



## Optimisation de la politique de maintenance pour un système à dégradation graduelle stressé

Estelle Deloux, Bruno Castanier, Christophe Bérenguer

► **To cite this version:**

Estelle Deloux, Bruno Castanier, Christophe Bérenguer. Optimisation de la politique de maintenance pour un système à dégradation graduelle stressé. 7ème Congrès International Pluridisciplinaire Qualité et Sûreté de Fonctionnement, Qualita 2007, Mar 2007, Tanger, Maroc. pp.142-149, 2007. <hal-00362146>

**HAL Id: hal-00362146**

**<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00362146>**

Submitted on 17 Feb 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## OPTIMISATION DE LA POLITIQUE DE MAINTENANCE POUR UN SYSTEME A DEGRADATION GRADUELLE STRESSE

DELOUX Estelle <sup>1</sup>, CASTANIER Bruno <sup>1</sup>, BERENGUER Christophe <sup>2</sup>

<sup>1</sup> IRCCyN / Ecole des Mines de Nantes / Département Automatique Productive, 4 rue Alfred Kastler, La Chantrerie, BP 20722 - 44307 Nantes Cedex 3 - France  
Tél: 02.51.85.83.12 - e-mail : [Estelle.Deloux,Bruno.Castanier]@emn.fr

<sup>2</sup> CNRS / Université de Technologie de Troyes / Laboratoire de Modélisation et Sécurité des Systèmes, 12 rue Marie Curie, B.P. 2060 - 10010, Troyes cedex - France  
Tél. 03.25.71.56.33 - e-mail : Christophe.Berenguer@utt.fr

### Résumé :

Le but de cet article est la construction d'un modèle de maintenance permettant l'optimisation du coût de maintenance par unité de temps en combinant la maîtrise statistique des procédés (MSP) et la maintenance conditionnelle. Soit un système possédant deux modes de défaillance qui peuvent être partiellement expliqués par des covariables. Ces modes de défaillance sont l'usure et le stress lié à un environnement stressant. Une politique de maintenance conditionnelle est utilisée pour inspecter et remplacer le système pour limiter les impacts liés à un niveau de dégradation excessif et une carte de contrôle est utilisée pour surveiller la variable de stress. Nous proposons d'étudier numériquement la sensibilité du modèle proposé aux différentes données de maintenance.

### Abstract:

This paper investigates a maintenance policy allowing the maintenance cost optimization per unit of time combining statistical process control (SPC) and condition-based maintenance (CBM) policy. We consider a single-unit system with two failure modes which can be partially explained by several covariates. Failure modes are a continuous-state deterioration and a stress. A CBM policy is used for inspecting and replacing the system in order to balance the impacts of an excessive deterioration level whereas a control a classical control chart is used to monitor the stress covariate. Sensitivity analysis based on numerical results is proposed.

Mots clés : Maintenance conditionnelle, modèle stochastique, carte de contrôle, performance économique

Keywords : Condition-based maintenance, stochastic model, control chart, economic performance

## 1. Introduction

On s'intéresse à la modélisation et à l'évaluation d'une politique de maintenance pour un système vieillissant ayant deux modes de défaillances -l'usure et le stress environnant- qui sont fonctions de variables mesurables. Nombre de travaux depuis les années 60 ont porté sur la modélisation de la maintenance [Wang] dans le but de minimiser les coûts de maintenance et maximiser la durée de fonctionnement. La majorité de ces travaux sont dédiés à l'optimisation de la maintenance préventive (PM) mais peu d'entre eux s'intéressent à la maintenance conditionnelle. Or, pour les systèmes étant sujets au vieillissement et à l'usure, l'approche conditionnelle semble la mieux adaptée [Valdez]. En effet, cette dernière est plus efficace que l'approche systématique car elle permet d'intégrer dans le processus de décision, des informations sur l'état courant du système. Les actions de maintenance conditionnelle s'adaptent donc mieux au comportement réel du système et offrent un éventail de choix plus large [Gertsbakh].

Par ailleurs, au début du 20<sup>ième</sup> siècle, les méthodes statistiques ont commencé à prendre une place de

plus en plus importante dans l'évaluation de la performance des procédés de production. Ces deux axes de recherche, modélisation de la maintenance et maîtrise statistique des procédés (MSP) sont rarement considérés de manière conjointe. Cassady et al. [Cassady] montrent l'avantage économique de combiner ces deux domaines. Linderman et al. [Linderman] développent un modèle analytique pour prouver le bénéfice économique de cette intégration. Outre l'intérêt économique, on peut aussi souligner les objectifs communs des approches à savoir la minimisation des conséquences d'une défaillance soit en améliorant sa détection et son diagnostic (MSP) [Fugate], soit en les prévenant (PM).

Un constat supplémentaire que l'on peut mentionner est que le but d'une approche classique est de modéliser la défaillance d'un système soit par le biais d'un processus croissant dans le temps qui peut être assimilé à l'évolution de la dégradation du système dans le temps [Dieulle], soit par le biais d'une variable d'état fonction d'un environnement aléatoire stressant [Gaudouin]. Ces deux modes de défaillance sont rarement considérés simultanément pour la définition et l'optimisation d'une politique de maintenance.

Le but de cette communication est de présenter une politique de maintenance combinant une carte de contrôle et une maintenance conditionnelle pour un système sujet à deux modes de défaillances: le vieillissement et le stress. La carte de contrôle est une maintenance purement corrective consistant en la surveillance de la variable de stress, i.e., on remplace le système dès la détection de la défaillance. Par ailleurs, la maintenance conditionnelle permet au vu du diagnostic de « l'état » du système de prévenir la défaillance. Nous avons déjà montré le bénéfice économique d'une telle approche par rapport aux politiques de maintenance classiques [Deloux]. La majeure contribution de ce travail est la construction et l'évaluation numérique du critère de décision. Ceci nous permet, entre autre, d'étendre les analyses de sensibilité afin d'en déduire les propriétés des politiques optimisées.

L'organisation de cette communication est la suivante. Dans la section 2, nous présentons le modèle de défaillance et les variables associées. Dans la section 3, nous proposerons une politique de maintenance et les coûts associés à cette dernière. Dans la section 4, on cherchera à illustrer le comportement de la politique proposée par des analyses de sensibilité numériques. Finalement, dans la section 5, nous présenterons la définition de nos travaux futurs.

## 2. Modélisation du système maintenu

On considère que la défaillance du système peut être liée à deux causes différentes. La panne du système peut être due soit à l'usure de ce dernier, soit à un stress lié à l'environnement du système (un choc par exemple). Par ailleurs, on considère que deux quantités mesurables sont disponibles, *le niveau de dégradation (taille d'une fissure par exemple)  $X(t)$*  et *l'évolution de la variable de stress (évolution de la température par exemple)  $Y(t)$* . Ces variables nous permettent de connaître, complètement ou en partie, l'état du système. On note  $Z(t)$  le niveau de fonctionnement du système,  $Z(t)$  valant 0 s'il fonctionne et 1 sinon.

En l'absence de stress, l'état du système peut être résumé par une variable de dégradation et son évolution peut être décrite par un processus stochastique  $(X(t))_{t \geq 0}$  partant de 0 à l'état neuf, strictement croissant et à incréments positifs et indépendants. On suppose que les incréments de dégradation élémentaire  $\Delta X_{(k-1,k)}$  entre deux instant consécutifs  $t_{k-1}$  et  $t_k$  suivent une loi exponentielle de paramètre  $\alpha$  donnée par  $f(x) = \alpha e^{-\alpha x}$ .

La deuxième variable d'état  $(Y(t))_{t \geq 0}$  reste constante en moyenne avant la défaillance puis devient croissante. Avant la défaillance  $(Y(t))_{t \geq 0}$  est modélisé par un processus gaussien de moyenne  $m$  fixe et de variance  $\sigma^2$ ; alors qu'après une défaillance, on le modélise par un mouvement brownien général caractérisé par une dérive  $\mu$  et son coefficient de diffusion  $\gamma$ . ( $B_t$ ) étant un mouvement brownien standard:  $B_0=0$ ;  $E(B_t)=0$ ;  $\text{Var}(B_t)=1$ , on a alors :  $Y_t=Y_0+\mu t+\gamma B_t$ .

Pour illustrer ces propos nous allons prendre comme exemple un roulement à bille. Le mode principal de défaillance d'un roulement est son blocage. Cette défaillance peut être liée à la fatigue. Ce type d'avarie se manifeste par l'apparition de fissures qui croient lentement jusqu'à l'écaillage au niveau de la bague du roulement. L'écaillage est un phénomène continu qui se développe progressivement après l'apparition des premières fissures. Si l'on ne considère que la phase de propagation de l'écaillage, il est alors possible de connaître le niveau de dégradation du roulement en effectuant une inspection non destructrice très coûteuse. Par contre, d'autres variables permettent de savoir si le roulement est toujours en fonctionnement ou non, nous pouvons citer par exemple la vibration ou la température. Le processus  $(X(t))_{t \geq 0}$  modélise alors l'évolution d'un écaillage et  $(Y(t))_{t \geq 0}$  représente l'évolution des vibrations du système (on considère ici que les vibrations nous apportent une information plus fiable que la température).

La défaillance liée au processus de dégradation  $(X(t))_{t \geq 0}$  est définie par un seuil de panne  $L$  donné. Le franchissement de ce seuil ne correspond pas à un arrêt du système mais à un niveau inacceptable de performance. La défaillance liée au stress, quant à elle, augmente avec le niveau de dégradation  $X_t$  et est fonction de l'importance des vibrations  $Y_t$ . Pour modéliser l'influence de  $Y_t$  sur la probabilité de défaillance liée au stress (par choc), on suppose que pour une valeur de  $X_t$  donnée, le système est stressé si  $Y_t$  est supérieur à un seuil fixé  $\lambda$ . La justification d'une telle hypothèse repose sur la difficulté d'obtenir un modèle continu fiable avec des données difficiles à collecter. Finalement, on considère ici un modèle d'accélération classique pour lequel,  $\forall x < L$ :

$$P(Z_t = 0 | X_t = x, Y_t < \lambda) = e^{-ax} \quad (1.)$$

$$P(Z_t = 0 | X_t = x, Y_t > \lambda) = F_A e^{-ax} \quad (2.)$$

$F_A$  est le facteur d'accélération et  $a$  est un paramètre d'échelle positif que l'on pourra estimer par des approches de type Maximum de Vraisemblance (cf. [Lehmann]).

Les évolutions de  $(X(t))_{t \geq 0}$ ,  $(Y(t))_{t \geq 0}$  et  $(Z(t))_{t \geq 0}$ , ainsi que les modes de défaillances sont illustrés dans la figure 1.

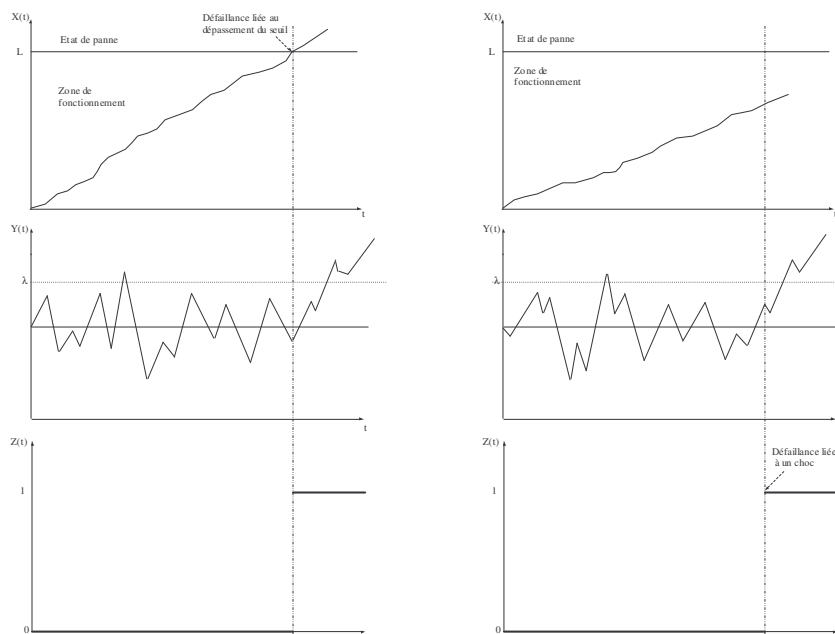
En l'absence de maintenance, la fiabilité du système peut être obtenue directement par les convolutions successives de la probabilité d'être en état de fonctionnement à chaque instant:

$$R(t) = (k(1-p) + p)^t \int_0^L \frac{\alpha^t}{a^{t-1}(t-1)!} (1 - e^{-ax})^{t-1} e^{-(\alpha+a)x} dx \quad (3.)$$

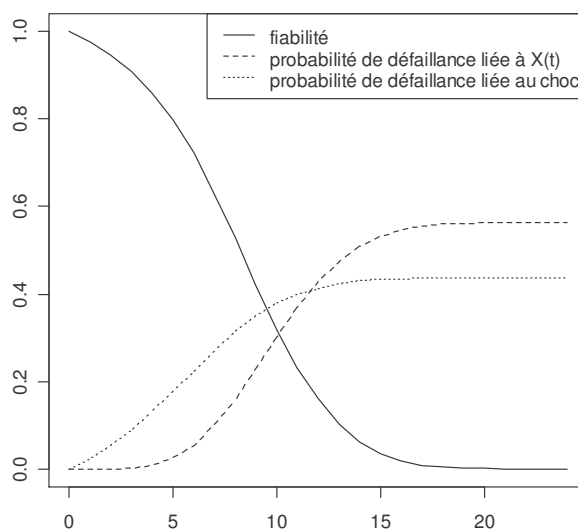
avec:  $p = P(Y_t < \lambda / \text{non panne}) = \Phi\left(\frac{\lambda - m}{\sigma}\right)$ ;  $\Phi(\cdot)$  étant la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite. La fiabilité à chaque instant ainsi que l'évolution des contributions de chacun des modes de défaillance sont représentées dans la figure 2. Ces données sont obtenues pour  $\alpha=5$ ;  $L=2$ ;  $a=0.05$ ;  $F_A=0.96$ ;  $\lambda=10.5$ .

### 3. Politique de maintenance

L'objectif de cette section est de proposer une politique de maintenance adaptée à un tel système. Afin d'en illustrer les performances, un critère économique moyen est aussi présenté.



**Figure 1.** Evolution d'un système non maintenu



**Figure 2.** Fiabilité du système, probabilités respectives de défaillance liées au vieillissement ou au choc

### 3.1. Description de la politique de maintenance

Dans cette section nous proposons de construire une politique de maintenance. Sa construction repose sur les hypothèses de défaillance décrites précédemment. De plus, on suppose que la défaillance n'est pas auto-décelable mais qu'elle est observable qu'au cours d'une inspection. Deux types d'inspections sont disponibles. La première permet une connaissance précise de l'état du système par la mesure de  $X_t$  alors que la seconde ne permet que de connaître l'état de marche du système. Afin d'en limiter les coûts, une stratégie d'inspections périodiques sur les  $X_t$  est proposée. On note  $\tau$  cette période d'inspection et  $c_{ix}$  son coût unitaire associé. Afin de prévenir la défaillance par la surveillance du processus de dégradation, on introduit un seuil de remplacement préventif  $\xi$ . On opère un remplacement préventif (resp. correctif) lors de la première inspection pour laquelle  $X_t \in [\xi, L]$  (resp.  $X_t > L$ ). Le coût unitaire d'un remplacement préventif (resp. correctif) est noté  $c_p$  (resp.  $c_c$ ). Le second type d'inspection est moins onéreux. On note  $c_{iz}$  le coût unitaire associé. La stratégie d'inspection est liée à la valeur de la variable de stress  $Y_t$ . Afin de détecter une éventuelle défaillance, on met en place une carte de contrôle sur  $Y_t$ . Une inspection sera effectuée dès que  $Y_t$  devient supérieure au seuil de contrôle  $UCL$ . Si lors de cette inspection le système est en panne un remplacement correctif est effectué, avec un coût  $c_c$ . Si le système est toujours en état de

marche (fausse alarme), aucune action n'est effectuée. Le schéma d'inspection de  $X_t$  n'est pas modifié (cf. figure 3 pour l'illustration des règles de décision pour  $X_t$  et  $Y_t$ ).

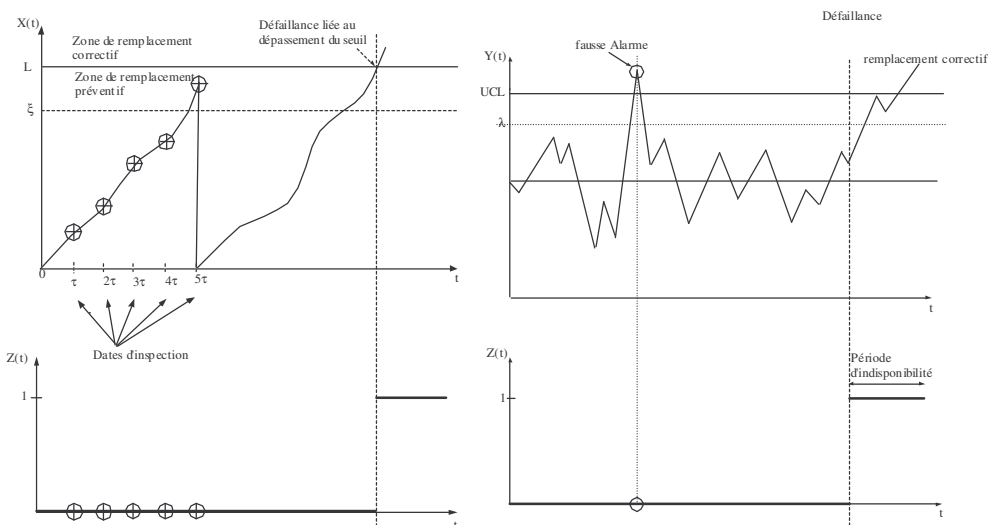


Figure 3. Illustration des règles de décision pour  $X_t$  et  $Y_t$

### 3.2. Critère de performance économique

L'optimisation économique de la maintenance consiste à planifier les diverses opérations de maintenance dans le temps de façon à minimiser le coût moyen d'exploitation par unité de temps sur un horizon infini  $\bar{C}_\infty$ . Le coût  $\bar{C}_\infty$  est directement lié aux paramètres  $\tau$ ,  $\xi$  et  $UCL$  de la politique de maintenance. En exploitant les propriétés régénératives de ce processus et en appliquant le théorème élémentaire de renouvellement, le coût moyen d'exploitation par unité de temps sur un horizon infini peut être exprimé comme le ratio du coût moyen d'exploitation cumulé sur un cycle de régénération  $E(C(S))$  sur la longueur d'un cycle  $E(S)$ :

$$\bar{C}_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \left\{ \frac{C_t}{t} \right\} = \left\{ \frac{E(C(S))}{E(S)} \right\} \quad (6.)$$

Pour évaluer ce coût, introduisons les notations suivantes:

- $N_{ix}(t)$  (resp.  $N_{iz}(t)$ ) le nombre moyen d'inspections planifiées (resp. non planifiées) avant  $t$ .  $N_{ix}(t) = [t / \tau]$ , où  $[.]$  représente la partie entière et  $N_{iz}(t-1)$  représente le nombre de fausses alarmes avant  $t$ .
- $P_c(t)$  représente la probabilité d'un remplacement correctif à  $t$ .
- $D_u(t)$  représente la durée d'indisponibilité du système avant  $t$ .

On peut alors montrer que l'équation (6.) s'écrit de la façon suivante:

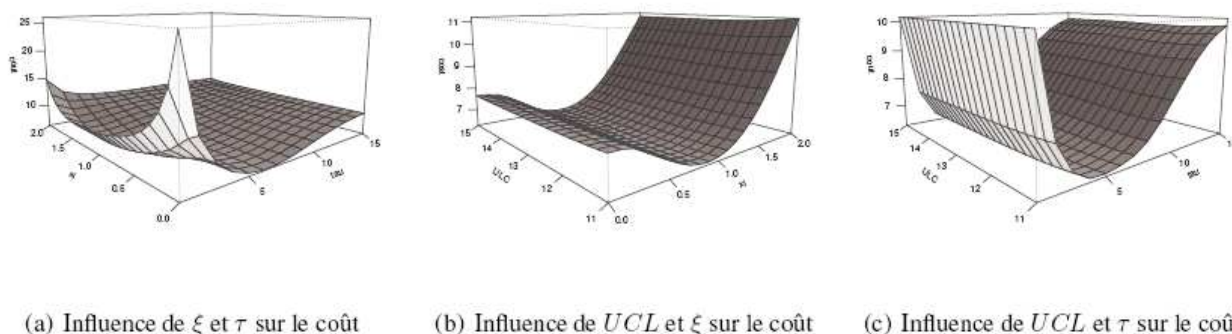
$$C_\infty = \frac{c_{ix} \left[ \frac{1}{\tau} E(S) \right] + c_{iz} E(N_{iz}(S)) + c_p + (c_c - c_p) P_c(S) + c_u E(D_u(S))}{E(S)} \quad (7.)$$

Les diverses quantités ne sont pas explicitées dans cette communication. D'une manière générale, elles sont construites séquentiellement en fonction de l'évaluation de l'état du système et des scénarios de maintenance issus des règles de décision.

## 4. Résultats Numériques

Dans cette section, sont présentés les résultats numériques obtenus à l'aide du logiciel R qui est un environnement de manipulation, d'analyse et de représentation graphique des données (<http://www.r-project.org/>). Tout d'abord nous présentons l'évolution du coût lorsque les paramètres de décision varient. Ensuite, nous présentons une analyse de sensibilité de notre politique lorsque les coûts de maintenance varient.

### 4.1. Evolution du coût en fonction des paramètres de décision



**Figure 4.** Evolution du coût de maintenance en fonction de  $\tau$ ,  $\xi$  et  $UCL$

La convexité des courbes présentées sur la figure 4 illustre le bénéfice de l'intégration de la MSP et de la maintenance conditionnelle. Les paramètres de décision optimisés  $\tau^*=4$ ,  $\xi^*=0.9$  et  $UCL^*=12.6$  qui minimisent le critère (8.) sont obtenus par la méthode de quasi-Newton, qui est une généralisation de la méthode de Newton, dont le Hessien (ou gradient) est approximé par une méthode itérative.

La figure 4(a) (resp. 4(b), 4(c)) est obtenue pour la valeur optimisée de la limite de contrôle  $UCL^*$  (resp. le temps inter inspections  $\tau^*$  et le seuil de maintenance préventive  $\xi^*$ ). La forme de la figure 4(a) illustre la contribution de  $\tau$  et  $\xi$  pour  $UCL$  fixé sur le coût de maintenance. On retrouve un résultat classique pour un politique de maintenance conditionnelle périodique [Castanier]: si  $\tau$  est faible, le niveau de connaissance sur le système est élevé et permet donc d'ajuster au plus tard un éventuel remplacement correctif. Quand  $\tau$  croît, la contribution du seuil de maintenance préventive diminue et la politique optimisée tend vers une politique de remplacement basée sur l'âge. La figure 4(b) montre la contribution de  $\xi$  et  $UCL$  sur le coût pour  $\tau^*$  optimisé. La forme de cette courbe souligne la contribution de  $\xi$  sur le coût. L'effet de la limite de contrôle  $UCL$  (pour un  $\xi$  fixé la courbe est plus ou moins plate). Ceci peut être expliqué, aux vues des valeurs des paramètres de stress, par les défaillances sont essentiellement causées par un dépassement de seuil. La figure 4(c) souligne la forte contribution de  $\tau$  sur le coût qui reste donc le paramètre de décision le plus important.

### 4.2. Comparaison des résultats avec des politiques de maintenance classiques

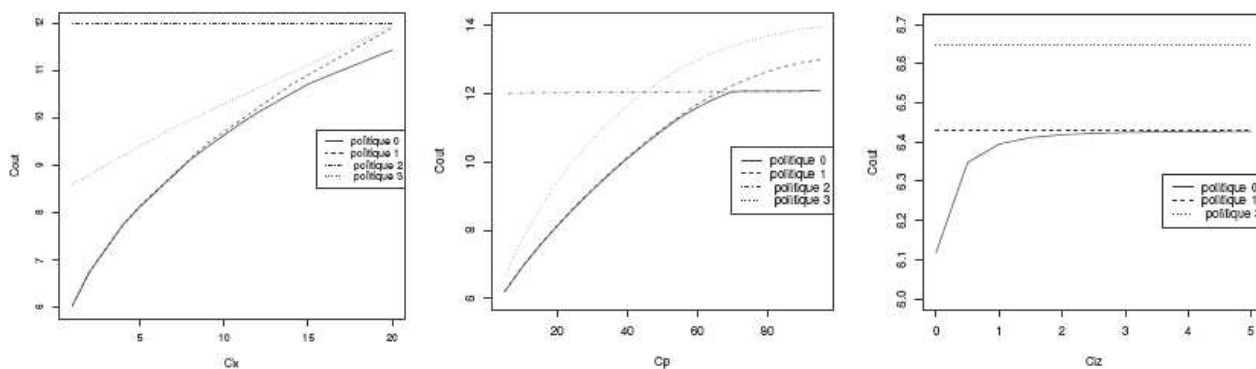
La performance économique de notre politique de maintenance (notée politique 0) est illustrée par la comparaison avec des politiques de maintenance classiques. On considère les trois politiques suivantes :

- La politique 1 est une politique conditionnelle classique où le système est inspecté tous les  $\tau$ . Lors d'une inspection, si le niveau de détérioration  $X_t$  est supérieur au seuil de défaillance  $L$ , un remplacement correctif est effectué. Si  $X_t \in [\xi, L]$ , un remplacement préventif est réalisé, et si  $X_t < \xi$  aucune action n'est faite.
- La politique 2 consiste en une carte de contrôle classique. Seule une maintenance corrective peut être effectuée dès qu'une défaillance est détectée quand la variable  $Y_t$  est supérieure au seuil limite de

contrôle *UCL*.

- La politique 3 est une politique de remplacement préventif basé sur l'âge. Aucune inspection du système n'est réalisée. Le système est remplacé tous les  $T$ .

La performance économique de chaque politique est évaluée de manière quantitative quand les coûts de maintenance varient.



(a) variation du coût quand  $c_{ix}$  augmente (b) variation du coût quand  $c_p$  augmente (c) variation du coût quand  $c_{iz}$  augmente

**Figure 5.** Evolution du coût de maintenance en fonction de l'évolution de  $c_{ix}$ ,  $c_{iz}$  et  $c_p$

Pour chaque cas, on recherche les paramètres de chacune des politiques qui minimisent le coût moyen. Les résultats obtenus sont présentés par les courbes de la figure 5. La discussion qui suit en est une analyse. Dans l'ensemble des cas, on constate que la politique 0 est toujours la plus efficace du point de vue du coût. Ceci illustre bien l'intérêt de combiner les deux approches MSP et CBM et la politique 0 doit être vue comme une généralisation des autres politiques. La figure 5(a) a été obtenue en faisant varier le coût d'inspection de  $X_t$ ,  $c_{ix}$ , de 1 à  $c_p$ . On remarque que, lorsque  $c_{ix}$  est faible, le système doit alors être inspecté très souvent ( $\tau$  est faible). Le bénéfice de la MSP est faible, la politique 0 est très proche de la politique 1. Lorsque  $c_{ix}$  augmente, l'écart entre la politique 0 et la politique 1 se creuse. La politique 1 tend alors vers la politique 3. En effet, pour réduire le nombre d'inspection lié à l'augmentation de  $c_{ix}$ , on augmentera l'intervalle  $\tau$  et on cherchera à remplacer préventivement au plus tôt (lorsque  $\tau$  augmente,  $\xi$  diminue). La politique 0 est la plus efficace grâce à la surveillance de  $Y_t$  qui permet de détecter des défaillances entre deux instants d'inspections.  $\tau$  est croissant en  $c_{ix}$  alors que  $\xi$  et  $UCL$  sont décroissants limitant ainsi le temps d'indisponibilité. Par ailleurs, on remarque que l'écart au niveau du coût de la politique 1 et 0 est fonction de  $c_u$ . La carte de contrôle de la politique 0 permet de détecter la défaillance entre deux inspections de  $X_t$ . Inversement, si  $c_u$  devient négligeable, la politique 0 tend vers la politique 1. La figure 5(b) a été obtenue en faisant varier le coût de maintenance préventive,  $c_p$ , de  $c_{ix}$  à  $c_c$ . Ici, le coût d'indisponibilité étant faible, les politiques 0 et 1 sont assez proches l'une de l'autre même si la politique 0 reste toujours plus efficace. Lorsque  $c_p$  augmente, la politique 0 tend vers la politique 2. La figure 5(c) a été obtenue en faisant varier le coût d'inspection de  $Z_t$ ,  $c_{iz}$ , de 0 à  $c_{ix}$ . Lorsque  $c_{iz}$  augmente la politique 0 tend vers la politique 1. Sur la figure 5(c), la politique 3 n'est pas représentée car ses performances sont de loin les plus mauvaises lorsque  $c_{iz}$  est fort.

## 5. Conclusions et perspectives

Nous avons proposé, dans cette communication, la construction et l'évaluation d'une politique de maintenance adaptée pour un système présentant deux modes de défaillance. La stratégie proposée et les résultats numériques associés permettent d'illustrer l'intérêt de combiner les approches conditionnelles et surveillance des procédés. Plus particulièrement, dans les études de sensibilité présentées ici, notre politique de maintenance présente dans tous les cas de meilleures performances que trois politiques de



maintenance classique même si dans les cas limites, notre politique tend vers l'une des politiques de maintenance classique.

Bien que reposant sur des considérations théoriques, nous restons persuadés de l'intérêt de notre travail dans un contexte industriel. Les hypothèses mathématiques pour le modèle de vieillissement, les règles de décision de maintenance ont été proposées en ce sens. Cependant, afin d'être plus proche d'une réalité industrielle, le modèle proposé se doit d'être développé. Les perspectives de travail qui peuvent être dégagées de ce travail préliminaire sont, par exemple, une meilleure justification du modèle de vieillissement avec, dans le cas de données disponibles, la prise en compte des dépendances mutuelles entre processus de dégradation et effet vibratoire. Par ailleurs, le modèle d'inspection/remplacement pourrait être complexifié en intégrant, par exemple, un schéma non périodique d'inspection et des actions imparfaites.

### **Références**

- [Barlow] R.E Barlow and F. Proschan, *Mathematical theory of reliability*. SIAM, Wiley, pp.0-258, New York, 1996.
- [Cassady] C.R. Cassady, R.O. Bowden, L.Liew and E.A. Pohl, *Combining preventive maintenance and statistical process control: a preliminary investigation*. IIE Transactions, vol.32, p.471-478, 2000.
- [Castanier] B. Castanier, A. Grall and C. Bérenguer, *Une Structure Multi-Seuils pour l'Optimisation de la Maintenance Conditionnelle des Systèmes à Détérioration Markovienne Continue*. Journal Européen des Systèmes Automatisés, vol.35(10), p.1235-1262, 2001.
- [Deloux] E. Deloux, B. Castanier, T. Yeung and B. Bérenguer, *A Predictive Maintenance Policy Combining Statistical Process Control and Condition-Based Approaches*. 31<sup>st</sup> ESReDA seminar, Smolice Castle, Slovakia, pp.210-220, 2006.
- [Dieulle] L. Dieulle, C. Bérenguer, A. Grall and M. Roussignol, *Sequential condition-based maintenance scheduling for a deteriorating system*. European Journal of Operational Research, vol.150, pp.451-461, 2003.
- [Fugate] M.L. Fugate, H. Sohn, and C.R. Farrar, *Vibration-Based Damage Detection Using Statistical Process Control*. Mechanical Systems and Signal Processing, vol.15, pp.707-721, 2001.
- [Gaudouin] O. Gaudouin and J.L. Soler, *Failure rate behavior of components subjected to random stresses*. Reliability Engineering and System Safety, vol.58, 1997.
- [Gertsbakh] I. Gertsbakh, *Reliability Theory With Applications to Preventive Maintenance*. Springer, 2000.
- [Lehmann] A. Lehmann, *Joint modelling of degradation and failure time data*. ALT 2006, France, pp.26-32, 2006.
- [Linderman] K. Linderman, K.E. McKone-Sweet and J.C. Anderson, *An integrated systems approach to process control and maintenance*. European Journal of Operational Research, vol.164, pp.324-340, 2005.
- [Valdez] C. Valdez-Flores and R.M. Feldman, *A Survey of Preventive Maintenance Models for Stochastically Deteriorating Single-Unit Systems*. Naval Research Logistics, vol.36, pp.419-446, 1989.
- [Wang] H. Wang, *A Survey of Maintenance Policies of Deteriorating Systems*. European Journal of Operational Research, vol.139, pp.469-489, 2002.