulla ei tässä suhteessa anna riittävän tarkkaa tulosta.

Taulukko 3. Mallien siirtymät

Kohta	Malli 1 Siirtymä (mm)	Malli 2 Siirtymä (mm)	Malli 3 Siirtymä (mm)
1b	4,4	4,1	4,6
2b	4,4	4,2	4,8
3b	1,0	0,5	0,6
4b	0,3	0,4	0,6
6b	0,4	0,1	0,2

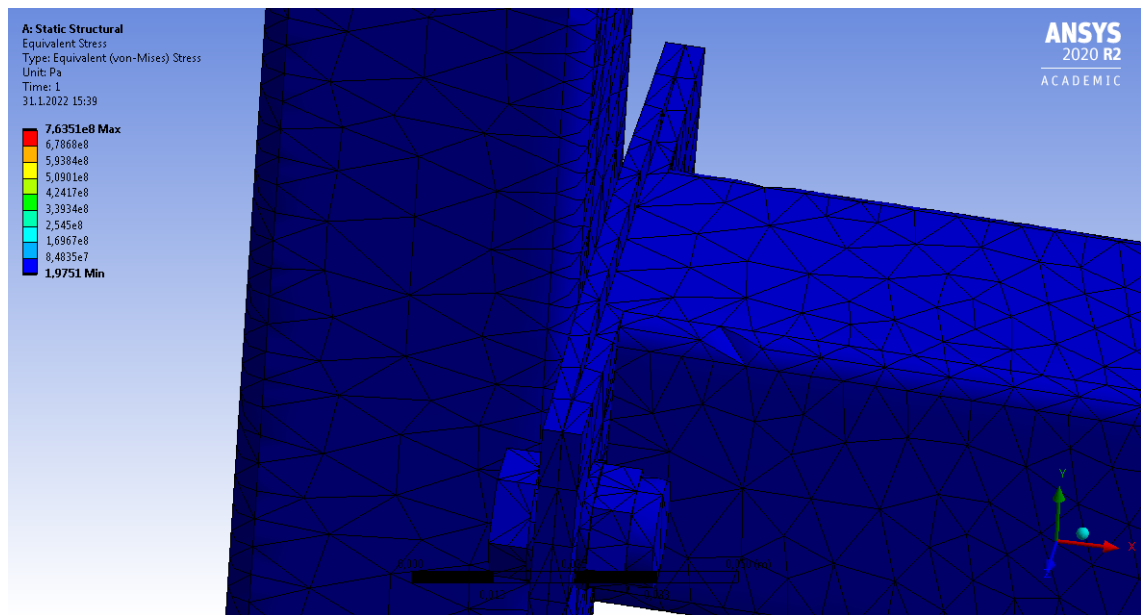
Osan numero kuusi tapauksessa on nähtävillä se, että elementtimalleilla saadut siirtymät ovat pienempiä kuin analyttisellä mallilla. Tämä todennäköisesti johtuu siitä, että analyttisellä mallilla taipuman maksimi tulee osan keskelle. Elementtimallien tapauksessa kuitenkin osa neljä antaa osalle kuusi lisätukea, joka nimenomaan estää osan taipumisen keskeltä.

4.2 Tulosten analysointi

Yleisenä erona elementtimallien välillä havaitaan se, että mallissa kaksi jouduttiin käyttämään pienempää elementti kokoa kuin mallissa kolme, jotta saataisiin siirtymät laskettua. Mallin kolme tapauksessa vielä pienemmällä elementtikoolla laskettaessa tulokset eivät olisi muuttuneet, mutta mallilla kaksi laskettaessa tulokset olisivat vielä saattaneet muuttua pienemmällä elementtikoolla. Mallin kaksi laskentaa ei kuitenkaan päätetty jatkaa käyttäen pienempää elementtikokoa sen vuoksi, että tulosten laskennassa alkoi kestää liian kauan. Tästä herääkin kysymys, että miksi mallin kaksi tapauksessa jouduttiin käyttämään pienempää elementtikokoa. Kysymykseksi nousee myös se, että oliko käytetyllä elementtityypillä vaikutusta asiaan. Sitä mitä elementtityyppiä käytettiin, ei määritelty, vaan sen sijaan annettiin ANSYS®-ohjelman päättää se tapauskohtaisesti.

Oletus, että osa kaksi on rakenteen kannalta kriittisin, saatiin varmistettua sitä kautta, että osaan kaksi tuli tutkimuksessa kaikista suurin vertailujännitys. Sen lisäksi kyseeseen osaan tulleet muodonmuutokset aiheuttivat suurimmat siirtymät suorasti ja epäsuorasti, kaikista suurin taipuma tuli osaan kaksi ja kaikista suurin siirtymä tuli osaan yksi. Osan yksi siirtymä johtui suurimmaksi osaksi osan kaksi taipumasta. Tulosten mukaan painonnostopenkkiin ei käytetyllä kuormituksella syntynyt myötörajaa ylittävää

jännitystä, joten käytetty kuormitus oli sellainen, ettei sen seurauksena painonnostopenkkiin tullut pysyviä muodonmuutoksia. Kuvasta kahdeksan on nähtävissä se, että käytetyllä kuormituksella osien neljä ja viisi oleviin teräslevyihin ei syntynyt niin suurta jännitystä, että lopputuloksena olisi ollut pysyvä muodonmuutos. Sen lisäksi jännityksen maksimiarvo kyseisessä kohdassa ei ollut niin suuri kuin osaan kaksi muodostunut maksimijännitys, tämäkin viittaa siihen, että sallitulla kuormituksella osa kaksi on rakenteessa kriittisin osa. Levyihin syntynyt muodonmuutos kuitenkin vastaa ulkonäyltään sitä muodonmuutosta, joka on nähtävissä todellisessa painonnostopenkissä joka on esitetty kuvassa neljä.



Kuva 8. Toisen elementtimallin Von Mises -vertailujännitys osien neljä ja viisi kontaktissa.

Tulosten mukaan elementtimenetelmällä saatu Von Mises -vertailujännitys on suurempi kuin analyttisellä menetelmällä saatu tarkoittaen sitä, että elementtimenetelmän antamat tulokset ovat konservatiivisemmat. Tämä tarkoittaa sitä, että jos tarkoituksena on tehdä esimerkiksi rakenteen optimointia, on elementtimenetelmään perustuva menetelmä parempi.

Mallin numero kaksi tapauksessa nousee kysymykseksi myös se, että sen antamia tuloksia olisi voinut parantaa entisestään pienentämällä elementtikokoa. Koska rajoittavana tekijänä tässä tapauksessa oli elementtiverkon suuri koko, kysymykseksi muodostuu se, että kuinka paljon parempiin tuloksiin olisi päästy, jos ei olisi käytetty samaa elementtikokoa koko elementtimallin alueella. Toisin sanoen kuinka paljon parempiin tuloksiin olisi päästy, jos elementtiverkkoa olisi optimoitu.

Tietenkin käytetyistä tutkimusmenetelmistä olisi hyvä huomata se, että erilaiset laskentamenetelmät ovat lopulta vain yrityksiä mallintaa maailmaa. Tämän seurauksena olisi-kin kaikista mielenkiintoisinta verrata saatuja tuloksia tuloksiin, jotka on saatu mittamalla kuormittamalla painonnostopenkkiä todellisessa tilanteessa vastaavalla kuormituksella kuin tutkimuksessa. Tämä varsinkin sen takia, koska eri menetelmillä saadut tulokset antavat erilaisia tuloksia johtuen osittain erilaisista reunaehdoista. Olisi siis mielenkiintoista nähdä se mitkä reunaehdot antavat tulokset jotka vastaavat parhaiten todellista tapausta.

Johtopäätelmä tutkimuksesta on se, että saadut tulokset eivät tässä tapauksessa riipu niinkään siitä mitä laskentamenetelmää on käytetty. Paljon tärkeämpää on pyrkiä saamaan selville reunaehdot jotka vastaavat parhaiten todellisuutta.

Toisena johtopäätelmänä on se, että tässä tapauksessa painonnostopenkin mallintaminen vain palkkirakenteena olisi ollut riittävä. Toisen elementtimallin antamat tulokset eivät muuttaneet käsitystä siitä mikä on rakenteen kriittinen kohta, jo ensimmäisessä elementtimallissa oli nähtävillä se, että rakenteen kriittinen kohta on osa kaksi.

Tulosten perusteella looginen jatko tälle tutkimukselle on sen asian selvittäminen minkälaisella kuormituksella painonnostopenkkiin syntyy sellaiset pysyvät muodonmuutokset, jotka ovat syntyneet tutkimuksessa käytettyyn fyysiseen versioon. Tarkoittaen yksinkertaisuudessaan sitä, että tehdään samankaltainen tutkimus, mutta ilman sitä rajoitusehtoa, että käytettävän kuormituksen pitää olla valmistajan sallimissa rajoissa. Tai vaihtoehtoisesti sitä, että painonnostopenkkiin kohdistetaan kuormitus, joka ei vastaa sallittua käyttötapausta. Yksi sellainen käyttötapaus on mahdollisesti tapaus, jossa nostaja nostaa levytangon ja levypainot takaisin telineisiin nousemalla painonnostopenkin tason päälle seisomaan. Vaurioiden syitä tutkittaessa pitää mahdollisesti tutkia myös käyttötapauksia, joissa painonnostopenkkiin syntyy dynaamisia kuormituksia.

5. YHTEENVETO

Tutkimuksen tavoitteena oli tutkia analyttisen menetelmän ja elementtimenetelmän välisiä eroja. Tutkimus rajoitettiin staattisen tapauksen tarkastelemiseen. Tutkimus tehtiin tapaustutkimuksen avulla, jossa kohteena olivat painonnostopenkin vaakaneliörakenneputkien siirtymät ja Von Mises -jännitykset. Tutkimuksessa myös rajoituttiin käyttämään kuormituksena painonnostopenkille sallittua kuormitusta. Analyttisen menetelmän tapauksessa painonnostopenkin tutkiminen rajoitettiin palkkiteorian soveltamiseen, koska ennen tutkimusta tapaustutkimuksen kohteena olevasta painonnostopenkin fyysisessä versiossa oli havaittu pysyvä taipuma yhdessä sen neliörakenneputkista.

Tapaustutkimusta varten painonnostopenkistä tehtiin kolme erilaista mallia. Yksi mallista oli analyttiseen menetelmään perustuva ja kaksi muuta olivat elementtimenetelmään perustuvia. Mallien pohjana oli tapaus, jossa painonnostopenkkiä käytetään penkkipunnerrukseen. Mallien luomista varten mallinnettiin painonnostopenkki sekä selvitetiin siihen kohdistuva kuormitus. Elementtimenetelmään perustuvassa mallinnuksessa käytettiin apuna ANSYS®-tietokoneohjelmaa.

Tuloksista nähdään, että sallittua kuormitusta käyttämällä ei saada aikaiseksi painonnostopenkissä havaittuja pysyviä muodonmuutoksia. Tuloksista myös nähdään, että suurimman rasituksen kohteeksi painonnostopenkissä penkkipunnerrusta tehtäessä, joutuu se neliörakenneputki, jonka on havaittu taipuneen pysyvästi painonnostopenkin fyysisessä versiossa. Eri menetelmien antamia tuloksia vertaillen havaittiin, että siirtymiä tarkasteltaessa tulokset olivat samansuuntaiset, mutta Von Mises -vertailujännityksiä tarkasteltaessa elementtimenetelmällä saadut tulokset olivat systemaattisesti suuremmat eli ne olivat tässä suhteessa konservatiivisemmat. Yhdeksi syyksi eroavaisuuksiin analysoitiin eri mallien sisältämät eroavaisuudet niiden sisältämien reunaehtojen suhteen.

Tutkimuksen tulosten perusteella ei selity painonnostopenkissä olevat pysyvät muodonmuutokset, joten seuraavaksi pitäisi tarkastella sitä minkä seurauksena kyseiset muutokset ovat aiheutuneet. Tämä tarkoittaa sitä, että pitää tutkia tapauksia, joissa painonnostopenkkiä ylikuormitetaan tai käytetään tavalla, jota varten painonnostopenkki ei ole suunniteltu. Tämä tarkoittaa myös sitä, että pitää tutkia myös painonnostopenkkiin syntyviä dynaamisia kuormituksia.

LÄHTEET

Ansys® 2020 R2 Academic

Ansys® 2021 R2 Student

Belegundu, A., Chandrupatla, T. (2002). Introduction to Finite Elements in Engineering 3rd ed., Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey.

Borodulin, K., Koponen, P., Koskinen, S., Lundqvist, A., Sääksjärvi, K. (2018). Terveys, toimintakyky ja hyvinvointi Suomessa FinTerveys 2017 -tutkimus, Terveiden ja hyvinvoinnin laitos, Saatavissa

https://www.julkari.fi/bitstream/handle/10024/136223/Rap_4_2018_FinTerveys_verkko.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Gorilla Sports. Painonnostopenkit. (2021). Verkkosivu. Saatavissa (viitattu 26.10.2021): <https://gorillasports.fi/painonnostopenkit>

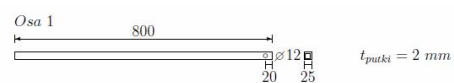
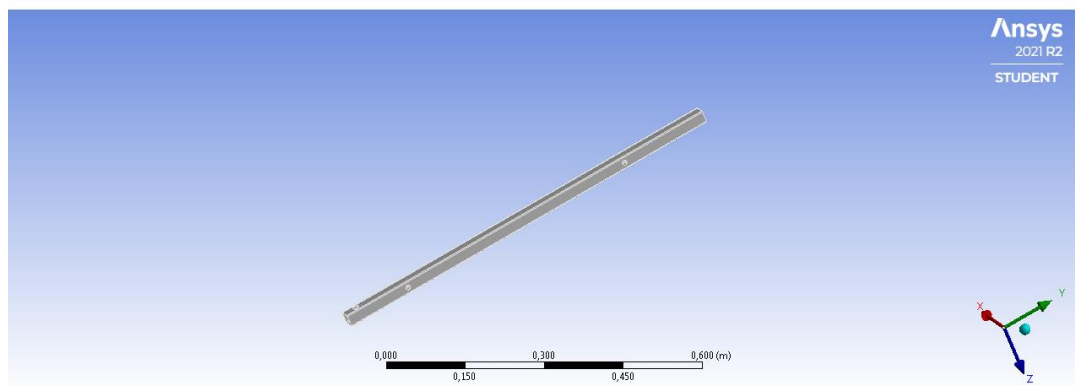
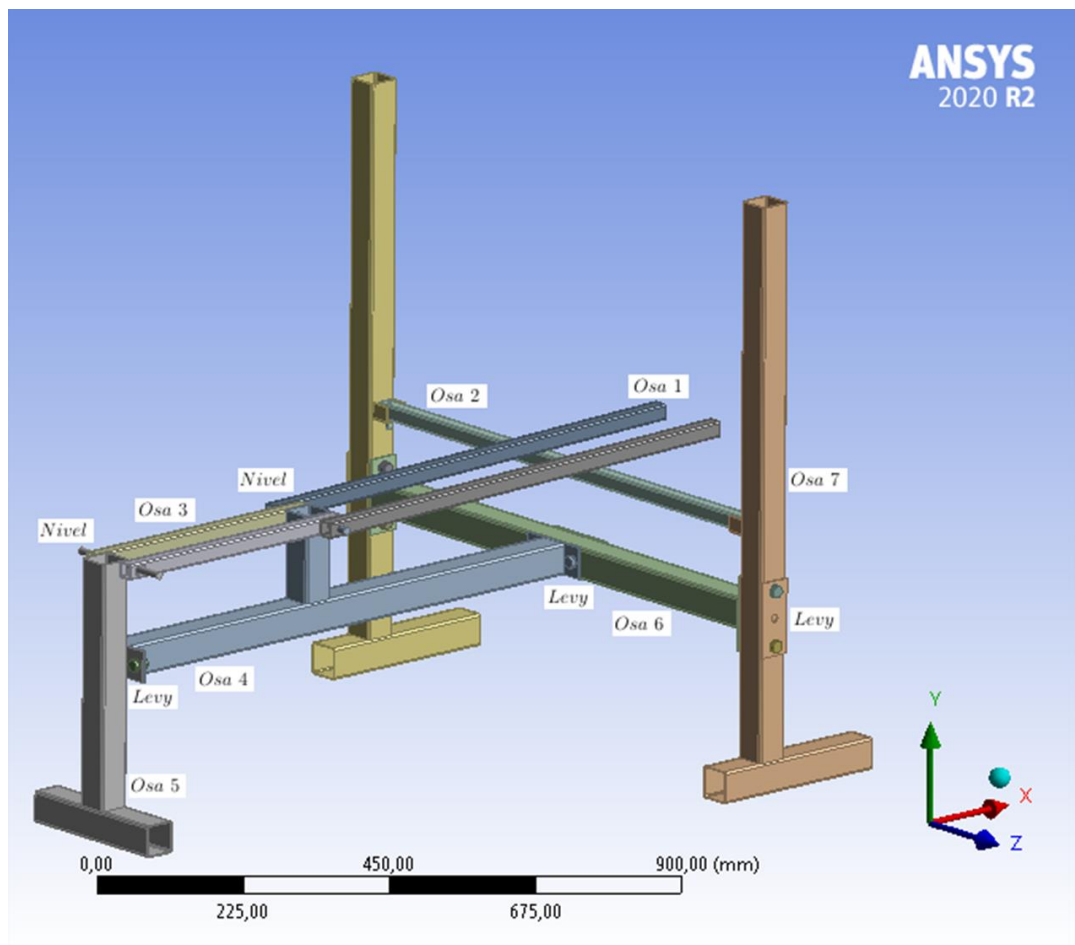
Gymstick. Gymstick Weight Bench 400. Verkkosivu. Saatavissa (viitattu 26.10.2021): <https://www.gymstick.fi/weight-bench-400-str-400.html>

International Powerlifting Federation. Powerlifting Records. Verkkosivu. Saatavissa (viitattu 14.11.2021) <https://www.powerlifting.sport/championships/records>

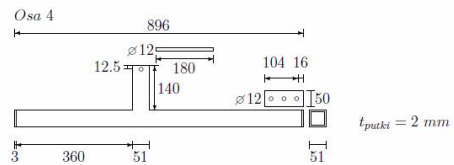
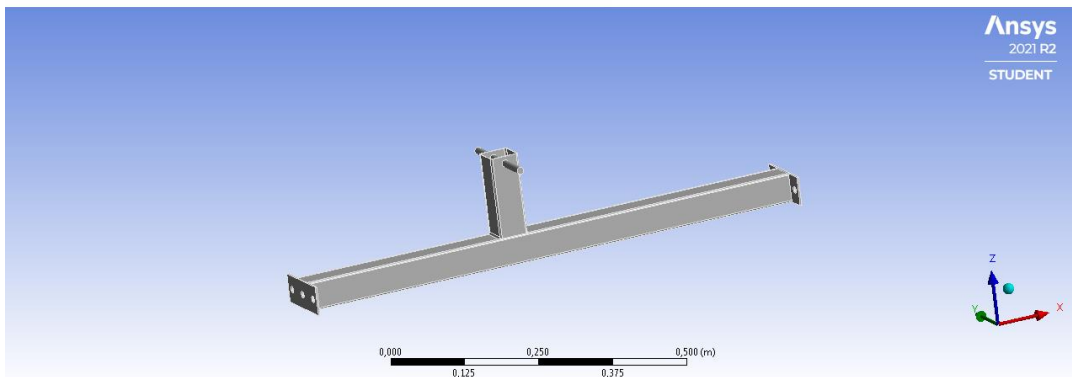
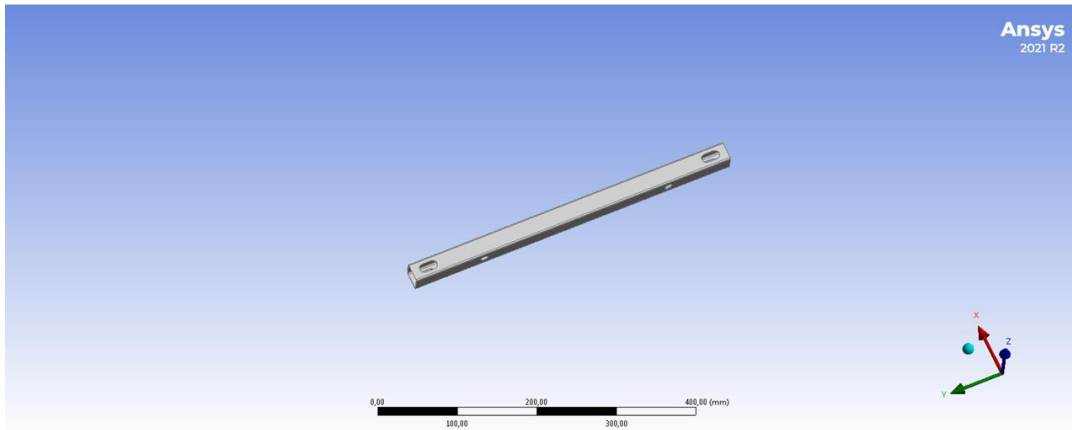
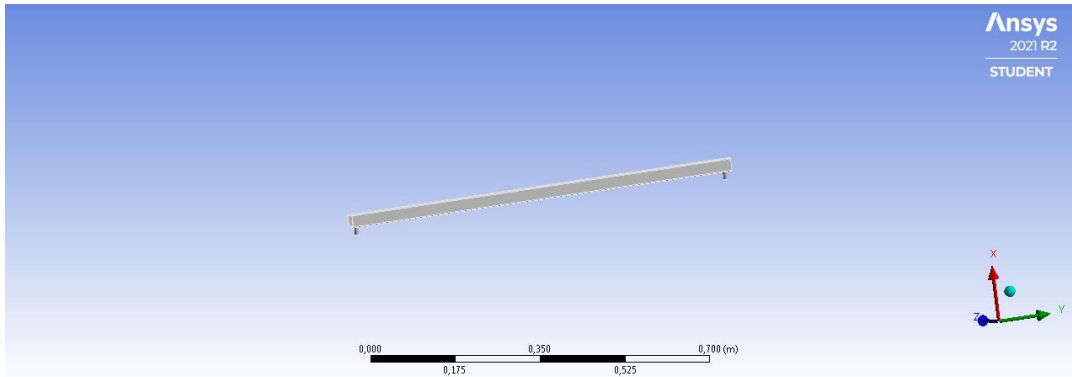
Outinen, H., Salmi, T. (2004). Lujuusopin perusteet, Pressus Oy, Tampere.

Salmi, T. (2001). Statiikka. 2. painos, Pressus Oy, Tampere.

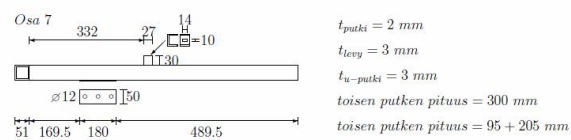
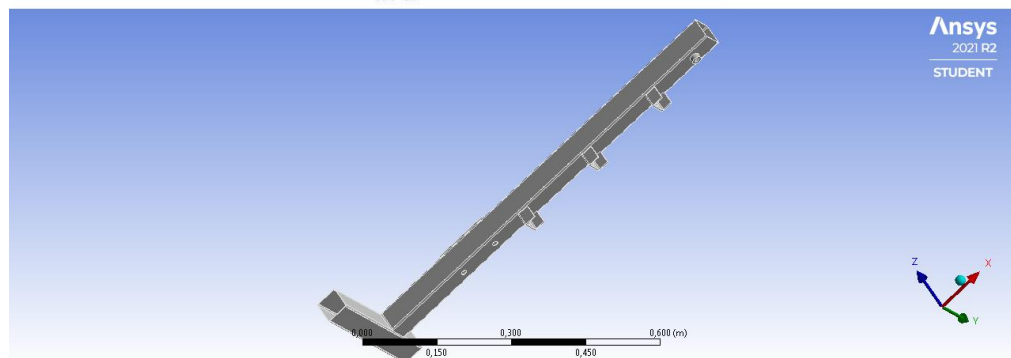
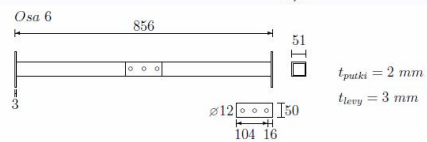
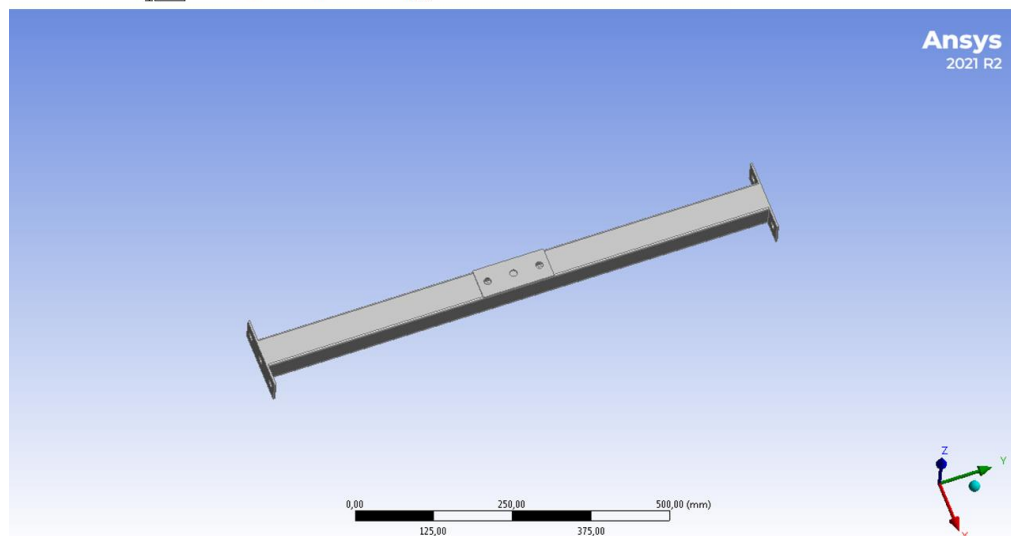
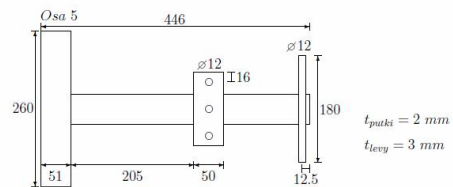
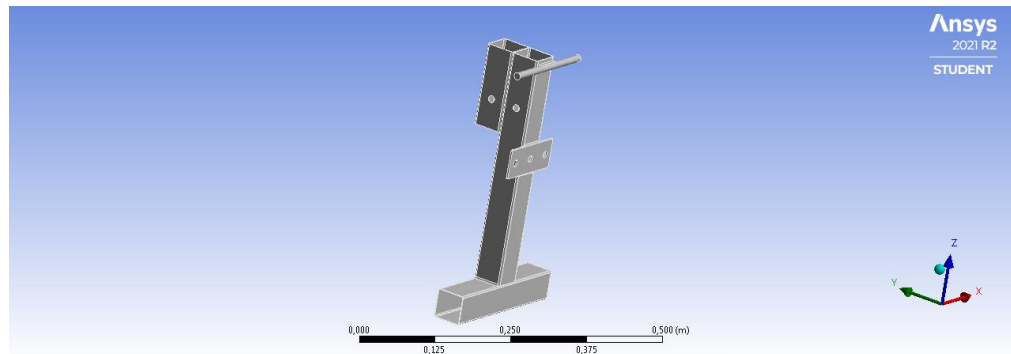
LIITE A: PAINONNOSTOPENKIN OSAT



Kuva 9. Painonnostopenkki ja osan yksi ulkomitat.



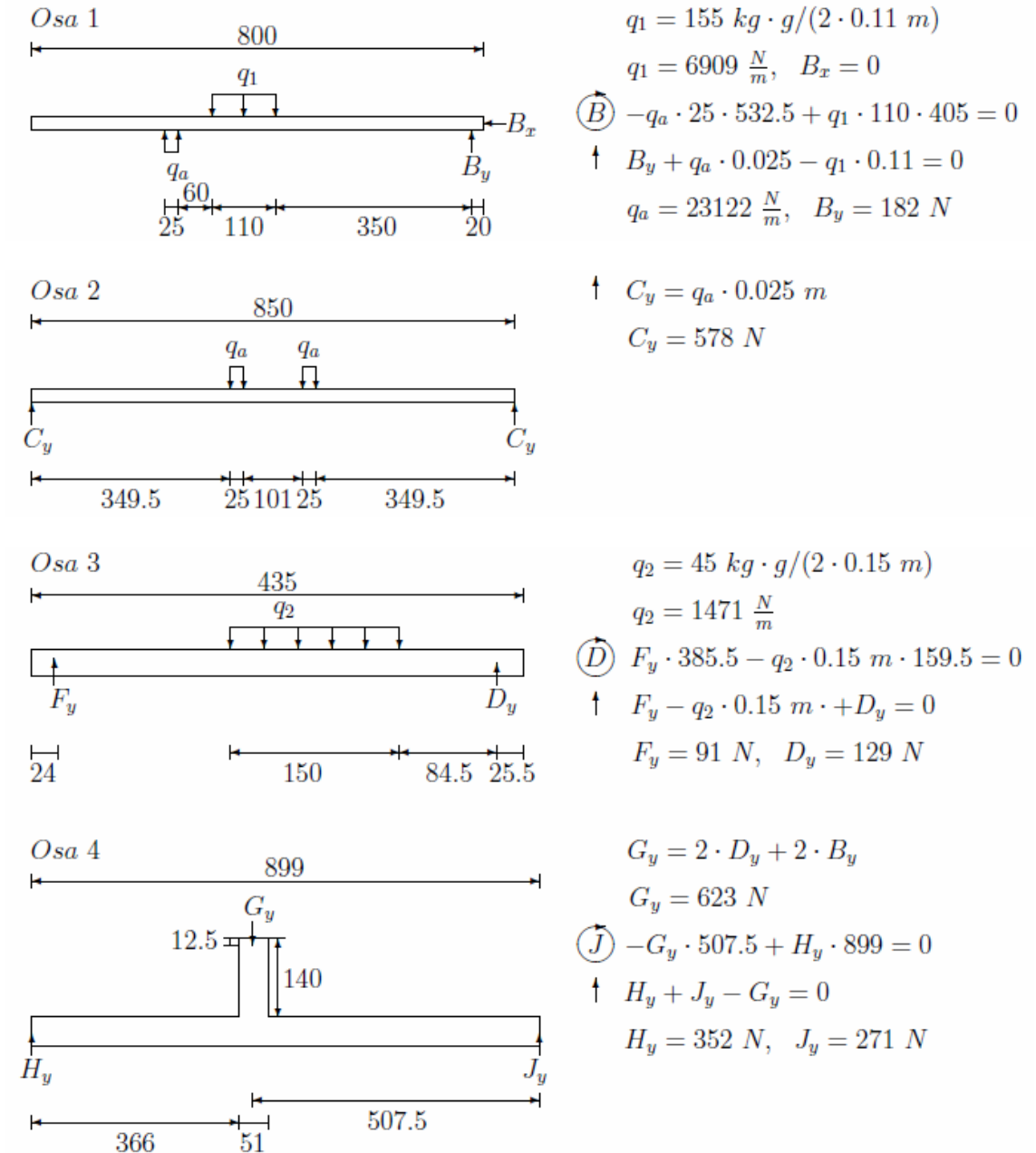
Kuva 10. Osien kaksi, kolme ja neljä ulkomitat.



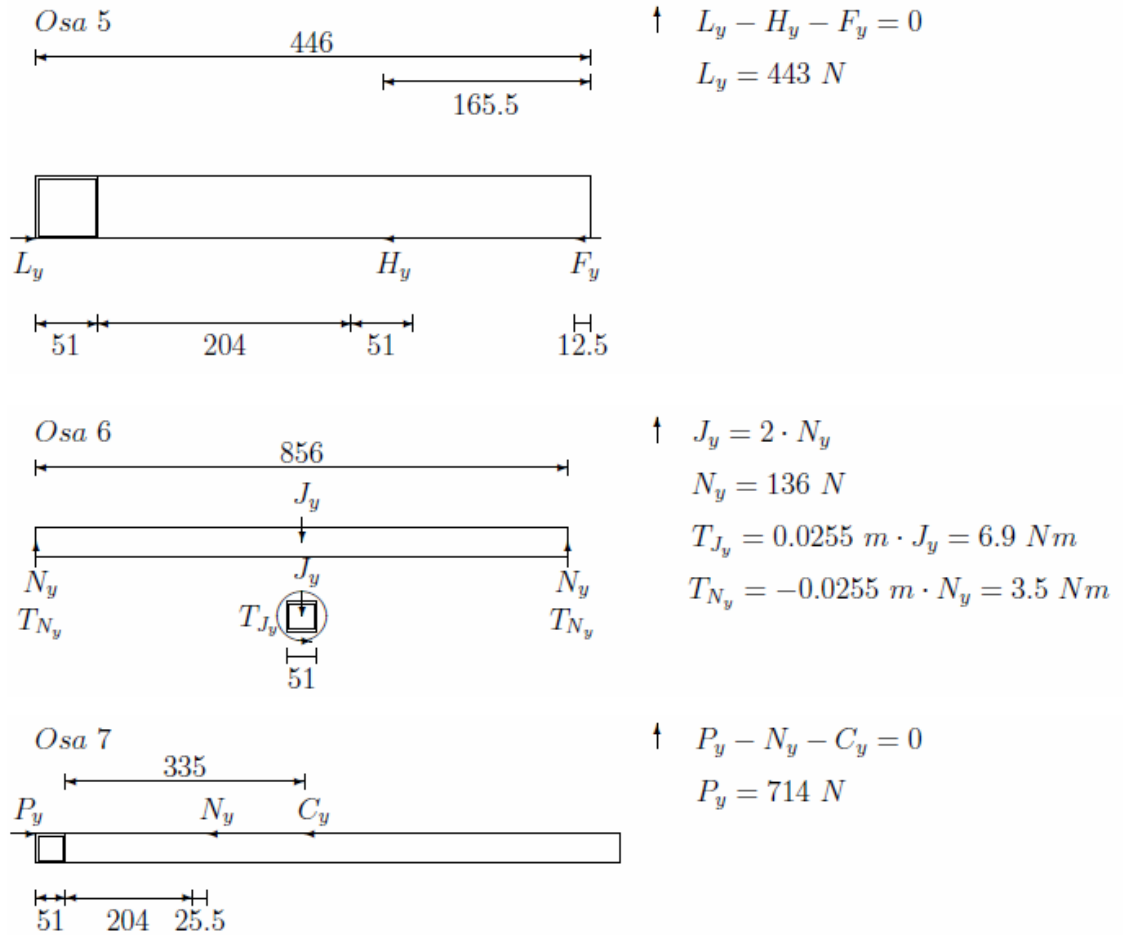
Kuva 11. Osien viisi, kuusi ja seitsemän ulkomitat.

LIITE B: ANALYYTTISEN MALLIN LASKENTA

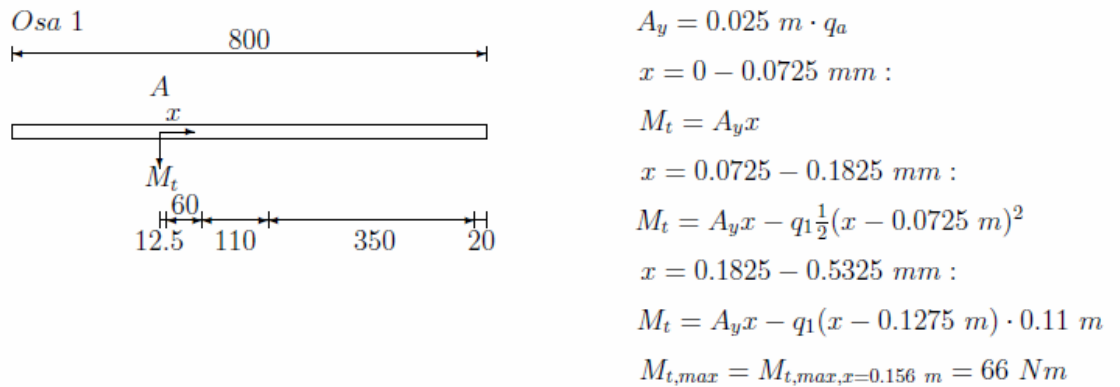
Huomaa, että kuvissa käytettävä desimaalierotin on pilkun sijasta piste.



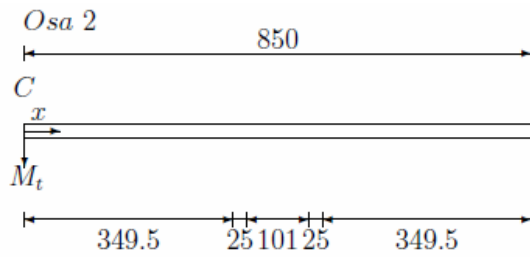
Kuva 12. Osien yksi, kaksi, kolme ja neljä staattiset tasapainoyhtälöt.



Kuva 13. Osien viisi, kuusi ja seitsemän staattiset tasapainoyhtälöt.



Kuva 14. Osan yksi taivutusmomentti.



$$x = 0 - 0.3495 \text{ mm} :$$

$$M_t = C_y x$$

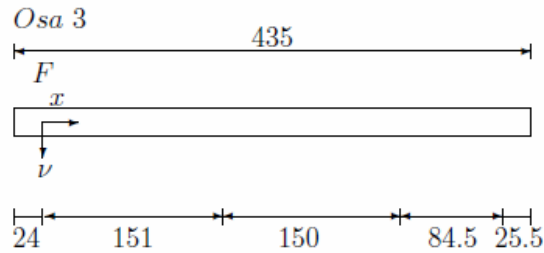
$$x = 0.3495 - 0.3745 \text{ mm} :$$

$$M_t = C_y x - q_a \frac{1}{2} (x - 0.3495 \text{ m})^2$$

$$x = 0.3745 - 0.425 \text{ mm} :$$

$$M_t = C_y x + q_a (x - 0.362 \text{ m}) \cdot 0.025 \text{ m}$$

$$M_{t,max} = M_{t,max,x=0.375 \text{ m}} = 209 \text{ Nm}$$



$$x = 0 - 0.151 \text{ mm} :$$

$$M_t = F_y x$$

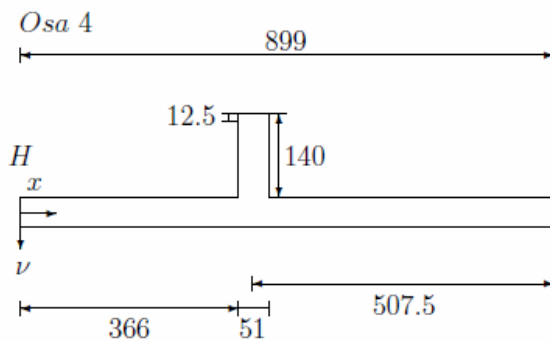
$$x = 0.151 - 0.301 \text{ mm} :$$

$$M_t = C_y x - q_2 \frac{1}{2} (x - 0.151 \text{ m})^2$$

$$x = 0.301 - 0.3855 \text{ mm} :$$

$$M_t = F_y x + q_2 (x - 0.226 \text{ m}) \cdot 0.15 \text{ m}$$

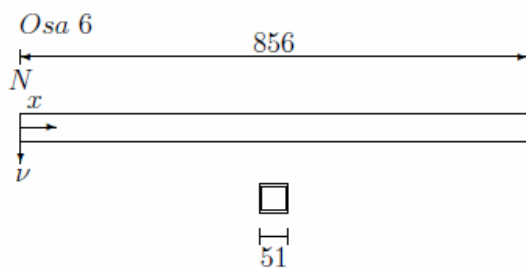
$$M_{t,max} = M_{t,max,x=0.213 \text{ m}} = 17 \text{ Nm}$$



$$M_{t,max} = M_{t,x=0.3915 \text{ m}}$$

$$M_{t,max} = \frac{G_y (0.3915 \text{ m}) (0.5075 \text{ m})}{0.899 \text{ m}}$$

$$M_{t,max} = 138 \text{ Nm}$$

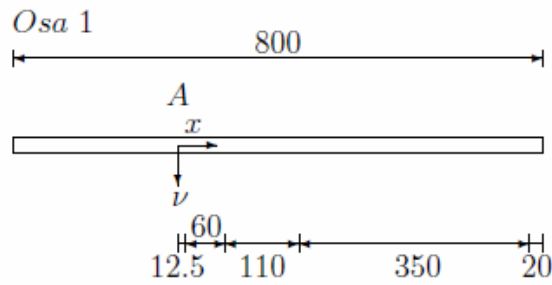


$$M_{t,max} = M_{t,x=0.428 \text{ m}}$$

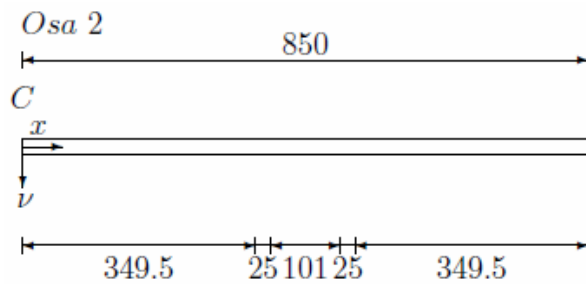
$$M_{t,max} = \frac{J_y \cdot 0.856 \text{ m}}{4}$$

$$M_{t,max} = 58 \text{ Nm}$$

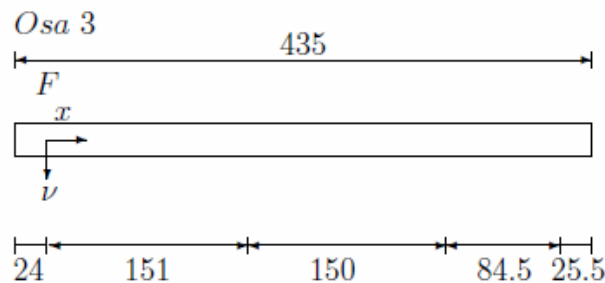
Kuva 15. Osien kaksi, kolme, neljä ja kuusi taivutusmomentit.



$$\begin{aligned} v(0) &= 0, \quad v(0.5325 \text{ m}) = 0 \\ x &= 0 - 0.0725 \text{ mm} : \\ vEI &= -\frac{A_v x^3}{6} + 11.22x \\ x &= 0.0725 - 0.1825 \text{ mm} : \\ vEI &= \dots + 10.79x + 0.01 \\ x &= 0.1825 - 0.5325 \text{ mm} : \\ vEI &= \dots + 17.78x - 0.31 \\ v_{max} &= v_{x=0.147 \text{ m}} = 0.4 \text{ mm} \end{aligned}$$

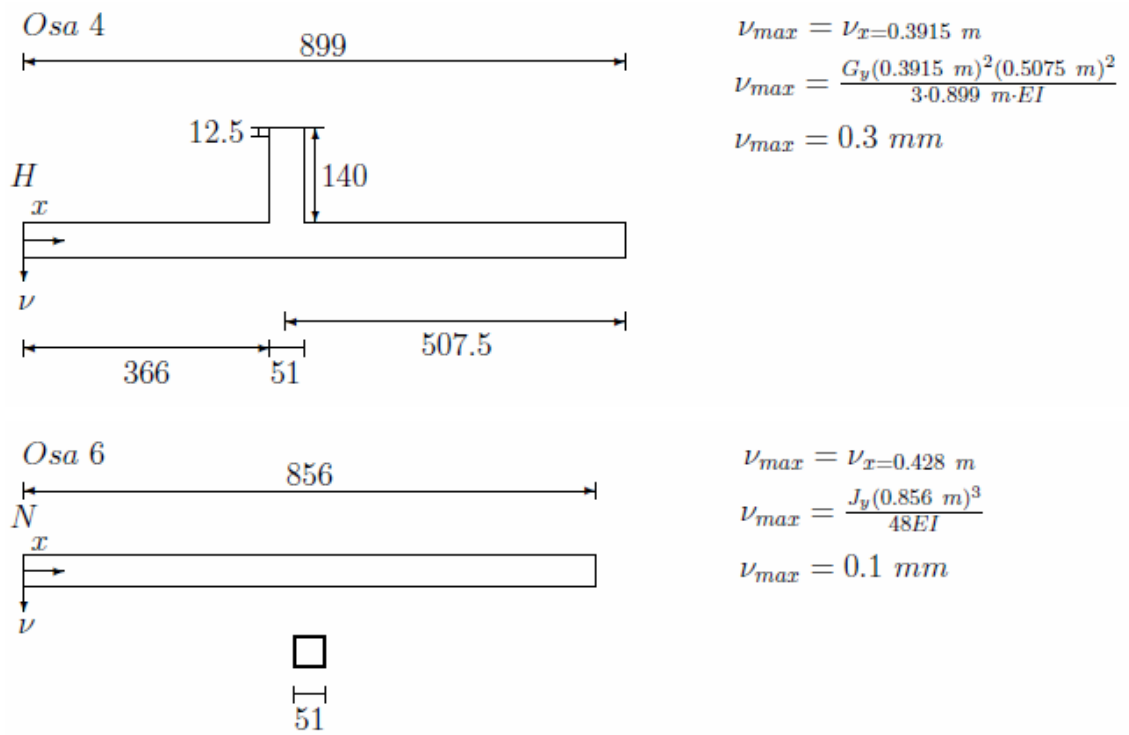


$$\begin{aligned} v(0) &= 0, \quad v'(0.425 \text{ m}) = 0 \\ x &= 0 - 0.3495 \text{ mm} : \\ vEI &= -\frac{C_v x^3}{6} + 51.04x \\ x &= 0.3495 - 0.3745 \text{ mm} : \\ vEI &= \dots - 113.47x + 14.37 \\ x &= 0.3745 - 0.425 \text{ mm} : \\ vEI &= \dots + 88.93x - 4.58 \\ v_{max} &= v_{x=0.425 \text{ m}} = 4.4 \text{ mm} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} v(0) &= 0, \quad v(0.3855 \text{ m}) = 0 \\ x &= 0 - 0.151 \text{ mm} : \\ vEI &= -\frac{F_v x^3}{6} + 11.65x \\ x &= 0.151 - 0.301 \text{ mm} : \\ vEI &= \dots + 10.81x + 0.03 \\ x &= 0.301 - 0.3855 \text{ mm} : \\ vEI &= \dots + 17.49x - 5.14 \\ v_{max} &= v_{x=0.301 \text{ m}} = 1.0 \text{ mm} \end{aligned}$$

Kuva 16. Osien yksi, kaksi ja kolme taipumat.



Kuva 17. Osien neljä ja kuusi taipumat.

LIITE C: ANSYS-OHJELMAN KÄYTTÄMÄT RAKENNETERÄKSEN TIEDOT

Outline of Schematic A2: Engineering Data				
	A	B	C	E
1	Contents of Engineering Data		Source	Description
2	Material			
3	Structural Steel		General_Materials.xml	Fatigue Data at zero mean stress comes from 1998 ASME BPV Code, Section 8, Div 2, Table 5-110. 1
*	Click here to add a new material			

Properties of Outline Row 3: Structural Steel				
	A	B	C	E
1	Property	Value	Unit	
2	Material Field Variables	Table		
3	Density	7850	kg m ⁻³	
4	Isotropic Secant Coefficient of Thermal Expansion			
5	Coefficient of Thermal Expansion	1,2E-05	C ⁻¹	
6	Isotropic Elasticity			
7	Derive from	Young's Modulus and...		
8	Young's Modulus	2E+11	Pa	
9	Poisson's Ratio	0,3		
10	Bulk Modulus	1,6667E+11	Pa	
11	Shear Modulus	7,6923E+10	Pa	
12	Strain-Life Parameters			
20	S-N Curve	Tabular		
24	Tensile Yield Strength	2,5E+08	Pa	
25	Compressive Yield Strength	2,5E+08	Pa	
26	Tensile Ultimate Strength	4,6E+08	Pa	
27	Compressive Ultimate Strength	0	Pa	

Kuva 18. Rakenneteräksen tiedot.