



Modélisation numérique du comportement des sols sous très grands nombres de cycles : homogénéisation temporelle et identification des paramètres.

Aurélie Papon

► To cite this version:

Aurélie Papon. Modélisation numérique du comportement des sols sous très grands nombres de cycles : homogénéisation temporelle et identification des paramètres.. Matériaux et structures en mécanique [physics.class-ph]. Université de Nantes; Ecole Centrale de Nantes (ECN) (ECN) (ECN) (ECN), 2010. Français. <tel-00649079>

HAL Id: tel-00649079

<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00649079>

Submitted on 7 Dec 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École Centrale de Nantes

ÉCOLE DOCTORALE

Sciences Pour l'Ingénieur, Géosciences, Architecture

Année 2010

N° B.U. :

Thèse de Doctorat

Spécialité : GÉNIE CIVIL

Présentée et soutenue publiquement par :

Aurélie PAPON

le 27 septembre 2010

à l'École Centrale de Nantes

TITRE

**Modélisation numérique du comportement des sols
sous très grands nombres de cycles
Homogénéisation temporelle et identification des paramètres**

Jury

| | | |
|---------------|--|--|
| Président : | M. Marc BOULON | Professeur émérite, UJF, Grenoble |
| Rapporteurs : | M. Philippe MESTAT M. Jian-Fu SHAO | Directeur de Recherche, LCPC, Paris Professeur, Polytech Lille |
| Examineurs : | M. Luc DORMIEUX M. Pierre-Yves HICHER M. Yvon RIOU | Professeur, ENPC, Marne-la-Vallée Professeur, ECN, Nantes Maître de Conférences, ECN, Nantes |
| Invité : | M. Alain PUECH | Directeur Technique, Fugro France, Paris |

Directeur de thèse : Pierre-Yves HICHER

Co-encadrant de thèse : Yvon RIOU

Laboratoire : Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique, École Centrale de Nantes, Université de Nantes

N° ED 498-124

« Point n'est besoin d'espérer pour entreprendre, ni de réussir pour persévérer. »

Guillaume d'Orange

Remerciements

Ces travaux de thèse ont été réalisés à l'Ecole Centrale de Nantes au sein de l'équipe Matériaux Hétérogènes et Géomécanique du GeM, Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique.

Je tiens tout d'abord à remercier Marc Boulon pour avoir présidé le jury de soutenance de thèse, Philippe Mestat et Jian-Fu Shao pour tout l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail en acceptant de rapporter sur mon mémoire ainsi que Luc Dormieux et Alain Puech pour avoir accepté de faire partie du jury.

Je souhaite ensuite remercier mes deux encadrants Yvon Riou et Pierre-Yves Hicher, qui ont su me faire découvrir au fil des jours le métier de chercheur. Je leur suis reconnaissante d'avoir accepté de m'encadrer, de ne jamais m'avoir laissée seule dans une impasse scientifique, de m'avoir fait confiance lorsque mes travaux de recherche prenaient l'une ou l'autre direction, d'avoir pris le temps de m'écouter et de me conseiller. Je tiens aussi à remercier Christophe Dano, à qui je dois bien plus que l'absence de son nom sur la page de couverture ne le laisse paraître. Yvon, Pierre-Yves et Christophe, cela a été un réel plaisir de travailler avec vous.

J'aimerais aussi remercier Emmanuel Bourgeois de m'avoir sortie à plusieurs reprises d'un mauvais pas numérique et d'une manière plus générale le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées pour la mise à disposition du code source CESAR-LCPC. Je tiens aussi à remercier Joris et Kevin, mes deux stagiaires pour leur travail et leur sérieux. Un grand merci aussi à l'ensemble des membres du laboratoire, notamment à Zhen-Yu pour la mise à disposition de son travail et à Grégory et Paul-Emile pour leur aide et leurs conseils.

J'ai eu la chance d'être intégrée au programme ANR SOLCYP et ainsi de tester le travail en équipe à l'échelle nationale. Merci à l'ensemble des participants pour leur accueil au sein du groupe de travail et les discussions enrichissantes que nous avons pu avoir.

Enfin je souhaite remercier mes proches pour les longues heures passées à relire ce manuscrit et pour bien plus encore.

Table des matières

| | |
|--|-----------|
| Remerciements | 5 |
| Table des matières | 7 |
| Notations et abréviations | 11 |
| Introduction | 13 |
| 1 Comportement cyclique à grand nombre de cycles : stratégies numériques et modèles | 15 |
| 1.1 Introduction | 15 |
| 1.1.1 Chargement cyclique en Génie Civil | 15 |
| 1.1.2 Mise en évidence expérimentale | 15 |
| 1.2 Stratégies de calcul d'un grand nombre de cycles | 17 |
| 1.2.1 Une méthode utilisant des modèles qui prédisent un comportement moyen : le pseudo-fluage | 18 |
| 1.2.2 Méthodes utilisant des modèles « classiques » | 18 |
| 1.2.2.1 Méthodes de saut de cycles | 18 |
| 1.2.2.2 Parallélisme en temps | 19 |
| 1.2.2.3 Homogénéisation temporelle asymptotique | 21 |
| 1.2.2.4 « Rapid cycling creep method » | 28 |
| 1.2.2.5 Conclusions | 30 |
| 1.2.3 Une méthode mixte utilisant les deux types de modèles | 31 |
| 1.2.4 Conclusions | 33 |
| 1.3 Modèles de comportement cyclique | 33 |
| 1.3.1 Modèle basé sur le principe de la « bounding surface » | 34 |
| 1.3.1.1 Principe | 34 |
| 1.3.1.2 Application au modèle Cam-Clay modifié | 35 |
| 1.3.1.3 Modèle développé au GeM | 36 |
| 1.3.1.4 Commentaires | 38 |
| 1.3.2 Modèle à surfaces multiples | 38 |
| 1.3.2.1 Principe | 38 |
| 1.3.2.2 Commentaires | 39 |
| 1.3.3 Modèle « bulle » à deux surfaces | 40 |
| 1.3.3.1 Principe | 40 |
| 1.3.3.2 Application au modèle Cam-Clay modifié | 40 |
| 1.3.3.3 Modèle développé au GeM | 42 |
| 1.3.3.4 Commentaires | 45 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1.3.4 | Conclusions | 45 |
| 1.4 | Conclusion | 46 |
| 2 | Implantation de l'homogénéisation temporelle | 47 |
| 2.1 | Introduction | 47 |
| 2.2 | Cas d'un essai triaxial non drainé répété | 47 |
| 2.2.1 | Résolution pas à pas | 47 |
| 2.2.1.1 | Principe de la simulation | 47 |
| 2.2.1.2 | Sensibilité des paramètres cycliques des modèles de com- portement | 48 |
| 2.2.2 | Résolution avec homogénéisation | 55 |
| 2.2.2.1 | Elasticité linéaire | 56 |
| 2.2.2.2 | Elasticité non linéaire | 58 |
| 2.2.2.3 | Conclusions | 59 |
| 2.2.3 | Comparaison des deux méthodes de résolution | 59 |
| 2.2.3.1 | Modèle basé sur le principe de la « bounding surface » | 60 |
| 2.2.3.2 | Modèle « bulle » | 62 |
| 2.2.4 | Conclusions | 65 |
| 2.3 | Cas non homogène - méthode des éléments finis | 66 |
| 2.3.1 | Méthode des éléments finis | 66 |
| 2.3.1.1 | Introduction | 66 |
| 2.3.1.2 | Méthode des contraintes initiales | 67 |
| 2.3.2 | Implantation du modèle « bulle » dans le code aux éléments finis | 69 |
| 2.3.3 | Implantation du module d'homogénéisation | 69 |
| 2.3.4 | Conclusions | 73 |
| 2.4 | Conclusion | 73 |
| 3 | Identification de paramètres : méthodologie et application | 75 |
| 3.1 | Introduction | 75 |
| 3.2 | Méthodologie | 75 |
| 3.2.1 | Problématique de l'identification de paramètres | 75 |
| 3.2.2 | Identification par analyse inverse : un problème d'optimisation | 76 |
| 3.2.2.1 | Principe | 76 |
| 3.2.2.2 | Un problème généralement mal posé | 76 |
| 3.2.2.3 | Choix de la fonction coût et de la méthode d'optimisation | 77 |
| 3.2.2.4 | L'analyse inverse en géotechnique | 78 |
| 3.2.3 | Méthodes d'optimisation | 80 |
| 3.2.3.1 | Analyse inverse à partir d'un seul résultat expérimental : Optimisation mono-objectif | 80 |
| 3.2.3.2 | Analyse inverse à partir de plusieurs résultats expérimentaux : Optimisation multi-objectif | 98 |
| 3.2.4 | Conclusions | 106 |
| 3.3 | Application | 107 |
| 3.3.1 | Présentation du benchmark | 107 |
| 3.3.2 | Mise en œuvre de l'identification par analyse inverse | 108 |
| 3.3.2.1 | Evaluation des fonctions coût pour un jeu de paramètres donné | 108 |
| 3.3.2.2 | Processus d'optimisation | 112 |
| 3.3.3 | Résultats des différentes identifications | 114 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 3.3.3.1 | Identification mono-objectif | 114 |
| 3.3.3.2 | Identification multi-objectif | 120 |
| 3.3.4 | Prédiction du tassement | 125 |
| 3.3.5 | Conclusions | 128 |
| 3.4 | Conclusion | 129 |
| 4 | Application à deux essais triaxiaux non drainés répétés | 131 |
| 4.1 | Introduction | 131 |
| 4.2 | Mise en œuvre de l'identification par analyse inverse | 131 |
| 4.2.1 | Evaluation des fonctions coût | 131 |
| 4.2.2 | Processus d'optimisation | 133 |
| 4.3 | Mise en œuvre de l'homogénéisation temporelle | 133 |
| 4.4 | Résultats des différentes identifications | 134 |
| 4.4.1 | Identification à partir de simulations pas à pas | 134 |
| 4.4.1.1 | Identification mono-objectif | 134 |
| 4.4.1.2 | Identification multi-objectif | 135 |
| 4.4.1.3 | Conclusions | 137 |
| 4.4.2 | Identification à partir de simulations avec homogénéisation | 138 |
| 4.4.2.1 | Identification mono-objectif | 138 |
| 4.4.2.2 | Identification multi-objectif | 139 |
| 4.4.2.3 | Conclusions | 140 |
| 4.5 | Conclusion | 140 |
| | Conclusion | 143 |
| | Bibliographie | 145 |

Notations et abréviations

Comportement mécanique

| | |
|--|--|
| σ | tenseur des contraintes totales |
| σ' | tenseur des contraintes effectives |
| $p = \frac{Tr(\sigma)}{3}$ | contrainte moyenne |
| $p' = \frac{Tr(\sigma')}{3}$ | contrainte moyenne effective |
| $s = \sigma - \frac{1}{3}Tr(\sigma)I$ | tenseur déviateur des contraintes |
| $J_2 = \frac{1}{2}s : s$ | deuxième invariant du tenseur déviateur des contraintes |
| $q = \sqrt{3J_2}$ | contrainte déviatorique généralisée ou déviateur des contraintes (dans le cas d'un essai triaxial, $q = \sigma_{axial} - \sigma_{latéral}$ peut être négatif ou positif) |
| $J_3 = det(s)$ | troisième invariant du tenseur déviateur des contraintes |
| $\theta = -\frac{1}{3}arcsin\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{J_3}{J_2^{3/2}}\right)$ | angle de Lode ($\theta = \pi/6$: compression triaxiale) |
| p'_c | variable d'écrouissage isotrope définissant la taille de la surface limite dans le modèle « bulle » et le modèle basé sur le principe de la « bounding surface » |
| ε | tenseur des petites déformations |
| $\varepsilon_v = Tr(\varepsilon)$ | déformation volumique |
| e | indice des vides |
| $\epsilon = \varepsilon - \frac{1}{3}Tr(\varepsilon)I$ | tenseur déviateur des déformations |
| $\varepsilon_d = \sqrt{\frac{2}{3}\epsilon : \epsilon}$ | déformation déviatorique généralisée |
| $\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p$ | décomposition du tenseur des déformations en tenseurs des déformations élastique et plastique |
| ε_d^e (resp. ε_d^p) | déformation élastique (resp. plastique) déviatorique généralisée |
| ε_v^e (resp. ε_v^p) | déformation élastique (resp. plastique) volumique |
| \mathbb{C} | tenseur d'élasticité |
| K_0 | coefficient de pression des terres au repos |

Paramètres des modèles

| | |
|-----------------------|---|
| E | module élastique |
| ν | coefficient de Poisson |
| G | module de cisaillement |
| κ | indice de gonflement |
| λ | indice de compression |
| e_0 | indice des vides initial |
| M_c | pente de la ligne d'état critique dans le plan (p', q) en compression triaxiale |
| p'_{c0} | contrainte effective de préconsolidation |
| H_0 | paramètre intervenant dans le calcul du module plastique dans le modèle basé sur le principe de la « bounding surface » |
| R | rapport de taille de la surface cinématique sur celle de la surface limite dans le modèle « bulle » |
| ψ_c, ξ, R_ψ | paramètres intervenant dans le calcul du module plastique dans le modèle « bulle » |
| c | cohésion |
| φ | angle de frottement |
| ψ | angle de dilatance |
| M_p | pente de la ligne de résistance maximale dans le plan (p', q) |
| M_{car} | pente de la ligne d'état caractéristique dans le plan (p', q) |
| c_p | résistance à la traction hydrostatique |
| r_{el} | mesure de la taille du domaine élastique initial |
| a | paramètre d'écroutissage |

Homogénéisation temporelle

| | |
|-------|--|
| N_c | nombre de cycles dans un incrément (résolution du problème macrochronologique) |
| N_b | nombre de cycles calculés pas à pas |

Identification de paramètres par analyse inverse

| | |
|-----------|---|
| AG | algorithme(s) génétique(s) |
| S | algorithme du simplexe |
| F_{err} | fonction coût (ou fonction erreur ou dans le cadre des AG fonction performance) |

Introduction

Si le dimensionnement des ouvrages vis-à-vis des actions statiques est dans une certaine mesure maîtrisé, celui vis-à-vis des actions variables dans le temps l'est moins, tant aux états limites ultimes qu'aux états limites de service. Or ces dernières peuvent altérer significativement le comportement des ouvrages et parfois même conduire à des dysfonctionnements. Dans le cas particulier du dimensionnement des fondations des ouvrages terrestres soumis à des actions cycliques, i.e. qui présentent un caractère répétitif, un groupe de travail issu du pôle de compétences « Sols » de l'IREX¹ a mis en évidence « la pauvreté de la documentation technique française et européenne ». En pratique, on adopte généralement des coefficients de sécurité plus élevés, de manière à prendre en compte de manière forfaitaire ces actions cycliques, mais sans pouvoir justifier la valeur de ces coefficients. La prise en compte rationnelle et fiable de ces sollicitations cycliques s'impose donc autant en termes économiques (optimisation du dimensionnement) qu'en termes environnementaux (augmentation de la durée de vie de l'ouvrage).

Cette étude se concentre sur la modélisation numérique du comportement cyclique des sols sous très grands nombres de cycles. La simulation de ce comportement est réalisée par la méthode des éléments finis, parce qu'elle permet la résolution numérique d'une large gamme de problèmes et qu'elle tend à s'imposer dans la profession. La qualité de la prédiction du comportement du sol dépend alors principalement de la capacité des modèles de comportement à représenter la réalité, de la qualité de l'identification des paramètres des modèles et de la qualité de la résolution numérique du problème. Considérant ces trois aspects, la modélisation numérique des sols soumis à des sollicitations cycliques nécessite une attention particulière, parce qu'elle se heurte à deux difficultés.

- La première difficulté est d'ordre numérique. Dans le cas où le sol est soumis à quelques millions de cycles, la simulation de chaque cycle par plusieurs incréments n'est pas envisageable du fait du temps nécessaire considérable. Il convient donc de mettre en place une stratégie numérique qui permette une réduction substantielle du temps de calcul.
- La seconde difficulté est liée à l'aspect comportemental. La résistance d'un sol soumis à des sollicitations cycliques peut diminuer. Ce phénomène de fatigue doit être intégré dans la loi de comportement. La caractérisation expérimentale de ce phénomène et le développement du modèle de comportement sont l'objet d'une étude réalisée en amont de la modélisation numérique d'un problème donné. Elles sortent de ce fait du cadre de ce travail, contrairement à l'identification des paramètres qui est un processus inhérent à la modélisation des sols et doit être réalisée à chaque nouvelle étude. Selon la complexité du modèle de comportement et celle des essais d'identification retenus, l'identification de paramètres peut s'avérer délicate.

1. Institut pour la Recherche appliquée et l'EXpérimentation en Génie Civil

Au vu de ces difficultés, l'objectif de cette étude est de mettre en place et de tester deux outils d'aide à la modélisation numérique des sols soumis à un grand nombre de cycles : un outil de réduction de temps de calcul et un outil d'identification de paramètres.

Le présent document se divise en quatre chapitres.

Dans le premier chapitre, nous présentons certaines spécificités du comportement cyclique des sols. Tout d'abord une introduction brève rappelle certaines observations expérimentales liées au comportement cyclique des argiles. Ensuite l'état de l'art concernant les stratégies numériques est synthétisé. Au vu des conclusions de cette revue bibliographique, l'homogénéisation temporelle est retenue. Finalement les deux modèles de comportement utilisés dans cette étude sont présentés en détail.

Le deuxième chapitre vise à tester l'efficacité de l'homogénéisation temporelle asymptotique. Cette stratégie numérique est tout d'abord appliquée au cas d'un essai en champ de contraintes homogène, puis introduite dans un code aux éléments finis (CESAR-LCPC). Finalement nous présentons les premiers résultats relatifs à la simulation d'un essai pressiométrique cyclique par homogénéisation temporelle.

Dans le troisième chapitre, sur la base d'une étude bibliographique, une méthodologie d'identification de paramètres par analyse inverse est proposée, puis appliquée à des essais pressiométriques monotones afin de prévoir le tassement d'une fondation superficielle. La méthode mise en œuvre repose sur l'utilisation d'algorithmes génétiques, qui déterminent un ensemble de jeux de paramètres permettant une représentation satisfaisante de l'expérience, et sur l'exploitation simultanée de différents résultats expérimentaux, qui fournit des informations sur les compromis nécessaires pour représenter l'ensemble des données expérimentales.

L'objectif du quatrième chapitre est de tester les deux outils sur des résultats expérimentaux obtenus lors d'essais triaxiaux non drainés répétés sur une argile normalement consolidée.

Comportement cyclique à grand nombre de cycles : stratégies numériques et modèles

1.1 Introduction

1.1.1 Chargement cyclique en Génie Civil

Dans le cas du dimensionnement d'un ouvrage, il convient de distinguer les actions constantes dans le temps des actions variables dans le temps. Selon le type d'ouvrage considéré et le type de chargement, une attention plus ou moins importante doit être portée sur les actions variables, afin d'assurer la stabilité et le fonctionnement de l'ouvrage. Elles peuvent être d'origine environnementale (par exemple : vent, houle, marées, variation de température, de pression ou de hauteur de nappe) ou industrielle (par exemple : machines vibrantes, trafic ferroviaire ou routier). Ainsi de nombreux ouvrages sont concernés par les effets provoqués par des actions variables dans le temps : les éoliennes onshore ou offshore, les voies ferrées, les plates-formes pétrolières. Ces actions sont transmises aux sols supports, dont la résistance aux chargements variables doit être assurée.

Au cours de la vie d'un ouvrage, se succèdent des périodes de sollicitations intenses (de type tempête ou passage d'un train) et des périodes de sollicitations plus faibles (période de calme). La caractérisation de ces actions via par exemple leur amplitude ou leur fréquence est parfois difficile du fait de leur irrégularité. Cependant toutes ces actions ont en commun un aspect répétitif, plus ou moins régulier, que l'on définira comme cyclique.

Dans ce travail, nous nous intéressons au comportement cyclique à grand nombre de cycles. Les sollicitations sismiques caractérisées par un faible nombre de cycles ($N = 10$ à 20) sont de ce fait écartées.

1.1.2 Mise en évidence expérimentale

L'étude d'un élément de sol soumis à des sollicitations cycliques suppose la prise en compte de deux problèmes [35] :

- un problème de résistance à court terme lié à la succession de chargements cycliques intenses dans des conditions non drainées. En effet sous l'action de chargements cycliques, la résistance du sol peut se trouver être inférieure à celle estimée sous chargements monotones. On parle de fatigue du matériau. Sous l'action d'un chargement cyclique, la structure du sol évolue provoquant une variation de volume. En conditions non drainées, cette variation de volume est empêchée par la faible compressibilité de l'eau. On constate alors un transfert de contraintes : des contraintes effectives vers la pression interstitielle [3].
- un problème de tassement à long terme lié à la dissipation de la surpression interstitielle générée pendant les périodes de chargement intense.

Selon la perméabilité du sol considéré et le type de chargement appliqué (amplitude, fréquence, durée), il se peut que la distinction de ces problèmes dans le temps ne soit pas aussi marquée. Dans la suite nous étudierons particulièrement le problème de la fatigue des argiles dans des conditions non drainées. Cependant les outils de stratégie numérique et d'identification mis en place peuvent être appliqués à des problèmes similaires.

Afin d'étudier le comportement cyclique des sols, des essais d'identification sont mis en œuvre en laboratoire ou in situ (essais triaxiaux, essais de cisaillement simple ou essais pressiométriques). On distingue trois types de sollicitation :

- les essais alternés (two-way tests en anglais) pour lesquels la contrainte cyclique est appliquée de façon symétrique par rapport à l'état de contraintes initial isotrope.
- les essais répétés (one-way tests en anglais) pour lesquels la contrainte cyclique est appliquée en compression ou en extension à partir d'un état de contraintes isotrope.
- les essais ondulés pour lesquels la contrainte cyclique est appliquée entre deux valeurs limites. Ce type d'essais est réalisé sur un échantillon soumis auparavant à un fluage, qui va perturber l'état initial de l'échantillon. Il apparaît que les essais alternés et répétés sont des cas limites des essais ondulés. Cependant, dans la suite de l'étude, les essais ondulés désignent des essais sans changement de signe du déviateur.

Les essais réalisés sont pilotés en contrainte, parce qu'ainsi ils décrivent au mieux les chargements réels. Cependant il est possible de suivre cette nomenclature pour des essais à déformation imposée, qui pourraient être utilisés pour la validation de modèles de comportement et de méthodes de résolution.

Expérimentalement il est possible de mettre en évidence un comportement stabilisé. Le comportement d'un sol est dit stabilisé lorsque, pour une même sollicitation cyclique en régime non drainé, les déformations et la pression interstitielle ne varient plus quand le nombre de cycles augmente [35]. Autrement dit le cycle contrainte-déformation se reproduit exactement à chaque cycle. Hicher [35] définit la limite de fatigue comme étant l'intensité maximale de la sollicitation (à une fréquence donnée) pour laquelle on peut observer un comportement stabilisé. Au-delà de cette limite de fatigue, le comportement est dit non amorti.

Il est important de distinguer la déformation cyclique ε_c de la déformation résiduelle ou permanente ε_p . La première correspond à l'amplitude de la déformation au cours d'un cycle et la deuxième à la déformation à la fin d'un cycle (Fig. 1.1). De la même façon, on peut définir une pression interstitielle cyclique et une pression interstitielle permanente.

La réalisation d'essais permet de mettre en évidence l'influence de différents facteurs sur le comportement cyclique. Une étude systématique réalisée à partir d'essais triaxiaux non drainés sur deux types d'argile (bentonite et argile noire) est décrite dans [35, 36]. Nous

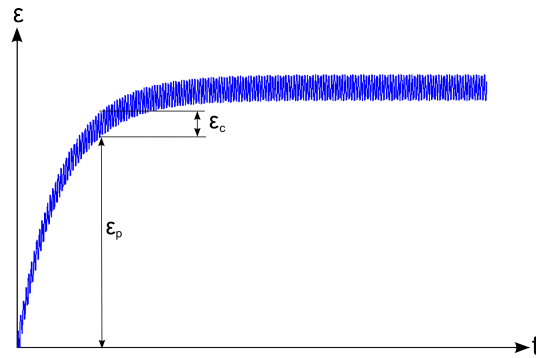


FIG. 1.1: Définition de la déformation cyclique ε_c et de la déformation permanente ε_p .

rappelons dans ce travail seulement certaines conclusions, qui nous semblent importantes pour la compréhension de la suite du document.

- L'importance du phénomène de fatigue dépend de la structure minéralogique du sol.
- Plus l'amplitude de la sollicitation cyclique est élevée, plus le nombre de cycles nécessaire pour provoquer une déformation (cyclique ou permanente) donnée est faible. A contrainte maximale égale, les essais alternés sont plus destructeurs que les essais répétés ou ondulés. En effet l'amplitude de la déformation cyclique au cours d'un essai alterné prend des valeurs plus grandes que dans un essai répété ou ondulé. Cette évolution est liée au changement de signe du déviateur des contraintes pendant le cycle. Plus l'amplitude de la déformation cyclique est grande, plus larges sont les possibilités, pour le matériau, de modifier au cours d'un cycle son arrangement des particules et des liaisons interparticulaires. Pour les essais ondulés et répétés, la déformation permanente est rapidement prépondérante devant la déformation cyclique et caractéristique de l'évolution du matériau. Son accumulation peut provoquer la rupture du matériau.
- La viscosité de l'argile augmente la résistance du matériau au début de l'essai et retarde la stabilisation des déformations. Les déformations finales et la limite de fatigue semblent être peu dépendantes de la fréquence. Cependant pour une étude du comportement à court et moyen termes, l'influence de la fréquence ne peut pas être ignorée.
- Il existe une différence de comportement entre les argiles normalement consolidées et les argiles surconsolidées. Pour les premières, le phénomène de fatigue est lié essentiellement à l'augmentation de la pression interstitielle qui provoque une diminution des contraintes effectives au cours des cycles. Dans le cas où l'état stabilisé est atteint, la pression interstitielle, tout comme la déformation, reste constante. Pour les argiles surconsolidées, on parle de fatigue vraie ou de fatigue de type solide, dans la mesure où la déformation évolue à contraintes effectives à peu près constantes.

1.2 Stratégies de calcul d'un grand nombre de cycles

Si l'on veut prédire la stabilité et le tassement d'un ouvrage, l'utilisation de la méthode des éléments finis apparaît comme appropriée. Cependant dans le cas où l'ouvrage est soumis à quelques millions de cycles, la méthode « classique » qui consiste à simuler chaque cycle avec plusieurs incréments doit être écartée du fait d'un temps de calcul conséquent¹. Plusieurs stratégies ont été proposées pour résoudre ce problème. Le type de modèles de

1. Cette méthode sera appelée par la suite méthode pas à pas.

comportement utilisés détermine en grande partie le choix de la stratégie numérique (et vice-versa). La démarche, i.e. la définition de la stratégie et du modèle, doit donc être fixée en amont du processus de modélisation.

Wichtmann [112] distingue les modèles « classiques », qui décrivent chaque cycle en utilisant de nombreux incréments, des modèles analogues aux modèles viscoplastiques au sens d'une équivalence temps-nombre de cycles. Ces derniers prédisent un comportement moyen du sol.

Conformément à ces remarques, nous proposons une étude bibliographique sur les différentes stratégies de calcul classées selon le type de modèle utilisé.

1.2.1 Une méthode utilisant des modèles qui prédisent un comportement moyen : le pseudo-fluage

La méthode de pseudo-fluage repose sur l'analogie qualitative et quantitative qui peut être faite entre un essai de fluage et un essai cyclique. Les principaux points de comparaison observés sur la bentonite par Hicher [36] entre un essai triaxial non drainé de fluage et un essai triaxial non drainé répété sont :

- égalité des limites de fluage² et de fatigue en consolidation normale
- même lieu des points stabilisés en contraintes effectives dans le plan (p', q)
- mêmes déformations stabilisées pour une valeur donnée du déviateur cyclique ou de fluage
- même évolution des déformations à différentes fréquences en fonction du temps
- évolution plus lente des déformations pour un essai de fluage que pour un essai cyclique.

Au vu de cette analogie, le pseudo-fluage propose une équivalence temps-nombre de cycles. Ainsi il est possible, moyennant des paramètres visqueux équivalents, d'utiliser une loi élasto-viscoplastique pour simuler le comportement cyclique moyen du sol. Cette démarche n'est pas seulement motivée par des constatations expérimentales mais aussi par des éléments théoriques (cf. paragraphe 1.2.2.3). Cette méthode vise donc à définir une relation entre les paramètres visqueux de la loi élasto-viscoplastique permettant de simuler le fluage et les paramètres visqueux équivalents permettant de simuler le comportement cyclique moyen. Elle nécessite par conséquent la mise en place d'une identification efficace de paramètres. Dans le chapitre 3, une réflexion sur l'identification de paramètres par analyse inverse est proposée et une méthodologie est suggérée.

Cependant cette analogie n'est pas la norme pour toutes les argiles et a fortiori pour tous les types de sol. En effet dans le cas de la kaolinite par exemple, les limites de fluage et de fatigue sont différentes. Cette observation expérimentale est expliquée par une capacité d'évolution plus forte de la microstructure sous chargement cyclique. Il convient donc d'être prudent dans l'application de cette stratégie.

1.2.2 Méthodes utilisant des modèles « classiques »

1.2.2.1 Méthodes de saut de cycles

Dans ce travail, les méthodes de saut de cycles regroupent différentes méthodes développées dans la littérature. Elles proposent la simulation pas à pas d'un (ou de plusieurs)

² la limite de fluage étant l'intensité maximale de la sollicitation pour laquelle on peut observer un comportement stabilisé.

cycle(s). Puis selon les résultats, la valeur d'une (ou de plusieurs) variable(s) est extrapolée sur un nombre de cycles fixé au préalable ou déterminé à chaque extrapolation. L'extrapolation des variables se fait linéairement ou via des fonctions plus complexes.

Kiewel et al. [46] proposent d'extrapoler l'ensemble des variables internes de la loi de comportement (élasto-viscoplastique avec endommagement) sur un certain nombre de cycles. L'extrapolation est réalisée à partir de fonctions polynomiales par morceaux définies pour chaque variable interne et pour chaque point d'intégration. Les valeurs extrapolées des variables internes sont utilisées comme valeurs d'entrée pour la simulation pas à pas du cycle suivant. Les valeurs d'entrée ne sont pas a priori solutions du problème, puisque la valeur de chaque variable extrapolée est imposée sans modification des contraintes et des déplacements. Le premier incrément de la simulation pas à pas doit rétablir l'équilibre du système. La longueur du saut de cycles est déterminée, de sorte que les valeurs ainsi extrapolées soient suffisamment proches de celles qui seraient obtenues par extrapolation linéaire. Un schéma d'extrapolation linéaire est proposé par Van Paepegem et al. [111] dans le cas d'une loi d'endommagement. Les auteurs proposent de limiter l'augmentation de la variable d'endommagement sur un saut de cycle. L'augmentation absolue maximale de la variable extrapolée est fixée à l'avance par l'utilisateur.

La méthode de saut de cycles telle qu'elle est proposée par Cojocaru et Karlsson [12] consiste à simuler plusieurs cycles de référence, à en déduire une « fonction d'évolution globale » et à extrapoler les contraintes, les déformations et les déplacements selon cette fonction sur plusieurs cycles. L'état extrapolé est utilisé comme état initial pour les simulations suivantes. Un module de contrôle définit la longueur du saut de cycles en fixant l'écart relatif maximal entre la valeur de la variable au début du saut de cycles et celle déterminée par extrapolation, qui correspond à la valeur après le saut de cycles.

1.2.2.2 Parallélisme en temps

L'utilisation d'ordinateurs à architecture parallèle permet d'augmenter la puissance de calcul et de résoudre des problèmes complexes (typiquement des équations aux dérivées partielles) en un temps de calcul accessible. Les méthodes de décomposition de domaine mettent en œuvre cette parallélisation. Du fait de son caractère séquentiel, le parallélisme en temps n'a pas bénéficié des mêmes avancées que le parallélisme en espace. Cependant Lions et al. [55], puis Farhat et Chandesris [25], présentent une méthode de décomposition de domaine en temps. Cette méthode consiste à décomposer l'intervalle d'étude en N intervalles grossiers et à résoudre les N problèmes d'évolution définis sur les N intervalles grossiers. Ces N problèmes sont parallélisés et résolus selon la méthode incrémentale standard. La résolution de ces N problèmes d'évolution nécessite la connaissance de N valeurs initiales (ou ensemble de valeurs initiales). Ces dernières étant a priori inconnues, un processus itératif est mis en œuvre afin de les déterminer.

Appliquons cette méthode à un exemple :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}u(t) + A(t)u(t) = f(t), t \in [0, T] \\ u(0) = u_0 \end{cases} \quad (1.1)$$

où $u(t) \in \mathbb{R}^n$. Cette équation peut être le résultat de la discrétisation éléments finis d'un problème visqueux. Farhat et Chandesris précisent qu'il peut s'agir d'équations aux

dérivées partielles dépendant du temps hyperboliques du premier ou du second ordre, paraboliques, linéaires ou non linéaires.

On décompose le domaine $[0, T]$ en N intervalles grossiers $\Delta T = \frac{T}{N}$ et on note $T^n = n\Delta T$ pour tout $n \in [0, N]$. Ensuite on effectue une partition fine du domaine $[0, T]$ selon un incrément régulier Δt (Fig. 1.2).

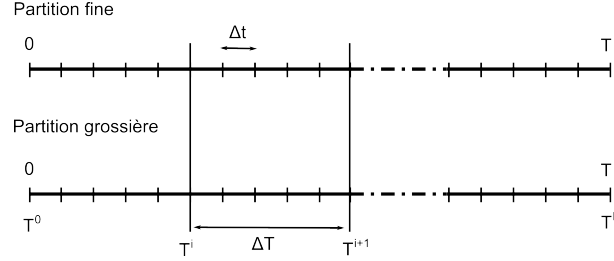


FIG. 1.2: Partition fine et grossière de l'intervalle d'étude (d'après une idée originale de Farhat et Chandesris [25]).

Le problème initial (1.1) est équivalent aux N sous-problèmes (1.2) si et seulement si l'équation (1.3) est vérifiée. La dernière équation de ce problème assure la continuité entre les N sous-problèmes.

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}u^{(i)}(t) + A(t)u^{(i)}(t) = f(t), t \in [T^i, T^{i+1}] \\ u^{(i)}(T^i) = U^i \end{cases}, \forall i \in [0, N-1] \quad (1.2)$$

$$U^0 = u_0 \text{ et } U^i = u^{(i-1)}(T^i), \forall i \in [1, N-1] \quad (1.3)$$

L'idée est de rechercher de manière itérative les valeurs de $(U^i)_{i \in [1, N-1]}$ (U^0 est connue). Supposons les valeurs de $(U^i)_{i \in [0, N-1]}$ connues à l'itération k . Elles sont notées : $(U_k^i)_{i \in [0, N-1]}$. Les N sous-problèmes (1.2) sont résolus sur la grille fine à partir des valeurs initiales $(U_k^i)_{i \in [0, N-1]}$ et donnent une estimation $u_k = u_k^{(i)}$ ($i \in [0, N-1]$) de la solution exacte $u = u^{(i)}$ ($i \in [0, N-1]$). Cette estimation est discontinue aux « interfaces temporelles » ($u_k^{(i)}(T^{(i+1)}) \neq u_k^{(i+1)}(T^{(i+1)}) = U_k^{(i+1)}, \forall i \in [0, N-1]$). On définit alors une certaine fonction de correction $c_k = c_k^{(i)}$ ($i \in [0, N-1]$) discontinue telle que la fonction continue $(u_k + c_k)$ vérifie le problème (1.1). La fonction solution $(u_k + c_k)$ est obtenue par résolution du problème sur la partition grossière. La détermination de la fonction de correction c_k permet d'actualiser les valeurs $(U^i)_{i \in [0, N-1]}$. Le processus itératif est arrêté lorsque chaque terme correctif (ou son amélioration relative) est inférieur(e) à une certaine tolérance.

Cette méthode permet donc d'utiliser efficacement les systèmes à architecture parallèle. La correction effectuée à chaque itération correspond à une correction numérique, au sens où elle ne fait pas apparaître de comportement homogénéisé du matériau. Cette méthode et sa mise en œuvre sont indépendantes du modèle de comportement et de la sollicitation appliquée. Contrairement aux autres méthodes présentées dans ce travail, le parallélisme en temps ne met pas en évidence un comportement cyclique moyen du sol.

1.2.2.3 Homogénéisation temporelle asymptotique

1.2.2.3.1 Introduction

Suquet [108] définit l'homogénéisation comme « la démarche qui consiste à substituer à un matériau fortement hétérogène un matériau homogène que l'on souhaite équivalent au précédent pour une gamme usuelle de chargements ». Cette définition, à l'origine destinée à l'homogénéisation spatiale, peut être étendue dans le cas d'une homogénéisation temporelle. Dans ce cas, on ne parlera pas d'hétérogénéité mais plutôt d'un comportement dans le temps fortement irrégulier. Suquet distingue trois types d'homogénéisation.

- La méthode des moyennes s'apparente à l'approche « ingénieur » décrite par Débordes [20]. A partir d'un essai de traction (et de cisaillement), Débordes propose de construire partiellement la matrice d'élasticité d'un matériau fortement hétérogène associée à des variables macroscopiques de contraintes et de déformations, qui satisfont les conditions de l'essai sur un matériau homogène. L'analyse de cette interprétation « ingénieur » conduit à établir une relation entre les variables macroscopiques et microscopiques, les variables macroscopiques correspondant à la moyenne spatiale des variables microscopiques. Cette méthode très intuitive présente cependant quelques inconvénients de réalisation. Les mesures de certaines déformations macroscopiques sont difficiles à obtenir, certains essais sont irréalisables pour certains matériaux. Pour transposer cette méthode au cas temporel, il suffit non plus de définir une moyenne spatiale, mais une moyenne temporelle. De nouveaux essais sont à développer pour caractériser un comportement macroscopique valable sur une durée plus longue à définir.
- La méthode asymptotique est une méthode formelle qui consiste à faire apparaître un comportement homogénéisé via l'utilisation de développements asymptotiques.
- Les méthodes de convergence mettent en œuvre des démonstrations mathématiques de convergence de problèmes réels vers des problèmes plus simples.

Dans la suite, on s'intéresse essentiellement à la méthode asymptotique. Très ponctuellement il est fait référence aux méthodes de convergence. Au vu des limitations de la méthode des moyennes, celle-ci ne sera pas plus détaillée.

Mathématiquement les hétérogénéités (spatiales ou temporelles) peuvent être appréhendées comme une perturbation d'un problème plus simple. La résolution d'un problème d'homogénéisation entre alors dans le cadre de la théorie de la perturbation. Cette théorie consiste à trouver une solution approchée d'une équation mathématique dépendant d'un paramètre λ à partir d'une solution exacte d'une équation proche (par exemple lorsque λ est nul). Dans ce cadre, les méthodes de convergence consistent à démontrer mathématiquement la convergence du problème réel vers le problème homogénéisé lorsque λ tend vers 0. La paternité de cette théorie est discutée. Selon Kevorkian et Cole [45], elle peut être attribuée à Lindstedt (1882) pour ses travaux sur la mécanique céleste ou à Stokes (1847) pour ses travaux sur les solutions périodiques concernant les vagues.

L'homogénéisation asymptotique (spatiale ou temporelle) repose sur la méthode des échelles multiples, méthode utilisée dans le cadre de la théorie de la perturbation. Cette méthode consiste à chercher la solution approchée sous la forme d'un développement en série des puissances du paramètre λ (développement asymptotique). Cette solution approchée est d'autant meilleure que le paramètre λ est petit et la valeur du paramètre λ permet d'estimer l'écart entre la solution approchée et la solution exacte. Sanchez-Hubert et Sanchez-Palencia [93] assimilent la méthode des échelles multiples à un problème de vibration pour lequel un paramètre ε produit une petite perturbation sur un intervalle de

temps de l'ordre de la période qui a un effet cumulatif au cours du temps. Cette méthode permet d'explicitier séparément les effets produits pendant des intervalles de temps de l'ordre de la période et ceux produits en considérant une évolution à long terme. Ainsi cette méthode permet de s'affranchir de l'accumulation des erreurs numériques dues à la méthode pas à pas [93].

Dans le cas d'une sollicitation cyclique, si la fatigue est imperceptible à l'échelle du cycle, elle ne l'est plus lorsque l'on considère le cumul des dégradations au cours des cycles. Cette remarque permet de justifier l'utilisation de la méthode des échelles multiples puisqu'elle met en évidence l'existence de deux échelles temporelles distinctes. Il apparaît donc nécessaire de les caractériser afin de pouvoir distinguer les effets produits à ces deux échelles.

Débordes [20] illustre, dans le cas de l'homogénéisation spatiale, le développement asymptotique par un décimètre gradué en mètres et en centimètres. On peut écrire la mesure $z = 7,14$ m sous la forme :

$$z = x + \alpha y$$

où $x = 7$ m, $y = 14$ cm et $\alpha = 10^{-2}$. Cet exemple permet de mettre en évidence le rapport entre les deux échelles spatiales α et la signification du développement asymptotique. Plus le rapport entre les deux échelles α est petit, meilleure est l'approximation x de la variable z . Dans le cas d'une sollicitation cyclique, on définit la durée caractéristique des cycles τ_0 (la période) et la durée caractéristique du phénomène de fatigue t_r . Qualitativement la durée caractéristique du phénomène de fatigue est définie par le temps d'observation nécessaire pour distinguer les effets de la fatigue. Elle dépend donc des propriétés du matériau considéré. Dans ce travail, nous proposons une définition quantitative, parfois utilisée en automatique ou en électronique, dans le cas de l'évolution d'une variable y en fonction du temps t de la forme $y(t) = y_\infty(1 - e^{-t/t_r})$ où y_∞ est la valeur asymptotique de la fonction y . Sur une courbe représentant la fatigue (par exemple la déformation permanente ou la surpression interstitielle permanente dans un cas d'un essai répété) en fonction du temps (ou du nombre de cycles si l'on effectue une équivalence temps - nombre de cycles), t_r peut être défini comme le temps (ou le nombre de cycles) correspondant à l'intersection entre la droite de comportement asymptotique et la tangente à l'origine³. La figure 1.3 illustre graphiquement cette définition.

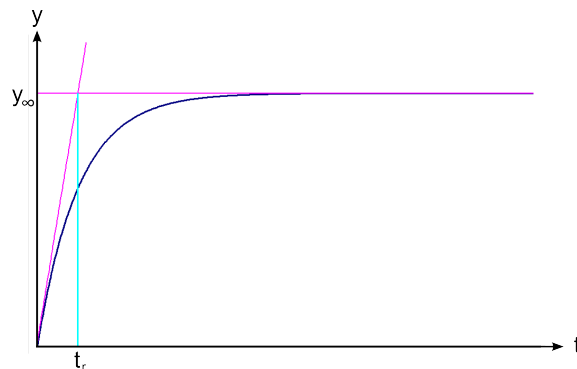


FIG. 1.3: Détermination graphique du temps caractéristique t_r .

3. Selon cette définition, le temps caractéristique correspond au temps nécessaire pour atteindre 63% de la valeur finale.

Il est possible de choisir deux unités différentes dans lesquelles on peut exprimer τ_0 et t_r en notation scientifique. Notons ζ le rapport de la petite unité sur la grande. On définit alors une première échelle de temps t basée sur l'unité liée à t_r et une seconde échelle de temps τ basée sur l'unité liée à τ_0 , telle que

$$\tau = t/\zeta \quad (1.4)$$

Plusieurs auteurs se sont intéressés à la méthode d'homogénéisation temporelle. Nous présentons d'abord le principe de cette méthode selon la terminologie utilisée par Guennouni [33] dans le cas d'une loi élastique linéaire viscoplastique. Ensuite nous mettrons en évidence les différentes mises en œuvre.

1.2.2.3.2 Principe

On considère un volume Ω de frontière Γ soumis à des forces volumiques b . On distingue les conditions aux limites en déplacement s'exerçant sur Γ_u des conditions aux limites en contrainte s'exerçant sur Γ_f ⁴. L'hypothèse des petites perturbations est supposée vérifiée. On suppose alors que la déformation totale ε est égale à la somme de la déformation élastique ε^e (loi élastique linéaire) et de la déformation anélastique ε^{an} . L'opérateur de la loi d'écoulement est noté B . On considère un écrouissage isotrope, dont la variable est notée α et l'opérateur D . On suppose des conditions aux limites nulles en déplacement. Le problème mécanique est mis en équation :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{équation d'équilibre} & \sigma_{ij,j}(x, t) + b_i(x, t) = 0 \text{ dans } \Omega \\ \text{loi de comportement} & \sigma_{ij}(x, t) = \mathbb{C}_{ijkl} : (\varepsilon_{kl}(x, t) - \varepsilon_{kl}^{an}(x, t)) \text{ dans } \Omega \\ \text{loi d'écoulement} & \varepsilon^{an}(x, t) = B(x, t, \sigma, \alpha) \\ \text{loi d'écrouissage} & \dot{\alpha}(x, t) = D(x, t, \sigma, \alpha) \\ \text{équation cinématique} & \varepsilon_{ij}(x, t) = \frac{(u_{i,j}(x, t) + u_{j,i}(x, t))}{2} \text{ dans } \Omega \\ \text{conditions initiales} & u_i(x, t = 0) = \tilde{u}_i(x) \text{ dans } \Omega \\ & \sigma_{ij}(x, t = 0) = \tilde{\sigma}_{ij}(x) \text{ dans } \Omega \\ \text{conditions aux limites} & u_i(x, t) = 0 \text{ sur } \Gamma_u \\ & \sigma_{ij}(x, t)n_j = f_i(x, t) \text{ sur } \Gamma_f \end{array} \right.$$

Le chargement extérieur f peut être décrit par une fonction dépendant des deux temps t et τ périodique de période τ_0 par rapport à la variable τ . Les variables ϕ du problème sont alors supposées dépendre des variables t et τ et être périodiques de période τ_0 par rapport à la variable τ .

On suppose que B et D ne dépendent pas explicitement du temps et que le chargement f peut s'écrire sous la forme :

4. Les frontières Γ_u et Γ_f vérifient les conditions : $\Gamma_u \cup \Gamma_f = \Gamma$ et $\Gamma_u \cap \Gamma_f = \emptyset$.

$$f_i(x, t, \tau) = \lambda(t, \tau) \cdot f_i^*(x) \quad (1.5)$$

Pour alléger l'écriture, nous utilisons la notation conventionnelle : $\phi^\zeta(x, t) = \phi(x, t, \tau)$ et nous ne précisons pas les dépendances spatiales et temporelles des variables, quand il n'y a pas de confusion possible. On peut donc réécrire le problème (Pb) :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{équation d'équilibre} & \sigma_{ij,j}^\zeta + b_i^\zeta = 0 \\ \text{loi de comportement} & \sigma_{ij}^\zeta = \mathbb{C}_{ijkl} : (\varepsilon_{kl}^\zeta - \varepsilon_{kl}^{an\zeta}) \\ \text{loi d'écoulement} & \dot{\varepsilon}_{kl}^{an\zeta} = B^\zeta(\sigma, \alpha) \\ \text{loi d'écrouissage} & \dot{\alpha}^\zeta = D^\zeta(\sigma, \alpha) \\ \text{équation cinématique} & \varepsilon_{ij}^\zeta = \frac{(u_{i,j}^\zeta + u_{j,i}^\zeta)}{2} \\ \text{conditions initiales} & u_i^\zeta(t=0) = \tilde{u}_i \\ & \sigma_{ij}^\zeta(t=0) = \tilde{\sigma}_{ij} \\ \text{conditions aux limites} & u_i^\zeta = 0 \text{ sur } \Gamma_u \\ & \sigma_{ij}^\zeta n_j = f_i^\zeta \text{ sur } \Gamma_f \end{array} \right. \quad (1.6)$$

Les variables du problème sont cherchées sous la forme d'un développement asymptotique⁵ en ζ :

$$\phi_i^\zeta(x, t) = \sum_{M=0,1,\dots}^{\infty} \zeta^M \phi_{Mi}(x, t, \tau) \quad (1.7)$$

où $\phi_{Mi}(M = 0, 1, \dots)$ sont périodiques de période τ_0 par rapport à la variable τ .

En injectant les développements asymptotiques (Eq. 1.7) dans les équations du problème initial (Pb) (Eq. 1.6), et en identifiant les coefficients des polynômes en ζ , on détermine les équations correspondant aux différents ordres. Débordes [20] justifie cette identification dans le cas d'une homogénéisation spatiale. Il précise en effet que ces équations sont valables quelle que soit la taille de la structure tant que cette structure est constituée du même matériau hétérogène et périodique. Dans le cas de l'homogénéisation temporelle, l'identification des coefficients des polynômes en ζ est justifiée par le fait que les équations sont valables quelle que soit la période de chargement tant qu'il est appliqué sur le même matériau.

Concernant le chargement, nous nous intéressons au cas où les forces volumiques sont constantes au cours du temps et où le chargement extérieur f est sinusoïdal. Par conséquent, les développements asymptotiques des forces volumiques et des conditions aux limites comportent un unique terme (à l'ordre ζ^0).

5. Dans le cas présent, il suffit de supposer les développements asymptotiques du déplacement, de la déformation anélastique et de la variable d'écrouissage. L'équation cinématique et la loi de comportement permettent de conclure sur les autres variables.

Notons que la dérivation totale par rapport au temps s'écrit :

$$\dot{\phi}^\zeta = \phi_{,t} + \frac{1}{\zeta} \cdot \phi_{,\tau} \quad (1.8)$$

L'identification des termes aux ordres ζ^{-1} et ζ^0 conduit aux systèmes d'équations suivants.

Identification des termes à l'ordre ζ^{-1} :

$$\begin{cases} \frac{\partial \varepsilon_{0kl}^{an}}{\partial \alpha_0} = 0 \\ \frac{\partial \tau}{\partial \alpha_0} = 0 \end{cases} \quad (1.9)$$

Identification des termes à l'ordre ζ^0 :

$$\begin{cases} \sigma_{0ij,j} + b_i = 0 \\ \sigma_{0ij} = \mathbb{C}_{ijkl} : (\varepsilon_{0kl} - \varepsilon_{0kl}^{an}) \\ \frac{\partial \varepsilon_{1kl}^{an}}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial \varepsilon_{0kl}^{an}}{\partial \alpha_0} = B(\sigma_0, \alpha_0) \\ \frac{\partial \tau}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial t}{\partial \alpha_0} = D(\sigma_0, \alpha_0) \\ \varepsilon_{0ij} = \frac{(u_{0i,j} + u_{0j,i})}{2} \\ u_{0i}(t = \tau = 0) = \tilde{u}_i \\ \sigma_{0ij}(t = \tau = 0) = \tilde{\sigma}_{ij} \\ u_{0i} = 0 \text{ sur } \Gamma_u \\ \sigma_{0ij} \cdot n_j = f_i \text{ sur } \Gamma_f \end{cases} \quad (1.10)$$

La première équation du système d'équations (1.9) indique que la partie anélastique de la déformation à l'ordre ζ^0 est indépendante de τ , ce qui veut dire que les effets anélastiques ne se constatent qu'à l'échelle de temps long. Il en va de même pour l'évolution de la variable d'écouissage (seconde équation).

Nous définissons l'opérateur $\langle \bullet \rangle$ qui effectue une moyenne sur une période τ_0 :

$$\langle \bullet \rangle = \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} \bullet d\tau$$

Cet opérateur nous permet d'introduire les décompositions suivantes :

$$\begin{cases} \rho_{0ij}(x, t, \tau) = \sigma_{0ij}(x, t, \tau) - \langle \sigma_{0ij}(x, t, \tau) \rangle \\ \delta_{0ij}(x, t, \tau) = \varepsilon_{0ij}(x, t, \tau) - \langle \varepsilon_{0ij}(x, t, \tau) \rangle \\ \chi_{0i}(x, t, \tau) = u_{0i}(x, t, \tau) - \langle u_{0i}(x, t, \tau) \rangle \end{cases}$$

Appliquons cet opérateur aux équations du système (Eq. 1.10) en tenant compte de la propriété $\langle \frac{\partial \phi}{\partial \tau} \rangle = 0$ si la fonction ϕ est périodique de période τ_0 par rapport à la variable τ . On obtient ainsi un nouveau problème (Pb*), que nous appellerons global.

$$(\text{Pb}^*) \left\{ \begin{array}{l} \langle \sigma_{0ij} \rangle_{,j} + b_i = 0 \\ \langle \sigma_{0ij} \rangle = \mathbb{C}_{ijkl} : \{ \langle \varepsilon_{0kl} \rangle - \langle \varepsilon_{0kl}^{an} \rangle \} \\ \langle \varepsilon_{0kl}^{an} \rangle_{,t} = \langle B(\sigma_0, \alpha_0) \rangle \\ \langle \alpha_0 \rangle_{,t} = \langle D(\sigma_0, \alpha_0) \rangle \\ \langle \varepsilon_{0ij} \rangle = \frac{(\langle u_{0i,j} \rangle + \langle u_{0j,i} \rangle)}{2} \\ \langle u_{0i} \rangle = 0 \text{ sur } \Gamma_u \\ \langle \sigma_{0ij} \rangle \cdot n_j = \langle f_i \rangle \text{ sur } \Gamma_f \end{array} \right.$$

D'après ce qui précède (Eq. 1.9), les termes à l'ordre ζ^0 de la partie anélastique de la déformation et de la variable d'écroutissage sont indépendants de τ . On peut donc écrire :

$$(\text{Pb}^*) \left\{ \begin{array}{l} \langle \sigma_{0ij} \rangle_{,j} + b_i = 0 \\ \langle \sigma_{0ij} \rangle = \mathbb{C}_{ijkl} : \{ \langle \varepsilon_{0kl} \rangle - \varepsilon_{0kl}^{an} \} \\ \varepsilon_{0kl}^{an,t} = \langle B(\sigma_0, \alpha_0) \rangle \\ \alpha_{0,t} = \langle D(\sigma_0, \alpha_0) \rangle \\ \langle \varepsilon_{0ij} \rangle = \frac{(\langle u_{0i,j} \rangle + \langle u_{0j,i} \rangle)}{2} \\ \langle u_{0i} \rangle = 0 \text{ sur } \Gamma_u \\ \langle \sigma_{0ij} \rangle \cdot n_j = \langle f_i \rangle \text{ sur } \Gamma_f \end{array} \right. \quad (1.11)$$

Les lois d'écroutissage et d'écoulement du matériau homogène équivalent en temps correspondent à la moyenne en temps de celles du matériau initial. Le comportement du matériau homogène équivalent est donc directement lié à celui donné par le modèle de comportement. Si un phénomène physique n'est pas pris initialement en compte dans le modèle de comportement, l'utilisation de l'homogénéisation temporelle ne peut pas faire apparaître ce phénomène.

La soustraction des équations du problème global (Pb*) aux équations du système (Eq. 1.10) met en évidence un second problème (Pb**) (Eq. 1.12). Ce problème est un problème d'élasticité linéaire (conformément à la remarque sur les équations (1.9)) indépendant du problème (Pb*).

$$(\text{Pb}^{**}) \left\{ \begin{array}{l} \rho_{0ij,j} = 0 \\ \rho_{0ij} = \mathbb{C}_{ijkl} : \delta_{0ij} \\ \langle \delta_{0ij} \rangle = \frac{(\langle \chi_{0i,j} \rangle + \langle \chi_{0j,i} \rangle)}{2} \\ \chi_{0i} = 0 \text{ sur } \Gamma_u \\ \rho_{0ij} \cdot n_j = f_i - \langle f_i \rangle \text{ sur } \Gamma_f \end{array} \right. \quad (1.12)$$

Compte tenu de la forme du chargement (Eq. 1.5), on peut résoudre ce système (Pb**) sous la forme :

$$\begin{cases} \chi_{0i}(x, t, \tau) = (\lambda(t, \tau) - \langle \lambda(t, \tau) \rangle) \cdot \chi_{0i}^*(x) \\ \rho_{0ij}(x, t, \tau) = (\lambda(t, \tau) - \langle \lambda(t, \tau) \rangle) \cdot \rho_{0ij}^*(x) \end{cases}$$

Les conditions initiales suivantes permettent alors de définir complètement le problème (Pb*).

$$\begin{cases} \langle u_{0i} \rangle (t = 0) = \tilde{u}_i - \chi_{0i}(t = \tau = 0) \\ \langle \sigma_{0ij} \rangle (t = 0) = \tilde{\sigma}_{ij} - \rho_{0i}(t = \tau = 0) \end{cases} \quad (1.13)$$

La soustraction des équations du problème global (Pb*) aux équations du système (Eq. 1.10) fait apparaître deux équations supplémentaires qui correspondent aux lois d'écoulement et d'écrouissage. Ces équations concernent les termes d'ordre ζ^1 des variables ε^{an} et α . Dans le développement présent, seuls les termes d'ordre ζ^0 des différentes variables sont recherchés. Par conséquent, nous ne chercherons pas à déterminer le problème qui est associé aux variables ε_1^{an} et α_1 .

Ce développement nous permet de mettre en évidence la décomposition du problème mécanique initial en deux sous-problèmes :

- un problème global dont le chargement correspond à la valeur moyenne du chargement réel sur un cycle et dont la loi de comportement est dite homogénéisée en temps (i.e. le taux d'évolution de la déformation plastique et celui de la variable d'écrouissage correspondent à la moyenne en temps de ceux du matériau initial). Le problème initial étant à contrainte imposée, ce problème global s'apparente à un problème de fluage, dont les paramètres constitutifs sont liés aux moyennes des taux d'évolution de la déformation plastique et de la variable d'écrouissage⁶. Cette remarque est cohérente avec la méthode du pseudo-fluage (cf. paragraphe 1.2.1). Ce problème est associé à l'échelle de temps lent, on parlera de problème macrochronologique.
- un problème local purement élastique qui peut être résolu indépendamment du reste du problème et dont le chargement correspond à la partie oscillante. Ce problème est associé à l'échelle de temps rapide, on parlera de problème microchronologique.

D'un point de vue numérique, il est possible d'utiliser des incréments de temps grands (de l'ordre de plusieurs cycles) pour la résolution du problème global. Cependant avant d'effectuer cette résolution, il est nécessaire de déterminer la loi de comportement homogénéisée, i.e. de déterminer la moyenne du taux d'évolution de la déformation plastique et celle du taux d'évolution de la variable d'écrouissage sur un cycle dans le cas de la loi de comportement initiale. Cette estimation nécessite l'introduction d'incrément de temps plus petits (de l'ordre du millième de cycle) sur le premier cycle de l'incrément « grand ». La résolution du problème local élastique est indépendante des incréments choisis. Par conséquent il est possible de choisir la même partition grossière que celle utilisée pour la résolution du problème global.

Dans ce développement, nous nous sommes intéressés seulement à la détermination des termes à l'ordre ζ^0 des variables. Les termes d'ordre supérieur permettent d'affiner les résultats du calcul avec homogénéisation [20, 116].

1.2.2.3.3 Applications

L'homogénéisation temporelle a fait l'objet de nombreuses publications, mettant en évidence des approches et des domaines d'application variés. L'objectif de cette revue d'articles est non pas d'établir une liste exhaustive, mais bien de faire apparaître différents types d'approche et de résolution.

6. Un développement similaire pour un problème à déplacement imposé s'apparenterait à un problème de relaxation.

Guennouni [33] a une approche mathématique du problème d'homogénéisation. Il identifie le problème global (Pb^*) en recherchant les champs de déplacements, de contraintes et de déformations anélastiques sous la forme asymptotique (Eq. 1.7). Il démontre de plus la convergence du problème initial (Pb) vers le problème global (Pb^*) quand la période τ_0 tend vers 0. Cette démonstration est développée pour les lois élastiques linéaires viscoplastiques et pour les lois élastiques linéaires parfaitement plastiques, décrites comme la limite des lois élastiques linéaires viscoplastiques. D'après la classification des méthodes d'homogénéisation temporelle décrite en introduction (cf. paragraphe 1.2.2.3.1), les développements proposés par Guennouni appartiennent donc à la fois à la méthode asymptotique et aux méthodes de convergence.

Yu et Fish [116] détaillent l'homogénéisation temporelle dans les cas d'un modèle viscoélastique de type Maxwell et d'un modèle viscoplastique de type loi en puissance. Dans le premier cas, les auteurs mettent en évidence deux problèmes indépendants : l'un microchronologique et l'autre macrochronologique. Dans le second cas, les opérateurs de la loi d'écoulement et de l'écrouissage et le premier terme de leur développement asymptotique sont explicités. Les auteurs retrouvent les résultats du développement précédent (Eq. 1.11 et 1.12). Les termes d'ordre supérieur ne sont pas explicités.

Dans le cas de matériaux fragiles, tels que les céramiques et le béton, Oskay et Fish [74] proposent l'homogénéisation temporelle d'une loi d'endommagement. Dans ce cas, les auteurs précisent que l'évolution de la variable d'endommagement est perceptible à l'échelle de la période du chargement τ_0 . Les problèmes micro- et macrochronologique de plus bas ordre sont couplés. Cependant ils sont résolus numériquement de manière successive. Les auteurs détaillent l'implantation. Un fichier de contrôle centralise les différentes étapes de l'algorithme et appelle un code aux éléments finis. Le problème microchronologique est simulé et résolu sur un cycle de chargement avant chaque incrément de temps du problème macrochronologique. Les variables internes actualisées sont transférées d'un problème à l'autre via des fichiers extérieurs. Les auteurs précisent que la structure de l'algorithme est adaptée aux codes aux éléments finis commerciaux tels que ABAQUS et à leurs sous-routines dédiées aux utilisateurs (UMAT pour ABAQUS).

Pecker et al. [79] utilisent l'homogénéisation temporelle pour résoudre le problème de génération/dissipation de la pression interstitielle dans un matériau non cohésif dans le cas d'un séisme. L'introduction de deux échelles de temps permet aux auteurs de mettre en évidence deux sous-problèmes : un problème élastique linéaire pour un milieu incompressible et un problème thermo-poro-élastique non linéaire avec un terme source.

Jusqu'à présent, la méthode d'homogénéisation temporelle n'a été présentée que dans le cas d'un phénomène physique unique. Cette méthode peut aussi être utilisée pour la résolution de problèmes complexes d'interaction entre de multiples phénomènes physiques qui évoluent selon des temps caractéristiques différents [54]. Finalement la méthode d'homogénéisation temporelle couplée à son homologue spatial permet de résoudre des problèmes thermomécaniques complexes [8, 115].

1.2.2.4 « Rapid cycling creep method »

La méthode parfois désignée par le terme « rapid cycling creep method » est introduite par Ponter [83, 84] (cité par [104]). Elle suppose que pour une période de chargement suffisamment petite par rapport au temps caractéristique du matériau, l'état de contraintes

résiduel (au sens éléments finis) reste constant au cours d'un cycle : physiquement la redistribution des contraintes n'a pas le « temps » de s'effectuer [85]. Ponter et Brown [85] proposent une méthode de résolution pour la méthode des éléments finis. Spiliopoulos [103, 104] complète cette résolution en y incluant les effets dus à la plasticité.

En accord avec ce qui a été supposé précédemment, l'état de contraintes σ est décomposé sous la forme :

$$\sigma = \sigma^{el} + \rho \quad (1.14)$$

où σ^{el} est la contrainte qui serait développée si l'on supposait le matériau purement élastique et ρ la contrainte résiduelle liée au caractère inélastique du matériau. Dans le cas d'un chargement cyclique rapide (période faible), la contrainte résiduelle ρ reste constante au cours d'un cycle.

La déformation totale ε est décomposée sous une forme similaire :

$$\varepsilon = e^{el} + \varepsilon_r = e^{el} + \varepsilon_r^{el} + \varepsilon_r^{fl} + \varepsilon_r^{pl}$$

où la déformation e^{el} est reliée à la contrainte σ^{el} par l'équation $\sigma^{el} = \mathbb{C}e^{el}$ dans laquelle \mathbb{C} est le tenseur d'élasticité

ε_r^{el} est reliée à la contrainte ρ par l'équation $\rho = \mathbb{C}\varepsilon_r^{el}$

les déformations inélastiques ε_r^{fl} et ε_r^{pl} correspondent respectivement aux déformations liées aux caractères visqueux et parfaitement plastiques du matériau. Les taux d'évolution de ces déformations sont définis par des lois d'écoulement.

Sur un cycle de période τ_0 , l'incrément de déformation totale s'écrit :

$$\Delta\varepsilon_r = \Delta\varepsilon_r^{el} + \Delta\varepsilon_r^{fl} + \Delta\varepsilon_r^{pl}$$

où $\Delta\varepsilon_r^{el}$ est donné par l'équation $\Delta\rho = \mathbb{C}\Delta\varepsilon_r^{el}$; $\Delta\varepsilon_r^{fl} = \int_0^{\tau_0} \dot{\varepsilon}_r^{fl} dt$ et $\Delta\varepsilon_r^{pl} = \int_0^{\tau_0} \dot{\varepsilon}_r^{pl} dt$.

$\Delta\varepsilon_r^{fl}$ et $\Delta\varepsilon_r^{pl}$ sont fonction de la contrainte totale $\sigma(t) = \sigma^{el}(t) + \rho$.

Cette mise en équation permet de faire apparaître deux problèmes. Le premier purement élastique est associé aux états de déformations e^{el} et de contraintes σ^{el} et est soumis au chargement total. Le second inélastique est associé aux états de déformations ε_r et de contraintes ρ et n'est soumis à aucun chargement. Puisque les incréments de déformation plastique et visqueuse sont fonction de la contrainte totale générée dans le système, les deux problèmes sont liés.

La contrainte résiduelle est déterminée de manière itérative. Ce processus itératif peut être implanté dans un code aux éléments finis. Dans ce cas, on écrit le principe des travaux virtuels appliqué au volume V sous la forme :

$$\left(\int_V B^T C B dV \right) \Delta r_r = \int_V B^T C \Delta\varepsilon_r^{fl} dV + \int_V B^T C \Delta\varepsilon_r^{pl} dV \quad (1.15)$$

où B représente la matrice des dérivées des fonctions de forme, C la matrice d'élasticité et Δr_r le déplacement résiduel. A l'itération k , $\rho^{(k-1)}$ étant connu, on détermine $(\Delta\varepsilon_r^{fl})^{(k-1)}$ et $(\Delta\varepsilon_r^{pl})^{(k-1)}$ sur un cycle (on verra par la suite comment le terme plastique est estimé). Considérant les termes de second membre de l'équation (1.15) comme

des forces nodales, on détermine $\Delta r_r^{(k)}$. L'actualisation $\rho^{(k)}$ est donnée par la relation $\rho^{(k)} = \rho^{(k-1)} + C((\Delta \varepsilon_r)^{(k)} - (\Delta \varepsilon_r^{fl})^{(k-1)} - (\Delta \varepsilon_r^{pl})^{(k-1)})$. Le processus est poursuivi tant que le critère de convergence n'est pas vérifié pour l'ensemble des points d'intégration :

$$\frac{\|\rho^{(k+1)} - \rho^{(k)}\|_2}{\|\rho^{(k)}\|_2} < err$$

où $\|\cdot\|_2$ est la norme Euclidienne et err un réel fixé par l'utilisateur.

La détermination de $\Delta \varepsilon_r^{pl}$ est réalisée alors que la contrainte résiduelle est supposée constante sur un cycle. Spiliopoulos [104] propose de corriger la contrainte résiduelle ρ après la simulation d'un cycle de sorte que la contrainte totale $\sigma = \sigma^{el} + \rho$ soit située sur la surface de charge. La force déséquilibrée issue de cette correction est redistribuée sous forme de forces nodales.

Spiliopoulos [104] démontre dans le cas où le matériau est uniquement visqueux que l'on peut intégrer cette méthode de résolution sur une période fictive. En effet il montre que tant que la période fictive $T_{fictive} = mT_{réelle}$ est suffisamment petite pour affirmer que la contrainte résiduelle est constante au cours d'un cycle, le processus itératif appliqué une seule fois sur un cycle de période $T_{fictive}$ conduit à la même contrainte résiduelle que si le processus itératif était conduit m fois sur un cycle de période $T_{réelle}$.

Dans le domaine de la géotechnique, Kodaissi et al. [48] appliquent la décomposition de l'état de contraintes (Eq. 1.14) à un sol élasto-viscoplastique, dont l'élasticité est linéaire. Ils font ensuite appel à la méthode d'homogénéisation temporelle pour déterminer la loi de comportement homogénéisée et précisent qu'ils retrouvent des résultats similaires à ceux obtenus par Pontar [84]. Finalement ils proposent une application simplifiée de l'homogénéisation et mettent en évidence le lien entre l'homogénéisation temporelle et le pseudo-fluage. Suivant cette démarche, Shahrour et Meimon [95] proposent la simulation de fondations sous-marines soumises à un chargement cyclique.

1.2.2.5 Conclusions

L'objectif des quatre stratégies présentées est de diminuer le temps de calcul d'une simulation pas à pas utilisant un modèle de comportement dit classique. Seule la méthode de parallélisme en temps conduit in fine à la simulation effective pas à pas de chacun des cycles. Cette méthode peut être utilisée quelque soit le chargement, mais nécessite des moyens informatiques particuliers (processeurs en parallèle). Les méthodes de saut de cycles telles qu'elles sont présentées dans cette étude bibliographique sont sans doute les méthodes les plus intuitives. Elles peuvent sembler cependant peu rigoureuses : les variables extrapolées sont imposées sans modification conjointe des contraintes et des déplacements. Selon la longueur du saut, le déséquilibre peut être plus ou moins grand et générer, selon la taille des incréments de la simulation pas à pas suivante, des erreurs numériques plus ou moins importantes. Un module de contrôle permet cependant de limiter ces erreurs.

La méthode d'homogénéisation temporelle et la méthode « rapid cycling creep » ont trois points communs principaux.

- Elles ont toutes les deux été développées dans le cadre d'une démarche théorique.

- Elles supposent deux échelles de temps. Dans le cas de la méthode « rapid cycling creep », la période de chargement est supposée suffisamment petite pour que la contrainte résiduelle soit constante au cours d'un cycle. Dans le cas de l'homogénéisation temporelle, l'évolution de la déformation anélastique est lente.
- Elles font apparaître deux sous-problèmes : l'un est élastique, l'autre est anélastique. Cependant la méthode d'homogénéisation temporelle met en évidence un comportement homogénéisé du matériau. De plus elle a été développée dans un cadre théorique général : elle peut être utilisée dès lors qu'il y a deux échelles de temps distinctes et ce quelque soit le domaine d'application.

1.2.3 Une méthode mixte utilisant les deux types de modèles

La stratégie développée par Wichtmann et Niemunis [112, 113, 71] met en œuvre deux modèles de comportement : un modèle dit classique et un modèle qui décrit un comportement moyen du sol. Les deux modèles sont développés pour des matériaux non cohésifs. Wichtmann privilégie cette méthode à la méthode de résolution pas à pas pour deux raisons. La première, évoquée précédemment, est liée au temps de calcul trop important. La deuxième concerne l'accumulation des erreurs numériques qui limite l'application de la méthode pas à pas à la simulation d'un nombre de cycles inférieur à 20.

La simulation d'un essai cyclique comporte trois étapes (Fig. 1.4) :

- simulation du cycle irrégulier⁷ grâce à la loi dite classique (modèle hypoplastique à 13 paramètres).
- simulation d'un cycle régulier utilisant la loi dite classique, pendant laquelle le chemin de déformations est gardé en mémoire.
- simulation utilisant la loi qui décrit un comportement moyen, appelée loi d'accumulation.

Ponctuellement il est possible d'effectuer une simulation d'un cycle de contrôle avec la loi dite classique, qui permet principalement d'actualiser l'amplitude de la déformation ε^{ampl} (Fig. 1.4) supposée constante pendant la simulation avec le modèle d'accumulation. Cependant Wichtmann [112] précise que ce cycle de contrôle permet aussi de garantir un état de contraintes admissible et l'équilibre global. En effet, il est possible que la contrainte moyenne évaluée par la loi d'accumulation soit dans le domaine admissible, alors que la contrainte maximale, qui serait donnée par une simulation avec la loi dite classique, entre dans le domaine de rupture. Dans ce cas, la seule utilisation de la loi d'accumulation ne permettrait pas de détecter cette rupture, d'où l'introduction des cycles de contrôle.

Dans le cas d'un essai en champ de contraintes homogène, Wichtmann [112] propose la relation suivante :

$$\dot{T} = \mathbb{C} : (D - D^{acc})$$

où \dot{T} correspond à la dérivée de Jaumann du tenseur des contraintes de Cauchy, D le taux de déformation totale et D^{acc} le taux de déformation accumulée causée par le chargement cyclique. Le taux de déformation accumulée est donné par une loi d'écoulement cyclique qui précise la direction de la déformation et son intensité. La direction dépend du rapport

7. Le premier cycle d'un essai est irrégulier au sens où le taux d'évolution des variables internes est très important par rapport aux cycles suivants.

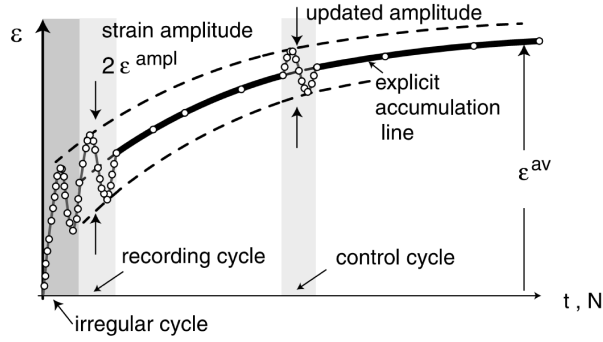


FIG. 1.4: Procédure d'un calcul utilisant deux types de modèles de comportement (d'après Niemunis et al. [71]).

du déviateur des contraintes moyen sur la contrainte effective moyenne de la sollicitation. L'intensité est fonction de l'amplitude, de la forme et de la polarisation⁸ du cycle de déformation, ainsi que de la contrainte moyenne, de l'indice des vides et du nombre de cycles effectués. Cette loi de comportement fait intervenir 11 paramètres.

Dans le cas d'un essai en champ de contraintes non homogène, un second terme D^{pl} correspondant à un taux de déformation plastique est ajouté.

$$\dot{T} = \mathbb{C} : (D - D^{acc} - D^{pl})$$

Niemunis et al. [71] précisent qu'il n'existe pas de différence physique entre les termes D^{acc} et D^{pl} . Les auteurs justifient l'introduction de D^{pl} dans le cas d'une distribution spatiale fortement inhomogène du taux d'accumulation. Dans ce cas, un élément qui subit faiblement ou pas du tout une charge cyclique peut du fait d'un élément voisin fortement chargé être soumis à un cisaillement important ou une traction. Le taux de déformation D^{pl} permet alors de rendre les états de déformations et de contraintes cohérents avec le comportement du sol en place. Le comportement est modélisé par le modèle associé de Matsuoka et Nakai [62] (cités par [113]). De plus les auteurs précisent que si le chargement n'est pas purement cyclique et qu'il comprend aussi un chargement monotone, alors le taux de déformation D^{pl} est aussi mobilisé.

Afin de bien différencier les différentes stratégies numériques présentées dans ce chapitre, il est intéressant de détailler l'implantation numérique de la loi d'accumulation proposée par Niemunis et al. [71]. Cette implantation a été réalisée dans le code aux éléments finis ABAQUS. Les modifications de ce code pour l'implantation de cette loi se font au niveau local, i.e. au niveau de l'intégration de la loi de comportement aux points d'intégration, via la sous-routine UMAT. Les paramètres d'entrée de ce sous-programme sont l'incrément de déformation $d\varepsilon$, l'incrément de temps considéré comme un incrément de nombre de cycles selon l'équivalence temps-nombre de cycles dN et les variables d'état introduites dans la loi. La loi d'écoulement cyclique permet de calculer le taux de déformation accumulée. L'accumulation de déformation due à N cycles est alors donnée par $N \cdot D^{acc}$ et l'incrément de contrainte par :

$$dT = \mathbb{C} : (DdN - D^{acc}dN - D^{pl}dN) \quad (1.16)$$

8. Par polarisation, Wichtmann [112] entend la direction des cycles dans l'espace des déformations ou des contraintes.

Le terme D^{pl} est évalué via le critère de Matsuoka-Nakai dans le cas où l'état de contraintes actualisé $T+dT$ est situé en dehors de la surface de charge. Sinon il est nul. L'incrément de contrainte dT et la matrice de rigidité sont les paramètres de sortie de ce sous-programme. Dans le cas où le critère de Matsuoka-Nakai est utilisé, la matrice de rigidité calculée est élastoplastique. Sinon la matrice de rigidité élastique est utilisée.

Le chargement extérieur appliqué correspond au chargement réel moyen. Les auteurs supposent alors que les contraintes dans le sol ne sont pas modifiées lorsque l'incrément de chargement est nul. La résolution de l'équation (1.16) pour dT nul est réalisée de manière itérative et consiste à faire itérer la résolution globale du problème éléments finis (et donc l'incrément de déformation, paramètre d'entrée de la subroutine UMAT) tant que l'équation n'est pas vérifiée. Niemunis et al. [71] précisent qu'aucune actualisation des variables n'est effectuée pendant les itérations.

1.2.4 Conclusions

Le choix de la stratégie de calcul d'un grand nombre de cycles est lié au type de loi qu'elle utilise. Cependant d'autres critères de choix sont possibles, si le type de loi utilisée n'est pas prédéfini. Par exemple, il est peut-être souhaitable de choisir une stratégie qui mette en évidence un comportement moyen du sol, parce qu'il correspond à une observation expérimentale. D'un point de vue numérique, on peut vouloir privilégier une stratégie qui permette de limiter la programmation dans un code aux éléments finis à une certaine partie du code. Finalement il est sans doute plus satisfaisant, scientifiquement parlant, d'utiliser une stratégie développée dans un cadre théorique général.

En accord avec ces différents critères, la méthode d'homogénéisation temporelle a été retenue pour cette étude. Cette méthode requiert l'utilisation de modèles de comportement dits classiques, capables de représenter de manière satisfaisante le phénomène de fatigue observé expérimentalement. Il convient de noter que dans ce travail, nous nous intéressons plus à la réduction du temps de calcul lié au dimensionnement d'un ouvrage soumis à une sollicitation cyclique, qu'à la qualité de la représentation de la réalité par le modèle de comportement. Dans cette optique, le paragraphe suivant décrit en détail les deux modèles de comportement qui ont été utilisés dans cette étude.

1.3 Modèles de comportement cyclique

La modélisation du comportement d'un sol consiste à reproduire les aspects principaux de sa réponse étant donné une application particulière [69]. Dans le cadre de l'élastoplasticité classique, la modélisation du comportement cyclique d'un matériau nécessite l'introduction d'un écrouissage cinématique. L'écrouissage cinématique correspond à la translation (et/ou la rotation) de la surface de charge et est contrôlé par une variable tensorielle d'écrouissage d'ordre deux, tandis que l'écrouissage isotrope correspond à la dilatation de la surface de charge et est contrôlé par une variable d'écrouissage scalaire [51]. Les modèles élastoplastiques à écrouissage isotrope (par exemple les modèles de Mohr-Coulomb ou Cam-Clay) ne sont plus suffisants puisqu'ils prédisent un comportement purement élastique à partir de la première décharge, ce qui ne correspond pas aux observations expérimentales. Le modèle de Prager est un exemple de modèles à écrouissage cinématique (linéaire) [51].

Pour la modélisation d'un ouvrage, on pourrait être tenté de choisir systématiquement le modèle le plus sophistiqué, qui permet de rendre compte d'un maximum de caractéristiques du comportement du sol. Cependant plus le modèle est complexe, plus le nombre de paramètres à identifier est grand, plus les essais de reconnaissance nécessaires sont nombreux et élaborés et finalement plus la prédiction du comportement de la structure est longue [69]. C'est pourquoi le géotechnicien doit maintenir un juste équilibre entre les coûts d'analyse liés au modèle et les performances du modèle.

Dans cet état d'esprit, trois modèles élastoplastiques dédiés plus particulièrement aux argiles sont décrits dans cette partie. Le premier modèle est basé sur le principe de la « bounding surface », le second modèle est un modèle à surfaces multiples et le troisième modèle correspond à un modèle « bulle » à deux surfaces. Le premier et le troisième sont explicités en détail car ils sont exploités dans cette étude. La présentation du deuxième modèle permet de mieux appréhender la philosophie du troisième modèle. Ils s'inscrivent dans le cadre d'une élastoplasticité « étendue », car ils autorisent la génération de déformations plastiques à l'intérieur de la surface de charge, qui est renommée : surface limite (ou « bounding surface »). Ces modèles élastoplastiques ne permettent de rendre compte ni des effets de la fréquence de chargement, ni de l'anisotropie du matériau. Ils ont été choisis pour leur simplicité, afin de permettre une étude efficace de l'homogénéisation temporelle. Dans la littérature, des modèles plus sophistiqués sont présentés (par exemple [101]).

1.3.1 Modèle basé sur le principe de la « bounding surface »

1.3.1.1 Principe

La théorie de la plasticité utilisant le principe de la « bounding surface » a été introduite en géotechnique par Dafalias et Hermann [16]. Le modèle suppose deux surfaces : une surface limite (appelée « bounding surface ») et une surface de charge intérieure (appelée « loading surface »). La figure 1.5 représente ces deux surfaces dans le cas d'une surface limite de type Cam-Clay modifié. Ces surfaces sont homothétiques par rapport à un centre de projection σ^0 . Généralement le centre de projection est choisi comme l'origine des axes ($\sigma^0 = 0$). L'état de contraintes actuel σ définit la surface de charge. Un état de contraintes « image » $\bar{\sigma}$ est défini comme la projection de l'état de contraintes actuel sur la surface limite par rapport au centre de projection (Fig. 1.5). Les états de contraintes σ et $\bar{\sigma}$ sont liés par l'équation (appelée « radial mapping rule ») :

$$\sigma - \sigma^0 = \alpha(\bar{\sigma} - \sigma^0)$$

où α est un scalaire.

L'incrément de déformation plastique généré à l'état de contraintes σ est lié à celui qui serait généré à l'état de contraintes $\bar{\sigma}$ dans le cas d'une élastoplasticité classique et à la distance entre l'état de contraintes actuel σ et son image $\bar{\sigma}$. L'incrément de déformation plastique est donné par la relation :

$$d\varepsilon^p = \left\langle \frac{1}{K_p} \frac{\partial F}{\partial \sigma} d\sigma \right\rangle \frac{\partial G}{\partial \sigma}$$

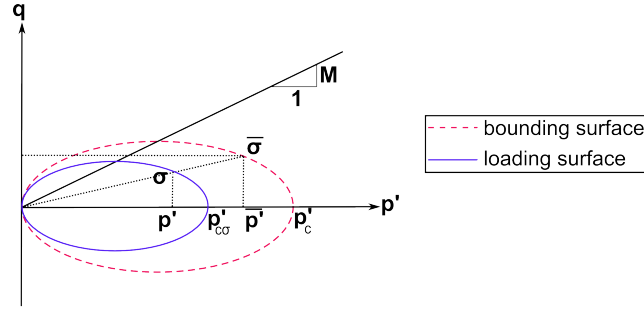


FIG. 1.5: Représentation de la surface limite (« bounding surface ») et de la surface de charge (« loading surface ») dans le plan (p', q) .

où $\langle x \rangle$ vaut x si $x \geq 0$ et 0 sinon. F est la fonction définissant la surface limite, G la fonction potentiel et K_p le module d'écroissage, qui sera explicité ultérieurement.

Cette relation montre qu'un incrément de charge dirigé vers l'intérieur de la surface de charge conduit à un comportement purement élastique. La continuité de la définition de l'incrément de déformation plastique lorsque l'état de contraintes actuel est situé sur la surface limite ($\sigma = \bar{\sigma}$) est assurée par la relation (1.17). Dans ce cas, la théorie classique de l'élastoplasticité coïncide avec le principe de la « bounding surface ».

$$\frac{1}{K_p} \frac{\partial F}{\partial \sigma} d\sigma = \frac{1}{\bar{K}_p} \frac{\partial F}{\partial \sigma} d\bar{\sigma} \quad (1.17)$$

où \bar{K}_p est le module d'écroissage lorsque l'état de contraintes actuel σ est situé sur la surface limite.

La relation de consistance appliquée à l'état de contraintes image $\bar{\sigma}$ situé sur la surface limite permet de déterminer \bar{K}_p . Le module d'écroissage K_p à l'état de contraintes actuel σ dépend du module d'écroissage \bar{K}_p à l'état de contraintes image $\bar{\sigma}$ et de la distance γ entre les états de contraintes actuel σ et image $\bar{\sigma}$. La fonction K_p doit satisfaire deux conditions afin d'assurer une transition progressive entre les comportements purement élastique et élastoplasticité classique :

$$\begin{cases} K_p = +\infty & \text{si } \gamma = \gamma_{max} \\ K_p = \bar{K}_p & \text{si } \gamma = 0 \end{cases}$$

où γ_{max} est la valeur maximale de γ .

Ainsi lorsque les deux surfaces sont confondues, le principe de la « bounding surface » coïncide avec la théorie classique de l'élastoplasticité. Lors d'un (re)chargement, la distance entre les surfaces diminue progressivement. Par conséquent le module plastique diminue et la norme de la déformation plastique augmente. A la charge, il y a donc transition progressive entre un comportement élastique et un comportement élastoplasticité. A la décharge, le comportement est purement élastique.

1.3.1.2 Application au modèle Cam-Clay modifié

Manzari et Nour [56] appliquent cette théorie au modèle Cam-Clay modifié. Le modèle de comportement est associé. Le module d'écroissage K_p à l'état de contraintes actuel σ

est donné par la relation :

$$K_p = \bar{K}_p + h$$

où h est un terme qui dépend de la distance entre les états de contraintes actuel et image.

Le module d'écroissage \bar{K}_p à l'état de contraintes image $\bar{\sigma}$ est obtenu via la relation de consistance appliquée à la surface limite :

$$\bar{K}_p = \frac{8M^4(1+e_0)}{9(\lambda-\kappa)} p'_c (\bar{p}' - \frac{1}{2}p'_c) \bar{p}'$$

où M est la pente d'état critique, e_0 l'indice des vides initial, λ l'indice de compression, κ l'indice de gonflement, p'_c la variable d'écroissage isotrope définissant la taille de la surface limite, \bar{p}' la contrainte moyenne effective de l'état de contraintes image (Fig. 1.5).

Le terme h supplémentaire est donné par la relation :

$$h = H_0 \frac{16M^4(1+e_0)}{9(\lambda-\kappa)} \bar{p}'^3 \left(\frac{\beta-1}{\beta} \right)$$

où H_0 est un paramètre du modèle et β est le rapport de taille des surfaces (Fig. 1.5

$$\beta = \frac{p'_c}{p'_{c\sigma}} \geq 1).$$

1.3.1.3 Modèle développé au GeM

Dans les travaux présentés aux chapitres 2 et 4, nous utilisons un modèle de ce type développé au GeM. La conception et l'implantation du modèle en champ de contraintes homogène ont été réalisées par Zhen-Yu Yin au sein du laboratoire (rapport interne). Ce modèle est proche de celui proposé par Manzari et Nour [56]. Cependant on notera trois différences principales dans la conception et l'implantation du modèle.

– Le terme supplémentaire h est donné par la relation :

$$h = H_0 \frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} (p'_c)^3 (\beta-1)$$

h vérifie bien les conditions exposées au paragraphe 1.3.1.1. Lorsque les deux surfaces sont confondues ($\beta = 1$), h est nul et le modèle est réduit au modèle Cam-Clay modifié. Lorsque les deux surfaces se rapprochent, β diminue et h diminue.

– Le modèle Cam-Clay modifié suppose une forme circulaire des surfaces de charge et du potentiel dans le plan déviatorique. Cependant cette hypothèse ne permet pas de représenter correctement les conditions de rupture du matériau. Par exemple, si l'on cale la surface de charge par rapport aux observations expérimentales sous compression triaxiale, alors la résistance sous extension triaxiale est surestimée. Pour traiter ce problème, la pente d'état critique M évolue en fonction de la valeur de l'angle de Lode θ selon l'expression proposée par Sheng et al. [97] :

$$M = M_c \left(\frac{2(M_{ratio})^4}{1 + (M_{ratio})^4 - (1 - (M_{ratio})^4) \sin 3\theta} \right)^{1/4} \quad (1.18)$$

où θ est l'angle de Lode ($\theta = \pi/6$ sous compression triaxiale), M_c la pente d'état critique sous compression triaxiale et M_{ratio} défini selon le critère de Mohr-Coulomb (surface de charge hexagonale dans le plan déviatorique) :

$$M_{ratio} = \frac{3 - \sin\varphi}{3 + \sin\varphi}$$

où φ est l'angle de frottement à l'état critique.

- Lorsque les surfaces sont confondues, l'intégration de la loi de comportement est implicite (« backward Euler method »). La méthode choisie est la méthode à un seul pas (« single step backward Euler method » [114] ou « return mapping algorithm » [98]). Dans le cas où les surfaces ne sont pas confondues, l'intégration de la loi de comportement est explicite.

Ce modèle introduit donc un seul paramètre supplémentaire par rapport au modèle Cam-Clay modifié : le paramètre d'écroissage cyclique H_0 . La figure 1.6 représente le chemin de contraintes dans le plan (p', q) au cours d'un essai triaxial non drainé répété sur une argile normalement consolidée. L'état de contraintes initial est isotrope de contrainte effective moyenne p'_{cA} : les deux surfaces sont donc confondues (schéma A). Ensuite le chargement axial est appliqué jusqu'à atteindre un déviateur des contraintes maximum q_{max} (schéma B). Pendant le chargement entre les schémas A et B, le modèle se comporte comme le modèle Cam-Clay modifié : la variable d'écroissage p'_c augmente, les surfaces restant confondues. Puis la décharge est amorcée jusqu'à atteindre un déviateur des contraintes nul (schéma C). Pendant la phase de décharge, le comportement est élastique donc la variable d'écroissage est bloquée. La surface de charge intérieure suit l'état de contraintes actuel. Finalement la phase de charge d'un deuxième cycle est engagée jusqu'à atteindre le déviateur des contraintes maximum q_{max} (schéma D). Le comportement est élastoplastique : la variable d'écroissage augmente. Le module plastique dépend de la distance entre les deux surfaces et du module plastique de l'état de contraintes image. La surface de charge intérieure suit l'état de contraintes actuel.

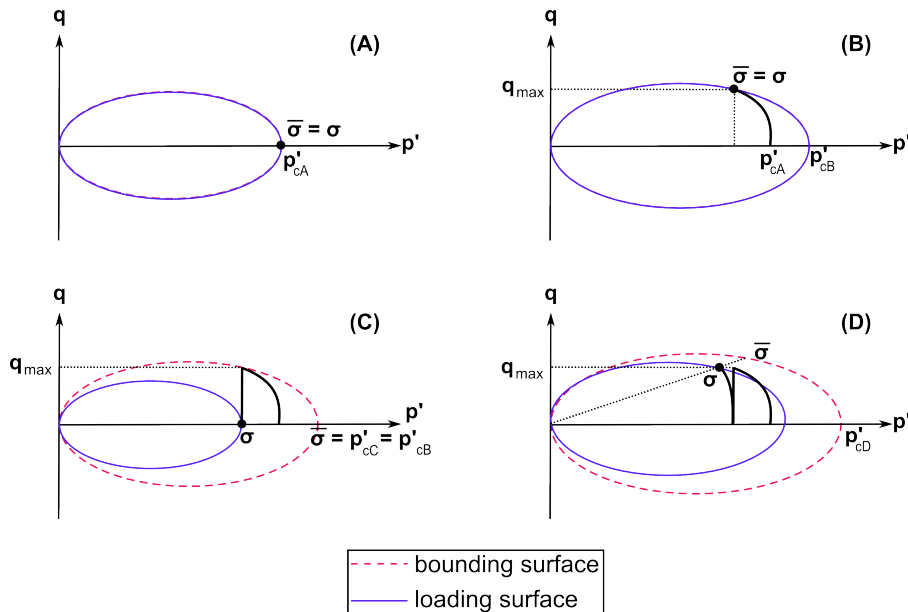


FIG. 1.6: Chemin de contraintes dans le plan (p', q) dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété sur une argile normalement consolidée.

Le comportement volumique élastique du modèle développé au GeM vérifie l'équation usuelle du modèle Cam-Clay modifié (1.19) et nous supposons un coefficient de Poisson ν constant.

$$d\varepsilon_v^e = \frac{\kappa}{1 + e_0} \frac{dp'}{p'} \quad (1.19)$$

où ε_v^e est la déformation volumique élastique.

Nous pouvons alors décrire le comportement élastique sous forme tensorielle :

$$\sigma_{ij} - \sigma_{0ij} = \frac{E}{1 + \nu} \varepsilon_{ij} - \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \varepsilon_{kk} \delta_{ij}$$

où σ_0 représente l'état de contraintes initial du sol assurant l'équilibre mécanique pour les sols naturels au repos, δ_{ij} correspond au symbole de Kronecker et E est donné par la relation :

$$E = 3(1 - 2\nu) \cdot \frac{p' \cdot (1 + e_0)}{\kappa}$$

.

1.3.1.4 Commentaires

L'introduction de la théorie de la « bounding surface » rend possible l'utilisation de modèles élastoplastiques à écrouissage isotrope dans le cas de chargements cycliques. Elle permet de plus une transition progressive entre les comportements purement élastique et élastoplastique classique et la modélisation du phénomène de rochet⁹. Cependant ce type de modèles souffre de trois principaux inconvénients :

- il a tendance à surestimer les déformations irréversibles accumulées lors des sollicitations cycliques [11].
- il présente une décharge purement élastique, ce qui est en contradiction avec l'existence d'un domaine élastique limité mis en évidence expérimentalement [69].
- l'amplitude des déformations plastiques ne dépend pas de l'histoire du chargement, ce qui ne correspond pas aux observations expérimentales [69].

Ce type de modèles a été retenu pour cette étude parce que le nombre de paramètres est limité et que l'écrouissage est isotrope.

1.3.2 Modèle à surfaces multiples

1.3.2.1 Principe

Mroz [68] (cité par [69]) introduit le modèle à couches multiples tridimensionnel, qui suppose un jeu de surfaces de charge à écrouissage cinématique emboîtées les unes dans les autres. A chaque surface est associé un module d'écrouissage différent : plus la surface est grande, plus le module est faible. Tant que l'état de contraintes est à l'intérieur de la

9. L'effet de rochet correspond à une augmentation progressive de la déformation à chaque cycle, même en régime stabilisé [51].

plus petite des surfaces cinématiques, le comportement est purement élastique. Dès que l'état de contraintes atteint la plus petite surface, le comportement devient élastoplastique et le module plastique mobilisé correspond à celui associé à la petite surface. La petite surface suit le chemin de contraintes (écrouissage cinématique). Si l'état de contraintes atteint la surface cinématique suivante, le module plastique est actualisé : il correspond à celui qui est affecté à la surface suivante. Les deux surfaces sont alors entraînées le long du chemin de contraintes.

La figure 1.7 représente un modèle à quatre surfaces de charge dans le cas d'une surface de charge de type Cam-Clay modifié. Par souci de clarté, on suppose que l'écrouissage est purement cinématique. Le schéma (a) montre la position initiale des quatre surfaces cinématiques et l'état de contraintes initial situé en A. Le schéma (b) met en évidence l'entraînement des trois surfaces intérieures le long du chemin de contraintes AB. Le schéma (c) représente la position des surfaces après le chemin de contraintes BC : seule la plus petite surface a été translaturée. Cette stratégie permet de conserver l'histoire du chargement. En effet, selon que l'on poursuive le chemin de contraintes vers des déviateurs des contraintes positifs ou négatifs en maintenant la contrainte effective moyenne constante, le comportement modélisé n'est pas le même. Dans le premier cas ($q > 0$), le comportement est élastique puis élastoplastique selon le module plastique de la petite surface. Dans le second cas ($q < 0$), le comportement est élastoplastique selon les modules plastiques successifs des trois surfaces cinématiques intérieures.

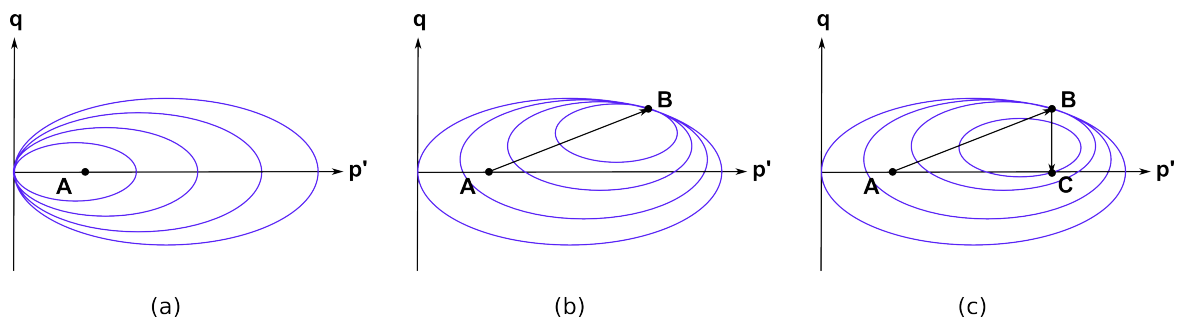


FIG. 1.7: Représentation des surfaces cinématiques dans le plan (p', q) (a) position initiale (b) position après le chemin de contraintes AB (c) position après le chemin de contraintes BC (d'après une idée originale de Muir Wood [69]).

Ce type de modèles nécessite beaucoup de soin dans l'écriture des équations qui décrivent les écrouissages cinématique et isotrope [69]. Par exemple la stratégie proposée impose que les surfaces se rencontrent uniquement en un point. Si l'on suppose que toutes les surfaces ont la même forme, alors les surfaces entrent nécessairement en contact en un état de contraintes qui a la même normale sortante pour chacune d'elles.

1.3.2.2 Commentaires

Ce type de modèles permet de représenter un comportement élastique puis élastoplastique à la décharge. Le comportement élastoplastique (à la charge ou à la décharge) est défini par morceaux (du fait des modules plastiques différents associés aux surfaces cinématiques). Cette définition permet de modéliser une transition progressive entre les comportements purement élastique et élastoplastique à module plastique de plus en plus faible. Cette progression est directement fonction du nombre de surfaces cinématiques mobilisées dans

le modèle. L'histoire du chargement peut être mémorisée, de plus en plus finement avec l'augmentation du nombre de surfaces. Cet avantage peut devenir un inconvénient dans le cas d'analyse numérique de type éléments finis, étant donné le nombre d'informations à mémoriser (position de l'ensemble des surfaces de charge) [69, 11]. Le modèle de Hujoux permet de s'affranchir de cet inconvénient : alors qu'il introduit une infinité de surfaces de charge et par là même une transition continue, il nécessite seulement la mémorisation de la surface de chargement primaire (qui correspond à la « bounding surface ») et celle des surfaces d'inversion du sens du chargement [11].

1.3.3 Modèle « bulle » à deux surfaces

1.3.3.1 Principe

Le modèle « bulle » se présente comme une solution intermédiaire entre les deux modèles précédents (cf. paragraphes 1.3.1 et 1.3.2) dans la mesure où il met en œuvre :

- une fonction d'interpolation du module plastique qui permet de reproduire une diminution de la rigidité lorsque l'on s'approche de la surface limite (appelée « bounding surface »)
- une surface cinématique intérieure (appelée « kinematic yield surface ») qui permet de mémoriser l'histoire du chargement (et par conséquent d'assurer une décharge élastique puis élastoplastique).

1.3.3.2 Application au modèle Cam-Clay modifié

Al-Tabbaa [1] (cité par [69]) étend le modèle Cam-Clay modifié au modèle « bulle ». La figure 1.8 représente ces deux surfaces. Elles ont la même forme et leur rapport de taille R est constant. Le point correspondant à l'état de contraintes actuel est toujours situé à l'intérieur (domaine élastique) ou sur la surface de charge cinématique (domaine élastoplastique).

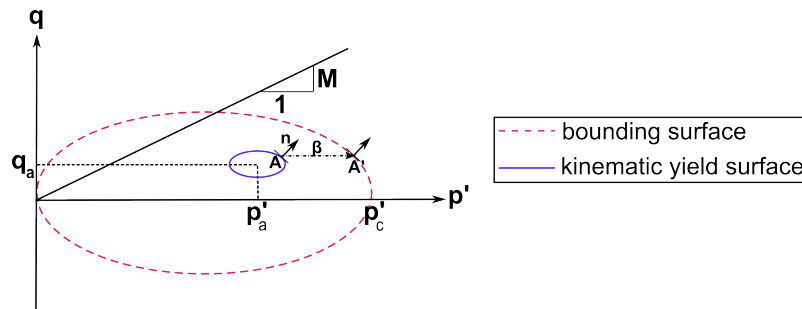


FIG. 1.8: Représentation de la surface limite (« bounding surface ») et de la surface de charge cinématique (« kinematic yield surface ») dans le plan (p', q) .

La surface limite correspond à la surface de charge du modèle Cam-Clay modifié ¹⁰ :

¹⁰. Les développements analytiques réalisés par Al-Tabbaa sont exprimés dans le plan (p', q) . Nous reprenons ici une formulation plus générale exprimée dans l'espace des contraintes proposée par Grammatikopoulou [31].

$$F_b = \left(p' - \frac{p'_c}{2} \right)^2 + \frac{3}{2} \frac{(s : s)}{M^2} - \frac{(p'_c)^2}{4}$$

où p' est la contrainte moyenne effective, s le tenseur déviateur des contraintes, M la pente d'état critique et p'_c la variable d'érouissage isotrope définissant la taille de la surface limite.

La surface cinématique a la même forme que la surface limite :

$$F_y = (p' - p'_a)^2 + \frac{3}{2} \frac{((s - s_a) : (s - s_a))}{M^2} - \frac{R^2 (p'_c)^2}{4}$$

où p'_a est la contrainte moyenne effective au centre de la surface cinématique et s_a le tenseur déviateur des contraintes au centre de la surface cinématique.

La surface de charge évolue selon un érouissage isotrope identique à celui utilisé dans le modèle Cam-Clay modifié :

$$\frac{dp'_c}{p'_c} = \frac{1 + e_0}{\lambda - \kappa} d\varepsilon_v^p \quad (1.20)$$

où ε_v^p correspond à la déformation volumique plastique, e_0 à l'indice des vides initial, λ à l'indice de compression, κ à l'indice de gonflement.

La surface cinématique évolue selon un érouissage isotrope et cinématique :

$$\begin{cases} dp'_a = \frac{dp'_c}{p'_c} p'_a + S \cdot \left(\frac{p' - p'_a}{R} - (p' - \frac{p'_c}{2}) \right) \\ ds_a = \frac{dp'_c}{p'_c} s_a + S \cdot \left(\frac{s - s_a}{R} - s \right) \end{cases} \quad (1.21)$$

où S est un scalaire obtenu via la relation de consistance appliquée à la surface cinématique. Il est intéressant de remarquer que la surface cinématique se déplace dans la direction du vecteur qui relie l'état de contraintes actuel σ à son image $\bar{\sigma}$. En effet du fait de la similarité de forme des deux surfaces, ce vecteur β (Fig. 1.8) s'écrit :

$$\beta = \left(\frac{p' - p'_a}{R} - (p' - \frac{p'_c}{2}); \frac{s - s_a}{R} - s \right)$$

Lorsque les deux surfaces sont en contact ($\beta = 0$), l'érouissage isotrope induit un déplacement du centre de la surface cinématique :

$$\begin{cases} dp'_a = \frac{dp'_c}{p'_c} p'_a \\ ds_a = \frac{dp'_c}{p'_c} s_a \end{cases} \quad (1.22)$$

La relation de consistance appliquée à la surface cinématique s'écrit :

$$dF_y = \frac{\partial F_y}{\partial p'} dp' + \frac{\partial F_y}{\partial s} : ds + \frac{\partial F_y}{\partial p'_a} dp'_a + \frac{\partial F_y}{\partial s_a} : ds_a + \frac{\partial F_y}{\partial p'_c} dp'_c = 0 \quad (1.23)$$

Utilisant les équations (1.20, 1.21, 1.23), on détermine le scalaire S :

$$S = \frac{\frac{\partial F_y}{\partial p'} dp' + \frac{\partial F_y}{\partial s} : ds + \frac{\partial F_y}{\partial p'_a} \frac{dp'_c}{p'_c} p'_a + \frac{\partial F_y}{\partial s_a} : \frac{dp'_c}{p'_c} s_a + \frac{\partial F_y}{\partial p'_c} dp'_c}{-\frac{\partial F_y}{\partial p'_a} \left[\frac{p' - p'_a}{R} - \left(p' - \frac{p'_c}{2} \right) \right] - \frac{\partial F_y}{\partial s_a} : \left[\frac{s - s_a}{R} - s \right]}$$

Le modèle de comportement est associé et la loi d'écoulement s'écrit :

$$d\varepsilon^p = \left\langle \frac{1}{h} \frac{\partial F_y}{\partial \sigma} d\sigma \right\rangle \frac{\partial F_y}{\partial \sigma}$$

où $\langle x \rangle$ vaut x si $x \geq 0$ et 0 sinon. ε^p est le tenseur des déformations plastiques, h le module plastique qui se décompose en deux parties : $h = h_0 + H$. h_0 correspond au module plastique du modèle Cam-Clay modifié dans le cas d'un chargement monotone. Il est déterminé via la relation de consistance de la surface cinématique (1.23) en utilisant l'équation (1.22) qui suppose les deux surfaces en contact. Le terme supplémentaire H permet de modifier le module plastique total h en fonction de la distance entre les deux surfaces : plus la distance entre les deux surfaces est grande, plus le terme supplémentaire H est important. Ce terme supplémentaire H ne peut cependant pas être fixé à 0 lorsque les deux surfaces sont en contact. En effet, si c'était le cas, le module $h = h_0$ s'annulerait pour certains chargements et conduirait à une génération illimitée de déformations plastiques, qui rendrait le modèle instable [69, 31].

Hashiguchi [34] (cité par [69]) suggère que H doit être fonction d'une mesure b de la distance entre les deux surfaces, donnée par le produit scalaire du vecteur β et de la normale sortante n à la surface cinématique à l'état de contraintes actuel (Fig. 1.8). Suivant les travaux d'Hashiguchi, Al-Tabbaa [1] (cité par [69]) propose une formulation possible¹¹ du terme supplémentaire H sous la forme :

$$H = \left(\frac{b}{b_{max}} \right)^\psi \cdot (p'_c)^3$$

où ψ est un paramètre du modèle et b_{max} la valeur maximale atteinte par b (dans le cas particulier de ce modèle : $b_{max} = p'_c(1 - R)$). Le terme $(p'_c)^3$ est introduit afin d'assurer une cohérence dans les dimensions.

1.3.3.3 Modèle développé au GeM

Dans les travaux présentés aux chapitres 2 et 4, nous utilisons un modèle de ce type développé au GeM. La conception de ce modèle revient à Zhen-Yu Yin (rapport interne). L'implantation en champ de contraintes homogène et sa validation sont le fruit d'un travail en commun. Ce modèle, basé sur le modèle original proposé par Al-Tabbaa [1], est très proche de celui proposé par Grammatikopoulou et al. [31, 32]. Nous proposons donc une comparaison des principales améliorations apportées par Grammatikopoulou et al. et celles intégrées au modèle développé au GeM.

11. Il existe en effet plusieurs formulations possibles [1] (cité par [31]).

- Afin de mieux rendre compte des observations expérimentales, la forme de la surface de charge dans le plan déviatorique est modifiée. Grammatikopoulou et al. proposent alternativement une surface de charge suivant la forme hexagonale de Mohr-Coulomb et une forme générale proposée par van Eekelen [110].

Dans le modèle développé au GeM, la pente d'état critique M évolue en fonction de la valeur de l'angle de Lode θ selon l'expression (1.18).

- Stallebrass [106] (cité par [31]) remarque que l'équation d'évolution de la surface cinématique lorsque les surfaces sont en contact (Eq. 1.22) est satisfaisante seulement lorsque le chargement se fait dans la direction de la normale sortante (identique pour les deux surfaces). En accord avec ce constat, Grammatikopoulou et al. proposent une formulation particulière de l'évolution de la surface cinématique lorsque les deux surfaces sont en contact.

$$\begin{cases} dp'_a = (1 - R)dp' + R\frac{dp'_c}{2} \\ ds_a = (1 - R)ds \end{cases} \quad (1.24)$$

Cette formulation est justifiée tant que les surfaces sont homothétiques de rapport R . En effet, dans ce cas, non seulement les vecteurs normaux sortants aux surfaces de charge sont colinéaires, mais en plus le rapport de colinéarité est directement lié au rapport de taille des surfaces de charge R .

Cependant cette nouvelle règle d'évolution n'est plus en accord avec la détermination de la fonction h_0 , qui est directement liée à l'évolution de la surface cinématique lorsque les deux surfaces sont en contact. Afin de satisfaire l'équation de consistance à chaque incrément de charge quelque soit l'agencement des deux surfaces, Grammatikopoulou et al. introduisent le concept de surface de charge active. Ainsi lorsque la surface cinématique se déplace à l'intérieur de la surface limite sans contact, la surface cinématique est dite active : le potentiel plastique et le module plastique associés à cette surface sont mobilisés. Lorsque les deux surfaces sont en contact, la surface limite devient active : le potentiel plastique et le module plastique associés à cette surface sont mobilisés. Dans ce cas, le modèle « bulle » est réduit au modèle Cam-Clay modifié en chargement monotone.

Le modèle développé au GeM utilise cette stratégie.

- La définition d'un comportement élastoplastique à l'intérieur de la surface limite permet d'obtenir une transition progressive entre les comportements purement élastique et élastoplastique classique. Cependant une transition douce entre les régimes élastique et élastoplastique suppose un module plastique infini (déformation plastique nulle), ce qui n'est pas le cas dans la formulation originale d'Al-Tabbaa. Grammatikopoulou et al. [32] proposent donc une nouvelle formulation du terme supplémentaire H dans la définition du module plastique h dans le cas où les deux surfaces ne sont pas en contact.

$$H = \frac{4}{\lambda - \kappa} \alpha \frac{b^*}{b_{max}^* - b^*} \left(\frac{p'_c}{2} \right)^3 R^2$$

où α est un paramètre du modèle, b^* le produit scalaire du vecteur β et de la normale sortante n à la surface cinématique à l'état de contraintes actuel, b_{max}^* sa valeur maximale. La valeur maximale de b^* est actualisée à chaque incrément selon un procédé décrit dans [31, 32].

Dans le modèle développé au GeM, le terme supplémentaire H dans le cas où les deux surfaces ne sont pas en contact est défini par la relation :

$$H = \frac{4(1 + e_0)}{\lambda - \kappa} \psi \left(\frac{b}{b_{max} - b} \right)^\xi \left(\frac{p'_c}{2} \right)^3 R^2 \quad (1.25)$$

où b_{max} vaut $p'_c(1 - R)$ et ξ est un paramètre du modèle. Afin de tenir compte de l'anisotropie du module d'écroissage, la variable ψ est fonction de l'angle de Lode. Son expression est similaire à celle de la pente de l'état critique M (Eq. 1.18) :

$$\psi = \psi_c \left(\frac{2R_\psi^4}{1 + R_\psi^4 - (1 - R_\psi^4)\sin 3\theta} \right)^{1/4}$$

où R_ψ est le rapport des valeurs de la constante ψ en extension triaxiale et en compression triaxiale $\left(\frac{\psi_e}{\psi_c} \right)$.

Le modèle développé au GeM introduit donc quatre paramètres supplémentaires par rapport au modèle Cam-Clay modifié. Ces paramètres sont liés au comportement cyclique : le rapport de taille entre les deux surfaces R et le triplet (ψ_c, R_ψ, ξ) intervenant dans le calcul du module plastique. Concernant l'implantation numérique de ce modèle, deux remarques supplémentaires peuvent être faites.

- Dans le cas où la surface limite est active, l'intégration de la loi de comportement est implicite (« backward Euler method »). La méthode choisie est la méthode à un seul pas (« single step backward Euler method » [114] ou « return mapping algorithm » [98]). Dans le cas où la surface cinématique est active, l'intégration de la loi de comportement est explicite. Cette différence se justifie par la complexité de la loi de comportement dans le deuxième cas. En effet, Zhao et al. [118] précisent qu'une résolution explicite est préférable dans le cas d'un modèle de comportement complexe fortement non linéaire.
- Afin de limiter l'accumulation d'erreurs d'arrondis et par conséquent d'assurer un comportement purement élastique au premier incrément de décharge, le modèle développé au GeM utilise la loi d'évolution (1.24) sous sa forme intégrée.

La figure 1.9 représente le chemin de contraintes dans le plan (p', q) au cours d'un essai triaxial non drainé répété sur une argile normalement consolidée. L'état de contraintes initial est isotrope de contrainte effective moyenne p'_{cA} : les deux surfaces ont un seul point de contact qui est l'état de contraintes actuel (schéma A). Ensuite le chargement axial est appliqué jusqu'à atteindre un déviateur des contraintes maximum (schéma B). Pendant le chargement entre les schémas A et B, la surface limite est active et fonctionne comme la surface de charge dans le modèle Cam-Clay modifié. La position de la surface de charge intérieure est actualisée de sorte que l'état de contraintes actuel soit le point de contact des deux surfaces. Puis la décharge est amorcée. Tant que l'état de contraintes actuel reste à l'intérieur de la surface de charge cinématique, le comportement est élastique, la variable d'écroissage isotrope est bloquée et la surface cinématique est immobile (schéma C). La phase de décharge est poursuivie, le comportement est à présent élastoplastique : la variable d'écroissage isotrope augmente (schéma D). Le module plastique dépend de la distance entre les deux surfaces et du module plastique dans le cas d'un chargement monotone selon le modèle Cam-Clay modifié. La surface de charge intérieure est actualisée via la relation de consistance appliquée à cette surface. Finalement la charge du deuxième cycle est réalisée. Elle se décompose en deux phases : une phase élastique (schéma E) et une phase élastoplastique (schéma F).

Comme dans le cas du modèle basé sur le principe de la « bounding surface », le comportement volumique élastique de ce modèle développé au GeM vérifie l'équation (1.19) et nous supposons un coefficient de Poisson ν constant.

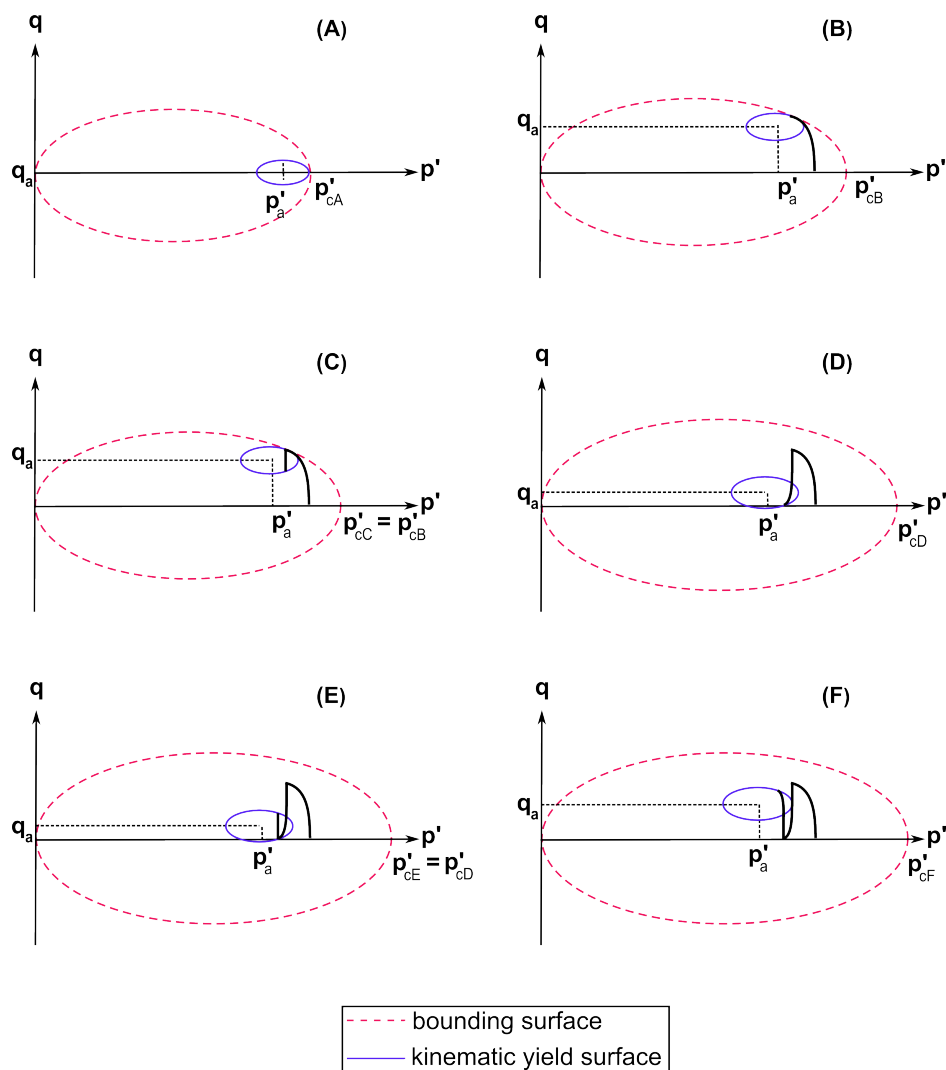


FIG. 1.9: Chemin de contraintes dans le plan (p', q) au cours d'un essai triaxial non drainé répété sur une argile normalement consolidée.

1.3.3.4 Commentaires

Ce modèle permet de tirer avantage des modèles basés sur le principe de la « bounding surface » (transition progressive entre les domaines d'élasticité et d'élastoplasticité classique) et des modèles à surfaces de charge multiples (mémorisation de l'histoire du chargement) sans en avoir les inconvénients (décharge purement élastique et données à mémoriser trop importantes).

1.3.4 Conclusions

Dans cette partie, nous avons présenté en détail les deux modèles utilisés dans cette étude et un autre modèle qui permet de mieux comprendre l'intérêt des modèles à plusieurs surfaces. Le premier modèle introduit un seul nouveau paramètre et suppose un écoulement isotope, tandis que le second modèle introduit quatre nouveaux paramètres et suppose un écoulement isotope et cinématique. L'introduction de paramètres supplémentaires confère au second modèle plus de souplesse dans la représentation de la réalité. De plus

l'écroûissage cinématique permet de mémoriser l'histoire du chargement et ainsi de mieux rendre compte des observations expérimentales. Grâce à ces deux avantages, le second modèle peut modéliser une stabilisation du comportement du matériau, ce qui n'est pas possible avec le premier modèle (décharge purement élastique). La capacité du second modèle à mieux représenter la réalité est gagnée au détriment de la simplicité du modèle.

1.4 Conclusion

Après une courte présentation du phénomène de fatigue sur les sols, ce chapitre met en évidence les deux principales difficultés de la modélisation numérique du comportement cyclique des sols. La première difficulté est liée au temps de calcul nécessaire à la simulation d'un ouvrage soumis à quelques millions de cycles. Une simulation pas à pas, i.e. qui suppose la décomposition de chaque cycle en plusieurs incréments, n'est pas envisageable car elle conduit à des temps de calcul trop importants et à une solution affectée par le cumul d'erreurs. La seconde difficulté concerne l'aspect comportemental de la modélisation du sol soumis à un chargement cyclique. Cette étude bibliographique montre qu'une démarche commune regroupant stratégie numérique et modèle de comportement doit être mise en place.

L'homogénéisation temporelle apparaît comme une méthode intéressante à la fois de par son cadre théorique général et de par sa cohérence avec l'évolution lente des déformations permanentes observée expérimentalement. Nous verrons dans le chapitre suivant comment cette méthode peut être implantée. Deux modèles de comportement élastoplastiques ont été retenus. Le premier est basé sur le principe de la « bounding surface », tandis que le second peut être présenté comme une solution intermédiaire au premier modèle et au modèle à multiples surfaces de charge. Le second modèle, plus sophistiqué, permet de mieux représenter la réalité (décharge élastoplastique) mais nécessite l'introduction de paramètres supplémentaires. L'identification des paramètres cycliques du second modèle, parce que leur signification physique n'est pas clairement établie, peut s'avérer délicate. Dans le chapitre 3, il est proposé une méthode d'identification objective et efficace. Dans le chapitre 4, elle est appliquée à des essais triaxiaux non drainés répétés réalisés sur une argile normalement consolidée pour identifier les paramètres cycliques de ce second modèle. Une étude préalable de sensibilité des paramètres cycliques de ces deux modèles est présentée dans le chapitre suivant.

Implantation de l'homogénéisation temporelle

2.1 Introduction

Le chapitre précédent a évoqué la difficulté liée au temps de calcul lors de la simulation d'un calcul d'ouvrages soumis à des sollicitations cycliques. Pour réduire le temps de calcul, il a été proposé une stratégie numérique : l'homogénéisation temporelle.

L'objectif de ce chapitre est d'évaluer l'efficacité de l'homogénéisation temporelle vis-à-vis de la résolution pas à pas, qui est considérée comme la résolution de référence. Pour ce faire, l'homogénéisation temporelle est appliquée tout d'abord dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété, puis un module d'homogénéisation temporelle est implanté dans un code aux éléments finis et utilisé pour simuler un essai pressiométrique cyclique. Le travail préalable sur un essai en champ de contraintes homogène a deux avantages. Le premier est pédagogique : ce travail permet de s'assurer de la bonne compréhension de la méthode et de détecter des problèmes éventuels. Le second consiste à vérifier l'efficacité de la méthode, afin de donner une première information sur le gain de temps de calcul et sur l'erreur commise par rapport à une résolution pas à pas.

2.2 Cas d'un essai triaxial non drainé répété

2.2.1 Résolution pas à pas

2.2.1.1 Principe de la simulation

Pour simuler le comportement cyclique d'une argile en condition non drainée lors d'un essai triaxial répété, nous utilisons les lois de comportement cyclique présentées dans le chapitre précédent (cf. paragraphes 1.3.1.3 et 1.3.3.3) et les routines FORTRAN correspondantes. Afin de satisfaire une condition en contrainte due au pilotage de l'essai et une condition en déformation due au caractère non drainé, ces routines FORTRAN sont adaptées selon le procédé décrit ci-dessous.

La figure 2.1 schématise le déroulement d'une simulation. Les données d'entrée sont les paramètres du modèle de comportement (autres que la valeur initiale de la (ou des) variable(s) d'écrouissage), le déviateur des contraintes maximal appliqué q_{max} , le nombre de cycles effectués N et l'état initial du matériau (état de contraintes et de déformations, valeur initiale de la (ou des) variable(s) d'écrouissage isotrope (et cinématique)). De plus, on définit un incrément de déformation $\delta\varepsilon$, qui vérifie à la fois la condition non drainée et la configuration de l'essai triaxial. A chaque cycle, deux étapes successives sont mises en œuvre. La première concerne le chargement. A chaque incrément de déformation $\delta\varepsilon$ appliqué, la loi de comportement est intégrée, ce qui permet de déterminer la décomposition de cet incrément $\delta\varepsilon$ entre un incrément de déformation élastique et un incrément de déformation plastique. L'état de contraintes et les variables d'écrouissage sont ensuite actualisés. Cette opération est répétée autant de fois qu'il est nécessaire pour obtenir un déviateur q égal au déviateur maximal q_{max} . Lorsque la condition est vérifiée, on peut procéder à la décharge. De la même façon, cette deuxième étape consiste à appliquer $-\delta\varepsilon$ autant de fois qu'il est nécessaire pour obtenir un déviateur q égal à 0. Ces deux étapes sont répétées N fois. Finalement on obtient les états de déformations et de contraintes, ainsi que la valeur de la (ou des) variable(s) d'écrouissage isotrope (et cinématique).

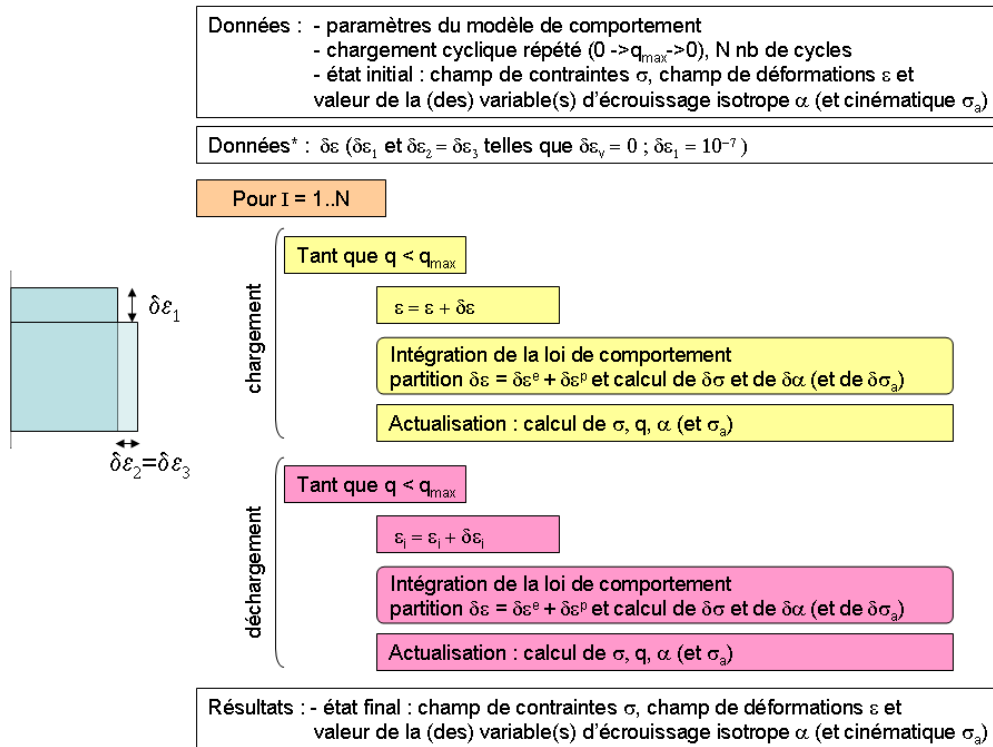


FIG. 2.1: Organigramme de la simulation d'un essai triaxial non drainé répété.

2.2.1.2 Sensibilité des paramètres cycliques des modèles de comportement

L'étude de sensibilité menée dans ce paragraphe concerne les paramètres cycliques des deux modèles de comportement retenus. Elle vise à montrer l'effet de ces paramètres cycliques sur les résultats numériques dans le cas de la simulation d'un essai triaxial non drainé répété. Nous nous intéressons à l'évolution de la déformation axiale permanente et à celle de la surpression interstitielle permanente, parce que, dans le cas précis d'un

| ν | κ | λ | e_0 | M_c | p'_{c0} (kPa) |
|-------|----------|-----------|-------|-------|-----------------|
| 0,3 | 0,08 | 0,23 | 1,15 | 1 | 200 |

TAB. 2.1: Paramètres du modèle Cam-Clay modifié utilisés pour l'étude de sensibilité des paramètres cycliques des deux modèles de comportement retenus.

essai répété, elles permettent de suivre l'évolution du matériau en fonction du nombre de cycles. Les simulations sont menées pas à pas sur 30000 cycles dans le cas d'un déviateur maximal de 65 kPa. Les valeurs des paramètres du modèle Cam-Clay modifié (i.e. ceux qui sont liés au comportement monotone) sont consignées dans le tableau 2.1. Elles sont valables pour les deux modèles et correspondent à une argile normalement consolidée. Ces valeurs sont choisies en accord avec des résultats expérimentaux effectués sur 1200 cycles [35] que nous exploiterons dans le chapitre 4.

Puisque, dans ce chapitre, les résultats obtenus par résolution pas à pas sont considérés comme les résultats de référence, nous proposons d'exploiter ponctuellement cette étude de sensibilité pour mettre en évidence le lien entre certains paramètres cycliques et le temps caractéristique du phénomène de fatigue. En effet, plus le temps caractéristique du phénomène est long, meilleures sont les approximations données par la méthode de l'homogénéisation temporelle.

2.2.1.2.1 Modèle de comportement basé sur le principe de la « bounding surface »

Le modèle de comportement basé sur le principe de la « bounding surface » comporte un paramètre supplémentaire par rapport au modèle Cam-Clay modifié. Nous nous intéressons donc à la sensibilité de ce paramètre H_0 lié au comportement cyclique. Trois valeurs sont successivement attribuées à ce paramètre : $H_0 = 1000$, $H_0 = 3000$ et $H_0 = 10000$.

La figure 2.2 représente l'évolution de la déformation axiale permanente en fonction du nombre de cycles. L'augmentation de la valeur du paramètre H_0 provoque un raidissement du comportement du sol, ce qui est cohérent avec la définition du module plastique. Après 5000 cycles, la déformation axiale permanente varie quasi linéairement pour des valeurs de H_0 de 3000 et 10000. Pour $H_0 = 1000$, elle augmente plus rapidement. Il convient de remarquer qu'une éventuelle stabilisation ne peut être modélisée, puisque la décharge est purement élastique.

La figure 2.3 représente l'évolution de la surpression interstitielle permanente en fonction du nombre de cycles. La diminution de la valeur du paramètre H_0 entraîne une augmentation plus forte de la surpression interstitielle permanente sur les 5000 premiers cycles et une stabilisation plus précoce. Pour une valeur de paramètre $H_0 = 1000$, l'effet de rochet peut être reproduit. Le fait qu'il y ait stabilisation de la surpression interstitielle permanente sans stabilisation de la déformation axiale permanente lors de la simulation s'explique par l'inversion de la répartition volumique/déviatorique de la déformation au cours de la simulation. D'une déformation majoritairement volumique au début de la simulation, on passe à une déformation essentiellement déviatorique.

Ces simulations sont mises à profit pour estimer quantitativement le temps caractéristique du phénomène étudié, moyennant une équivalence temps-nombre de cycles. Ces informations seront utilisées dans le paragraphe 2.2.3.

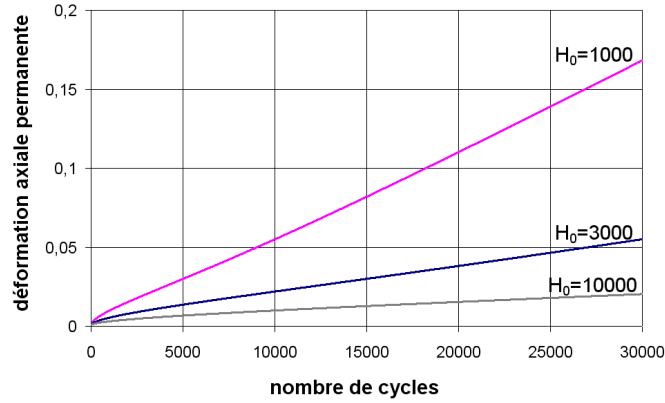


FIG. 2.2: Evolution de la déformation axiale permanente en fonction du nombre de cycles dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété (modèle « bounding surface »).

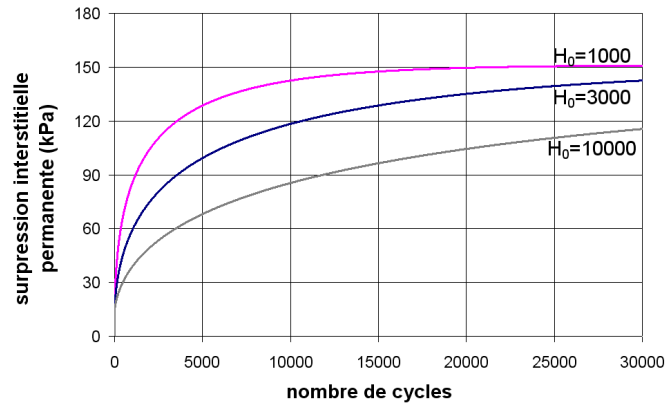


FIG. 2.3: Evolution de la surpression interstitielle permanente en fonction du nombre de cycles dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété (modèle « bounding surface »).

Comme évoqué précédemment, l'évolution de la déformation axiale et celle de la surpression interstitielle diffèrent et nous pouvons donc associer à chacune d'elles un temps caractéristique (ou un nombre de cycles caractéristique¹). La définition donnée au chapitre précédent suppose un comportement stabilisé (ou tout au moins un comportement asymptotique linéaire), ce qui n'est pas systématiquement le cas dans les simulations proposées. Nous proposons alors de modifier cette définition et de l'adapter à notre problème. A partir des évolutions sur 500 cycles (Fig. 2.4 et 2.5), nous construisons les tangentes à l'origine et à 500 cycles pour chacune des courbes et désignons par le temps caractéristique l'abscisse du point d'intersection de ces deux tangentes. Le choix des 500 cycles est arbitraire et la modification de celui-ci entraîne la modification du temps caractéristique. Cependant l'objectif est de définir un élément quantitatif, certes relatif, mais qui permet d'établir des comparaisons. Par lecture graphique, nous concluons sur la qualité de l'approximation par homogénéisation temporelle : le cas défavorable concerne les simulations pour $H_0 = 1000$, pour lesquelles les valeurs de t_r sont les plus faibles.

1. Dans la suite, nous utiliserons le terme « temps caractéristique » pour désigner le nombre de cycles caractéristique, en accord avec l'équivalence temps-nombre de cycles.

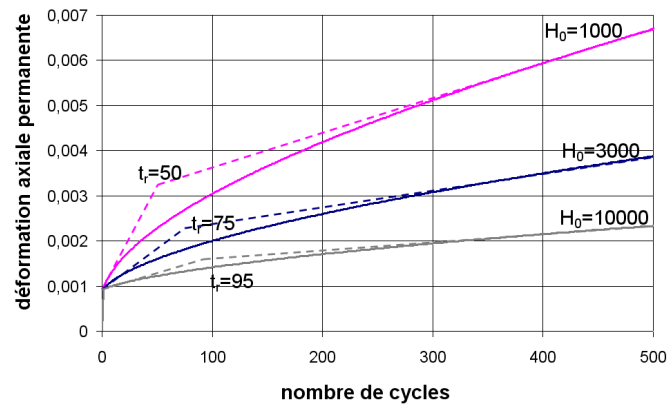


FIG. 2.4: Définition du temps caractéristique t_r à partir de l'évolution de la déformation axiale permanente dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété (modèle « bounding surface »).

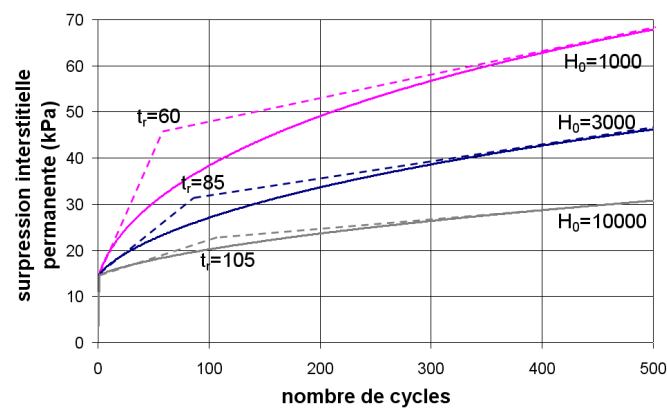


FIG. 2.5: Définition du temps caractéristique t_r à partir de l'évolution de la surpression interstitielle permanente dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété (modèle « bounding surface »).

2.2.1.2.2 Modèle « bulle » à deux surfaces de charge

Le modèle « bulle » comporte quatre paramètres supplémentaires par rapport au modèle Cam-Clay modifié. Nous nous intéressons à la sensibilité de ces paramètres cycliques. Le tableau 2.2 récapitule les valeurs minimale, maximale et de référence successivement attribuées aux paramètres cycliques. A partir d'un jeu de paramètres de référence en accord avec les résultats expérimentaux présentés dans [35], la sensibilité de chacun des paramètres est étudiée. Contrairement aux trois autres paramètres, le paramètre R a une signification physique établie : il détermine la taille du domaine élastique. Il peut être déterminé expérimentalement par l'exploitation d'une courbe de décharge. Les valeurs minimale et maximale proposées dans le tableau 2.2 pour ce paramètre sont en accord avec les valeurs données dans la littérature [32].

Une différence majeure existe entre le modèle précédent et celui-ci : l'introduction du paramètre ξ dans le second modèle nous permet de représenter une gamme plus importante de courbes d'évolution. Afin d'estimer l'influence de ce paramètre, les figures 2.6 et 2.7 représentent l'évolution de la déformation axiale permanente et celle de la surpression in-

| | Ψ_c | ξ | R_Ψ | R |
|------------|-----------|-------|----------|------|
| <i>min</i> | 10^9 | 7 | 0,01 | 0,05 |
| <i>ref</i> | 10^{10} | 8 | 1 | 0,1 |
| <i>max</i> | 10^{11} | 9 | 100 | 0,2 |

TAB. 2.2: Valeurs minimale, maximale et de référence des paramètres cycliques pour le modèle « bulle ».

terstitielle permanente pour différentes valeurs de ξ . Le paramètre ξ pilote principalement l'évolution de la déformation axiale permanente et celle de la surpression interstitielle permanente pour les premiers cycles. Nous verrons dans le chapitre 4 que des valeurs élevées (supérieures à 6) sont à privilégier.

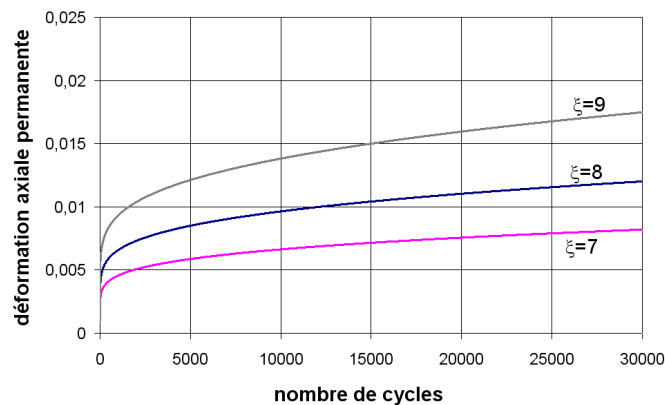


FIG. 2.6: Evolution de la déformation axiale permanente en fonction du nombre de cycles dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété pour différentes valeurs de ξ (modèle « bulle »).

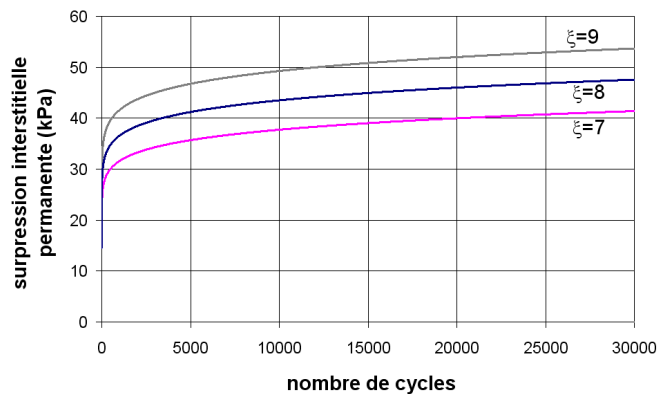


FIG. 2.7: Evolution de la surpression interstitielle permanente en fonction du nombre de cycles dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété pour différentes valeurs de ξ (modèle « bulle »).

La figure 2.8 (respectivement 2.9) montre la sensibilité du paramètre ψ_c vis-à-vis de l'évolution de la déformation axiale permanente (respectivement de la surpression interstitielle permanente). Ce paramètre est à rapprocher du paramètre H_0 dans le modèle précé-

dent. Par conséquent, nous vérifions que l'augmentation de la valeur de ce paramètre ψ_c provoque un raidissement du comportement du sol.

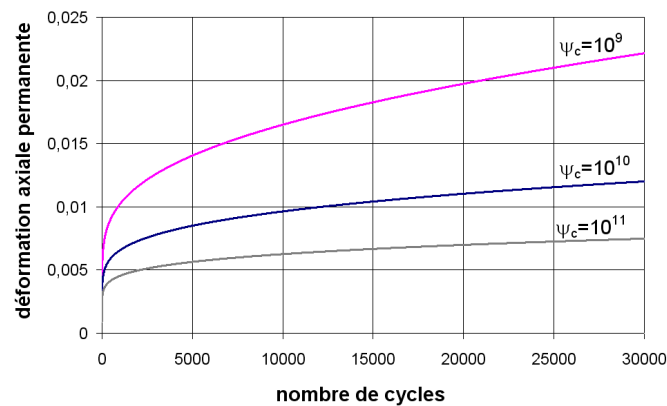


FIG. 2.8: Evolution de la déformation axiale permanente en fonction du nombre de cycles dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété pour différentes valeurs de ψ_c (modèle « bulle »).

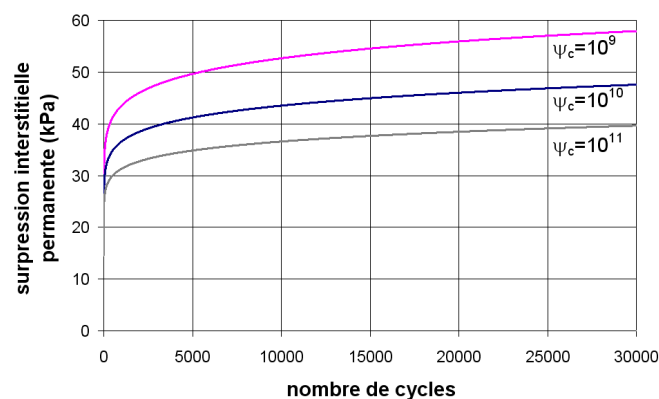


FIG. 2.9: Evolution de la surpression interstitielle permanente en fonction du nombre de cycles dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété pour différentes valeurs de ψ_c (modèle « bulle »).

L'étude de sensibilité vis-à-vis de la méthode d'homogénéisation temporelle (cf. paragraphe 2.2.3) est réalisée sur le paramètre ψ_c . La détermination graphique du temps caractéristique telle qu'elle est proposée pour le modèle précédent est plus difficile à mettre en œuvre du fait de la forte augmentation de la déformation axiale permanente et de celle de la surpression interstitielle permanente au cours des premiers cycles. Cependant une analyse numérique des premiers cycles montre que plus la valeur de ψ_c est grande, plus la pente de la tangente à l'origine est faible, ce qui semblerait impliquer une relation directe entre la diminution du temps caractéristique et celle de la valeur de ψ_c . Cette remarque est cohérente avec les valeurs des temps caractéristiques données pour le premier modèle. Dans le cas du second modèle, le temps caractéristique est de l'ordre de quelques cycles. Cette remarque laisse supposer dans le cas de ce modèle une moins bonne approximation de la solution pas à pas par la méthode d'homogénéisation que dans le cas du modèle précédent.

Comme évoqué précédemment, le modèle basé sur le principe de la « bounding surface » ne permet pas de reproduire une stabilisation des déformations permanentes. Pour obtenir cette stabilisation, le modèle doit être capable de simuler, à partir d'un certain nombre de cycles, des cycles identiques, pour lesquels les effets de la charge et de la décharge se compensent. Le paramètre R_ψ permet de piloter une différence de comportement entre la charge et la décharge et par conséquent une stabilisation sous certaines conditions. Les figures 2.10 et 2.11 mettent en évidence la sensibilité du paramètre R_ψ vis-à-vis de l'évolution de la déformation axiale permanente et de celle de la surpression interstitielle permanente. La stabilisation de la déformation axiale permanente est atteinte pour des valeurs de R_ψ faibles, ce qui est en accord avec le développement analytique du modèle. Les simulations pour $R_\psi = 1$ et $R_\psi = 100$ sont très proches : nous constatons un écart de 0,12% à 30000 cycles sur la déformation axiale permanente et un écart de 0,0268% sur la surpression interstitielle permanente.

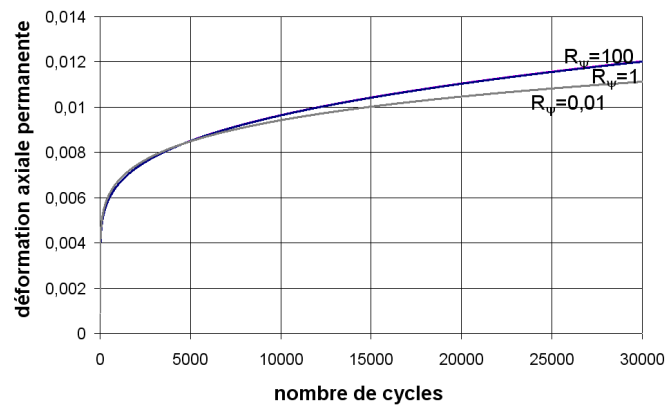


FIG. 2.10: Evolution de la déformation axiale permanente en fonction du nombre de cycles dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété pour différentes valeurs de R_ψ (modèle « bulle »).

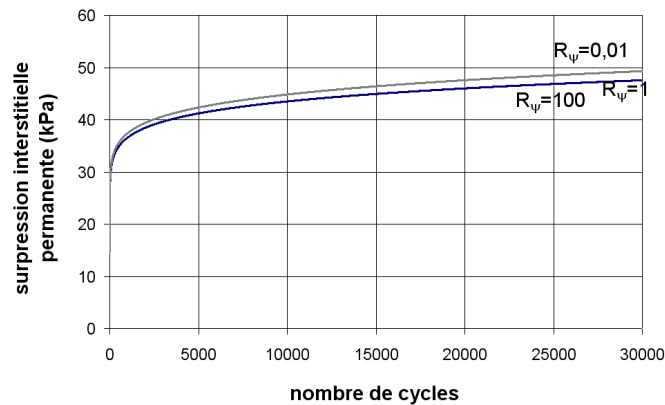


FIG. 2.11: Evolution de la surpression interstitielle permanente en fonction du nombre de cycles dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété pour différentes valeurs de R_ψ (modèle « bulle »).

Le paramètre R conditionne la taille du domaine élastique. Un domaine élastique petit implique une génération de déformation plastique plus importante. Cette remarque corrobore les résultats donnés par les figures 2.12 et 2.13.

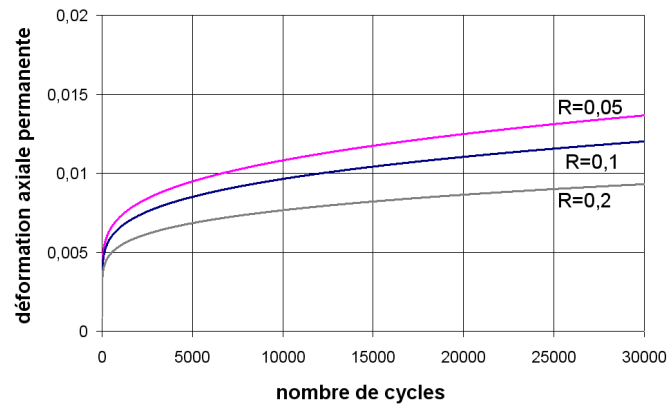


FIG. 2.12: Evolution de la déformation axiale permanente en fonction du nombre de cycles dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété pour différentes valeurs de R (modèle « bulle »).

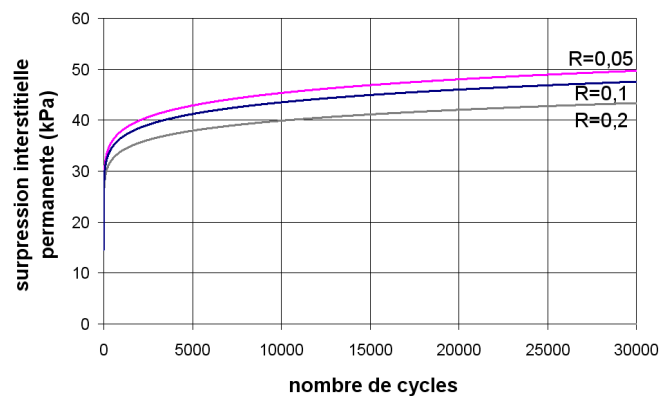


FIG. 2.13: Evolution de la surpression interstitielle permanente en fonction du nombre de cycles dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété pour différentes valeurs de R (modèle « bulle »).

2.2.1.2.3 Commentaires

Outre l'aspect paramétrique, cette étude de sensibilité met en évidence la capacité des modèles à reproduire différentes caractéristiques constatées expérimentalement telles que la stabilisation. Le second modèle, via ses quatre paramètres cycliques, permet une plus grande flexibilité et une meilleure représentation du phénomène de stabilisation. De plus, cette étude de sensibilité permet d'établir des relations entre le temps caractéristique du phénomène de fatigue t_r et certains paramètres cycliques des modèles de comportement dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété. Ces relations sont exploitées dans le paragraphe 2.2.3.

2.2.2 Résolution avec homogénéisation

Dans ce paragraphe et contrairement au paragraphe précédent concernant la résolution pas à pas, nous nous intéressons exclusivement aux aspects numériques de la résolution avec homogénéisation.

Appliquer l'homogénéisation temporelle telle qu'elle a été décrite au paragraphe 1.2.2.3 revient à considérer le problème initial (Pb) comme deux sous-problèmes (Pb*) et (Pb**) formulés au paragraphe 1.2.2.3.2 (Eq. 1.11 et 1.12). Nous rappelons que le problème (Pb*) correspond au problème anélastique (ou macrochronologique) tandis que le problème (Pb**) correspond au problème élastique (ou microchronologique). L'utilisation de la méthode d'homogénéisation temporelle dans le cas de modèles élastoplastiques est réalisée sous couvert de la démonstration de Guennoui (cf. 1.2.2.3.3). Dans ce paragraphe, nous détaillons la résolution des problèmes (Pb*) et (Pb**) dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété. Afin de retrouver les conclusions de Guennoui [33], nous décidons dans un premier temps de considérer une élasticité linéaire pour chacun des deux modèles. Le tenseur d'élasticité est alors constant et il est égal au tenseur d'élasticité non linéaire évalué au début de l'essai ($p' = 200kPa$). Dans un second temps, nous traitons le cas de l'élasticité non linéaire. Dans la suite, nous notons la direction axiale (1) et les deux directions latérales (2) et (3).

2.2.2.1 Elasticité linéaire

2.2.2.1.1 Résolution du problème (Pb*)

La résolution du problème (Pb*) se fait sur de grands incréments, qui correspondent chacun à N_c cycles. Par souci de clarté dans les explications et de simplicité dans la programmation, le problème macrochronologique est résolu sur des incréments de N_c cycles, où N_c est un nombre entier naturel. Le premier cycle de l'incrément, appelé cycle de référence, est simulé pas à pas. Les incréments de déformation plastique $d\varepsilon_{cyclique}^p$ et de la variable d'écrouissage isotrope $d\alpha_{cyclique}$ dus à ce cycle sont gardés en mémoire pour le calcul des incréments de déformation plastique $d\varepsilon^p$ et de la variable d'écrouissage isotrope $d\alpha$ solutions du problème (Pb*). Ces derniers sont connus d'après la loi de comportement homogénéisée, qui extrapole les résultats obtenus pour le cycle de référence sous la forme :

$$\begin{cases} d\varepsilon^p = N_c \cdot d\varepsilon_{cyclique}^p \\ d\alpha = N_c \cdot d\alpha_{cyclique} \end{cases}$$

Dans le cas du modèle Cam-Clay modifié, ces relations sont cohérentes si la relation qui donne l'évolution de la variable d'écrouissage isotrope en fonction de la déformation plastique volumique est linéarisée.

D'après la loi de comportement homogénéisée et la condition aux limites en contraintes :

$$\frac{q_{max}}{2} = 3G\varepsilon_d^e \quad (2.1)$$

où G est le module de cisaillement $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ et ε_d^e est la déformation élastique déviatorique généralisée qui vaut $\frac{2}{3}(\varepsilon_1^e - \varepsilon_2^e)$ dans le cas d'un essai triaxial².

Si l'on écrit l'équation (2.1) sous la forme incrémentale, on obtient :

$$0 = 2G(d\varepsilon_1^e - d\varepsilon_2^e)$$

2. Pour une définition dans un cadre général, le lecteur pourra se référer aux notations spécifiées au début de ce document.

Ce qui signifie d'après la configuration de l'essai triaxial que :

$$d\varepsilon_1^e = d\varepsilon_2^e (= d\varepsilon_3^e) \quad (2.2)$$

La condition de non-drainage s'écrit :

$$d\varepsilon_v^e + d\varepsilon_v^p = 0$$

Soit d'après l'équation (2.2) et la configuration de l'essai triaxial :

$$3d\varepsilon_1^e + d\varepsilon_1^p + 2d\varepsilon_2^p = 0$$

L'incrément de déformation plastique est connu d'après la loi de comportement homogénéisée. Il est donc possible de calculer les composantes de l'incrément de déformation élastique :

$$d\varepsilon_1^e = d\varepsilon_2^e = d\varepsilon_3^e = -\frac{1}{3}d\varepsilon_1^p - \frac{2}{3}d\varepsilon_2^p$$

L'incrément de contrainte est donné par la relation :

$$d\sigma = \mathbb{C}d\varepsilon^e \quad (2.3)$$

où \mathbb{C} est le tenseur d'élasticité.

Dans le cas du second modèle, il reste à actualiser le centre de la surface de charge cinématique σ_a . L'idée intuitive serait d'extrapoler linéairement le centre en fonction de la variation de celui-ci durant le cycle de référence. Cependant cette extrapolation ne garantit pas que l'état de contraintes actualisé soit situé sur la surface de charge cinématique ainsi actualisée. La reprise du calcul pas à pas pour le cycle de référence ne permet pas de corriger cette erreur, puisque l'actualisation de la surface de charge cinématique est assurée par la relation de consistance ($dF_y = 0$). Dans ce travail, le centre de la surface cinématique est calculé de manière à vérifier deux conditions :

- l'état de contraintes actualisé est situé sur la surface de charge cinématique.
- la normale sortante à la surface de charge cinématique est directement proportionnelle au dernier incrément de déformation plastique généré pendant le cycle de référence.

Cette solution a été retenue parce qu'elle permet dans le cas d'une élasticité linéaire d'obtenir des résultats identiques entre une résolution pas à pas et une résolution par homogénéisation avec $N_c = 1$. Nous verrons dans la suite que l'introduction d'une élasticité non linéaire induit un biais systématique.

2.2.2.1.2 Résolution du problème (Pb**)

Le problème (Pb**) est un problème élastique linéaire. D'après la loi de comportement élastique linéaire et la condition aux limites en contraintes :

$$q(N) - \frac{q_{max}}{2} = 3G\varepsilon_d \quad (2.4)$$

où N est un réel associé au nombre de cycles effectués.

Si l'on écrit l'équation (2.4) sous la forme incrémentale correspondante aux grands incréments du problème (Pb*), on obtient :

$$0 = 2G(d\varepsilon_1 - d\varepsilon_2)$$

Ce qui signifie que :

$$d\varepsilon_1 = d\varepsilon_2 (= d\varepsilon_3)$$

La condition de non-drainage s'écrit :

$$d\varepsilon_v = 0$$

Donc :

$$d\varepsilon_1 = d\varepsilon_2 = d\varepsilon_3 = 0 \text{ et } d\sigma = 0$$

2.2.2.1.3 Actualisation des variables

Les deux problèmes étant résolus, il convient alors de sommer les résultats obtenus pour chacun des problèmes et d'actualiser la déformation plastique et les variables d'écrouissage, ainsi que les contraintes et les déformations.

2.2.2.2 Elasticité non linéaire

Dans le cas d'une élasticité non linéaire, le problème (Pb*) est modifié dans la mesure où le tenseur d'élasticité n'est pas constant. La détermination de la contrainte (Eq. 2.3) à partir de la déformation élastique pose problème. Dans le cas d'une simulation pas à pas et d'une résolution explicite, le caractère non linéaire du comportement élastique est traité comme une élasticité linéaire par morceaux sur chaque incrément. Nous choisissons de suivre cette démarche et d'utiliser une matrice d'élasticité constante au cours de chaque grand incrément, définie comme la matrice d'élasticité moyenne calculée sur le cycle de référence de l'incrément. Cette hypothèse revient à modifier le problème (Pb*) sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle \sigma_{0ij} \rangle_{,j} + b_i = 0 \\ \langle \sigma_{0ij} \rangle_{,t} = \langle \mathbb{C}_{ijkl} \rangle : \left\{ \langle \varepsilon_{0kl} \rangle_{,t} - \varepsilon_{0kl,t}^{an} \right\} \\ \varepsilon_{0kl,t}^{an} = \langle B(\sigma_0, \alpha_0) \rangle \\ \alpha_{0,t} = \langle D(\sigma_0, \alpha_0) \rangle \\ \langle u_{0i} \rangle = 0 \\ \langle \sigma_{0ij} \rangle . n_j = \langle f_i \rangle \end{array} \right.$$

Par rapport à la résolution pas à pas, la non-linéarité de l'élasticité implique un biais systématique dans la résolution avec homogénéisation, dans la mesure où une résolution pas à pas et une résolution par homogénéisation avec $N_c = 1$ ne conduisent pas à des résultats identiques.

2.2.2.3 Conclusions

La figure 2.14 résume la résolution avec homogénéisation. Afin de diminuer l'erreur commise au début de la simulation, on décide de simuler pas à pas les dix premiers cycles qui peuvent être considérés comme des cycles irréguliers. Il convient ensuite de résoudre les deux problèmes (Pb*) et (Pb**) ($N_b - 10$) fois. De plus, il faut garder à l'esprit qu'en choisissant N_c entier naturel, les déformations et contraintes obtenues représentent l'enveloppe basse des courbes cycliques (i.e. l'enveloppe « permanente »).

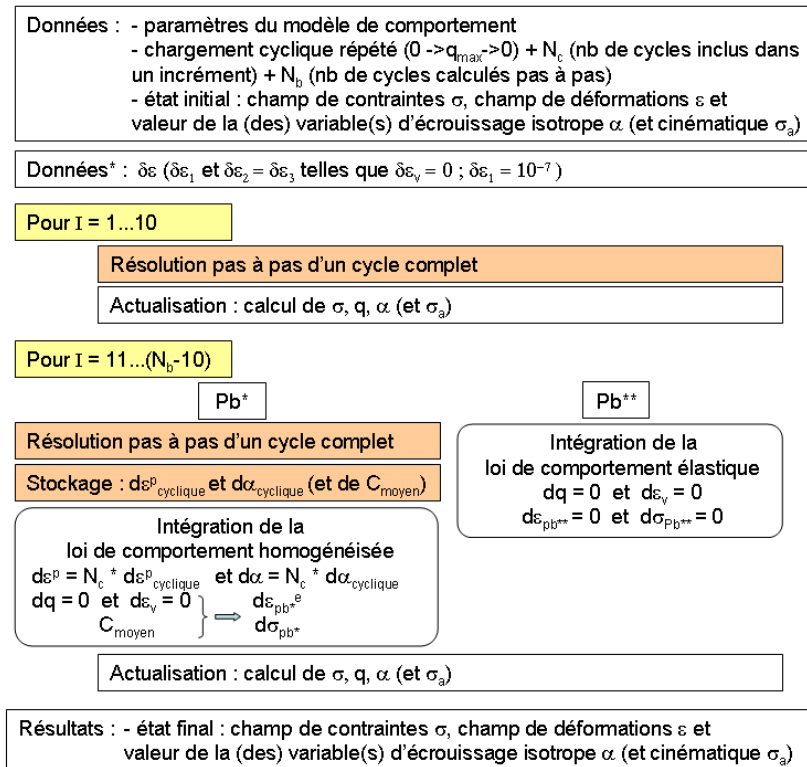


FIG. 2.14: Organigramme de la simulation d'un essai triaxial non drainé répété avec homogénéisation.

2.2.3 Comparaison des deux méthodes de résolution

Dans ce paragraphe, les simulations avec homogénéisation sont comparées aux simulations pas à pas, qui sont considérées comme les simulations de référence. Il s'agit donc d'une validation numérique de la stratégie d'homogénéisation. L'influence conjointe du paramètre N_c et du temps caractéristique t_r sur la précision de l'approximation par homogénéisation pour un nombre de cycles donné est étudiée. Pour les deux modèles, les simulations avec homogénéisation sont environ N_c fois plus rapides que les simulations pas à pas. En effet, l'effort numérique se concentre essentiellement sur le calcul du premier cycle de l'incrément. Une fois les incréments de déformation plastique et de la variable d'écrouissage isotrope connus, la résolution du problème global (Pb*) s'effectue sans itérations. Du fait du biais systématique lié à la non-linéarité de l'élasticité, nous proposons pour chaque modèle de comportement de considérer une élasticité linéaire, puis une élasticité non linéaire.

2.2.3.1 Modèle basé sur le principe de la « bounding surface »

L'influence des paramètres H_0 et N_c est successivement étudiée. La valeur maximale affectée au paramètre N_c est fixée à 200. Cette valeur permet de mettre en évidence l'erreur liée à l'homogénéisation temporelle tout en obtenant des résultats acceptables. Nous étudierons ponctuellement le cas $N_c = 350$.

2.2.3.1.1 Elasticité linéaire

Les figures 2.15 et 2.16 permettent de comparer l'évolution de la déformation axiale permanente et celle de la surpression interstitielle permanente dans le cas de simulations pas à pas et avec homogénéisation ($N_c = 200$) pour trois valeurs de H_0 .

L'erreur relative sur la déformation axiale permanente et sur la pression interstitielle tend à diminuer au cours de la simulation. Conformément à l'estimation du temps caractéristique réalisée lors de l'étude de sensibilité du paramètre cyclique (cf. paragraphe 2.2.1.2.1), le cas le plus défavorable apparaît comme le cas où $H_0 = 1000$. Dans ce cas, l'erreur relative sur la déformation axiale permanente est de 94% à 210 cycles, de 14% à 2010 cycles et de 1,5% à 29810 cycles (Fig. 2.15 et 2.17). La déformation axiale permanente est surestimée, ce qui est en accord avec le fait que seule la charge génère des déformations plastiques. La surpression interstitielle permanente est aussi surestimée (Fig. 2.16).

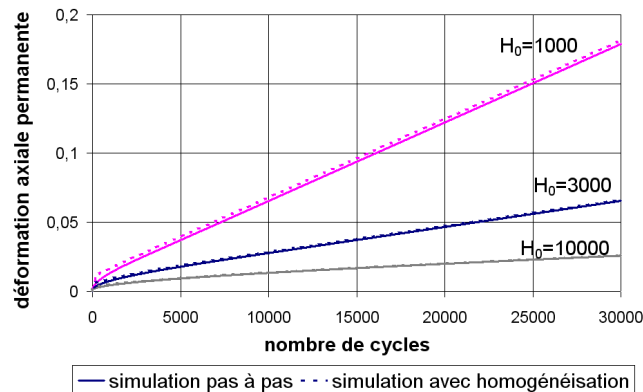


FIG. 2.15: Comparaison des simulations pas à pas et avec homogénéisation : évolution de la déformation axiale permanente en fonction du nombre de cycles dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété $N_c = 200$ (modèle « bounding surface » - élasticité linéarisée).

Les figures 2.17 et 2.18 permettent de comparer les simulations pas à pas et avec homogénéisation pour plusieurs valeurs de N_c . Le paramètre H_0 est fixé à 1000. Ces courbes mettent en évidence d'une part l'extrapolation linéaire des déformations plastiques et d'autre part la correction de l'incrément de déformation plastique à chaque incrément.

Concernant une éventuelle valeur maximale de N_c , deux remarques peuvent être faites :
 – Imaginons qu'une valeur de N_c conduise à une surestimation de la surpression interstitielle tellement grande que seule une diminution de celle-ci puisse équilibrer le système homogénéisé. Le modèle de comportement doit pouvoir assurer cette correction. C'est le cas par exemple lorsque H_0 est fixé à 1000 et N_c à 350 (Fig. 2.18). Dans ce cas, le matériau homogénéisé se comporte comme une argile surconsolidée (diminution de

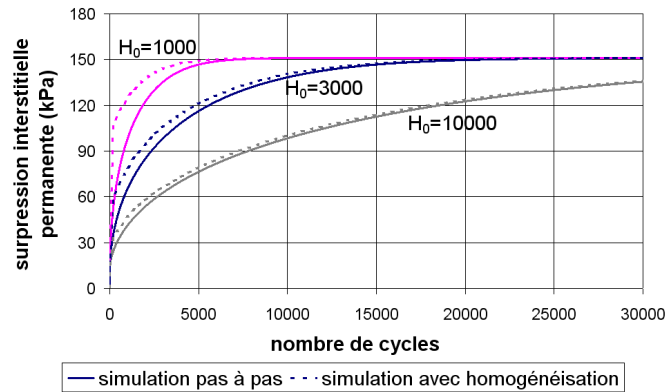


FIG. 2.16: Comparaison des simulations pas à pas et avec homogénéisation : évolution de la surpression interstitielle permanente en fonction du nombre de cycles dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété $N_c = 200$ (modèle « bounding surface » - élasticité linéarisée).

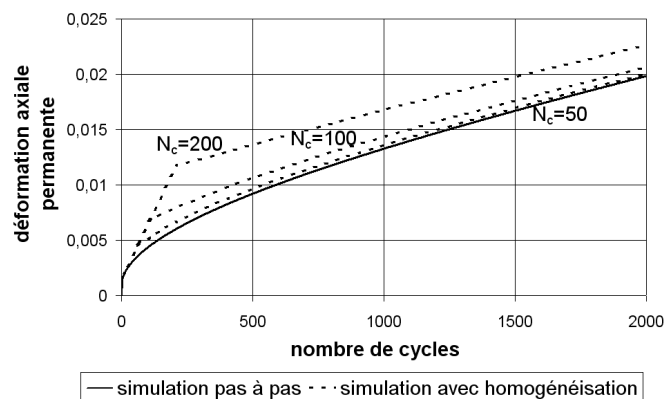


FIG. 2.17: Comparaison des simulations pas à pas et avec homogénéisation : évolution de la déformation axiale permanente en fonction du nombre de cycles dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété $H_0 = 1000$ (modèle « bounding surface » - élasticité linéarisée).

la déformation volumique plastique, diminution de la surpression interstitielle, diminution de la variable d'écroûissage). Notons que si la valeur de N_c conduit à des états de contraintes non admissibles par le modèle (contrainte moyenne effective négative selon la convention de signe de la mécanique des sols), alors la résolution du problème homogénéisé, plus précisément la simulation pas à pas du cycle de référence, ne converge plus.

- Afin d'assurer une certaine précision des résultats obtenus par homogénéisation vis-à-vis des résultats obtenus par une méthode pas à pas, il convient de choisir la valeur de N_c en fonction du nombre de cycles pour lequel les déformations permanentes sont recherchées (Fig. 2.15 et 2.17).

2.2.3.1.2 Elasticité non linéaire

Dans le cas d'une élasticité linéaire, nous avons convergence des simulations avec homogénéisation vers la simulation pas à pas lorsque le paramètre N_c diminuait. Pour $N_c = 1$,

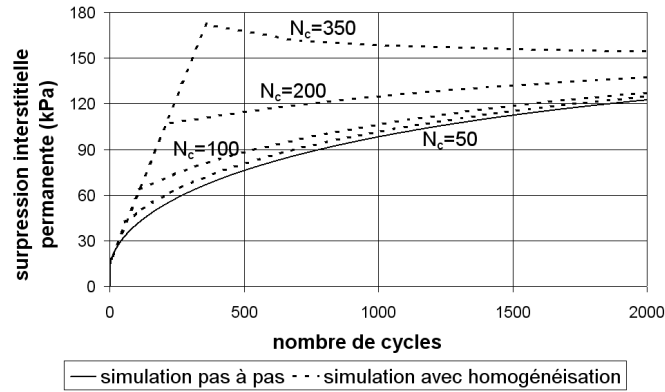


FIG. 2.18: Comparaison des simulations pas à pas et avec homogénéisation : évolution de la surpression interstitielle permanente en fonction du nombre de cycles dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété $H_0 = 1000$ (modèle « bounding surface » - élasticité linéarisée).

les simulations pas à pas et avec homogénéisation étaient identiques. Dans le cas d'une élasticité non linéaire, cette identité n'existe plus, ce qui rend l'analyse des résultats plus délicate. Les figures 2.19 et 2.20, représentant l'évolution de la déformation axiale permanente en fonction du nombre de cycles effectués, mettent en évidence ce biais, qui n'existe pas dans le cas d'une élasticité linéaire.

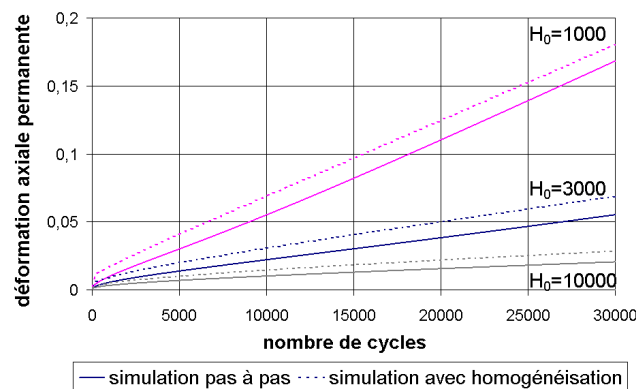


FIG. 2.19: Comparaison des simulations pas à pas et avec homogénéisation : évolution de la déformation axiale permanente en fonction du nombre de cycles dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété $N_c = 200$ (modèle « bounding surface »).

Ce biais n'apparaît pas dans l'évolution de la surpression interstitielle permanente comme le montrent les figures 2.21 et 2.22.

2.2.3.2 Modèle « bulle »

Le modèle « bulle » introduit quatre paramètres cycliques. Cependant nous nous limitons dans ce travail à la sensibilité du paramètre ψ_c vis-à-vis de la méthode d'homogénéisation temporelle. La sensibilité des autres paramètres peut être estimée à partir des résultats

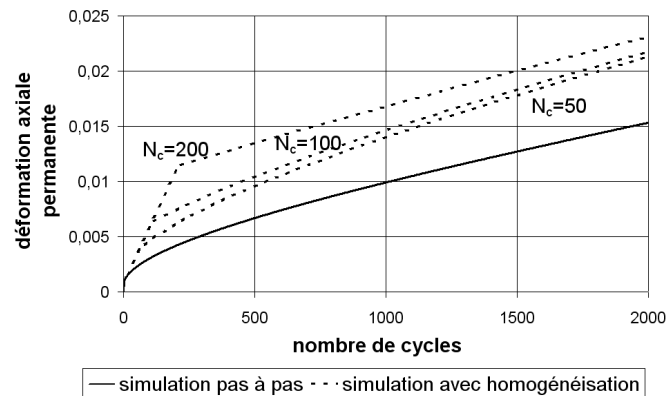


FIG. 2.20: Comparaison des simulations pas à pas et avec homogénéisation : évolution de la déformation axiale permanente en fonction du nombre de cycles dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété $H_0 = 1000$ (modèle « bounding surface »).

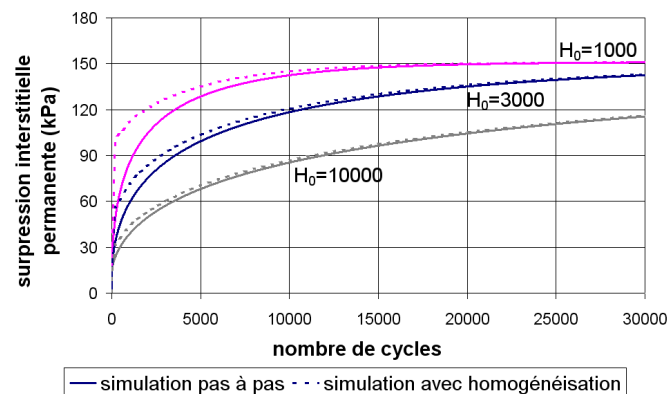


FIG. 2.21: Comparaison des simulations pas à pas et avec homogénéisation : évolution de la surpression interstitielle permanente en fonction du nombre de cycles dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété $N_c = 200$ (modèle « bounding surface »).

obtenus pour le paramètre ψ_c et de l'étude de sensibilité des paramètres proposée précédemment. Nous observons la même démarche que celle utilisée pour le modèle basé sur le principe de la « bounding surface » en étudiant successivement l'influence de ψ_c à N_c constant et l'influence de N_c à ψ_c constant. Cependant du fait des temps caractéristiques très faibles comparativement à ceux déterminés dans le modèle précédent, les valeurs du paramètre N_c ont été modifiées. A présent l'étude se fait pour des valeurs de N_c égales à 25, 50 et 100.

2.2.3.2.1 Elasticité linéaire

La figure 2.23 permet de comparer l'évolution de la déformation axiale permanente dans le cas de simulations pas à pas et avec homogénéisation pour trois valeurs de ψ_c . La déformation axiale permanente donnée par le calcul avec homogénéisation est successivement surestimée puis sous-estimée de sorte que l'écart relatif entre les simulations pas à pas et avec homogénéisation diminue puis augmente. Cette remarque peut aussi être faite pour $N_c = 50$ et $N_c = 25$. Dans le cas le plus défavorable ($\psi_c = 10^9$ et $N_c = 100$), l'erreur

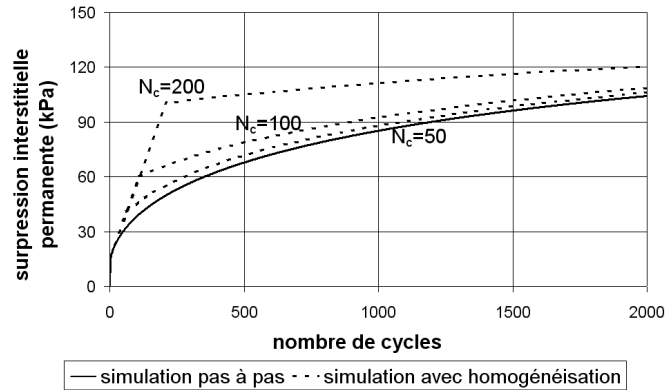


FIG. 2.22: Comparaison des simulations pas à pas et avec homogénéisation : évolution de la surpression interstitielle permanente en fonction du nombre de cycles dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété $H_0 = 1000$ (modèle « bounding surface »).

relative sur la déformation axiale permanente est de 66% à 110 cycles, de 13% à 2010 cycles, de -5% à 10010 et de -9% à 29910 cycles. Ce constat peut être expliqué par le fait que contrairement au modèle précédent, la charge et la décharge présentent un comportement élastoplastique. Il convient donc d'être très prudent sur le choix de la valeur du paramètre N_c , tout particulièrement parce que la déformation axiale permanente peut être sous-estimée. Dans ce cas, une étude de sensibilité sur ce paramètre telle qu'elle est présentée figure 2.23 dans le cas $\psi_c = 10^9$ est indispensable.

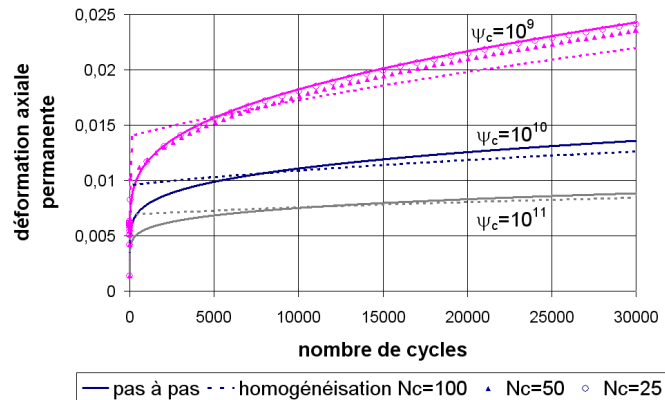


FIG. 2.23: Comparaison des simulations pas à pas et avec homogénéisation : évolution de la déformation axiale permanente en fonction du nombre de cycles dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété (modèle « bulle » - élasticité linéarisée).

La figure 2.24 représente l'évolution de la surpression interstitielle permanente en fonction du nombre de cycles effectués pour différentes valeurs du paramètre ψ_c . Contrairement à la déformation axiale permanente, la surpression interstitielle permanente donnée par le calcul avec homogénéisation est surestimée tout au long de la simulation.

2.2.3.2.2 Elasticité non linéaire

Les figures 2.25 et 2.26 mettent en évidence une meilleure approximation de la déformation axiale permanente et de la surpression interstitielle permanente dans le cas d'une élasticité

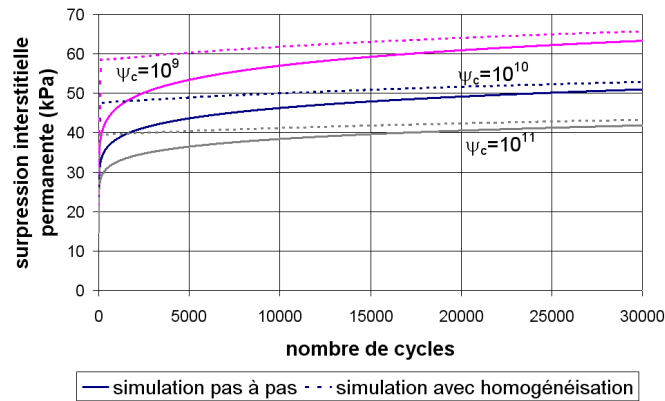


FIG. 2.24: Comparaison des simulations pas à pas et avec homogénéisation : évolution de la surpression interstitielle permanente en fonction du nombre de cycles dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété $N_c = 100$ (modèle « bulle » - élasticité linéarisée).

non linéaire que dans le cas d'une élasticité linéaire (Fig. 2.23 et 2.24). Au vu des remarques concernant l'introduction d'une élasticité non linéaire, il semble que les différentes erreurs liées à la résolution par homogénéisation se compensent et conduisent de ce fait à un résultat meilleur. En l'état actuel du travail, la compensation des erreurs est difficile à maîtriser et rend délicate l'estimation a priori de la qualité de l'approximation.

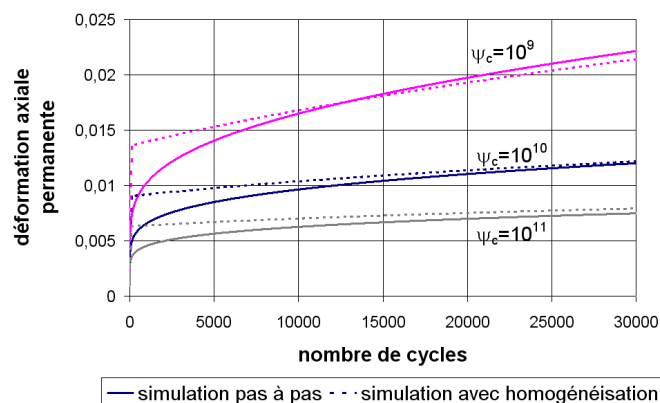


FIG. 2.25: Comparaison des simulations pas à pas et avec homogénéisation : évolution de la déformation axiale permanente en fonction du nombre de cycles dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété $N_c = 100$ (modèle « bulle »).

2.2.4 Conclusions

Dans cette première partie, nous avons cherché à valider numériquement l'approche par homogénéisation temporelle en champ de contraintes homogène. Pour ce faire nous avons testé cette méthode sur deux modèles en considérant successivement une élasticité linéaire, puis une élasticité non linéaire. Le paramètre N_c pilote directement le gain en temps de calcul : le calcul avec homogénéisation est N_c fois plus rapide que le calcul pas à pas. La détermination de N_c dépend de la valeur du temps caractéristique t_r et de la précision de l'approximation souhaitée par l'utilisateur pour un nombre de cycles donné.

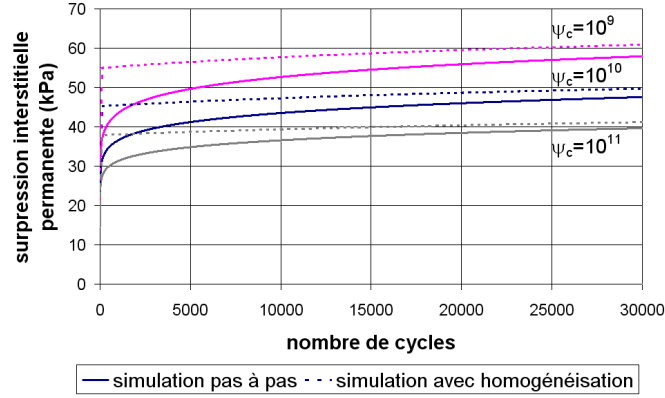


FIG. 2.26: Comparaison des simulations pas à pas et avec homogénéisation : évolution de la surpression interstitielle permanente en fonction du nombre de cycles dans le cas d'un essai triaxial non drainé répété $N_c = 100$ (modèle « bulle »).

2.3 Cas non homogène - méthode des éléments finis

L'objectif de cette seconde partie est d'implanter un module d'homogénéisation dans un logiciel aux éléments finis (CESAR-LCPC) et de présenter les premiers résultats. L'utilisation du module d'homogénéisation nécessite l'implantation d'un modèle de comportement cyclique. Le modèle « bulle » a été retenu parce qu'il permet une meilleure représentation du comportement réel. Après avoir introduit brièvement la méthode des éléments finis et la méthode des contraintes initiales, nous nous attachons à décrire l'implantation du modèle de comportement et celle du module d'homogénéisation dans CESAR-LCPC. Finalement la simulation d'un essai pressiométrique cyclique est réalisée. Au vu des résultats, une réflexion est menée sur la conduite à tenir dans le cas de simulation en champ de contraintes non homogène.

2.3.1 Méthode des éléments finis

2.3.1.1 Introduction

Considérons un volume Ω de frontière Γ soumis à des forces volumiques b et à des conditions aux limites en déplacement et en contrainte telles que :

$$\begin{aligned} u &= \bar{u} \text{ sur } \Gamma_u \\ \sigma.n &= \bar{t} \text{ sur } \Gamma_t \\ \Gamma_u \cup \Gamma_t &= \Gamma \\ \Gamma_u \cap \Gamma_t &= \emptyset \end{aligned}$$

D'après les notations de [119], le principe des travaux virtuels appliqué à ce volume Ω s'écrit (on négligera les effets d'inertie) :

$$\int_{\Omega} \delta \varepsilon^T \sigma d\Omega = \int_{\Omega} \delta u^T b d\Omega + \int_{\Gamma_t} \delta u^T \bar{t} d\Gamma, \forall \delta u / \delta u = 0 \text{ sur } \Gamma_u$$

où b sont les forces volumiques et δu (respectivement $\delta\varepsilon$) représente le déplacement virtuel (respectivement la déformation linéarisée associée au déplacement virtuel).

On note les approximations éléments finis des déplacements et des déplacements virtuels par (on suppose les déplacements indépendants du temps) :

$$u(x) = N(x)\tilde{u} \text{ et } \delta u(x) = N(x)\delta\tilde{u}$$

où N correspond aux fonctions de forme et \tilde{u} aux valeurs nodales de la fonction solution.

$$\delta\varepsilon = S\delta u = B\delta\tilde{u}$$

où S représente l'opérateur gradient symétrique et B sa contrepartie discrète.

Le principe des travaux virtuels s'écrit alors :

$$\int_{\Omega} B^T \sigma d\Omega = \int_{\Omega} N^T b d\Omega + \int_{\Gamma_t} N^T \bar{t} d\Gamma$$

Il convient alors de résoudre :

$$P(\sigma) = F \tag{2.5}$$

où $P(\sigma) = \int_{\Omega} B^T \sigma d\Omega$ et $F = \int_{\Omega} N^T b d\Omega + \int_{\Gamma_t} N^T \bar{t} d\Gamma$.

La non-linéarité de la loi de comportement impose une méthode itérative de résolution. Dans la suite, la méthode des contraintes initiales est détaillée, car l'implantation de notre module d'homogénéisation repose sur l'utilisation de cette méthode.

2.3.1.2 Méthode des contraintes initiales

La méthode des contraintes initiales, introduite par Zienkiewicz [120] (cité par [107]), consiste à traiter les déformations plastiques générées par le chargement comme des déformations imposées. On définit alors $C\varepsilon^p$ la contrainte hors-équilibre considérée comme une contrainte initiale. A la contrainte hors-équilibre, on associe une force hors-équilibre $F^p = \int_{\Omega} B^T C\varepsilon^p d\Omega$. En supposant la déformation totale comme la somme des déformations élastique et plastique, l'équation (2.5) s'écrit alors :

$$\begin{aligned} P(\sigma) &= F \\ \int_{\Omega} B^T (C\varepsilon^e + \sigma_0) d\Omega &= F \\ \int_{\Omega} B^T C(\varepsilon - \varepsilon^p) d\Omega &= F - \int_{\Omega} B^T \sigma_0 d\Omega \\ \int_{\Omega} B^T C\varepsilon d\Omega &= F - \int_{\Omega} B^T \sigma_0 d\Omega + \int_{\Omega} B^T C\varepsilon^p d\Omega \\ Ku &= F - \int_{\Omega} B^T \sigma_0 d\Omega + \int_{\Omega} B^T C\varepsilon^p d\Omega \\ Ku &= F - \int_{\Omega} B^T \sigma_0 d\Omega + F^p \end{aligned}$$

où σ_0 représente l'état de contraintes initial du sol assurant l'équilibre mécanique pour les sols naturels au repos et K correspond à la matrice de rigidité élastique.

Considérons la résolution à l'incrément $n+1$ en supposant connu l'état de contraintes σ_n , de déformations (totales ε_n et plastiques ε_n^p) et les variables internes α_n ainsi que l'incrément de charge ΔQ_{n+1} . On cherche à résoudre l'équation (2.6), c'est-à-dire à déterminer ΔF_{n+1}^p et Δu_{n+1} , tout en vérifiant la loi de comportement.

$$K\Delta u_{n+1} = \Delta Q_{n+1} + \Delta F_{n+1}^p \quad (2.6)$$

L'algorithme de résolution est présenté figure 2.27. Une interprétation graphique de la méthode des contraintes initiales est donnée figure 2.28.

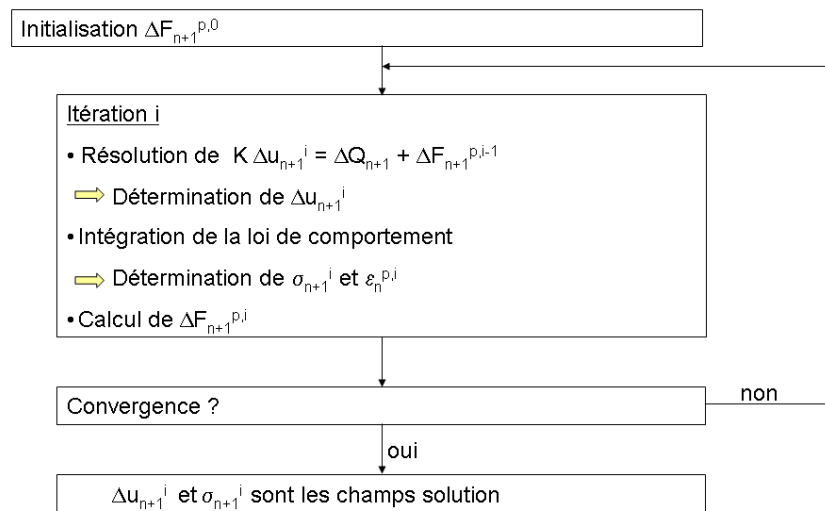


FIG. 2.27: Algorithme de résolution d'un incrément par la méthode des contraintes initiales.

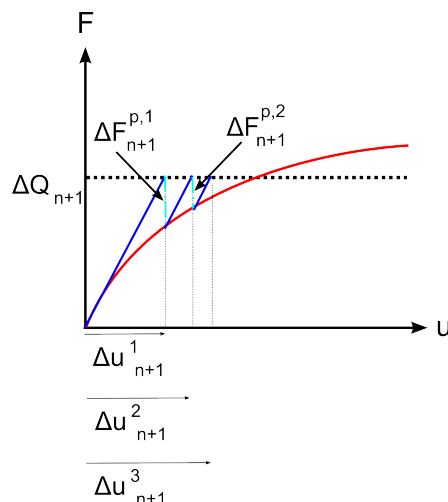


FIG. 2.28: Résolution par la méthode des contraintes initiales.

L'élasticité non linéaire est traitée comme une élasticité linéaire par morceaux : la matrice de rigidité élastique est supposée constante au cours d'un incrément.

2.3.2 Implantation du modèle « bulle » dans le code aux éléments finis

Dans la version de développement V4.2 CESAR-LCPC fournie par le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, une « boîte à outils » pour les modèles de comportement est introduite dans le module MCNL (Mécanique, Comportement Non Linéaire)³. L'objectif est de pouvoir choisir dans une bibliothèque une loi élastique X , une surface de charge Y et un potentiel Z afin de définir un modèle de comportement à la carte. Cette boîte à outils permet de plus de traiter l'élasticité non linéaire : la matrice d'élasticité est considérée comme constante au cours d'un incrément [13]. Le module MCNL n'est a priori pas dédié aux simulations en conditions non drainées, puisqu'il ne permet pas la résolution de problèmes hydromécaniques. Cependant dans le cas particulier de non-drainage total (pas d'écoulement interne), il est possible de résoudre l'équation d'équilibre en termes de contraintes totales tout en intégrant la loi de comportement en termes de contraintes effectives. Une explication plus détaillée est proposée dans [86]. Cette méthode de résolution est implantée dans la version de développement fournie par le LCPC.

L'implantation du modèle « bulle » a été réalisée en suivant au mieux la structure générale du code initial. Une loi élastique non linéaire préexistante a été légèrement modifiée. Le comportement élastoplastique a été implanté en tant qu'une seule fonction de charge (la loi est associée, par conséquent la fonction de charge et le potentiel sont identiques). Nous avons suivi la méthode adoptée dans la routine FORTRAN en champ de contraintes homogène, en distinguant le cas où la surface cinématique est active du cas où la surface limite est active (cf. paragraphe 1.3.3.3). Cette implantation a été validée par comparaison des résultats obtenus avec la routine FORTRAN utilisée en champ de contraintes homogène. L'intégration de cette loi de comportement est explicite et nécessite par conséquent des incréments de chargement très petits.

2.3.3 Implantation du module d'homogénéisation

Dans le cas de l'homogénéisation, la déformation plastique finale après un grand incrément (correspondant à N_c cycles) est connue. En effet la loi de comportement homogénéisée ne donne pas, comme c'est le cas dans les lois de comportement élastoplastiques classiques, la déformation plastique via l'état de contraintes et les variables internes. La résolution avec homogénéisation s'appuie sur la méthode des contraintes initiales au sens où l'on définit un vecteur force ΔF^p associé aux déformations plastiques générées pendant un cycle. Contrairement à la méthode des contraintes initiales, les déformations plastiques finales sont connues et permettent un schéma direct (i.e. sans itérations).

Comme précisé précédemment, nous nous intéressons au cas où N_c est un entier naturel. Nous supposons que les 10 premiers cycles sont irréguliers (simulations pas à pas) et commençons l'homogénéisation à partir du 11^{ème} cycle. Les champs de contraintes et de déplacements, ainsi que les variables internes (variables d'érouissage et champ de déformations plastiques) sont conservés dans le fichier binaire *initial*. Le calcul avec homogénéisation commence. A partir de l'état initial caractérisé par le fichier binaire *initial*, on simule pas à pas un cycle. Les champs de contraintes et de déplacements, les variables

3. Afin de nous approprier les règles générales de programmation adoptées par l'équipe de développement du LCPC dans le cadre de ce module, nous nous sommes reportés au manuel [65].

internes et le vecteur force ΔF_{cycle}^p sont conservés dans le fichier binaire *cycle*. A partir de l'état initial caractérisé par le fichier binaire *initial* et des informations apportées par le fichier binaire *cycle*, le problème macrochronologique est résolu. Le champ des déformations plastiques et la variable d'écroutissage isotrope (nous verrons par la suite comment sont traitées les variables d'écroutissage cinématique) sont extrapolés et actualisés selon les équations :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{fin}^p &= \varepsilon_{initial}^p + N_c \cdot (\varepsilon_{cycle}^p - \varepsilon_{initial}^p) \\ \alpha_{fin} &= \alpha_{initial} + N_c \cdot (\alpha_{cycle} - \alpha_{initial})\end{aligned}$$

Puis l'équation (2.6) est résolue. Dans ce cas, le chargement ΔQ est nul puisque N_c est un entier naturel et $\Delta F^p = N_c \cdot \Delta F_{cycle}^p$ est connu d'après la simulation du cycle de référence. La résolution de cette équation revient à faire un calcul élastique linéaire à déformations plastiques imposées (nous verrons par la suite comment est traitée l'élasticité non linéaire). Les champs de contraintes et de déplacements, ainsi que les variables internes sont conservés dans le fichier binaire *fin*. Finalement le fichier binaire *fin* est copié dans le fichier binaire *initial*, afin de réinitialiser le processus pour le calcul de l'incrément « macrochronologique » suivant. La figure 2.29 met en évidence la structure générale d'une simulation avec homogénéisation et la gestion des différents fichiers.

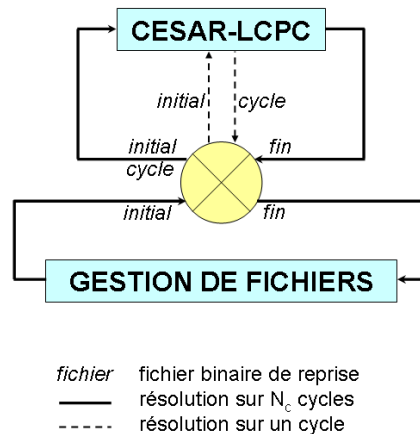


FIG. 2.29: Organigramme de résolution avec homogénéisation.

Le module d'homogénéisation a été développé dans un souci de cohérence avec la structure préexistante.

- La reprise d'un calcul pilotée par les modules INI (qui permet l'initialisation du calcul de reprise) et STK (qui permet la mémorisation de l'état final en vue d'un calcul de reprise) a été complétée par un module HOM, qui permet de prendre en compte les résultats obtenus par la simulation pas à pas du premier cycle de l'incrément (cycle de référence) conservés dans le fichier binaire *cycle*.
- La méthode des contraintes initiales nécessite la détermination de la force hors-équilibre (ΔF^p appelée VRES dans CESAR-LCPC) à chaque itération. Nous avons donc introduit une variable qui permet d'accumuler ces forces hors-équilibre et gardé en mémoire le résultat de cette accumulation dans le fichier binaire STK.
- Afin d'assurer un calcul élastique linéaire alors que le fichier d'entrée *cycle_Nc.data* stipule une loi élastoplastique, l'intégration de la loi de comportement est modifiée

| ν | κ | λ | e_0 | M_c | p'_{c0} (kPa) | R | ψ_c | ξ | R_ψ |
|-------|----------|-----------|-------|-------|-----------------|-----|-----------|-------|----------|
| 0,3 | 0,08 | 0,23 | 1,15 | 1 | 200 | 0,1 | 10^{10} | 8 | 1 |

TAB. 2.3: Paramètres du modèle « bulle » utilisés pour la validation du module d'homogénéisation implanté dans CESAR-LCPC en champ de contraintes homogène.

lorsque le module HOM est présent dans le fichier d'entrée. Les déformations plastiques actualisées sont directement imposées.

- L'élasticité non linéaire est traitée comme dans l'étude préalable en champ de contraintes homogène. Lors du calcul pas à pas du premier cycle de l'incrément, la valeur du module d'Young est, à chaque point d'intégration, accumulée, moyennée puis conservée dans le fichier binaire *cycle*. Elle est ensuite réinjectée lors de la résolution du problème macrochronologique.

Du fait du modèle utilisé (modèle « bulle »), le module d'homogénéisation a dû être complété. L'actualisation du centre de la surface cinématique est réalisée en accord avec l'étude préalable en champ de contraintes homogène. Lors du calcul pas à pas du cycle de référence, l'incrément de déformation plastique correspondant à la dernière itération pour laquelle il y a plastification est conservé, pour chaque point d'intégration, dans le fichier binaire *cycle*. Ces incréments sont ensuite exploités lors de la résolution du problème macrochronologique.

Cette implantation a été validée par comparaison des résultats obtenus avec la routine FORTRAN utilisée en champ de contraintes homogène dans le cas d'un maillage à quatre éléments rectangulaires à 8 nœuds. Les figures 2.30 et 2.31 représentent les évolutions de la déformation axiale permanente et de la surpression interstitielle permanente données par les résolutions pas à pas et avec homogénéisation ($N_c = 100$) avec la routine FORTRAN et celles données par la résolution avec homogénéisation avec le code aux éléments finis CESAR-LCPC. Les résultats obtenus avec une élasticité linéaire et une élasticité non linéaire montrent une bonne adéquation. Les paramètres choisis pour les différentes simulations sont donnés dans le tableau 2.3.

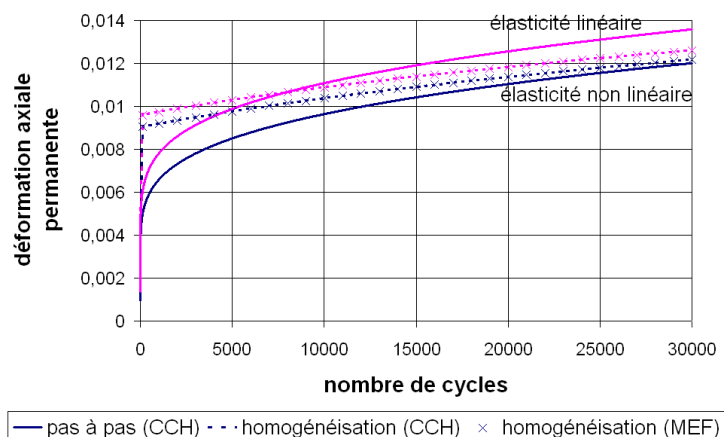


FIG. 2.30: Validation du module d'homogénéisation ($N_c = 100$) implanté dans CESAR-LCPC en termes de déformation sur un essai triaxial non drainé répété (CCH - routine pour un essai en champ de contraintes homogène et MEF - méthode des éléments finis).

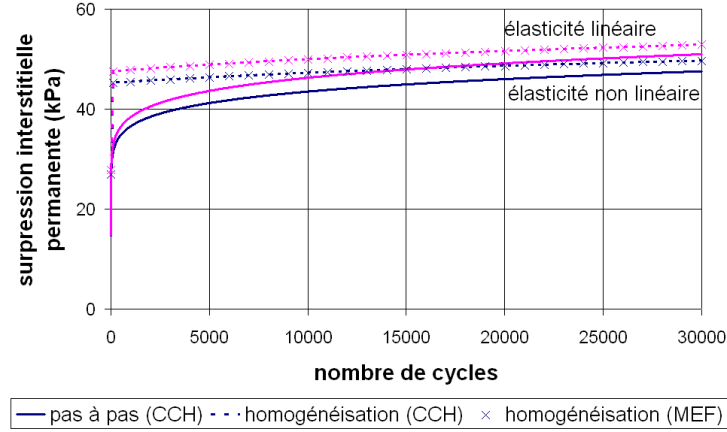


FIG. 2.31: Validation du module d'homogénéisation implémenté dans CESAR-LCPC en termes de surpression interstitielle sur un essai triaxial non drainé répété (CCH - routine pour un essai en champ de contraintes homogène et MEF - méthode des éléments finis).

| ν | E (kPa) | λ | e_0 | M_c | M_{ratio} | p'_{c0} (kPa) | R | ψ_c | ξ | R_ψ |
|-------|-----------|-----------|-------|-------|-------------|-----------------|-----|-----------|-------|----------|
| 0,3 | 1612,5 | 0,23 | 1,15 | 1 | 1 | 50 | 0,1 | 10^{10} | 8 | 1 |

TAB. 2.4: Paramètres du modèle « bulle » utilisés pour la validation du module d'homogénéisation implémenté dans CESAR-LCPC dans le cas d'un essai pressiométrique non drainé répété.

Afin de tester le module d'homogénéisation temporelle en champ de contraintes non homogène, un essai pressiométrique cyclique est simulé. Nous considérons une modélisation axisymétrique et l'état de déformation plane dans la direction verticale. L'essai simulé est non drainé répété : on applique un accroissement maximal de pression de 25 kPa dans la sonde. L'état initial est considéré isotrope de contrainte moyenne effective égale à 50 kPa. Nous faisons l'hypothèse que le comportement élastoplastique ne dépend pas de l'angle de Lode ($M_{ratio} = 1$ et $R_\psi = 1$), la version actuellement programmée dans CESAR-LCPC ne permettant pas de prendre en compte les variations de cet angle. Afin de s'affranchir du biais systématique dû à l'élasticité non linéaire, nous considérerons une élasticité linéaire. Dans ces conditions, le tableau 2.4 renseigne les valeurs données aux différents paramètres.

La figure 2.32 représente l'évolution du rapport $u_{perm}(a)/a$, où a est le rayon de la sonde et $u_{perm}(a)$ le déplacement radial de la paroi à la fin d'un cycle, dans les cas d'une résolution pas à pas et d'une résolution par homogénéisation ($N_c = 1$ et 10). La première remarque concerne le décalage entre les courbes numériques pas à pas et avec homogénéisation pour $N_c = 1$. L'écart relatif est maximal (7%) au 100^{ème} cycle. Ce décalage apparaît dès le second incrément résolu par homogénéisation et est lié à l'actualisation du centre de la surface cinématique. En effet, en champ de contraintes non homogène, il peut exister un point d'intégration pour lequel le comportement en fin du cycle de référence est élastique. Dans ce cas, compte tenu de ce qui a été dit précédemment concernant l'actualisation du centre de la surface cinématique dans le cas d'une simulation avec homogénéisation, l'état de contraintes est situé sur la surface. Dans le cas pas à pas, l'état de contraintes est situé à l'intérieur de cette surface. Ce constat explique l'écart observé entre les courbes numériques pas à pas et avec homogénéisation pour $N_c = 1$. Même si réaliser une simulation avec homogénéisation pour $N_c = 1$ n'a aucun intérêt en termes de temps de calcul, cette

remarque permet de distinguer différentes catégories d'erreur et par là même de mieux les analyser pour être capable de proposer des solutions numériques efficaces.

Par rapport à la résolution pas à pas, les résultats donnés par la résolution avec homogénéisation pour $N_c = 10$ surestiment le rapport $u_{perm}(a)/a$ de 9,7%, alors que la différence entre les deux résolutions avec homogénéisation reste inférieure à 2,5%.

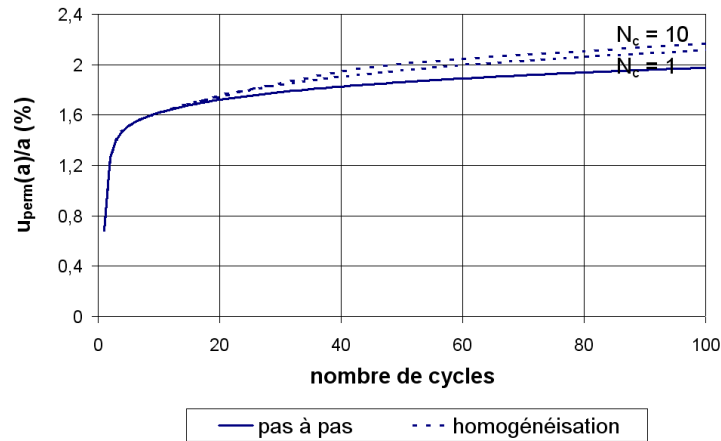


FIG. 2.32: Evolution du rapport $u_{perm}(a)/a$ dans le cas d'un essai pressiométrique non drainé répété.

2.3.4 Conclusions

Basée sur la méthode des contraintes initiales, l'implantation du module d'homogénéisation dans le code CESAR-LCPC a pu être réalisée avec un minimum de modifications. Cependant, selon le modèle de comportement utilisé, il convient d'apporter certains compléments. Dans le cas présent, nous avons basé l'actualisation du centre de la surface cinématique sur l'étude de la simulation en champ de contraintes homogène. Il semble que le choix qui a été fait ne soit pas aussi satisfaisant dans le cas d'une simulation en champ de contraintes non homogène. Une des perspectives de ce travail consiste à rechercher une règle d'actualisation qui permettrait une meilleure adéquation entre la simulation pas à pas et la simulation avec homogénéisation pour $N_c = 1$.

2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons détaillé la mise en œuvre de l'homogénéisation temporelle. Dans un ordre croissant de difficultés, nous avons traité d'abord le cas d'un essai en champ de contraintes homogène, puis avons développé un module d'homogénéisation dans un code aux éléments finis et présenté les premiers résultats relatifs à un essai pressiométrique cyclique. Cette démarche fait apparaître deux interrogations principales.

1. Est-ce que l'existence de deux échelles de temps distinctes est assurée ? Autrement dit est-ce que le rapport $\zeta = \tau_0/t_r$ est suffisamment petit devant 1 ? Pour répondre à ces questions, la démarche à suivre dépend de l'objectif final. Si les résultats de l'homogénéisation sont confrontés à un essai, alors il est possible d'évaluer le temps

caractéristique du phénomène directement à partir de la (des) courbe(s) expérimentale(s) (cf. chapitre 4). S'ils sont confrontés à une simulation, il convient de mener une étude de sensibilité sur les paramètres et ainsi d'établir des relations entre le temps caractéristique et ces paramètres.

2. Est-ce que le modèle de comportement retenu introduit des mécanismes particuliers qui nécessitent des aménagements dans la résolution par homogénéisation ?
 - La méthode d'homogénéisation temporelle telle qu'elle est présentée dans le chapitre 1 considère un modèle de comportement à écrouissage isotrope et à élasticité linéaire. Dans ce chapitre, nous utilisons deux modèles de comportement. Contrairement à l'écrouissage introduit dans le modèle basé sur le principe de la « bounding surface », celui utilisé dans le modèle « bulle » est isotrope et cinématique. Lors de la résolution du problème macrochronologique, l'actualisation du centre de la surface cinématique est réalisée de sorte qu'il y ait, dans le cas d'une élasticité linéaire et d'un essai en champ de contraintes homogène, parfaite adéquation entre la résolution pas à pas et la résolution par homogénéisation pour $N_c = 1$. Au vu des résultats en champ de contraintes non homogène, il semble qu'il soit nécessaire dans le cas du modèle « bulle » de réaliser une étude plus systématique sur l'actualisation du centre de la surface cinématique.
 - Les deux modèles étudiés introduisent une élasticité non linéaire. Lors de la résolution du problème macrochronologique, le tenseur d'élasticité est considéré comme constant au cours d'un incrément et égal à sa moyenne sur un cycle. Cet aménagement introduit un biais systématique dans la résolution par homogénéisation.

Une fois que des réponses à ces interrogations ont été apportées, une étude de sensibilité sur le paramètre N_c doit être réalisée. En effet, les résultats donnés par le modèle « bulle » montrent qu'il est difficile de prédire a priori la qualité de l'approximation. Il convient donc d'assurer un compromis satisfaisant entre la qualité de l'approximation pour un nombre de cycles donné et le gain en temps de calcul. De plus, dans ce travail, il n'a pas été envisagé de modifier la valeur de N_c au cours de la simulation. L'augmentation progressive de ce paramètre permettrait d'augmenter l'efficacité de la méthode d'homogénéisation temporelle. Une des perspectives de ce travail consiste à développer une méthode à pas adaptatif.

Identification de paramètres : méthodologie et application

3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous nous sommes intéressés à la validation numérique de l'homogénéisation temporelle. L'utilisation de cette méthode pour la simulation d'ouvrages nécessite la détermination des paramètres du modèle de comportement retenu. Cette dernière exige une attention toute particulière de la part de l'utilisateur car de sa qualité dépend la fiabilité des calculs de dimensionnement.

L'objectif de ce chapitre consiste à proposer et à valider une méthode d'identification de paramètres efficace et objective. Dans une première partie, la méthode proposée est détaillée. Cette description s'appuie sur une étude bibliographique qui met en évidence les difficultés éprouvées lors de l'identification de paramètres et les solutions mises en œuvre pour y remédier. Dans une seconde partie, l'application de cette méthode permet d'identifier les paramètres utiles pour la simulation numérique d'un ouvrage sous chargement monotone. Nous réaliserons dans le chapitre suivant une identification de paramètres à partir d'essais cycliques.

3.2 Méthodologie

3.2.1 Problématique de l'identification de paramètres

Confronté à un problème d'identification, l'utilisateur doit s'intéresser avant tout à la signification des paramètres, leur sensibilité vis-à-vis des chemins de contraintes considérés (celui de l'essai d'identification et celui du calcul de dimensionnement) et leur plage de valeurs admissibles. Hicher et Shao [40] distinguent les paramètres reliés directement au comportement expérimental qui ont une signification physique (par exemple le module d'Young) des paramètres « numériques » qui n'en ont pas (par exemple les paramètres contrôlant la forme de la surface de charge). Une détermination simple des paramètres du premier groupe est généralement possible car elle repose sur l'exploitation de courbes

d'essais sur des chemins particuliers via des constructions géométriques simples (tangente, point d'inflexion ou asymptote). Dans le cas du second groupe, il est nécessaire de développer de nouvelles procédures, qui analysent l'ensemble des résultats expérimentaux. Selon le type de paramètres à identifier, on peut donc utiliser des méthodes directes (analytiques ou à base de corrélations) ou des méthodes indirectes (méthodes d'optimisation).

Les progrès en informatique ont rendu possible le développement et l'utilisation de lois rhéologiques plus sophistiquées [96], pour lesquelles les méthodes directes sont parfois difficiles à mettre en place. De plus l'identification par méthode directe est basée sur une approche séquentielle : les paramètres sont déterminés les uns après les autres. Une erreur même faible sur l'un d'entre eux peut influencer significativement les autres [75]. Dans la suite, nous nous intéresserons seulement aux méthodes indirectes, qui permettent de traiter l'ensemble des paramètres et des mesures simultanément. Le lecteur intéressé par les méthodes directes pourra se référer à [40]. Les méthodes indirectes consistent à trouver les paramètres du modèle qui assurent la meilleure adéquation entre les résultats expérimentaux et analytiques/numériques le long d'un chemin de contraintes défini par l'essai. Cette recherche, si elle n'est pas dirigée par un processus d'optimisation, est appelée calage. Dans ce cas, l'analyse est souvent lourde, peu objective et pas exhaustive. L'utilisation d'un processus d'optimisation rend la recherche plus objective. On parle alors d'analyse inverse.

3.2.2 Identification par analyse inverse : un problème d'optimisation

3.2.2.1 Principe

L'analyse inverse consiste à déterminer les paramètres du modèle qui minimisent une certaine fonction, appelée fonction coût ou fonction erreur (ou même parfois fonction objectif). Cette fonction mesure l'écart entre des résultats expérimentaux à partir desquels on veut identifier les paramètres et des résultats analytiques/numériques qui simulent les essais sélectionnés. La nature de la simulation (analytique ou numérique) dépend essentiellement de la complexité du modèle de comportement et des conditions aux limites. Dans la suite, en raison de l'essor des méthodes numériques et afin d'alléger la rédaction, nous utiliserons le terme « simulation » pour désigner une simulation numérique et préciserons « simulation analytique » le cas échéant.

3.2.2.2 Un problème généralement mal posé

Avant de chercher à résoudre le problème inverse, il est nécessaire de le formuler. Pour ce faire, il convient dans un premier temps de définir la (ou les) courbe(s) expérimentale(s) que l'on souhaite exploiter et les paramètres que l'on souhaite identifier. D'une part, il faut discerner les paramètres déterminants dans la simulation de l'ouvrage que l'on souhaite dimensionner. D'autre part, il faut vérifier que l'identification de ces paramètres déterminants est possible à partir des essais retenus, c'est-à-dire que leur sensibilité est suffisante. Dans un second temps, la connaissance a priori du comportement du sol et/ou bien l'exploitation directe des courbes d'essais supplémentaires permettent de définir les domaines admissibles pour les différents paramètres. Nous verrons au paragraphe 3.3 comment appliquer ces propos.

Malgré ce travail préalable, le problème tel qu'il est formulé ici reste un problème mathématique généralement mal posé, dans la mesure où l'existence et l'unicité de la solution ne sont pas assurées. Concernant l'existence de solution, on peut imaginer que le modèle ne puisse pas reproduire l'essai, compte tenu de ses imperfections ou des erreurs de mesure et de simulation. Cette difficulté peut être surmontée en autorisant une certaine erreur sur la fonction coût. Le problème de l'unicité peut être d'ordre mathématique ou physique. D'une part, le problème inverse peut générer des solutions mathématiques physiquement inacceptables, que l'utilisateur doit éliminer [96]. D'autre part, plusieurs jeux de paramètres peuvent conduire sensiblement aux mêmes courbes numériques. Ce problème est accentué dans le cas où l'on accepte une certaine erreur sur la fonction coût.

3.2.2.3 Choix de la fonction coût et de la méthode d'optimisation

La fonction coût mesure l'écart entre les résultats expérimentaux et numériques et doit par conséquent converger vers 0 lorsque la courbe numérique tend vers la courbe expérimentale. Elle est traditionnellement définie par l'équation :

$$F_{err}(x, p) = \left[\sum_{i=1}^N \omega_i |d_{exp}^i - d_{num}^i(x, p)|^m \right]^{1/m} \quad (3.1)$$

où F_{err} est la fonction coût

$N \in \mathbb{N}^*$ est le nombre de valeurs comparées ; $m \in \mathbb{N}^*$

x est le vecteur des variables de décision ou variables d'optimisation. Dans le cas de l'analyse inverse, il correspond au vecteur des paramètres à identifier.

p est le vecteur des paramètres fixes

d_{exp}^i est la $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur des valeurs expérimentales, d_{num}^i est la $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur des valeurs numériques

ω_i est la $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur poids ω .

Le vecteur poids ω permet d'augmenter ou de diminuer le poids d'une composante de l'écart entre les valeurs expérimentales et numériques vis-à-vis des autres composantes et ainsi de contrôler l'importance de chaque point de mesure. Il peut être fonction de la valeur mesurée ou de l'erreur estimée associée à la mesure [40].

Le choix de la valeur de m peut influencer la recherche de la solution inverse et rendre subjective la démarche. En effet, Marescot [58] indique que la norme quadratique \mathcal{L}_2 ($m = 2$), qui correspond à la méthode des moindres carrés, suppose une distribution gaussienne de l'erreur sur les données. Cette caractéristique rend la norme quadratique parfois peu robuste car très sensible à un petit nombre d'erreurs importantes [109]. C'est pourquoi il est nécessaire dans ce cas de supprimer les mesures trop écartées de la distribution, qui auraient une grande influence sur la fonction erreur. Dans le cas de données fortement perturbées, l'utilisation des normes \mathcal{L}_1 ($m = 1$) ou $\mathcal{L}_{0,5}$ ($m = 0,5$) donne de meilleurs résultats. De la même façon, l'utilisation de la norme \mathcal{L}_∞ ($m = \infty$) (Eq. 3.2) assure une valeur minimale pour chacune des composantes de l'écart entre les valeurs expérimentales et numériques et doit donc être évitée dans le cas d'un point de mesure isolé.

$$F_{err}(x, p) = \max_{i \in [1, N]} [\omega_i \|d_{exp}^i - d_{num}^i(x, p)\|] \quad (3.2)$$

Le processus d'identification des paramètres est intimement lié à la forme de la fonction coût. A priori la fonction coût telle qu'elle est définie peut présenter plusieurs minima : un minimum global et des minima locaux. Par ailleurs, compte tenu des imperfections du modèle de comportement, des erreurs de mesure et de simulation, on peut s'interroger sur la signification de ces minima (locaux et globaux). Ces deux remarques mettent en évidence deux difficultés majeures dans le processus d'identification. La première difficulté concerne la recherche systématique et mathématique du minimum global. Selon la forme de la fonction coût, elle est parfois délicate. Par exemple, la présence d'un plateau autour du minimum global ou le nombre important de minima locaux peut affecter la recherche du minimum global. Des méthodes d'optimisation adaptées sont nécessaires. La seconde difficulté est liée non pas au problème mathématique d'optimisation mais au problème physique d'identification. Parmi les solutions mathématiques proposées par les méthodes d'optimisation, l'utilisateur doit déterminer les meilleurs paramètres en mobilisant son savoir-faire et sa connaissance du terrain. Il est donc souhaitable que les méthodes d'optimisation proposent une large gamme de solutions au problème inverse.

3.2.2.4 L'analyse inverse en géotechnique

Les simulations réalisées dans le cadre d'une analyse inverse sont analytiques ou numériques (le plus souvent via la méthode des éléments finis). Dano [17] et Pons et Elorza [82] utilisent une solution analytique de l'essai pressiométrique pour identifier les paramètres de sols. Cependant dans la plupart des cas, on privilégie une simulation numérique par la méthode des éléments finis, qui rend possible la résolution de problèmes aux limites plus complexes [117, 53].

Les essais exploités dans le cadre d'une analyse inverse peuvent être des essais en laboratoire ou in situ. Les essais en laboratoire ont l'avantage de permettre un meilleur contrôle des conditions expérimentales. Ils sont d'ailleurs le plus souvent des essais homogènes en contraintes et en déformations, ce qui facilite leur exploitation et rend parfois inutile la mise en place d'une analyse inverse au vu de ce qui a été dit au paragraphe 3.2.1. Cependant dans le cas de modèles de comportement complexes, l'analyse inverse peut s'avérer nécessaire. Les essais en laboratoire font souvent appel à des échantillons remaniés. On peut donc s'interroger sur la représentativité du sol, tout particulièrement sur le comportement du sol au début de l'essai. Une identification des paramètres d'élasticité à partir d'un essai en laboratoire peut se révéler délicate. En revanche, on peut supposer que, sous certaines conditions, les paramètres liés à la rupture peuvent être identifiés correctement. Si un bon contrôle des conditions expérimentales est assuré, les essais in situ ont sans doute un rôle à jouer dans l'identification de paramètres.

En ce qui concerne le choix de la fonction erreur, une large majorité des auteurs utilisent la méthode des moindres carrés avec des coefficients de pondération égaux à 1 [28, 82, 4]. Sur la base de cette méthode, Levasseur [52] propose une pondération ω :

$$\omega_i = \frac{1}{N(\Delta d^i)^2}$$

où $\Delta d^i = \varepsilon + \alpha d_{exp}^i$ représente l'erreur expérimentale et/ou numérique au point de mesure expérimental i . ε caractérise une valeur absolue, α une valeur relative adimensionnelle. Généralement ces paramètres sont reliés aux erreurs des instruments de mesure. Levasseur

montre que le choix de ces paramètres détermine la topologie de la fonction erreur et par là même a des conséquences sur l'optimisation. Pal et al. [75] proposent de définir la fonction erreur comme le rapport de l'aire entre les courbes expérimentale et numérique sur l'aire du rectangle formé par les valeurs maximales et minimales en abscisse et en ordonnée obtenues expérimentalement (Fig. 3.1). Afin d'améliorer l'efficacité de la fonction coût, ils ajoutent un système de pénalité. Les valeurs finales expérimentale et numérique sont comparées et plus la différence est grande, plus le terme de pénalité ajouté à la fonction coût est élevé.

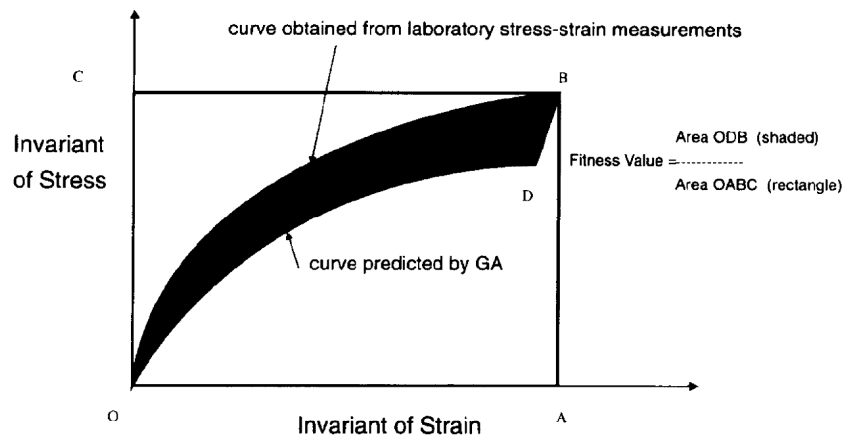


FIG. 3.1: Une définition possible de la fonction erreur (d'après Pal et al. [75]).

Certains auteurs [27, 49, 50, 109, 96] ont utilisé une approche probabiliste afin de prendre en compte les incertitudes expérimentales et/ou une connaissance a priori des paramètres des modèles rhéologiques. Cette méthode consiste à formuler le problème inverse non plus comme la recherche du jeu de paramètres qui minimise l'écart entre les valeurs expérimentales et numériques, mais comme la recherche du jeu de paramètres qui maximise la probabilité de réaliser la mesure expérimentale. C'est pourquoi cette approche est parfois appelée l'approche du maximum de vraisemblance (« maximum likelihood method »). De plus, cette méthode permet de déterminer l'incertitude sur les paramètres estimés.

Traditionnellement en géotechnique les analyses inverses sont menées sur un seul résultat expérimental, c'est-à-dire que l'analyse inverse revient à déterminer les paramètres qui minimiseront l'écart entre les valeurs expérimentales d'une courbe expérimentale et les valeurs numériques associées. Une seule fonction erreur est définie. Cependant nous verrons au paragraphe 3.2.3.2 quels sont les avantages à définir plusieurs fonctions erreur et donc à utiliser plusieurs résultats expérimentaux simultanément. Il convient de noter qu'ils peuvent être issus soit d'un seul essai (par exemple dans le cas d'un essai triaxial les courbes donnant le déviateur des contraintes en fonction de la déformation axiale et la déformation volumique en fonction de la déformation axiale), soit de plusieurs essais sur un même matériau (par exemple dans le cas de plusieurs essais triaxiaux à différentes contraintes de confinement les courbes donnant le déviateur des contraintes en fonction de la déformation axiale).

3.2.3 Méthodes d'optimisation

Une attention toute particulière est portée aux méthodes d'optimisation. Leur efficacité, i.e. leur capacité à donner des résultats fiables et précis avec un faible coût de calcul, est déterminante. Pour ce faire, elles doivent être adaptées au caractère mal posé du problème inverse. Dans la suite, des algorithmes sont présentés, soit parce qu'ils sont traditionnellement utilisés en géotechnique, soit parce qu'ils sont à l'origine d'avancées significatives, soit parce qu'ils apparaissent comme prometteurs dans le cadre d'une analyse inverse. L'objectif n'est pas d'en faire une liste, mais de comprendre les avantages et les inconvénients de chacun, afin d'établir dans les grandes lignes la méthodologie à mettre en place pour choisir l'algorithme adéquat en fonction d'un problème donné.

3.2.3.1 Analyse inverse à partir d'un seul résultat expérimental : Optimisation mono-objectif

3.2.3.1.1 Formulation et terminologie

La formulation générique d'un problème d'optimisation s'écrit :

$$\begin{cases} x^*/F_{err}(x^*) = \min_{x \in E} F_{err}(x) \\ x_i^l \leq x_i \leq x_i^u & i = 1, \dots, n \\ h_j(x) = 0 & j = 1, \dots, J \\ g_k(x) \leq 0 & k = 1, \dots, K \end{cases}$$

où F_{err} est la fonction coût à minimiser

x est le vecteur des n variables de décision ou variables d'optimisation (vecteur des paramètres à optimiser)

x_i^l et x_i^u sont les bornes inférieure et supérieure de la variable x_i . Ces bornes définissent l'espace de décision (ou l'espace des paramètres dans le cas d'une analyse inverse) E . L'image par la fonction coût F_{err} de l'espace de décision E est inclus dans l'espace des critères. Dans le cas d'une optimisation mono-objectif, l'espace des critères se réduit à un espace à une dimension.

$h(x)$ est le vecteur contraintes d'égalité, J est le nombre de contraintes d'égalité.

$g(x)$ est le vecteur contraintes d'inégalité, K est le nombre de contraintes d'inégalité.

Dans le cas particulier de l'analyse inverse, on peut imaginer des corrélations entre les paramètres à optimiser (Eq. 3.3), respectivement des conditions qui sont nécessairement vérifiées par les paramètres (Eq. 3.4). Celles-ci peuvent être interprétées comme des contraintes d'égalité, respectivement comme des contraintes d'inégalité du problème d'optimisation.

$$\psi = \varphi - 30 \text{ en degrés} \quad (3.3)$$

où ψ et φ sont respectivement les angles de dilatance et de frottement interne (par exemple dans le cas d'une loi élastique parfaitement plastique de type Mohr-Coulomb)

$$\varphi_{car} \leq \varphi_p \quad (3.4)$$

où φ_{car} et φ_p sont respectivement les angles liés à l'état caractéristique et à l'état de résistance maximale.

Une solution est dite faisable si elle vérifie toutes les contraintes du problème.

Notons que le fait de considérer des contraintes de type « inférieur-ou-égal » (et non pas des contraintes de type « supérieur-ou-égal ») et la minimisation d'une fonction (et non pas sa maximisation) n'entame en rien la généralité du problème d'optimisation. Dans la suite, on ne s'intéressera pas au traitement des contraintes d'un problème d'optimisation ceci par souci de clarté et parce qu'aucune contrainte n'est définie dans les applications. On pourra remarquer que la corrélation (3.3) est utilisée dans l'application présentée au paragraphe 3.3. Cependant elle est utilisée afin de diminuer le nombre de paramètres et non pas traitée comme une contrainte d'égalité.

La suite de ce paragraphe est consacrée à la présentation de méthodes d'optimisation. Parmi les nombreuses classifications possibles, nous avons retenu la distinction déterministe/stochastique. Deux raisons ont motivé notre choix. Premièrement cette classification apparaît comme intuitive, dans la mesure où la compréhension de la méthode permet de suite de classer cette méthode dans la bonne catégorie. Il n'est pas nécessaire d'avoir une vue d'ensemble des méthodes, comme cela peut être le cas avec d'autres classifications qui seront présentées en conclusion (cf. paragraphe 3.2.3.1.5). Deuxièmement cette classification met en avant une caractéristique fondamentale des méthodes. L'utilisation de procédures stochastiques peut s'avérer déterminante en optimisation, dans la mesure où l'on accepte l'introduction du hasard. Nous verrons dans la suite comment ce hasard est contrôlé et comment parfois il permet de « sortir d'un mauvais pas ».

3.2.3.1.2 Méthodes déterministes

Méthodes de gradient

Les méthodes de gradient ne peuvent être utilisées que dans le cas de fonctions coût continues et dérivables. Ce sont des méthodes itératives qui utilisent le calcul des dérivées. Pour les méthodes de plus grande pente et du gradient conjugué, on détermine le vecteur des paramètres à l'itération $k + 1$ par :

$$x^{k+1} = x^k + \alpha^k d^k \quad (3.5)$$

où $x^k (k \in \mathbb{N})$ est le vecteur des paramètres à optimiser à l'itération k du processus d'optimisation, d^k la direction de déplacement et α^k le pas à définir.

Méthode de la plus grande pente ou méthode du gradient à pas optimal

Il s'agit de la méthode la plus classique pour minimiser une fonction de plusieurs variables [15]. La direction de déplacement est choisie comme étant la direction de plus grande pente. Elle correspond à la direction opposée au gradient de la fonction coût F_{err} .

$$d^k = -gradF_{err}(x^k) \quad (3.6)$$

A la $k^{\text{ème}}$ itération, la direction d^k est donc déterminée par l'équation (3.6). Il s'agit ensuite de déterminer α^k . En posant $\phi^k(\alpha^k) = F_{err}(x^k - \alpha^k gradF_{err}(x^k))$, on peut déterminer la longueur de pas α^k , qui minimise la fonction ϕ^k . Cette recherche de α^k est un problème

de minimisation unidimensionnelle. Pour résoudre ce problème, Culioli [15] propose des méthodes qui supposent l'unimodalité¹ de la fonction, telles que la méthode de dichotomie ou la méthode de la section dorée, et des méthodes qui supposent la continuité ou la dérivabilité de la fonction, telles que la méthode de Newton-Raphson ou la méthode de la sécante. On se contentera ici de les mentionner, le lecteur intéressé pourra se référer à [15]. La figure 3.2 présente de manière très schématique le principe de la méthode.

Le test d'arrêt du processus itératif de la minimisation multidimensionnelle peut dépendre de la norme du gradient ou bien du comportement de la suite $(x^k)_{k \in \mathbb{N}}$.

Le principal inconvénient de cet algorithme réside dans sa vitesse de convergence parfois lente. En effet, la minimisation de la fonction ϕ^k se traduit nécessairement par la relation suivante :

$$\frac{\partial \phi^k}{\partial \alpha^k} = (d^k)^T \cdot \text{grad} F_{err}(x^k + \alpha^k d^k) = (d^k)^T \cdot d^{k+1} = 0$$

Les directions de déplacement successives sont donc nécessairement orthogonales. Il y a convergence « en zigzag ».

Une variante de cette méthode consiste à fixer a priori la valeur du paramètre du pas constant α^k . Cependant il est généralement difficile de déterminer cette valeur tout en assurant une convergence « rapide ».

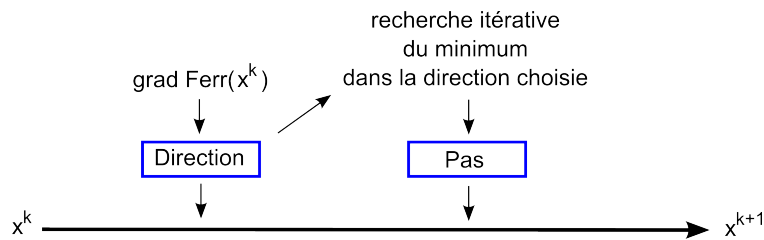


FIG. 3.2: Principe de la méthode de la plus grande pente.

Méthode du gradient conjugué

La méthode du gradient conjugué a été initialement développée pour des fonctions quadratiques de la forme :

$$F_{err}(x) = \frac{1}{2} x^T A x + b^T x + c$$

où x est le vecteur des paramètres à n composantes, A une matrice symétrique $n \times n$, b un vecteur constant à n composantes et c un scalaire.

Contrairement à la méthode de la plus forte pente, la direction de déplacement ne dépend pas seulement du gradient de F_{err} à l'itération donnée, mais aussi de la direction de déplacement à l'itération précédente. La figure 3.3 présente de manière très schématique le principe de la méthode. Les vecteurs de direction de déplacement d_k sont construits de sorte qu'ils soient conjugués par rapport à A , c'est-à-dire que la relation suivante soit vérifiée :

$$\forall i \in [0, k], \forall j \in [0, k], i \neq j, d_i^T A d_j = 0$$

1. Définition [15] : Soit f une fonction numérique définie sur $[a, b]$ et soit x^* l'argument de son minimum sur cet intervalle ($f(x^*) = \min_{y \in [a, b]} f(y)$). On dit que f est unimodale sur $[a, b]$, si elle est strictement monotone décroissante sur $[a, x^*]$ et strictement monotone croissante sur $[x^*, b]$.

où k est l'itération courante.

Théoriquement, cet algorithme converge en n itérations. En pratique, les erreurs d'arrondi sont telles que le nombre d'itérations augmente légèrement.

Initialement dédiée aux fonctions quadratiques, cette méthode a été étendue aux fonctions plus générales. Notons par exemple les apports de Fletcher et Reeves (1964) et de Polak et Ribière (1971) (cités par [15]). Son principal avantage réside dans le nombre relativement faible de calculs nécessaires par rapport aux autres méthodes, comme celle de Newton, même si le nombre d'itérations est plus élevé.

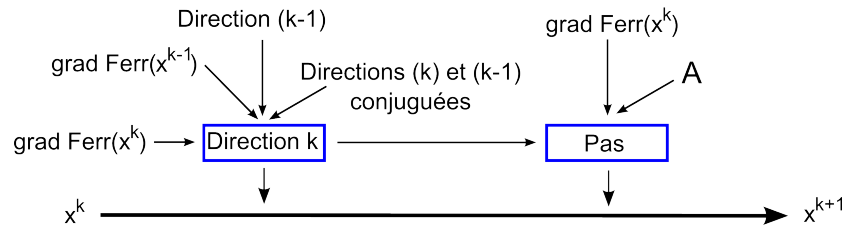


FIG. 3.3: Principe de la méthode du gradient conjugué.

Méthode de Newton

La méthode de Newton est une généralisation multidimensionnelle de la méthode Newton-Raphson appliquée à la recherche des racines du gradient de la fonction coût F_{err} , condition nécessaire d'optimalité. En effet, elle consiste à faire une approximation J^k de la fonction coût par un développement de Taylor au voisinage du point x^k et à la minimiser.

$$J^k(x) = F_{err}(x^k) + \text{grad}F_{err}(x^k)^T \cdot (x - x^k) + \frac{1}{2}(x - x^k)^T F''_{err}(x^k)(x - x^k) \text{ au voisinage de } x^k$$

où F''_{err} est la matrice Hessienne de la fonction coût F_{err} .

La condition nécessaire d'optimalité s'écrit au second ordre :

$$F''_{err}(x^k) (x^{k+1} - x^k) + \text{grad}F_{err}(x^k) = 0$$

soit

$$F''_{err}(x^k) x^{k+1} = F''_{err}(x^k) x^k - \text{grad}F_{err}(x^k)$$

L'application de cette méthode à des fonctions quadratiques garantit une convergence en une seule itération. Dans le cas où la matrice Hessienne n'est pas définie positive, il est possible que la direction de déplacement ne soit pas une direction de descente (cas de points selles ou maxima locaux).

Marquardt [60] propose de remédier à ce problème en déterminant la direction de déplacement à la fois selon la méthode de Newton et la méthode de plus grande pente. Au début de l'algorithme, le terme correspondant à la méthode de la plus grande pente prévaut et permet de s'affranchir du caractère non défini positif de la matrice Hessienne. Peu à peu la méthode de la plus grande pente devient moins performante et le terme correspondant est diminué afin de procéder selon la méthode de Newton. On peut considérer cette méthode comme la méthode de Newton restreinte à une région de confiance, pour laquelle l'approximation quadratique est supposée valable. Cette méthode est appelée aujourd'hui

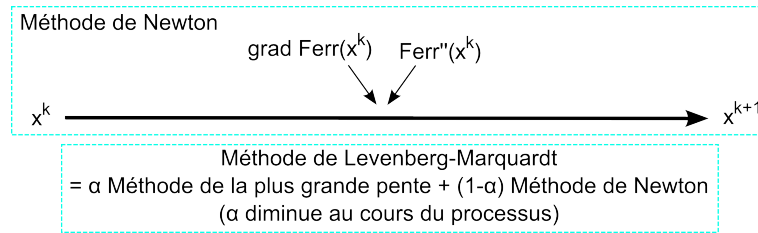


FIG. 3.4: Principe de la méthode de Newton.

méthode de Levenberg-Marquardt. La figure 3.4 présente de manière très schématique le principe de la méthode.

Méthodes quasi-newtoniennes

Le principal inconvénient de la méthode de Newton réside dans le volume important de calculs, même si le nombre d'itérations avant la convergence reste faible. Ceci est dû au calcul de la matrice Hessienne. C'est pourquoi différentes méthodes, dites méthodes quasi-newtoniennes, ont été développées : elles ne nécessitent ni le calcul de la matrice Hessienne, ni celui de son inverse, mais seulement celui du gradient de la fonction coût F_{err} . Le calcul de l'inverse de la matrice Hessienne de la fonction F_{err} est remplacé par l'actualisation à chaque itération d'une matrice approchée. Les méthodes de Davidon-Fletcher-Powell (DFP, 1971) et de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS, 1970) sont deux variantes des méthodes quasi-newtoniennes. Le lecteur intéressé pourra se référer à [15]. La figure 3.5 présente de manière très schématique le principe de la méthode.

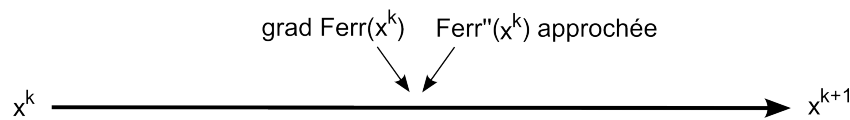


FIG. 3.5: Principe des méthodes quasi-newtoniennes.

Algorithme du simplexe

L'algorithme du simplexe a été proposé par Nelder et Mead [70]. D'un point de vue géométrique, un simplexe est un polyèdre convexe dans un espace à n dimensions ayant $n + 1$ points extrêmes (n nombre de paramètres à optimiser). Le principe de l'algorithme consiste à modifier le simplexe de départ en fonction des valeurs de la fonction coût à ses sommets en utilisant une des trois opérations suivantes : réflexion, expansion ou contraction. Au cours du processus itératif, le simplexe s'adapte au relief de la fonction coût, pour finalement se contracter autour d'un optimum. La figure 3.6 représente le diagramme de construction d'un simplexe à partir des différentes opérations dans le cas de trois paramètres à optimiser ($n = 3$). Notons les valeurs usuelles des coefficients de réflexion $\alpha = 1$, de contraction $\beta = 1/2$ et d'expansion $\gamma = 2$. Puisque l'on compare les valeurs de la fonction coût (évaluées sans calcul de gradient), cet algorithme est robuste². Le critère de convergence peut porter sur la taille du simplexe ou sur l'amélioration apportée à la fonction coût.

2. Nous utiliserons la définition donnée par Renders [90] : la robustesse est la capacité d'un algorithme à résoudre une grande gamme de problèmes.

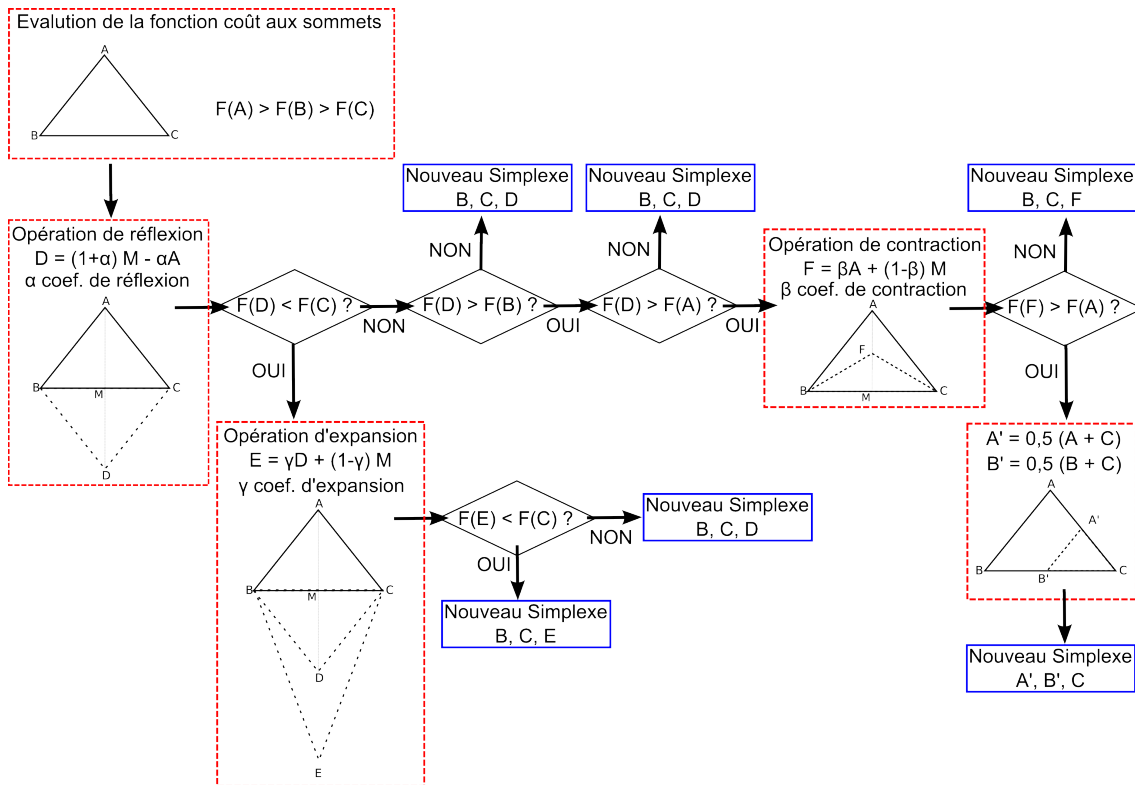


FIG. 3.6: Principe de la méthode du simplexe (d'après une idée originale de Nelder et Mead [70]).

Réseaux de neurones artificiels

Les réseaux de neurones visent à reproduire le fonctionnement du cerveau humain, dont une vision très schématique est donnée par Alliot et Schiex [2]. Le cerveau est constitué de neurones. Un neurone est constitué d'un noyau, de dendrites et d'un axone. Un influx nerveux est acheminé par chaque dendrite jusqu'au noyau. Le noyau interprète ces différents influx nerveux et génère (ou pas) un nouvel influx nerveux transmis à, puis par, l'axone. L'interprétation des influx nerveux peut se modéliser comme la somme pondérée de ces influx. Si la somme de ces influx est supérieure à un certain seuil, alors un influx est transmis à l'axone ; sinon aucun influx n'est transmis. L'axone peut ensuite soit se diviser en plusieurs filaments qui sont reliés à des dendrites par des synapses appartenant à d'autres neurones, soit être relié directement à un élément moteur (muscle par exemple). Au vu de cette description, McCulloch et Pitts [63] (cités par [2]) ont proposé un modèle mathématique du neurone :

$$O = f\left(\sum_i W_i I_i\right) \quad (3.7)$$

où $I_i \in \mathbb{R}$ est la $i^{\text{ème}}$ entrée du neurone

$W_i \in \mathbb{R}$ est le poids correspondant à la $i^{\text{ème}}$ entrée

$O \in \mathbb{R}$ est la sortie du neurone

f est une fonction seuil définie sur \mathbb{R} vérifiant $f(x) = 1$ si $x > \theta$, $f(x) = 0$ sinon, où $\theta \in \mathbb{R}$ valeur du seuil.

A partir de ce modèle, de nombreuses variantes des réseaux de neurones ont été développées. Nous nous intéresserons aux réseaux de neurones non bouclés (ou à sens unique) à apprentissage supervisé non adaptatif, parce qu'ils semblent fondamentaux à la bonne compréhension du fonctionnement des réseaux de neurones et qu'ils sont suffisants pour comprendre l'intérêt que peuvent avoir les réseaux de neurones dans l'identification de paramètres. Pour plus de détails sur les autres types de réseaux de neurones, le lecteur pourra se référer à [2, 22].

Un réseau de neurones non bouclé est composé de n entrées x_i , de N_c neurones cachés et de N_o neurones de sortie. Un réseau à couches (une couche de neurones cachés et une couche de neurones de sortie) présenté figure 3.7 possède trois entrées, deux neurones cachés et deux neurones de sortie. Dans chaque neurone sont mémorisés les poids synaptiques w_i (en référence aux synapses biologiques). La variable de sortie de chaque neurone est donnée par l'équation (3.8), modification légère de l'équation historique (3.7)³.

$$O = f\left(\sum_{i=1}^n w_i x_i + w_0\right) \quad (3.8)$$

où $w_0 \in \mathbb{R}$ joue le rôle de biais, n correspond au nombre d'entrées du neurone.

f est appelée fonction d'activation. Cette fonction est généralement une fonction sigmoïde⁴ symétrique par rapport à l'origine, qui permet d'activer ou pas le neurone.

L'utilisation des réseaux de neurones non bouclés à apprentissage supervisé non adaptatif comporte deux étapes. La première étape concerne l'apprentissage, qui consiste à déterminer les poids synaptiques w_i à partir de N problèmes exemples. Dans le cas d'apprentissages non adaptatifs, on cherche à estimer les poids synaptiques qui minimisent l'écart entre les valeurs de sortie exemples et les valeurs de sortie calculées par le réseau de neurones. On définit une fonction coût au sens des moindres carrés. La fonction coût totale qui tient compte de l'ensemble des problèmes exemples est la somme des fonctions coût partielles qui tiennent compte d'un problème exemple. Le gradient de la fonction coût totale peut être calculé efficacement par l'algorithme de rétropropagation. Ensuite des méthodes d'optimisation de gradient peuvent être utilisées. Dreyfus et al. [22] privilégient les méthodes BFGS et Levenberg-Marquardt. On peut vérifier la qualité de l'apprentissage en proposant des problèmes exemples supplémentaires. Cette première étape est primordiale car de la qualité de l'apprentissage dépend la qualité des résultats finaux. Les réseaux de neurones ne peuvent mobiliser que les informations contenues dans les problèmes exemples. Pendant cette première phase, les réseaux de neurones élaborent des relations entre les données d'entrée et les données de sortie du problème. La deuxième étape consiste à proposer aux réseaux de neurones des problèmes pour lesquels l'utilisateur ne connaît pas les solutions.

Appliquons cette méthodologie au problème de l'analyse inverse. La phase d'apprentissage consiste donc à élaborer, puis générer des problèmes exemples par simulation directe de l'essai pour différents jeux de paramètres, à les soumettre à un réseau de neurones et

3. En réalité, il existe un autre type de paramétrage couramment utilisé pour la fonction f , dans lequel les paramètres n'interviennent plus sous la forme d'une combinaison linéaire pondérée. Cependant Dreyfus et al. [22] précisent qu'à l'heure actuelle il n'y a aucun avantage mathématiquement démontré à utiliser un type de neurones plutôt que l'autre. C'est pourquoi on se limitera ici à la présentation du paramétrage « historique ». Le lecteur intéressé pourra se référer à [22].

4. fonction en forme de « s »

finale-ment à contrôler ses acquis. La seconde phase consiste à fournir au réseau de neurones la courbe expérimentale à partir de laquelle on souhaite déterminer les paramètres du modèle et à recueillir le jeu de paramètres résultat. Dans le cas de l'analyse inverse, les données d'entrée du réseau de neurones peuvent être considérables et on peut être amené à réduire le nombre de valeurs d'entrée. Pour ce faire, il est possible de traiter au préalable les données de manière statistique en faisant une analyse en composantes principales (ACP) [22]. La figure 3.7 schématise le principe d'identification de paramètres avec les réseaux de neurones.

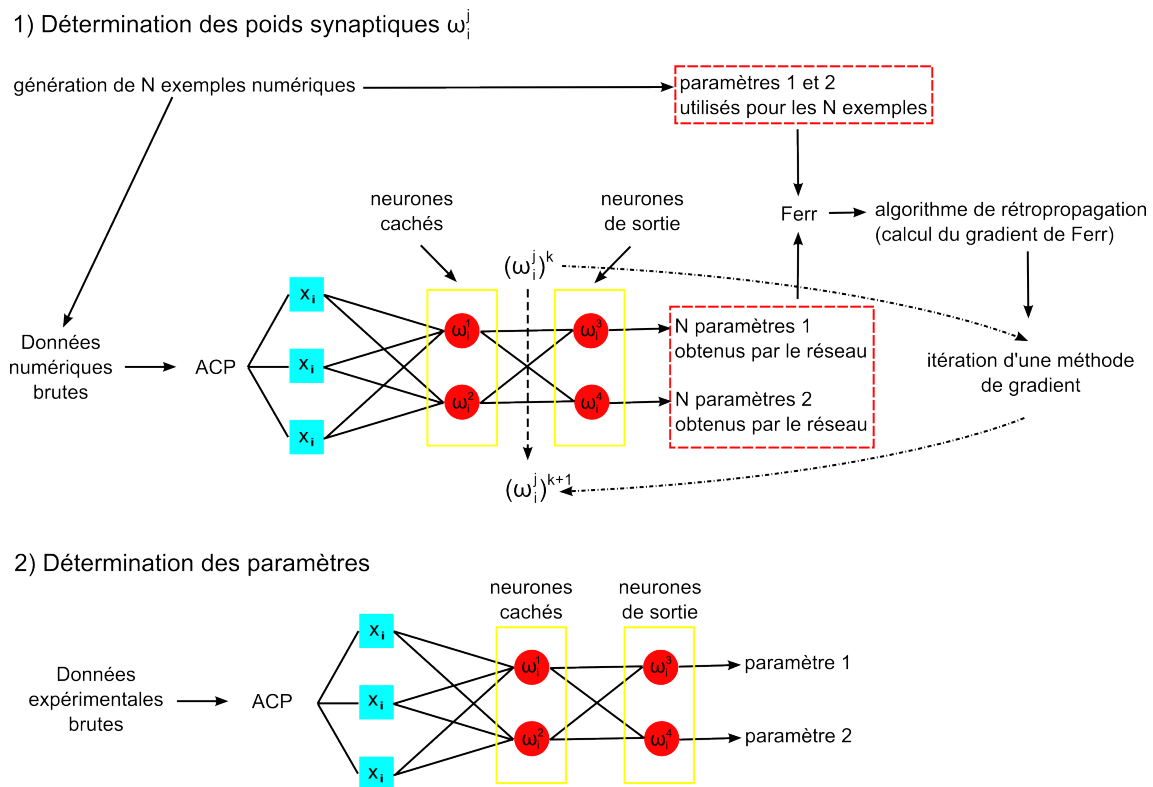


FIG. 3.7: Principe d'identification par réseaux de neurones.

La présentation des réseaux de neurones telle qu'elle a été faite ici peut donner lieu à deux remarques principales sur leur place dans le paragraphe des méthodes d'optimisation déterministes.

1. Les réseaux de neurones artificiels, tels qu'ils sont présentés dans ce paragraphe, ne correspondent pas à une méthode d'optimisation. Leur utilisation décrite ici suppose la définition au préalable d'une loi de comportement et c'est à ce titre qu'ils ont été ajoutés dans cet état de l'art. Notons que des réseaux de neurones bouclés sans apprentissage peuvent être utilisés comme des méthodes d'optimisation [22]. Dans ce cas, les poids synaptiques doivent être déterminés au préalable et les valeurs initiales d'entrée et de sortie de chaque neurone sont définies aléatoirement. Le réseau de neurones bouclé va converger progressivement vers un état stable dans lequel les entrées et les sorties des neurones ne varient plus. Cet état stable peut être interprété comme un minimum de l'énergie du système (analogue à la fonction coût)⁵. Dreyfus et al. [22] précisent que cette méthode d'optimisation est généralement utilisée pour

5. On retrouvera cette analogie avec l'énergie dans la méthode du recuit simulé (cf. paragraphe 3.2.3.1.3).

résoudre des problèmes de théorie des graphes. Le lecteur comprendra alors, que cette méthode ne soit pas plus développée dans le cadre de ce travail sur l'analyse inverse.

2. Les réseaux de neurones ont été classés dans les méthodes déterministes. En effet, le comportement des réseaux est complètement déterminé à partir du moment où le programme d'apprentissage est fixe. Trois réflexions viennent cependant atténuer cette position.
 - Premièrement l'utilisateur est libre de choisir les exemples d'apprentissage. Le choix de ces exemples est, nous l'avons dit, déterminant pour la prédiction des paramètres à partir de la courbe expérimentale. Si le plan d'expériences numériques est établi de façon probabiliste, alors on peut considérer les réseaux de neurones comme une méthode stochastique.
 - Deuxièmement la recherche des poids adéquats au cours de la phase d'apprentissage nécessite la résolution d'un problème d'optimisation. Des méthodes d'optimisation stochastiques (cf. paragraphe 3.2.3.1.3) pourraient être mises en œuvre.
 - Troisièmement il est possible de mettre en œuvre des lois probabilistes au sein même des réseaux de neurones (cf. machines de Boltzmann par exemple [22]).

Conclusions

Les méthodes de gradient, et dans une moindre mesure la méthode du simplexe, sont qualifiées de méthodes locales, car elles exploitent l'information obtenue localement. Sauf cas particulier où la fonction coût est unimodale et extrêmement régulière, les résultats d'optimisation dépendent de l'initialisation du processus. Selon les valeurs initiales et la forme de la fonction coût, elles peuvent conduire à la détermination de minima locaux. Pour s'affranchir de ce problème, l'utilisateur doit effectuer plusieurs calculs d'optimisation avec des initialisations différentes afin de s'assurer que le minimum détecté est bien global. Parmi les méthodes présentées, l'algorithme du simplexe apparaît comme le plus robuste, mais aussi comme moins rapide que les méthodes quasi-newtoniennes par exemple [90].

Les réseaux de neurones tels qu'ils sont utilisés pour l'identification de paramètres ne résolvent pas un problème d'optimisation. Leur fiabilité⁶ dépend directement de la qualité de l'apprentissage.

3.2.3.1.3 Méthodes stochastiques

Recuit simulé

Kirkpatrick et al. [47] développent un algorithme d'optimisation appelé recuit simulé à partir des travaux de Metropolis et al. [66]. Ces derniers proposent un algorithme qui permet de simuler efficacement un ensemble d'atomes en équilibre à une température donnée. Grâce à cet algorithme original, la méthode du recuit simulé peut ainsi reproduire le phénomène physique de recuit, c'est-à-dire le chauffage, le maintien en température puis le refroidissement d'une pièce métallique. Cette technique est utilisée afin de modifier les caractéristiques d'un métal, de sorte qu'il atteigne une énergie plus faible qu'initialement. Dans la méthode d'optimisation du recuit simulé, la fonction coût joue un rôle analogue

6. Nous utiliserons la définition donnée par Renders [90] : la fiabilité est la capacité d'un algorithme à découvrir l'optimum global

à l'énergie du système. Il faut définir une variable T , analogue à la température, qui contrôle l'état d'avancement du processus ainsi qu'une loi d'évolution de cette variable décroissante, qui peut être écrite sous la forme d'une suite géométrique dont la valeur initiale et la raison sont fixées [47].

L'algorithme est initialisé par un vecteur x^0 contenant les variables de décision initiales, i.e. dans le cadre de l'analyse inverse un vecteur contenant les paramètres initiaux. A une itération k , ce vecteur x^k subit une légère modification aléatoire. La fonction coût est évaluée pour le nouveau vecteur $x^{k,trial}$. Deux possibilités sont à envisager : soit la valeur de la fonction coût de $x^{k,trial}$ est plus faible que celle de x^k , soit elle est plus grande. Dans le premier cas, le nouveau vecteur est automatiquement conservé ($x^{k+1} = x^{k,trial}$). Dans le second cas, la probabilité que cette modification soit acceptée vaut :

$$P(\Delta F_{err}, T) = e^{-\frac{\Delta F_{err}}{T}}$$

où $\Delta F_{err} = F_{err}(x^{k,trial}) - F_{err}(x^k)$.

Si cette modification n'est pas acceptée, le vecteur x^k est de nouveau modifié aléatoirement.

Par conséquent, à dégradation de la fonction coût constante, plus le processus de recherche est avancé, moins un vecteur modifié $x^{k,trial}$ a de chance d'être accepté. Autrement dit, si la température diminue « suffisamment lentement »⁷, il devient possible de ne pas rester « piégé » dans un minimum local et progressivement d'évoluer au voisinage du minimum global. La figure 3.8 schématise le principe de la méthode du recuit simulé.

Press et al. [87] soulignent la difficulté à programmer des générateurs aléatoires. C'est pourquoi ils proposent de coupler cette méthode à la méthode du simplexe (cf. paragraphe 3.2.3.1.2), qui permet de proposer une modification du vecteur en accord avec les opérations de réflexion, d'expansion et de contraction.

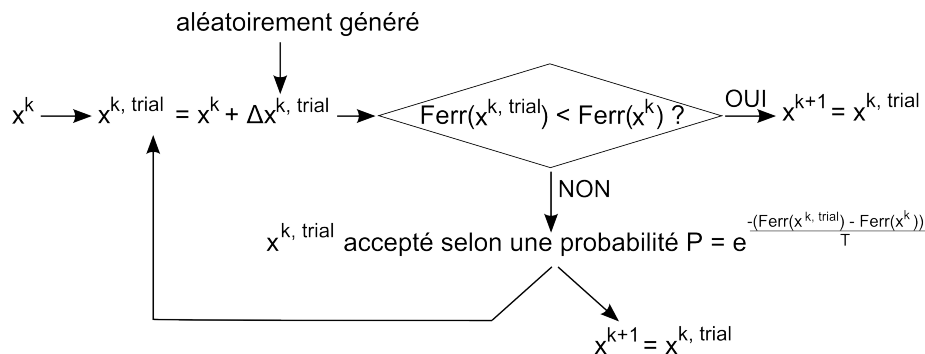


FIG. 3.8: Principe de la méthode du recuit simulé.

Algorithmes évolutionnaires

La théorie de l'Evolution développée par Darwin a donné naissance à des algorithmes dits évolutionnaires. Ces algorithmes visent à faire évoluer un ensemble de solutions à un problème donné vers un ensemble de « meilleures solutions ». A chaque itération des

7. Press et al. [87] précisent que cette condition est difficile à vérifier et proposent quelques lois d'évolution.

opérateurs pseudo-aléatoires cherchent à reproduire le phénomène de sélection naturelle et modifient l'ensemble de solutions courant. Deb [21] présente quatre types d'algorithmes évolutionnaires :

- les algorithmes génétiques
- les stratégies d'évolution
- la programmation évolutionnaire
- la programmation génétique.

Avant de présenter plus en détail les principes de ces algorithmes, il apparaît intéressant de noter en quoi ces algorithmes s'affranchissent des inconvénients liés aux méthodes « classiques ». Deb [21] définit les algorithmes classiques comme l'ensemble des algorithmes qui actualisent une seule solution à chaque itération et qui utilisent pour ce faire des règles déterministes. Les algorithmes déterministes présentés au paragraphe 3.2.3.1.2 peuvent donc être considérés comme des algorithmes classiques. La stratégie des algorithmes évolutionnaires permet de pallier trois difficultés principales liées à l'utilisation des algorithmes classiques.

- La convergence des algorithmes classiques vers une solution optimale dépend généralement de l'initialisation. De plus la plupart des algorithmes classiques ont tendance à rester « piégés » dans une solution locale. Dans le cadre de l'analyse inverse, l'initialisation des algorithmes évolutionnaires consiste à générer aléatoirement un ensemble de jeux de paramètres et non pas un (respectivement $n + 1$) jeu(x) de paramètres comme c'est le cas dans les méthodes de gradient (respectivement dans la méthode du simplexe). Les algorithmes évolutionnaires font évoluer cet ensemble de jeux à chaque itération. La multitude des jeux permet de conserver beaucoup d'informations à chaque itération, ce qui n'est pas le cas lorsque l'on fait évoluer un nombre limité de jeux. Travailler sur un ensemble de jeux et non pas sur un nombre limité de jeux permet de limiter la dépendance des solutions vis-à-vis de l'initialisation et la convergence vers des solutions locales. La stratégie des algorithmes évolutionnaires leur assure donc une certaine fiabilité vis-à-vis des méthodes classiques.
- Un algorithme classique efficace dans le cas d'un problème d'optimisation particulier peut ne pas être efficace dans le cas d'un problème différent (exemple de la méthode du gradient conjugué). De plus, les algorithmes classiques ne sont pas efficaces dans le cas de problèmes discrets. Dans le cas des algorithmes évolutionnaires, les opérations effectuées sur l'ensemble des jeux de paramètres sont exprimées en termes de probabilités. Ces algorithmes s'adaptent donc mieux à toutes les formes de fonctions erreur. Ils n'utilisent pas d'information sur le gradient de la fonction coût et sont utilisables dans le cas de problèmes discrets⁸. La stratégie des algorithmes évolutionnaires leur assure donc une certaine robustesse vis-à-vis des méthodes de gradient.
- Les algorithmes classiques peuvent ne pas être utilisés efficacement en parallélisation. Nous verrons dans le paragraphe suivant, dans quelle mesure les algorithmes génétiques permettent une parallélisation efficace. Cette parallélisation permet de diminuer le temps de calcul qui peut très rapidement devenir important dans le cas des algorithmes évolutionnaires.

Dans la suite, seuls les algorithmes génétiques (AG) sont présentés en détail. Ceci pour au moins deux raisons : leur utilisation en pratique est prédominante et ils mettent en œuvre des opérations et des principes que l'on retrouve dans chacun des trois autres types

8. Concernant les algorithmes génétiques, le codage des paramètres en chaîne de bits assure un fonctionnement pour les problèmes discrets. Cette assertion s'éclairera à la lueur des explications données dans le paragraphe sur les algorithmes génétiques.

d'algorithmes évolutionnaires présentés par Deb [21]. Les trois autres types d'algorithmes seront brièvement présentés après les AG.

Algorithmes génétiques

La rédaction de ce paragraphe doit beaucoup aux ouvrages suivants : [29, 90, 21, 57, 52]. Dans la suite, la stratégie générale des algorithmes génétiques est détaillée. La structure très souple des AG permet de développer de nombreux codes différents. Il n'existe donc pas un seul algorithme génétique mais bien une multitude. C'est pourquoi nous utiliserons le pluriel pour désigner l'ensemble des algorithmes génétiques et le singulier pour désigner un algorithme en particulier.

Principe des algorithmes génétiques

Initialement développés par Holland [41] (cité par [29]), les AG ont été largement diffusés par Goldberg [29], qui les définit comme « des algorithmes d'exploration fondés sur les mécanismes de la sélection naturelle et de la génétique ». En biologie, la survie des individus les mieux adaptés à leur environnement et leur reproduction via la transmission d'un patrimoine génétique favorable donnent lieu à une convergence évolutive des espèces. Cette convergence est assurée par des opérations de sélection et de croisement entre les individus. Des mutations ponctuelles font émerger des individus avec de nouvelles caractéristiques.

Le vocabulaire utilisé dans le cadre des AG est directement emprunté au domaine de la biologie. Ainsi on appellera *individu* un point de l'espace de recherche (dans le cadre de l'analyse inverse, un jeu de paramètres), *population* un ensemble d'individus, *génération* une itération du processus itératif ou l'ensemble des actions effectuées sur une population qui donnent naissance à une nouvelle population (sélection, croisement, mutation par exemple), *enfant* un individu issu du croisement de deux autres individus appelés *parents* et *fonction performance* la fonction coût F_{err} .

Le patrimoine génétique est transmis des parents aux enfants par l'intermédiaire de chromosomes, sur lesquels sont localisés des gènes. Au cours d'une génération, des opérations sont effectuées sur les gènes, codés en chaîne de bits ou en vecteur réel. L'ensemble des gènes représente le *génotype* : c'est une représentation codée des individus. Le *phénotype* est la représentation réelle des performances de l'individu. On dit que le phénotype est l'expression du génotype. Ces deux espaces sont distincts, mais liés. Dans le cas de l'identification des paramètres d'un modèle de comportement, un gène correspond à un paramètre. Ainsi le génotype correspond aux valeurs des paramètres du modèle, tandis que le phénotype représente la performance des individus, c'est-à-dire la qualité de la concordance des résultats expérimentaux avec les calculs numériques, mesurée par la fonction performance.

L'idée principale des algorithmes génétiques est donc d'appliquer cette théorie de l'Évolution à l'optimisation. Goldberg [29] précise que l'objectif le plus important de l'optimisation est l'amélioration : on cherche à atteindre un niveau de performance satisfaisant⁹ (en attendant mieux), qui pour chaque problème sera à définir, et non pas un optimum. Au sein d'un algorithme génétique, deux processus s'opposent : l'exploration et l'exploitation. Sambridge et Mosegaard [92] définissent ces deux processus. L'exploration consiste à essayer d'améliorer la fonction coût en cherchant aléatoirement dans l'espace des paramètres sans tenir compte des résultats précédents, tandis que l'exploitation consiste

9. Goldberg fait référence au mot « satisficing » utilisé par Simon [99].

à essayer d'améliorer la fonction coût en utilisant les résultats précédents. Concrètement dans le cas des algorithmes génétiques, le premier consiste à générer de nouveaux individus pas nécessairement plus performants, par mutation ou dans une moindre mesure par croisement de deux individus. Le second est basé sur la recherche de meilleures performances par sélection ou par croisement. Si l'exploration prend l'avantage sur l'exploitation, alors la diversité génétique est telle que la convergence est ralentie. Inversement, une exploitation accrue donne lieu à une perte de cette diversité et à une convergence prématurée vers des individus « localement » satisfaisants.

Processus des algorithmes génétiques

A chaque génération, cinq étapes successives sont effectuées sur une population de p individus initialement générés de manière aléatoire.

1. Evaluation des individus de la population

L'opération d'évaluation consiste à calculer la valeur de la fonction coût F_{err} pour chacun des individus de la population.

2. Sélection (ou reproduction) des individus

L'opération de sélection consiste à dupliquer les individus satisfaisants et à éliminer les autres de la population. Elle est réalisée au sens probabiliste. Plus un individu est performant, plus il aura de chance d'être choisi. Elle favorise ainsi les meilleurs individus, tout en laissant une chance aux moins performants d'être sélectionnés. En choisissant ce type de sélection, on prend le risque de perdre le meilleur élément, mais on se donne la possibilité de découvrir de nouveaux individus très performants. Les individus sélectionnés sont copiés et forment une population intermédiaire (« mating pool »). Les méthodes de sélection principalement utilisées sont le tournoi, la sélection proportionnelle (ou tirage à la roulette) et la sélection par le rang.

– le tournoi

Cette méthode consiste à comparer deux individus, le meilleur étant copié dans le « mating pool ».

– la sélection proportionnelle

Cette méthode repose sur le principe suivant : plus la performance de l'individu est grande, plus la probabilité qu'il soit sélectionné est importante. L'analogie avec la roulette devient évidente, si l'on relie la largeur de la case attribuée à un individu (ou le nombre de cases) à la performance d'un individu. Formellement, on écrit que la largeur de case L_i correspondant à l'individu x_i est définie par :

$$L_i = \frac{\text{Perf}(x_i)}{\sum_{j=1}^p \text{Perf}(x_j)}$$

où Perf est une mesure de la performance d'un individu (par exemple l'inverse de la fonction erreur F_{err}) et p est le nombre d'individus de la population.

L'opérateur de sélection proportionnelle consiste à générer aléatoirement un réel r compris entre 0 et $\sum_{i=1}^p L_i = 1$. Si r appartient à l'intervalle $[\sum_{i=1}^k L_i; \sum_{i=1}^{k+1} L_i]$, alors l'individu $k+1$ est sélectionné et copié dans le « mating pool ». Par conséquent, plus Perf(x_{k+1}) est grand, plus L_{k+1} est grand, plus l'intervalle $[\sum_{i=1}^k L_i; \sum_{i=1}^{k+1} L_i]$ est grand et plus l'individu $k+1$ a de chance d'être sélectionné.

Le principal inconvénient de cette méthode est lié à l'effet d'échelle de la fonction performance. En effet il n'est pas équivalent d'optimiser la fonction performance

F_{err} et toute autre fonction G_{err} telle que $G_{err} = \alpha F_{err} + \beta$, ce qui n'est théoriquement pas recevable.

- la sélection par le rang

Cette méthode permet d'éviter l'effet d'échelle présent dans la méthode précédente. Elle consiste à trier les individus selon leur performance et leur attribuer un rang (l'individu le moins satisfaisant étant de rang 1). Le rang est alors utilisé comme performance et un tirage à la roulette selon cette nouvelle performance est effectué.

3. Croisement des individus sélectionnés

L'objectif de l'opération de croisement est de permettre l'échange de gènes afin d'élaborer des enfants plus performants que leurs parents. Cette opération s'effectue sur les individus du « mating pool », qui forment la population parent. Deux individus parents sont choisis aléatoirement puis croisés. Les nouveaux individus croisés forment la population enfant. Selon le codage des gènes, plusieurs méthodes de croisement sont possibles. Le croisement en codage binaire échange des morceaux de la chaîne de bits correspondant au $i^{\text{ème}}$ gène d'un individu avec ceux correspondant au $i^{\text{ème}}$ gène d'un autre individu. Ce croisement peut se faire en un ou plusieurs points. Le choix de ces derniers est aléatoire. Le principe du croisement en codage réel est dit barycentrique ou arithmétique. Chaque enfant se révèle être une combinaison linéaire de ses parents. Les coefficients barycentriques, déterminés aléatoirement, sont généralement compris entre 0 et 1. Si l'on désire agrandir les possibilités d'exploration de l'algorithme, il est possible de choisir les coefficients entre -0,5 et 1,5 sous réserve que les solutions trouvées restent dans le domaine de recherche.

4. Mutation des individus

Le rôle de la mutation est de se prémunir contre la perte de matériel génétique potentiellement intéressant. Goldberg [29] précise qu'elle joue (et doit jouer) un rôle secondaire dans l'optimisation. La modification des gènes de manière aléatoire peut conduire à la naissance d'un nouvel individu original. Selon le codage des gènes, les opérations de mutation sont réalisées différemment. En codage binaire, la mutation consiste à remplacer un caractère mutant de la chaîne de bits par sa valeur complémentaire. Si ce caractère initial est égal à 0, on lui affecte la valeur 1 et inversement. En codage réel ou entier, on décide d'ajouter à chaque paramètre une perturbation gaussienne de variance σ et centrée sur 0.

5. Remplacement par une nouvelle population

Le remplacement consiste à substituer la nouvelle population à l'ancienne. La population enfant remplace généralement l'ancienne population. Cependant on peut être amené à vouloir favoriser la convergence de l'algorithme via le principe de l'élitisme. Ce principe consiste à conserver les individus les plus performants d'une génération à l'autre. Ainsi le patrimoine génétique des individus les plus satisfaisants est conservé et utilisé pour générer de nouveaux individus. Il est aussi possible de remplacer l'ancienne population par un mélange de parents/enfants selon un taux de renouvellement [90].

Le processus itératif est arrêté, soit parce que l'utilisateur a fixé un nombre de générations, soit parce que le critère de convergence est vérifié. Nous rappelons que contrairement aux méthodes déterministes détaillées précédemment, les algorithmes génétiques ne donnent pas un seul jeu de paramètres optimal, mais une population d'individus, dont les phé-

notypes sont satisfaisants. Ainsi on pourrait imaginer un critère de convergence à partir d'un nombre fixé d'individus identiques ou satisfaisants.

Au vu de la description de ce processus, on peut être amené à se demander comment la mise en œuvre de mécanismes simples (copie et échange de morceaux de chaînes dans le cas des AG de base) peut conduire à une optimisation efficace. Goldberg [29] justifie cette réussite dans le cas d'un codage binaire par l'hypothèse de la brique élémentaire. En réalité les algorithmes génétiques réduisent la complexité des problèmes en manipulant des schèmes, motifs courts qui décrivent un sous-ensemble de chaînes comportant des similarités à des positions définies. L'analyse de ces schèmes conduit à une évaluation plus rigoureuse des AG. Le lecteur intéressé se reportera à [29]. Renders [90] précise que la majorité des théorèmes classiques des AG ne s'applique pas aux AG codés-réel, qui peuvent souffrir d'un manque de fondements mathématiques.

La figure 3.9 schématise le principe d'un algorithme génétique à codage binaire non élitiste dont le remplacement consiste à utiliser l'ensemble des enfants. La $k^{\text{ème}}$ population contient quatre individus dont la fonction erreur vaut 3, 4, 5 et 7. Lors de la sélection, l'individu le moins performant ($F_{err} = 7$) n'a pas été sélectionné, l'individu le plus performant ($F_{err} = 3$) a été sélectionné deux fois et les deux autres individus ont été sélectionnés une fois chacun. Quatre individus sont donc copiés dans le « mating pool » et forment la population parent. Le croisement des quatre parents deux à deux donne naissance à quatre enfants. Un seul de ces enfants subit une mutation. Les trois enfants et l'enfant « muté » forment la $(k+1)^{\text{ème}}$ population.

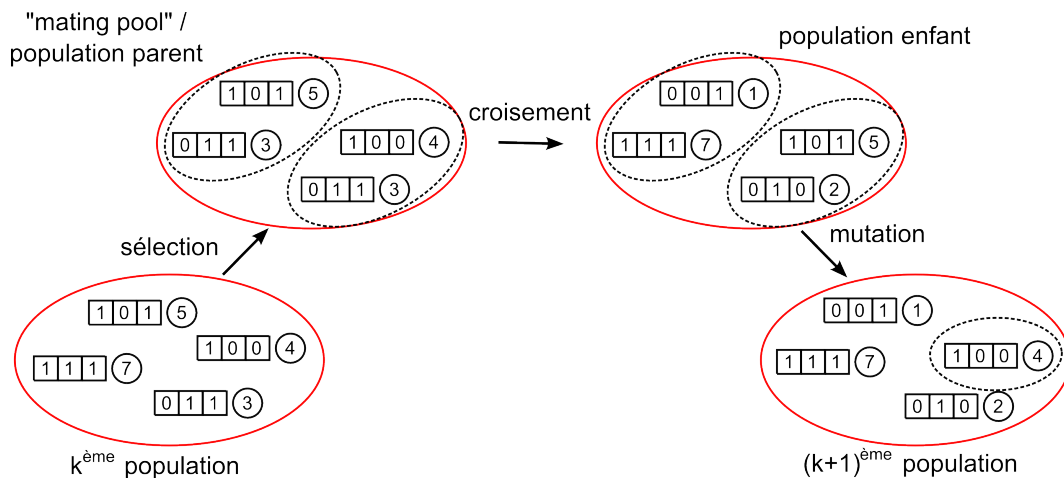


FIG. 3.9: Principe d'un algorithme génétique.

Paramètres des algorithmes génétiques

Le détail des différentes opérations montre non seulement la multitude d'algorithmes génétiques possibles, mais aussi les nombreux paramètres liés aux différentes étapes du processus. Renders [90] distingue trois paramètres de base : le nombre d'individus dans la population et les probabilités de mutation et de croisement. La qualité de la convergence dépend de l'équilibre entre exploration et exploitation, qui est directement lié à l'ajustement des paramètres. Il est très difficile de définir des règles d'usage pour ces paramètres car leur influence dépend du problème considéré [21]. Goldberg [29] insiste sur le fait qu'il peut être dangereux de conclure sur l'efficacité d'un algorithme génétique à partir d'un seul essai, puisqu'il s'agit d'une procédure stochastique. Cependant d'après Rebreyend

[88], les résultats sont relativement indépendants des paramètres si l'utilisateur choisit des valeurs proches des valeurs courantes. Il donne à ce propos des ordres de grandeurs : une population de l'ordre de la centaine d'individus, une probabilité de croisement assez forte (entre 0,7 et 1) et une probabilité de mutation assez faible (entre 0,1 et 0,3). Rinders [90] reste plus prudent sur le nombre d'individus qui selon lui dépend fortement du problème, tandis qu'il rejoint Rebreyend en proposant des « valeurs de bonne pratique » de 0,005 pour la probabilité de mutation et de 0,7 pour la probabilité de croisement.

Parallélisation des algorithmes génétiques

La parallélisation des algorithmes consiste à modifier les algorithmes afin de pouvoir effectuer simultanément des calculs indépendants entre eux. Les systèmes parallèles utilisent des machines multiprocesseurs ou des réseaux de stations. L'objectif est clair : on cherche à diminuer le temps de calcul souvent élevé dans le cas où l'évaluation d'un individu est réalisée à l'aide d'un calcul éléments finis. Deux techniques de parallélisation sont prépondérantes dans le cas d'AG :

- la distribution du calcul de performance. Une station maître se voit attribuer la réalisation séquentielle de l'algorithme. Les calculs de performance (i.e. l'évaluation d'un individu) sont envoyés à des stations esclaves.
- le modèle en îlots. La population est divisée en sous-populations. A chaque processeur, on affecte une sous-population, qui évolue selon un schéma traditionnel. Cependant une étape supplémentaire est introduite : au cours de l'étape de migration, chaque sous-population envoie ses meilleurs individus soit vers les sous-populations voisines, soit vers un « pool » commun, d'où les individus sont ensuite redistribués.

La parallélisation constitue un atout non négligeable des AG. Des informations complémentaires sont données dans [88].

Autres algorithmes

Parmi les algorithmes évolutionnaires cités par Deb [21], les plus utilisés sont les algorithmes génétiques (AG) et les stratégies évolutives (SE). Plus ou moins contemporains, leur fonctionnement est très proche. Les stratégies évolutives peuvent être définies comme des AG particuliers, plus précisément des AG codés-réel et sans opération de croisement. La Programmation Evolutionnaire (PE) est un algorithme évolutionnaire basé sur la mutation et appliqué à des espaces de recherche discrets. La Programmation Génétique (PG) est un algorithme génétique appliqué aux programmes informatiques afin de développer des programmes efficaces dédiés à la résolution d'une tâche. Le lecteur intéressé pourra se référer à [21] pour une description plus détaillée des algorithmes évolutionnaires autres que les AG.

Conclusions

Deux types d'algorithmes stochastiques (recuit simulé et AG) ont été détaillés. Ils mettent tous les deux en œuvre une exploration pseudo-aléatoire : ils utilisent un choix aléatoire pour guider l'exploration [29], contrairement aux méthodes purement aléatoires, dont l'efficacité est très faible et qui apparaissent de ce fait moins intéressantes. La méthode du recuit simulé peut être considérée comme une méthode locale, même si l'introduction d'une procédure stochastique peut lui permettre d'éviter un minimum local. Les AG sont des algorithmes globaux dont la structure permet d'assurer la détermination d'individus satisfaisants globaux. Cependant ils nécessitent des calculs plus lourds que les méthodes

précédentes, même si, nous le verrons dans les applications en géotechnique, ils sont toujours moins coûteux en temps de calcul qu'une recherche exhaustive.

Des algorithmes hybrides ont été développés pour combiner les avantages des méthodes locales et globales. La structure des algorithmes génétiques par exemple a été modifiée pour donner naissance à des algorithmes « méthode génétique/méthode du recuit simulé », « méthode génétique/méthode quasi-newtonienne » ou « méthode génétique/méthode du simplexe » [6, 90].

3.2.3.1.4 Méthodes d'optimisation mono-objectif en géotechnique

Ce paragraphe est destiné à illustrer les méthodes présentées précédemment, mais surtout à mettre en avant les avantages et les inconvénients de chaque méthode dans le cas particulier de l'analyse inverse en géotechnique. De manière générale, on ne précisera pas le type d'essais utilisés pour l'analyse inverse. Cependant il peut être intéressant de remarquer que les auteurs testent les méthodes d'optimisation d'abord sur des essais synthétiques ou pseudo-essais, c'est-à-dire qu'ils ne correspondent pas à un essai réel mais à une simulation, puis sur des essais réels [75, 53]. De la même façon, dans un souci d'appréhender les problèmes dans un ordre croissant de difficulté, les auteurs interprètent généralement des essais de laboratoire, puis des essais in situ [73, 72].

Traditionnellement en géotechnique on utilise des méthodes de gradient pour résoudre les problèmes d'analyse inverse, et plus particulièrement les méthodes de gradient conjugué [4], de Newton [17] et de Levenberg-Marquardt [117]. Cependant Gioda [28] préfère la robustesse de la méthode du simplexe. L'utilisation des méthodes déterministes dans le cas d'une analyse inverse conduit à deux principales difficultés. D'une part, ces méthodes déterminent un unique jeu solution, ce qui est un inconvénient dans le cas d'un problème inverse mal posé. Zentar et al. [117] mentionnent ce problème, qui devient particulièrement critique avec l'augmentation du nombre de paramètres optimisés. D'autre part, les solutions obtenues avec les méthodes déterministes dépendent fortement du ou des jeu(x) initial (initiaux), lorsque la fonction erreur possède plusieurs minima locaux. Cet inconvénient peut être surmonté en effectuant plusieurs optimisations avec des jeux initiaux différents. Des auteurs ont développé des méthodes qui permettent d'estimer de manière fiable un jeu initial de paramètres, proche du jeu solution. Hicher et Rahma [39] proposent d'estimer ce jeu initial réaliste à partir de corrélations empiriques développées entre les propriétés physiques des sols, telles que la nature des constituants ou la granulométrie, et leurs propriétés mécaniques. Obrzud et al. [73, 72] utilisent la technique des réseaux de neurones pour l'estimation des paramètres initiaux.

Les approches stochastiques couplées à des méthodes numériques perfectionnées nécessitent souvent un important effort de calcul. C'est pourquoi parallèlement au développement de moyens informatiques puissants, l'utilisation des méthodes stochastiques s'est intensifiée ces dernières années [14]. Dès les années 90, apparaissent quelques articles sur le sujet en géotechnique [100] (cité par [52]) [75]. Pal et al. [75] précisent que lors de l'optimisation 25000 jeux de paramètres sur 2^{60} jeux possibles ont été évalués. Levasseur [52] choisit une population initiale qui représente 0,7% des jeux de paramètres possibles et à la fin du processus d'optimisation seuls 1,5% des jeux possibles ont été évalués. Ces pourcentages permettent de mesurer l'efficacité des AG vis-à-vis d'une recherche exhaustive. Certains auteurs [89, 53] comparent les AG à des méthodes de gradient. Il en ressort que l'utilisation des AG est particulièrement adaptée lorsque la topologie de la fonction erreur

est complexe, mais qu'elle reste discutable lorsque la fonction erreur est régulière sans minima locaux. Cependant en optimisation et tout particulièrement en analyse inverse (à cause de la non-unicité des solutions), il n'est pas seulement question de recherche de minima mais aussi de recherche d'individus satisfaisants. C'est pourquoi Levasseur [52] convertit l'incertitude sur les mesures expérimentales en une erreur acceptable sur la fonction erreur : tous les individus dont la valeur de la fonction erreur est inférieure à cette erreur sont considérés comme solutions. De plus, elle cherche à obtenir des informations qualitatives sur la sensibilité des paramètres en étudiant la distribution de cette population solution. Elle vérifie les propos de Marseguerra et al. [61] en montrant que plus un paramètre est sensible, moins grande est la variation sur ce paramètre au sein de la population solution.

Pons et Elorza [82] comparent la méthode de recuit simulé (couplée à la méthode du simplexe) et la méthode de (Levenberg-)Marquardt. Ils concluent sur l'efficacité de la méthode stochastique par rapport à la méthode déterministe. En effet, la méthode de recuit simulé détermine des solutions dont la fonction coût est inférieure à celle des solutions obtenues avec la méthode de Marquardt, alors qu'elle a un coût de calcul plus faible.

3.2.3.1.5 Conclusions

Après cette revue de certaines méthodes d'optimisation, d'autres classifications autres que déterministes/stochastiques se justifient. Une classification basée sur le rapport exploration/exploitation est proposée par Sambridge et Mosegaard [92]. Les méthodes de gradient sont des méthodes d'exploitation pure, tandis qu'une méthode de recherche aléatoire est une méthode d'exploration pure. Les premières peuvent conduire à une convergence prématurée tandis qu'il n'y a pas convergence pour l'autre. Les autres méthodes sont des méthodes intermédiaires classées selon leur rapport exploration/exploitation. Ainsi on distingue les méthodes à exploration globale (balayage de l'ensemble de l'espace des paramètres) telles que les algorithmes génétiques, des méthodes à exploration plus locale (balayage du voisinage) telles que les méthodes du recuit simulé ou du simplexe.

D'autres classifications sont liées à l'efficacité des méthodes. Quelques critères de comparaison ont déjà été évoqués précédemment (robustesse, fiabilité, temps de calcul). De manière plus systématique, Renders [90] propose six critères de comparaison des méthodes d'optimisation : « la garantie de convergence en un point stationnaire, la fiabilité de l'algorithme (détermination d'un optimum global), la précision (distance par rapport à la solution réelle), le temps (de calcul et de convergence), la robustesse (capacité de résoudre une grande gamme de problèmes) et la simplicité d'utilisation (liée souvent au nombre de paramètres internes à ajuster pour un bon fonctionnement de la méthode) ». Ces critères représentent autant de nouvelles classifications possibles. Il n'existe donc pas de méthodes miracles et l'utilisateur doit choisir la méthode en fonction du problème à résoudre.

Dans le cadre pratique de l'analyse inverse, on considérera le critère de convergence comme moins important devant les autres et on se demandera au cas par cas si les critères d'arrêt des algorithmes sont judicieux. De plus, il a été précisé qu'au vu des caractéristiques du problème inverse, il était peut-être plus intéressant et plus « physique » de rechercher des jeux de paramètres satisfaisants. La fiabilité de l'algorithme peut alors être privilégiée devant sa précision. Une réflexion sur le relief de la fonction erreur en analyse inverse en géotechnique est nécessaire afin de juger du degré de robustesse souhaité. Renders [90] définit six classes de fonctions : de la surface linéaire ou quadratique, à la surface multimodale

bruitée, en passant par la surface unimodale. On peut supposer que la détermination d'un ou deux paramètres (judicieusement choisis) à partir d'un essai en laboratoire conduira à une surface unimodale peu bruitée, tandis que la détermination de trois paramètres ou plus à partir d'un essai in situ conduira à une surface multimodale plus bruitée. Cependant rien ne justifie ces suppositions a priori. On pourrait souhaiter utiliser systématiquement des méthodes très robustes, mais leur emploi pour des fonctions erreur très régulières est à proscrire du fait d'un temps de calcul élevé (et de fait inutile puisqu'une méthode spécialisée ferait tout aussi bien, plus rapidement).

Si le choix d'une seule méthode apparaît difficile, l'approche hybride peut s'avérer utile. Elle consiste soit à développer une méthode hybride (cf. paragraphe 3.2.3.1.3), soit à procéder en deux temps en utilisant d'abord une méthode globale, puis une méthode locale [24]. Pour juger de l'efficacité de cette approche hybride, il faudrait être capable de mesurer le gain (en précision) obtenu grâce à la méthode locale.

Finalement, l'analyse inverse n'est pas seulement une affaire d'optimisation. Elle met en jeu des phénomènes physiques que l'utilisateur se doit de connaître et dans la mesure du possible de maîtriser. L'essai utilisé pour l'identification des paramètres doit être pertinent vis-à-vis des paramètres à déterminer. L'utilisateur doit mobiliser ses connaissances scientifiques et celles du terrain afin de déterminer au mieux les paramètres. Ainsi la méthode d'optimisation devient un outil d'aide à la décision. Dans ce cas, un critère supplémentaire intervient : la qualité de l'information mise à disposition (en relation par exemple avec la sensibilité des paramètres).

Cette première partie bibliographique propose une large gamme d'algorithmes d'optimisation. Leurs avantages et inconvénients sont mis en évidence afin de dégager une méthodologie d'identification. Dans le paragraphe 3.3, nous proposons une identification de paramètres par analyse inverse à partir d'essais pressiométriques monotones. Deux algorithmes d'optimisation sont testés : la méthode du simplexe et la méthode génétique. Ces méthodes ont été choisies parce qu'elles diffèrent de par leur stratégie (exploration/exploitation), leur coût de calcul, leurs opérateurs (déterministes/stochastiques), leur fiabilité et leur précision. Cependant elles sont toutes deux suffisamment robustes pour traiter le problème inverse considéré. A ce propos, les méthodes de gradient classiques ont été écartées du fait de leur faible robustesse. L'objectif de cette application est de discuter la qualité de l'identification obtenue en utilisant chacun des deux algorithmes.

Avant de présenter cette application, une seconde partie bibliographique est proposée. Elle concerne l'utilisation simultanée de plusieurs résultats expérimentaux.

3.2.3.2 Analyse inverse à partir de plusieurs résultats expérimentaux : Optimisation multi-objectif

Dans le cas de l'identification de paramètres, on conduit généralement plusieurs essais (essais de laboratoire et/ou in situ) et pour chaque essai on peut mesurer l'évolution de plusieurs variables. L'objectif de ces campagnes d'essais est de caractériser au mieux le matériau (rupture, raideur etc.) sur des chemins de contraintes différents. En effet l'incorporation de plusieurs résultats expérimentaux dans un même processus d'analyse inverse permet de diminuer les difficultés liées à la non-unicité du problème inverse et donc de mieux identifier les paramètres. Concrètement la formulation du problème d'optimisation doit être modifiée : il y a autant d'objectifs que de courbes expérimentales à reproduire.

Si une analyse inverse est effectuée sur chaque courbe indépendamment des autres, l'intersection des ensembles solutions peut être vide. Il est donc possible qu'il n'y ait pas de solution unique (ou tout au moins de solutions satisfaisantes au sens des AG). Dans le cas d'une optimisation mono-objectif par méthode génétique, la solution du problème correspond à un ensemble d'individus satisfaisants. Le critère de satisfaction est défini en fonction du problème. Imaginons à présent que l'on assouplisse le critère de satisfaction. L'ensemble des individus satisfaisants va donc s'agrandir. Dans le cas de deux courbes expérimentales, il est donc possible d'assouplir les critères de satisfaction de façon à obtenir une intersection non nulle des ensembles solutions. De cette remarque, on peut tirer deux conclusions. La première consiste à dire que cet assouplissement des critères est une façon de résoudre un problème multi-objectif, à partir de la résolution de problèmes mono-objectif. La deuxième introduit le concept de solutions optimales multiples. Selon les critères de satisfaction, l'intersection des deux ensembles solutions correspond à des jeux de paramètres qui reproduisent plus ou moins bien chacune des courbes expérimentales.

La résolution d'un problème multi-objectif vise à déterminer l'ensemble des « solutions optimales ». Il correspond à l'ensemble des jeux de paramètres dont la valeur de la fonction erreur correspondant à un résultat expérimental ne peut être diminuée sans que celle correspondant à un autre résultat soit augmentée. Une définition mathématique de ces solutions optimales est proposée dans le paragraphe suivant. La détermination de ces solutions optimales est souvent un problème complexe et coûteux en temps de calcul. Par conséquent la résolution d'un problème multi-objectif doit être efficace.

3.2.3.2.1 Optimalité au sens de Pareto

Même si le problème est bien posé, il n'existe généralement pas de solution unique dans une optimisation multi-objectif. C'est pourquoi on fait appel à de nouveaux concepts : la dominance et l'optimalité au sens de Pareto [78]. Par définition, une solution $x^{(i)}$ domine une solution $x^{(j)}$ au sens de Pareto, lorsque les deux relations sont vérifiées :

$$\begin{cases} \forall m \in [1; M], F_{err}^m(x^{(i)}) \leq F_{err}^m(x^{(j)}) \\ \exists m \in [1; M] \text{ tel que } F_{err}^m(x^{(i)}) < F_{err}^m(x^{(j)}) \end{cases}$$

où M est le nombre d'objectifs (i.e. dans le cas d'une analyse inverse le nombre de résultats expérimentaux) et F_{err}^m la fonction erreur associée au $m^{\text{ème}}$ objectif.

La figure 3.10 illustre cette définition dans le cas d'une optimisation à deux objectifs. Elle représente les images des vecteurs des variables d'optimisation dans l'espace des critères. Dans ce cas, $x^{(1)}$ domine $x^{(4)}$. $x^{(2)}$ domine $x^{(3)}$, $x^{(4)}$ et $x^{(5)}$. $x^{(3)}$ ne domine pas $x^{(5)}$ et réciproquement. $x^{(3)}$ et $x^{(5)}$ ne sont pas comparables au sens de Pareto. On dit aussi qu'elles sont équivalentes au sens de Pareto.

Les solutions du problème multi-objectif sont les solutions optimales au sens de Pareto¹⁰, c'est-à-dire l'ensemble des solutions qui ne sont pas dominées. Dans notre exemple, il s'agit des solutions $x^{(1)}$ et $x^{(2)}$. L'ensemble de ces solutions est appelé ensemble de Pareto. L'image de cet ensemble dans l'espace des critères forme la surface de Pareto. Dans le cas d'un problème à deux objectifs, cette surface est appelée front de Pareto. Dans notre exemple, $F_{err}(x^{(1)})$ et $F_{err}(x^{(2)})$ appartiennent au front de Pareto.

10. Nous utiliserons aussi la dénomination « solutions Pareto-optimales ».

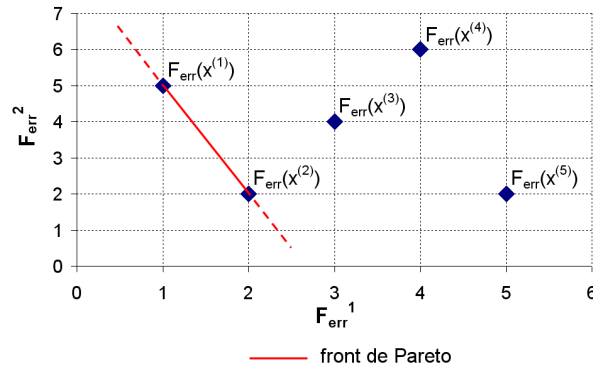


FIG. 3.10: Illustration du concept de dominance au sens de Pareto.

3.2.3.2.2 Approches de résolution

La résolution d'un problème multi-objectif consiste à déterminer les solutions Pareto-optimales du problème. Plusieurs approches de résolution ont été développées. Deb [21] reprend une classification de ces approches proposée par Hwang et Masud [43] (cités par [21]) et plus tard par Miettinen [67] (cité par [21]). Elle repose sur la connaissance ou non de préférences concernant les objectifs. Dans le cas d'une **approche ne nécessitant aucune préférence**, aucune hypothèse n'est faite sur l'importance relative des objectifs. Ce type de méthodes détermine une seule solution optimale. Les **approches nécessitant des préférences a priori** permettent à l'utilisateur de préciser ces préférences concernant les différents objectifs avant le début de l'optimisation. Ces préférences sont traduites en termes de buts ou bien d'importance relative entre les objectifs. La plupart de ces méthodes fait intervenir des paramètres qui représentent les préférences de l'utilisateur. Ces méthodes déterminent une seule solution optimale. On pourra remarquer que « ne faire aucune préférence est une façon particulière de faire des préférences » et que l'on peut définir la plupart des méthodes ne nécessitant aucune préférence comme des cas particuliers des méthodes nécessitant des préférences a priori [59, 21]. Les **approches nécessitant des préférences a posteriori** permettent à l'utilisateur de choisir parmi les solutions optimales du problème une fois l'optimisation multi-objectif effectuée. L'objectif de ces approches est donc de déterminer la surface de Pareto. Les **approches interactives** utilisent les informations délivrées par l'utilisateur sur les objectifs de manière progressive. Cette classification n'est pas figée : selon son application, une même méthode de résolution peut servir dans différentes approches.

Dans la suite de ce paragraphe, on supposera que le problème d'optimisation est bien posé, afin de s'affranchir de la non-unicité des solutions évoquée dans le cas d'une analyse inverse mono-objectif. Une sélection de méthodes de résolution est présentée. Le lecteur intéressé par la présentation de méthodes de résolution complémentaires (par exemple méthode pondérée de Tchebycheff ou la méthode du but à atteindre) pourra se référer à [21, 59].

Méthodes « classiques »

Ces méthodes consistent à transformer le problème multi-objectif en un (ou plusieurs) problème(s) mono-objectif. Ce(s) dernier(s) fait (font) généralement intervenir des paramètres qui traduisent les préférences de l'utilisateur dans le cas d'une approche nécessitant

des préférences a priori et que l'utilisateur doit faire varier dans le cas d'une approche nécessitant des préférences a posteriori. Une méthode traditionnelle pour formuler ce (ou ces) nouveau(x) problème(s) mono-objectif est appelée méthode de scalarisation [23]. Elle consiste à construire à partir des objectifs initiaux et des paramètres fixés par l'utilisateur une nouvelle fonction qui, à chaque vecteur de décision, associe un scalaire. Parfois l'ensemble des solutions admissibles est restreint par l'introduction de nouvelles contraintes.

Méthode de pondération

Cette méthode est probablement l'une des méthodes de scalarisation les plus connues et l'une des plus intuitives. Elle consiste à transformer le problème multi-objectif en un problème mono-objectif, la nouvelle fonction à optimiser étant une combinaison linéaire des objectifs initiaux F_{err}^m .

$$F_w(x) = \sum_{m=1}^M w_m F_{err}^m(x)$$

où $w_m \geq 0$ et habituellement $\sum_{m=1}^M w_m = 1$.

Si l'idée est simple, la difficulté réside dans le choix des différents poids affectés aux objectifs. Dans le cas d'une approche a priori, ces poids dépendent des préférences de l'utilisateur. Cependant l'utilisateur doit au préalable normer les objectifs de manière à ce qu'ils aient tous le même ordre de grandeur. Malgré cette précaution, il se peut que la sélection a priori des poids ne garantisse pas nécessairement une solution acceptable [59]. De nombreuses méthodes concernant la détermination des poids ont été développées. Le lecteur intéressé pourra se reporter à [59].

Il a été prouvé [67] (cité par [21]) que toutes les solutions des problèmes mono-objectif issus du problème multi-objectif initial sont optimales au sens de Pareto. Cependant toutes les solutions optimales peuvent être déterminées par la résolution d'un problème mono-objectif si et seulement si la surface de Pareto est convexe. Dans ce cas, il est possible de déterminer la surface de Pareto en faisant varier les poids affectés aux objectifs (approche a posteriori). Cependant une variation uniforme des poids ne signifie pas nécessairement que les solutions correspondantes seront uniformément réparties sur la surface de Pareto. Dans le cas de surfaces de Pareto non convexes, il est impossible par cette méthode d'obtenir l'ensemble des solutions optimales au sens de Pareto.

La figure 3.11 illustre le cas d'une optimisation à deux objectifs ($M = 2$). La fonction à minimiser s'écrit :

$$F_w(x) = w_1 F_{err}^1(x) + w_2 F_{err}^2(x)$$

soit :

$$F_{err}^2(x) = \frac{1}{w_2} F_w(x) - \frac{w_1}{w_2} F_{err}^1(x)$$

La méthode de pondération consiste dans ce cas à rechercher la droite de pente $-\frac{w_1}{w_2}$ ayant la plus petite ordonnée à l'origine (Fig. 3.11-a). Dans le cas où le front de Pareto

est localement concave (Fig. 3.11-b), l'ordonnée à l'origine de la droite D' est plus grande que celle de la droite D . Les solutions optimales de Pareto situées dans cette zone ne peuvent donc pas être déterminées par cette méthode.

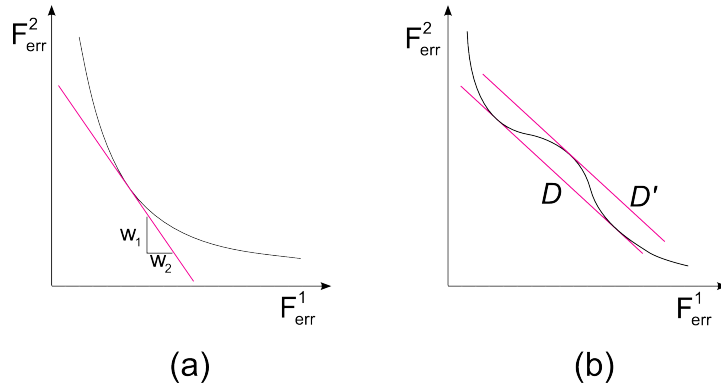


FIG. 3.11: Méthode de pondération dans le cas de fronts de Pareto : convexe (a) et localement non convexe (b).

Dans le cas de l'approche sans préférences, l'utilisateur ne formule pas explicitement de préférences sur les objectifs. Dans ce cas, le poids w_m associé à chacune des fonctions doit être égal à 1 (ou à $1/M$, M le nombre d'objectifs).

Méthode des ε -contraintes

Cette méthode a été développée pour remédier aux difficultés liées à la méthode de pondération [21]. Elle consiste à reformuler le problème d'optimisation multi-objectif pour le transformer en un problème mono-objectif avec des contraintes supplémentaires. Dans le cas d'une approche a priori, l'objectif initial le plus important est considéré comme la fonction à optimiser tandis que les autres objectifs sont considérés comme des contraintes supplémentaires. Le problème s'écrit alors :

$$\begin{cases} x^*/F_{err}^\mu(x^*) = \min_{x \in E} F_{err}^\mu(x) & \mu \in [1; M] \\ x_i^l \leq x_i \leq x_i^u & i = 1, \dots, n \\ F_{err}^m(x) \leq \varepsilon_m & m \in [1; M] \text{ et } m \neq \mu \\ h_j(x) = 0 & j = 1, \dots, J \\ g_k(x) \leq 0 & k = 1, \dots, K \end{cases}$$

Dans le cas d'une approche a priori, les paramètres ε_m sont choisis par l'utilisateur en fonction des préférences concernant les objectifs.

La figure 3.12 illustre la méthode des ε -contraintes dans le cas d'une optimisation à deux objectifs ($M = 2$). Le deuxième objectif est choisi comme objectif à minimiser ($\mu = 2$) tandis que le premier objectif est formulé comme une contrainte supplémentaire du problème ($m = 1$). Étudions le processus pour différentes valeurs de ε_1 . Le problème d'optimisation associé à ε_1^a n'admet pas de solution, car ε_1^a est plus petite que la valeur minimale atteinte par la fonction erreur du premier objectif. Le problème d'optimisation associé à ε_1^b admet une solution. Le problème associée à ε_1^c correspond à la partie concave du front de Pareto. Ce problème admet une solution. Finalement, si l'on considère le problème associé à ε_1^d , la minimisation de F_{err}^2 se fait sur l'ensemble des solutions faisables. Il apparaît que le choix des composantes du vecteur ε est lourd de conséquences, qu'il nécessite une bonne

connaissance a priori des valeurs minimale et maximale des fonctions erreur des objectifs choisis comme contraintes et que ce choix se complique avec l'augmentation du nombre d'objectifs initiaux.

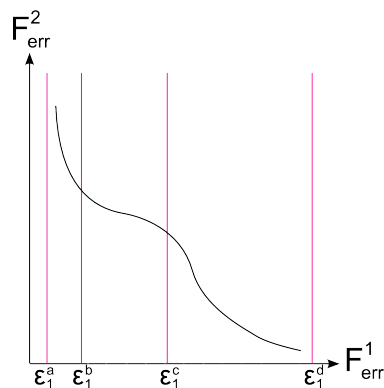


FIG. 3.12: Méthode des ε -contraintes.

Il a été prouvé [67] (cité par [21]) que si la solution du problème mono-objectif est unique, alors elle est une solution optimale au sens de Pareto du problème multi-objectif initial.

Conclusions

Les méthodes présentées peuvent être utilisées dans le cadre d'approches a priori ou a posteriori. Si l'utilisateur est capable de préciser ses préférences concernant les objectifs et de les traduire explicitement, alors une approche a priori est suffisante. Dans ce cas, une formulation mono-objectif est possible et le temps de calcul peut être diminué. Cependant la traduction des préférences et donc le choix des paramètres peuvent être délicats puisque, dans ce cas, l'utilisateur n'a aucune référence par rapport à l'ensemble des critères. Il est sans doute plus prudent, même si plus coûteux en temps de calcul, d'utiliser l'approche a posteriori.

Les méthodes « classiques » conduisent généralement à une seule solution et il est donc nécessaire d'effectuer plusieurs optimisations pour espérer déterminer la surface de Pareto (approche a posteriori). Ce processus d'optimisations répétées n'est pas aisé car une variation uniforme des paramètres ne signifie pas nécessairement que les solutions correspondantes seront uniformément réparties sur la surface de Pareto. Il serait donc intéressant de développer des méthodes qui traitent le problème comme un seul problème multi-objectif.

Méthodes évolutives

La stratégie des algorithmes évolutifs leur donne un avantage certain dans le cas d'une optimisation multi-objectif. En effet, la recherche de la surface de Pareto peut être effectuée en un seul calcul d'optimisation, puisque les algorithmes évolutifs font évoluer une population entière à chaque itération. Ces algorithmes ont donc été adaptés afin de résoudre des problèmes multi-objectif. Plusieurs algorithmes ont été développés. On se limitera ici à trois méthodes liées aux algorithmes génétiques, qui de par leur stratégie ou de par leur performance sont particulièrement intéressantes. Le lecteur intéressé pourra se référer à [21, 59, 6, 91] pour des informations complémentaires.

VEGA

Le premier algorithme multi-objectif évolutionnaire est proposé par Schaffer [94] (cité par [21]). La version originale de VEGA (Vector Evaluated Genetic Algorithm) consiste à diviser à chaque génération la population totale d'individus en M sous-populations, M étant le nombre d'objectifs, et à attribuer à chaque sous-population un objectif. Ainsi chaque individu se voit évalué selon un seul objectif. L'opérateur de sélection est ensuite restreint à chaque population ce qui permet de s'affranchir des différences d'ordre de grandeur entre les objectifs. Les opérateurs de croisement et de mutation sont appliqués à l'ensemble de la population. De par sa stratégie, VEGA a tendance à favoriser l'émergence de solutions qui sont satisfaisantes pour un seul objectif. En effet, l'utilisation des opérateurs de croisement et de mutation sur l'ensemble de la population ne suffit pas à faire apparaître des compromis satisfaisants entre les différents objectifs.

MOGA

Fonseca et Fleming [26] développent un Algorithme Génétique Multi-Objectif appelé MOGA, dans lequel ils introduisent une mesure de la performance définie à partir de la notion de dominance. En effet, dans le cas d'un algorithme génétique mono-objectif, l'opération de sélection utilise la performance de l'individu, qui est directement reliée à la valeur de la fonction erreur. Cependant dans le cas d'un problème multi-objectif, il y a plusieurs fonctions erreur et la performance de l'individu doit être définie différemment. Dans MOGA, la performance d'un individu est fonction de son rang, défini comme le nombre de fois où il est dominé par un autre individu augmenté de 1 (de sorte que les solutions non dominées soient de rang 1). La figure 3.13-a représente un exemple de l'attribution du rang dans MOGA. On parle de sélection par le rang. Roudenko [91] précise que cette sélection par le rang basée sur la dominance rend l'optimisation insensible à la non-convexité du front de Pareto. Outre la mesure de la performance, Fonseca et Fleming introduisent le nichage¹¹ entre les solutions du même rang afin de préserver la diversité des solutions dans l'espace des critères. Pour ce faire, ils définissent une fonction de partage qui dépend des valeurs des objectifs et qui vient diminuer la performance d'un individu lorsque la niche à laquelle il appartient (i.e. son voisinage) est densément peuplée.

NSGA

D'après une idée originale de Goldberg [29], Srinivas et Deb [105] développent NSGA (Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm). Cet algorithme ressemble à MOGA dans la mesure où il tient compte lui aussi de la dominance dans le calcul de la performance des individus et vise à répartir les solutions par la technique du partage. Cependant la mise en œuvre de ces deux mécanismes est différente dans NSGA. Premièrement l'attribution de la performance d'un individu se fait selon son appartenance à une classe de solutions équivalentes au sens de Pareto. Chaque individu de la $n^{\text{ème}}$ « meilleure » classe se voit attribuer le rang n . Ces classes sont des sous-ensembles de la population totale et permettent de répartir la population totale en fronts à l'intérieur desquels les solutions sont équivalentes. La figure 3.13-b représente un exemple de l'attribution du rang dans NSGA. Deuxièmement la préservation de la diversité des solutions se fait par l'intermédiaire d'une fonction de partage qui dépend des valeurs des variables de décision, c'est-à-dire dans le cadre de l'analyse inverse des paramètres.

11. Ce concept a été originellement développé par Goldberg et Richardson [30] (cités par [21]) afin de résoudre des problèmes d'optimisation de fonctions multimodales. L'objectif est de déterminer les minima locaux et globaux d'une fonction.

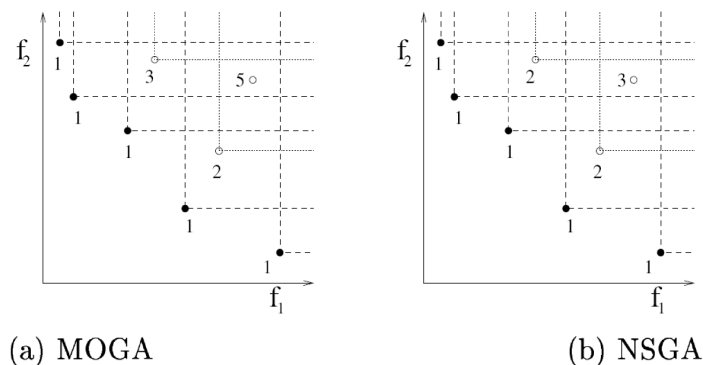


FIG. 3.13: Attribution du rang dans (a) MOGA / (b) NSGA (d'après Roudenko [91]).

Elitisme

Tout comme leur équivalent mono-objectif, ces algorithmes visent non pas à déterminer exactement les solutions optimales au sens de Pareto, mais plutôt un ensemble de solutions proches des solutions optimales. Les trois algorithmes présentés ne possèdent pas d'opérateur élitiste. Les algorithmes non élitistes ont été développés en premier et ont permis d'établir les principes d'un algorithme évolutionnaire multi-objectif. Les algorithmes élitistes sont supposés être plus rapides et plus efficaces que leurs prédécesseurs. Cependant préserver les meilleurs individus d'une génération à une autre n'est pas une chose aisée dans le cadre des problèmes multi-objectif. Barichard [6] distingue deux mécanismes d'élitisme principaux. Le premier consiste à conserver les k meilleurs individus. Cependant dès que le nombre des solutions non dominées dépasse k , il y a risque de perdre une partie du front de Pareto. Le second mécanisme consiste à conserver les solutions non dominées dans une population externe qui reste à disposition de l'opérateur de sélection. Deb [21] détaille les mécanismes élitistes incorporés dans différents algorithmes.

3.2.3.2.3 Méthodes d'optimisation multi-objectif en géotechnique

Dans la littérature, les auteurs présentant une analyse inverse multi-objectif en géotechnique sont peu nombreux et ils sont encore moins nombreux à préciser explicitement qu'il s'agit d'une optimisation multi-objectif. C'est le cas de Pal et al. [75] qui proposent une identification de paramètres à partir de trois essais. Ils utilisent la méthode de pondération avec des poids identiques pour chaque essai après avoir au préalable adimensionné les courbes expérimentales. Dano et al. [19] montrent l'utilité d'enrichir les données expérimentales utilisées dans la procédure d'analyse inverse. L'identification simultanée de trois paramètres les oblige à utiliser deux courbes expérimentales. Ils utilisent la méthode de pondération avec des poids différents, du fait de la différence sur l'incertitude des mesures, l'essai le plus fiable ayant le poids le plus élevé.

Dans un domaine proche de la géotechnique (hydrogéologie), Mertens et al. [64] utilisent deux formulations bi-objectif différentes. Les deux objectifs de l'une correspondent à l'évolution de deux variables pendant un même essai, les deux objectifs de l'autre correspondent à deux essais dans des conditions différentes. La résolution des problèmes multi-objectif est assurée par la méthode de pondération pour les trois couples de valeurs $(w_1; w_2)$: $(1; 0)$, $(0; 1)$ et $(0,5; 0,5)$. Par cette méthode, Mertens et al. cherchent à déterminer un front de Pareto approché. En fonction de la forme du front de Pareto, ils concluent sur l'exis-

tence ou non de paramètres tout à fait satisfaisants pour chacun des objectifs, autrement dit sur le caractère contradictoire ou pas des deux objectifs. La figure 3.14 montre les deux formes de front de Pareto que Mertens et al. opposent. La figure 3.14-a permet selon eux de prouver que le modèle permet de satisfaire les deux objectifs simultanément, tandis que la figure 3.14-b montre l'existence d'un problème soit au niveau des mesures expérimentales, soit au niveau du modèle qui ne peut pas représenter de manière satisfaisante les deux essais.

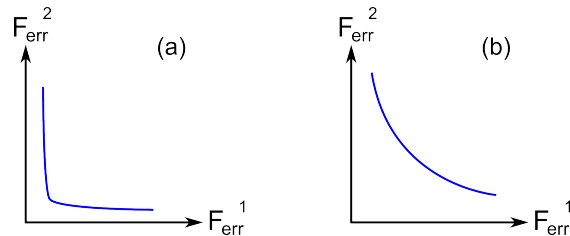


FIG. 3.14: Deux formes du front de Pareto (d'après Mertens et al. [64]).

3.2.3.2.4 Conclusions

Le choix de l'approche de résolution (nécessitant des préférences a priori ou a posteriori) dépend essentiellement de la fiabilité des essais utilisés pour l'identification des paramètres. Si l'utilisateur est capable de justifier une préférence (ou une non-préférence) entre les essais, alors il peut utiliser une méthode de résolution classique (par exemple la méthode de pondération) et choisir parmi les algorithmes d'optimisation mono-objectif présentés au paragraphe 3.2.3.1. Si ce n'est pas le cas, l'utilisateur est amené à privilégier une approche nécessitant des préférences a posteriori, qui vise à déterminer la surface de Pareto. Les méthodes évolutionnaires de par leur structure permettent une optimisation explicitement multi-objectif. Elles permettent une recherche systématique de la surface de Pareto, qui est difficile à mettre en œuvre avec les autres méthodes. L'approche nécessitant des préférences a posteriori est plus coûteuse en temps que l'approche a priori mais met à disposition de l'utilisateur un outil de décision performant : la surface de Pareto.

Dans le paragraphe 3.3, cette seconde partie bibliographique est illustrée par l'identification simultanée de paramètres à partir de deux essais pressiométriques monotones. Une méthode « classique » et une méthode évolutionnaire sont comparées. Du fait de son utilisation étendue, la méthode de pondération est retenue. Un algorithme génétique élitiste dont le principe sera expliqué brièvement est utilisé pour la comparaison. En accord avec les algorithmes retenus dans le cas d'une identification mono-objectif, la méthode de pondération est pilotée par l'algorithme du simplexe. Le premier objectif de cette application consiste à discuter la qualité de l'identification de paramètres obtenue en utilisant chacune des deux méthodes. Comparés aux résultats obtenus par identification mono-objectif, les résultats obtenus par identification multi-objectif permettent de conclure sur l'intérêt de cette dernière.

3.2.4 Conclusions

En guise de conclusion, nous proposons un schéma récapitulatif figure 3.15. Par souci de lisibilité, nous nous sommes restreints aux aspects principaux. Cette étude bibliographique

met en évidence l'importance de l'algorithme d'optimisation et propose un moyen de traiter simultanément plusieurs résultats expérimentaux. Afin de confronter ces propos à la pratique, une identification de paramètres est réalisée dans la seconde partie de ce chapitre.

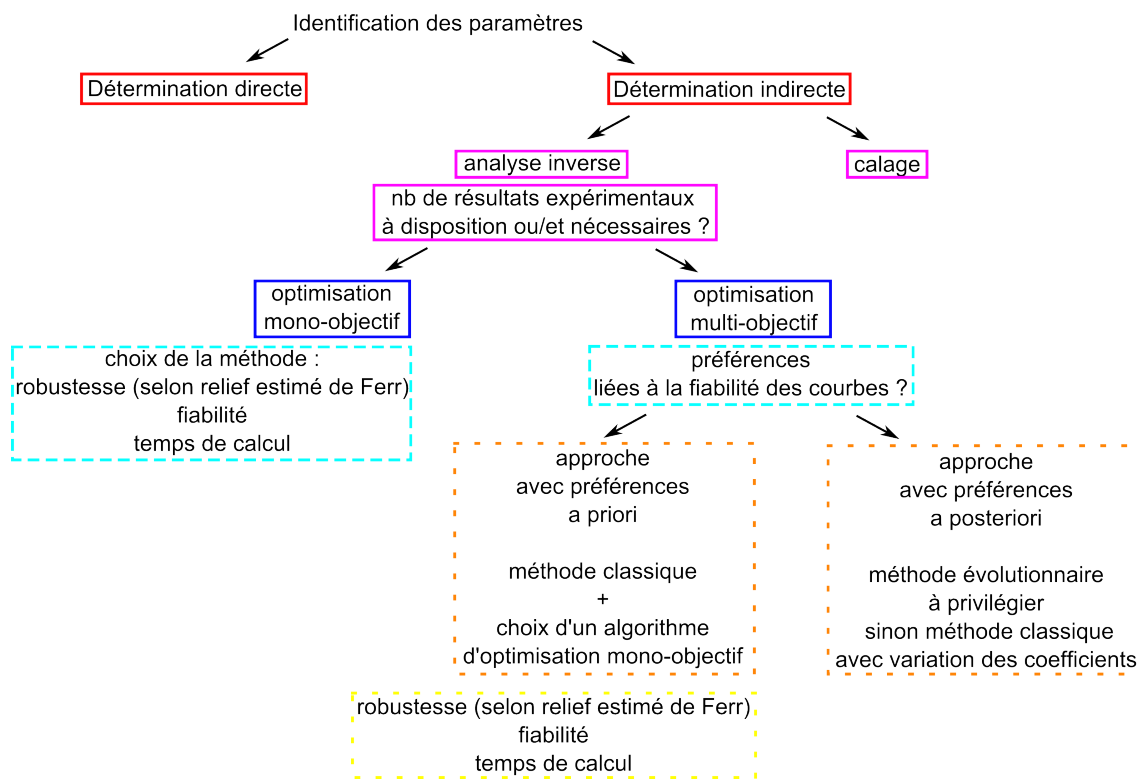


FIG. 3.15: Processus d'identification de paramètres.

3.3 Application

Afin de discuter les conclusions de l'étude bibliographique, deux études ont été menées. La première concerne l'identification de paramètres par analyse inverse à partir d'un essai pressiométrique en chambre de calibration. La seconde consiste à déterminer des paramètres à partir de deux essais pressiométriques réalisés in situ afin de prédire le tassement d'une fondation superficielle. Nous avons choisi de ne présenter dans ce document que la seconde étude, parce qu'elle nous semble suffisamment complète (utilisation de deux algorithmes d'optimisation et de deux modèles de comportement, identifications mono- et multi-objectif). Le lecteur intéressé par la première étude pourra cependant se référer aux communications [77, 76]. La deuxième étude consiste à répondre a posteriori à un benchmark, qui fut traité en aveugle à l'époque [9].

3.3.1 Présentation du benchmark

L'objectif du benchmark consiste à prédire les chargements correspondant à des tassements de 25 mm et de 150 mm de cinq fondations superficielles carrées. Les résultats de nombreux essais d'identification étaient fournis aux participants. En particulier, des essais

pressiométriques, des essais triaxiaux et des essais à la colonne résonnante ont été réalisés. Notre démarche consiste à identifier les paramètres par analyse inverse, puis à simuler le tassement de la fondation. Seule la fondation de 3x3m est étudiée dans ce travail. Nous nous intéressons plus particulièrement à deux essais pressiométriques réalisés à deux profondeurs différentes : 2 m et 5,9 m (Fig. 3.16). Des essais triaxiaux ont été menés à trois pressions de confinement différentes pour six échantillons prélevés à 0,6 m et 3 m. La figure 3.16 représente une coupe du sol en place. Selon Briaud et Gibbens [9], le sable est sans doute légèrement surconsolidé du fait de la dessiccation des fines et du prélèvement d'environ 1 m de terrain à l'emplacement des essais. Cette remarque est confirmée par les essais pressiométriques. Le coefficient des terres au repos K_0 est fixé à 0,7 en accord avec les résultats des essais pressiométriques.

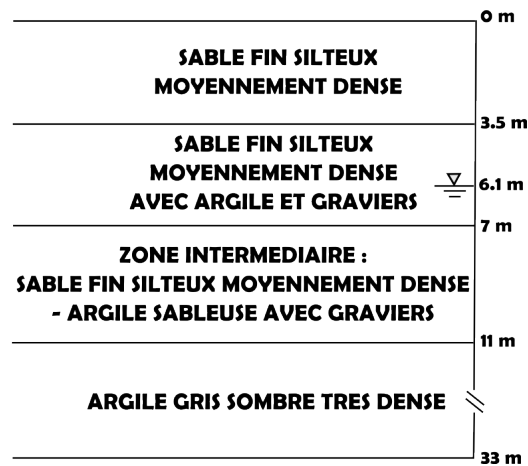


FIG. 3.16: Coupe du sol en place (d'après Briaud et Gibbens [9]).

3.3.2 Mise en œuvre de l'identification par analyse inverse

Le processus d'identification par analyse inverse est un processus itératif et chaque itération se décompose en deux étapes. La première consiste à évaluer la (ou les) fonction(s) coût pour un jeu de paramètres donné. La seconde est liée à l'optimisation qui détermine le jeu de paramètres suivant à évaluer. Ce paragraphe est destiné à décrire les choix effectués pour ces deux étapes.

3.3.2.1 Evaluation des fonctions coût pour un jeu de paramètres donné

3.3.2.1.1 Essais pressiométriques

Les courbes pressiométriques utilisées dans le processus d'analyse inverse donnent l'évolution de la pression appliquée à l'intérieur de la sonde en fonction du rapport $u(a)/a$, où a est le rayon de la sonde et $u(a)$ le déplacement radial de la paroi. La première partie des courbes expérimentales (jusqu'à environ $u(a)/a = 4\%$) n'est pas prise en compte dans le calcul de la fonction coût du fait de la convexité de ces courbes (Fig. 3.17). Cette convexité est sans doute due au remaniement du sol le long de la paroi [10].

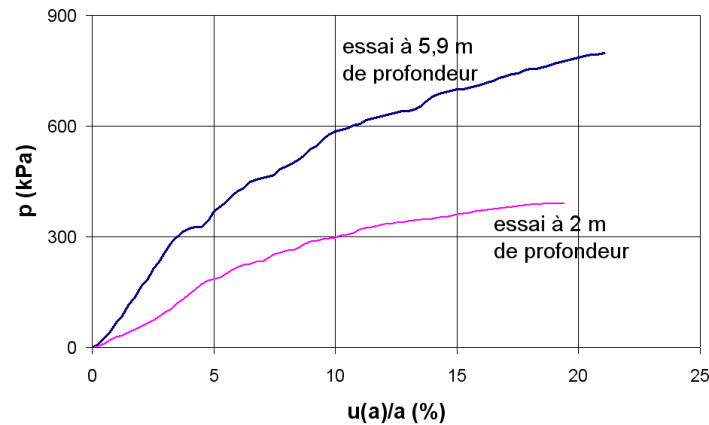


FIG. 3.17: Courbes pressiométriques expérimentales résultant d'essais réalisés à 2 m et 5,9 m de profondeur.

3.3.2.1.2 Définition des fonctions coût

L'analyse inverse est réalisée à partir d'essais in situ. Par conséquent les mesures peuvent être plus fortement bruitées que dans le cas d'essais en laboratoire. En accord avec l'étude bibliographique, nous définissons donc une fonction erreur qui tient compte linéairement de l'écart entre les données expérimentales et numériques (Eq. 3.1 où $m = 1$). De plus, afin de rendre la fonction erreur indépendante de l'intervalle entre les différents points de mesure, elle est définie comme l'aire entre les courbes expérimentale et numérique, c'est-à-dire comme l'intégrale de la valeur absolue de l'écart au cours de l'essai. Dans le cas d'une identification multi-objectif, plusieurs fonctions erreur sont considérées. Afin de faciliter les comparaisons, les deux fonctions erreur définies dans cette étude sont normées par l'intervalle balayé par le rapport $u(a)/a$.

3.3.2.1.3 Modélisation par éléments finis d'un essai pressiométrique

La simulation est réalisée avec le logiciel aux éléments finis CESAR-LCPC. Du fait de l'axisymétrie de l'essai pressiométrique, une modélisation bidimensionnelle est suffisante. De plus, nous supposons un état de déformation plane dans la direction verticale. Dans ces conditions, une couche horizontale est modélisée par des éléments rectangulaires à 8 nœuds. Le modèle contient 891 nœuds et 252 éléments. Les valeurs des déformations restant inférieures à 10% (l'espace contigu à la paroi n'est pas pris en compte), nous supposons l'hypothèse des petites perturbations vérifiée. Le chargement est piloté en déplacement et à chaque incrément le même déplacement est imposé le long de la paroi.

3.3.2.1.4 Modèles de comportement

Du fait de sa très large utilisation en géotechnique, le modèle élastique linéaire parfaitement plastique de Mohr-Coulomb est retenu. Ce modèle est caractérisé par cinq paramètres : le module élastique E , le coefficient de Poisson ν , l'angle de frottement φ , l'angle de dilatance ψ et la cohésion c . Le module élastique, l'angle de frottement et la cohésion jouent un rôle majeur dans le dimensionnement des fondations superficielles, c'est pourquoi ces paramètres sont déterminés par analyse inverse. Pour l'ensemble des simulations, le coefficient de Poisson est égal à 0,33 et l'angle de dilatance est donné par la corrélation :

$$\psi = \varphi - 30 \text{ en degrés}$$

Cependant ce modèle peut apparaître comme une estimation grossière du comportement des sols cohésifs et/ou frottants car le comportement non linéaire avant la rupture n'est pas modélisé. Afin de tenir compte de ce dernier, un modèle élastoplastique à écrouissage [17, 18], développé par Dano et Hicher au GeM, est utilisé. Ce modèle repose sur l'expression tridimensionnelle de la surface de charge de Mohr-Coulomb proposée par Bardet [5] :

$$f(p', q, \theta, r_d) = \frac{q \cdot m(\theta)}{M_p} - (p' + c_p) \cdot r_d(\varepsilon_d^p)$$

où p' est la contrainte moyenne effective, q le déviateur des contraintes, θ l'angle de Lode, M_p la pente de la droite de résistance maximale dans le plan (p', q) , c_p la résistance à la traction hydrostatique, ε_d^p la déformation plastique déviatorique, m la fonction définie par l'équation (3.9) et r_d la fonction d'écrouissage définie par l'équation (3.10). Les paramètres M_p et c_p sont respectivement reliés aux paramètres usuels du modèle de Mohr-Coulomb : l'angle de frottement φ_p et la cohésion c par les expressions $\varphi_p = \text{Arcsin}(\frac{3M_p}{6+M_p})$ et $c_p = \frac{c}{\tan\varphi_p}$.

$$m(\theta) = \frac{6}{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin\varphi_p)} \left[\cos\theta - \frac{\sin\varphi_p}{\sqrt{3}} \cdot \sin\theta \right] \quad (3.9)$$

où φ_p est l'angle de frottement.

$$r_d(\varepsilon_d^p) = r_{el} + \frac{\varepsilon_d^p \cdot (1 - r_{el})}{a + \varepsilon_d^p} \quad (3.10)$$

où r_{el} définit la taille du domaine élastique linéaire initial (lorsque $\varepsilon_d^p = 0$) et a est un paramètre qui caractérise l'évolution de l'écrouissage. Une grande valeur de a augmente la non-linéarité de la réponse, tandis que pour des valeurs très faibles, ce modèle s'apparente à un modèle élastique parfaitement plastique.

Le modèle n'est pas associé et la fonction potentiel est donnée par :

$$g(p', q) = \frac{q}{M_{car}(\theta) \cdot (p' + c_p)} + \ln(p' + c_p)$$

où M_{car} est la fonction définie par :

$$M_{car}(\theta) = M_{car} \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin\varphi_{car})}{6 \left(\cos\theta - \frac{\sin\varphi_{car}}{\sqrt{3}} \cdot \sin\theta \right)}$$

où M_{car} est la pente de la droite représentant l'état de transition entre les domaines contractant et dilatant dans le plan (p', q) . Cet état de transition est couramment appelé état caractéristique. φ_{car} est l'angle caractéristique déduit de la pente M_{car} par l'expression : $\varphi_{car} = \text{Arcsin}(\frac{3M_{car}}{6+M_{car}})$.

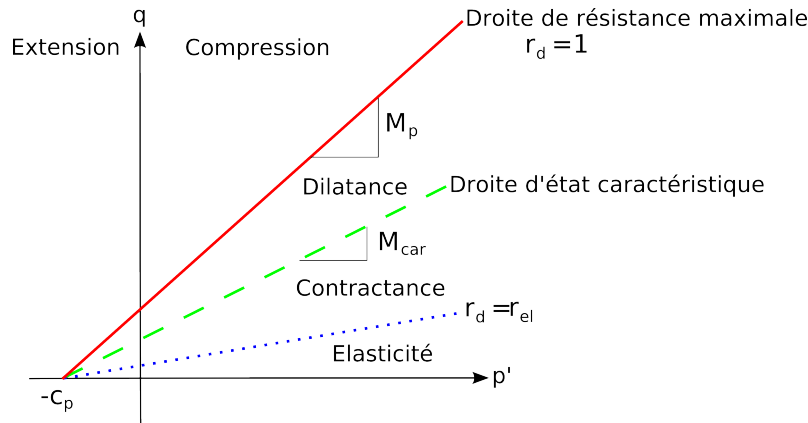


FIG. 3.18: Surface de charge du modèle élastoplastique à écoulement dans le plan (p', q) (d'après Dano [17]).

La figure 3.18 représente les différents domaines balayés par la surface de charge dans le plan (p', q) .

Ce modèle a été implémenté par Dano dans une ancienne version du code aux éléments finis CESAR-LCPC. Une nouvelle version du logiciel propose un module de lois de comportement « boîte à outils » qui permet d'implanter une élasticité non linéaire¹². Afin de rendre compte de l'évolution des propriétés élastiques avec celle de l'état de contraintes, nous modifions le comportement élastique linéaire du modèle initial et introduisons une rigidité variable. Une formulation simple basée sur une valeur constante du coefficient de Poisson a été retenue :

$$\frac{E}{E_{ref}} = \left(\frac{p'}{p'_{ref}} \right)^n \quad (3.11)$$

où n , E_{ref} et p'_{ref} sont des paramètres du modèle. p'_{ref} est fixé à 100 kPa.

La valeur de n doit être ajustée de sorte qu'elle reste cohérente avec le niveau de contrainte pour lequel les propriétés élastiques sont considérées. Plus particulièrement, la rigidité pour des niveaux de déformation inférieurs à 0,001% est généralement associée à des valeurs proches de 0,5, tandis que l'utilisation d'un module sécant identifié à des niveaux de déformation proches de 1% est rattachée à une valeur de n proche de 1 [7, 37]. Dans ces conditions, la valeur de n est fixée à 0,5. Dans le cadre de cette étude, le modèle élastoplastique à écoulement et à élasticité non linéaire a été implémenté dans la nouvelle version de CESAR-LCPC.

Le modèle élastoplastique tel qu'il a été développé est caractérisé par sept paramètres : le module élastique de référence E_{ref} , le coefficient de Poisson ν , l'angle caractéristique φ_{car} , l'angle de frottement φ_p , la cohésion c , le paramètre d'écoulement a et la taille du domaine élastique initial r_{el} . Le module élastique de référence, l'angle de frottement, la cohésion et le paramètre d'écoulement ont une influence majeure sur le dimensionnement des fondations superficielles. Une attention toute particulière doit donc être accordée à leur détermination. Cependant afin de faciliter la comparaison des résultats obtenus avec les deux modèles, nous décidons de conserver le même nombre de paramètres à

12. Pour plus d'informations sur ce module, le lecteur pourra se référer au paragraphe 2.3.2.

identifier (i.e. trois). Afin de réduire le nombre de paramètres à identifier, nous exploitons les résultats des essais triaxiaux réalisés sur des échantillons remaniés. Le remaniement du sol peut avoir une forte influence sur la partie initiale de la courbe déformation-contrainte. Cependant nous supposons que les paramètres caractéristiques de la résistance maximale restent identiques, puisque les échantillons sont préparés avec la teneur en eau et la densité relative estimées in situ. Par conséquent l'angle de frottement est fixé à 35 degrés en accord avec les résultats des essais triaxiaux réalisés sur des échantillons prélevés à une profondeur de 0,6 m (respectivement de 3 m), qui donnent un angle de frottement égal à 34,2 degrés (respectivement 36,4 degrés). Dans l'ensemble des simulations, le coefficient de Poisson est égal à 0,2, l'angle caractéristique à 30 degrés ($M_{car} = 1,2$) en accord avec les essais triaxiaux, et la taille du domaine élastique initial r_{el} à 0,7, étant donné que le sol est légèrement surconsolidé avec $K_0 = 0,7$.

Les modèles de comportement présentés précédemment sont basés tous les deux sur le critère de rupture de Mohr-Coulomb. Le modèle élastoplastique tient compte de deux phénomènes supplémentaires : le comportement non linéaire dû à l'écrouissage plastique et à l'élasticité non linéaire. Ces améliorations laissent supposer une meilleure représentation du comportement du sol. Pour les deux modèles, l'identification par analyse inverse est limitée à trois paramètres (E, φ, c) et (E_{ref}, a, c). Les autres paramètres sont déterminés via des corrélations, des valeurs usuelles ou d'autres essais. Il est intéressant de remarquer que la valeur de l'angle de frottement est déterminée à partir des essais triaxiaux seulement dans le cas du second modèle. En effet, la fonction d'écrouissage introduite dans le second modèle permet une meilleure représentation du comportement non linéaire avant rupture et par conséquent conduit dans le cas d'une analyse inverse à une valeur de l'angle de frottement proche de la valeur physique. Le comportement bilinéaire donné par le modèle de Mohr-Coulomb suppose un compromis entre les valeurs du module élastique et de l'angle de frottement, qui dans le cas d'une analyse inverse ne conduit pas systématiquement à des valeurs physiques.

3.3.2.2 Processus d'optimisation

3.3.2.2.1 Principe

Le processus d'optimisation est assuré par le logiciel commercial modeFRONTIER [24]. Une bibliothèque d'algorithmes d'optimisation est disponible. Une interface entre le processus d'optimisation et CESAR-LCPC est mise en œuvre simplement via un script et un lancement en ligne de commande du logiciel aux éléments finis. De la même façon, un script commande l'exécution d'un programme par le logiciel commercial Matlab afin d'extraire les résultats du fichier de sortie de CESAR-LCPC, de les comparer aux résultats expérimentaux et d'évaluer la fonction coût.

3.3.2.2.2 Algorithmes utilisés

Les algorithmes d'optimisation retenus pour cette étude sont la méthode du simplexe et la méthode génétique. Ce choix est expliqué aux paragraphes 3.2.3.1.5 et 3.2.3.2.4.

Dans modeFRONTIER, l'algorithme du simplexe est implanté tel qu'il a été décrit dans la partie bibliographique (cf. paragraphe 3.2.3.1.2) à la différence qu'il est adapté à un espace de recherche discret.

| | min | max | pas de discrétisation |
|--------------------|-----|-----|-----------------------|
| E (MPa) | 10 | 50 | 1 |
| φ (degrés) | 30 | 50 | 1 |
| c (kPa) | 0 | 10 | 0,5 |

TAB. 3.1: Espace de recherche dans le cas du modèle Mohr-Coulomb.

| | min | max | pas de discrétisation |
|-----------------|--------|------|-----------------------|
| E_{ref} (MPa) | 180 | 280 | 5 |
| a | 0,0025 | 0,05 | 0,0025 |
| c (kPa) | 0 | 10 | 0,5 |

TAB. 3.2: Espace de recherche dans le cas du modèle élastoplastique à écrouissage.

Un algorithme génétique multi-objectif appelé MOGA-II [80] est disponible dans la bibliothèque de modeFRONTIER. Il s'agit d'une version améliorée de MOGA (Multi-Objective Genetic Algorithm) développée par Poloni et Pediroda [81]. Ces derniers ont apporté deux modifications principales à un algorithme génétique mono-objectif. Ils ont introduit une méthode de sélection basée sur le concept de dominance et un nouvel opérateur de croisement appelé croisement directionnel (« directional cross-over »), qui vise à déterminer une direction d'amélioration en comparant la valeur de la fonction erreur de deux individus. Le nouvel opérateur accélère la convergence. Par conséquent il doit être utilisé parcimonieusement dans le cas de problèmes fortement non linéaires afin d'éviter une convergence prématurée vers des surfaces de Pareto locales. Dans cette étude, le problème n'est pas fortement non linéaire et le coût de calcul pour l'évaluation de chaque individu peut poser problème. En raison de ces deux constats, ce nouvel opérateur est utilisé en complément de l'opérateur de croisement classique. Comparé à MOGA, MOGA-II possède un opérateur supplémentaire : un opérateur élitiste. Dans modeFRONTIER, le codage des paramètres est binaire.

3.3.2.2.3 Définition des espaces de recherche et paramétrage des algorithmes d'optimisation

Les simplexes initiaux pour la méthode du simplexe et les populations initiales pour la méthode génétique sont générés de façon quasi-aléatoire par l'algorithme Sobol [102], qui permet d'obtenir des échantillons uniformément répartis dans l'espace des paramètres. Dans le cas du modèle de Mohr-Coulomb, les intervalles de valeurs possibles correspondent à des valeurs usuelles (Tab. 3.1). Les valeurs faibles de la cohésion (inférieures à 10 kPa) peuvent être expliquées par la non-saturation du sol sableux. Dans le cas du modèle élastoplastique à écrouissage, les essais à la colonne résonnante [9] permettent de donner un intervalle de valeurs pour le module élastique de référence E_{ref} . Plusieurs simulations avec des valeurs différentes du paramètre a et des valeurs moyennes de la cohésion c et du module élastique de référence E_{ref} ont été réalisées afin de localiser l'intervalle d'étude pour le paramètre a (Tab. 3.2).

Le critère d'arrêt de l'algorithme du simplexe est fixé à 10^{-5} , ce qui signifie que l'algorithme s'arrête lorsque l'amélioration relative entre deux solutions consécutives est inférieure à 10^{-5} . Dans le cas d'une optimisation par MOGA-II, la population initiale est fixée à 200 individus. La probabilité de croisement directionnel (probabilité selon laquelle un individu

subit un croisement directionnel) est fixée à 0,5, la probabilité de sélection (probabilité selon laquelle un individu ne change pas) à 0,05 et la probabilité de mutation (probabilité selon laquelle un individu observe une mutation) à 0,1. Par conséquent la probabilité de croisement classique (probabilité selon laquelle un individu subit un croisement classique) vaut $1-(0,5+0,05+0,1)=0,35$. Ces paramètres sont en accord avec les valeurs proposées dans la littérature (cf. paragraphe 3.2.3.1.3). L'opérateur élitiste est activé. La population entière est actualisée à la fin de chaque génération. L'optimisation est considérée comme terminée lorsqu'aucune amélioration concernant la détermination du front de Pareto n'est réalisée pendant cinq générations consécutives.

3.3.3 Résultats des différentes identifications

Dans ce paragraphe, nous formulons le problème d'identification comme un problème mono-objectif, puis multi-objectif. Pour ce faire, nous considérons, dans un premier temps, deux couches de sol différentes, dont les paramètres mécaniques à identifier sont déterminés séparément à partir des deux essais pressiométriques. Dans un second temps, nous supposons l'homogénéité des deux couches de sol, caractérisées par les mêmes paramètres de sol. Cependant, compte tenu de l'insuffisance des modèles de comportement, nous serons amenés à rechercher certains paramètres indépendamment pour chacune des couches.

3.3.3.1 Identification mono-objectif

Dans cette partie, le problème inverse est considéré comme un problème mono-objectif et une analyse inverse est réalisée sur chaque essai pressiométrique. Cependant seuls les résultats obtenus par optimisation de l'essai pressiométrique à 2 m de profondeur sont présentés et commentés en détail. Ponctuellement des commentaires supplémentaires sur l'analyse inverse à partir du second essai pressiométrique sont faits. Deux identifications sont successivement présentées : la première concerne les paramètres du modèle élastique linéaire parfaitement plastique et la seconde les paramètres du modèle élastoplastique à écrouissage.

3.3.3.1.1 Identification des paramètres du modèle élastique linéaire parfaitement plastique

Comme précisé précédemment, l'identification des paramètres du modèle élastique linéaire parfaitement plastique concerne le triplet de paramètres (E, φ, c) .

Dans un premier temps, les paramètres sont optimisés par l'algorithme du simplexe. Puisque les résultats dépendent des jeux de paramètres initiaux, nous réalisons cinq optimisations avec cinq simplexes initiaux différents, chaque simplexe regroupant quatre triplets de paramètres. Afin de mettre en évidence l'influence de l'initialisation, les résultats des optimisations, qui conduisent aux valeurs finales la plus faible et la plus élevée de la fonction erreur parmi l'ensemble des cinq essais, sont détaillés dans le tableau 3.3. Les écarts sont importants (jusqu'à 48 %) et montrent le soin qu'il faut apporter à une analyse inverse avec l'algorithme du simplexe. Puisque cet algorithme vise à déterminer un seul minimum, nous considérons comme pertinent l'essai qui conduit à la valeur finale la plus faible de la fonction erreur.

| Jeu initial | | | Jeu optimal | | | |
|-------------|--------------------|-----------|-------------|--------------------|-----------|-----------------------|
| E (MPa) | φ (degrés) | c (kPa) | E (MPa) | φ (degrés) | c (kPa) | $F_{err}^{(1)}$ (kPa) |
| 38 | 31 | 8,5 | 50 | 31 | 8,5 | 8,56 |
| 27 | 47 | 0,5 | | | | |
| 48 | 36 | 5,5 | | | | |
| 29 | 33 | 4,5 | | | | |
| 43 | 39 | 4,5 | 16 | 46 | 5 | 12,63 |
| 12 | 44 | 7 | | | | |
| 33 | 33 | 1,5 | | | | |
| 17 | 41 | 3 | | | | |

TAB. 3.3: Optimisation de l'essai pressiométrique avec l'algorithme du simplexe dans le cas du modèle élastique linéaire parfaitement plastique.

La figure 3.19 permet de comparer les données expérimentales aux résultats de la simulation réalisée en considérant le jeu de paramètres optimal. Une adéquation acceptable entre les données expérimentales et numériques est obtenue, si nous considérons seulement la partie de la courbe exploitée par le processus d'identification. Cependant la valeur de l'angle de frottement donnée par le jeu optimal (Tab. 3.3) n'est pas cohérente avec les résultats des essais triaxiaux réalisés sur des échantillons prélevés à une profondeur de 0,6 m (respectivement de 3 m), qui donnent un angle de frottement égal à 34,2 degrés (respectivement 36,4 degrés).

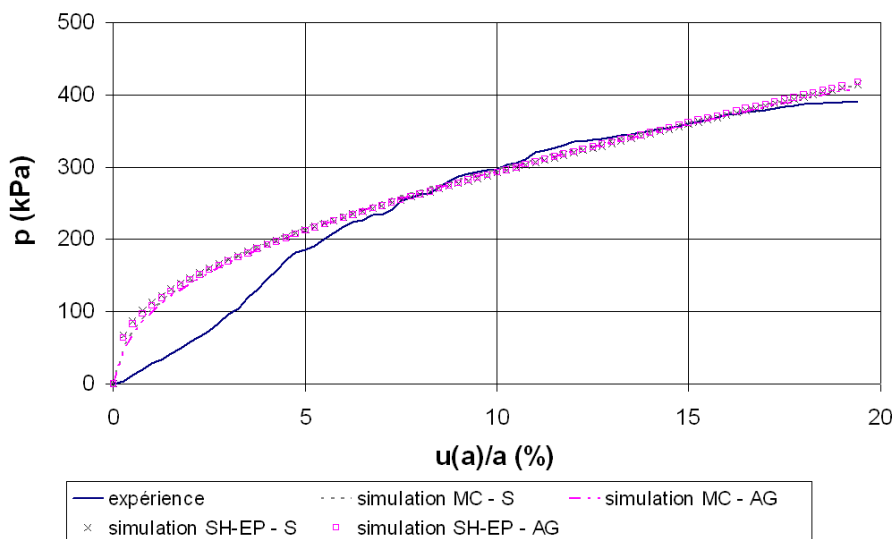


FIG. 3.19: Comparaison des résultats expérimentaux et numériques obtenus par optimisation avec les méthodes génétique (AG) et du simplexe (S) de l'essai pressiométrique réalisé à une profondeur de 2 m dans le cas des deux modèles de comportement (modèle élastique linéaire parfaitement plastique (MC) et modèle élastoplastique à écrouissage (SH-EP)).

Dans un second temps, les paramètres sont optimisés par l'algorithme MOGA-II. Cette méthode fournit une population d'individus qui doivent être triés selon un critère de « satisfaction ». Tous les individus dont la valeur de la fonction erreur est plus faible qu'une certaine valeur de référence sont considérés comme « satisfaisants ». Dans cette

étude, la méthode génétique fournit un meilleur optimum mathématique que la méthode du simplexe. Par conséquent, la valeur optimale de la fonction erreur obtenue par la méthode du simplexe est choisie comme valeur de référence. La figure 3.20 représente les individus satisfaisants. Dans le cas particulier de cette analyse inverse, le meilleur jeu de paramètres obtenu avec la méthode du simplexe est aussi détecté par la méthode génétique. Environ 30 autres individus sont plus pertinents que l'optimum mathématique obtenu avec la méthode du simplexe. Les plages des valeurs des paramètres sont très étendues : par exemple les valeurs de l'angle de frottement varient entre 31 et 37 degrés.

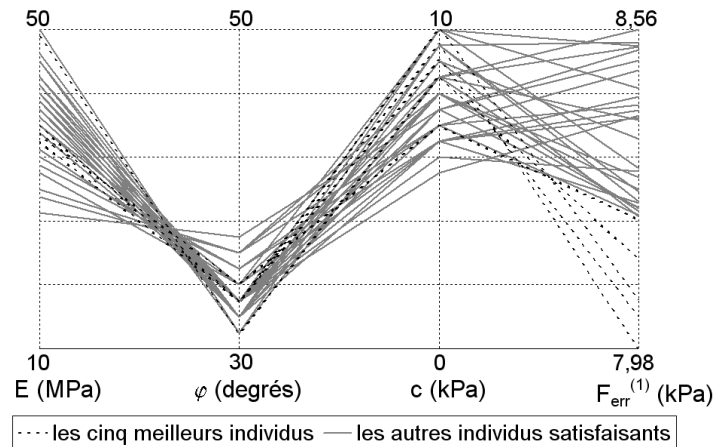


FIG. 3.20: Répartition des individus satisfaisants obtenus par optimisation avec la méthode génétique de l'essai pressiométrique réalisé à une profondeur de 2 m dans le cas du modèle élastique linéaire parfaitement plastique.

Le tableau 3.4 récapitule les jeux de paramètres qui correspondent aux cinq meilleurs individus. Les valeurs des paramètres appartiennent à des plages restreintes, ce qui laisse supposer une fonction erreur localement régulière. La répartition de la population satisfaisante (Fig. 3.20) nous renseigne sur la sensibilité des paramètres et d'éventuelles relations entre eux. Le module élastique et l'angle de frottement sont fortement liés : un module élastique surestimé peut être contrebalancé par un angle de frottement plus faible. A angle de frottement constant, une relation entre le module élastique et la cohésion peut être établie : plus le module élastique est grand, plus la cohésion est faible (Tab. 3.4). Cette remarque est cohérente avec le fait que l'augmentation de la cohésion ou de l'angle de frottement a un effet similaire sur la courbe pressiométrique simulée.

Pour les cinq meilleurs individus, les valeurs identifiées de la cohésion sont supérieures à 7 kPa (Tab. 3.4). D'après les résultats des essais triaxiaux, il semble cohérent de choisir un jeu de paramètres dont l'angle de frottement est supérieur à 33 degrés. La figure 3.19 permet de comparer la courbe expérimentale à la courbe numérique obtenue en considérant le jeu de paramètres optimal. Une adéquation acceptable est obtenue.

La différence entre les courbes numériques résultant des deux méthodes d'optimisation est très faible, même si les jeux de paramètres sont différents (35% de différence sur le module élastique et 6% de différence sur l'angle de frottement). Les courbes numériques obtenues à partir de l'ensemble des jeux de paramètres satisfaisants ne sont pas représentées pour des raisons de lisibilité. Cependant elles se situent entre les deux courbes numériques de la figure 3.19. Cette remarque illustre la non-unicité de la solution du problème inverse et justifie l'utilisation des algorithmes génétiques, qui assurent une recherche relativement

| E (MPa) | φ (degrés) | c (kPa) | $F_{err}^{(1)}$ (kPa) |
|-----------|--------------------|-----------|-----------------------|
| 37 | 33 | 9,5 | 7,98 |
| 38 | 33 | 9 | 8,04 |
| 36 | 33 | 10 | 8,07 |
| 49 | 31 | 8,5 | 8,14 |
| 37 | 34 | 7 | 8,21 |

TAB. 3.4: Les cinq meilleurs individus obtenus par optimisation avec la méthode génétique de l'essai pressiométrique réalisé à une profondeur de 2 m dans le cas du modèle élastique linéaire parfaitement plastique.

exhaustive des jeux de paramètres satisfaisants. De plus il est important de noter que l'algorithme génétique fournit un meilleur optimum mathématique que l'algorithme du simplexe. Il semble que ce dernier soit resté « piégé » dans un minimum local.

Un commentaire supplémentaire peut être fait sur l'analyse inverse à partir de l'essai pressiométrique réalisé à 5,9 m de profondeur. Dans ce cas, la méthode du simplexe détermine un minimum mathématique qui est légèrement inférieur à celui obtenu avec la méthode génétique (fonction erreur : 13,84 kPa < 13,88 kPa), si l'optimisation avec l'algorithme génétique est arrêtée, lorsqu'aucune amélioration du meilleur individu n'est constatée pendant cinq générations consécutives. 39 générations sont nécessaires à l'algorithme génétique pour détecter le minimum donné par la méthode du simplexe. Cette remarque illustre l'objectif principal des algorithmes génétiques, qui consiste à déterminer par une recherche pseudo-aléatoire un jeu de solutions satisfaisantes plutôt qu'un minimum mathématique. Contrairement à cette stratégie, l'algorithme du simplexe recherche un optimum mathématique, qui peut être un minimum local ou global.

3.3.3.1.2 Identification des paramètres du modèle élastoplastique à écoulement

Comme précisé précédemment, l'identification des paramètres du modèle élastoplastique à écoulement concerne le triplet de paramètres (E_{ref}, a, c) , φ_p étant fixé à 35 degrés. Deux analyses inverses sont réalisées : pour l'une l'optimisation est assurée par la méthode du simplexe, pour l'autre par la méthode génétique.

Le tableau 3.5 montre la dispersion des jeux optimaux obtenus lors des optimisations initialisées par cinq simplexes différents. La dispersion est moins grande que dans le cas du premier modèle, ce qui laisse supposer une fonction erreur plus régulière.

Comme précédemment, la valeur minimale de la fonction erreur donnée par la méthode du simplexe est considérée comme le critère de satisfaction pour la méthode génétique. La figure 3.21 représente les individus satisfaisants et le tableau 3.6 récapitule les cinq meilleurs jeux de paramètres obtenus avec la méthode génétique. Le tableau 3.6 et la figure 3.21 font apparaître une relation entre le module élastique de référence E_{ref} et le paramètre d'écrouissage a et une préférence pour des valeurs élevées de la cohésion c . Ces résultats sont en accord avec les commentaires concernant le modèle de Mohr-Coulomb.

La figure 3.19 permet de comparer les données expérimentales et les courbes numériques pour les deux modèles de comportement. Ces derniers conduisent à des résultats très similaires. La principale différence concerne le début de la courbe, qui n'est pas pris en

| Jeu initial | | | Jeu optimal | | | |
|-----------------|--------|-----------|-----------------|--------|-----------|-----------------------|
| E_{ref} (MPa) | a | c (kPa) | E_{ref} (MPa) | a | c (kPa) | $F_{err}^{(1)}$ (kPa) |
| 265 | 0,0225 | 4,5 | 230 | 0,045 | 10 | 9,05 |
| 185 | 0,035 | 7 | | | | |
| 235 | 0,01 | 1,5 | | | | |
| 195 | 0,0175 | 5,5 | | | | |
| 250 | 0,0425 | 0,5 | 265 | 0,0225 | 4 | 11,01 |
| 225 | 0,005 | 8,5 | | | | |
| 275 | 0,03 | 3 | | | | |
| 225 | 0,025 | 1,5 | | | | |

TAB. 3.5: Optimisation de l'essai pressiométrique réalisé à une profondeur de 2 m avec l'algorithme du simplexe dans le cas du modèle élastoplastique à écrouissage.

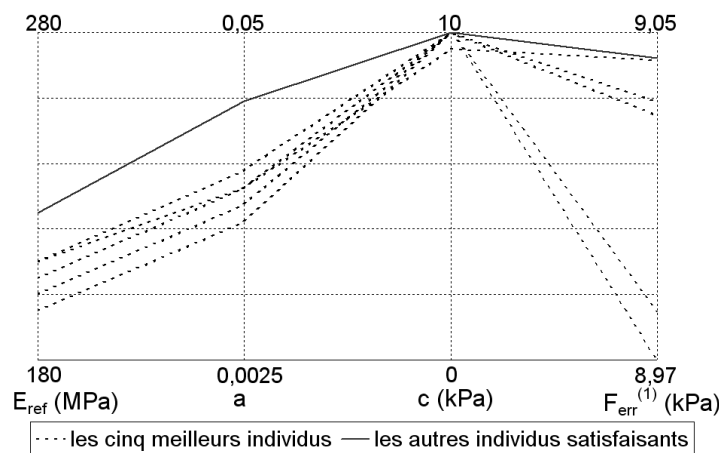


FIG. 3.21: Répartition des individus satisfaisants obtenus par optimisation avec la méthode génétique de l'essai pressiométrique réalisé à une profondeur de 2 m dans le cas du modèle élastoplastique à écrouissage.

compte dans l'analyse inverse. Le début de la courbe, malheureusement inexploitable dans cette étude, est un élément crucial, si l'on souhaite évaluer la qualité de la représentation du comportement du sol par les deux modèles.

L'identification des paramètres par optimisation génétique du second essai pressiométrique conduit à des valeurs plus faibles de la cohésion (inférieures à 4 kPa). Cette constatation peut être expliquée par une plus faible valeur de la succion au voisinage de la nappe d'eau.

3.3.3.1.3 Conclusions

Cette première étude compare deux types d'algorithmes dans le cas d'une identification mono-objectif. Pour les deux modèles de comportement, les courbes pressiométriques numériques résultant des analyses inverses utilisant les méthodes du simplexe et génétique sont très proches de la courbe pressiométrique expérimentale, même si la méthode génétique fournit des résultats légèrement meilleurs, compte tenu des valeurs de la fonction erreur. Cependant les paramètres obtenus avec la méthode du simplexe semblent être incohérents avec les résultats des essais triaxiaux. L'avantage de la méthode génétique consiste à fournir un jeu d'individus satisfaisants. Compte tenu de ses connaissances scien-

| E_{ref} (MPa) | a | c (kPa) | $F_{err}^{(1)}$ (kPa) |
|-----------------|--------|-----------|-----------------------|
| 200 | 0,025 | 10 | 8,97 |
| 205 | 0,0275 | 10 | 8,98 |
| 195 | 0,0225 | 10 | 9,03 |
| 210 | 0,03 | 10 | 9,03 |
| 210 | 0,0275 | 10 | 9,04 |

TAB. 3.6: Les cinq meilleurs individus obtenus par optimisation avec la méthode génétique de l'essai pressiométrique réalisé à une profondeur de 2 m dans le cas du modèle élastoplastique à écrouissage.

tifiques et techniques et des résultats d'essais supplémentaires, l'utilisateur est capable de sélectionner avec plus de précision et de fiabilité les paramètres nécessaires pour le dimensionnement des structures. De plus, l'analyse de ces individus satisfaisants permet à l'utilisateur d'obtenir des informations sur la sensibilité des simulations vis-à-vis des valeurs des paramètres et sur de possibles relations entre eux.

La comparaison de la procédure d'identification dans le cas des deux modèles peut s'avérer difficile parce que le fait de garder le nombre de paramètres à identifier constant n'est pas suffisant pour assurer des conditions similaires. En effet, la topologie de la fonction erreur dépend non seulement du modèle de comportement et de sa capacité à représenter la réalité, mais aussi du jeu de paramètres à identifier et des valeurs fixées a priori pour les autres paramètres. Dans le cas du modèle de Mohr-Coulomb, le domaine de recherche est défini sans qu'aucune valeur d'un des paramètres sensibles au problème ne soit fixée a priori ou que le domaine soit restreint. Dans ces conditions, l'unicité de la solution n'est certainement pas assurée. Dans le cas du second modèle, des essais supplémentaires ont été exploités pour déterminer la valeur de l'angle de frottement et réduire le domaine du module élastique de référence E_{ref} , ce qui peut limiter le problème de la non-unicité de la solution. Les figures 3.20 et 3.21 confirment cette tendance en représentant plus de jeux de paramètres satisfaisants sur une large gamme de valeurs dans le cas du modèle de Mohr-Coulomb.

Le choix de l'algorithme adéquat résulte d'un compromis entre la fiabilité et la qualité de l'information d'une part et le coût de calcul d'autre part. En effet la richesse des résultats a un coût de calcul important. Si l'on considère que cinq optimisations successives ont été réalisées avec la méthode du simplexe, le coût de calcul de la méthode génétique est d'environ $\rho = 9$ fois plus grand que celui de la méthode du simplexe. Ce rapport est plus faible ($\rho = 6$) dans le cas du modèle élastoplastique à écrouissage que dans le cas du modèle de Mohr-Coulomb. Cette remarque concerne l'étude particulière (identification de trois paramètres spécifiques à partir d'essais pressiométriques) et ne peut être aisément généralisée. Cependant elle peut être expliquée par la topologie des fonctions erreur : la fonction erreur dans le cas du modèle de Mohr-Coulomb n'est pas aussi régulière que dans le cas du modèle élastoplastique à écrouissage. Par conséquent, si l'utilisateur peut prévoir a priori la topologie de la fonction, il peut estimer l'intérêt éventuel des algorithmes génétiques, qui sont capables de traiter des problèmes avec des fonctions erreur irrégulières ayant des minima locaux.

Dans cette première étude, pour chaque modèle de comportement, une analyse inverse a été réalisée sur chaque courbe pressiométrique, ce qui suppose l'existence de deux couches de sol différentes. Cependant les valeurs obtenues pour un même paramètre à partir des

deux essais peuvent présenter des incohérences compte tenu du profil du sol. Ce problème apparaît en particulier dans le cas où l'on suppose un comportement élastique linéaire parfaitement plastique du sol pour lequel la probabilité de la non-unicité de la solution est élevée. Par exemple, les meilleurs jeux de paramètres obtenus avec la méthode du simplexe donnent une valeur du module élastique à 2 m de profondeur (50 MPa) plus élevée qu'à 5,9 m de profondeur (36 MPa). Dans le cas de la méthode génétique, les gammes de valeurs de l'angle de frottement obtenues pour les deux profondeurs sont si différentes (inférieures à 34 degrés et supérieures à 38 degrés), que ce résultat ne semble pas cohérent avec la relative homogénéité du sol. Afin de trouver un compromis qui satisfasse les deux tests, et par là même afin d'améliorer la fiabilité des résultats, nous procédons à une seconde étude pour laquelle les deux essais pressiométriques sont considérés simultanément.

3.3.3.2 Identification multi-objectif

Dans le cadre d'une identification multi-objectif, nous ne considérons plus deux couches de sol différentes, mais une seule couche de sol homogène. Cette hypothèse d'homogénéité permet d'augmenter la fiabilité des résultats en utilisant simultanément deux essais pressiométriques. Comme dans le cas des identifications mono-objectif, nous présentons les résultats relatifs au modèle élastique linéaire parfaitement plastique, puis ceux relatifs au modèle élastoplastique à écrouissage.

3.3.3.2.1 Identification des paramètres du modèle élastique linéaire parfaitement plastique

Dans le cas du modèle de Mohr-Coulomb, quatre paramètres sont optimisés : deux modules élastiques E_1 , respectivement E_2 , qui correspondent aux deux profondeurs : 2 m, respectivement 5,9 m, une cohésion c et un angle de frottement φ , qui supposent l'homogénéité du profil du sol. Il est intéressant de remarquer que nous ne recherchons pas un module élastique unique. La détermination de l'un des modules élastiques est indépendante de celle de l'autre car elle ne dépend que du seul essai pressiométrique correspondant. L'introduction de deux modules élastiques différents permet de tenir compte de l'incapacité du modèle de Mohr-Coulomb à représenter l'évolution des propriétés élastiques avec celle de l'état de contraintes.

Dans le cas de l'algorithme du simplexe, nous appliquons la méthode de pondération, qui consiste à optimiser une nouvelle fonction définie comme une combinaison linéaire des fonctions erreur initiales. Les extrémités du front de Pareto ont été déterminées par les analyses inverses mono-objectif (Fig. 3.22). Puisque la recherche de chaque module élastique dépend seulement de l'essai pressiométrique correspondant, chaque solution obtenue par optimisation mono-objectif d'un essai pressiométrique détermine la valeur de la fonction erreur de cet essai. La valeur de la fonction erreur qui correspond à l'autre essai reste inconnue (pour la déterminer, il faudrait connaître la valeur du module élastique associée à l'essai). Sur la figure 3.22, les traits en pointillé représentent les résultats de l'optimisation mono-objectif. Les symboles servent à distinguer les deux méthodes (simplexe (S) et algorithme génétique (AG)). Un point supplémentaire du front de Pareto est déterminé pour le cas où les deux essais pressiométriques se voient attribuer le même poids. L'analyse inverse consiste dans ce cas à minimiser la nouvelle fonction définie par :

$$F_{err} = \frac{F_{err}^{(1)} + F_{err}^{(2)}}{2}$$

| Jeu initial | | | | Jeu optimal | | | | | | |
|----------------|----------------|--------------|-----------------------|----------------|----------------|--------------|-----------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------|
| E_1 (MPa) | E_2 (MPa) | c (kPa) | φ (degrés) | E_1 (MPa) | E_2 (MPa) | c (kPa) | φ (degrés) | $F_{err}^{(1)}$ (kPa) | $F_{err}^{(2)}$ (kPa) | F_{err} (kPa) |
| 34 | 24 | 8 | 34 | 23 | 37 | 7 | 39 | 9,19 | 14,17 | 11,68 |
| 24 | 34 | 0 | 50 | | | | | | | |
| 44 | 13 | 5,5 | 39 | | | | | | | |
| 16 | 31 | 8,5 | 35 | | | | | | | |
| 36 | 11 | 3,5 | 46 | | | | | | | |
| 29 | 29 | 1,5 | 47 | 43 | 42 | 7 | 37 | 89,13 | 17,00 | 53,06 |
| 49 | 49 | 6,5 | 37 | | | | | | | |
| 18 | 18 | 4 | 42 | | | | | | | |
| 29 | 28 | 6 | 41 | | | | | | | |
| 39 | 33 | 9,5 | 30 | | | | | | | |

TAB. 3.7: Optimisation par la méthode de pondération avec l'algorithme du simplexe dans le cas du modèle élastique linéaire parfaitement plastique.

où $F_{err}^{(1)}$ correspond à l'essai pressiométrique réalisé à 2 m de profondeur et $F_{err}^{(2)}$ à celui réalisé à 5,9 m de profondeur.

Cinq optimisations avec des simplexes initiaux différents ont été réalisées. Les résultats des optimisations, qui conduisent aux valeurs finales la plus faible et la plus élevée de la fonction erreur, sont détaillés dans le tableau 3.7. La forte dépendance des résultats aux simplexes initiaux peut être expliquée par la complexité de la fonction erreur F_{err} , qui superpose les irrégularités des deux fonctions erreur $F_{err}^{(1)}$ et $F_{err}^{(2)}$. L'insuffisance de la méthode du simplexe est illustrée par l'optimisation qui conduit au plus mauvais résultat ($F_{err} = 53,06 kPa$). Si le simplexe rencontre un minimum local, il ne peut en sortir et reste « piégé ». Comme précédemment, le meilleur jeu de paramètres en termes de valeur de la fonction coût est considéré comme solution et reporté sur la figure 3.22.

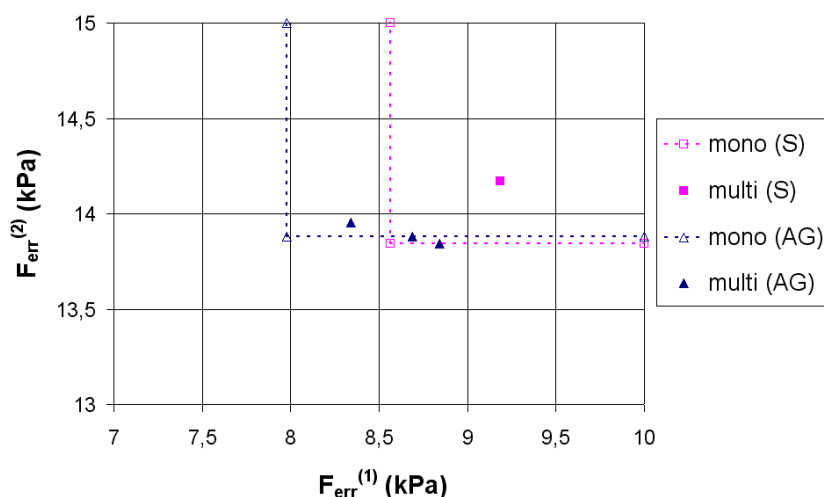


FIG. 3.22: Répartition des solutions Pareto-optimales issues de l'identification multi-objectif avec les méthodes du simplexe (S) et génétique (AG) dans le cas d'un modèle élastique linéaire parfaitement plastique.

| E_1 (MPa) | E_2 (MPa) | c (kPa) | φ (degrés) | $F_{err}^{(1)}$ (kPa) | $F_{err}^{(2)}$ (kPa) |
|-------------|-------------|-----------|--------------------|-----------------------|-----------------------|
| 32 | 37 | 8 | 35 | 8,11 | 86,36 |
| 30 | 41 | 10 | 35 | 8,20 | 53,02 |
| 23 | 38 | 10 | 38 | 8,34 | 13,95 |
| 21 | 35 | 10 | 39 | 8,69 | 13,88 |
| 22 | 36 | 8,5 | 39 | 8,84 | 13,84 |

TAB. 3.8: Solutions Pareto-optimales obtenues par optimisation bi-objectif avec la méthode génétique dans le cas du modèle élastique linéaire parfaitement plastique.

L'utilisation de l'algorithme génétique multi-objectif (MOGA-II) permet une détermination fiable et exhaustive du front de Pareto en une seule optimisation. A l'issue de l'optimisation, cinq individus sont des solutions Pareto-optimales. Les jeux de paramètres correspondants sont récapitulés dans le tableau 3.8. Par souci de lisibilité, la figure 3.22 représente une partie restreinte de l'espace des critères, de sorte qu'elle contienne seulement trois des cinq solutions Pareto-optimales. Les solutions Pareto-optimales dont la valeur de $F_{err}^{(2)}$ est supérieure à 50 kPa ne semblent pas pertinentes pour le problème étudié et ne sont pas analysées dans la suite. Les résultats sont en accord avec ceux obtenus par optimisation mono-objectif. L'algorithme génétique multi-objectif détecte une solution dont la valeur de $F_{err}^{(2)}$ est plus faible que celle correspondant au meilleur jeu dans le cas d'une optimisation mono-objectif par la méthode génétique. Cette remarque peut être justifiée par la stratégie des algorithmes génétiques qui consiste à déterminer des solutions satisfaisantes plutôt qu'un optimum mathématique. En effet la différence entre les deux valeurs de $F_{err}^{(2)}$ reste faible (inférieure à 0,3%). Parmi les trois solutions Pareto-optimales considérées, une solution Pareto-optimale est satisfaisante au sens de l'optimisation mono-objectif du premier essai pressiométrique ($F_{err}^{(1)} < 8,56 \text{ kPa}$ cf. Fig. 3.22), mais n'appartient cependant pas à l'ensemble des jeux satisfaisants détecté par l'optimisation mono-objectif par méthode génétique (Fig. 3.20). Par conséquent, la formulation multi-objectif provoque l'émergence de nouveaux jeux de paramètres satisfaisants pertinents pour le problème considéré.

La figure 3.22 permet de comparer, au sens de Pareto, les résultats donnés par la méthode de pondération avec l'algorithme du simplexe et par MOGA-II. La solution donnée par la méthode de pondération est dominée par les trois solutions Pareto-optimales données par MOGA-II. En effet, la méthode génétique fournit des solutions, dont les valeurs des deux fonctions erreur sont inférieures à celles de la solution donnée par la méthode de pondération. Cependant ces quatre jeux de paramètres sont situés dans la même région de l'espace des paramètres (Tab. 3.7 et 3.8). Par conséquent une faible différence est attendue entre les différentes simulations de l'essai effectué sur la fondation superficielle.

L'analyse inverse menée à partir du premier essai pressiométrique comparée à celle menée à partir du second conduit systématiquement à des solutions dont la fonction erreur est plus faible. Cette différence peut être reliée à la gamme de pression balayée pendant chacun des deux essais.

| Jeu initial | | | | Jeu optimal | | | | | | |
|--------------------|--------|--------|--------------|--------------------|--------|--------|--------------|--------------------------|--------------------------|--------------------|
| E_{ref} (MPa) | a_1 | a_2 | c (kPa) | E_{ref} (MPa) | a_1 | a_2 | c (kPa) | $F_{err}^{(1)}$ (kPa) | $F_{err}^{(2)}$ (kPa) | F_{err} (kPa) |
| 225 | 0,025 | 0,001 | 8,5 | 200 | 0,0125 | 0,0225 | 6,5 | 9,83 | 18,20 | 14,01 |
| 280 | 0,05 | 0,0035 | 3,5 | | | | | | | |
| 200 | 0,0125 | 0,0225 | 6 | | | | | | | |
| 255 | 0,0375 | 0,0475 | 0,5 | | | | | | | |
| 185 | 0,0425 | 0,015 | 7,5 | | | | | | | |
| 240 | 0,0175 | 0,04 | 2 | 255 | 0,015 | 0,04 | 3 | 11,64 | 19,07 | 15,36 |
| 215 | 0,03 | 0,0025 | 10 | | | | | | | |
| 265 | 0,005 | 0,0275 | 4,5 | | | | | | | |
| 195 | 0,0275 | 0,0425 | 2,5 | | | | | | | |
| 245 | 0,0025 | 0,0175 | 8 | | | | | | | |

TAB. 3.9: Optimisation par la méthode de pondération avec l'algorithme du simplexe dans le cas du modèle élastoplastique à écoulement.

3.3.3.2 Identification des paramètres du modèle élastoplastique à écoulement

Dans le cas du modèle élastoplastique à écoulement, quatre paramètres sont optimisés : deux valeurs du paramètre d'écoulement : a_1 , respectivement a_2 , qui correspondent aux deux profondeurs : 2 m, respectivement 5,9 m, une cohésion c , qui suppose l'homogénéité du profil du sol et un module élastique de référence E_{ref} , qui suppose l'évolution de la rigidité à des niveaux faibles de déformation donnée par l'équation (3.11). Comme précédemment pour le module élastique, une valeur unique de a n'est pas recherchée. L'introduction de deux paramètres d'écoulement différents permet de tenir compte du caractère non intrinsèque du paramètre a .

Suivant le même schéma d'analyse que précédemment, des optimisations par la méthode du simplexe et la méthode génétique sont réalisées. Le tableau 3.9 montre la dispersion des résultats vis-à-vis des simplexes initiaux. L'utilisation de MOGA-II conduit à la détermination de douze solutions Pareto-optimales. Les jeux de paramètres correspondants sont récapitulés dans le tableau 3.10. La figure 3.23 met en évidence la répartition des solutions Pareto-optimales données par la méthode de pondération avec l'algorithme du simplexe et par MOGA-II. Comme dans le cas du modèle de Mohr-Coulomb, les résultats sont en accord avec ceux obtenus par optimisation mono-objectif. Les solutions données par la méthode génétique sont meilleures au sens de Pareto que celles données par la méthode de pondération. La différence est cependant moins importante que dans le cas du modèle de Mohr-Coulomb, ce qui confirme le commentaire concernant la topologie de la fonction erreur.

3.3.3.3 Conclusions

A l'issue de ces deux identifications multi-objectif, nous pouvons conclure que MOGA-II assure une résolution du problème d'optimisation plus fiable que la méthode de pondération. Il apparaît difficile de comparer le coût de calcul des deux méthodes de résolution parce que l'approche par pondération n'a été mise en œuvre que partiellement. En effet, si l'on souhaitait déterminer l'ensemble du front de Pareto, plusieurs couples de pondération

| E_{ref} (MPa) | a_1 | a_2 | c (kPa) | $F_{err}^{(1)}$ (kPa) | $F_{err}^{(2)}$ (kPa) |
|-----------------|--------|--------|-----------|-----------------------|-----------------------|
| 180 | 0,0175 | 0,0275 | 10 | 8,79 | 23,84 |
| 185 | 0,02 | 0,0275 | 10 | 8,96 | 20,52 |
| 200 | 0,025 | 0,0325 | 10 | 8,97 | 19,080 |
| 205 | 0,0225 | 0,0325 | 9 | 9,14 | 19,079 |
| 190 | 0,0225 | 0,0275 | 10 | 9,15 | 18,90 |
| 195 | 0,0175 | 0,025 | 8,5 | 9,18 | 18,40 |
| 190 | 0,015 | 0,0225 | 8,5 | 9,37 | 18,23 |
| 195 | 0,015 | 0,0225 | 7,5 | 9,56 | 18,21 |
| 185 | 0,015 | 0,02 | 8 | 10,31 | 18,06 |
| 180 | 0,0125 | 0,0175 | 7,5 | 10,54 | 17,91 |
| 180 | 0,0175 | 0,0125 | 3,5 | 49,82 | 17,74 |
| 180 | 0,0175 | 0,01 | 2 | 62,17 | 17,46 |

TAB. 3.10: Solutions Pareto-optimales obtenues par optimisation bi-objectif par méthode génétique dans le cas du modèle élastoplastique à écouissage.

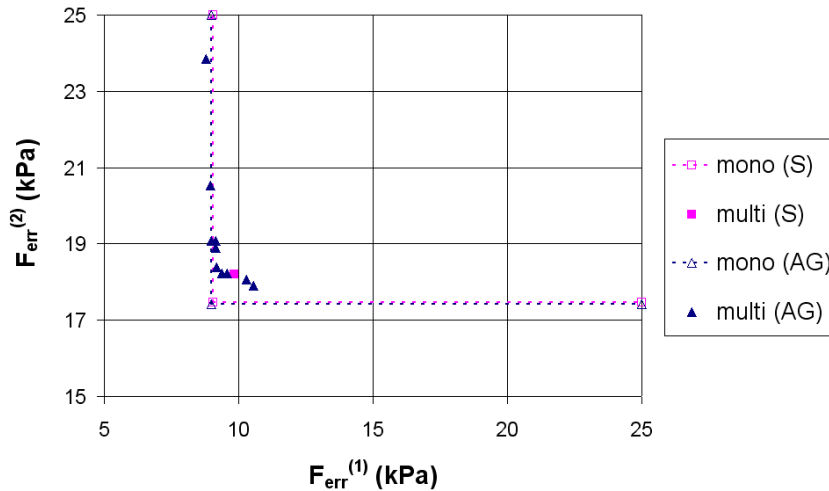


FIG. 3.23: Répartition des solutions Pareto-optimales issues de l'identification multi-objectif avec les méthodes du simplexe (S) et génétique (AG) dans le cas d'un modèle élastoplastique à écouissage.

auraient dû être testés. Cependant le couple $(0,5 ; 0,5)$ qui confère un poids identique aux deux essais pressiométriques donne localement une approximation du front de Pareto et permet de tirer certaines conclusions.

Par rapport à l'identification mono-objectif, des hypothèses supplémentaires ont été faites sur le profil du sol lors de la formulation du problème multi-objectif. En effet, nous supposons l'homogénéité du sol pour le couple (c, φ) dans le cas du modèle de Mohr-Coulomb et pour le couple (E_{ref}, c) dans le cas du modèle élastoplastique à écouissage. Dans le second modèle, la rigidité du sol pour des niveaux faibles de déformation est donnée par la relation (3.11). La recherche de deux valeurs différentes correspondant aux deux couches de sol pour le module d'élasticité E dans le modèle de Mohr-Coulomb et le paramètre d'écouissage a dans le modèle élastoplastique à écouissage permet de prendre en compte

les insuffisances des modèles. Dans ces conditions, il est possible pour les deux modèles de trouver des jeux de paramètres dont la valeur des fonctions erreur est proche des critères de satisfaction définis pour les identifications mono-objectif (Fig. 3.22 et 3.23). Par conséquent, en déterminant des compromis satisfaisants, la résolution du problème multi-objectif permet de vérifier la cohérence des hypothèses formulées.

En accord avec les commentaires proposés dans le cas d'une identification mono-objectif, la méthode du simplexe peine à détecter un minimum global, tout particulièrement dans le cas du modèle de Mohr-Coulomb.

Ces conclusions reposent seulement sur l'analyse, parfois trompeuse, des valeurs des fonctions erreur et des valeurs des paramètres. Afin d'affiner notre analyse concernant la qualité de la procédure d'identification, nous décidons de simuler l'essai de fondation superficielle en utilisant les différents jeux de paramètres déterminés précédemment.

3.3.4 Prédiction du tassement

Les jeux de paramètres issus de l'identification mono- et multi-objectif dans le cas des deux modèles sont utilisés pour simuler le comportement de la fondation superficielle. La forme carrée de la fondation suppose un modèle en trois dimensions. Cependant une étude préliminaire montre qu'à maillages équivalents la différence de tassements entre les modèles 2D et 3D est peu significative. Par conséquent, une fondation axisymétrique, dont la surface circulaire est égale à la surface de la fondation rectangulaire initiale, est modélisée. Des éléments triangulaires à 6 nœuds et des éléments rectangulaires à 8 nœuds sont utilisés. Le modèle contient 6121 nœuds et 2278 éléments quadratiques. Deux couches de sol sont modélisées afin de pouvoir affecter les paramètres obtenus par analyse inverse des deux essais pressiométriques. Par conséquent, dans le cas de simulations avec les paramètres obtenus par identification mono-objectif, les deux couches de sol sont caractérisées par deux jeux de paramètres différents et dans le cas de simulations avec les paramètres obtenus par identification multi-objectif, les deux couches de sol se voient affectées deux paramètres identiques et un paramètre différent. Un modèle élastique linéaire est utilisé pour la dalle en béton ($E = 11GPa$). Le chargement est piloté en force. Les analyses inverses ont été réalisées à partir d'essais pressiométriques. Par conséquent, elles ont permis la détermination de la rigidité du sol dans la direction horizontale. Nous supposons que la rigidité dans la direction verticale est principalement mobilisée dans l'essai de fondation et nous retenons pour les deux modèles un module élastique 1,5 fois plus grand que celui identifié. Ce rapport de 1,5 est un rapport usuellement observé entre les rigidités verticale et horizontale ([42, 44] cités par [38]).

La figure 3.24 permet de comparer les courbes de tassement expérimentale et numériques résultant des différentes simulations. Une différence fondamentale existe entre les simulations avec le modèle de Mohr-Coulomb et celles avec le modèle élastoplastique à écrouissage : le second modèle donne des simulations qui représentent mieux la courbure de la courbe expérimentale. La différence s'explique par l'introduction d'une fonction d'écrouissage dans le second modèle, qui permet de mieux représenter le comportement non linéaire du sol avant rupture. Dans ce modèle, le module élastique décrit le comportement élastique réel, tandis que dans le cas du modèle de Mohr-Coulomb, un module élastique sécant doit représenter l'ensemble du comportement avant rupture. Par conséquent, la pente initiale de la courbe de tassement simulée avec le modèle élastoplastique à écrouissage varie sur une large plage de valeurs (de 580 kN/mm à 40 kN/mm) tandis

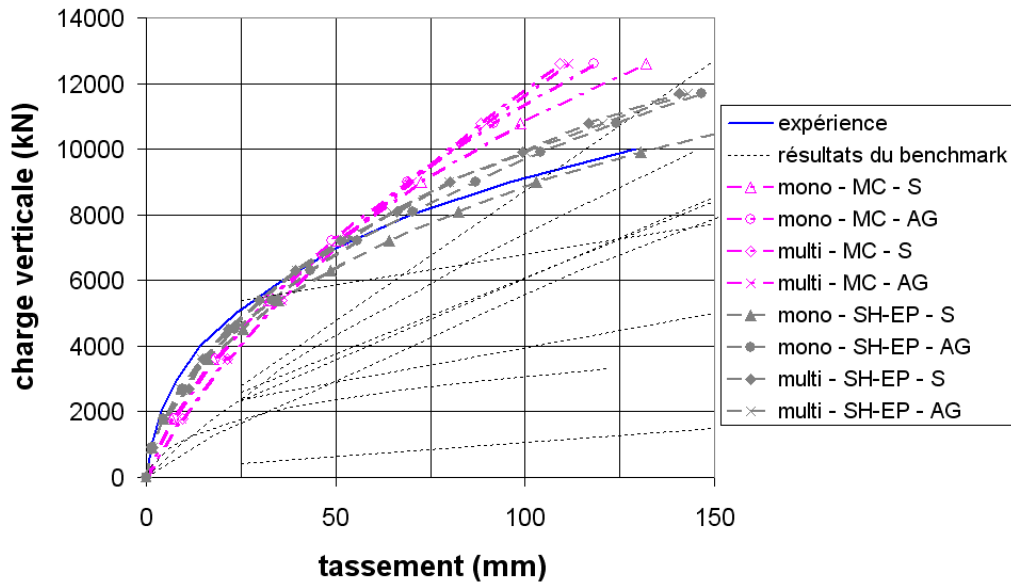


FIG. 3.24: Comparaison entre les courbes de tassement expérimentale et numériques obtenues dans les cas du modèle de Mohr-Coulomb (MC) et du modèle élastoplastique à écrouissage (SH-EP) à partir d'identifications mono- et multi-objectif par la méthode du simplexe (S) et par la méthode génétique (AG).

qu'elle varie sur une plage plus réduite (de 190 kN/mm à 60 kN/mm) dans le cas du modèle de Mohr-Coulomb. La différence sur la rigidité du sol n'a pas été décelée au cours de l'analyse inverse, en partie à cause du manque d'information concernant le début des courbes expérimentales pressiométriques.

Par rapport à la plupart des participants au benchmark, les prédictions pour les deux modèles sont plus proches des observations expérimentales (Fig. 3.24). Il convient de remarquer que les résultats de certains participants sont reportés seulement pour les tassements de 25 mm et 150 mm du fait de l'énoncé du benchmark. Il est clair que les conditions de cette étude et celles des prédictions données par les participants du benchmark diffèrent puisque nous connaissons les résultats par avance. Cependant nos prédictions sont le résultat d'une procédure objective. En effet, la seule hypothèse faite dans cette étude, dont les conséquences sont importantes, concerne la taille du domaine élastique initial r_{el} et consiste à supposer un certain niveau de surconsolidation. En fait, si les débuts des courbes pressiométriques avaient été connus, nous aurions pu déterminer avec plus de précision ce paramètre. Nous insistons donc sur l'importance de la qualité des essais d'identification. Compte tenu des prédictions de certains participants, il semble que les paramètres constitutifs utilisés dans le cadre de leur analyse n'aient pas été déterminés correctement, ce qui peut être lié à leur technique d'identification.

Si l'on considère les résultats donnés par chacun des modèles séparément, les simulations sont comprises dans des faisceaux restreints. Cependant, dans le cas du modèle de Mohr-Coulomb (respectivement dans le cas du modèle élastoplastique à écrouissage), nous constatons un écart relatif de 5% (respectivement 12%) sur le chargement correspondant à un tassement de 125 mm entre les simulations issues de l'identification mono-objectif. Cette différence était prévisible, compte tenu des différences remarquées sur les valeurs

des paramètres, mais ne l'était pas compte tenu des courbes pressiométriques numériques. En effet, puisque le chemin de contraintes de l'essai d'identification et celui du calcul de dimensionnement de la structure sont généralement différents, il n'y a pas de raison pour que des jeux de paramètres, qui conduisent à des courbes numériques quasi-identiques pour la simulation de l'essai utilisé dans l'analyse inverse, conduisent aussi à des courbes numériques quasi-identiques pour la simulation de l'ouvrage en fonctionnement. Cette remarque montre l'importance du choix de l'essai d'identification.

Si l'on considère les résultats donnés par chacun des modèles séparément, les simulations issues des identifications multi-objectif sont proches les unes des autres. Par conséquent, la cohérence des valeurs des paramètres le long du profil du sol, garantie par les hypothèses émises sur ce profil, conduit pour les deux méthodes d'optimisation à des jeux de paramètres équivalents en termes d'analyse inverse et de dimensionnement de la structure. Ce commentaire met en évidence l'intérêt de l'identification multi-objectif, qui permet de pallier le problème lié à la non-unicité de la solution du problème inverse. La différence entre les simulations résultant des méthodes du simplexe et génétique n'est pas suffisamment significative pour être commentée.

Par rapport aux simulations issues des identifications mono-objectif, les simulations issues des identifications multi-objectif montrent un comportement plus rigide à la fin de la simulation. Cette différence s'explique par l'hypothèse d'homogénéité du profil du sol émise lors de l'optimisation multi-objectif. Dans le cas du modèle de Mohr-Coulomb, l'hypothèse d'un angle de frottement constant le long du profil du sol implique une sur-estimation de l'angle de frottement identifié à 2 m de profondeur, qui est contrebalancée par un module élastique plus faible. Par conséquent, les simulations issues des identifications multi-objectif sont moins rigides au début de la simulation que celles issues des identifications mono-objectif, mais elles sont plus rigides à la fin de la simulation. De la même façon, dans le cas du modèle élastoplastique à écrouissage, l'hypothèse d'un module élastique de référence constant le long du profil du sol implique une sous-estimation du module élastique de référence identifié à 2 m de profondeur, qui est contrebalancée par un paramètre d'écrouissage plus faible. Par conséquent, les simulations issues des identifications multi-objectif sont plus rigides à partir de 50 mm de tassement que celles issues des identifications mono-objectif. La différence au début de la courbe n'est pas visible sur la figure 3.24, mais les valeurs numériques confirment que les simulations issues des identifications multi-objectif sont moins rigides au début de la simulation que celles issues des identifications mono-objectif.

La meilleure adéquation avec la courbe expérimentale de tassement est assurée par la simulation avec le modèle élastoplastique à écrouissage dont les paramètres sont obtenus par optimisation mono-objectif avec la méthode du simplexe. De plus les autres simulations numériques de l'essai de fondation avec ce modèle semblent cohérentes les unes avec les autres, malgré les légères différences discutées précédemment. Le jeu de paramètres, et tout particulièrement la valeur du paramètre d'écrouissage, résultant de l'optimisation mono-objectif avec la méthode du simplexe se distingue nettement des autres. Cependant, d'après les résultats proposés par la méthode génétique, ce jeu de paramètres constitue un minimum local. Cette remarque donne lieu à deux observations.

- Premièrement, en termes d'analyse inverse, le meilleur jeu de paramètres mathématiquement parlant n'est pas nécessairement le meilleur jeu physiquement parlant. En effet le bruit lié aux erreurs de mesure et la représentation imparfaite de la réalité par les modèles de comportement génèrent des erreurs qui affectent les fonctions coût et qui

peuvent se compenser.

- Deuxièmement l'erreur commise dans l'identification de paramètres (c'est-à-dire la détection d'un minimum local au lieu d'un minimum global) peut être contrebalancée par l'imperfection de la simulation de l'essai de fondation. En effet, des bandes de cisaillement de forte intensité, qui se développent progressivement lors de l'essai, ne peuvent pas être modélisées avec une grande précision du fait de la dépendance forte au maillage. Par conséquent, le comportement du sol apparaît plus résistant qu'il ne l'est en réalité. L'identification de paramètres doit donc tenir compte, lors du calcul de dimensionnement de la structure, des erreurs liées à la méthode de résolution (rigidification du comportement).

Il est intéressant de remarquer que, dans le cas de l'identification mono-objectif avec le modèle élastoplastique à écrouissage, la méthode génétique a détecté des jeux de paramètres satisfaisants proches du meilleur jeu de paramètres déterminé par la méthode du simplexe. Par conséquent, si l'utilisateur réalise une analyse inverse avec un algorithme génétique, il peut sélectionner différents jeux de paramètres satisfaisants, dont les valeurs sont suffisamment différentes pour espérer une différence dans le calcul de dimensionnement et simuler l'essai de fondation avec chaque jeu de paramètres ainsi sélectionné. La différence entre les simulations permet d'illustrer l'incertitude relative à la procédure d'identification. Compte tenu de l'objectif de cette application qui consiste à mettre au point une méthode d'identification de paramètres, nous n'avons pas cherché à quantifier cette incertitude relative.

Une analyse inverse réalisée à partir de l'essai de fondation n'a pas pu être envisagée du fait de l'important coût de calcul.

3.3.5 Conclusions

Généralement, les techniques usuelles d'identification de paramètres, basées sur l'analyse inverse, demeurent peu satisfaisantes, parce qu'elles ne tiennent pas compte de la non-unicité du problème inverse. Cette difficulté peut être surmontée en déterminant un ensemble de solutions satisfaisantes et en utilisant simultanément plusieurs essais d'identification. Conformément à cette idée, nous avons proposé de comparer deux types de méthodes d'optimisation. Pour ce faire, plusieurs analyses inverses ont été réalisées à partir de deux essais pressiométriques en vue de prédire à terme le tassement d'une fondation superficielle. Afin d'étudier l'efficacité des méthodes d'optimisation sous différentes conditions, deux modèles de comportement ont été successivement examinés.

Dans un premier temps, l'analyse inverse est traitée comme un problème mono-objectif pour lequel deux couches de sol différentes sont considérées. Cette première étude permet de tirer les premières conclusions. Le coût de calcul avec la méthode génétique est plus élevé, mais la méthode fournit des résultats plus fiables et des informations concernant les valeurs des paramètres, qui peuvent être exploitées par l'utilisateur afin de déterminer les jeux les plus pertinents. Concernant la fiabilité des résultats, l'intérêt de la méthode génétique augmente lorsque tous les paramètres constitutifs, dont la sensibilité au problème considéré est importante, sont identifiés sans une restriction conséquente de l'espace de recherche, comme le montre la comparaison des résultats donnés par l'analyse inverse pour les deux modèles. Par conséquent cette méthode semble devenir très intéressante lorsque le nombre de paramètres à identifier augmente.

Dans un second temps, l'analyse inverse est réalisée en considérant simultanément les deux essais pressiométriques et en émettant des hypothèses sur le profil du sol. La résolution du problème d'optimisation par la méthode de pondération apparaît comme moins fiable que la détermination directe du front de Pareto par la méthode génétique, tout particulièrement dans le cas du modèle de Mohr-Coulomb du fait de la topologie de la fonction erreur. Si le nombre de solutions Pareto-optimales déterminées est suffisant, l'utilisateur peut choisir le compromis le plus pertinent compte tenu du problème étudié. Si des hypothèses simplificatrices (par exemple l'homogénéité du profil du sol) sont émises, l'identification multi-objectif en proposant des compromis satisfaisants donne la possibilité à l'utilisateur de vérifier la cohérence de ces hypothèses.

La simulation d'un essai de fondation superficielle soulève deux difficultés principales dans le processus d'identification. Premièrement l'analyse inverse est généralement appliquée sur des essais dont le chemin de contraintes est différent de celui suivi dans le calcul de dimensionnement. Par conséquent, les jeux de paramètres qui conduisent à des courbes numériques quasi-identiques pour l'essai d'identification ne conduisent pas systématiquement à des courbes numériques quasi-identiques pour le calcul de dimensionnement. De plus, cette difficulté augmente si seule une partie de la courbe expérimentale intégrée dans la procédure d'identification est connue comme le montre la comparaison des résultats obtenus avec les deux modèles. Cette incertitude peut être réduite par la formulation d'une identification multi-objectif, qui fournit avec les deux méthodes d'optimisation des résultats similaires. Deuxièmement l'analyse des prédictions apparemment très bonnes obtenues par identification mono-objectif avec la méthode du simplexe suscite deux commentaires. Les minima locaux peuvent conduire à de meilleures prédictions concernant le dimensionnement de la structure que les minima globaux, compte tenu des erreurs liées aux mesures et à l'imparfaite représentation de la réalité par les modèles de comportement. L'erreur commise en sélectionnant un minimum local peut être contrebalancée par des erreurs commises lors du calcul de dimensionnement.

Compte tenu des erreurs ou des incertitudes accumulées, dues aux mesures, à l'imparfaite représentation de la réalité par les modèles de comportement, à la nature de l'essai d'identification ou à la méthode numérique de simulation, il apparaît difficile de définir une méthodologie systématique d'identification de paramètres constitutifs. Cependant la méthode génétique fournit un ensemble de jeux de paramètres quasi-exhaustif qui peut être utilisé pour estimer l'incertitude liée à la procédure d'identification.

3.4 Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre, l'étude bibliographique a permis d'identifier la principale difficulté liée à l'application de l'analyse inverse : la non-unicité de la solution. Pour surmonter cette difficulté, nous proposons de recourir à des algorithmes génétiques, qui déterminent un ensemble de solutions satisfaisantes, et d'utiliser simultanément plusieurs essais. La première stratégie donne la possibilité à l'utilisateur de tenir compte de la non-unicité de la solution, tandis que la seconde permet de restreindre le nombre de solutions. Dans la seconde partie de ce chapitre, nous avons testé ces deux stratégies. Au vu des résultats, elles semblent apporter une certaine fiabilité qui faisait défaut aux méthodes d'identification classiques. Dans le chapitre suivant, deux identifications, mono-objectif et multi-objectif, sont menées à partir d'essais cycliques. En particulier et contrairement à

ce qu'il a été présenté dans ce chapitre, l'identification multi-objectif recherche un seul et même jeu de paramètres qui soit capable de représenter de manière satisfaisante les différents essais.

Application à deux essais triaxiaux non drainés répétés

4.1 Introduction

Dans les chapitres 2 et 3, deux outils ont été présentés. L'efficacité de l'homogénéisation temporelle a été évaluée par rapport à la résolution pas à pas. La procédure d'identification de paramètres a été appliquée dans le cas d'un comportement monotone.

L'objectif de ce chapitre consiste à tester ces deux outils dans un cas réel de sollicitations cycliques. Deux essais triaxiaux non drainés répétés réalisés sur une argile normalement consolidée sont utilisés pour identifier des paramètres par analyse inverse. Dans un premier temps, une identification de paramètres est conduite à partir de simulations pas à pas. Dans un second temps, du fait de l'important coût de calcul lié à l'utilisation des algorithmes génétiques, une identification de paramètres est conduite à partir de simulations avec homogénéisation.

4.2 Mise en œuvre de l'identification par analyse inverse

Dans ce paragraphe, nous appliquons la même démarche proposée dans le chapitre précédent. Nous invitons le lecteur à se référer au paragraphe 3.3.2.

4.2.1 Evaluation des fonctions coût

Les essais exploités dans ce chapitre ont été réalisés par Hicher [35] sur des échantillons d'argile noire. Les échantillons sont parfaitement saturés et normalement consolidés à 200 kPa. Nous nous intéressons à deux essais triaxiaux non drainés répétés réalisés pour deux déviateurs des contraintes maximaux $q_{max} = 65kPa$ et $q_{max} = 84kPa$. L'analyse inverse est réalisée à partir des courbes donnant l'évolution de la déformation axiale permanente en fonction du nombre de cycles effectués, parce que, dans le cas d'un essai triaxial non

| ν | κ | λ | e_0 | M_c | p'_{c0} (kPa) |
|-------|----------|-----------|-------|-------|-----------------|
| 0,3 | 0,08 | 0,23 | 1,15 | 1 | 200 |

TAB. 4.1: Paramètres du modèle Cam-Clay modifié utilisés pour l'identification de paramètres.

drainé répété, elle est le témoin de l'évolution du matériau au cours de l'essai. La figure 4.1 montre les résultats expérimentaux obtenus. Le premier essai ($q_{max} = 65kPa$) est arrêté au 1200^{ème} cycle, le second ($q_{max} = 87kPa$) au 2000^{ème}.

Le comportement du sol est modélisé par le modèle « bulle » car il semble plus apte à représenter le comportement réel du sol que le modèle basé sur le principe de la « bounding surface » (cf. chapitre 1). Le modèle « bulle » introduit deux types de paramètres : les paramètres liés au comportement monotone et les paramètres liés au comportement cyclique. Les premiers se prêtent à une détermination préalable par exploitation directe de résultats expérimentaux puisqu'ils possèdent une signification physique établie. Le tableau 4.1 présente les valeurs de ces paramètres identifiés à partir des résultats donnés dans [35, 7]. Les quatre paramètres liés au comportement cyclique sont identifiés par analyse inverse à partir des essais répétés présentés précédemment.

Les essais étant réalisés en laboratoire, nous pouvons supposer que les résultats expérimentaux sont peu bruités. Dans ces conditions, une fonction coût de type moindres carrés (cf. paragraphe 3.2.2.3) apparaît comme justifiée. Cependant, dans le cadre d'une première identification de ces paramètres, nous privilégions une fonction erreur qui tient compte linéairement de l'écart entre les données expérimentales et numériques (Eq. 3.1 où $m = 1$). La formulation retenue est équivalente à celle utilisée dans l'application développée dans le chapitre précédent (cf. paragraphe 3.3.2.1.2) et est définie comme la surface entre les courbes expérimentale et numérique divisée par le nombre de cycles réalisés.

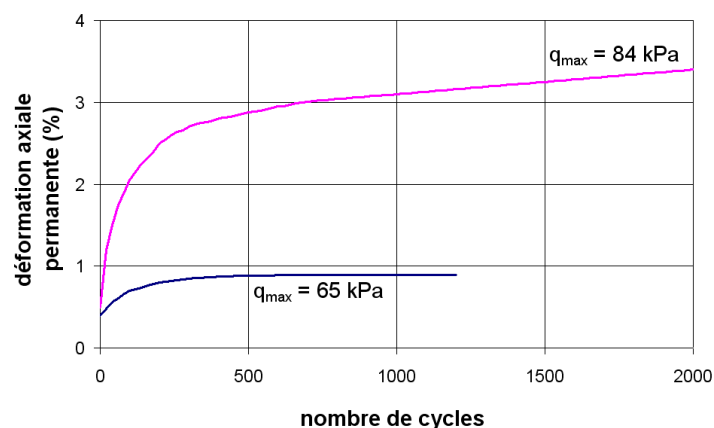


FIG. 4.1: Courbes expérimentales représentant l'évolution de la déformation axiale permanente en fonction du nombre de cycles effectués dans le cas de deux essais triaxiaux non drainés répétés pour deux déviateurs des contraintes maximaux $q_{max} = 65kPa$ et $q_{max} = 84kPa$.

| | min | max | pas de discrétisation |
|-----------------------|--------|-----------|-----------------------|
| $expo1$ | 5 | 15 | 0,5 |
| $\psi_c = 10^{expo1}$ | 10^5 | 10^{15} | |
| ξ | 5 | 15 | 1 |
| $expo2$ | -2 | 2 | 0,5 |
| $R_\psi = 10^{expo2}$ | 0,01 | 100 | |
| R | 0,005 | 0,2 | 0,015 |

TAB. 4.2: Espace de recherche dans le cas du modèle « bulle ».

4.2.2 Processus d'optimisation

Les quatre paramètres à identifier sont liés au comportement cyclique. Excepté le paramètre R , les paramètres à identifier (ψ_c , ξ et R_ψ) n'ont pas une signification physique clairement établie. Il apparaît difficile de déterminer a priori un espace de recherche pour ces paramètres. Dans ces conditions, une étude préalable a été réalisée afin d'estimer les gammes de valeurs possibles. Le tableau 4.2 montre des intervalles de valeurs pour ces trois paramètres volontairement très étendus. Les intervalles des paramètres ψ_c et R_ψ sont définis via une relation intermédiaire en puissance de 10, afin d'éviter que l'essentiel des valeurs possibles soit situé dans la région des valeurs élevées. Les valeurs minimale et maximale du paramètre R sont déterminées en accord avec les valeurs données dans la littérature [32].

Compte tenu du nombre conséquent de paramètres à identifier (quatre) et de l'étendue du domaine de recherche, le processus d'optimisation est réalisé par un algorithme génétique (MOGA-II). Par rapport à l'étude précédente (cf. paragraphe 3.3.2.2.3), le nombre d'individus d'une population est augmenté à 300 du fait de l'augmentation du nombre de jeux de paramètres possibles. Les paramètres de l'algorithme sont identiques à ceux utilisés dans l'étude précédente (cf. paragraphe 3.3.2.2.3). L'optimisation est considérée comme terminée lorsqu'aucune amélioration concernant la détermination du front de Pareto n'est réalisée pendant cinq générations consécutives.

4.3 Mise en œuvre de l'homogénéisation temporelle

L'application de l'homogénéisation temporelle nécessite l'existence de deux échelles de temps. Pour vérifier cette hypothèse, nous estimons le temps caractéristique correspondant à chacun des essais selon la définition proposée au chapitre 2. Les rapports d'échelle correspondants valent donc $\zeta_{65} = 1/110 = 0,009 \ll 1$ et $\zeta_{84} = 1/55 = 0,018 \ll 1$ (Fig. 4.2). Nous supposons qu'ils sont suffisamment faibles pour obtenir des résultats satisfaisants avec une résolution par homogénéisation.

La résolution par homogénéisation temporelle nécessite la détermination du paramètre N_c , qui définit la taille des incréments utilisés pour la résolution du problème macrochronologique (Pb*). Cette détermination résulte d'un compromis entre le gain de calcul et la qualité de l'approximation à un nombre de cycles donné. Au vu du nombre de cycles réalisés pendant les essais (de l'ordre du millier) et à l'issue d'une étude de sensibilité préalable, nous décidons de fixer N_c à 10. Le modèle à écrouissage isotrope et cinématique

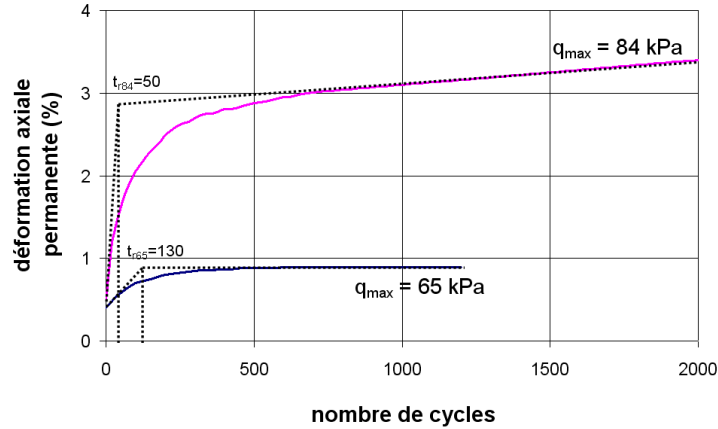


FIG. 4.2: Détermination des temps caractéristiques t_r dans le cas des essais triaxiaux non drainés répétés pour deux déviateurs des contraintes maximums $q_{max} = 65kPa$ et $q_{max} = 84kPa$.

retenu introduit une élasticité non linéaire. Il est donc important de garder à l'esprit qu'un biais systématique détériorera l'approximation par homogénéisation.

4.4 Résultats des différentes identifications

Dans cette partie, deux procédures d'identification des paramètres sont successivement réalisées : l'une à partir de simulations pas à pas et l'autre à partir de simulations avec homogénéisation. L'objectif est de quantifier l'erreur commise sur l'identification des paramètres lorsque l'on utilise l'homogénéisation temporelle.

4.4.1 Identification à partir de simulations pas à pas

4.4.1.1 Identification mono-objectif

Dans un premier temps, le premier essai triaxial ($q_{max} = 65kPa$) est exploité pour identifier les quatre paramètres liés au comportement cyclique du matériau. Le tableau 4.3 renseigne les jeux de paramètres correspondant aux cinq meilleurs individus en termes de fonction erreur. Il met en évidence une relation entre les paramètres ψ_c et ξ . Des valeurs faibles de R_ψ semblent plus satisfaisantes, ce qui est conforme à la stabilisation mise en évidence figure 4.1 (cf. paragraphe 2.2.1.2.2).

La figure 4.3 permet de comparer les résultats expérimentaux et numériques obtenus avec le meilleur jeu de paramètres en termes de fonction erreur. L'adéquation pour le premier essai est satisfaisante : l'écart relatif est supérieur à 5% seulement au début de l'essai ($N < 100$) et à partir de 500^{ème} cycle il reste inférieur à 1%. La courbe expérimentale du deuxième essai n'est pas correctement représentée par la simulation numérique.

A titre de comparaison, cinq optimisations avec l'algorithme du simplexe ont été réalisées. Le meilleur jeu de paramètres donné par les cinq optimisations conduit à une valeur de fonction erreur deux fois plus grande que celle donnée par l'algorithme génétique, c'est-à-dire que l'aire entre les courbes expérimentale et numérique est deux fois plus grande.

| ψ_c | ξ | R_ψ | R | $F_{err}^{(1)}$ (%) |
|----------|-------|----------|-------|---------------------|
| 10^7 | 6 | 0,0316 | 0,065 | 0,01329 |
| 10^7 | 6 | 0,0316 | 0,05 | 0,01431 |
| 10^8 | 7 | 0,01 | 0,065 | 0,01598 |
| 10^7 | 6 | 0,0316 | 0,08 | 0,01679 |
| 10^8 | 7 | 0,01 | 0,05 | 0,01759 |

TAB. 4.3: Les cinq meilleurs individus obtenus pour la représentation de l'essai triaxial non drainé répété $q_{max} = 65kPa$ dans le cas de simulations pas à pas.

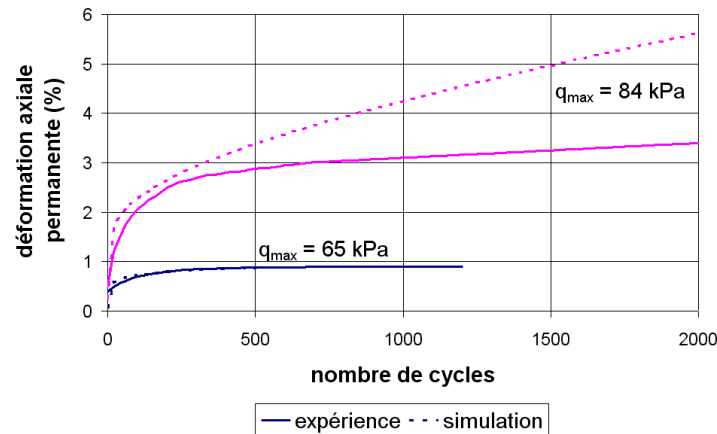


FIG. 4.3: Comparaison des résultats expérimentaux et numériques obtenus par optimisation avec la méthode génétique de l'essai triaxial non drainé répété $q_{max} = 65kPa$ dans le cas de simulations pas à pas.

| ψ_c | ξ | R_ψ | R | $F_{err}^{(2)}$ (%) |
|-----------|-------|----------|-------|---------------------|
| 10^{13} | 12 | 0,0316 | 0,005 | 0,06075 |
| 10^{13} | 12 | 0,3162 | 0,005 | 0,06339 |
| 10^{13} | 12 | 3,1623 | 0,005 | 0,063416 |
| 10^{13} | 12 | 10 | 0,005 | 0,063418 |
| 10^{13} | 12 | 0,1 | 0,005 | 0,06381 |

TAB. 4.4: Les cinq meilleurs individus obtenus pour la représentation de l'essai triaxial non drainé répété $q_{max} = 84kPa$ dans le cas de simulations pas à pas.

Afin d'améliorer l'adéquation entre les courbes expérimentale et numérique dans le cas du second essai, une identification à partir des résultats expérimentaux de cet essai est réalisée. Le tableau 4.4 présente les cinq meilleurs jeux de paramètres en termes de fonction erreur. Il met en évidence la faible influence du paramètre R_ψ sur les simulations pour des valeurs de ξ et ψ_c élevées (respectivement 12 et 10^{13}), comparée à l'influence des autres paramètres.

4.4.1.2 Identification multi-objectif

Au vu des résultats par identification mono-objectif, il apparaît difficile de conclure sur la qualité du modèle de comportement et sur celle de l'identification de paramètres. En

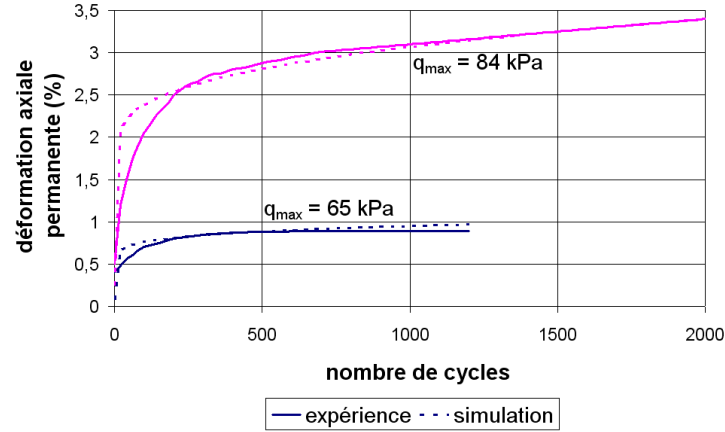


FIG. 4.4: Comparaison des résultats expérimentaux et numériques obtenus par optimisation avec la méthode génétique de l'essai triaxial non drainé répété $q_{max} = 84 \text{ kPa}$ dans le cas de simulations pas à pas.

| | ψ_c | ξ | R_ψ | R | $F_{err}^{(1)} (\%)$ | $F_{err}^{(2)} (\%)$ |
|----|----------------------|-------|----------|-------|----------------------|----------------------|
| I1 | 10^7 | 6 | 0,0316 | 0,05 | 0,01431 | 1,3413 |
| I2 | 10^8 | 7 | 0,01 | 0,05 | 0,01759 | 1,1239 |
| I3 | 10^7 | 6 | 0,0316 | 0,11 | 0,02378 | 0,6081 |
| I4 | 10^{14} | 15 | 3,1623 | 0,2 | 0,02593 | 0,0770 |
| I5 | $3,16 \cdot 10^{14}$ | 15 | 0,0316 | 0,155 | 0,02614 | 0,07262 |
| I6 | $3,16 \cdot 10^{13}$ | 14 | 0,1 | 0,17 | 0,02658 | 0,05716 |
| I7 | $3,16 \cdot 10^{13}$ | 14 | 0,0316 | 0,17 | 0,02661 | 0,05697 |

TAB. 4.5: Solutions Pareto-optimales obtenues par optimisation bi-objectif dans le cas de simulations pas à pas.

effet, deux cas extrêmes sont à envisager : soit le modèle est tel, qu'il ne permet pas de représenter les deux essais avec un même jeu de paramètres, soit l'existence de plusieurs jeux de paramètres satisfaisants implique un problème d'identification complexe. L'objectif de l'identification multi-objectif consiste donc à apporter de nouveaux éléments pour répondre à cette question.

Les solutions Pareto-optimales de l'identification multi-objectif sont détaillées dans le tableau 4.5. Ces résultats sont cohérents avec les résultats obtenus par identification mono-objectif (Fig. 4.5). Tout particulièrement le jeu de paramètres ($\psi_c = 10^7$; $\xi = 6$; $R_\psi = 0,0316$; $R = 0,05$) est l'une des solutions satisfaisantes de l'identification mono-objectif à partir du premier essai triaxial. Cependant la différence entre les meilleurs jeux pour la première fonction erreur (respectivement la seconde) est de 8% (respectivement de 7%). Cette différence montre la difficulté de l'algorithme génétique à détecter des individus optimaux, difficulté sans doute liée au caractère irrégulier de la fonction erreur. La distribution des jeux de paramètres Pareto-optimaux dans l'espace des paramètres montre une non-homogénéité entre les individus I1, I2 et I3 et les individus I4, I5, I6 et I7 (Tab. 4.5 et Fig. 4.5). Au vu des valeurs des fonctions coût et des résultats des identifications mono-objectif, il apparaît que le premier groupe permet une représentation satisfaisante du premier essai tandis que le deuxième groupe permet une représentation acceptable des deux essais.

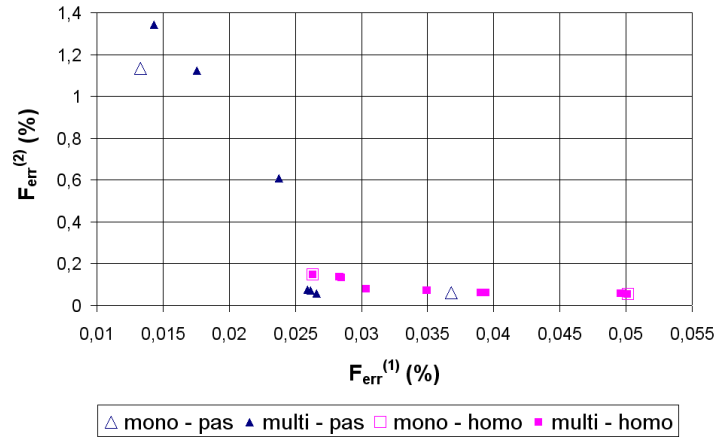


FIG. 4.5: Répartition des solutions Pareto-optimales dans les cas de simulations pas à pas (pas) et avec homogénéisation (homo).

La figure 4.6 permet de comparer les résultats expérimentaux et numériques obtenus pour les solutions Pareto-optimales extrêmes. Ainsi il est possible de quantifier l'erreur admise sur la représentation des essais. Il apparaît que le jeu de paramètres I7 permet un compromis satisfaisant, ce qui était prévisible au vu du tableau 4.5. Cependant il apparaît difficile de représenter correctement le début de l'essai. Ce constat laisse supposer qu'en l'état actuel le modèle de comportement reste imparfait.

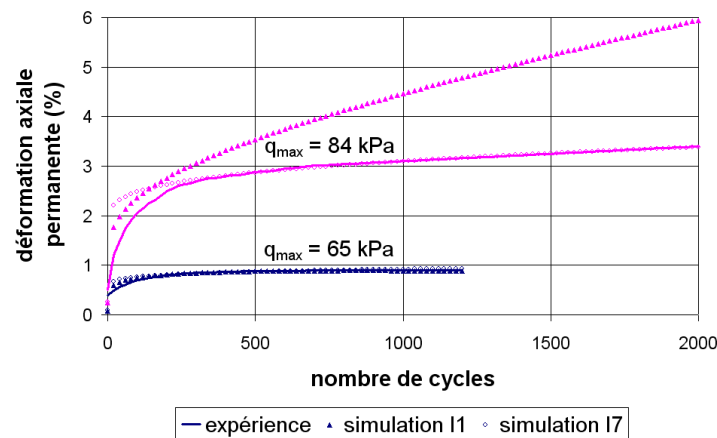


FIG. 4.6: Comparaison des résultats expérimentaux et numériques obtenus par optimisation bi-objectif dans le cas de simulations pas à pas.

4.4.1.3 Conclusions

Cette première identification corrobore les conclusions du chapitre précédent. Premièrement la méthode génétique permet de traiter des problèmes d'identification plus complexes que la méthode du simplexe, même si dans le cas présent elle semble souffrir de la forte irrégularité de la fonction coût. Deuxièmement l'identification multi-objectif par algorithme génétique permet une recherche exhaustive de l'ensemble des jeux de paramètres qui offrent un compromis satisfaisant pour la représentation des deux essais, et par là même permet de mettre en évidence certaines imperfections du modèle de comportement.

| ψ_c | ξ | R_ψ | R | $F_{err}^{(1)}$ (%) |
|----------------------|-------|----------|------|---------------------|
| $3,16 \cdot 10^{14}$ | 15 | 0,0316 | 0,17 | 0,02634 |
| $3,16 \cdot 10^{14}$ | 15 | 3,1623 | 0,17 | 0,026360 |
| $3,16 \cdot 10^{14}$ | 15 | 1 | 0,17 | 0,026362 |
| $3,16 \cdot 10^{14}$ | 15 | 100 | 0,17 | 0,02636 |
| $3,16 \cdot 10^{14}$ | 15 | 0,3162 | 0,17 | 0,02637 |

TAB. 4.6: Les cinq meilleurs individus obtenus pour la représentation de l'essai triaxial non drainé répété $q_{max} = 65kPa$ dans le cas de simulations avec homogénéisation.

4.4.2 Identification à partir de simulations avec homogénéisation

4.4.2.1 Identification mono-objectif

Comme précédemment, deux identifications successives sont réalisées à partir des deux essais triaxiaux. Les cinq meilleurs jeux de paramètres en termes de fonction erreur résultant de la première identification sont présentés dans le tableau 4.6. Comme dans le cas de simulations pas à pas, l'analyse de la distribution d'individus satisfaisants met en évidence une relation entre les paramètres ψ_c et ξ et une faible sensibilité du paramètre R_ψ pour des valeurs de ψ_c et ξ élevées.

En termes de fonction erreur, les résultats sont deux fois moins bons que dans le cas de simulations pas à pas (Tab. 4.3 et 4.6). Du fait du gain de temps obtenu grâce à la méthode d'homogénéisation (rapport de 10), nous décidons de conduire une seconde optimisation avec une population initiale différente. Elle détermine un jeu de paramètres ($\psi_c = 3,16 \cdot 10^8$; $\xi = 7$; $R_\psi = 0,01$; $R = 0,005$) dont la fonction erreur vaut 0,02189%. Ce résultat montre d'une part que l'algorithme génétique est resté « piégé » dans un minimum local et d'autre part qu'un minimum local plus satisfaisant (le minimum global ?) est situé dans la région de l'espace des paramètres $\xi = 7$, ce qui est cohérent avec les résultats obtenus dans le cas de simulations pas à pas.

La figure 4.7 représente d'une part les résultats expérimentaux et d'autre part les résultats numériques obtenus avec le jeu de paramètres ($\psi_c = 3,16 \cdot 10^{14}$; $\xi = 15$; $R_\psi = 0,0316$; $R = 0,17$) par une simulation pas à pas et une simulation avec homogénéisation. La résolution par homogénéisation tend à surestimer la valeur de la déformation axiale permanente. Cependant l'écart reste faible (inférieur à 5%).

Dans le cas du second essai triaxial, les cinq jeux de paramètres conduisant aux valeurs de la fonction erreur les plus faibles sont reportés dans le tableau 4.7. Comme pour l'essai précédent, l'étude des individus satisfaisants conduit aux mêmes conclusions que celles établies dans le cas de simulations pas à pas. En termes de fonction erreur, les résultats sont équivalents à ceux obtenus au paragraphe 4.4.1. En accord avec les conclusions réalisées dans le cas du premier essai, il semble que, pour les deux types de simulations, les valeurs des paramètres ξ et ψ_c des individus satisfaisants soient proches. Cette remarque porte à croire que, dans le cas présent, la topologie globale de la fonction erreur n'est que peu affectée par la méthode d'homogénéisation et qu'une modification des paramètres, qui ont une influence moindre sur la courbe simulée (dans le cas présent R), permet de corriger les écarts liés à l'utilisation de cette méthode. Ce constat reste cependant une tendance qui, avant d'être généralisée, doit être vérifiée sur des chemins de contraintes différents.

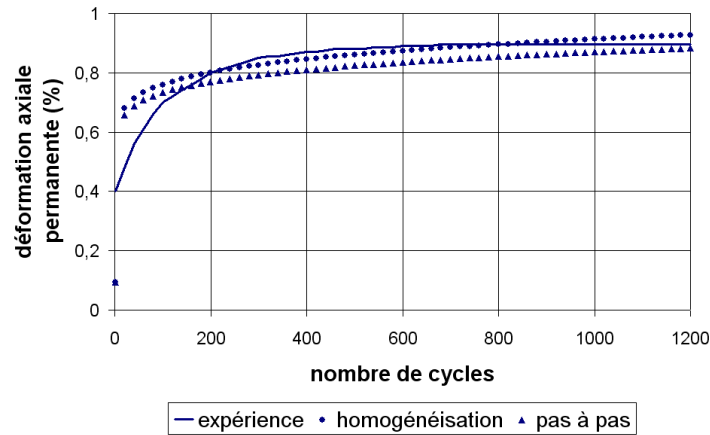


FIG. 4.7: Comparaison des résultats expérimentaux et numériques obtenus par optimisation du premier essai ($q_{max} = 65kPa$) dans le cas de simulations avec homogénéisation.

| ψ_c | ξ | R_ψ | R | $F_{err}^{(2)}$ (%) |
|----------------------|-------|----------|-------|---------------------|
| $3,16 \cdot 10^{13}$ | 13 | 0,01 | 0,095 | 0,055777 |
| $3,16 \cdot 10^{13}$ | 13 | 1 | 0,08 | 0,055782 |
| $3,16 \cdot 10^{13}$ | 13 | 10 | 0,08 | 0,055817 |
| $3,16 \cdot 10^{13}$ | 13 | 31,62 | 0,08 | 0,055820 |
| $3,16 \cdot 10^{13}$ | 13 | 0,1 | 0,08 | 0,055832 |

TAB. 4.7: Les cinq meilleurs individus obtenus pour la représentation de l'essai triaxial non drainé répété $q_{max} = 84kPa$ dans le cas de simulations avec homogénéisation.

4.4.2.2 Identification multi-objectif

L'optimisation bi-objectif conduit à la détermination de 16 solutions Pareto-optimales. Par souci de lisibilité, chaque ligne du tableau 4.8 regroupe les jeux de paramètres Pareto-optimaux qui ont les mêmes valeurs des paramètres ψ_c , ξ et R . En effet, conformément à l'étude de sensibilité et aux résultats des identifications précédentes, le paramètre R_ψ a peu d'influence sur les simulations (pour des valeurs élevées de ψ_c et ξ). Ces résultats sont en accord avec ceux obtenus par identification mono-objectif à partir de simulations avec homogénéisation (Fig. 4.5). Comme dans le cas de simulations pas à pas, la distribution des jeux de paramètres Pareto-optimaux dans l'espace de recherche montre une non-homogénéité entre les individus I1h et I2h et les individus I3h, I4h, I5h et I6h. La relation complexe entre les paramètres ψ_c et ξ met en évidence deux ensembles de jeux. Cependant cette non-homogénéité est moins visible que celle constatée dans le cas de simulations pas à pas (Fig. 4.5), du fait de la difficulté rencontrée par l'algorithme génétique dans la recherche du minimum de la fonction coût $F_{err}^{(1)}$. En accord avec les résultats obtenus par identification mono-objectif, l'analyse des valeurs des fonctions coût montre que le premier groupe d'individus assure une représentation acceptable du premier essai, tandis que le second groupe permet une représentation équivalente des deux essais.

| | ψ_c | ξ | R_{ψ} | R | $F_{err}^{(1)} (\%)$ | $F_{err}^{(2)} (\%)$ |
|-----|----------------------|-------|----------------------------|-------|----------------------|----------------------|
| I1h | $3,16 \cdot 10^{14}$ | 15 | 0,03162 | 0,17 | 0,02634 | 0,1492 |
| I2h | $3,16 \cdot 10^{13}$ | 14 | 100/0,1/0,03162 | 0,185 | 0,02834-0,02846 | 0,1354-0,1329 |
| I3h | 10^{15} | 15 | 0,01/0,1/100/0,3162 | 0,11 | 0,03038-0,03500 | 0,08024-0,07133 |
| I4h | 10^{14} | 14 | 1/0,3162/31,62/100/0,03162 | 0,125 | 0,03900-0,03944 | 0,06239-0,06026 |
| I5h | 10^{13} | 13 | 0,1/0,3162 | 0,14 | 0,04961-0,04968 | 0,05717-0,05717 |
| I6h | $3,16 \cdot 10^{13}$ | 13 | 0,01 | 0,095 | 0,05013 | 0,05578 |

TAB. 4.8: Solutions Pareto-optimales obtenues par optimisation bi-objectif dans le cas de simulations avec homogénéisation.

4.4.2.3 Conclusions

Lors de l'identification de paramètres, l'utilisation de la méthode d'homogénéisation temporelle affecte nécessairement la fonction coût et par conséquent les valeurs des paramètres à identifier. Cependant les résultats montrent une certaine tendance : les paramètres qui ont une forte influence sur les simulations sont peu affectés tandis que les autres servent de variables d'ajustement. Cette tendance semble montrer que la topologie globale de la fonction coût est conservée. Lors de cette identification réalisée à partir de simulations avec homogénéisation, les algorithmes génétiques semblent éprouver plus de difficultés à déterminer un minimum global que précédemment. Le caractère stochastique de ces algorithmes génétiques ne permet cependant pas de conclure sur une éventuelle irrégularité de la fonction coût due à la méthode d'homogénéisation.

4.5 Conclusion

L'identification de paramètres proposée dans ce chapitre permet d'éprouver les deux outils présentés dans les chapitres 2 et 3.

Concernant l'outil d'identification de paramètres, il apparaît que la méthode génétique peine parfois à déterminer le minimum global. Cette déficience est sans doute liée à une topologie complexe de la fonction erreur due à un espace des paramètres étendu. Cependant cette méthode fournit des résultats relativement fiables au vu de ceux fournis par la méthode du simplexe. L'identification multi-objectif permet, quand cela est possible, de garantir un compromis satisfaisant pour la représentation des deux essais.

Concernant l'outil d'homogénéisation temporelle, il a permis une réduction par 10 du temps de calcul. Etant donné les calculs souvent lourds liés à l'utilisation d'algorithmes génétiques, cette réduction est appréciée. Elle permet dans le cas de fonctions coût irrégulières d'effectuer plusieurs optimisations avec des populations initiales différentes et par là même d'étudier la sensibilité des résultats vis-à-vis de la population initiale. Une optimisation avec une population d'individus plus importante pourrait aussi être imaginée. Cependant il convient d'être prudent sur l'utilisation de l'homogénéisation temporelle, car elle affecte nécessairement l'identification des paramètres du modèle. Il semble que les paramètres qui ont une influence majeure sur la simulation soient peu affectés. Il faudrait néanmoins vérifier cette conclusion sur des chemins de contraintes différents.

Dans ce chapitre, contrairement à ce qu'il a été présenté dans le chapitre précédent, les paramètres identifiés n'ont pas été utilisés pour simuler un autre essai. Il est par conséquent

difficile de juger de la qualité de l'identification, d'autant plus si les simulations sont réalisées avec homogénéisation.

Conclusion

La modélisation numérique du comportement des sols soumis à un très grand nombre de cycles se heurte à deux difficultés majeures. Premièrement au vu du nombre de cycles à simuler, le temps de calcul peut rapidement devenir rédhibitoire. Deuxièmement la prise en compte de nouvelles propriétés dans les modèles de comportement conduit au développement de modèles souvent complexes, dont l'identification des paramètres n'est pas toujours aisée. En réponse à ces constats, cette étude a proposé deux outils d'aide à la modélisation numérique.

Après avoir présenté différentes stratégies numériques qui visent à réduire le temps de calcul, notre intérêt s'est porté sur l'homogénéisation temporelle asymptotique. En effet elle présente deux avantages principaux : elle s'inscrit dans un cadre théorique général et elle tient compte de l'évolution lente des déformations permanentes observée expérimentalement. Nous l'avons appliquée à deux modèles dérivés du modèle Cam-Clay modifié : l'un est un modèle à écrouissage isotrope basé sur le principe de la « bounding surface », le second est un modèle « bulle » à deux surfaces de charge, dont l'écrouissage est isotrope et cinématique.

L'application de l'homogénéisation temporelle à ces deux modèles a fait l'objet d'une étude préalable en champ de contraintes homogène. Cette étude permet de mettre en évidence les difficultés liées à certaines caractéristiques du modèle de comportement telles que l'écrouissage cinématique et l'élasticité non linéaire. Les solutions apportées ne sont pas uniques et peuvent introduire un biais systématique dans la résolution par homogénéisation. La comparaison des courbes numériques sans et avec homogénéisation a montré qu'il était difficile de prédire a priori la qualité de l'approximation par homogénéisation, en particulier lorsque le modèle était complexe. Il en résulte la recherche d'un compromis satisfaisant entre le gain de calcul et la qualité de l'approximation.

Une étude bibliographique sur l'identification des paramètres par analyse inverse fait apparaître les inconvénients des méthodes d'optimisation traditionnelles. En effet elles ne tiennent pas (ou peu) compte de la non-unicité du problème inverse et se laissent parfois « piéger » dans des minima locaux. Les algorithmes génétiques semblent pouvoir pallier ces insuffisances en déterminant un ensemble de jeux de paramètres conduisant à une représentation satisfaisante de l'expérience. La fiabilité de ces algorithmes n'est pas illimitée : tout comme pour les méthodes d'optimisation traditionnelle, elle décroît lorsque la topologie de la fonction coût se complexifie. Par conséquent, même si l'utilisation des algorithmes génétiques permet de résoudre des problèmes complexes de manière plus fiable que les méthodes déterministes, elle ne permet pas de s'affranchir d'une étude préalable sur le nombre de paramètres à identifier et les valeurs possibles de ces paramètres. Afin de réduire le problème de la non-unicité, il est intéressant d'enrichir les données expérimentales, qui peuvent être traitées simultanément par une optimisation multi-objectif. Cette

dernière fait émerger un ensemble de jeux de paramètres parmi lesquels il convient de rechercher celui qui permet de représenter au mieux l'ensemble des données expérimentales. Compte tenu de la stratégie des algorithmes génétiques, il est possible de déterminer de manière quasi-exhaustive cet ensemble de jeux de paramètres.

Si l'utilisation de l'homogénéisation lors du processus d'identification par algorithmes génétiques permet un gain de temps non négligeable, elle modifie aussi nécessairement la topologie de la fonction coût et par là même la valeur des paramètres identifiés. Dans le cas particulier de notre étude, il semble que les paramètres qui ont une grande influence sur la simulation de l'essai ne soient que peu affectés par la méthode d'homogénéisation, tandis que les paramètres qui ont une influence moindre semblent plus affectés. Cependant à l'instar de l'exemple traité de la fondation superficielle soumise à un chargement monotone, il semble important d'analyser chaque identification de paramètres en fonction de la structure à dimensionner.

Les conclusions de cette étude portent à croire que l'homogénéisation temporelle est une alternative sérieuse à la simulation pas à pas. Une des conditions nécessaires à son utilisation consiste à développer un modèle de comportement qui permettrait de représenter de manière satisfaisante le comportement réel des sols. Il convient donc d'engager à court terme une réflexion sur l'aspect comportemental. Au vu des problèmes rencontrés lors de l'application de l'homogénéisation temporelle en champ de contraintes non homogène, cette réflexion doit s'accompagner d'une analyse de l'aspect numérique, et en particulier d'un travail plus systématique sur la gestion de l'état extrapolé en termes de déformations plastiques, de contraintes et de variables d'écrouissage. A long terme, la collecte de données expérimentales relatives à des essais d'identification et à des ouvrages permettrait d'établir une étude complète du processus de dimensionnement et par conséquent d'infirmier ou de confirmer les premières conclusions issues de cette étude.

Bibliographie

- [1] A. Al-Tabbaa. *Permeability and stress-strain response of speswhite kaolin*. PhD thesis, Cambridge University, 1987.
- [2] J.M. Alliot and T. Schiex. *Intelligence artificielle & Informatique théorique*. Cépaduès-Editions, 1994.
- [3] K.H. Andersen. Bearing capacity under cyclic loading offshore, along the coast, and on land. *Can. Geotech. J.*, 46 :513–535, 2009.
- [4] K. Arai, H. Ohta, and K. Kojima. Estimation of soil parameters based on monitored movement of subsoil under consolidation. *Soils and Foundations*, 24 (4) :95–108, 1984.
- [5] J.P. Bardet. Lode dependences for isotropic pressure-sensitive elastoplastic materials. *Journal of Applied Mechanics*, 57 :498–506, 1990.
- [6] V. Barichard. *Approches hybrides pour les problèmes multiobjectifs*. Thèse de Doctorat, Université d'Angers, 2003.
- [7] J. Biarez and P.-Y. Hicher. *Elementary mechanics of soil behaviour*. Balkema, 1994.
- [8] C. Boutin and H. Wong. Study of thermosensitive heterogeneous media via space-time homogenisation. *Eur. J. Mech. A/Solids*, 17 :939–968, 1998.
- [9] J.L. Briaud and R.M. Gibbens. Predicted and measured behavior of five spread footings on sand. In *Geotechnical Special Publication 41*, 1994.
- [10] B. Cambou and R. Bahar. Utilisation de l'essai pressiométrique pour l'identification de paramètres intrinsèques du comportement du sol. *Revue Française de Géotechnique*, 63 :39–50, 1993.
- [11] B. Cambou and P.-Y. Hicher. *Elastoplasticité des sols et des roches. Modèles de comportement des sols et des roches 1*, chapter Modélisation élastoplastique des sols. II. Chargements cycliques, pages 159–202. Hermès Science, 2002.
- [12] D. Cojocar and A.M. Karlsson. A simple numerical method of cycle jumps for cyclically loaded structures. *International Journal of Fatigue*, 28 :1677–1689, 2006.
- [13] S. Coquillay. *Prise en compte de la non-linéarité du comportement des sols soumis à de petites déformations pour le calcul des ouvrages géotechniques*. Thèse de Doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2005.
- [14] L. Cui and D. Sheng. Genetic algorithms in probabilistic finite element analysis of geotechnical problems. *Computers and Geotechnics*, 32 :555–563, 2005.
- [15] J.C. Culioli. *Introduction à l'optimisation*. Ellipses, 1994.

- [16] Y.F. Dafalias and L.R. Herrmann. *Soil Mechanics - Transient and Cyclic Loads*, chapter Bounding surface formulation of soil plasticity, pages 253–282. Wiley & Sons, 1982.
- [17] C. Dano. *Comportement mécanique des sols injectés*. Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Nantes et Université de Nantes, 2001.
- [18] C. Dano and P.-Y. Hicher. A constitutive model for uncemented and grouted sands. In *Proceedings of the Fifth European Conference on Numerical Methods in Geotechnical Engineering, Paris*, 2002.
- [19] C. Dano, P.-Y. Hicher, D. Rangeard, and P. Marchina. Interpretation of dilatometer tests in a heavy oil reservoir. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 31 :1197–1215, 2007.
- [20] O. Débordes. *Homogénéisation périodique*. Ecole Généraliste d’Ingénieurs de Marseille, 2005.
- [21] K. Deb. *Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms*. Wiley, 2001.
- [22] G. Dreyfus, J.-M. Martinez, M. Samuelides, M.B. Gordon, F. Badran, S. Thiria, and L. Hérault. *Réseaux de neurones : Méthodologie et applications - 2ème édition*. Eyrolles, 2004.
- [23] M. Ehrgott. *Multicriteria Optimization*. Springer, 2005.
- [24] ESTECO. *User’s Manual - ModeFrontier 4*.
- [25] C. Farhat and M. Chandesris. Time-decomposed parallel time-integrators : theory and feasibility studies for fluid, structure, and fluid-structure applications. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 58 :1397–1434, 2003.
- [26] C.M. Fonseca and P.J. Fleming. Genetic algorithms for multiobjective optimization : Formulation, discussion and generalization. In *Proceedings of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms*, 1993.
- [27] A. Gens, A. Ledesma, and E.E. Alonso. Estimation of parameters in geotechnical backanalysis - ii. application to a tunnel excavation problem. *Computers and Geotechnics*, 18 (1) :29–46, 1996.
- [28] G. Gioda. Some remarks on back analysis and characterization problems in geomechanics. In *Proceedings of the Fifth International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Nagoya*, 1985.
- [29] D.E. Goldberg. *Algorithmes génétiques : exploitation, optimisation et apprentissage automatique*. Addison-Wesley France, 1994.
- [30] D.E. Goldberg and J. Richardson. Genetic algorithms with sharing for multimodal function optimization. In *Proceedings of the Second International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications*, 1987.
- [31] A. Grammatikopoulou. *Development, implementation and application of kinematic hardening models for overconsolidated clays*. PhD thesis, Imperial College, London, 2004.
- [32] A. Grammatikopoulou, L. Zdravkovic, and D.M. Potts. General formulation of two kinematic hardening constitutive models with a smooth elastoplastic transition. *International Journal of Geomechanics*, 6 :291–302, 2006.

- [33] T. Guennouni. Sur une méthode de calcul de structures soumises à des chargements cycliques : l'homogénéisation en temps. *Modélisation mathématique et Analyse numérique*, 22 :417–455, 1988.
- [34] K. Hashiguchi. Two- and three-surface models of plasticity. In *Proceedings of the Fifth International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Nagoya*, 1985.
- [35] P.-Y. Hicher. *Contribution à l'étude de la fatigue des argiles*. Thèse de Doctorat Ingénieur, Ecole Centrale des Arts et Manufactures, Paris, 1979.
- [36] P.-Y. Hicher. *Comportement mécanique des argiles saturées sur divers chemins de sollicitations monotones et cycliques. Application à une modélisation élastoplastique et viscoplastique*. Thèse de Doctorat d'Etat, Université Paris 6, 1985.
- [37] P.-Y. Hicher. Elastic properties of soils. *Journal of Geotechnical Engineering*, 122(8) :641–648, 1996.
- [38] P.-Y. Hicher and C. S. Chang. Anisotropic nonlinear elastic model for particulate materials. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 132(8) :1052–1061, 2006.
- [39] P.-Y. Hicher and A. Rahma. Micro-macro correlations for granular media. application to the modelling of sands. *Eur. J. Mech., A/Solids*, 13(6) :763–781, 1994.
- [40] P.-Y. Hicher and J.F. Shao. *Lois incrémentales, viscoplasticité, endommagement. Modèles de comportement des sols et des roches 2*, chapter Méthodes d'identification des paramètres, pages 203–230. Hermès Science, 2002.
- [41] J.H. Holland. *Adaptation in natural and artificial systems*. Ann Arbor : University of Michigan Press, 1975.
- [42] E. Hoque and F. Tatsuoka. Anisotropy in elastic deformation of granular materials. *Soils. Found.*, 38(1) :163–179, 1998.
- [43] C.-L. Hwang and A.S.M. Masud. *Multiple Objective Decision Making - Methods and Applications : A State-of-the-art Survey*. Springer-Verlag, 1979.
- [44] G.-L. Jiang, F. Tatsuoka, A. Fora, and J. Koseki. Inherent and stress-state-induced anisotropy in very small strain stiffness of a sandy gravel. *Géotechnique*, 47(3) :509–521, 1997.
- [45] J. Kevorkian and J.D. Cole. *Multiple Scale and Singular Perturbation Methods*. Springer, 1996.
- [46] H. Kiewel, J. Aktaa, and D. Munz. Application of an extrapolation method in thermocyclic failure analysis. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 182 :55–71, 2000.
- [47] S. Kirkpatrick, C.D. Gelatt, and M.P. Vecchi. Optimization by simulated annealing. *Science*, 220 :671–680, 1983.
- [48] E. Kodaissi, D. Aubry, and Y. Meimon. Homogenization of cyclic loading on viscoplastic offshore foundations. In *Proceedings of the International Conference on Numerical Methods in Engineering : Theory and Applications, Swansea*, 1985.

- [49] A. Ledesma, A. Gens, and E.E. Alonso. Estimation of parameters in geotechnical backanalysis - i. maximum likelihood approach. *Computers and Geotechnics*, 18 (1) :1–27, 1996.
- [50] A. Ledesma, A. Gens, and E.E. Alonso. Parameter and variance estimation in geotechnical backanalysis using prior information. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 20 :119–141, 1996.
- [51] J. Lemaitre and J.-L. Chaboche. *Mécanique des matériaux solides - 2ème édition*. Dunod, 1996.
- [52] S. Levasseur. *Analyse inverse en géotechnique : développement d'une méthode à base d'algorithmes génétiques*. Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble I, 2007.
- [53] S. Levasseur, Y. Malécot, M. Boulon, and E. Flavigny. Soil parameter identification using a genetic algorithm. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 32 :189–213, 2008.
- [54] A. Levy, S. Le Corre, A. Poitou, and E. Soccard. Ultrasonic welding of thermoplastic composites, modeling of the process using time homogenization. *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, In Process, 2010.
- [55] J.L. Lions, Y. Maday, and G. Turinici. Résolution d'edp par un schéma en temps "pararéel". *C. R. Acad. Sci. Paris*, 332 (1) :661–668, 2001.
- [56] M.T. Manzari and M.A. Nour. On implicit integration of bounding surface plasticity models. *Computers and Structures*, 63(3) :385–395, 1997.
- [57] G. Marckmann. *Contribution à l'étude des élastomères et des membranes soufflées*. Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Nantes et Université de Nantes, 2004.
- [58] L. Marescot. *Modélisation directe et inverse en prospection électrique sur des structures 3D complexes par la méthode des éléments finis*. Thèse de Doctorat, Université de Nantes et Université de Lausanne, 2004.
- [59] R.T. Marler and J.S. Arora. Survey of multi-objective optimization methods for engineering. *Struct. Multidisc Optim*, 26 :369–395, 2004.
- [60] D.W. Marquardt. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *J. Soc. Indust. Appl. Math.*, 11 :431–441, 1963.
- [61] M. Marseguerra, E. Zio, and L. Podofillini. Model parameters estimation and sensitivity by genetic algorithms. *Annals of Nuclear Energy*, 30 :1437–1456, 2003.
- [62] H. Matsuoka and T. Nakai. A new failure for soils in three-dimensional stresses. In *Proceedings of the IUTAM Symposium on Deformation and Failure of Granular Materials, Delft*, 1982.
- [63] W. McCulloch and W. Pitts. A logical calculus of ideas immanent in nervous activity. *Bulletin of Mathematical Biophysics*, 5 :115–133, 1943.
- [64] J. Mertens, R. Stenger, and G.F. Barkle. Multiobjective inverse modeling for soil parameter estimation and model verification. *Vadose Zone Journal*, 5 :917–933, 2006.

- [65] P. Mestat. *Manuel de programmation de CESAR - Module d'exécution MCNL - version 3.0 (quatrième édition)*. Laboratoire Centrale des Ponts et Chaussées, 1991.
- [66] N. Metropolis, A.W. Rosenbluth, M.N. Rosenbluth, A.H. Teller, and E. Teller. Equation of state calculations by fast computing machines. *Journal of Chemical Physics*, 21 (6) :1087–1092, 1953.
- [67] K. Miettinen. *Nonlinear Multiobjective Optimization*. Kluwer, 1999.
- [68] Z. Mroz. On the description of anisotropic workhardening. *J. Mech. Phys. Solids*, 15 :163–175, 1967.
- [69] D. Muir Wood. *Cyclic loading of soils : From theory to design*, chapter Approaches to modelling the cyclic stress-strain response of soils, pages 18–69. Blackie and Son, 1991.
- [70] J.A. Nelder and R. Mead. A simplex method for function minimization. *The Computer Journal*, 7 (4) :308–313, 1965.
- [71] A. Niemunis, T. Wichtmann, and Th. Triantafyllidis. A high-cycle accumulation model for sand. *Computers and Geotechnics*, 32 :245–263, 2005.
- [72] R.F. Obrzud, L. Vulliet, and A. Truty. A combined neural network/gradient-based approach for the estimation of constitutive model parameters using self-boring pressuremeter tests. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 33 :817–849, 2009.
- [73] R.F. Obrzud, L. Vulliet, and A. Truty. Optimization framework for calibration of constitutive models enhanced by neural networks. *International Journal For Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 33 :71–94, 2009.
- [74] C. Oskay and J. Fish. Fatigue life prediction using 2-scale temporal asymptotic homogenization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 61 :329–359, 2004.
- [75] S. Pal, G. Wije Wathugala, and S. Kundu. Calibration of a constitutive model using genetic algorithms. *Computers and Geotechnics*, 19 :325–348, 1996.
- [76] A. Papon, Y. Riou, C. Dano, and P.-Y. Hicher. Réflexions sur l'identification des paramètres en géotechnique. In *Actes des Journées Nationales de Géotechnique et de Géologie de l'Ingénieur, Nantes*, 2008.
- [77] A. Papon, Y. Riou, P.-Y. Hicher, and C. Dano. Identifying soil parameters by inverse analysis of field testing. In *Proceedings of Earth and Space Conference, Long Beach, California*, 2008.
- [78] V. Pareto. *Cours d'Economie Politique*. Rouge, 1897.
- [79] A. Pecker, J.H. Prevost, and L. Dormieux. Analysis of pore pressure generation and dissipation in cohesionless materials during seismic loading. *Journal of Earthquake Engineering*, 5 (4) :441–464, 2001.
- [80] S. Poles, E. Rigoni, and T. Robic. Moga-ii performance on noisy optimization problems. In *Proceedings of the International Conference on Bioinspired Optimization Methods and their Applications, Ljubljana*, 2004.

- [81] C. Poloni and V. Pediroda. *Genetic Algorithms and Evolution Strategies in Engineering and Computer Science. Recent Advances and Industrial Applications*, chapter GA coupled with computationally expensive simulations : tools to improve efficiency, pages 267–288. John Wiley and Sons, 1997.
- [82] R.R. Pons and F.J. Elorza. Parameter identification in sandy soils using simulated annealing techniques. In *Proceedings of the European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, Barcelone, 2000*.
- [83] A.R.S. Ponter. Deformation, displacement, and work bounds for structures in a state creep and subject to variable loading. *J. Appl. Mech.*, 39 :953–958, 1972.
- [84] A.R.S. Ponter. The analysis of cyclically loaded creeping structures for short cycle times. *Int. J. Solids Structures*, 12 :809–825, 1976.
- [85] A.R.S. Ponter and P.R. Brown. The finite element solution of rapid cycling creep problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 12 :1001–1024, 1978.
- [86] D.M. Potts and L. Zdravkovic. *Finite element analysis in geotechnical engineering - Theory*. Thomas Telford Publishing, 1999.
- [87] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, and B.P. Flannery. *Numerical Recipes in C : The Art of Scientific Computing - second edition*. Press Syndicate of the University of Cambridge, 1992.
- [88] P. Rebreyend. *Algorithmes génétiques hybrides en optimisation combinatoire*. Thèse de Doctorat, Ecole Normale Supérieure de Lyon, 1999.
- [89] C. Rechea, S. Levasseur, and R. Finno. Inverse analysis techniques for parameter identification in simulation of excavation support systems. *Computers and Geotechnics*, 35 :331–345, 2008.
- [90] J.-M. Renders. *Algorithmes génétiques et réseaux de neurones*. Hermès, 1995.
- [91] O. Roudenko. *Application des Algorithmes Evolutionnaires aux Problèmes d'Optimisation Multi-Objectif avec Contraintes*. Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique, France, 2004.
- [92] M. Sambridge and K. Mosegaard. Monte carlo methods in geophysical inverse problems. *Reviews of Geophysics*, 40(3) :1–29, 2002.
- [93] J. Sanchez-Hubert and E. Sanchez-Palencia. *Introduction aux méthodes asymptotiques et à l'homogénéisation*. Masson, 1992.
- [94] J.D. Schaffer. *Some Experiments in Machine Learning Using Vector Evaluated Genetic Algorithms*. PhD thesis, Vanderbilt University, 1984.
- [95] I. Shahrour and Y. Meimon. Calculation of marine foundations subjected to repeated loads by means of homogenization method. *Computers and Geotechnics*, 17 :93–106, 1995.
- [96] J.F. Shao, A. Dahou, and J.P. Henry. Application de la théorie des problèmes inverses à l'estimation des paramètres des modèles rhéologiques. *Rev. Franç. Géotech.*, 57 :75–80, 1991.

- [97] D. Sheng, S.W. Sloan, and H.S. Yu. Aspects of finite element implementation of critical state models. *Comput. Mech.*, 26 :185–196, 2000.
- [98] J.C. Simo and T.J.R. Hughes. *Computational Inelasticity*. Springer, 1998.
- [99] H.A. Simon. *The sciences of the artificial*. MIT Press, 1969.
- [100] A. R. Simpson and S. D. Priest. The application of genetic algorithms to optimisation problems in geotechnics. *Computers and Geotechnics*, 15 (1) :1–19, 1993.
- [101] N. Sivasithamparam, D. Kamrat-Pietraszewska, and M. Karstunen. An anisotropic bubble model for soft clays. In *Proceedings of the Seventh European Conference on numerical methods in geotechnical engineering, Trondheim*, 2010.
- [102] I.M. Sobol. Distribution of points in a cube and approximate evaluation of integrals. *U.S.S.R. Comput. Maths. Math. Phys.*, 7 :86–112, 1967.
- [103] K.V. Spiliopoulos. Numerical implementation of simplified methods of inelastic analysis of structures subjected to short period loads. In *Proceedings of the 12th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, Stuttgart*, 1993.
- [104] K.V. Spiliopoulos. *Inelastic Analysis of Structures under Variable Loads. Theory and Engineering Applications*, chapter Simplified methods for the steady state inelastic analysis of cyclically loaded structures, pages 213–232. Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [105] N. Srinivas and K. Deb. Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms. *Evolutionary Computation*, 2 (3) :221–248, 1994.
- [106] S.E. Stallebrass. *Modelling the effect of recent stress history on the deformation of overconsolidated soils*. PhD thesis, City University, London, 1990.
- [107] B. Sudret. *Modélisation multiphasique des ouvrages renforcés par inclusions*. Thèse de Doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1999.
- [108] P. Suquet. *Plasticité et Homogénéisation*. Thèse de Doctorat d'Etat, Université Paris 6, 1982.
- [109] A. Tarantola. *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2005.
- [110] H.A.M. van Eekelen. Isotropic yield surfaces in three dimensions for use in soil mechanics. *International Journal For Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 4(1) :89–101, 1980.
- [111] W. Van Paepegem, J. Degrieck, and P. De Baets. Finite element approach for modelling fatigue damage in fibre-reinforced composite materials. *Composites, Part B* 32 :575–588, 2001.
- [112] T. Wichtmann. *Explicit accumulation model for non-cohesive soils under cyclic loading*. PhD thesis, Ruhr-Universität Bochum, 2005.
- [113] T. Wichtmann, A. Niemunis, and Th. Triantafyllidis. Strain accumulation in sand due to cyclic loading : drained triaxial tests. *Soil Dynamics and earthquake Engineering*, 25 :967–979, 2005.
- [114] H.-S. Yu. *Plasticity and Geotechnics*. Springer, 2006.

-
- [115] Q. Yu and J. Fish. Multiscale asymptotic homogenization for multiphysics problems with multiple spatial and temporal scales : a coupled thermo-viscoelastic example problem. *International Journal of Solids and Structures*, 39 :6429–6452, 2002.
- [116] Q. Yu and J. Fish. Temporal homogenization of viscoelastic and viscoplastic solids subjected to locally periodic loading. *Computational Mechanics*, 29 :199–211, 2002.
- [117] R. Zentar, P.-Y. Hicher, and G. Moulin. Identification of soil parameters by inverse analysis. *Computers and Geotechnics*, 28 :129–144, 2001.
- [118] J. Zhao, D. Sheng, M. Rouainia, and S.W. Sloan. Explicit stress integration of complex soil models. *International Journal For Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 29 :1209–1229, 2005.
- [119] O.C. Zienkiewicz and R.L. Taylor. *The Finite Element Method (fifth edition) Vol. 1, 2, 3*. Butterworth-Heinemann, 2000.
- [120] O.C. Zienkiewicz, S. Valliapan, and I.P. King. Elasto-plastic solutions of engineering problems "initial stress", finite element approach. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 1 :75–100, 1969.

Résumé en français

La prise en compte du comportement des sols soumis à de très grands nombres de cycles nécessite l'utilisation de modèles de comportement spécifiques, souvent complexes. Par ailleurs, la simulation de ce comportement sur l'ensemble du chargement implique des temps de calcul longs et fastidieux. En réponse à ces constats, cette étude développe deux outils d'aide à la modélisation numérique. Le premier outil vise une réduction substantielle du temps de calcul en appliquant la méthode d'homogénéisation temporelle asymptotique. L'efficacité de cette méthode est mesurée par la comparaison des simulations avec et sans homogénéisation dans le cas d'essais triaxiaux non drainés répétés. Deux modèles de comportement sont utilisés : l'un est basé sur le principe de la plasticité de la « bounding surface », l'autre est un modèle à deux surfaces de charge à écrouissage isotrope et cinématique (modèle « bulle »). Un module d'homogénéisation est implanté dans le logiciel aux éléments finis CESAR-LCPC. Le second outil s'inscrit dans le cadre plus général de l'identification de paramètres constitutifs par analyse inverse. Il propose une identification multi-objectif des paramètres par algorithmes génétiques. Cette méthode est testée sur des essais pressiométriques monotones afin de prévoir le tassement d'une fondation superficielle. Finalement les deux outils numériques sont appliqués à des résultats expérimentaux obtenus lors d'essais triaxiaux non drainés répétés sur une argile normalement consolidée.

Mots-clés : Modélisation numérique, sollicitations cycliques, homogénéisation temporelle, identification de paramètres, optimisation multi-objectif, méthode des éléments finis.

Titre et résumé en anglais

Numerical modeling of soil behavior under very large numbers of cycles : time homogenization and parameter identification.

To take into account the behavior of soils subjected to very large numbers of cycles requires the use of specific models, often complex. Furthermore, the simulation of this behavior throughout the entire loading history is time-consuming. In order to overcome these difficulties, we developed two numerical techniques. The first technique aims at reducing substantially the computational time by applying the asymptotic time homogenization method. The effectiveness of this method is measured by comparing simulations with and without homogenization in the case of undrained triaxial tests under one-way cyclic loading. Two models are used : one is based on the principle of the bounding surface plasticity ; the other is a two-surface model with isotropic and kinematic hardening (bubble model). The time-homogenization method is implemented in the finite element code CESAR-LCPC. The second technique is part of the broader framework of constitutive parameter identification by inverse analysis. It consists of a multi-objective identification of parameters by genetic algorithms. This method is tested on monotonic pressuremeter tests in order to predict the settlement of a shallow foundation. Finally, the two numerical techniques are applied to experimental results obtained from undrained triaxial tests under one-way cyclic loading on a normally consolidated clay.

Keywords : Numerical modeling, cyclic loading, time homogenization, parameter identification, multi-objective optimization, finite element method.

Discipline : Sciences de l'Ingénieur