

UNIVERSIDAD RICARDO PALMA
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE TITULACIÓN POR TESIS
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL



**ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD PARA EL MEJORAMIENTO DE
SUELOS CON COLUMNAS DE GRAVA EN LA VÍA
EVITAMIENTO CUSCO**

**TESIS
PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE
INGENIERO CIVIL**

PRESENTADO POR:

Bach. ALONZO LUNA, GEANCARLOS MIGUEL ANGEL

Bach. MIRANDA MARROQUIN, RAQUEL LEONOR

Asesor: Ing. TORRES CHUNG, CÉSAR R.

LIMA-PERÚ

2020

DEDICATORIA

Dedico con todo mi corazón esta presente tesis a mis padres Elena y Rene por apoyarme en cada momento de mi carrera profesional y haberme forjado como la persona que soy en la actualidad; a mi gemela Mayra y hermano Rene Frank por siempre estar a mi lado brindándome su apoyo, cariño y comprensión; y a mi pareja Kenny, por siempre creer en mí y apoyarme incondicionalmente. Gracias Dios por concederme una hermosa y gran familia, y un gran compañero de vida.

A mis compañeros y jefes de trabajo, muchas gracias por su apoyo y enseñanzas diarias

Raquel Miranda Marroquín

Dedico esta tesis a mis padres Eustolio y Haydee porque ellos han dado razón a mi vida, por sus consejos, su apoyo incondicional y su paciencia, todo lo que soy es gracias a ellos. A mi abuelo Leandro que desde el cielo guía mi camino y a mis hermanos por su apoyo moral e incondicional constante.

A mi novia Fiorela por motivarme y estar conmigo incluso en los momentos difíciles.

Geancarlos Alonzo Luna

AGRADECIMIENTO

Agradezco a mi alma mater la UNIVERSIDAD RICARDO PALMA por los conocimientos brindados durante la etapa de mi formación profesional, especialmente a mis asesores el Ing. Cesar Torres Chung y a la Ing. Dayma Carmenates Hernandez por su apoyo constante durante el desarrollo de la presente tesis.

INDICE

RESUMEN.....	x
ABSTRACT.....	xi
INTRODUCCIÓN.....	12
1. CAPÍTULO I PLANTEAMIENTO Y DELIMITACIÓN DEL PROBLEMA	14
1.1. Descripción del problema	14
1.2. Formulación y delimitación del problema	14
1.2.1. Problema general	14
1.2.2. Problemas específicos.....	14
1.3. Importancia y justificación del estudio	15
1.3.1. Conveniencia.	15
1.3.2. Relevancia social	15
1.3.3. Implicación Práctica	16
1.4. Limitaciones del estudio	16
1.5. Objetivos	16
1.5.1. Objetivo general.....	16
1.5.2. Objetivos específicos	16
2. CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO	17
2.1. Marco histórico	17
2.1.1. Investigaciones Nacionales.....	17
2.1.2. Investigaciones Internacionales	17
2.2. Investigaciones relacionadas con el tema	21
2.3. Estructura teórica y científica que sustenta el estudio	23
2.3.1. Mejoramiento de suelos con columnas de grava	23
2.3.2. Análisis de confiabilidad en ingeniería geotécnica.....	49
2.3.3. Diseño por confiabilidad de columnas de grava frente a asentamientos ..	77
2.3.4. Diseño por confiabilidad de columnas de grava frente a la estabilidad....	78

2.4.	Definición de términos básicos	79
2.5.	Hipótesis.....	81
2.5.1.	Hipótesis general.....	81
2.5.2.	Hipótesis específicas	81
2.6.	Variables (definición y operacionalización de variables: Dimensiones e indicadores).....	81
3.	CAPÍTULO III: DISEÑO METODOLÓGICO.....	83
3.1.	Tipo y método de investigación	83
3.1.1.	Tipo de investigación.....	83
3.1.2.	Método de investigación	83
3.2.	Población de estudio	83
3.3.	Diseño muestral.....	84
3.4.	Técnicas e instrumentos de recolección de datos.....	84
3.5.	Criterio de validez y confiabilidad de los instrumentos.....	84
3.6.	Técnicas de procesamiento y análisis de datos	84
4.	CAPÍTULO IV: DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN	86
4.1.	Descripción de la zona de estudio.....	86
4.1.1.	Ubicación	86
4.1.2.	Geología Local.....	86
4.1.3.	Estratigrafía de la zona de estudio	88
4.2.	Consolidación del suelo sin tratamiento	88
4.2.1.	Cálculo de asentamiento por consolidación.....	88
4.2.2.	Cálculo del tiempo de consolidación	89
4.3.	Consolidación del suelo mejorado con columnas de grava	90
4.3.1.	Cálculo de asentamiento por consolidación.....	90
4.3.2.	Cálculo del tiempo de consolidación	90
4.4.	Análisis de confiabilidad.....	91

4.4.1.	Variables aleatorias y caracterización de la incertidumbre.....	91
4.4.2.	Definición de estado límite del asentamiento total por consolidación	98
4.4.3.	Definición de estado límite del asentamiento remanente	105
4.4.4.	Definición de estado límite del asentamiento instantáneo.....	114
5.	CAPÍTULO V: DISCUSIÓN Y RESULTADOS	117
5.1.	Análisis de resultados o discusión de resultados.....	117
5.2.	Contrastación de hipótesis.....	119
5.2.1.	Hipótesis general.....	119
5.2.2.	Hipótesis específicas.....	119
6.	CONCLUSIONES	121
7.	RECOMENDACIONES.....	123
8.	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	124

INDICE DE TABLAS

Tabla1 relación aproximada para columnas de grava.....	30
Tabla2 Relación de vacíos, contenido de agua y peso específico seco de algunos suelos en estado natural	35
Tabla3 Compresión y expansión de suelos naturales	36
Tabla4 Valores típicos del coeficiente de consolidación c_v	38
Tabla5 Parámetros estadísticos comunes.....	52
Tabla6 Parámetros estadísticos bidimensionales	53
Tabla7 Tipos de distribuciones probabilísticas.....	54
Tabla8 Estimación por punto	61
Tabla9 Métodos para evaluar el ajuste de la distribución.....	62
Tabla10 Valores aproximados del COV de los parámetros geotécnicos en terrenos homogéneos	65
Tabla11 Coeficientes de variación de parámetros geotécnicos	66
Tabla12 Valores típicos de coeficientes de variación (COV).....	66
Tabla13 Niveles de variabilidad en las propiedades geotécnicas del terreno	67
Tabla14 Rangos aproximados para las medias y COVs	68
Tabla15 Distribuciones de probabilidad para algunas propiedades.....	69
Tabla16 Matriz operacional de variables	82
Tabla17 Variables deterministas en el modelo de Castro y Sagaseta	97
Tabla18 matriz de consistencia de la investigación.....	129

INDICE DE FIGURAS

Figura1	Principio básico de construcción de grava	24
Figura2	Distintos tipos de mallado. Área tributaria y diámetro equivalente	25
Figura3	Comparación de diferentes distribuciones	26
Figura4	Celda unidad. Distribución de tensiones columna/suelo.....	27
Figura5	a) Vía húmeda (Vibrosustitución); b) Vía seca (Vibrodesplazamiento)	28
Figura6	Características principales de los métodos por vía húmeda y vía seca	29
Figura7	Variación del factor de mejora con la razón de sustitución	30
Figura8	Grafica tiempo-deformación durante la consolidación para un incremento dado de carga	33
Figura9	Celda unidad.....	39
Figura10	Abarrilamiento o abombamiento en columnas de grava.....	44
Figura11	Configuraciones para el análisis de estabilidad: a) Columna aislada b) Mallas indefinidas c) Grupos de columnas bajo zapata.....	44
Figura12	métodos de cálculo para el diseño de columnas de grava	46
Figura13	Esquema equivalente del terreno mejorado	47
Figura14	Descripción estadística de una propiedad del terreno. Ejemplos de histograma y funciones de densidad.....	53
Figura15	Distribución de probabilidad en torno a la media $\pm n\sigma$ ($n=1, 2, 3$).....	55
Figura16	Modelo probabilístico	63
Figura17	Función de estado limite	70
Figura18	Distribución del margen de seguridad.....	71
Figura19	Probabilidad de falla en PDF y CDF de Z	72
Figura20	Ubicación de la zona de estudio	86
Figura21	Sondeos e investigación geotécnica a) planta y b) perfil ondas de corte	87
Figura22	Análisis del grado de consolidación en función del tiempo.....	91
Figura23	Histograma del diámetro de las columnas de grava, Vía húmeda	92
Figura24	Histograma del diámetro de las columnas de grava Vía seca	93
Figura25	Ajuste de distribución beta (Función distribución de probabilidad) al diámetro de las columnas	94
Figura26	Ajuste de distribución lognormal (Función de distribución de probabilidad) al módulo de elasticidad del suelo	96
Figura27	Distribución lognormal (Función de distribución de probabilidad) del coeficiente de consolidación radial.....	97

Figura28 Pronóstico de Probabilidad de falla ($S_{adm}=0.1m$).....	100
Figura29 Pronóstico de probabilidad de falla ($S_{adm}=0.15m$).....	101
Figura30 Pronóstico de probabilidad de falla ($S_{adm}=0.20m$).....	102
Figura31 Pronóstico de probabilidad de falla ($S_{adm}=0.25m$).....	102
Figura32 Pronóstico de probabilidad de falla ($S_{adm}=0.30m$).....	103
Figura33 Probabilidad de falla vs Asentamientos admisibles	103
Figura34 Análisis de sensibilidad para consolidación total – coeficiente de correlación	104
Figura35 Análisis de sensibilidad por consolidación total – porcentaje de variación .	104
Figura36 Probabilidad de falla para un tiempo de diseño de 10 días.	105
Figura37 Probabilidad de falla para un tiempo de diseño de 20 días.	106
Figura38 Probabilidad de falla para un tiempo de diseño de 30 días.	106
Figura39 Probabilidad de falla para un tiempo de diseño de 40 días.	107
Figura40 Probabilidad de falla para un tiempo de diseño de 50 días.	107
Figura41 Probabilidad de falla para un tiempo de diseño de 60 días.	108
Figura42 Probabilidad de falla para un tiempo de diseño de 70 días.	108
Figura43 Probabilidad de falla para un tiempo de diseño de 80 días.	109
Figura44 Probabilidad de falla para un tiempo de diseño 90 días.	109
Figura45 Probabilidad de falla para un tiempo de diseño 100 días.	110
Figura46 Probabilidad de falla para un tiempo de diseño 200 días.	110
Figura47 Probabilidad de falla para un tiempo de diseño 300 días.	111
Figura48 Probabilidad de falla para un tiempo de diseño 400 días.	111
Figura49 Probabilidad de falla para un tiempo de diseño 500 días.	112
Figura50 Probabilidad de falla en función de tiempo de diseño.	113
Figura51 Análisis de sensibilidad – Coeficiente de correlación.....	113
Figura52 Análisis de sensibilidad – porcentaje de variación.....	114
Figura53 Probabilidad de falla para asentamiento instantáneo $S_{adm} = 2.5cm$	115
Figura54 Análisis de sensibilidad en el cálculo de la probabilidad de falla, en el asentamiento instantáneo	116
Figura55 Influencia de la variabilidad de la probabilidad de falla de las variables aleatorias, en el asentamiento instantáneo.	116

RESUMEN

El diseño geotécnico de columnas de grava presenta incertidumbre y variabilidad asociadas a la interacción entre el suelo y la columna, propiedades inherentes del terreno, el método constructivo y los materiales empleados. Actualmente existe un interés por las técnicas de confiabilidad en ingeniería geotécnica porque controlan la incertidumbre y variabilidad geotécnica de forma más analítica y consistente que el coeficiente de seguridad.

En la presente investigación se aplicó la técnica de simulación de Monte Carlo (SMC) con el objetivo de analizar la confiabilidad referido al cálculo de asentamiento y tiempo de consolidación.

Para lograr este objetivo se utilizó metodologías empíricas y analíticas, definiendo la función de estado límite de forma determinista. El primer modo de falla considera que el suelo se carga desde el inicio con la estructura definitiva, verificando que el asentamiento total luego de la consolidación primaria no supere el umbral admisible. El segundo modo de falla considera la posibilidad de finalizar la consolidación primaria antes de la construcción de la estructura por medio de una precarga. El tercer modo de falla está referida al asentamiento instantáneo verificando que este sea lo suficientemente pequeño y no supere el asentamiento admisible.

La conclusión de mayor importancia del análisis de confiabilidad es la necesidad de precargar el terreno cuando es mejorado con columnas de grava para lograr la ocurrencia de un asentamiento anticipado antes de la transferencia de carga por parte de la estructura final.

Palabras claves:

Variabilidad, determinista, confiabilidad, probabilidad de falla, consolidación, asentamiento, coeficiente de sensibilidad, estado límite.

ABSTRACT

The geotechnical design of gravel columns presents uncertainty and variability associated with the interaction between the soil and the column, inherent properties of the soil, the construction method and the materials used. There is currently an interest in reliability techniques in geotechnical engineering because they control geotechnical uncertainty and variability in a more analytical and consistent way than the safety coefficient.

In the present investigation the Monte Carlo simulation technique (SMC) was applied with the objective of analyzing the reliability referred to the calculation of settlement and consolidation time.

To achieve this objective, empirical and analytical methodologies were used, defining the limit state function in a deterministic way. The first failure mode considers that the soil is loaded from the beginning with the definitive structure, verified that the total settlement after the primary consolidation does not exceed the admissible threshold. The second failure mode considers the possibility of completing the primary consolidation before the construction of the structure by means of a preload. The third mode of failure refers to the instantaneous settlement, verifying that it is small enough and does not exceed the admissible settlement.

The most important conclusion of the reliability analysis is the need to pre-load the ground when it is enhanced with gravel columns to achieve the occurrence of an anticipated settlement before the transfer of load from the final structure.

Keywords:

Variability, deterministic, reliability, failure probability, consolidation, settlement, sensitivity coefficient, limit state.

INTRODUCCIÓN

La aplicación de columnas de grava es una técnica muy popular para el mejoramiento de suelos blandos. Las principales ventajas son la reducción del asentamiento y la aceleración del proceso de consolidación entre otros. Sin embargo, la exactitud y confiabilidad de esta técnica se ven afectados por la incertidumbre y variabilidad de los parámetros geotécnicos de entrada durante el diseño dando lugar a una sobreestimación o subestimación de las columnas de grava.

Tradicionalmente se viene utilizando la técnica de columnas de grava para el mejoramiento de suelos blandos mediante metodologías semiempíricas que controlan la incertidumbre de las variables involucradas en el diseño de forma determinista mediante un factor de seguridad. En las últimas décadas se han formulado observaciones en contra del factor de seguridad, ya que se considera perjudicial por no tener en cuenta la incertidumbre y variabilidad de los datos y el riesgo que implica en el ámbito económico.

Una alternativa de análisis más objetiva y analítica para controlar dichas incertidumbres o variabilidad espacial es por medio de un análisis de confiabilidad usando métodos probabilísticos y estadísticos como la técnica de Simulación de Montecarlo (SMC) que se pretende desarrollar en la presente investigación. La presente investigación abarca el modelamiento probabilístico usando el método de Monte Carlo que trae consigo el software @Risk, para obtener como resultado principal el factor de probabilidad de falla y/o índice de confiabilidad en el diseño de las columnas de grava que se pretende proyectar en el terreno.

En el capítulo I, se describe la problemática de la investigación que busca analizar la confiabilidad para el mejoramiento de suelos con columnas de grava en la Vía Evitamiento Cusco, justificando su estudio y planteando los objetivos para la solución del problema.

En el capítulo II, se presenta el marco teórico donde se describe el estado del arte con la finalidad de recopilar información de los distintos trabajos relatados sobre el tema. En este capítulo se encuentran las teorías que gobiernan la aplicación de la técnica de mejoramiento de suelos con columnas de grava, teoría de consolidación de suelos blandos

y el análisis de confiabilidad geotécnica específicamente la simulación de Monte Carlo. También se describe la hipótesis principal y secundarias que el estudio pretende demostrar definiendo las variables independientes y dependientes.

En el capítulo III, se describe la metodología de la investigación definiendo el tipo y método de investigación, la población y muestra que por medio de técnicas de recopilación y procesamiento de información permitirá el desarrollo de la presente tesis.

En el capítulo IV, se describe el desarrollo de la investigación aplicando las técnicas, métodos y teorías descritas en capítulos anteriores demostrando cada una de las hipótesis.

En el capítulo V, se presenta la discusión y resultados de la investigación con la finalidad de brindar recomendaciones y conclusiones para futuras investigaciones.

Las conclusiones y recomendaciones más importantes se dan a partir del análisis de confiabilidad y las etapas durante su desarrollo y aplicación.

CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO Y DELIMITACIÓN DEL PROBLEMA

1.1. Descripción del problema

Actualmente se viene desarrollando una propuesta de solución de ingeniería para el mejoramiento de suelos con columnas de grava en la vía evitamiento Cusco, con la finalidad de mejorar la capacidad portante, disminuir asentamientos, acelerar el proceso de consolidación y drenaje del terreno. Los parámetros geotécnicos involucrados en el análisis para el diseño de dicha propuesta presentan incertidumbre y variabilidad espacial que influyen en la solución y una forma tradicional de controlar dicha influencia de la incertidumbre es mediante un factor de seguridad determinístico que en su mayoría obtienen diseños subdimensionados o sobredimensionados.

En los últimos años se vienen utilizando metodologías de confiabilidad, que usan herramientas probabilísticas y estadísticas que modelan la incertidumbre para la solución de problemas de ingeniería geotécnica. Esta investigación pretende analizar la confiabilidad usando métodos probabilísticos para el cálculo de un factor de probabilidad de falla y/o índice de confiabilidad para el diseño de mejoramiento de suelos con columnas de grava a fin de obtener un diseño más óptimo y confiable.

1.2. Formulación y delimitación del problema

1.2.1. Problema general

¿Cómo analizar la confiabilidad para el mejoramiento de suelos con columnas de grava en la vía evitamiento Cusco?

1.2.2. Problemas específicos

- ¿Cuáles son los parámetros geotécnicos que presentan variabilidad e incertidumbre en la aplicación de las columnas de grava?
- ¿Cómo definir la función de estado límite en la aplicación de columnas de grava?
- ¿Cómo modelar la incertidumbre con técnicas probabilistas y estadísticas?
- ¿Cuáles son los beneficios de la aplicación de las columnas de grava para el mejoramiento de suelos?

1.3. Importancia y justificación del estudio

La importancia de la investigación radica en la necesidad de modelar la incertidumbre y variabilidad espacial que traen consigo los parámetros geotécnicos necesarios para el cálculo del índice de confiabilidad y el factor de probabilidad de falla empleando un método probabilístico consiguiendo un dimensionamiento más exacto por ende menos costoso, seguro y confiable para el mejoramiento de suelos blandos con columnas de grava.

La justificación de la presente tesis radica en la necesidad de proponer una alternativa de análisis para el tratamiento de suelos con columnas de grava, consiguiendo un diseño de mayor confiabilidad definidos a partir de un factor de probabilidad de falla en contraste al factor de seguridad usado tradicionalmente por metodologías deterministas que no modelan la incertidumbre, variabilidad y cuantificación de las variables geotécnicas.

1.3.1. Conveniencia.

El estudio de métodos de confiabilidad para el mejoramiento de algunos aspectos geotécnicos es importante porque en nuestro país es un tema nuevo, y en los últimos años se viene aplicando técnicas estadísticas y probabilísticas para el mejoramiento de suelo con columnas de grava, que abordan el problema geotécnico de manera más analítica y objetiva, logrando una mayor optimización. Conviene hacer un análisis detallado de cómo esta técnica mejora las propiedades geotécnicas del suelo por medio de simulaciones probabilísticas, con técnicas simplificadas como la simulación de Monte Carlo, para que sirva de referencia a futuros diseños de columnas de grava y así, a su mejoramiento de suelo.

1.3.2. Relevancia social

Con esta investigación, se quiere dar aporte para tener en conocimiento el desarrollo y evaluación de diseño de columnas de grava para mejoramiento de suelos, y el análisis de confiabilidad de los parámetros geotécnicos aplicando técnicas estadísticas y probabilísticas, con el deseo que se desarrolle dentro de nuestro país para así poder obtener diseños de mayor confiabilidad definidos a partir de un factor de probabilidad de falla en contraste al factor de seguridad usado tradicionalmente por metodologías deterministas y así se pueda orientar a los profesionales dedicados a esta rama.

1.3.3. Implicación Práctica

La implicación práctica de esta investigación busca proporcionar parámetros geotécnicos óptimos y analíticos para un diseño más confiable, y dar a conocer una técnica de mejoramiento de suelo, como son las columnas de grava que concierne acelerar el tiempo de consolidación y reducir el asentamiento del suelo. Para ello se analizarán cada parámetro del suelo y columna de grava del tramo seleccionado de la Vía Evitamiento de Cusco, a través de simulaciones probabilísticas de ensayos que implica el uso de bibliografía actualizada y la práctica de software especializados para conocer e interpretar la variabilidad e incertidumbre de cada parámetro.

1.4. Limitaciones del estudio

Una de las limitaciones importantes que no permiten un análisis probabilístico de mayor confiabilidad es la disponibilidad de información en mayor cantidad de valores para los parámetros geotécnicos que presentan incertidumbre y variabilidad. Solo se procesará la información alcanzada en el estudio de geotecnia realizado para la vía Evitamiento Cusco con fines de cimentación.

Otra de las limitaciones es la escasez de información y estudios realizados a nivel Latinoamérica, específicamente en Perú.

1.5. Objetivos

1.5.1. Objetivo general

Analizar la confiabilidad para el mejoramiento de suelo con columnas de grava en la vía evitamiento Cusco.

1.5.2. Objetivos específicos

- Determinar los parámetros geotécnicos que presentan variabilidad e incertidumbre en la aplicación de las columnas de grava.
- Definir la función de estado límite en la aplicación de columnas de grava
- Modelar la incertidumbre con técnicas probabilistas y estadísticas.
- Determinar los beneficios de la aplicación de columnas de grava para el mejoramiento de suelos.

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

2.1. Marco histórico

2.1.1. Investigaciones Nacionales

Ayllon, A y Farfan, E (2018). En su tesis titulada “*Determinación de la confiabilidad geotécnica para el factor de seguridad en cimentaciones superficiales en la zona de Huaura*” busca determinar el porcentaje de confiabilidad del factor de seguridad para cimentaciones superficiales en la zona de Huaura. Para tal fin determina puntos específicos de estudios de mecánica de suelos realizados con anterioridad, recopilando información de estudios realizados y finalmente procesar por medio del software @Risk análisis estadístico.

Como resultado principal se determina el porcentaje de confiabilidad utilizando teoría para la capacidad portante, cuadros para la confiabilidad teórica y estudios anteriores; sumado al análisis estadístico por medio de cuadros de Excel y el software @Risk.

Vargas, R. (2013). En su tesis titulada “*Análisis de la influencia de la variabilidad de los parámetros geotécnicos en el diseño geotécnico de muros de contención, utilizando el método de Monte Carlo*” busca analizar la influencia de la variabilidad de los parámetros geotécnicos en el diseño de muros de contención mediante expresiones que permitan estimar la variabilidad de los factores de seguridad. Para conseguir dicho propósito se apoya sobre estudios realizados, simulaciones y regresiones de datos; alguna de las herramientas que se usan son: AutoCAD, Microsoft Excel y @Risk análisis estadístico, para construir modelos probabilísticos por el método de Monte Carlo.

Como resultado principal se logra cuantificar la variabilidad en el diseño y el factor de seguridad, realizando 100 diseños deterministas y 3000 simulaciones probabilísticas con la finalidad de conseguir una correlación entre las expresiones buscadas.

2.1.2. Investigaciones Internacionales

Alonso, J. (2014), en su tesis titulada “*Diseño basado en técnicas de fiabilidad del tratamiento de mejora del terreno mediante columnas de grava*”

pretende combinar nuevos métodos de cálculo de columnas de grava con técnicas de fiabilidad con la finalidad que algunos aspectos como estimación de asientos y capacidad portante se puedan analizar de forma racional. Para conseguir dicho propósito trabaja con información de campo de un terreno real mejorado con columnas de grava; finalmente se procesa dicha información por medio de teorías e investigaciones anteriormente realizadas.

Como resultado se puede observar que las técnicas de fiabilidad revelan algunos aspectos que no se tienen en cuenta en un análisis determinista convencional como el nivel de seguridad y la influencia de las distintas variables sobre dicho nivel de seguridad.

Pérez, J. (2018), en su tesis titulada “*Confiabilidad de taludes de suelos no saturado expuesto a precipitaciones pluviales*” busca proponer una metodología para calcular la probabilidad de falla y su índice de confiabilidad en taludes de suelo parcialmente saturado considerando la variabilidad de las propiedades mecánicas del suelo debido a la infiltración. Para ello se realiza visitas a campo, ensayos en campo y en laboratorio, diagramas conceptuales, estudios de suelo previos, análisis de antecedentes y apoyo sobre estudios realizados; así mismo se usan herramientas como Seep, Microsoft Excel, GeoStudio 2012.

Como resultado Final se propone una metodología para estimar la probabilidad de falla y el índice de confiabilidad de un talud de suelo no saturado, para explicar y predecir el comportamiento estructural del talud de mejor manera.

Nagendra, K. (2014), en su tesis titulada “*Reliability based analysis of dam embankment, geocell reinforced foundation and embankment with Stone columns using finite element method*” busca analizar las estructuras más importantes de una presa como la base reforzada con geoceldas y el terraplén con columnas de grava basado en el método de elementos finitos (MEF) utilizando el método de fiabilidad FORM. Para ello se utiliza el software PLAXIS 9.0.2 y revisión de literatura de investigaciones realizadas anteriormente.

Como resultado principal se obtiene la probabilidad de falla para la base de la presa y el terraplén de columnas de grava utilizando el método de fiabilidad FORM. Se compara un análisis determinístico mediante un factor de seguridad versus un análisis de fiabilidad mediante el cálculo de la probabilidad de falla. Así mismo

pone de relevancia la importancia del análisis de fiabilidad en la base reforzada de la presa y en el terraplén con columnas de grava.

Kosubal, J; Steshenko, D y Galay, B (2014), en su artículo científico titulado “*The improvement of loess substarts with a new type of soil column with a reliability assessment*” buscan proponer un nuevo método para la mejora de suelos blandos basado en un diseño de confiabilidad. Como resultado principal describe la aplicación de un modelo tridimensional analítico de columnas de grava para analizar y discutir ejemplos de casos reales.

Vivescas, J; Osorio, J y Cañón, J (2016), en su artículo científico titulado “*Reliability – based desings procedure of earth retaining walls in geotechnical engineering*” busca identificar los procedimientos, tipos de investigación del subsuelo, simulaciones y las áreas de estudio más comunes en los diseños geotécnicos basados en la confiabilidad.

Finalmente señala que el método de simulación más utilizado en los diseños geotécnicos es Monte Carlo.

Honjo, Y y Otake, Y (2015), en su artículo científico titulado “*Is soil spatial variability the most important source of uncertainty in geotechnical design*” busca proponer un esquema de diseño basado en la fiabilidad denominado GRASP (Geotechnical Reliability Analysis by Simplified Procedure).

En la primera mitad de este trabajo se presenta como resultado principal la forma de evaluar el error de la estimación estadística y en la segunda mitad explica las principales fuentes de incertidumbre en el diseño geotécnico basado en GRASP.

K.S.NG, Y.M. CHEW y S.F.NG (2017), en su artículo científico titulado “*Consolidation reliability analysis of stone column reinforced ground*” busca describir la implementación de un análisis de fiabilidad del comportamiento de consolidación del suelo reforzado con columnas de grava.

Como conclusión principal se considera importante la variabilidad espacial sobre el análisis y el diseño de suelos reforzados con columnas de grava; así mismo se obtienen buenos resultados luego de comparar las probabilidades de falla inferidas a partir de índices de fiabilidad con la simulación de Monte Carlo.

Mohammed Y. Fattah, Mohammed A. Al-Neami y Ahmed S.H. Al-Suhaily (2016), en su artículo titulado “*Reliability based analysis of bearing capacity of footing on soft soil strengthened by stone columns*” busca describir un procedimiento para analizar la fiabilidad de la capacidad de carga de los cimientos que descansan en el suelo mejorado con columnas de grava. El procesamiento de datos se realiza mediante el Software SPSS V2.0

Como resultado principal se obtiene la probabilidad de falla, el factor de seguridad y el índice de fiabilidad.

Alonso, J y Jimenez, R (2011). En su artículo científico titulado “*Reliability analysis of stone columns for ground improvement*” busca utilizar métodos de fiabilidad para determinar el efecto que la incertidumbre y la variabilidad tienen en las estimaciones de los asentamientos calculados y por ende en la probabilidad de fracaso.

Como resultado final se indica que la incertidumbre podría tener un efecto significativo en la fiabilidad de los diseños de columnas de grava.

GuhaRay. A, Kiranmayi y Rudraraju, S (2017). En su artículo científico titulado “*Reliability Based Performance Evaluation of Stone Column Improved Soft Ground*” pretende estudiar el efecto de la variación de parámetros geotécnicos en el diseño columnas de grava para la evaluación de la capacidad de carga y asentamientos de un suelo altamente compresible.

Obtiene como resultado principal que la variación del coeficiente de consolidación radial y la cohesión del suelo son dos de los factores más importantes que influyen en la probabilidad de falla.

Belo JLP y Lins da Silva J (2020). En su artículo científico titulado “*Reliability Analysis of a Controlled Stage – Constructed and Reinforced Embankment on Soft Ground Using 2D and 3D models*” busca analizar la fiabilidad en la seguridad de los terraplenes reforzados; el modelado se realiza por medio de Software comerciales como: GeoStudio, RocScience, SIGMA/W + SLOPE/W y SLIDE. El método de fiabilidad utilizado es FORM asumiendo 29 parámetros como variables aleatorias.

Se obtuvo como resultado principal que la estructura analizada no debe ser considerada con un nivel de seguridad satisfactorio.

2.2. Investigaciones relacionadas con el tema

M Gueguin, G Hassen, P de Buhan (2014). En su artículo titulado “*Stability analysis of homogenized stone column reinforced foundation using a numerical yield design approach*” busca determinar la capacidad portante de un suelo arcilloso reforzado con columnas de grava utilizando la herramienta de elementos finitos.

Como resultado principal destaca la eficiencia del método numérico propuesto en precisión y tiempo de cálculo.

Hareh D. Golakiya, Mittal D. Lad (2015). En su artículo titulado “*Ground improvement by using stone columns*” busca diseñar las columnas de grava, determinar los mecanismos comunes de falla y los procedimientos constructivos.

Como resultado principal muestra un mejor rendimiento de ingeniería de las columnas de grava, que debe ser evaluada a nivel de costo y efectividad antes de ser seleccionada.

Suarez, J. (2017). En su tesis titulada “*Análisis por confiabilidad de asentamientos de cimientos superficiales*” busca realizar un análisis de confiabilidad de asentamientos de un cimiento superficial.

Como resultado principal se obtiene una función de comportamiento que depende de dos variables aleatorias y el cálculo de la probabilidad de falla para los asentamientos esperados.

Hidalgo, C. (2011). En su artículo científico titulado “*Herramientas para análisis por confiabilidad en Geotecnia: La teoría*” busca analizar las incertidumbres en el diseño geotécnico contenido en los parámetros geotécnicos, los modelos y teorías empeladas.

Como resultado presenta la comparación de tres métodos probabilísticos y evaluación de la incertidumbre.

Valdiviezo, K. (2019). En su tesis titulada “Uso de columnas de grava compactada para aumentar la capacidad portante del suelo en la Avenida Sánchez Cerro entre la Avenida Chulucanas y avenida Martínez de Uchuraccay, ubicada en el distrito de Piura” busca proponer el uso de columnas de grava para mejorar la capacidad portante del suelo de la avenida Sánchez Cerro.

Como resultado principal se considera como buena alternativa el uso de columnas de grava para suelos blandos.

Cimentada, A. (2009). En su tesis titulada “Análisis experimental en modelo reducido de la consolidación radial y deformación de un suelo blando mejorado con columnas de grava” busca describir el proceso de consolidación, asentamientos y mecanismos de transferencia de carga entre la columna de grava y el terreno.

Como resultados principales se obtiene que la columna de grava reduce los asentamientos, acelera proceso de consolidación y reparte la carga transmitida entre la columna de grava y el suelo.

Blanco, J. (2019). En su tesis titulada “Análisis de la disipación de presiones de poro de un muelle de cajones con una mejora del terreno con columnas de gravas” busca analizar el comportamiento en las presiones de poro de un puerto.

Como resultado principal se obtiene que el parámetro más importante en el proceso de disipación de presiones de poro es la permeabilidad horizontal y vertical de la capa de suelo arcilloso.

Castro, J; Sagaseta, C; Da costa, Almudena y Cañizal, J (2016). En su artículo científico titulado “*Modelización de columnas de grava*” pretende analizar la influencia de la posición y la cantidad de columnas de grava bajo zapatas en el grupo.

Se concluye que la cantidad de columnas y la ubicación no influye en el grupo de columnas siempre que la relación del área de columna y la zapata se mantenga constante. Además el procedimiento constructivo, los parámetros para los materiales influyen en el modelamiento de las columnas de grava.

Pineda, A y Auvinet, G (2013). En su artículo científico titulado “*Método del elemento finito estocástico en geotecnia. Enfoque espectral*” pretende mostrar la influencia de la distancia de correlación sobre la distribución probabilística de la incertidumbre, así mismo evaluar la utilidad de un método en proyectos geotécnicos.

Obtiene como resultado principal la importancia de la distancia de correlación y evidencia la compensación estadística. Así mismo determina la utilidad de analizar la incertidumbre de los parámetros del suelo en estructuras geotécnicas.

Sagaseta, C. (2010). En su artículo científico titulado “*Calculo de columnas de grava: Algunos puntos oscuros*” busca analizar la distribución de cargas transmitidas entre el terreno y las columnas de grava.

Obtiene como resultado principal que la eficacia del uso de columnas de grava respecto a reducción de asentamientos está muy sobreestimada

2.3. Estructura teórica y científica que sustenta el estudio

2.3.1. Mejoramiento de suelos con columnas de grava

Según (Menard, 2016) la aplicación de columnas de grava es una técnica muy difundida en el mejoramiento de suelos blandos, empleada para mejorar la capacidad portante y reducir los asentamientos de las cimentaciones que descansan en suelos altamente deformables y de baja capacidad portante. Es una técnica muy ventajosa económicamente comparada con alternativas tradicionales como pilotaje, plateas de cimentación y reemplazo de suelos blandos.

(Alonso, 2014) considera que el mejoramiento de suelos con columnas de grava aumenta de la resistencia al corte, la rigidez y permeabilidad, que busca en su conjunto lo siguiente: Aumento de la capacidad portante, reducción de asentamientos, aumento de la tasa de consolidación y reducción del riesgo de licuefacción.

Según (Sagaseta, 2009) la compactación de las columnas de grava genera un aumento de la densidad del suelo entre columnas siempre que la permeabilidad sea

moderada; así mismo produce un aumento temporal de las presiones intersticiales para suelos arcillosos.

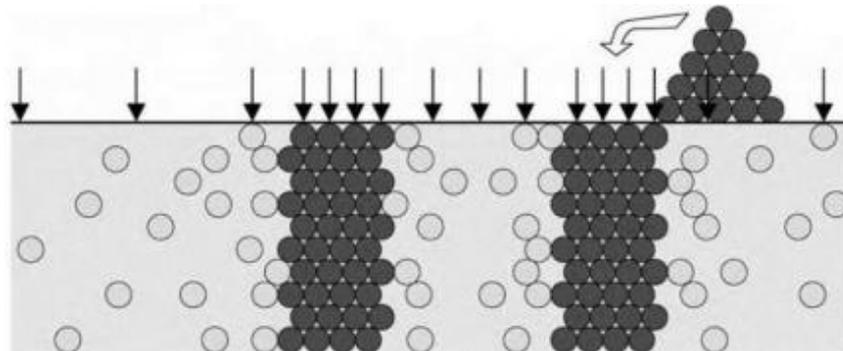
(Blanco, 2019) menciona la ocurrencia de dos fenómenos que se producen en el terreno por el incremento de la presión de poros: rotura y consolidación, cuando se aplica una carga sobre un suelo no drenado y una forma de mitigar la ocurrencia de estos fenómenos en el suelo es aplicando la técnica de mejoramiento mediante columnas de grava.

2.3.1.1. Descripción de la técnica

Para (Alonso, J, 2014, p.91) el principio básico de construcción es hacer un hueco cilíndrico en el suelo mediante un vibrador profundo. A continuación, se agrega grava en el fondo del hueco hasta formar una capa de grava compactada con un diámetro mayor que el hueco original; este procedimiento se repite hasta que se forme la totalidad de la columna de grava de acuerdo a la figura 1.

Figura 1

Principio básico de construcción de grava



Fuente: Alonso, 2014

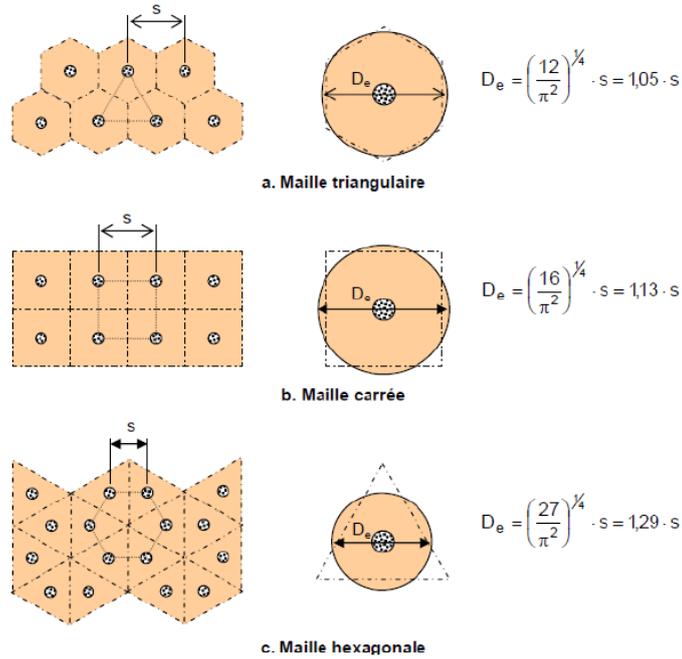
2.3.1.1.1. Relaciones básicas

Celda unidad

El análisis de las columnas de grava se puede realizar a través del concepto Celda unidad constituida por una columna de grava y su área tributaria (Alonso, 2014). Según Menard, el tratamiento del suelo con columnas de grava adopta diferentes geometrías (cuadradas, triangulares, hexagonales, etc.) a partir de la cual se definen algunas relaciones básicas de acuerdo a la figura 2.

Figura2

Distintos tipos de mallado. Área tributaria y diámetro equivalente



Fuente: Original de Balaam y Poulos, 1983; en Manual de columnas de grava Menard, (2016)

Razón de sustitución

Se define como el cociente entre el área de la columna de grava y el área de la celda unidad.

$$ar = \frac{A_c}{A} = \left(\frac{D_c}{D_e}\right)^2$$

Donde:

D_c =diámetro de la columna

A_c =área de la columna

D_e =diámetro equivalente

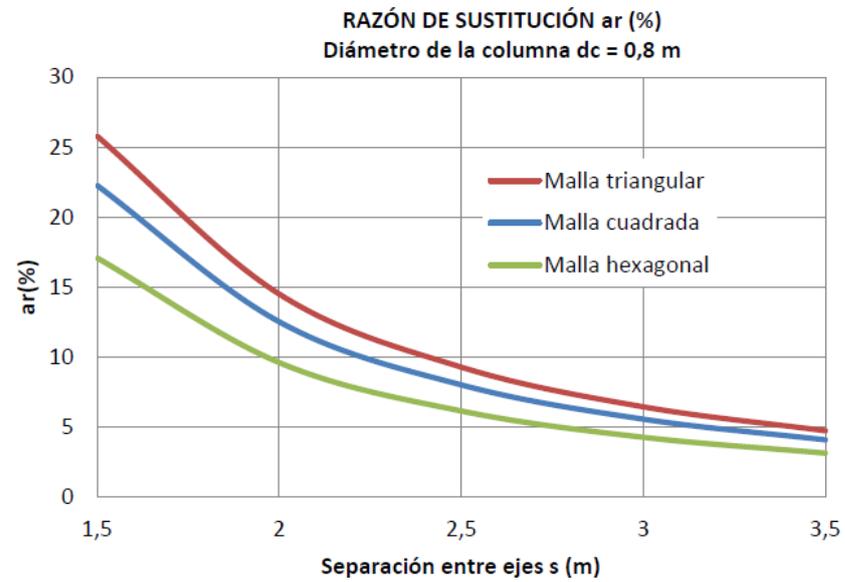
A =área de la celda unidad

Generalmente se prefiere el uso de distribuciones triangulares, ya que esta disposición permite alcanzar una mayor densidad del mejoramiento (Alonso, 2014).

En la figura 3 se puede ver el comportamiento de la razón de sustitución para diferentes distribuciones.

Figura3

Comparación de diferentes distribuciones



Fuente: Alonso, 2014

Factor de concentración de tensiones

Se define como un cociente de reparto o distribución de tensión vertical entre la columna y el suelo dentro de la celda unidad (Menard, 2016), de acuerdo a la Figura 4:

$$n = \frac{\sigma_c}{\sigma_s}$$

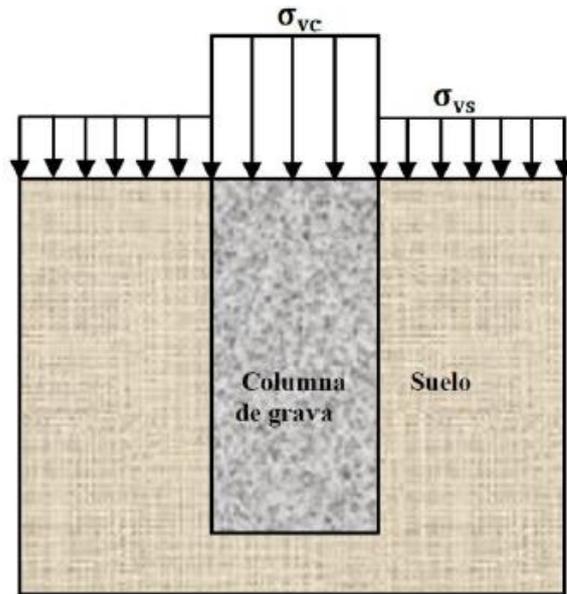
Donde:

σ_{vc} = tensión sobre la columna

σ_{vs} = tensión sobre el suelo

Figura4

Celda unidad. Distribución de tensiones columna/suelo



Fuente: Alonso, 2014

Haciendo equilibrio de cargas verticales se obtiene la siguiente expresión:

$$(A_s + A_c)\sigma_z = A_s\sigma_s + A_c\sigma_c$$

Donde:

σ_z =tensión promedio transmitida por la carga

σ_c =tensión sobre la columna

σ_s =tensión sobre el suelo

A_s =área del suelo

A_c =área de la columna

De la expresión anterior se puede deducir una ecuación que calcula el módulo de deformación equivalente del suelo con columnas de grava:

$$E_{eq} = E_s(1 - a_s) + E_c a_s$$

Donde:

E_{eq} =módulo de elasticidad del suelo equivalente

E_s =módulo del suelo

E_c =módulo de la columna de grava

Factor de reducción de asientos

Se define el factor de reducción a partir de las siguientes condiciones idealizadas del sistema suelo-columna (Priebe, 1995):

- La columna se apoya en una capa rígida
- El material de relleno de la columna es incompresible
- La densidad aparente de la columna y el suelo no se toma en cuenta

Priebe (1995) señala que la columna de grava no presenta resistencia al corte mientras que el suelo circundante se comporta de forma elástica. Desde el inicio de la construcción de la columna de grava el suelo se activa con una resistencia inicial que corresponde al estado líquido de un suelo, a través de un empuje de tierra k_a .

$$\beta = \frac{S_{na}}{S_a}$$

Donde:

S_{na} =asentamiento sin mejora

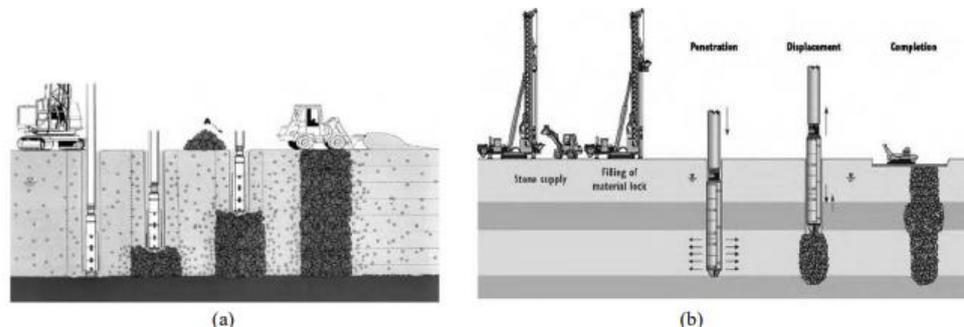
S_a =asentamiento con mejora (con columnas de grava)

2.3.1.2. Métodos constructivos

Existen varios métodos constructivos de las columnas de grava, tanto vibratorias como pilotaje.

Figura5

a) Vía húmeda (Vibrosustitución); b) Vía seca (Vibrodesplazamiento)



Fuente: Alonso, 2014

(Alonso, 2014, p.93-95) señala que en el método por vía húmeda se inyecta agua a una alta presión para penetrar la columna de grava en el terreno. En el método por vía seca se inyecta aire comprimido y se consideran dos sistemas constructivos: sistema con grúa y sistema vibrocat. En la figura 6 se puede observar las características principales de cada uno de los métodos.

Figura 6

Características principales de los métodos por vía húmeda y vía seca

	VÍA HÚMEDA	VÍA SECA
Máquina de apoyo	Grúa	Vibrocat con mástil Grúa
Profundidad máxima orientativa	35 m	20 m con mástil 35 m con grúa
Fluido de perforación	Agua	Aire
Gestión de agua y lodos	SI	NO
Efectos durante la instalación en el terreno original	No son significativos ya que se trata de una sustitución sin desplazamiento y con lavado de finos por el agua.	Rigidización del terreno por desplazamiento Reducción de permeabilidad por remoldeo (<i>smear</i>)
Granulometría de la grava	25 – 75 mm	8 – 50 mm
Rango de diámetros (*)	0.8 – 1.2 m	0.6 – 1.2 m (frecuente 0.7-0.8 m)
Ángulo de rozamiento	Práctica habitual de diseño: $\phi = 40^\circ < > D_r \approx 85\%$ aprox.	
Módulo de deformación columna	E = 40 – 70 MPa	
Separación entre ejes	1.5 a 3.5 m	
Disposiciones habituales	En filas bajo zapatas corridas y en mallas cuadradas o triangulares bajo zapatas aisladas o cargas extensas. Bajo zapatas la separación entre columnas será de al menos 1 diámetro. Bajo cargas extensas la intensidad del tratamiento oscila entre 1 col/2 m ² y 1 col/10 m ² .	
Carga por columna	Orientativamente 150 a 400 kN/columna. Presión vertical admisible orientativa sobre la columna en el rango 400 – 600 kPa	

(*)El diámetro de la columna se estima a partir del volumen de grava consumido.

Fuente: Alonso, 2014

2.3.1.3. Beneficios de la aplicación de columnas de grava

2.3.1.3.1. Reducción de asentamientos

La reducción de asentamientos se explica por el reparto de cargas entre el suelo y las columnas de acuerdo a la relación de rigideces, típicamente dicha relación varía de 10 a 50 con un área de reemplazo del terreno blando que oscila de 5 – 30%. Entonces se entiende que gran parte de la carga aplicada es soportada por las columnas de grava, aliviando al suelo circundante (Cimentada, 2009).

Según la Guía de Cimentaciones en Obras de Carreteras (Dirección General de Carreteras, 2009) el asiento esperado sin columnas de grava S_o queda disminuido hasta S_c usando columnas de grava de acuerdo a la siguiente expresión:

$$S_c = \alpha \times S_o$$

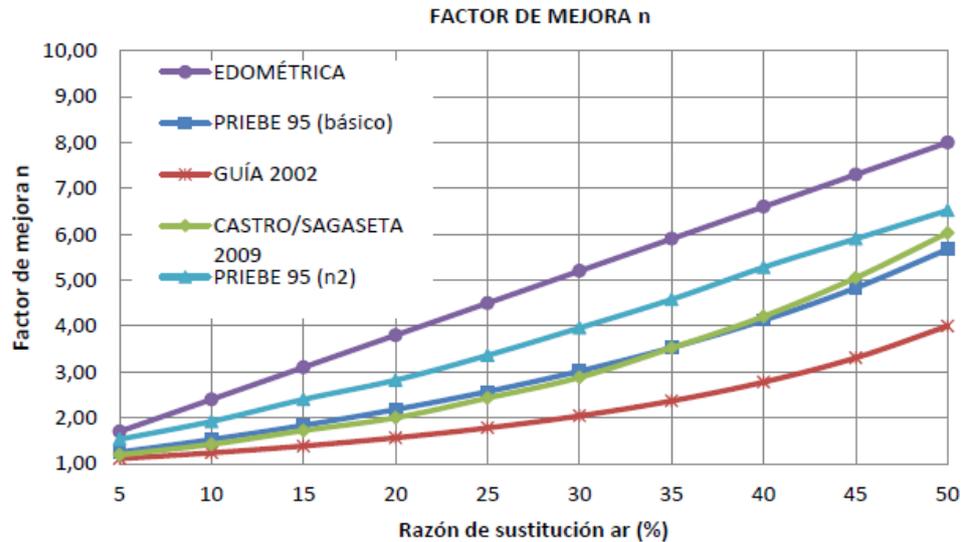
Donde α es un factor de reducción que depende de la relación entre el área de la propia columna y el área total (Área de la columna más el terreno circundante) conocida como ρ .

Considerando la importancia de la reducción de asentamientos α o de su inverso el factor de mejora n en el uso de columnas de grava. A continuación, en la figura 7 se puede

ver como varía el factor de mejora cuando se varía la razón de sustitución aplicando diferentes métodos de cálculo.

Figura7

Variación del factor de mejora con la razón de sustitución



Fuente: Alonso, 2014

En la tabla 1 se muestra una relación aproximada de los principales parámetros que gobiernan el cálculo de columnas de grava.

Tabla1

relación aproximada para columnas de grava

ρ	α	β
0.1	0.80	2.8
0.2	0.65	2.4
0.3	0.47	2.2
0.4	0.35	2.0
0.5	0.25	1.7

Fuente: Tomado de la Guía de cimentaciones en obras de carreteras (Dirección General de Carreteras, 2009).

En la guía de cimentaciones en obras de carreteras (Dirección General de Carreteras, 2009) se propone la siguiente expresión para el cálculo de la carga que toma la columna de grava:

$$\sigma_{vc} = \left[\frac{1 - \alpha(1 - \rho)}{\rho} \right] \times \rho = \beta \times \rho$$

Donde β es un factor de concentración de carga.

2.3.1.3.2. Aceleración del proceso de consolidación

2.3.1.3.2.1 Consolidación del terreno sin tratamiento

Los estratos de suelo pueden ser comprimidos por un incremento del esfuerzo ocasionado por la construcción de una cimentación u otras cargas aplicadas. El asentamiento del suelo causado por cargas se divide en tres amplias categorías (Braja M. Das, 1999):

- *Asentamiento inmediato*, generado por la deformación elástica del suelo sin cambio alguno en el contenido de agua.
- *Asentamiento por consolidación primaria*, resultado de un cambio de volumen en suelos saturados cohesivos provocado por la expulsión de agua.
- *Asentamiento por consolidación secundaria*, resultado del ajuste plástico de la estructura del suelo.

Fundamentos sobre consolidación

La presión de poro aumenta repentinamente cuando los esfuerzos de un estrato de suelo se ven incrementados. Si el suelo es permeable el drenaje causado por este incremento de la presión de poros se produce de forma inmediata acompañado de una reducción de volumen generándose un asentamiento, en esta situación el asentamiento inmediato y la consolidación se producen de forma simultánea. Para el caso de suelos arcillosos debido a su baja permeabilidad este efecto depende del tiempo y se tratara en este apartado con mayor amplitud. (Braja M. Das, 1999).

$$\Delta\sigma = \Delta\sigma' + \Delta\mu$$

Donde:

$\Delta\sigma'$ =incremento en el esfuerzo efectivo

$\Delta\mu$ =incremento en la presión de poro del agua

La arcilla por su baja permeabilidad y la incompresibilidad del agua frente al suelo, el esfuerzo total $\Delta\sigma$ será tomado por el agua ($\Delta\sigma=\Delta\mu$). A medida que el agua es expulsada el excedo de presión de poro del agua disminuirá y el esfuerzo efectivo se incrementará. Entonces se tendrá lo siguiente:

$$\Delta\sigma = \Delta\sigma' + \Delta\mu \quad (\Delta\sigma' > 0 \text{ y } \Delta\mu < \Delta\sigma)$$

Teóricamente en el tiempo $t=\infty$, la presión de poro en exceso se disipará por drenaje, dando $\Delta\mu=0$. El aumento de esfuerzo total $\Delta\sigma$ se tomará entonces por el suelo, por lo tanto:

$$\Delta\sigma = \Delta\sigma'$$

Este proceso gradual de drenaje, bajo la aplicación de una carga adicional y la transferencia asociada de presión de poro en exceso al esfuerzo efectivo, ocasiona el asentamiento dependiente del tiempo (consolidación) en el estrato de suelo arcilloso.

La forma general teórica de la gráfica de deformación vs tiempo se muestra en la figura 8. En esta se muestran tres etapas distintas, que se describen como sigue:

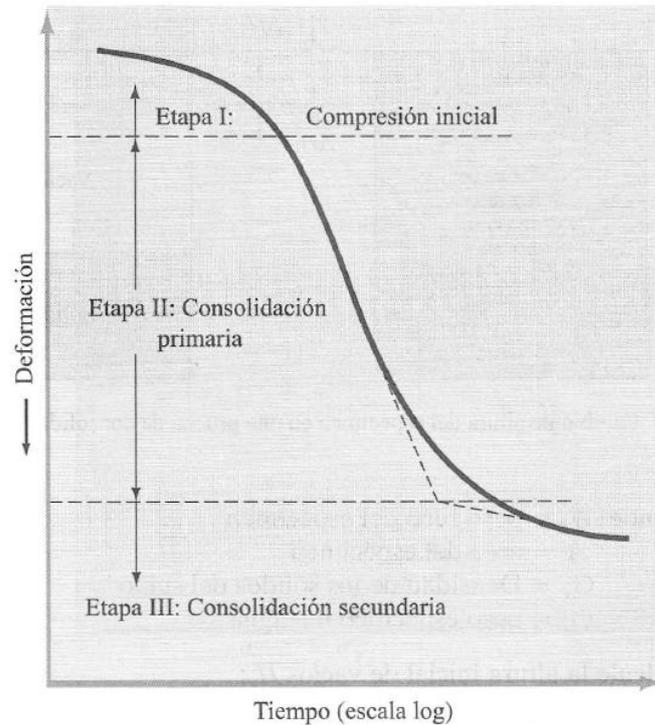
Etapa I: Compresión inicial, causada principalmente por la precarga.

Etapa II: Consolidación primaria, donde el exceso de presión de poro es transferido a esfuerzos efectivos por el drenaje del agua.

Etapa III: Consolidación secundaria, después de la disipación total del exceso de presión de poro cuando la deformación se produce por un reajuste plástico del suelo.

Figura 8

Grafica tiempo-deformación durante la consolidación para un incremento dado de carga



Fuente: Braja M. Das, 1999

Arcillas normalmente consolidadas y preconsolidadas

Un suelo a cierta profundidad ha estado sometido a una cierta presión efectiva máxima en toda su historia geológica. Esta presión efectiva máxima pasada puede ser igual o mayor a la presión de sobrecarga existente. De acuerdo a ello se tienen dos tipos de arcilla:

- *Normalmente consolidada*, la presión efectiva actual del suelo es igual a la presión máxima del suelo a lo largo de su historia geológica.
- *Preconsolidada*, la presión efectiva actual del suelo es menos que la presión máxima a la que el suelo fue sometido en un momento de su historia geológica.

Cálculo del asentamiento por consolidación primaria unidimensional.

El cálculo del asentamiento por consolidación primaria es de acuerdo al tipo de arcilla: Normalmente consolidada o preconsolidada.

Considerando un estrato de arcilla saturada H bajo una presión efectiva promedio σ'_o . Debido a un aumento de presión $\Delta\sigma$, el asentamiento primario igual a S .

Para **arcillas normalmente consolidadas** (Braja M. Das, 1999) plantea la siguiente ecuación:

$$S = \frac{C_c H}{1 + e_0} \log \left(\frac{\sigma'_o + \Delta\sigma'}{\sigma'_o} \right)$$

Para **arcillas preconsolidadas** (Braja M. Das, 1999) plantea la siguiente ecuación:

$$S = \frac{C_s H}{1 + e_0} \log \left(\frac{\sigma'_o + \Delta\sigma'}{\sigma'_o} \right)$$

Donde:

C_c =Índice de compresión

C_s =Índice de expansión

H =espesor del estrato de arcilla

e_0 = relación de vacíos

σ'_o =presión efectiva promedio

$\Delta\sigma'_o$ =incremento de presión efectiva

Índice de compresión

Según Braja M. Das. (1999) siguiendo a Terzagui y Peck (1967) plantea la siguiente ecuación para arcillas inalteradas cuando no se dispone de información de laboratorio:

$$C_c = 0.009(LL - 10)$$

Donde:

LL=límite líquido (%)

Además, Braja M. Das (1999) de acuerdo a Rendon-Herrero (1983) propone la siguiente relación para el índice de compresión:

$$C_c = 0.141G_s^{1.2} \left(\frac{1 + e_0}{G_s} \right)^{2.38}$$

También siguiendo a Nagaraj y Murty (1985) expresaron el índice de compresión como:

$$C_c = 0.2343 \left[\frac{LL(\%)}{100} \right] G_s$$

Donde:

G_s =Densidad de solidos

e_0 =relación de vacíos inicial

LL=límite liquido

Índice de expansión (C_s)

De acuerdo a Braja M. Das (1999), de manera empírica el Índice de expansión C_s se puede estimar en el rango de 1/5 a 1/10 del índice de compresión C_c . Algunos valores típicos de la relación de vacío, del contenido de agua en condición saturada y del peso específico seco, como se encuentra en un estado natural se muestra en la tabla 2.

Tabla2

Relación de vacíos, contenido de agua y peso específico seco de algunos suelos en estado natural

Tipo de suelo	Relación de vacíos e	Contenido de agua en condición saturada (%)	Peso específico seco (kN/m ³)
Arena suelta uniforme	0.8	30	14.5
Arena densa uniforme	0.45	16	18
Arena limosa suelta de grano angular	0.65	25	16
Arena limosa densa de grano angular	0.4	15	19
Arcilla firme	0.6	21	17
Arcilla suave	0.9-1.4	30-50	11.5-14.5
Loess	0.9	25	13.5
Arcilla orgánica suave	2.5-3.2	90-120	6-8
Tilita glacial	0.3	10	21

Fuente: Braja M. Das (1999)

Según Braja M. Das (1999), algunos valores típicos del límite líquido, límite plástico, índice de compresión e índice de expansión para algunos suelos naturales se muestran en la tabla 3.

Tabla3

Compresión y expansión de suelos naturales

Suelo	Límite líquido	Límite plástico	Índice de compresión, C_c	Índice de expansión, C_s
Arcilla azul de Boston	41	20	0.35	0.07
Arcilla de Chicago	60	20	0.4	0.07
Arcilla de Gorgia	51	26	0.12	-
Arcilla de Nueva Orleans	80	25	0.3	0.05
Arcilla de Montana	60	28	0.21	0.05

Fuente: Braja M. Das (1999)

Asentamiento por consolidación secundaria

Después de ocurrido el asentamiento por consolidación primaria, se produce un asentamiento por consolidación secundaria, conocido también como *flujo plástico*. La magnitud de la consolidación secundaria se calcula con la siguiente expresión:

$$S_s = C_\alpha' H \log \left(\frac{t_1}{t_2} \right)$$

Donde:

$$C_\alpha' = \frac{C_\alpha}{1 + e_p}$$

y

C_α = índice de compresión secundaria

e_p = relación de vacíos al final de la consolidación secundaria

H = espesor de la capa de arcilla

En arcillas preconsolidadas, el índice de compresión secundaria tiene menor importancia; por lo tanto, el asentamiento por consolidación secundaria es de menor importancia que el asentamiento por consolidación primaria.

Velocidad de consolidación

Braja M. Das (1999), siguiendo a Terzagui (1925) muestra las hipótesis consideradas para explicar la primera teoría de velocidad de consolidación unidimensional en arcillas saturadas.

- El sistema arcilla-agua es homogéneo
- La saturación es completa
- La compresibilidad del agua es despreciable
- La compresibilidad de los granos de suelo es despreciable (pero los suelos de grano se acomodan)
- El flujo del agua es solo en una dirección (es decir, en la dirección de la compresión).
- La ley de Darcy es válida

La solución de la ecuación de Darcy para la presión de poro del agua es:

$$\mu = \sum_{m=0}^{m=\infty} \left[\frac{2\mu_0}{M} \operatorname{sen}\left(\frac{Mz}{H_{dr}}\right) \right] e^{-M^2 T_v}$$

Donde:

$$T_v = \frac{C_v t}{H_{dr}^2} = \text{factor de tiempo}$$

El factor de tiempo es un número adimensional

El grado de consolidación para toda la profundidad del estrato de arcilla en cualquier tiempo t se escribe como:

$$U = \frac{S_t}{S} = 1 - \frac{\left(\frac{1}{2H_{dr}}\right) \int_0^{2H_{dr}} \mu_z dz}{\mu_0}$$

Para $U=0\%$ a 60% , $T_v = \frac{\pi}{4} \left(\frac{U\%}{100}\right)^2$

Para $U>60\%$, $T_v = 1.781 - 0.933 \log (100 - U\%)$

Coefficiente de consolidación

El rango de variación para el coeficiente de consolidación c_v para un límite líquido de un suelo es bastante amplio. Algunos valores típicos del coeficiente de consolidación para diversos suelos se muestran en la tabla 4

Tabla 4

Valores típicos del coeficiente de consolidación c_v

Límite líquido	Límite inferior en la recompresión	Compresión virgen inalterada	Límite superior remodelada
30	3.5×10^{-2}	5×10^{-3}	1.2×10^{-3}
60	3.5×10^{-3}	1×10^{-3}	3×10^{-4}
100	4×10^{-4}	2×10^{-4}	1×10^{-4}

Fuente: Lambe (1972), siguiendo a U.S Navy (1962)

2.3.1.3.2 Consolidación del terreno con tratamiento de columnas de grava

Asentamiento por consolidación

Según K.S.NG, Y.M. CHEW, S.F.NG (2017) Considerando el proceso de consolidación unidimensional (1D) y la teoría de igualdad de tensiones, el asentamiento de consolidación del suelo mejorado con columnas de grava se define como:

$$S = m_v \sigma_s H$$

Donde:

m_v : es el coeficiente de compresibilidad de volumen

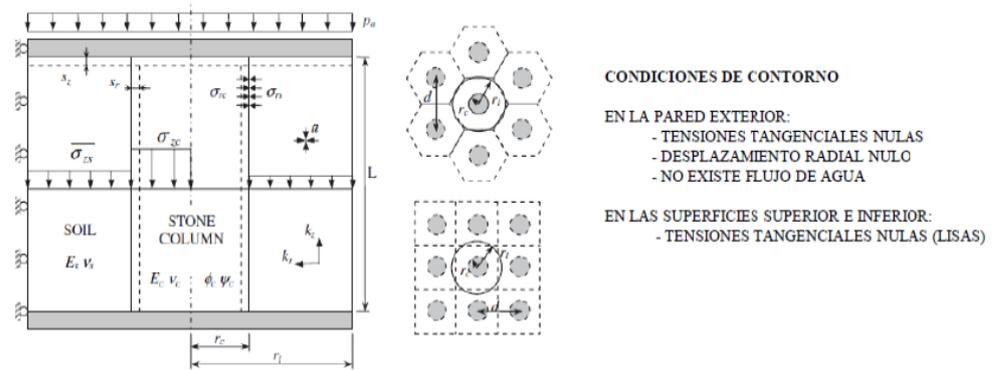
H : es el espesor de suelo

- **Método analítico de Castro y Sagaseta**

Este método considera las definiciones de celda unidad mencionadas anteriormente como muestra en la figura 9. En dicha solución se incluye la deformación radial de las columnas de grava en el análisis de consolidación radial.

Figura9

Celda unidad



Fuente: Castro y Sagaseta, 2009

Este método permite calcular la distribución de tensiones y deformaciones en la etapa de la aplicación de la carga (cuando no existe drenaje), durante la consolidación y en el estado final drenado.

El desarrollo contempla tres etapas cuando se aplica de forma instantánea una carga sobre la celda unidad: Solución elástica, deformación plástica de la columna de grava e integración de deformaciones verticales en toda la columna de grava.

- Solución elástica

Se considera la columna como un cilindro sólido vertical, sometido a una presión vertical σ_{zc} y a una presión radial σ_{rc} . Por otro lado, se considera el suelo como un cilindro con cavidad central cilíndrica, sometido a una presión efectiva σ'_{zs} y a una presión radial $\sigma_{rs} = \sigma_{rc}$ en el contacto columna/suelo, y a una presión intersticial \bar{u} . Con estas cinco presiones, aplicando las condiciones de equilibrio y compatibilidad, permite calcular las tensiones y deformaciones en cualquier punto del suelo y la columna.

El cálculo de la deformación en la situación inicial sin drenaje se puede calcular como:

$$\varepsilon_z = \frac{p_a}{H - (G_c - G_s)(1 - 3a_r)}$$

donde:

$$H = G_s - G_c + (\lambda_c + G_c + G_s) \frac{1}{a_r}$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

p_a = presión vertical aplicada

G_c = módulo de elasticidad transversal de la columna

G_s = módulo de elasticidad transversal del suelo

a_r = razón de sustitución

El cálculo de la *deformación final drenada* se puede calcular como:

$$\varepsilon_z = \frac{p_a}{(\lambda_c + 2G_c)a_r + (\lambda_s + 2G_s)(1 - a_r) - 2a_r(\lambda_c - \lambda_s)F}$$

donde:

$$F = \frac{(\lambda_c - \lambda_s)(1 - a_r)}{2[a_r(\lambda_s - \lambda_c + G_s - G_c) + (\lambda_c + G_c + G_s)]}$$

p_a = presión vertical aplicada

G_c = módulo de elasticidad transversal de la columna

G_s = módulo de elasticidad transversal del suelo

a_r = razón de sustitución

λ_c = constante de Lamé de la columna

λ_s = constante de Lamé del suelo

- Deformación plástica de la columna

Las deformaciones plásticas en la columna se modelan empleando Mohr-Coulomb. El análisis se debe realizar a lo largo del tiempo, considerando la evolución de las tensiones y deformaciones a cada profundidad en el proceso de consolidación.

Una vez determinado el instante en el que se genera la plastificación de la columna de grava a una profundidad z se puede determinar la deformación como:

$$\Delta \varepsilon_z^p = - \frac{(1 - a_r + \frac{a_r}{k_{ac}}) \overline{\Delta u}}{(\lambda_s + 2G_s)(1 - a_r) + \frac{a_r \lambda_s}{k_{\psi c}} + \frac{a_r J}{k_{ac}}}$$

donde:

$$J = \lambda_s + \frac{G_s + a_r(\lambda_s + G_s)}{(1 - a_r)k_{\psi c}}$$

$\overline{\Delta u}$ = incremento de presiones intersticiales

G_s = módulo de elasticidad transversal del suelo

a_r = razón de sustitución

λ_s = constante de Lamé del suelo

$$k_{\psi c} = \frac{1 - \text{sen} \psi_c}{1 + \text{sen} \psi_c}$$

k_{ac} = coeficiente de empuje activo de la columna

ψ_c = ángulo de dilatación de la columna

Tasa de consolidación

Las columnas de grava aceleran el proceso de consolidación de suelos blandos ya que funcionan como drenes verticales.

Según (Alonso, 2014) tradicionalmente se considera la ecuación diferencial de Barron/Hansbo para el análisis de la consolidación. La solución a dicha ecuación en términos del grado de consolidación radial, U_r es:

$$U_r = 1 - \frac{\bar{\mu}}{p_a} = 1 - e^{-\frac{8T_r}{f(a_r)}}$$

Donde:

$$f(a_r) = -\frac{\ln(a_r)}{2(1-a_r)} - \frac{3-a_r}{4}$$

$$T_r = \frac{c_{vr} \times t}{4r_l^2}$$

a_r =razón de sustitución

T_r =factor de tiempo

c_{vr} =coeficiente de consolidación radial

r_l =radio de la celda unidad

En dicha solución no se está considerando el efecto de remoldeo ni la capacidad de descarga del dren.

Existen varias mejoras realizadas a la solución de Barron/Hansbo, una de las más recientes y que considera el efecto del remoldeo generado por la colocación de columnas de grava es la que presenta Lu et al. (2010).

Durante el proceso de carga y por ende consolidación la repartición de esfuerzos de tensiones entre la columna y el suelo depende del tiempo, ya que inicialmente el módulo de elasticidad tiene un valor alto y conforme se va produciendo la consolidación el valor del módulo de elasticidad disminuye hasta un valor final en la condición drenada. Como la relación de rigideces varia en el tiempo, con ello la transferencia de carga pues en la condición inicial la columna recibe menor carga por la elevada rigidez del suelo y durante la consolidación el suelo se va descargando transfiriendo carga sobre la columna.

Se define un coeficiente de consolidación modificado:

$$c_{vr}^{ze} = c_{vr} \left(1 + \frac{E_{mc}}{E_{ms}} \frac{a_r}{1-a_r} \right)$$

donde:

c_{vr} = coeficiente de consolidación radial

E_{mc} =módulo de elasticidad confinado de la columna

E_{ms} =módulo de elasticidad confinado del suelo

a_r =razón de sustitución

Grado promedio de consolidación debido únicamente a drenaje vertical

El grado promedio de consolidación debido a drenaje vertical se obtiene de la misma ecuación que para un suelo sin tratamiento:

$$T_v = \frac{\pi}{4} \left[\frac{U_v \%}{100} \right] \text{ para } U_v = 0\% \text{ a } 60\%$$

y

$$T_v = 1.781 - 0.933 \log(100 - U_v\%) \text{ para } U_v > 60\%$$

Donde:

U_v =grado promedio de consolidación debido al drenaje vertical

$$T_v = \frac{c_v t_2}{H_{dr}^2}$$

C_v =coeficiente de consolidación para drenaje vertical

Grado promedio de consolidación debido a drenaje vertical y radial

Para una sobrecarga y duración t_2 , el grado promedio debido a drenaje en las direcciones vertical y radial es:

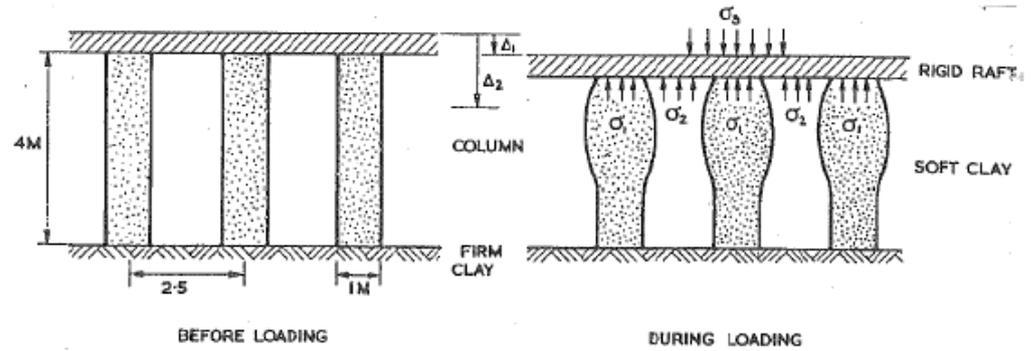
$$U_{v,r} = 1 - (1 - U_r)(1 - U_v)$$

2.3.1.3.3. Estabilidad de columnas

(Alonso, 2014) considera que debe comprobarse el estado límite último de las columnas de grava denominado modo de falla por Estabilidad; esto debido a que las columnas a diferencia de otras técnicas necesitan estar confinadas por el terreno lateral para permanecer estables ante las cargas verticales que soportan ya que no se puede superar la resistencia lateral que puede ofrecer el terreno confinante. La forma que adoptan las columnas de grava durante la aplicación de una carga se puede ver en la figura 10.

Figura10

Abarrilamiento o abombamiento en columnas de grava

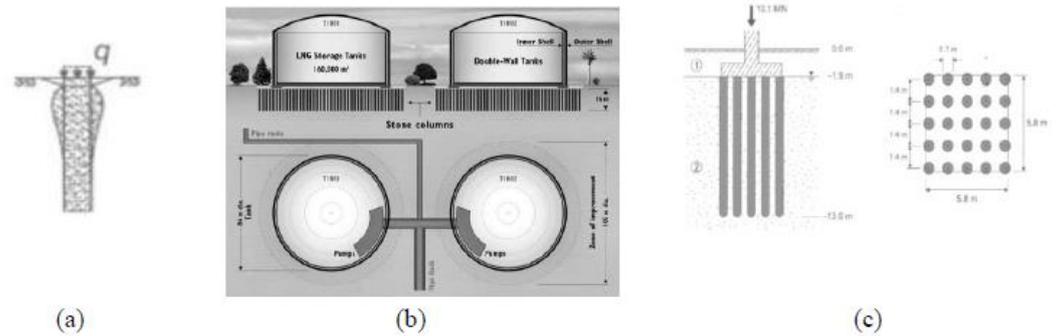


Fuente: Alonso, 2014

Tradicionalmente se consideran 3 tipos de configuraciones para el análisis de estabilidad de columnas de grava que se pueden apreciar en la figura 6

Figura11

Configuraciones para el análisis de estabilidad: a) Columna aislada b) Mallas indefinidas c) Grupos de columnas bajo zapata



Fuente: Recuperado de (Raju y Sondermann, 2005; Kirsch y Kirsch, 2010)

2.3.1.4. Métodos de cálculo determinísticos

(Sagasetta, 2006) señala que la verificación de las ecuaciones de equilibrio no es suficiente para determinar la distribución de tensiones entre la columna de grava y el suelo, ya que es importante y necesario la compatibilidad de deformaciones entre columna y grava. Algunos de los métodos de cálculo más tradicionales se muestran en la figura 7, según (Kirsch y Kirsch, 2010) los métodos más usados son el método de Priebe, método endometrio o homogenización.

2.3.1.4.1. Método de Priebe

(Alonso, 2014) explica que este método “Se basa en el concepto de celda unidad y la deformación de la columna se aproxima por el método de expansión de la cavidad cilíndrica de Gibson y Anderson” (p.106)

Las hipótesis de este método según (Alonso, 2014) siguiendo a (Sagaseta, 2006) son:

- La deformación vertical del suelo es la correspondiente a condiciones edométricas, por lo que la deformación lateral del suelo es nula.

Figura12

métodos de cálculo para el diseño de columnas de grava

MÉTODO	COMENTARIOS
Edométrico	La compatibilidad de deformaciones verticales se establece suponiendo un modelo elástico edométrico para el suelo y la columna. Es la solución más sencilla pero la predicción del SCF no es realista, ya que está muy alejada de las medidas experimentales.
Greenwood (1970)	Proporciona un diagrama en el que se propone una estimación en la reducción de asientos con base experimental.
Balaam y Booker (1981)	Se trata de una solución analítica elástica rigurosa. La columna se considera como un cilindro elástico en condiciones triaxiales y el terreno como un material elástico sometido a la expansión de una cavidad cilíndrica. El método distingue entre la situación a corto plazo (carga sin drenaje) y a largo plazo, al final de la consolidación. La predicción del SCF está aún alejada de las medidas experimentales.
Van Impe-De Beer (1983)	Sustituye la celda unidad (cilíndrica) por una pantalla indefinida equivalente en deformación plana.
Priebe (1976, 1995)	Es uno de los métodos más utilizados, especialmente en Europa. Se trata de un método semi-empírico en el que se consideran deformaciones plásticas en las columnas. Los valores obtenidos para n y SCF son razonablemente próximos a la realidad.
Goughnour- Bayuk (1979, 1983)	Proponen una solución incremental, basada en el concepto de celda unidad, para el cálculo del asiento de una malla indefinida de columnas. Es necesario el uso de ordenador para su aplicación. Es un método muy utilizado en USA.
Guía de Cimentaciones (2002) ROM 0.5-05 (2005)	Es un método empírico que parte de las observaciones de asientos en casos reales. Proporciona una relación entre la razón de sustitución y el factor de reducción de asientos. Está muy extendido en España.
Pulko y Majes (2005)	Es una solución analítica que considera un comportamiento elasto-plástico perfecto para la columna. Sólo se aplica al estado final, drenado, sin considerar la carga sin drenaje y posterior consolidación.
Ambily y Gandhi (2007)	Basándose en ensayos de laboratorio y en análisis mediante elementos finitos con PLAXIS, proponen ábacos de diseño para obtener la distribución de tensiones y el factor de mejora.
Castro y Sagaseta (2009)	Es una solución analítica completa, que considera tanto la carga sin drenaje como la posterior consolidación. Tiene en cuenta la plastificación de la columna. La evolución del asiento en superficie se obtiene de forma analítica mediante la integración de la ecuación de consolidación radial. Los valores del SCF que obtienen están próximos a las medidas experimentales.
Lu et al. (2010)	Es una solución muy completa a la consolidación de un terreno mejorado con columnas de grava considerando tanto el flujo radial como el vertical, tratando el problema de consolidación/deformación de forma acoplada.

Fuente: (Alonso, 2014)

- La columna es rígido – plástico, es decir, solo se deforma si la tensión horizontal, radial, existente en su contorno es inferior al empuje activo correspondiente a la carga vertical a la que está sometida
- Alcanzado este estado límite, la columna se deforma sin cambiar de volumen
- El coeficiente de empuje al reposo del suelo vale la unidad

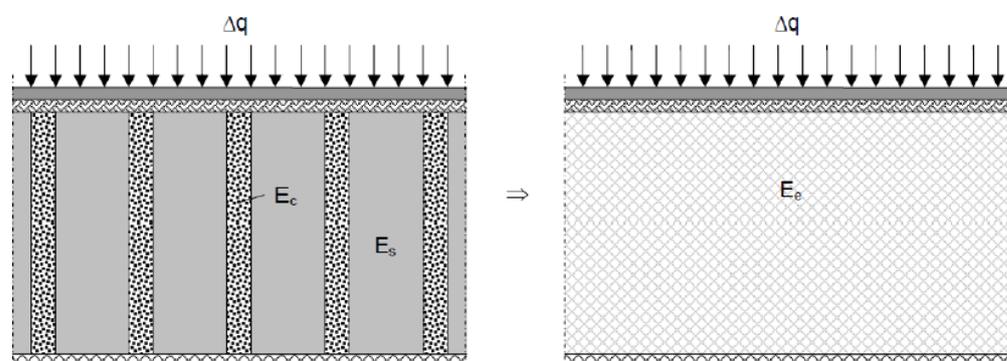
- Si la presión radial actuante en la pared suelo – columna ($\sigma_{rc} = \sigma_{rs}$) difiere de la de reposo, el suelo se deforma elásticamente.

2.3.1.4.2. Método de homogenización o edométrico

El manual de Menard de acuerdo a Dhoud y Blondeau (2005) explica que el método de homogenización se basa en un comportamiento elástico lineal y hace una equivalencia de terreno mejorado como se muestra en la figura 13.

Figura13

Esquema equivalente del terreno mejorado



Fuente: Manual de columnas de grava Menard.

Las hipótesis que considera el modelo son:

- Geometría simplificada de la celda unidad
- La columna de grava penetra completamente el estrato
- Comportamiento edométrico del sistema suelo-columna
- En el borde exterior la tensión tangencial, desplazamiento radial y flujo de agua son nulos.
- No se considera el peso del suelo en el cálculo de su tensión.
- Los asentamientos del suelo y la columna de grava son iguales.
- La tensión tangencial es nula en la cara inferior y superior.

Del equilibrio de fuerzas se establecen las siguientes relaciones:

$$\Delta q = \frac{A_c}{A} \Delta q_c + \left(1 - \frac{A_c}{A}\right) \Delta q_s$$

$$n = \frac{\Delta q_c}{\Delta q_s} = \frac{E_c}{E_s}$$

$$E_{eq} = \frac{A_c}{A} E_c + \left(1 - \frac{A_c}{A}\right) E_s$$

$$\beta = \frac{s_{na}}{s_a} = 1 + \frac{A_c}{A} \left(\frac{E_c}{E_s} - 1\right)$$

Donde:

Δq =tensión aplicada al sistema

Δq_c = tensión vertical soportada por la columna

Δq_s =tensión vertical soportada por el suelo

E_c =módulo de elasticidad de las columnas

E_s =módulo de elasticidad del suelo

A_c =área de las columnas

A =área de la celda equivalente

β =razón de asientos

2.3.1.4.3. Métodos numéricos de elementos finitos

Los métodos numéricos necesitan de modelos constitutivos de los materiales referidos al suelo. A continuación, se mencionan los más tradicionales usados en la ingeniería geotécnica.

Modelo de Morh – Columb

El modelo de Morh – Columb es muy implementado en suelos granulares, (Blanco, 2019) se refiere a él como “un modelo de comportamiento de plasticidad perfecta. La parte de la elasticidad – lineal se basa en la ley de Hooke de elasticidad isotrópica mientras que la parte plástica se basa en el criterio de rotura de Mohr - Coulomb” (p.60)

Modelo Elástico lineal

(Blanco, 2019) señala que “el modelo elástico lineal representa la ley de Hooke de la elasticidad lineal isótropa. Tiene como parámetros de entrada el módulo de

Young (E) y el coeficiente de Poisson (ν)” (p.60). Lastimosamente no es muy aconsejable su uso para suelos sino más bien para estructuras de hormigón.

Modelo Soft – soil

Este modelo interpreta muy bien la realidad de suelos con un alto grado de compresibilidad. (Blanco, 2019) señala que “algunas de las características del soft – soil son: Las tensiones son dependientes de la rigidez, distinción entre la rama de carga y de recarga – descarga en los distintos estados tensionales, memoria para la tensión de preconsolidación y criterio de rotura de acuerdo a Mohr – Coulomb.” (p.63)

2.3.2. Análisis de confiabilidad en ingeniería geotécnica

En la práctica de la ingeniería geotécnica, el control de la incertidumbre en los parámetros y modelos geotécnicos se realiza por medio de factores de seguridad. Sin embargo, actualmente el desarrollo de nuevas técnicas permite el control de la incertidumbre de forma más analítica y rigurosa en el proceso de diseño geotécnico (C. Hidalgo y A. Pacheco, 2011).

Tradicionalmente se ha cuantificado la seguridad mediante el denominado coeficiente de seguridad global, que se puede definir como $F = \text{resistencia/carga}$. En los últimos años se han realizado muchas observaciones en contra del factor de seguridad, ya que se considera perjudicial no tener en cuenta la confiabilidad de los datos y el riesgo que implica en el contexto económico. Dicho de otra manera, la elección empírica un factor de seguridad no transmite cuantitativamente seguridad (Mohammed Y. Fattah, Mohammed A. Al-Neami, Ahmed S. H. Al-Suhaily, 2016).

Actualmente se busca ir más allá del simple uso de coeficientes empíricos con el objetivo de llegar a un método basado en confiabilidad que permita calibrar los coeficientes de seguridad.

Las ventajas de utilizar el análisis de confiabilidad son:

- La probabilidad de falla cuantifica la seguridad de una manera más consistente y completa respecto del factor de seguridad tradicional.

- El análisis de confiabilidad permite conocer la importancia de las variables aleatorias y su influencia en la probabilidad de falla/índice de confiabilidad por ende en la seguridad del proyecto, permitiendo que el diseñador pueda retroalimentar su diseño.

El problema de la confiabilidad es de difícil resolución analítica, por lo que han surgido algunos métodos aproximados para su aplicación práctica:

- FOSM (First Order Second Moment)
- FORM (First Order Reliability Method)
- SORM (Second Order Reliability Method)
- Técnica de simulación de Monte Carlo

Una manera de abordar la seguridad del diseño geotécnico ante condiciones de incertidumbre se da por medio de técnicas estadísticas y probabilísticas reunidas en las técnicas de confiabilidad.

2.3.2.1. Tipos de incertidumbre

(Baecher, G & Christian, J, 2003, p.605) agrupa la incertidumbre en tres categorías: variabilidad natural, incertidumbre epistémica e incertidumbre en los modelos.

2.3.2.1.1. Variabilidad natural

(Hidalgo, M & Pacheco de Assis, A, 2011) “La variabilidad natural está asociada con la aleatoriedad inherente a los procesos naturales, manifestándose como variabilidad en el tiempo para fenómenos que toman lugar en un único lugar (variación temporal), o variabilidad en el espacio para eventos que se producen en diferentes lugares al mismo tiempo (variación espacial), o variaciones tanto en el espacio como en el tiempo.” (p.71).

2.3.2.1.2. Incertidumbre epistémica

(Hidalgo, M & Pacheco de Assis, A, 2011) “La incertidumbre epistémica es atribuida a la carencia de datos, ausencia de información acerca de eventos y

procesos, o a la falta de entendimiento de las leyes físicas que limitan la habilidad para modelar el mundo real.” (p.71).

2.3.2.1.3. Incertidumbre en los modelos

(Hidalgo, M & Pacheco de Assis, A, 2011) “La incertidumbre de los modelos depende del nivel de precisión con que el modelo matemático escogido representa la realidad. Esta incertidumbre refleja la inhabilidad de un modelo o técnica de diseño para representar, precisamente, el verdadero comportamiento físico del sistema, o la inhabilidad del diseñador para identificar el mejor modelo” (p.72).

Es práctica habitual en ingeniería geotécnica no considerar un único valor determinista referido a un parámetro geotécnico del suelo. En lugar a ello se asigna un valor teniendo en cuenta la disponibilidad de información, el rango donde varia ese parámetro, la influencia del parámetro en el resultado, la tipología del problema y la experiencia del diseñador. Es por ello que con mayor o menor grado de racionalidad ya se toma en cuenta la incertidumbre y su influencia en el problema, pues bajo las condicionantes mencionadas se elige el valor más probable o más conservador.

Las técnicas de confiabilidad y estadísticas buscan que el proceso de diseño sea lo más objetiva y racional posible, para tal fin las incertidumbres y variabilidad presentes en el suelo y en el modelo se definen como variables aleatorias que estadísticamente son expresadas por medio de su función de distribución de probabilidad (PDF por sus siglas en inglés) o función de distribución acumulada (por sus siglas en inglés CDF).

2.3.2.1. Caracterización de la incertidumbre

El espacio muestral de una variable aleatoria determinada lo constituye toda la información disponible y los parámetros estadísticos permiten obtener información de los datos recopilados de acuerdo a la tabla 5 donde n es el número de observaciones disponibles $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$ de la variable aleatoria X .

Tabla 5

Parámetros estadísticos comunes

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL		
PARAMETRO	DEFINICION	COMENTARIOS
MEDIA ARITMETICA	$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$	Momento de orden 1 o primer momento respecto al origen.
MEDIANA	Valor que deja por debajo de si a la mitad de los datos, una vez ordenados estos de forma creciente.	Menos sensible que la media a oscilaciones en los valores de las variables.
MODA	Valor de la variable con la mayor frecuencia.	Puede haber más de una moda: bimodal, multimodal
CUANTILES	Valores de la variable estadística que dejan por debajo de si una determinada cantidad de datos.	Cuartiles (4 partes) Deciles (10 partes) Percentiles (100 partes)
MEDIDAS DE DISPERSION		
PARAMETRO	DEFINICION	COMENTARIOS
RECORRIDO O RANGO	Diferencia entre el mayor y el menor valor	Medida de la dispersión fácil y rápida de calcular.
RANGO INTERCUARTILICO	Diferencia entre el cuartil tercero y el cuartil primero	Mediante un diagrama de cajas, sirve para detectar valores anómalos o atípicos.
VARIANZA	$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [x_i - \mu]^2$	Momento de orden 2 o momento segundo central o respecto a la media
DESVIACION TIPICA O DESVIACION ESTANDAR	$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$	Esta en las mismas unidades que los valores de la variable
COEFICIENTE DE VARIACION	$COV(x) = \delta_x = \frac{\sigma}{\mu}$	Un valor pequeño del COV indica poca incertidumbre en la variable
MEDIDAS DE FORMA		
PARAMETRO	DEFINICION	COMENTARIOS
COEFICIENTE DE ASIMETRIA	$g_1 = \frac{n}{(n-1)(n-2)\sigma^3} \sum_{i=1}^n [x_i - \mu]^3$	Momento (normalizado) de orden 3 o momento tercero central o respecto a la media $g_1 = 0$ existe simetría $g_1 > 0$ dispersión mayor por encima de la media $g_1 < 0$ dispersión mayor por debajo de la media
COEFICIENTE DE CURTOSIS	$g_2 = \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)\sigma^4} \sum_{i=1}^n [x_i - \mu]^4 - 3\left[\frac{(n-1)^2}{(n-2)(n-3)} - 1\right]$	Momento (normalizado) de orden 4 o momento cuarto central o respecto a la media $g_2 - 3 = 0$ distribución normal (mesocúrtica) $g_2 - 3 < 0$ más aplastadas que lo normal (platicúrtica) $g_2 - 3 > 0$ más apuntadas que la normal (leptocúrtica)

Fuente: Alonso, 2014

En algunos casos poder surgir la necesidad de considerar más de una variable aleatoria a la vez, en el que cada una de ellas tiene influencia sobre la otra o ambas estar conjuntamente influenciadas, por lo que la distribución de datos es bidimensional.

La necesidad de cuantificar la relación de una variable con la otra, conlleva a definir dos parámetros estadísticos como el coeficiente de correlación y la covarianza. Las definiciones de dichos parámetros se indican en la tabla 6, en la que n es el número de observaciones de dos variables $X, Y [(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_n, y_n)]$.

Tabla6

Parámetros estadísticos bidimensionales

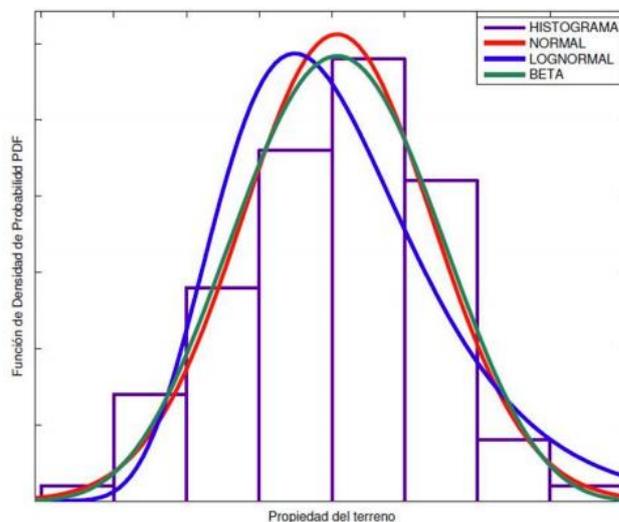
MEDIDAS DE ASOCIACION		
PARAMETRO	DEFINICION	COMENTARIOS
COVARIANZA	$cov(x, y) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [x_i - \mu_x][y_i - \mu_y]$ <p>Matriz de covarianza (útil para el caso n-dimensional)</p> $c = \begin{bmatrix} \sigma^2 & Cov(X, Y) \\ Cov(X, Y) & \sigma_y^2 \end{bmatrix}$	<p>Para variables independientes</p> $Cov(X, Y) = 0$ $-1.0 \leq \rho \leq 1.0$
COEFICIENTE DE CORRELACION	<p>DE Matriz de correlación (útil para el caso n-dimensional)</p> $\rho = \frac{Cov(X, Y)}{\sigma_x \sigma_y}$ $\rho = \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix}$	<p>Medida del grado de relación lineal a efectos prácticos, si se obtiene a partir de los valores muestrales, X e Y pueden considerarse no correlacionadas si $\rho_{x,y} \leq 0.3$ y se pueden considerar perfectamente correlacionadas si $\rho_{x,y} \geq 0.9$</p>

Fuente: Alonso, 2014

Es recomendable la representación gráfica de los datos recopilados de cada una de las variables aleatorias consideradas en el análisis, este puede ser mediante histogramas o diagramas de frecuencias que permitan ajustar la distribución a una de las curvas más usadas comúnmente como se muestra en la figura 14.

Figura14

Descripción estadística de una propiedad del terreno. Ejemplos de histograma y funciones de densidad.



Fuente: Alonso, 2014

Las distribuciones más comunes en el ámbito de la ingeniería geotécnica de acuerdo al tipo de variable aleatoria, discreta o continua, se muestra en la tabla 7.

Tabla 7

Tipos de distribuciones probabilísticas

Distribuciones discretas	Distribuciones continuas
Bernoulli	Uniforme
Binomial	Triangular
Geométrica	Normal
Binomial negativa	Lognormal
Poisson	Beta
Exponencial	Exponencial
Gamma	Gamma
	Weibull
	Rayleigh

Fuente: Alonso, 2014

2.3.2.2. Distribuciones de probabilidad comunes

A continuación, se describen brevemente algunas de las distribuciones más empleadas en ingeniería geotécnica:

- Distribución normal

La distribución normal (o de Gauss) es la distribución más empleada hoy en día para variables aleatorias continuas. Por ejemplo, la propiedad de cohesión de un suelo se debe a la suma de un gran número de interacciones electroquímicas que tienen lugar a nivel molecular y la distribución más conveniente ampliamente utilizada en representar la cohesión es la normal, aunque tiene a un gran competidor como la distribución lognormal (Alonso, 2014 citado en Fenton y Griffiths, 2008).

La función de densidad de probabilidad y la función de distribución vienen dadas por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x-u}{\sigma} \right)^2 \right] \quad -\infty < x < \infty$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] dx$$

La esperanza y la varianza se estiman a partir de los datos recopilados mediante las siguientes expresiones:

$$E(x) = \mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$Var(x) = \sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [x_i - \mu]^2$$

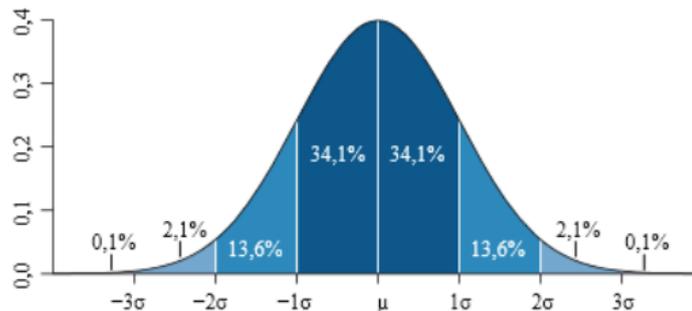
La función de densidad viene definida por dos parámetros que caracterizan la distribución normal $X \rightarrow N(\mu, \sigma)$, siendo μ la media y σ la desviación estándar. De particular interés es la distribución estándar normal $Z \rightarrow N(0,1)$.

Para Crespo, C (2002) Los valores que pertenecen a la distribución normal se distribuyen de la siguiente manera como muestra la figura 14:

- En el intervalo $[\mu \pm \sigma]$ existe un 68.3% de probabilidad de encontrar los valores pertenecientes a una distribución normal $N(\mu, \sigma)$
- En el intervalo $[\mu \pm 2\sigma]$ existe un 95.4% de probabilidad
- En el intervalo $[\mu \pm 3\sigma]$ existe un 99.7% de probabilidad

Figura15

Distribución de probabilidad en torno a la media $\pm n\sigma$ ($n=1, 2, 3$)



Fuente: Alonso, 2014

Algunas propiedades de la distribución normal son:

- Los parámetros varían entre $-\infty \leq x \leq \infty$
- La distribución es simétrica respecto a la media μ , lo que implica que la media es también la mediana
- La moda (punto máximo) de la distribución se produce en $x=\mu$
- Los puntos de inflexión de la función de distribución de probabilidad (PDF) se dan en $x=\mu \pm \sigma$

La transformación a la variable estándar normal es:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

La función de distribución de probabilidad (PDF) de la distribución estándar normal se indica mediante el símbolo especial $\phi(z)$, y la función de distribución acumulada (CDF) mediante $\Phi(z)$.

- Distribución lognormal

La distribución de tipo normal se fundamenta en la suma de muchos efectos pequeños o microscópicos, mientras que su competidor la distribución lognormal proviene de efectos multiplicativos.

Por citar un ejemplo se menciona como mecanismo de efecto multiplicativo al proceso de rotura, como la trituración de áridos o el transporte de sedimentos en corrientes de agua. La distribución normal tiene la desventaja de admitir valores negativos, una forma de mitigar este problema es ajustando a una distribución lognormal, que elimina automáticamente la posibilidad de tomar valores negativos. Sin embargo, la distribución normal se usa con frecuencia para representar propiedades del terreno y otras variables que no puedan tomar físicamente valores negativos, ya que el error es muy pequeño si el coeficiente de variación es pequeño. Por ejemplo, para un $COV \leq 0.3 \rightarrow P(X < 0) = 0.0004$ adecuado en muchos casos (Alonso, 2014 citado en Benjamin y Cornell, 1970).

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_{\ln X} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln x - \mu_{\ln X}}{\sigma_{\ln X}} \right)^2 \right] \quad 0 \leq x < \infty$$

Los dos parámetros de la distribución lognormal son la media y la varianza de la variable normal subyacente, $\ln X$. Dichos parámetros se pueden calcular a partir de: la media (μ_x) y la desviación estándar (σ_x) muestrales. Si el coeficiente de variación es pequeño, digamos $COV(X) < 0.30$, se puede efectuar la aproximación $\sigma_{\ln X} = COV(X)$.

$$\mu_{\ln X} = E(\ln X) = \ln \mu_x - \frac{1}{2} \sigma_{\ln X}^2$$

$$\sigma_{\ln X}^2 = Var(\ln X) = \ln \left[1 + \left(\frac{\sigma_x}{\mu_x} \right)^2 \right] = \ln [1 + COV(X)^2]$$

Para calcular la probabilidad de un suceso a partir de la distribución lognormal, el procedimiento es el mismo que para la normal, pero la variable estándar toma la siguiente forma:

$$Z = \frac{\ln(X) - \mu_{\ln X}}{\sigma_{\ln X}}$$

$$P[a < X \leq b] = \Phi \left(\frac{\ln b - \mu_{\ln X}}{\sigma_{\ln X}} \right) - \Phi \left(\frac{\ln a - \mu_{\ln X}}{\sigma_{\ln X}} \right)$$

Las características y expresiones de mayor interés se indican a continuación:

$$Media = \mu_x = E(X) = \exp \left(\mu_{\ln X} + \frac{1}{2} \sigma_{\ln X}^2 \right)$$

$$Varianza = \sigma_x^2 = Var(X) = \mu_x^2 (\exp(\sigma_{\ln X}^2) - 1)$$

$$Moda = \exp(\mu_{\ln X} - \sigma_{\ln X}^2)$$

$$Mediana = \exp(\mu_{\ln X})$$

- Distribución beta (Tipo I de Pearson U-inversa)

La distribución beta es muy flexible y útil, y se puede usar cuando se sabe que la variable aleatoria esta acotada por dos limites [a, b]. Su función de densidad es:

$$f(x) = C(x - a)^\alpha(b - x)^\beta \quad a \leq x \leq b$$

$$C = \frac{(\alpha + \beta + 1)!}{\alpha! \beta! (b - a)^{(\alpha + \beta + 1)}} \quad \alpha \text{ y } \beta \text{ enteros, en otro caso utilizar funcion gamma}$$

Los parámetros característicos de la distribución, α y β , se pueden estimar a partir de la media y de la desviación estándar de los datos disponibles de la variable aleatoria:

$$\mu = E(X) = a + \frac{\alpha + 1}{\alpha + \beta + 2}(b - a)$$

$$\sigma^2 = Var(X) = \frac{(b - a)^2(\alpha + 1)(\beta + 1)}{(\alpha + \beta + 2)^2(\alpha + \beta + 3)}$$

Si $a=0$ y $b=1$ la función beta recibe el nombre de distribución beta estándar.

- Distribución normal multivariable

Una distribución normal multivariable de más de dos variables aleatorias se trata por medio de una notación matricial, y se define:

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \mu_n \end{bmatrix}$$

Donde μ es el vector de medias de la secuencia de n variables aleatorias $X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ y queda definida:

$$C = \begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{vmatrix}$$

Donde C es la matriz de covarianza entre X_i y X_j , $i=1, 2, \dots, n$ y $j=1, 2, \dots, n$. Cada elemento de la matriz covarianza viene dado por:

$$C_{ij} = Cov[X_i, X_j] = \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j \quad \text{si } i \neq j$$

$$C_{ij} = Var[X_i] = \sigma_i^2 \quad \text{si } i = j$$

Se deduce que la matriz C es simétrica. Se debe notar que si las variables X_i son no correlacionadas entonces C es una matriz diagonal:

$$C = \begin{vmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n^2 \end{vmatrix}$$

Mediante estas definiciones, la función de densidad conjunta de \mathbf{X} es:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2\pi^{n/2}\sqrt{|C|}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T C^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})\right\}$$

donde $|C|$ es el determinante de C y \mathbf{x} es el vector n -dimensional en el que se evalúa f

La matriz de correlación se define a partir de la matriz de covarianza de la siguiente forma:

$$R = \begin{vmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \dots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \dots & \rho_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \dots & \rho_{nn} \end{vmatrix}$$

donde:

$$\rho_{ij} = Cov[X_i, X_j]/(\sigma_i\sigma_j) \quad i \neq j$$

$$\rho_{ij} = 1$$

$$i = j$$

La matriz de correlación es simétrica, y en el caso de variables no correlacionadas, se reduce a la matriz unidad.

- **Elección de la distribución de probabilidad**

La selección de la distribución estadística más adecuada para representar la distribución de una serie de datos se puede efectuar de varias maneras:

- Mediante *histogramas*, que son estimaciones gráficas de la función de densidad (diagramas de frecuencias). Si existen suficientes datos (al menos 20 observaciones) se puede seleccionar la distribución que mejor se ajuste al histograma.
- Dibujando los datos en *gráficos de probabilidad*
- Siguiendo el *principio de máxima entropía*, que establece que el modelo menos sesgado, menos parcial, que codifica la información disponible es aquel que maximiza la entropía, es decir la medida de la incertidumbre (Alonso, 2014).
- Mediante el *sistema de Perason* basado en los momentos terceros y cuarto de los datos (simetría y curtois).

Una vez que se ha seleccionado y ajustado la distribución se debe verificar su validez mediante los test de bondad de ajuste.

- **Estimación de los parámetros de una distribución**

Una vez que se ha seleccionado el tipo de distribución, es necesario definirla mediante la evaluación o ajuste de sus parámetros. El número de parámetros depende de cada distribución, pueden ser de uno solo cuando se trata de distribuciones exponenciales o de dos parámetros cuando se trata de distribuciones Normal, Lognormal o beta con límites conocidos. Cuando la distribución ha sido definida, se puede emplear el análisis de probabilidad y para ello se asume que las características de la variable aleatoria permanecen invariables (Alonso, 2014).

La estimación de los parámetros poblacionales a partir de los valores muestrales, utiliza diferentes técnicas: *estimación por punto*, *estimación por intervalos de confianza*, *contraste de hipótesis*, entre otras. En la tabla 8 se muestra la técnica de estimación por punto.

Tabla 8

Estimación por punto

METODO	DESCRIPCION	COMENTARIOS
METODO DE LOS MOMENTOS	<ol style="list-style-type: none"> 1. Decidir una distribución e identificar sus parámetros. 2. Mediante la PDF se calculan tantos momentos de distribución como parámetros desconocidos haya. 3. Se calcula el mismo número de momentos muestrales. 4. Se igualan los momentos de la distribución y los muestrales, obteniéndose los parámetros. 	<p>D. Normal (μ, σ)</p> $E(x) = \mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ $Var(x) = \sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [x_i - \mu]^2$ <p>D. Lognormal ($\mu_{\ln X}, \sigma_{\ln X}^2$)</p> $\mu_{\ln X} = E(\ln X) = \ln \mu_X - \frac{1}{2} \sigma_{\ln X}^2$ $\sigma_{\ln X}^2 = Var(\ln X) = \ln [1 + COV(X)^2]$ <p>D. Beta (α y β)</p> $\mu = E(X) = \alpha + \frac{\alpha + 1}{\alpha + \beta + 2} (b - a)$ $\sigma^2 = Var(X) = \frac{(b - a)^2 (\alpha + 1)(\beta + 1)}{(\alpha + \beta + 2)^2 (\alpha + \beta + 3)}$
METODO DE LA MAXIMA VEROSIMILITUD	El valor estimado de los parámetros es aquel que maximiza la probabilidad de la muestra observada. Generalmente es mejor que el método de los momentos.	La función de verosimilitud L se construye a partir de la PDF, de las observaciones x, y del parámetro/s a estimar.

Fuente: Alonso, 2014

- **Bondad de ajuste**

Una vez seleccionada la distribución y evaluada sus parámetros, se debe evaluar la bondad de ajuste para comprobar si la distribución ajustada representa la distribución real de los datos. Existen dos métodos usados con frecuencia: Procedimientos heurísticos y Test de bondad de ajuste (Alonso, 2014 citado en v. gr., Fenton y Griffiths, 2008).

Tabla9

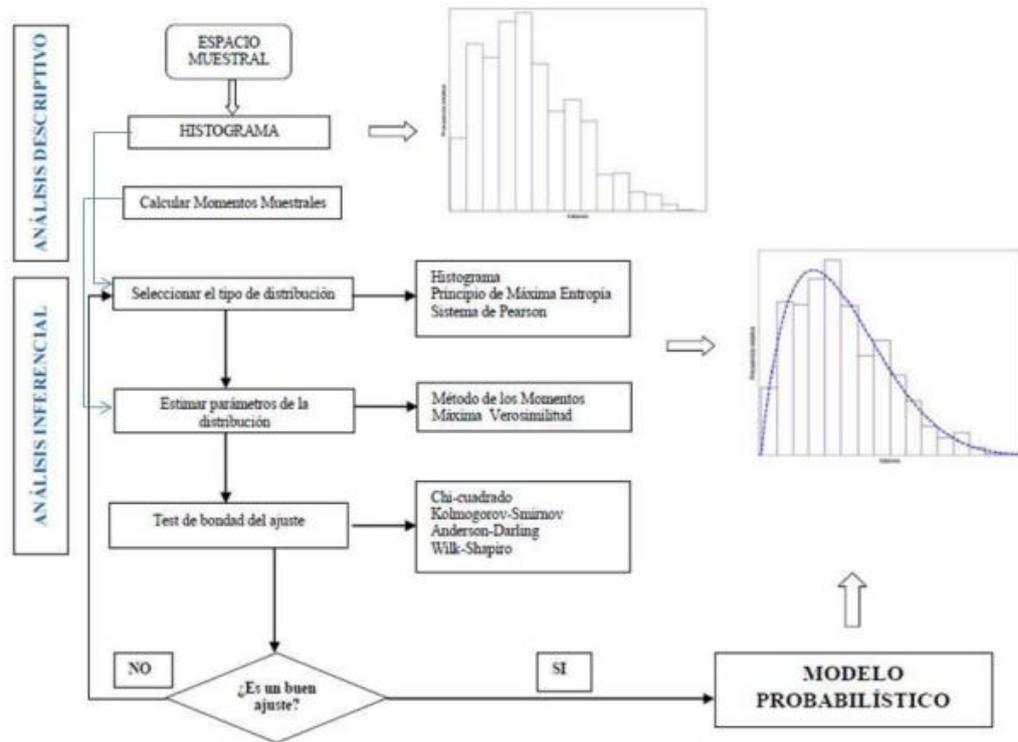
Métodos para evaluar el ajuste de la distribución

	Histograma. Ajustar una curva (PDF conocida) al diagrama de frecuencias
PROCEDIMIENTOS HEURISTICOS	Gráficos de Probabilidad. Comparar la CDF empírica (de los datos) con la CDF teórica de la distribución ajustada. Chi – cuadrado Comparación numérica entre el histograma observado (de los datos) y el histograma teórico (de la distribución) Kolmogorov – Smirnov (KS) Comparación numérica entre CDF empírica (frecuencia acumulada observada) y la CDF de la distribución teórica. Anderson – Darling (AD). La idea es la misma que el test KS, pero está diseñado para detectar mejor las discrepancias en las colas y tiene mayor potencia que el KS. Wilk – Shapiro (WS). Es uno de los test más potentes para el contraste de normalidad, especialmente para muestras pequeñas.
TEST DE BONDAD DE AJUSTE	

Fuente: Alonso, 2014

En la figura 16 se muestra un esquema resumen del procedimiento para obtener un modelo probabilístico.

Figura16
Modelo probabilístico



Fuente: Alonso, 2014

2.3.2.3. Variabilidad geotécnica

El terreno es variable e incierta por naturaleza debido a su proceso de formación y a la alteración que sufre por parte de su entorno. Desde un punto de vista geotécnico, se pueden definir 3 niveles de heterogeneidad en el terreno (Alonso, 2014 citado en Uzielli y otros, 2007)

- *Heterogeneidad estratigráfica o a gran escala*, es el resultado de procesos a gran escala geológicos y geomorfológicos.
- *Heterogeneidad litológica o a media escala*, que se manifiesta por ejemplo en forma de capas blandas/rígidas embebidas en un medio rígido/blando.
- *Variabilidad inherente del terreno o a pequeña escala*, es la variación de propiedades desde una posición espacial a otra dentro de una unidad de suelo que puede considerarse significativamente homogénea a efectos geotécnicos. En este nivel, es necesario asignar valores cuantitativos a los parámetros de interés, que deberán ser representativos de los parámetros de la unidad del suelo.

2.3.2.4. Caracterización de la variabilidad geotécnica

La variabilidad geotécnica es una cualidad compleja resultante de muchas fuentes de incertidumbre. Las tres fuentes principales son:

- *Variabilidad inherente*; todas las propiedades del suelo varían vertical y horizontalmente (variabilidad espacial) y se caracteriza mediante un campo definido por un coeficiente de variación.
- *Error de medida*; el proceso de medir las propiedades del terreno introduce variabilidad adicional en los datos del suelo. Se caracteriza a partir de las medidas de campo mediante un modelo probabilístico.
- *Incertidumbre de la transformación*; Se necesita un modelo de transformación para relacionar la medida de un ensayo con una propiedad de diseño, todo ello introduce cierta incertidumbre ya que los modelos de transformación se obtienen por ajustes empíricos.

2.3.2.5. Parámetros estadísticos relativos a las propiedades geotécnicas

La desviación típica de un parámetro geotécnico puede estimarse de tres formas complementarias: en base a la experiencia, a partir de resultados de ensayos y mediante la regla de las dos desviaciones.

- De acuerdo a *la experiencia* los valores usuales para σ se dan mediante el coeficiente de variación de acuerdo a la tabla 10.

Tabla 10

Valores aproximados del COV de los parámetros geotécnicos en terrenos homogéneos

Parámetro	Símbolo	Unidades	Coefficiente de variación estándar
Pesos específicos	γ_d	kN/m ³	0.05
Humedales	w	%	0.10
Angulo de fricción	tg ϕ	Adimensional	0.07
Cohesión	c	kPa	0.10
Resistencia al corte sin drenaje	c_u, s_u	kPa	0.15
Resistencia a compresión simple, suelos	q_u	Mpa	0.15
Resistencia a compresión simple, rocas	R_c	Mpa	0.20
Resistencia por punta de ensayos de penetración estática	q_c	Mpa	0.15
Presión límite, ensayos presiometricos	P_l	Mpa	0.15
Índice N (SPT)	N	Adimensional	0.15
Módulo de elasticidad	E	Mpa	0.30
Módulo de Poisson	ν	Adimensional	0.05
Presión de preconsolidacion	P_c	Mpa	0.15
Índice de compresión y entumecimiento	C_c, C_s	Adimensional	0.10
Coefficiente de consolidación	c_v	cm ² /s	0.50
Coefficiente de permeabilidad	k	cm ² /s	*

Fuente: Alonso, 2014

Otros autores como Mohammed Y. Fattah, Mohammed A. Al-Neami y Ahmed S.H. Al-Suhaily (2016) recopilaron información del rango de variación de coeficiente de variación para ciertos parámetros geotécnicos incluidos en el mejoramiento de suelos con columnas de grava como se muestra en la tabla 11.

Tabla11*Coefficientes de variación de parámetros geotécnicos*

Propiedades	Coefficiente de variación	Fuente
Peso unitario (γ)	3-7%	Harr (1984), Kulhawy (1992)
Angulo de fricción de tensión efectiva (ϕ')	2-13%	Harr (1984), Kulhawy (1992)
Resistencia de corte no drenada (c_u)	13-40%	Harr (1984), Kulhawy (1992), Duncan y Honorary (2000)

Fuente: Mohammed Y. Fattah, Mohammed A. Al-Neami y Ahmed S.H. Al-Suhaily (2016)

Por otra parte, Hidalgo, C y Pacheco de Assis, A (2011) También recopilaron valores típicos del coeficiente de variación (COV), en la tabla 12 se puede observar.

Tabla12*Valores típicos de coeficientes de variación (COV)*

Parámetro	Coefficiente de variación
Peso específico	3-7
Peso unitario sumergido	4-8
Cohesión	40(20 a 80)
Angulo de fricción efectivo	3.7-9.3 arenas y 7.5-10.1 arcillas
Resistencia no drenada de arcillas	13-40 11-45
Coefficiente de permeabilidad (k)	20-90
Coefficiente de consolidación (Cv)	33-68
Presión de preconsolidación (Pp)	10-35
Índice de compresión (Cc)	10-37

Fuente: Hidalgo, C y Pacheco de Assis, A (2011)

- Desde un punto de vista teórico, la mejor forma de obtener σ es disponer de un buen banco de datos estadísticos que permita obtenerla directamente.

- La regla de las dos desviaciones indica que los datos de una población suelen fijarse entre unos límites que los geotécnicos suelen situar a dos desviaciones típicas del valor medio. Así se tiene:

$$\sigma = \frac{x_{max} - x_{min}}{4}$$

siendo x_{max} y x_{min} los valores máximo y mínimo que el ingeniero espera como rango de variación del dato x .

Beacher y Christian (2003) señala dos métodos prácticos cuando se dispone de pocos datos y se espera (en base a conocimientos previos) que se distribuyan de forma simétrica respecto al valor central: adoptar el valor medio = mediana y adoptar el valor medio como $1/2(x_{max} + x_{min})$.

El coeficiente de variación COV, es un buen indicador del grado de variabilidad o dispersión de la variable. Una variable determinista tendrá un COV nulo. Un valor bajo indica poca incertidumbre y un valor alto implica mucha incertidumbre en la variable. En muchos problemas de ingeniería, un valor del COV entre 0.1 y 0.3 es común para una variable aleatoria.

En base a estudios realizados, se han encontrado que son suficientes tres niveles de variabilidad en las propiedades geotécnicas del terreno, para alcanzar niveles de confiabilidad uniformes (Alonso, 2014).

Tabla13

Niveles de variabilidad en las propiedades geotécnicas del terreno

Parámetro geotécnico	Variabilidad	COV (%)
Resistencia al corte sin drenaje	Baja	10-30
	Media	30-50
	Alta	50-70
Coeficiente de tensión horizontal	Baja	5-10
	Media	10-15
	Alta	15-20
Coeficiente de tensión horizontal	Baja	30-50
	Media	50-70
	Alta	70-90

Fuente: Alonso, 2014 citado en Phoon, 2008

El *valor medio* y la *desviación estándar* y/o *coeficiente de variación* de las propiedades del suelo se dan generalmente en forma de tabla. La experiencia geotécnica es importante cuando se planifica un análisis estadístico.

La *correlación* entre las propiedades geotécnicas es importante en el contexto de los métodos probabilistas, ya que proporciona una evaluación más realista de la incertidumbre en los parámetros de diseño.

En la tabla 14 se muestran rangos aproximados para las medias y COVs de parámetros geotécnicos tanto de ensayos de laboratorio como de ensayos in situ.

Tabla 14

Rangos aproximados para las medias y COVs

Tipo de ensayo	Propiedad	Tipo de suelo	Valor medio	COV (%)	
Esfuerzo de laboratorio	s_u (UC)	Arcilla	10-400kN/m ²	20-55	
	s_u (UU)	Arcilla	10-350kN/m ²	10-30	
	s_u (CIUC)	Arcilla	150-700kN/m ²	20-40	
	ϕ'	Arcilla con Arena	20-40°	5-15	
CPT	q_t	Arcilla	0.5-2.5MN/m ²	<20	
	q_c	Arcilla	0.5-2.0MN/m ²	20-40	
		Arena	0.5-30MN/m ²	20-60	
VST	s_u (VST)	Arcilla	5-400kN/m ²	10-40	
SPT	N	Arcilla y Arena	10-70 golpes/pie	25-50	
DMT	Leyendo A	Arcilla	100-450kN/m ²	10-35	
		Arena	60-1300kN/m ²	20-50	
	Leyendo B	Arcilla	500-880kN/m ²	10-35	
		Arena	350-2400kN/m ²	20-50	
		I_D	Arena	1-8	20-60
		K_D	Arena	2-30	20-60
	E_D	Arena	10-50MN/m ²	15-65	
PMT	P_L	Arcilla	400-2800kN/m ²	10-35	
		Arena	1600-3500kN/m ²	20-50	
	E_{PMT}	Arena	5-15MN/m ²	15-65	
Índice de laboratorio	w_n	Arcilla con limo	13-100%	8-30	
	w_L	Arcilla con limo	30-90%	6-30	
	w_P	Arcilla con limo	15-25%	6-30	
	I_P	Arcilla con limo	10-40%		
	I_L	Arcilla con limo	10%		
	γ, γ_d	Arcilla con limo	13-20kN/m ³	<10	
	D_R	Arena	30-70%	10-40	
Consolidación en laboratorio				50-70	
	C_c	No reportado	-	10-37	
	P'_c	No reportado	-	10-35	
	OCR	No reportado	-	10-35	

No reportado	k	Arcilla saturada	-	68-90
		Arcilla parcialmente saturada	-	130-240
No reportado	c_v	No reportado	-	33-68
No reportado	n	Todos los tipos de suelos	-	7-30
	e	Todos los tipos de suelos	-	730
	e_0	Todos los tipos de suelos	-	7-30

Fuente: Alonso, 2014 citado en Uzielli y otros, 2007

Respecto de las *distribuciones probabilísticas/modelos probabilísticos* se han encontrado diferentes distribuciones como muestra la tabla 15.

Tabla 15

Distribuciones de probabilidad para algunas propiedades

Propiedad del suelo	Tipo de suelo	Función de distribución
Resistencia del cono	Arena	LN
	Arcilla	N/LN
	Arcilla (Triaxial)	LN
Resistencia al corte sin drenaje	Arcilla (Ensayos índice)	LN
	Limo arcilloso	N
Razón s_u/σ_{v0}	Arcilla	N/LN
Límite plástico	Arcilla	N
Límite líquido	Arcilla	N
Peso específico sumergido	Todos los suelos	N
Angulo de rozamiento	Arena	N
Índice de vacíos, porosidad, índice de vacíos inicial	Todos los suelos	N
Razón de sobreconsolidación	Arcilla	N/LN

Fuente: Alonso, 2014 citado Fenton y Griffiths, 2007

2.3.2.6. Análisis de confiabilidad

2.3.2.6.1. El problema de la confiabilidad

Se entiende por confiabilidad a la probabilidad que presenta un sistema geotécnico para desempeñar correctamente sus funciones para las que fue concebido y se considerara como falla del sistema a todo comportamiento anómalo que este pueda presentar (C. Hidalgo y A. Pacheco, 2011).

La confiabilidad es la propiedad de que el sistema no alcanzara el estado límite durante un tiempo determinado. La carga (Q) y resistencia (R) que soporta un sistema geotécnico están relacionadas por una función de estado límite generado a partir de un modelo matemático (Nagendra Kola, 2014).

La relación de los parámetros de carga y resistencia a partir de variables X_i se denomina *función de estado límite* y se define como:

$$Z = R - Q = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

Existen tres zonas de acuerdo a los valores que toma Z:

$Z > 0$ Zona segura

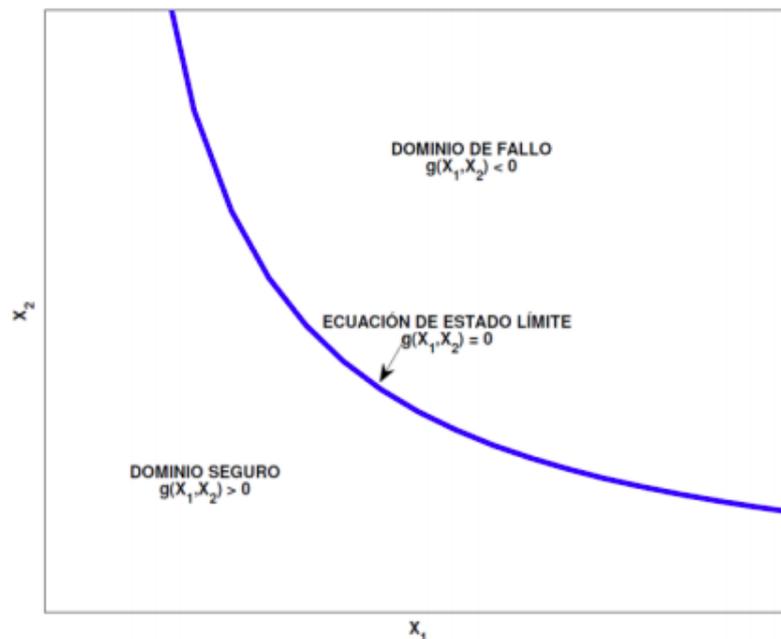
$Z = 0$ Estado límite

$Z < 0$ Zona de falla

En la figura 16 se ilustra cada una de las zonas considerando un caso simplificado de dos variables X_1 y X_2 .

Figura17

Función de estado límite



Fuente: Alonso, 2014

La probabilidad de falla P_f , tomando la convención de ocurrencia de falla cuando $Z < 0$, se puede expresar matemáticamente como:

$$p_f = P(Z < 0) = \int \dots \int_{g(\cdot)} f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n$$

donde:

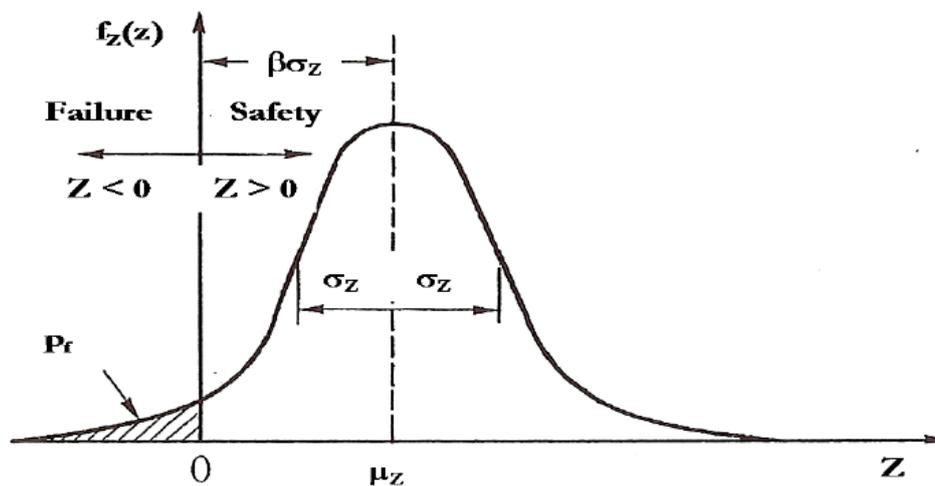
$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$: función de densidad de probabilidad

Debido a la complejidad matemática que implica calcular la probabilidad de falla surgen los diversos métodos aproximados.

En la figura 17 se muestra la distribución del margen de seguridad Z para una distribución normal, así como la probabilidad de falla p_f . Se puede apreciar claramente la zona de falla ($Z < 0$) y la zona segura ($Z > 0$), además la representación de la probabilidad de falla como el área bajo la curva de la función de distribución de probabilidad $f_z(Z)$.

Figura18

Distribución del margen de seguridad

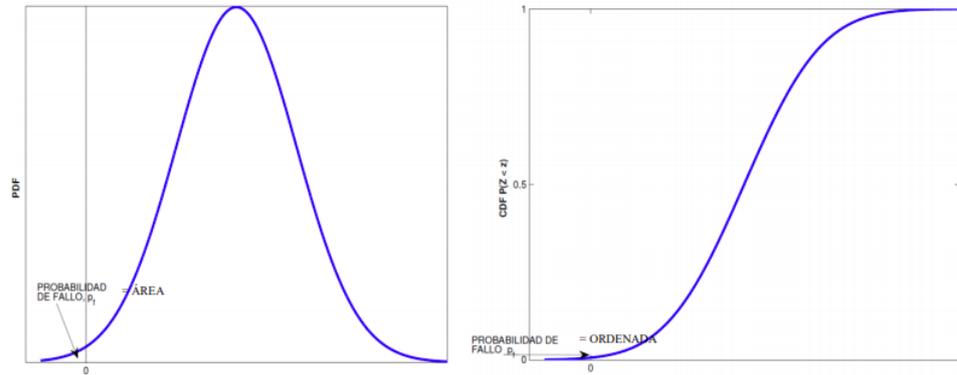


Fuente: Nagendra Kola, 2014

La probabilidad de falla ($p_f = P(Z < 0)$) de un suceso en el que Z sigue una distribución normal, se puede ubicar en la Función de distribución de probabilidad (PDF) y en la Función de distribución acumulada (CDF) como muestra la figura 19

Figura19

Probabilidad de falla en PDF y CDF de Z



Fuente: Alonso, 2014

Cuando se considera las funciones de resistencia (R) y carga (Q) distribuciones normales se puede deducir que:

$$p(f) = \frac{1}{2} - \psi(\beta)$$

donde:

$\psi(\beta)$: es la probabilidad normal estándar dadas en las tablas de probabilidad normal estándar

Un parámetro recíproco a la probabilidad de falla, que permite cuantificar el riesgo de un sistema es el *índice de confiabilidad* β y su definición considerando una distribución normal es:

$$\beta = -\Phi^{-1}(p_f)$$

donde:

$\Phi^{-1}(\cdot)$ es la función acumulativa inversa estándar normal

Otros autores como Mohammed Y. Fattah, Mohammed A. Al-Neami, Ahmed S. H. Al-Suhaily (2016) definen el *índice de confiabilidad* β como:

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_Q}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_Q^2 - 2\rho\sigma_R\sigma_Q}}$$

donde:

μ_R =media de la función resistencia o capacidad

μ_Q =media de la función carga o demanda

σ_R =desviación estándar de la función resistencia o capacidad

σ_Q =desviación estándar de la función carga o demanda

ρ =coeficiente de correlación

Alonso (2014) establece los siguientes límites para la probabilidad de falla admisible p_T (para obras de importancia social y ambiental):

Estado límite último	$p_T \leq 1 \times 10^{-4}$	$\beta \geq 3.71$
Estado límite de servicio	$p_T \leq 0.07$	$\beta \geq 1.50$

Se tiene que recurrir a métodos aproximados que permitan calcular la probabilidad de falla o su equivalente índice de confiabilidad. Por mencionar algunos:

- FOSM (First Order Second Moment)

Según (Alonso, 2014) “Este método utiliza los términos de primer orden de un desarrollo en serie de Taylor de la función de estado límite, para obtener su media y varianza, a partir de las cuales se define el índice de fiabilidad.” (p.199).

- FORM (First Order Reliability Method)

Según (Alonso, 2014) “Este método es una mejora del FOSM introducida por Hasofer y Lind en 1974, basada en una interpretación geométrica del índice de fiabilidad.” (p.199).

- SORM (Second Order Reliability Methods)

Según (Alonso, 2014) “Este método aproxima la función del estado límite no lineal mediante términos de segundo orden.” (p.199).

- Simulación de Monte Carlo

Según (Alonso, 2014) “Esta técnica se basa en generar aleatoriamente un gran número de series de los valores de las variables aleatorias y calcular la función de

estado límite en cada serie.” (p.199).

La presente investigación desarrolla con mayor amplitud el método de Simulación de Montecarlo y su aplicación en el diseño de columnas de grava.

- **Técnica de simulación de Montecarlo**

La técnica de Monte Carlo consiste en resolver un problema muchas veces y de forma determinista con la finalidad de construir una distribución probabilística para los resultados de salida. Permite cuantificar la propagación de la incertidumbre de las variables de la función de estado límite en los valores de esa. Para explicar de forma sencilla, si tuviéramos una caja con cinco bolas rojas, dos negras, dos amarillas y una blanca, y se pretende conocer la probabilidad de que al extraer cuatro bolas se obtenga una de cada color, se puede hacer el experimento unas dos mil veces y dividir el número de veces a favor del experimento entre el número de veces que se realizó el experimento.

De acuerdo a la teoría de aleatoriedad esta técnica consiste en obtener números aleatorios que representen las variables de la función de estado límite con el objetivo de resolver el problema de forma determinista para cada ciclo de simulación. El valor de la probabilidad de falla será más exacto cuanto mayor sea el número de ciclos (Alonso, 2014).

Para aplicar esta técnica se debe tener en cuenta que en la función de estado límite estudiada $Y=f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ son conocidas las funciones de distribución de probabilidad (PDF) de las variables X_1, X_2, \dots, X_n . La mayoría de las técnicas para generar valores de distribución usan la función de distribución acumulada (CDF) $F(r)= P[x<r]$, distribuida en el intervalo $[0,1]$.

La simulación de Monte Carlo puede ser considerado como una técnica exacta, pues se pueden obtener valores de las variables aleatorias a partir de un generador de números aleatorios siempre que se conozca las distribuciones estadísticas de las variables independientes. Cuando el proceso es repetido N veces, la distribución de probabilidad de la variable dependiente se obtiene para una confianza de $(1-\alpha)\%$ y calcular sus parámetros estadísticos tales como media, varianza, probabilidades acumuladas, etc. (C. Hidalgo y A. Pacheco, 2011).

La técnica de simulación de Monte Carlo comprende seis etapas:

- Formulación de la ecuación de estado límite, en el cual se define el problema en función de todas las variables que se consideran aleatorias.
- Cuantificación y modelamiento de la incertidumbre de cada variable aleatoria a través de su Función de distribución de probabilidad y parámetros estadísticos mencionados anteriormente.
- Generación de serie de valores aleatorios de las variables involucradas.
- Evaluación determinista del problema para cada serie de valores aleatorios.
- Extracción de la información estadística y probabilística de la simulación de N ciclos.
- Determinación de la precisión y eficacia de la simulación.

Sea la función de estado límite definida por:

$$Z = g(x)$$

donde x es el vector de variables aleatorias y como se definió anteriormente: $g(x)=0$ es la ecuación de estado límite, $g(x)>0$ zona segura y $g(x)<0$ zona de falla.

Se define la función booleana, $I_g(x)$, respecto de la ecuación de estado límite:

$$I_g(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } g(x) > 0 \\ 1, & \text{si } g(x) < 0 \end{cases}$$

Mediante esta función la ecuación general de la confiabilidad queda de la siguiente forma:

$$p_f = \int \dots \int_{g(x)<0} f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n = \int_{g(x)<0} I_g(x) \cdot f(x) dx$$

que es precisamente la media de $I_g(x)$. Por lo tanto, mediante la simulación de Monte Carlo, la probabilidad de falla queda como:

$$p_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_g(x_i) = \frac{n_f}{N}$$

siendo N =número total de ciclos de simulación y n_f = casos a favor del ensayo (número de fallos).

Para alcanzar un nivel de precisión con un número de simulaciones depende de la probabilidad de falla que en principio es desconocida. Suponiendo una probabilidad de falla baja de 1×10^{-5} se interpreta como 1 falla de 100000 simulaciones realizadas, por lo que se recomienda como mínimo 10 veces esa cantidad, es decir 1 millón de simulaciones para que el resultado de la técnica sea confiable.

Por lo tanto, si estamos frente a un problema con n variables aleatorias, se requiere n millones de números aleatorios, conjuntamente con los cálculos del modelo determinista para estimar con éxito la probabilidad de falla (P_f).

1. Coeficientes de sensibilidad

El coeficiente de sensibilidad proporciona la importancia relativa o sensibilidad de las variables aleatorias en la probabilidad de falla/índice de confiabilidad. Así se puede cuantificar la influencia de cada variable aleatoria en la probabilidad de falla y por lo tanto brinda información sobre donde concentrar los recursos y efectuar cambios en el diseño. Permite al diseñador caracterizar con mayor profundidad las variables con mayor influencia en el índice de confiabilidad o probabilidad de falla.

Si para un diseño determinado se obtiene que la probabilidad de falla no es el más adecuado, se puede mejorar la confiabilidad mediante:

- modificar los valores medios de las variables aleatorias
- disminuir las varianzas de las variables aleatorias
- truncar las distribuciones de las variables aleatorias

De acuerdo a K.S.NG, Y. M. CHEW, S. F. NG (2017) Para variables independientes los coeficientes de sensibilidad se pueden calcular como:

$$\alpha_i = -\frac{x_i^* - \mu_i}{\beta \sigma_i}$$

donde:

α_i =coeficiente de sensibilidad de la variable x_i

x_i^* =valor de la variable x_i en el punto de diseño

μ_i, σ_i = valor medio y desviación estándar de x_i

β = índice de confiabilidad obtenido tras la optimización

La importancia relativa de las distintas variables se obtiene de la siguiente relación:

$$\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \dots + \alpha_n^2 = 1$$

Para variables independientes α_i^2 proporciona el porcentaje de la incertidumbre total asociada con x_i . Si por ejemplo x_2 y x_3 fueran dependientes e independientes del resto, entonces $\alpha_2^2 + \alpha_3^2$ indica el porcentaje de incertidumbre total que está asociada con x_2 y x_3 de forma conjunta.

Los coeficientes de sensibilidad brindan información para diferenciar entre variables de carga/demanda y de resistencia, de manera que si α_i es positivo indica que la variable x_i es una variable de carga/demanda, es decir adoptar valores más altos para la variable está asociada con un incremento de la probabilidad de falla y viceversa. De igual manera, si α_i es negativo indica que la variable x_i es de resistencia, es decir adoptar valores más altos para la variable está asociada con una disminución de la probabilidad de falla y viceversa (Alonso, 2014, como se citó en Jimenez Rodriguez y otros, 2006).

2.3.3. Diseño por confiabilidad de columnas de grava frente a asentamientos

Las columnas de grava se emplean con frecuencia para mejorar el terreno en proyectos geotécnicos. Proporcionan un aumento de la resistencia al corte, de la rigidez y de la permeabilidad mediante el refuerzo del terreno con columnas de grava compactada, traducidos en los siguientes objetivos:

- Aumento de la capacidad portante
- Reducción de asientos (totales y diferenciales)
- Aceleración de la consolidación en suelos cohesivos
- Reducción del potencial de licuefacción en suelos granulares

(Alonso, 2014) define la probabilidad de falla de dos modos, ambos relacionados con el asiento admisible:

- Modo de fallo 1: asociado al valor del asiento restante después de un tiempo t y que este sea mayor que un valor umbral admisible. Se define la siguiente función de estado límite

$$g(x) = \Delta S_{adm} - (S_{\infty} - S_t)$$

- Modo de fallo 2: asociado al valor del asiento a tiempo infinito y que este sea mayor que un valor considerado admisible. Se define la siguiente función de estado límite

$$g(x) = S_{adm} - S_{\infty}$$

Donde:

$g(x)$ = función de estado límite (LSF) $g(x) < 0$ indica “fallo”

x = vector de variables básicas (aleatorias y deterministas) involucradas

ΔS_{adm} = asiento remanente admisible después de un periodo de espera t

S_t = asiento a un tiempo t

S_{∞} = asiento final, una vez que la consolidación ha finalizado

S_{adm} = asiento total admisible al final de la consolidación

(Alonso, 2014) considera que el asiento final S_{∞} es una función de las propiedades del suelo y de la columna de grava.

$$S_{\infty} \equiv S_{\infty}(E_s, tg \phi_s, d_c, E_c, tg \phi_c, tg \psi_c)$$

Así mismo el asiento a tiempo t S_t también es una función de las mismas variables, pero adicionalmente se considera variable el coeficiente de consolidación radial Cr .

2.3.4. Diseño por confiabilidad de columnas de grava frente a la estabilidad

(Alonso, 2014) define la función de estado límite para *cargas extensas* donde se expresa la carga última por debajo de la tensión vertical sobre la columna de grava:

$$g(x) = q_u - \sigma_{vc}$$

Donde:

$g(x)$ = función de estado límite (LSF) $g(x) < 0$ indica “fallo”

x = vector de variables básicas (aleatorias y deterministas)

q_u = capacidad de carga ultima sobre la columna de grava

σ_{vc} = tensión vertical sobre la columna

Según (Alonso, 2014) el análisis de fiabilidad de la estabilidad de columnas de grava depende de nueve variables aleatorias (módulo de elasticidad, ángulo de fricción, coeficiente de consolidación radial, relación de resistencia al corte y presión efectiva, diámetro de la columna, módulo de elasticidad de la columna, ángulo de rozamiento interno de la columna, ángulo de dilatación plástica y factor de expansión de la cavidad cilíndrica de Vesic). (p.273).

$$q_u \equiv q_u(E_s, \Phi'_s, c_r, k, d_c, E_c, \Phi'_c, \psi_c, N_k)$$

$$\sigma_{vc} \equiv \sigma_{vc}(E_s, \Phi'_s, c_r, d_c, E_c, \Phi'_c, \psi_c)$$

Donde:

E_s = módulo de elasticidad del suelo

Φ'_s = ángulo de rozamiento interno del suelo

c_r = coeficiente de consolidación radial

k = relación entre la resistencia al corte sin drenaje y la presión efectiva

d_c = diámetro de la columna

E_c = módulo de la elasticidad de la columna

Φ'_c = ángulo de rozamiento interno de la columna

ψ_c = ángulo de la dilatación plástica de la columna

N_k = factor de expansión de la cavidad cilíndrica de Vesic

2.4. Definición de términos básicos

Asentamiento. Es un desplazamiento vertical provocado por la aplicación de cargas externas al medio.

Columnas de grava. Es una técnica de mejoramiento de suelos que se realiza por medio de la colocación de capas de grava en el interior del suelo que permite densificar, y mejorar el drenaje el suelo circundante.

Confiabilidad. Es la probabilidad de reflejar en la realidad el comportamiento de un modelo o diseño.

Consolidación. Es el proceso de reducción de volumen de un suelo fino cohesivo como las arcillas con alta plasticidad, se produce a lo largo del tiempo debido a una carga sobre su masa o su peso propio.

Cohesión. Es una propiedad del suelo que permite que sus partículas se mantengan unidas que depende del porcentaje de humedad y plasticidad del suelo.

Factor de seguridad. Es un factor que permite controlar la incertidumbre de manera determinista en la ingeniería geotécnica, relaciona el valor de capacidad máxima y el esfuerzo al que está sometido el suelo.

Incertidumbre. Es la variabilidad natural o epistémica existente en diversos medios que determinan el cálculo geotécnico.

Índice de confiabilidad. Indicador equivalente a la probabilidad de falla que relaciona la distribución probabilística de fuerzas y resistencia.

Método de elementos finitos. Es un método de cálculo numérico que discretiza en elementos finitos el medio analizado, permite abordar problemas geotécnicos con mayor rigurosidad.

Método de homogenización. Es un método para dimensionar las columnas que permite obtener los parámetros del suelo mejorado.

Modelo constitutivo. Es una relación matemática que expresa el esfuerzo – deformación de los materiales.

Probabilidad de falla. Es un indicador probabilístico que expresa la función límite de un sistema.

Simulación de Monte Carlo. Es una técnica que genera aleatoriamente valores mediante una función de probabilidad para una o más variables aleatorias y calcular la función de estado límite.

2.5. Hipótesis

2.5.1. Hipótesis general

El análisis de confiabilidad permite cuantificar la incertidumbre y variabilidad espacial de los parámetros geotécnicos y calcular un factor de probabilidad de falla y/o índice de confiabilidad para el diseño de mejoramiento de suelos con columnas de grava.

2.5.2. Hipótesis específicas

- Los parámetros geotécnicos que presentan variabilidad e incertidumbre en las columnas de grava e influyen significativamente en el análisis de confiabilidad son: diámetro de la columna de grava, coeficiente de consolidación, ángulo de fricción y módulo de elasticidad.
- La función de estado límite se define a partir de métodos de cálculos determinísticos.
- La incertidumbre se modela por medio de distribuciones probabilísticas y parámetros estadísticos como: media, desviación estándar, coeficiente de variación.
- Los beneficios de la aplicación de columnas de grava en el mejoramiento de suelos son: aumento de la capacidad portante, aceleración del proceso de consolidación, disminución de los asentamientos y aumento de la permeabilidad de los estratos arcillosos.

2.6. Variables (definición y operacionalización de variables: Dimensiones e indicadores)

- Variable independiente: Caracterización geotécnica y comportamiento mecánico del suelo.
- Variable dependiente: Incertidumbre y variabilidad espacial, confiabilidad geotécnica.

Tabla16*Matriz operacional de variables*

Variables	Dimensiones	Indicadores
Variable Independiente		Módulo de elasticidad
Mejoramiento de suelos con columnas de grava	Caracterización geotécnica	Ángulo de fricción Diámetro de la columna de grava Asentamiento
	Comportamiento mecánico del suelo	Tasa de consolidación
Variable dependiente		Coefficiente de variación
Análisis de confiabilidad	Incertidumbre y variabilidad espacial	Desviación estándar Media
	Confiabilidad geotécnica	Probabilidad de fallo
		Índice de confiabilidad

Fuente: Elaboración propia

CAPÍTULO III: DISEÑO METODOLÓGICO

3.1. Tipo y método de investigación

3.1.1. Tipo de investigación

Según Borja, M (2016) la investigación se puede clasificar en tres tipos de acuerdo al fin que se busca: Investigación básica, investigación aplicada e investigación tecnológica. De acuerdo a la metodología para demostrar la hipótesis: Investigación no experimental e investigación experimental.

El tipo de investigación en este proyecto es Aplicada no experimental, ya que busca la solución de una problemática dentro del área de la ingeniería geotécnica, pero no se buscará establecer ni probar una relación causal entre las variables.

3.1.2. Método de investigación

Según Borja, M (2016) la investigación se puede clasificar en dos tipos de acuerdo a los tipos de datos analizados: Investigación cuantitativa e investigación cualitativa. Así mismo señala la investigación descriptiva como un tipo de investigación no experimental.

El método de investigación en este proyecto es de enfoque cuantitativo y alcance descriptivo, ya que se recolecta, describe propiedades y analiza los datos para probar la hipótesis por medio de teorías y métodos ya establecidos en la ingeniería geotécnica.

3.2. Población de estudio

Según Borja, M (2016) se denomina población o universo al conjunto de elementos que serán motivo de estudio.

La población de estudio en este proyecto es la Vía Evitamiento Cusco, la vía comprende aproximadamente 9 Km de longitud, teniendo como referencia de inicio el puente Angostura y el fin el puente Agua Buena. La zona de estudio elegida presenta tramos de suelo blando que presenta grandes asentamientos y tiempos de consolidación prolongados.

3.3. Diseño muestral

Según Borja, M (2016) la elección de una muestra probabilística o no probabilística está definida por los objetivos de la investigación.

El diseño muestral es no probabilístico intencional, porque la elección del tramo es intencional, de acuerdo al criterio de los investigadores debido a la presencia de un suelo blando saturado que requiere un mejoramiento con columnas de grava. La muestra de estudio comprende del tramo de vía Evitamiento Cusco desde Km 1 + 700 (Inicio Puente Kaira) hasta el Km 2 + 470 (Fin del puente Chimpahuaylla).

La potencia de suelo blando del tramo en mención es de 10 metros de profundidad en promedio, considerando sus menores valores en los extremos correspondientes al puente Kaira y Chimpahuaylla.

3.4. Técnicas e instrumentos de recolección de datos

- Informe de Evaluación geotécnica vía evitamiento Cusco.
- @Risk 2017 versión 13.00
- Microsoft Excel 2019

3.5. Criterio de validez y confiabilidad de los instrumentos

La validez y la confiabilidad de los instrumentos para la presente investigación se recabaron de información técnica obtenida en tesis de doctorados internacionales como también artículos de investigación científica, y se obtuvieron los datos del estudio de suelo y columnas de grava por medio del informe geotécnico final de la Vía Evitamiento de Cusco. Además, el modelamiento geotécnico es validado por los softwares comerciales @Risk, Microsoft Excel y AutoCAD.

3.6. Técnicas de procesamiento y análisis de datos

Las técnicas para el procesamiento de nuestros datos serán realizadas por medio de simulaciones probabilísticas para el análisis de confiabilidad, con el objetivo de obtener resultados esperados de la presente investigación.

- Técnicas y modelos probabilísticos de confiabilidad en investigaciones anteriores

- Simulaciones de ensayos para escenarios de confiabilidad utilizando la metodología de Monte Carlo con el software de @Risk 2017 versión 13.00 y Microsoft Excel 2019.
- Recopilación teórica de rangos para las variables geotécnicas de libros y artículos de investigación.

CAPÍTULO IV: DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

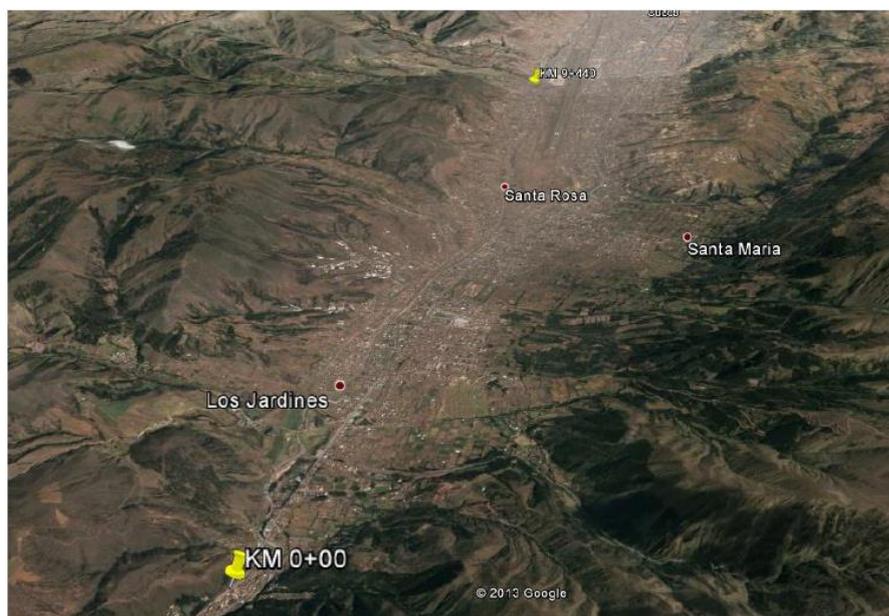
4.1. Descripción de la zona de estudio

4.1.1. Ubicación

La zona de estudio comprende un tramo de la vía Evitamiento Cusco desde Km 1 + 700 (Inicio Puente Kaira) hasta el Km 2 + 470 (Fin del puente Chimpahuaylla). En la figura 20 se muestra la población de estudio, para la presente tesis solo se estudió el tramo mencionado.

Figura20

Ubicación de la zona de estudio



Fuente: Elaboración propia

4.1.2. Geología Local

La geología de la muestra de estudio discurre a través de terrenos de suelos aluvio-fluviales del Cuaternario Reciente perteneciente a la unidad geomorfológica local denominada Terraza cuaternaria aluvio fluvial T2, que se eleva alrededor de 5-6m como promedio por encima del nivel base y lecho del río Huatanay que corresponden a la terraza cuaternaria aluvio-fluvial T1.

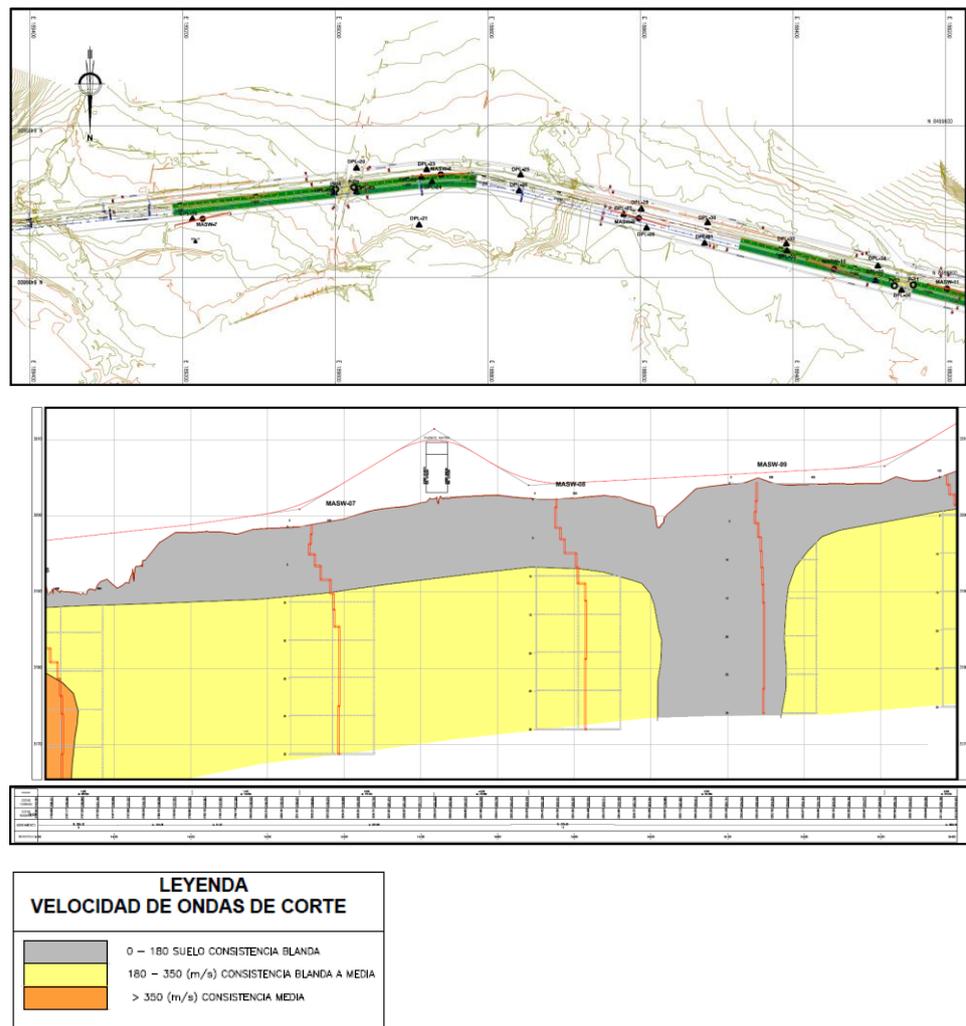
Los suelos cuaternarios recientes en el tramo de muestra se conforman por niveles heterogéneos tanto en composición como en espesores, de grava de matriz areno

arcillosa con clastos esencialmente de petrología, con niveles y lentes de arcillas, limos y horizontes de arenas.

El trazo solamente roza el nivel de base del río Huatanay, compuesto por depósitos del cuaternario reciente compuesto por gravas mal gradadas y, gravas arenosas y limosas de varios metros de espesor, ingresando al sector del área inundable y el curso o el lecho mismo en la terraza T1.

Figura21

Sondeos e investigación geotécnica a) planta y b) perfil ondas de corte



Fuente: Elaboración propia

La figura 21 muestra la consistencia del terreno en el tramo de estudio. Se puede ver que la totalidad del tramo muestra una consistencia blanda en una profundidad aproximadamente.

4.1.3. Estratigrafía de la zona de estudio

El suelo existente es de tipo arcilloso con presencia de limos y saturado con una potencia de 10 metros, además de acuerdo a los ensayos geofísicos de Análisis de ondas superficiales en arreglos multicanal (MASW) contenido en el informe geotécnico para la construcción de la Vía Evitamiento Cusco se muestra un tipo de suelo blando con clasificación sísmica AASHTO de tipo E.

4.2. Consolidación del suelo sin tratamiento

4.2.1. Cálculo de asentamiento por consolidación

Se calculó la presión efectiva promedio existente en el estrato de suelo en análisis de acuerdo a:

$$\sigma' = \frac{H}{2} [\gamma_{sat(arcilla)} - 9.81]$$

$$\sigma' = \frac{10}{2} [17.65 \text{ kN/m}^3 - 9.81 \text{ kN/m}^3]$$

$$\sigma' = 39.2 \text{ kN/m}^2$$

Para calcular $\Delta\sigma$ consideró la sobrecarga vehicular tipo HL-93 igual a 1.5ton/m² aplicada sobre la superficie.

$$\Delta\sigma' = 1.5 \frac{\text{ton}}{\text{m}^2} = 14.71 \text{ kN/m}^2$$

La potencia de estrato de arcilla es de 10m.

La relación de vacíos de acuerdo Braja M. Das (1999) en la tabla 2 varia en el rango 0.9 – 1.4, para este proyecto se consideró e=1.4 como la situación más desfavorable para el cálculo del asentamiento.

El cálculo del índice de compresión C_c de acuerdo a Braja M. Das (1999) en ausencia de ensayos de laboratorio en la tabla 3 el coeficiente que se consideró es 0.4.

Reemplazando en la ecuación de asentamiento se obtuvo:

$$S = \frac{C_c H}{1 + e_0} \log \left(\frac{\sigma_0' + \Delta\sigma'}{\sigma_0'} \right)$$

$$S = \frac{0.4 \times 10}{1 + 1.4} \log \left(\frac{39.2 + 14.71}{39.2} \right)$$

$$S = 0.23m = 230mm$$

4.2.2. Cálculo del tiempo de consolidación

Sabemos que para lograr una consolidación total debemos considerar la siguiente expresión:

Para $U > 60\%$, $T_v = 1.781 - 0.933 \log (100 - U\%)$

$$T_v = 1.781 - 0.933 \times \log (100 - 99)$$

$$T_v = 1.781 - 0.933 \times \log (1)$$

$$T_v = 1.78$$

Para el cálculo del tiempo de consolidación se obtuvo la siguiente expresión:

$$T_{99} = \frac{c_v t_{99}}{H_{dr}^2}$$

$$t_{99} = \frac{T_{99} H_{dr}^2}{c_v}$$

El valor que se consideró para el parámetro coeficiente de consolidación vertical de acuerdo a un Límite líquido LL=60 en la tabla 4 es $c_v = 1 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{día}$.

$$t_{99} = \frac{1.78 \times 10^2}{10^{-3}}$$

$$t_{99} = 178000 \text{ días} = 494.44 \text{ años}$$

4.3. Consolidación del suelo mejorado con columnas de grava

4.3.1. Cálculo de asentamiento por consolidación

El asentamiento total por consolidación primaria será igual que antes de la inclusión de columnas de grava $s=230\text{mm}$.

4.3.2. Cálculo del tiempo de consolidación

Se tiene la siguiente expresión para el cálculo del factor tiempo T_v , para un grado de consolidación de 99%.

$$T_v = 1.781 - 0.933 \log(100 - U_v\%) \text{ para } U_v > 60\%$$

$$T_v = 1.781 - 0.933 \log(100 - 99)$$

$$T_v = 1.78$$

Para el cálculo del tiempo que tardara la consolidación del estrato de arcilla para un grado de consolidación del 99% se tiene la siguiente expresión:

$$T_r = \frac{c_{vr} \times t}{4r_l^2}$$

$$t = \frac{T_r 4r_l^2}{c_{vr}}$$

$$t = \frac{1.78 \times 4 \times 1^2}{8.6 \times 10^{-3}}$$

$$t = 827.9 \text{ dias} = 2.30 \text{ años}$$

Figura22

Análisis del grado de consolidación en función del tiempo



Fuente: Elaboración propia

En la figura 22 se muestra la variación del grado de consolidación en función del tiempo transcurrido, donde se aprecia un incremento acelerado del grado de consolidación hasta los 100 días, y un incremento mínimo a partir de los 400 días, considerándose en adelante constante en el tiempo.

4.4. Análisis de confiabilidad

4.4.1. Variables aleatorias y caracterización de la incertidumbre

Las variables aleatorias son distribuciones continuas de probabilidades definidas a partir de datos teóricos que representan de forma teórica valores promedios; cuando estos han sido poco representativos se han efectuado hipótesis simplificadas para obtener la distribución de probabilidad que mayor se ajusta a la información disponible. A continuación, se indican las distribuciones de probabilidad empleadas para cada variable aleatoria.

a) Columnas de grava

Diámetro de las columnas de grava

Existen evidencias empíricas de que el diámetro de la columna y su variabilidad depende del método constructivo. Alonso (2014), analiza el diámetro de las columnas construidas por los métodos más comunes: vía húmeda y vía seca donde analiza el diámetro de 2060 columnas y 9370 columnas respectivamente. Los histogramas de diámetros analizados se presentan en las figuras 23 y 24. Los valores muestrales son los siguientes:

Vía húmeda:

Diámetro medio=0.906m

Desviación

típica=0.087m

COV=0.096

Vía seca:

Diámetro medio=0.870m

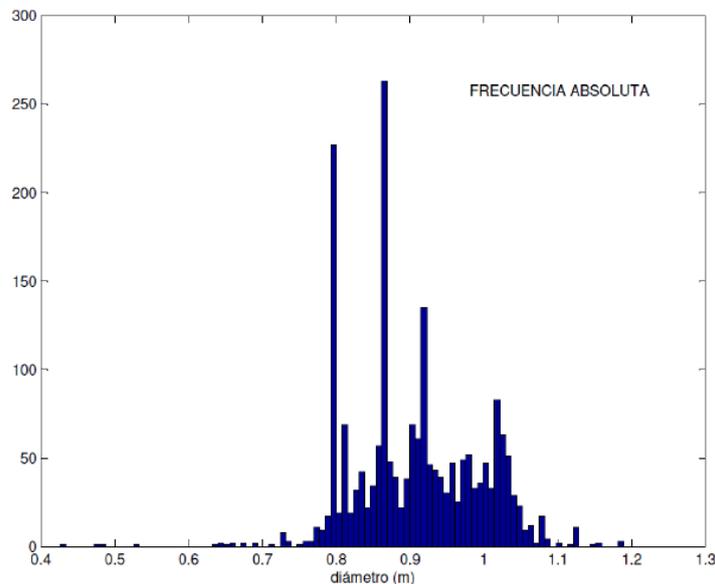
Desviación

típica=0.100m

COV=0.115

Figura23

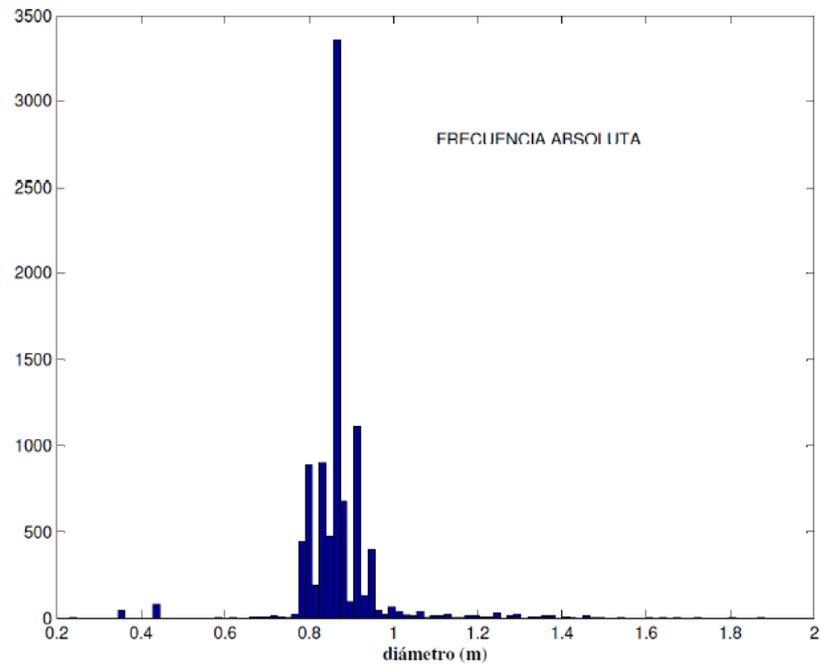
Histograma del diámetro de las columnas de grava, Vía húmeda



Fuente: Alonso, 2014

Figura24

Histograma del diámetro de las columnas de grava Vía seca



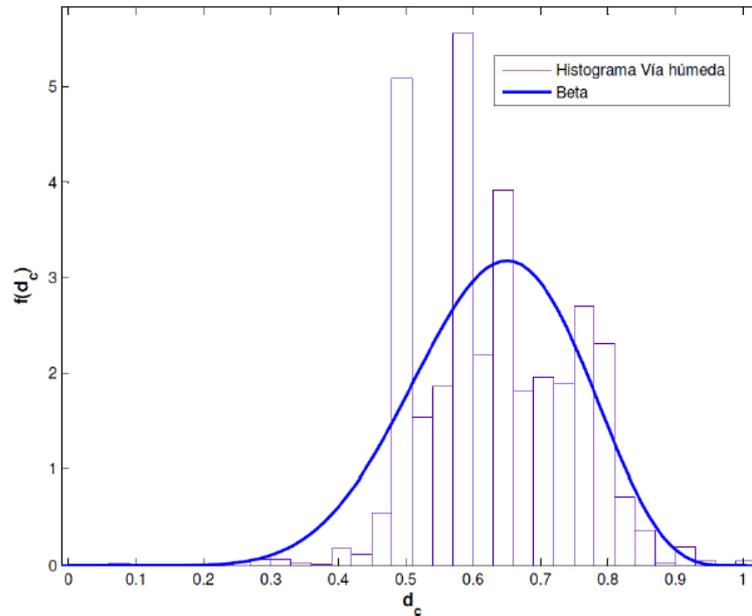
Fuente: Alonso, 2014

El coeficiente de variación es ligeramente superior por la vía seca, podría deberse a la mayor variabilidad de las propiedades de los materiales en esa obra en particular o se deba al mejor control del diámetro de la columna en vía húmeda.

A continuación, se muestra en la figura 25 donde los datos del diámetro de la columna se han ajustado a una distribución beta, quedando definido por los siguientes parámetros:

Figura25

Ajuste de distribución beta (Función distribución de probabilidad) al diámetro de las columnas



Fuente: Alonso, 2014

Valor medio	$\mu=0.9m$	Desviación típica	$\sigma=0.09m$
Límite inferior	$a=0.54m$	Límite superior	$b=1.26m$

Módulo de Young de las columnas

Como no se dispone de valores de este parámetro, se toma un valor medio que corresponde al empleado por Castro y Sagaseta (2009). Para la obtención de la desviación estándar se ha considerado un coeficiente de variación $\delta E_c=0.2$, de esta manera se ha adoptado una distribución beta con los siguientes parámetros:

Valor medio	$\mu=30000 \text{ kPa}$	Desviación estándar	
	$\sigma=6000 \text{ kPa}$		
Límite inferior	$a=6000 \text{ kPa}$	Límite superior	$b=54000 \text{ kPa}$

Angulo de fricción interno de las columnas

De la misma manera que en el parámetro anterior, se toma un valor medio adoptado por Castro y Sagaseta (2009). El coeficiente de variación adoptado para los cálculos

es $\delta\phi_c=0.075$. También se ha empleado la distribución beta para caracterizar la variabilidad, con los siguientes parámetros:

Valor medio	$\mu=40^\circ$	Desviación estándar	$\sigma=3^\circ$
Límite inferior	$a=30^\circ$	Límite superior	$b=50^\circ$

Angulo de dilatación plástica

Debido a que persiste la falta de conocimiento acerca del rango de variabilidad y tipo de distribución que puedan ser más adecuado para esta variable, se toma el valor medio adoptado por Castro y Sagasetta (2009) obteniéndose los siguientes parámetros:

Valor medio	$\mu=10^\circ$	Desviación estándar	
	$\sigma=5.77^\circ$		
Límite inferior	$a=0^\circ$	Límite superior	$b=20^\circ$

b) Suelo

Módulo de Young

De acuerdo a los ensayos de laboratorio desarrollados en la tesis doctoral de Alonso (2014) se obtuvieron los siguientes valores:

Valor medio	$\mu=5183.2 \text{ kPa}$	Desviación estándar
	$\sigma=1570.6 \text{ kPa}$	
Valor mínimo	$a=3130.1 \text{ kPa}$	Valor máximo
	$b=8305.5 \text{ kPa}$	

Coeficiente de variación $COV=0.30$

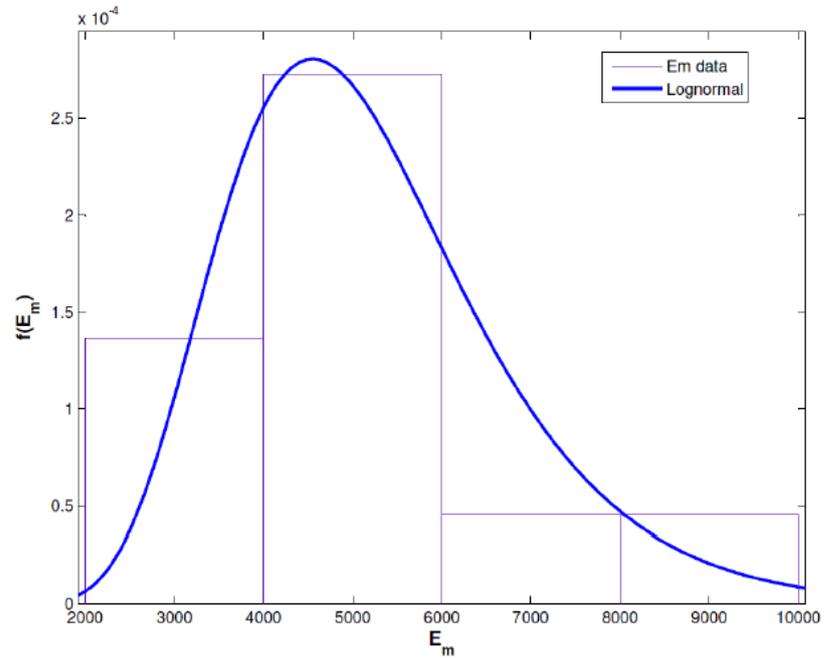
Ajustándose a una distribución lognormal mostrada en la figura 26, se define a partir de los siguientes parámetros:

Valor medio	$\mu=5203.5 \text{ kPa}$	Desviación estándar
	$\sigma=1588.7 \text{ kPa}$	

Coeficiente de variación $COV=0.30$

Figura26

Ajuste de distribución lognormal (Función de distribución de probabilidad) al módulo de elasticidad del suelo



Fuente: Alonso, 2014

Coefficiente de consolidación radial

Para caracterizar el coeficiente de consolidación radial C_r , se toma en cuenta el análisis realizado por Alonso (2014) que dispone de 15 ensayos de disipación. Los valores muestrales obtenidos son los siguientes:

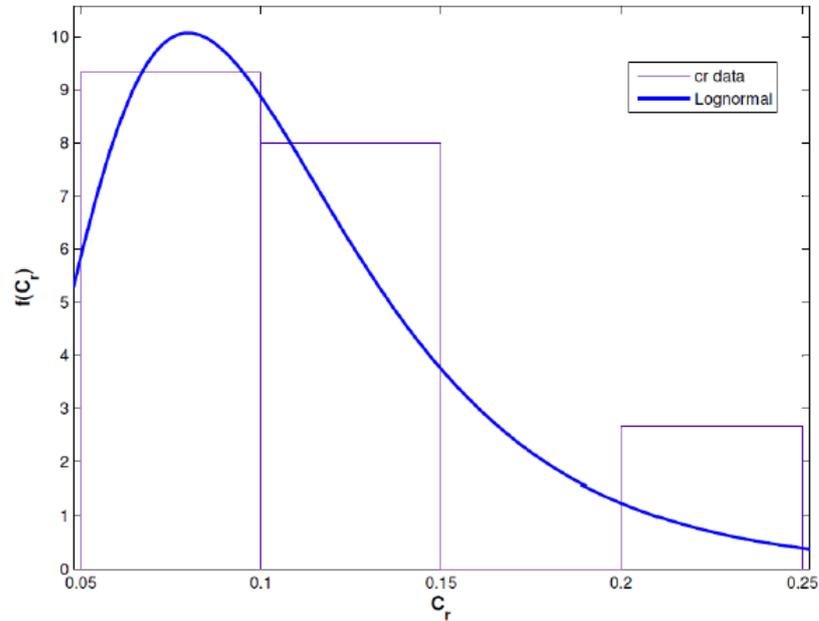
Valor medio $\mu=0.170\text{m}^2/\text{día}$ Desviación estándar $\sigma=0.0497\text{m}^2/\text{día}$

Se ajusta a una distribución lognormal como muestra la figura 27, quedando definida por los siguientes parámetros:

Valor medio $\mu=0.108\text{m}^2/\text{día}$ Desviación estándar $\sigma=0.05\text{m}^2/\text{día}$

Figura27

Distribución lognormal (Función de distribución de probabilidad) del coeficiente de consolidación radial



Fuente: Alonso, 2014

Los coeficientes de correlación empleados tienen carácter aproximado y su objetivo es ilustrar la influencia de la correlación en el análisis de confiabilidad.

En la tabla 17 se muestran las variables deterministas para el modelo de Castro y Sagaseta (2009)

Tabla17

Variables deterministas en el modelo de Castro y Sagaseta

CARGA APLICADA	Pa = 240kPa Presión aplicada sobre la Celda Unidad S=3.00m Separación entre ejes de las columnas
GEOMETRÍA	Tipo de distribución: Triangular equilátera L=10.00m Profundidad de las columnas
PROPIEDADES GEOTÉCNICAS DEL SUELO	vs = 1/3 Coeficiente de Poisson $\gamma'c = 10\text{kN/m}^3$ Peso específico efectivo
PROPIEDADES GEOTÉCNICAS DE LAS COLUMNAS	vs = 1/3 Coeficiente de Poisson $\gamma'c = 10\text{kN/m}^3$ Peso específico efectivo

Fuente: Elaboración propia

4.4.2. Definición de estado límite del asentamiento total por consolidación

La ecuación de estado límite que se considera para analizar el asentamiento por consolidación es:

$$g(x) = S_{adm} - S_{\infty}$$

El diámetro de la columna (D_c) queda definido a partir de los siguientes parámetros estadísticos:

$\mu=0.9$	Desviación estándar=0.09m
Dc mínimo=0.54	Dc máximo=1.26

El espaciamiento (S) queda definido como variable determinista y se considera 3m para una distribución triangular

El cálculo del diámetro equivalente (D_e) queda definido como variable determinista por la siguiente expresión:

$$D_e = 1.05 \times S$$
$$D_e = 1.05 \times 3$$
$$D_e = 3.15m$$

La razón de sustitución (A_s) queda definido a partir de la siguiente relación:

$$A_s = \left(\frac{D_c}{D_e}\right)^2$$
$$A_s = \left(\frac{0.9}{3.15}\right)^2$$
$$A_s = 0.08$$

El módulo de elasticidad de la columna (E_c) se considera un variable controlable por el diseñador, queda definido por los siguientes parámetros estadísticos:

$\mu=3000$ kPa	Desviación estándar=6000 kPa
E mínimo=6000 kPa	E máximo=54000 kPa

Para poder resolver el problema de la confiabilidad relacionada al asentamiento total por consolidación mediante el método de Monte Carlo, se hace uso del software @Risk que trae incluido dicha simulación, para la cual se realizaron 100 000 simulaciones con el objetivo de obtener una probabilidad de falla de mayor precisión.

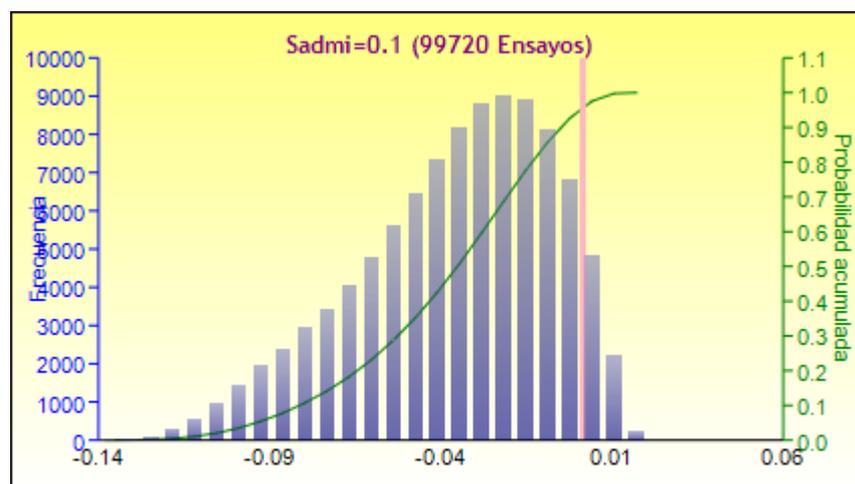
Para lo cual se define 5 estados límites para varios asentamientos admisibles (S_{adm}), como se muestra en las figuras 27, 28, 29, 30 y 31.

Considerando el primer caso para un $S_{adm} = 10\text{cm}$ como muestra la figura 28, se puede observar que la probabilidad de falla obtenida es 95.8163%, de acuerdo con las recomendaciones citada en la tesis de Alonso (2014) no se encuentra dentro del rango admisible $\leq 7\%$.

Por lo tanto, el diseño en este caso no es aceptable, y se tendría que identificar las variables de mayor sensibilidad que afecta la probabilidad de falla para variar dichos parámetros geotécnicos, y de esta forma tener el diseño geotécnico de mayor confiabilidad.

Figura28

Pronóstico de Probabilidad de falla ($S_{adm}=0.1m$)



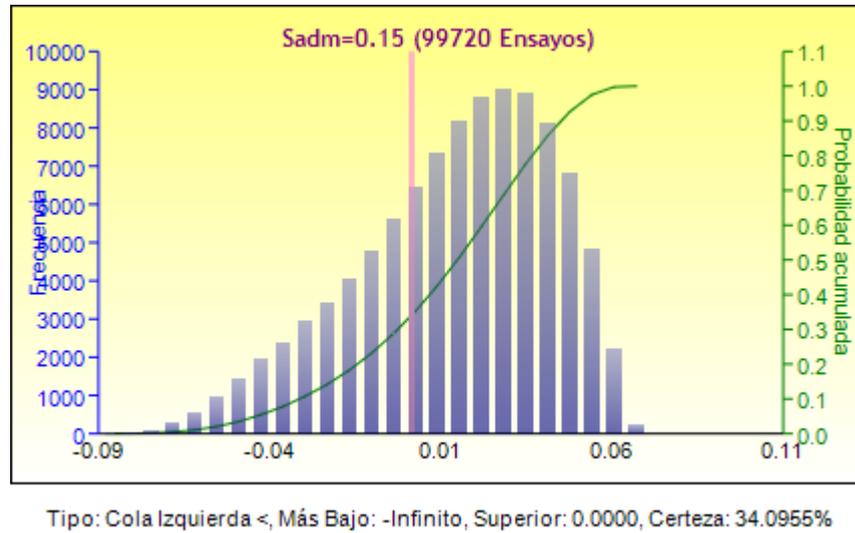
Tipo: Cola Izquierda <, Más Bajo: -Infinito, Superior: 0.0000, Certeza: 95.8153%

Fuente: Elaboración propia

Considerando el segundo caso para un $S_{adm} = 15\text{cm}$ como muestra la figura 29, se puede observar que la probabilidad de falla obtenida es 34.0955%.

Figura29

Pronóstico de probabilidad de falla ($S_{adm}=0.15\text{m}$)

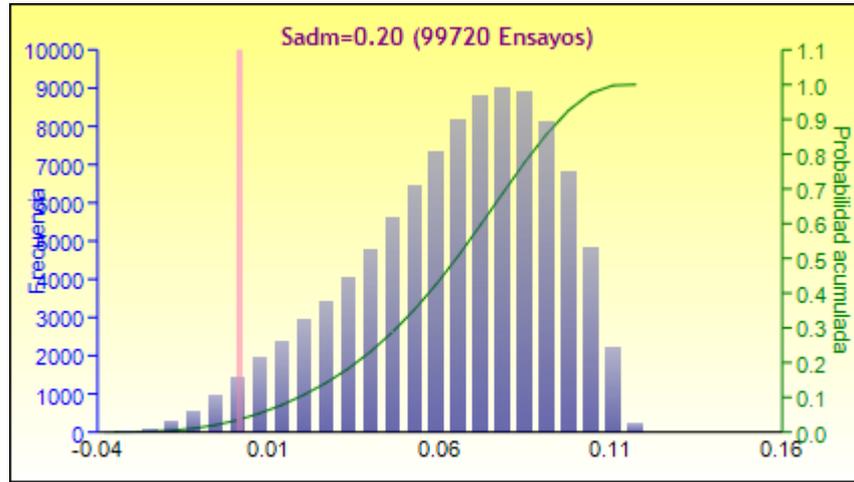


Fuente: Elaboración propia

Considerando el tercer caso para un $S_{adm} = 20\text{cm}$ como muestra la figura 30, se puede observar que la probabilidad de falla obtenida es 3.6231%, de acuerdo con las recomendaciones citada en la tesis de Alonso (2014) se encuentra dentro del rango admisible $\leq 7\%$. Por lo tanto, el diseño en este caso es aceptable.

Figura30

Pronóstico de probabilidad de falla ($S_{adm}=0.20m$)



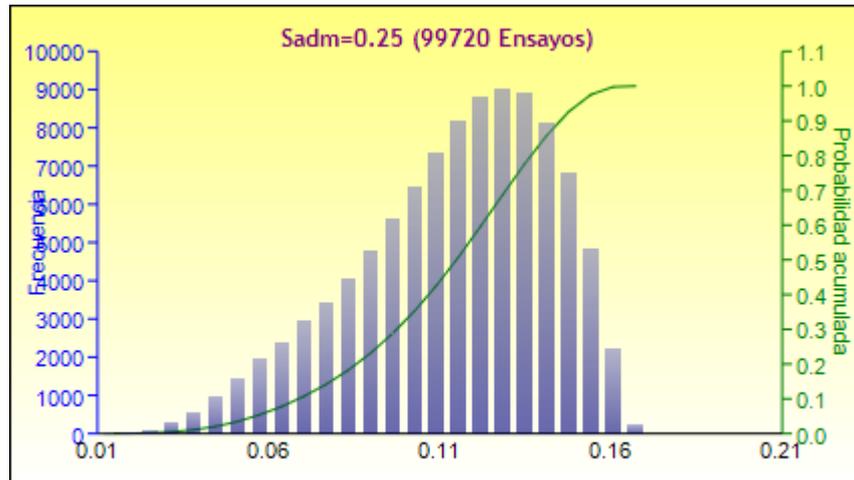
Tipo: Cola Izquierda <, Más Bajo: -Infinito, Superior: 0.0000, Certeza: 3.6231%

Fuente: Elaboración propia

Considerando el cuarto caso para un $S_{adm}= 25cm$ como muestra la figura 31, se puede observar que la probabilidad de falla obtenida es 0.0000%.

Figura31

Pronóstico de probabilidad de falla ($S_{adm}=0.25m$)



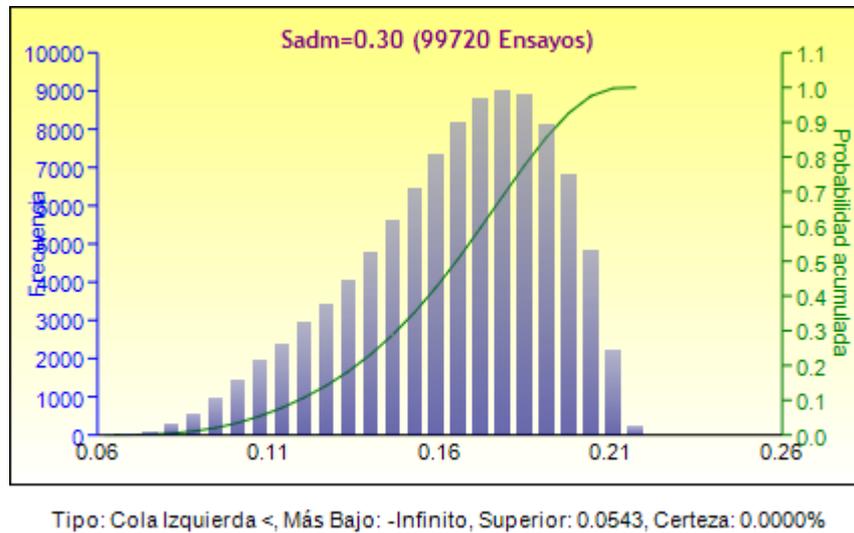
Tipo: Cola Izquierda <, Más Bajo: -Infinito, Superior: 0.0043, Certeza: 0.0000%

Fuente: Elaboracion propia

Considerando el último caso para un $S_{adm}= 30cm$ como muestra la figura 32, se puede observar que la probabilidad de falla obtenida es 0.0000%.

Figura32

Pronóstico de probabilidad de falla (Sadm=0.30m)

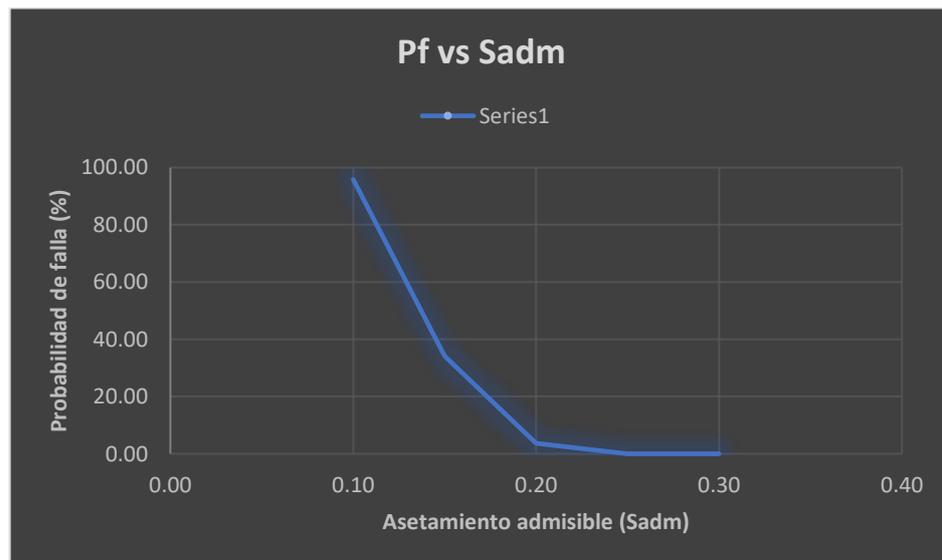


Fuente: Elaboración propia

Se puede observar en la figura 33, que la probabilidad del diseño geotécnico disminuye con respecto al incremento del asentamiento admisible.

Figura33

Probabilidad de falla vs Asentamientos admisibles

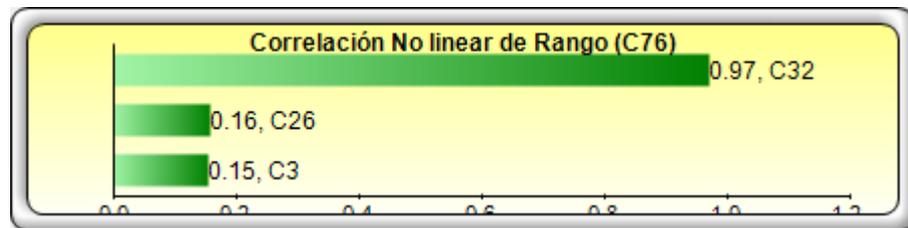


Fuente: Elaboración propia

Del análisis de sensibilidad, luego de la aplicación de la técnica de Montecarlo como muestra la figura 34, se puede observar que las variables que tienen mayor sensibilidad en el cálculo de la probabilidad de falla para un asentamiento por consolidación total son: el módulo de elasticidad (E_s) del suelo mostrado como C32 con 0.97, el módulo de elasticidad de la columna con (E_c) como C26 con 0.16 y el diámetro de la columna de grava (D_c) como C3 con 0.15.

Figura34

Análisis de sensibilidad para consolidación total – coeficiente de correlación

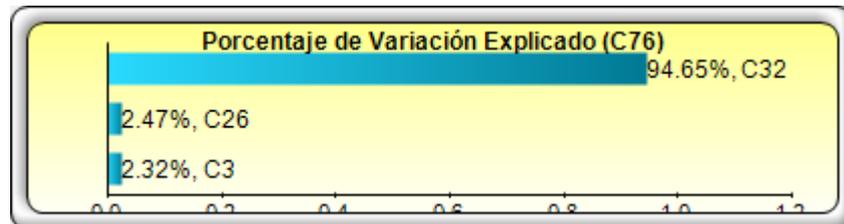


Fuente: Elaboración propia

Del análisis de sensibilidad referido al porcentaje de variación explicado, luego de la aplicación de la técnica de Montecarlo como muestra la figura 35, se puede observar que las variables que tienen mayor responsabilidad en la variación de la probabilidad de falla para un asentamiento admisible son: el módulo de elasticidad del suelo (E_s) como C32 con el 94.65%, el módulo de elasticidad de la columna (E_c) como C26 con el 2.47% y el diámetro de la columna (D_c) como C3 con 2.73% de responsabilidad.

Figura35

Análisis de sensibilidad por consolidación total – porcentaje de variación



Fuente: Elaboración propia

4.4.3. Definición de estado límite del asentamiento remanente

En este caso se define la ecuación de estado límite de la siguiente manera:

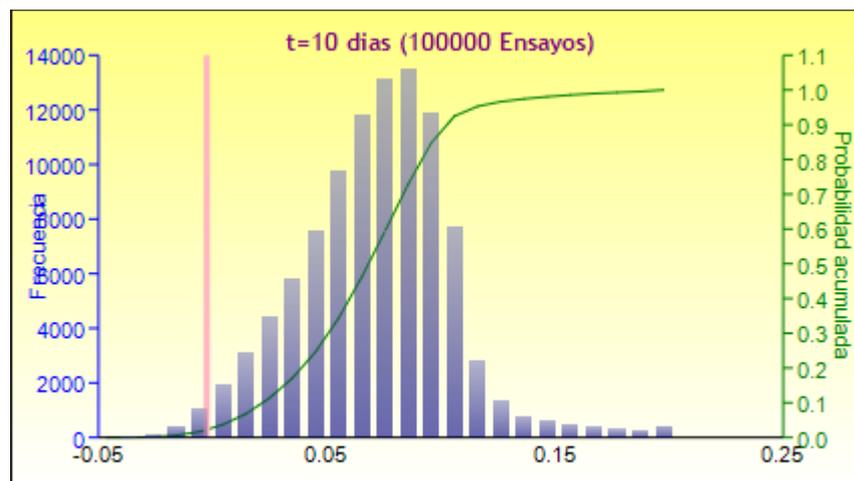
$$g(x) = \Delta S_{adm} - (S_{\infty} - S_t)$$

Considerando para cada uno de los tiempos descritos en las siguientes figuras, se considera un asentamiento admisible remanente ($\Delta S_{adm} = 0.025m$).

En la figura 36 se puede observar la probabilidad de falla de 2.2% considerando un escenario con un tiempo de precarga de 10 días y 100000 ensayos aleatorios.

Figura36

Probabilidad de falla para un tiempo de diseño de 10 días.



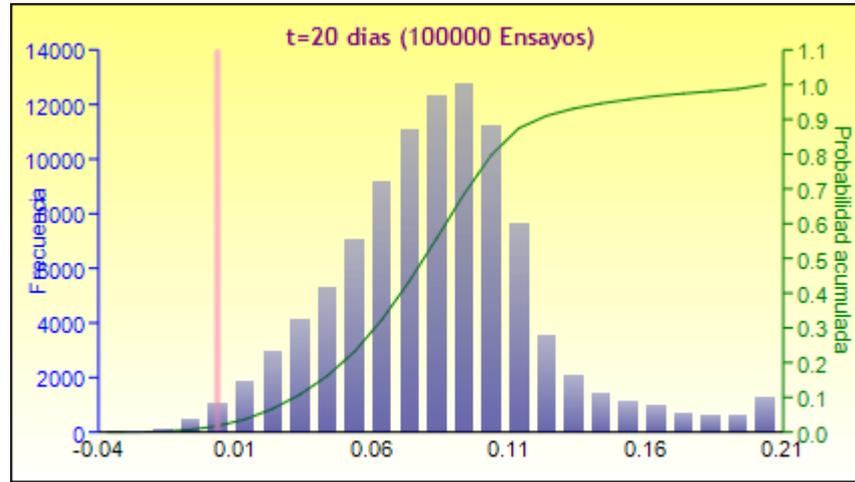
Tipo: Cola Izquierda <, Más Bajo: -Infinito, Superior: 0.0000, Certeza: 2.2000%

Fuente: Elaboración propia

En la figura 37 se puede observar la probabilidad de falla de 1.75% para un escenario con un tiempo de 20 días de precarga y 100000 ensayos aleatorios.

Figura37

Probabilidad de falla para un tiempo de diseño de 20 días.



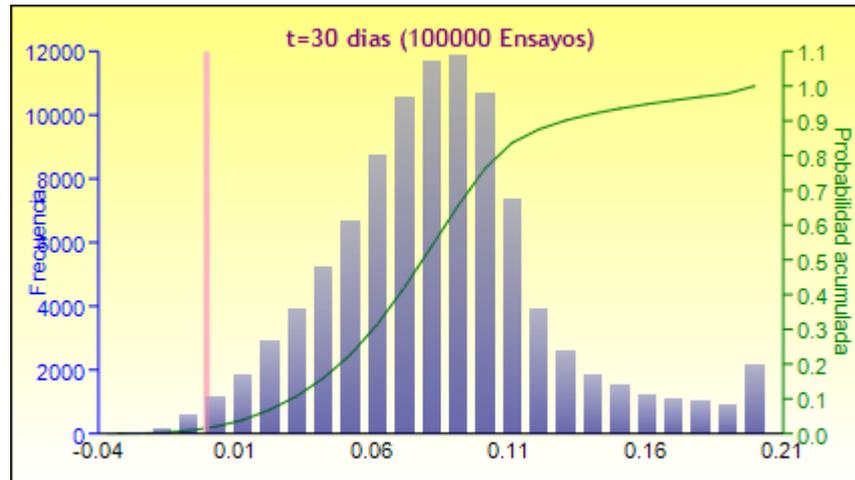
Tipo: Cola Izquierda <, Más Bajo: -Infinito, Superior: 0.0000, Certeza: 1.7500%

Fuente: Elaboración propia

En la figura 38 se puede observar la probabilidad de falla de 1.49% para un escenario con un tiempo de 30 días de precarga y 100000 ensayos aleatorios.

Figura38

Probabilidad de falla para un tiempo de diseño de 30 días.



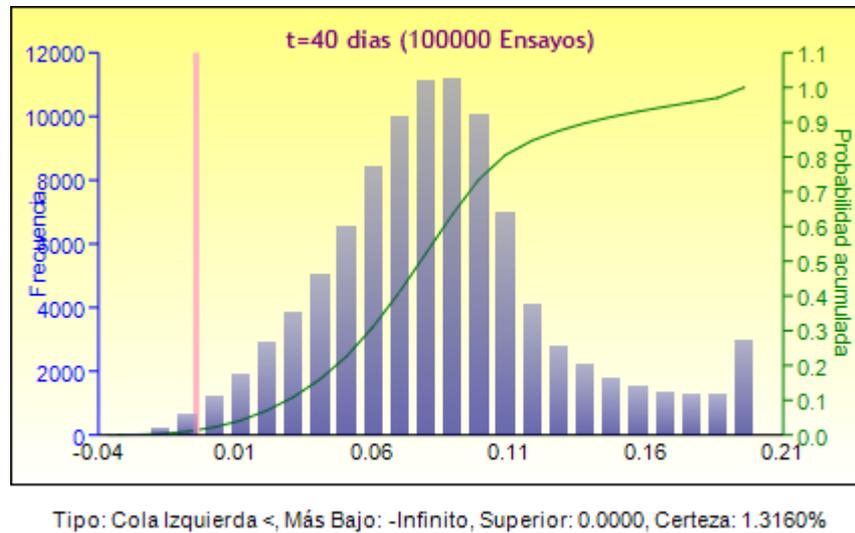
Tipo: Cola Izquierda <, Más Bajo: -Infinito, Superior: 0.0000, Certeza: 1.4930%

Fuente: Elaboración propia

En la figura 39 se puede observar la probabilidad de falla de 1.32% para un escenario con un tiempo de 40 días de precarga y 100000 ensayos aleatorios.

Figura39

Probabilidad de falla para un tiempo de diseño de 40 días.

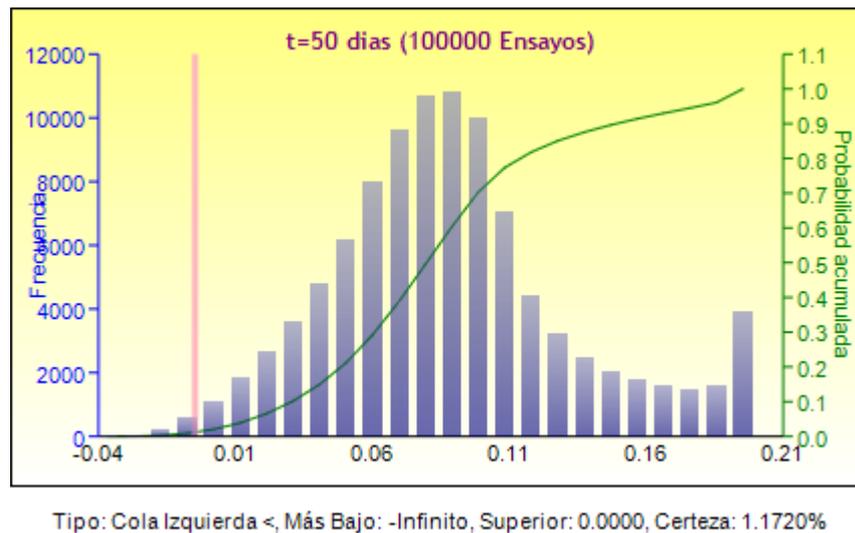


Fuente: Elaboración propia

En la figura 40 se puede observar la probabilidad de falla de 1.17% para un escenario con un tiempo de 50 días de precarga y 100000 ensayos aleatorios.

Figura40

Probabilidad de falla para un tiempo de diseño de 50 días.

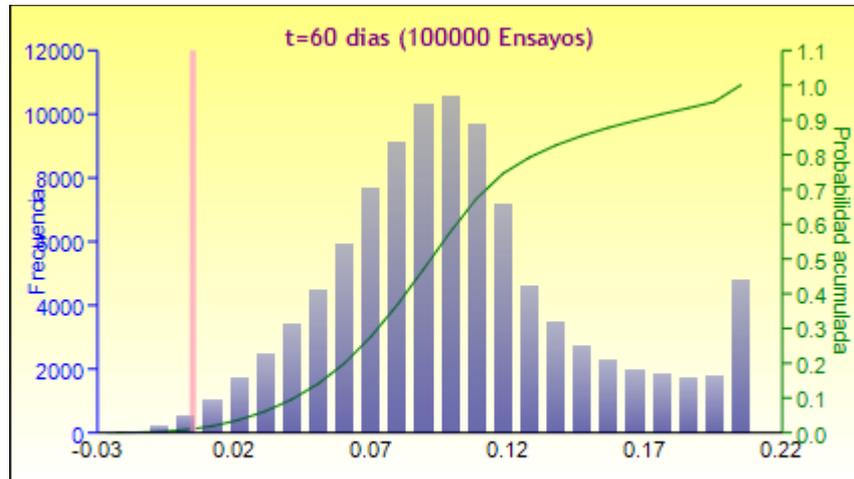


Fuente: Elaboración propia

En la figura 41 se puede observar la probabilidad de falla de 1.06% para un escenario con un tiempo de 60 días de precarga y 100000 ensayos aleatorios.

Figura41

Probabilidad de falla para un tiempo de diseño de 60 días.



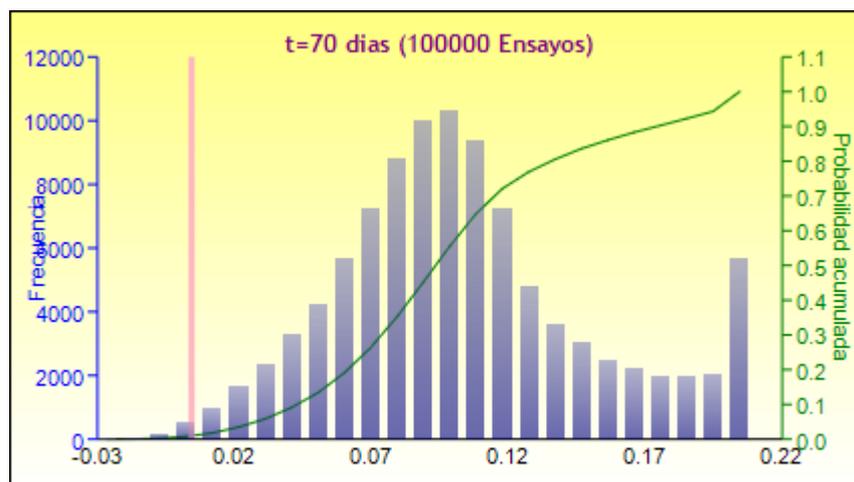
Tipo: Cola Izquierda <, Más Bajo: -Infinito, Superior: -0.0001, Certeza: 1.0590%

Fuente: elaboración propia

En la figura 42 se puede observar la probabilidad de falla de 0.95% para un escenario con un tiempo de 70 días de precarga y 100000 ensayos aleatorios.

Figura42

Probabilidad de falla para un tiempo de diseño de 70 días.



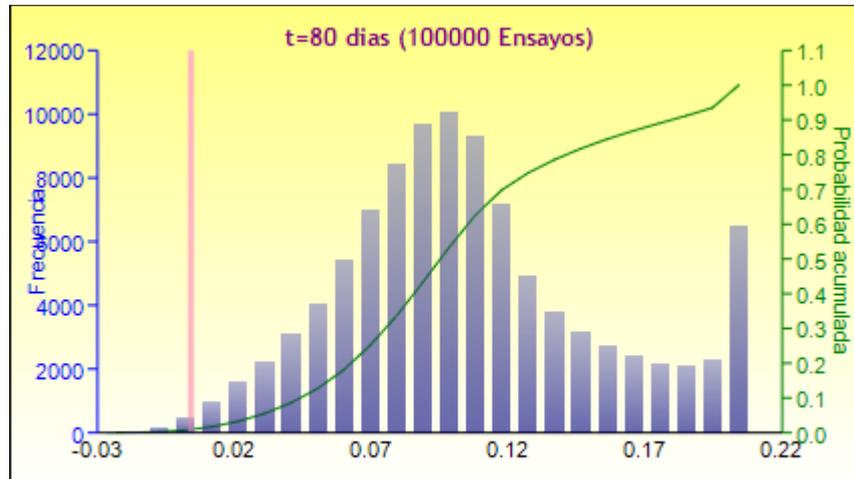
Tipo: Cola Izquierda <, Más Bajo: -Infinito, Superior: -0.0001, Certeza: 0.9500%

Fuente: Elaboración propia

En la figura 43 se puede observar la probabilidad de falla de 0.89% para un escenario con un tiempo de 80 días de precarga y 100000 ensayos aleatorios.

Figura43

Probabilidad de falla para un tiempo de diseño de 80 días.



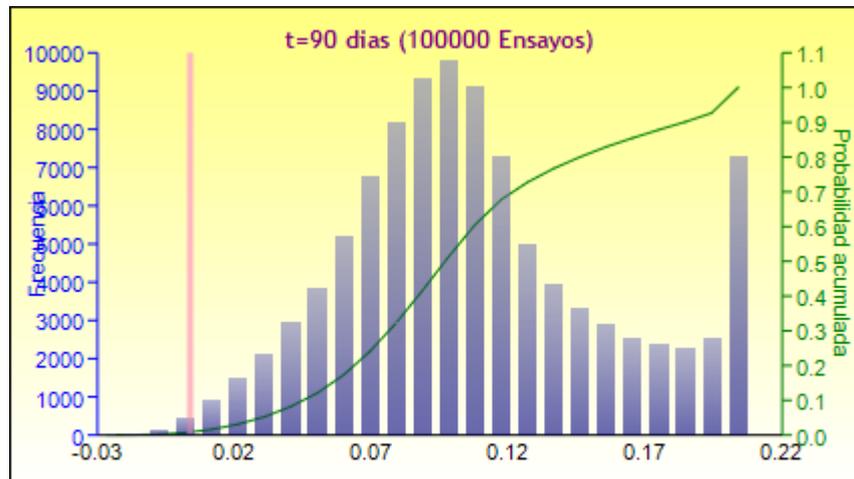
Tipo: Cola Izquierda <, Más Bajo: -Infinito, Superior: 0.0000, Certeza: 0.8890%

Fuente: elaboración propia

En la figura 44 se puede observar la probabilidad de falla de 0.82% para un escenario con un tiempo de 90 días de precarga y 100000 ensayos aleatorios.

Figura44

Probabilidad de falla para un tiempo de diseño 90 días.



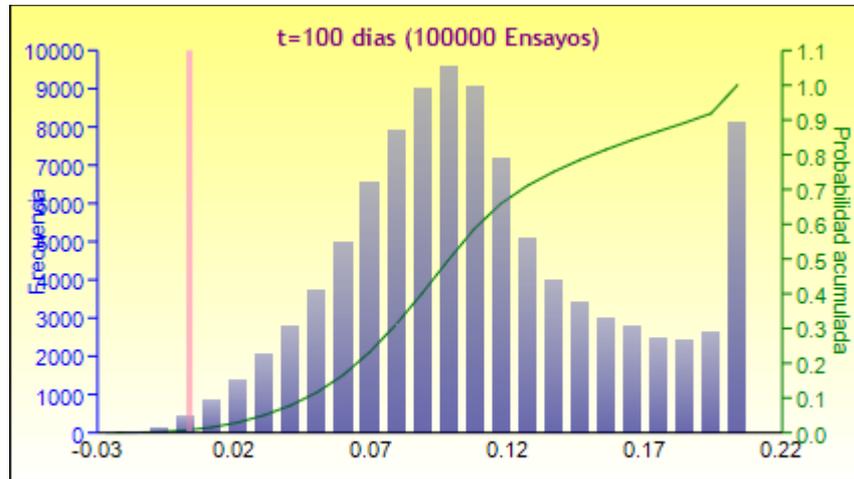
Tipo: Cola Izquierda <, Más Bajo: -Infinito, Superior: 0.0000, Certeza: 0.8240%

Fuente: Elaboración propia

En la figura 45 se puede observar la probabilidad de falla de 0.77% para un escenario con un tiempo de 100 días de precarga y 100000 ensayos aleatorios.

Figura45

Probabilidad de falla para un tiempo de diseño 100 días.



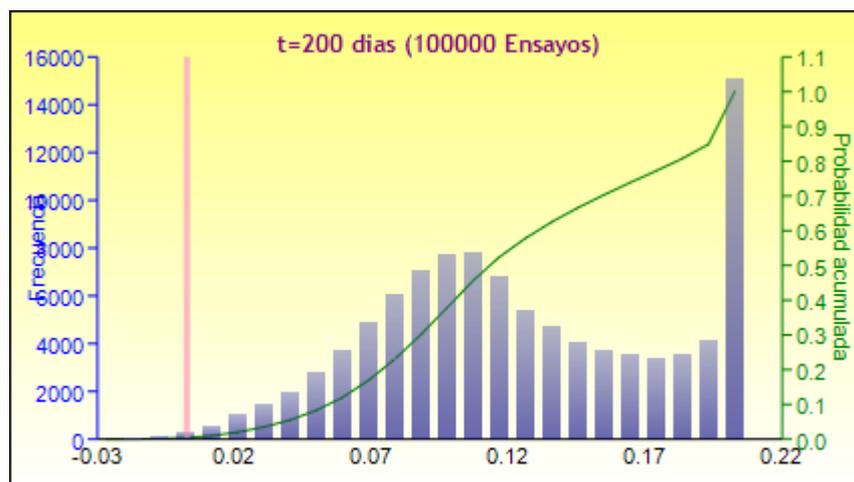
Tipo: Cola Izquierda <, Más Bajo: -Infinito, Superior: 0.0000, Certeza: 0.7710%

Fuente: elaboración propia

En la figura 46 se puede observar la probabilidad de falla de 0.453% para un escenario con un tiempo de 200 días de precarga y 100000 ensayos aleatorios.

Figura46

Probabilidad de falla para un tiempo de diseño 200 días.



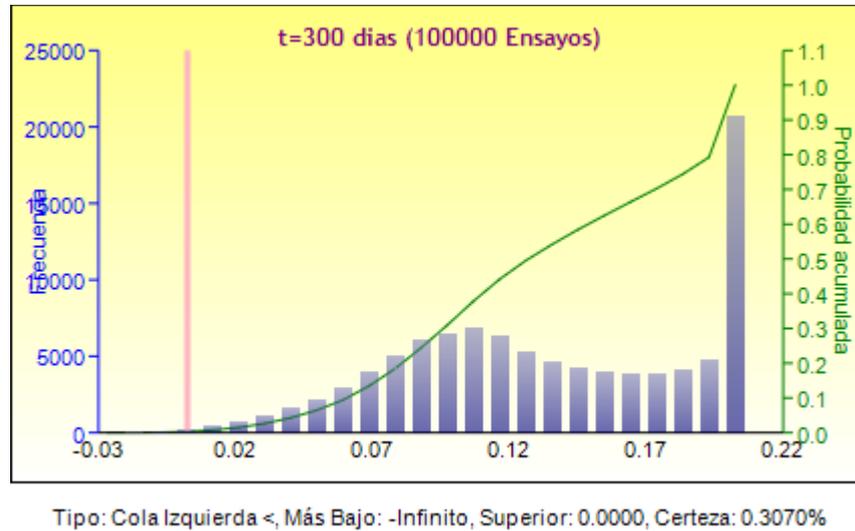
Tipo: Cola Izquierda <, Más Bajo: -Infinito, Superior: 0.0000, Certeza: 0.4530%

Fuente: elaboración propia

En la figura 47 se puede observar la probabilidad de falla de 0.307% para un escenario con un tiempo de 300 días de precarga y 100000 ensayos aleatorios.

Figura47

Probabilidad de falla para un tiempo de diseño 300 días.

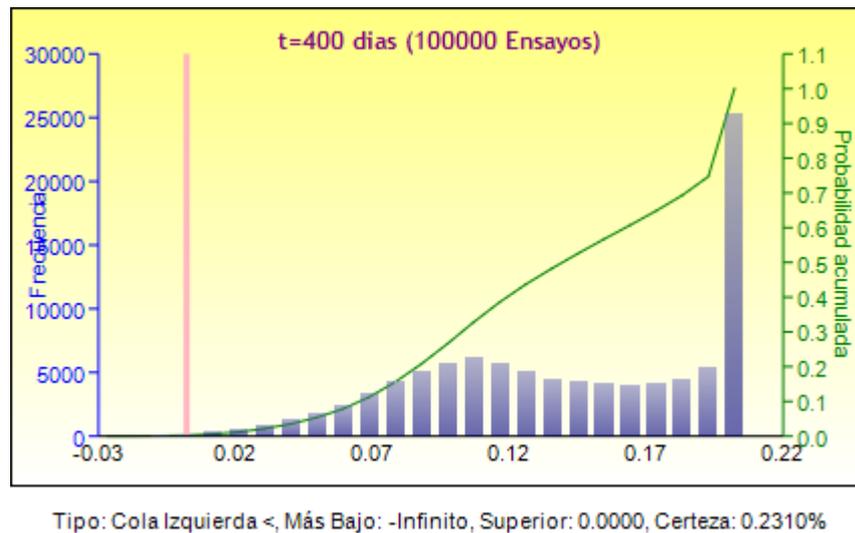


Fuente: elaboración propia

En la figura 48 se puede observar la probabilidad de falla de 0.23% para un escenario con un tiempo de 400 días de precarga y 100000 ensayos aleatorios.

Figura48

Probabilidad de falla para un tiempo de diseño 400 días.

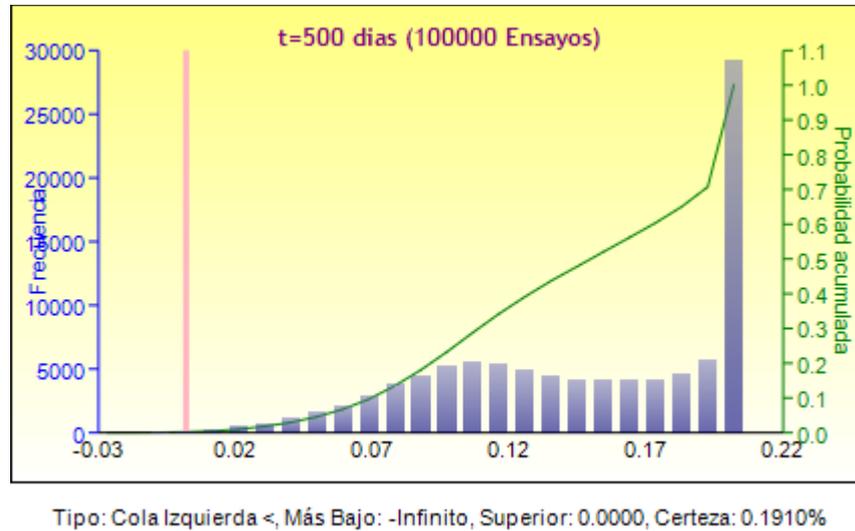


Fuente: elaboración propia

En la figura 49 se puede observar la probabilidad de falla de 0.19% para un escenario con un tiempo de 500 días de precarga y 100000 ensayos aleatorios.

Figura49

Probabilidad de falla para un tiempo de diseño 500 días.



Elaboración propia

Como muestra la figura 50 la probabilidad de falla disminuye a medida que el tiempo de diseño es mayor, donde cada probabilidad de falla se encuentra dentro del rango admisible $\leq 7\%$. Además, se puede observar la rápida disminución de la probabilidad de falla hasta los 100 días, y en adelante la pendiente de la curva es menor; por lo tanto, es recomendable diseñar geotécnicamente para una consolidación de 100 días, y no esperar hasta los 500 días de la consolidación ya que la probabilidad de falla disminuye en un valor despreciable.

Figura50

Probabilidad de falla en función de tiempo de diseño.



Fuente: elaboración propia

Del análisis de sensibilidad, luego de la aplicación de la técnica de Montecarlo como muestra la figura 51, se puede observar que las variables que tienen mayor sensibilidad en el cálculo de la probabilidad de falla para un asentamiento admisible son: el módulo de elasticidad (E_s) del suelo con 0.84, el coeficiente de consolidación radial (C_{vr}) con 0.34, el diámetro de la columna de grava (D_c) con 0.29 y el módulo de elasticidad de la columna con (E_c) 0.13.

Figura51

Análisis de sensibilidad – Coeficiente de correlación

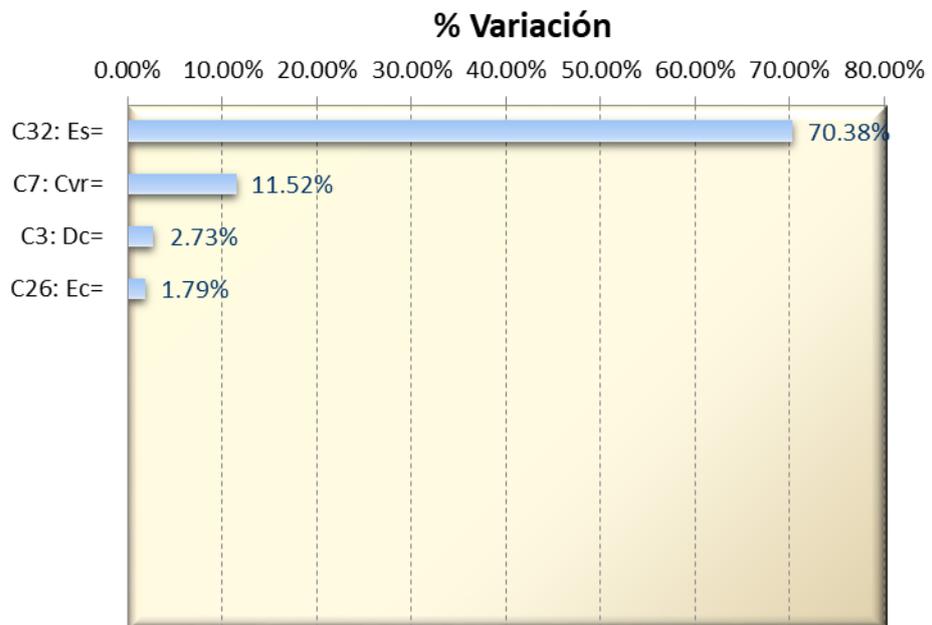


Fuente: elaboración propia

Del análisis de sensibilidad referido al porcentaje de variación explicado, luego de la aplicación de la técnica de Montecarlo como muestra la figura 52, se puede observar que las variables que tienen mayor responsabilidad en la variación de la probabilidad de falla para un asentamiento admisible son: el módulo de elasticidad del suelo (E_s) con el 70.38%, el coeficiente de consolidación radial (C_{vr}) con el 11.52%, el diámetro de la columna (D_c) con 2.73% y el módulo de elasticidad de la columna (E_c) con el 1.79% de responsabilidad.

Figura52

Análisis de sensibilidad – porcentaje de variación



Fuente: elaboración propia

4.4.4. Definición de estado límite del asentamiento instantáneo

La ecuación de estado límite que se considera para analizar el asentamiento instantáneo queda definido como:

$$g(x) = S_{adm} - S_0$$

El cálculo del asentamiento instantáneo (S_e) queda definido a partir de la siguiente expresión:

$$S_e = q_0 \times B \times (1 - \mu_s) \times \frac{I_f}{E_s}$$

Donde:

q_0 = presión de trabajo (ton/m²)

μ_s =relación de poisson

I_f =Factor de forma (cm/m)

E_s =Modulo de elasticidad del suelo tratado (ton/m²)

B =ancho de la cimentación (m)

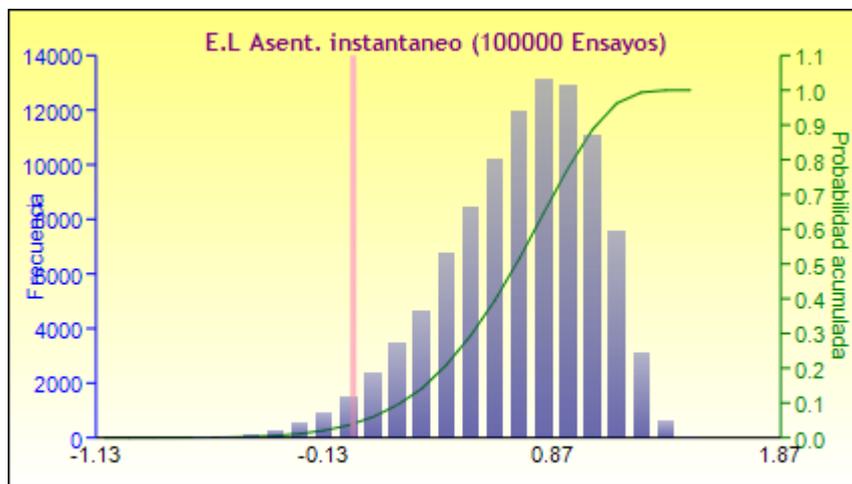
$$S_e = 1.5 \times 10 \times (1 - 0.3) \times \frac{95}{546.11}$$

$$S_e = 1.83 \text{ cm}$$

La probabilidad de falla considerando un escenario para un asentamiento de 2.5 cm es de 3.96% como muestra la figura 53, considerando una simulación con 100000 ensayos aleatorios.

Figura53

Probabilidad de falla para asentamiento instantáneo Sadm = 2.5cm



Tipo: Cola Izquierda <, Más Bajo: -Infinito, Superior: 0.0000, Certeza: 3.9630%

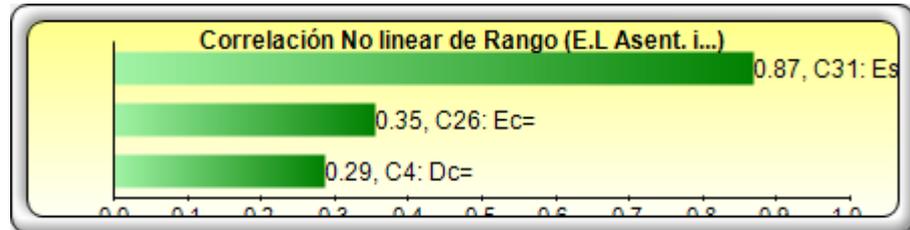
Fuente: elaboración propia

Del análisis de sensibilidad, luego de la aplicación de la técnica de Montecarlo como muestra la figura 54, se puede observar que las variables que tienen mayor sensibilidad en el cálculo de la probabilidad de falla para un asentamiento admisible

son: el módulo de elasticidad (E_s) del suelo con 0.87, el módulo de elasticidad de la columna con 0.35 y el diámetro de la columna de grava con 0.29.

Figura54

Análisis de sensibilidad en el cálculo de la probabilidad de falla, en el asentamiento instantáneo

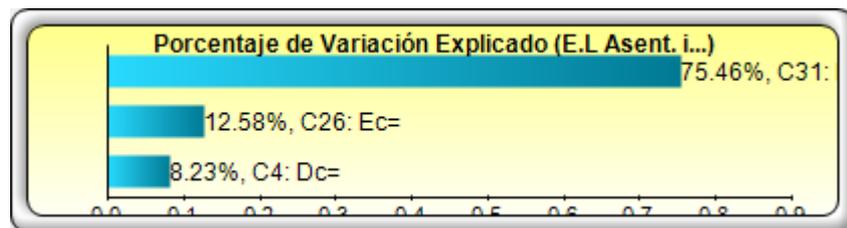


Fuente: Elaboración propia

Del análisis de sensibilidad referido al porcentaje explicado, luego de la aplicación de la técnica de Montecarlo como muestra la figura 55, se puede observar que las variables que tienen mayor responsabilidad en la variación de la probabilidad de falla para un asentamiento admisible son: el módulo de elasticidad (E_s) del suelo con el 75.46%, el módulo de elasticidad de la columna con 12.58% y el diámetro de la columna de grava con 8.23% de responsabilidad.

Figura55

Influencia de la variabilidad de la probabilidad de falla de las variables aleatorias, en el asentamiento instantáneo.



Fuente: elaboración propia

CAPÍTULO V: DISCUSIÓN Y RESULTADOS

5.1. Análisis de resultados o discusión de resultados

- Del análisis de variabilidad e incertidumbre de los parámetros geotécnicos, se determinaron las variables aleatorias y deterministas que influyen en el cálculo de probabilidad de falla. Por un lado, las variables que se consideran aleatorias son: el diámetro de la columna, el módulo de elasticidad de la columna, el módulo de elasticidad del suelo y el coeficiente de consolidación radial del suelo.
- Se definieron 3 modos de estado límite realizado al asentamiento (Asentamiento total por consolidación, asentamiento remanente por consolidación y asentamiento instantáneo).

Para el primer modo se definieron 5 asentamientos admisibles y se analizó comportamiento de probabilidad de falla en función del asentamiento, observándose una disminución de este valor, a medida que disminuye el asentamiento admisible, se puede observar que para asentamiento admisible de 20 cm se obtiene una probabilidad de falla aproximada de 3% que se encuentra del rango recomendado para capacidad de servicio $\leq 7\%$, para obras ambientales y sociales

Para el segundo modo se definieron 15 tiempos de diseño geotécnico referidos al asentamiento remanente admisible, observándose una disminución abrupta de la probabilidad de falla hasta los 100 días y a partir de ahí una disminución poco significativa para el diseño geotécnico. Por tal motivo se recomienda diseñar las columnas de grava para un tiempo de 100 días ya que a partir de este tiempo la probabilidad de falla disminuirá mínimamente y no es necesario esperar hasta los 500 días.

Para el tercer modo se define un estado límite para el cálculo del asentamiento instantáneo, obteniéndose una probabilidad de falla del 3.9630%, ubicado dentro del rango admisible para un diseño por estado de servicio $\leq 7\%$.

- Se realizó el análisis de sensibilidad para cada uno de los 3 modos de estado límite:

El análisis de sensibilidad para el primer modo muestra que las variables de mayor sensibilidad son: Modo de elasticidad suelo y el diámetro de la columna.

El análisis de sensibilidad para el segundo modo muestra que las variables de mayor sensibilidad son: Modo de elasticidad suelo y el diámetro de la columna.

El análisis de sensibilidad para el tercer modo muestra que las variables de mayor sensibilidad son: Módulo de elasticidad del suelo en 0.87, módulo de elasticidad de la columna en 0.35 y diámetro de columna de grava en 0.29.

- Se realizó el análisis de sensibilidad referido a la influencia que tienen las variables geotécnicas en la variación de la probabilidad de falla, va mostrándose en los siguientes resultados:

La variable módulo de elasticidad del suelo es responsable de la variación de la probabilidad de falla en un 75.46%.

La variable módulo de elasticidad de la columna es responsable de la variación de la probabilidad de falla en un 12.58%.

La variable diámetro de la columna es responsable de la variación de la probabilidad de falla en un 75.46%.

- Se realizó el cálculo el tiempo de consolidación para un suelo sin tratamiento obteniéndose 500 años aproximadamente, y para un suelo mejorado con columnas de grava se obtuvo 2.30 años, notándose el beneficio de la aceleración del proceso de consolidación que trae consigo la técnica de mejoramiento de suelos con columnas de grava.

5.2. Contrastación de hipótesis

5.2.1. Hipótesis general

El análisis de confiabilidad permite cuantificar la incertidumbre y variabilidad espacial de los parámetros geotécnicos y calcular un factor de probabilidad de falla y/o índice de confiabilidad para el diseño de mejoramiento de suelos con columnas de grava.

Se cuantificó y caracterizó la incertidumbre y variabilidad de los parámetros geotécnicos por medio de parámetros estadísticos (Media, Desviación Estándar, Coeficiente de Variación), se modeló probabilísticamente mediante la simulación de Monte Carlo para 3 escenarios y se calculó la probabilidad de falla en el diseño de mejoramiento de suelos con columnas de grava, obteniendo valores altos de probabilidad de falla $\geq 7\%$ para el asentamiento por consolidación total, recomendado para obra ambientales y sociales por capacidad de servicio, lo que permite demostrar la hipótesis.

5.2.2. Hipótesis específicas

- *Hipótesis 1:* Los parámetros geotécnicos que presentan variabilidad e incertidumbre en las columnas de grava e influyen significativamente en el análisis de confiabilidad son: diámetro de la columna de grava, coeficiente de consolidación, ángulo de fricción y módulo de elasticidad.

Los parámetros que presentan variabilidad e incertidumbre del análisis de confiabilidad y de la recopilación teórica de investigaciones anteriores son: el diámetro de la columna de grava, el módulo de elasticidad del suelo y el módulo de elasticidad de la columna, y de acuerdo a la simulación probabilística considerando el primer modo de falla por consolidación total que refuerza la afirmación, mostrando los parámetros que presentan mayor variabilidad: módulo de elasticidad suelo con $\alpha = 0.97$, módulo de elasticidad de la columna $\alpha = 0.16$ y el diámetro de la columna $\alpha = 0.15$ lo que permite demostrar la hipótesis.

- *Hipótesis 2:* La función de estado límite se define a partir de métodos de cálculos determinísticos.

Los estados límites definidos se realizaron partiendo de modelos determinísticos como el de Castro y Sagasetta (2009) y el modelo de homogenización, definiendo 3 estados límites para cada escenario de falla: asentamiento total, asentamiento remanente y asentamiento instantáneo lo que permite demostrar la hipótesis.

- *Hipótesis 3:* La incertidumbre se modela por medio de distribuciones probabilísticas y parámetros estadísticos como: media, desviación estándar, coeficiente de variación.

Se modeló la incertidumbre por medio de distribuciones probabilísticas de tipo lognormal, beta y parámetros estadísticos como la media, desviación estándar y el coeficiente de variación (COV) lo que permite demostrar la hipótesis.

- *Hipótesis 4:* Los beneficios de la aplicación de columnas de grava en el mejoramiento de suelos son: aumento de la capacidad portante, aceleración del proceso de consolidación, disminución de los asentamientos y aumento de la permeabilidad de los estratos arcillosos.

La aplicación de columnas de grava acelera el proceso de consolidación reduciendo el tiempo de consolidación de 500 años a 2.3 años lo que permite demostrar la hipótesis parcialmente.

CONCLUSIONES

1. El objetivo general de la presente investigación se alcanzó a través de un análisis de confiabilidad, por medio de la caracterización y cuantificación de las variables aleatorias y la definición de un estado límite para el problema de asentamiento por consolidación, aplicando la técnica de Simulación de Monte Carlo con el software @Risk, obteniendo valores altos de probabilidad de falla $\geq 7\%$ para el asentamiento por consolidación total, recomendado para obra ambientales y sociales por capacidad de servicio.
2. Del análisis de sensibilidad y caracterización de la incertidumbre, los parámetros geotécnicos que presentan mayor variabilidad, de acuerdo a los modos de falla son:

En el *primer modo de falla* por consolidación total, los parámetros que presentan mayor variabilidad son: módulo de elasticidad suelo con $\alpha = 0.97$, módulo de elasticidad de la columna $\alpha = 0.16$ y el diámetro de la columna $\alpha = 0.15$.

En el *segundo modo de falla* por consolidación remanente, los parámetros que presentan mayor variabilidad son: módulo de elasticidad suelo $\alpha = 0.84$, coeficiente de consolidación radial $\alpha = 0.34$, el diámetro de la columna $\alpha = 0.17$ y elasticidad de la columna $\alpha = 0.13$.

En el *tercer modo de falla* por asentamiento instantáneo, los parámetros que presentan mayor variabilidad son: módulo de elasticidad suelo $\alpha = 0.87$, módulo de elasticidad de la columna $\alpha = 0.35$ y el diámetro de la columna $\alpha = 0.29$.

3. La definición del estado límite se realizó a partir de teorías deterministas y analíticas desarrolladas en Castro y Sagaseta (2009) y el modelo de homogenización o edométrico, para los modos de falla siguiente:

En el *primer modo* se definió el estado límite para el asentamiento total por consolidación donde se obtuvo un diseño confiable para un asentamiento admisible de 20 cm, resultando una probabilidad de falla de 3%

aproximadamente, ubicado dentro del rango admisible $\leq 7\%$, recomendado para obras ambientales y sociales diseñados por capacidad de servicio.

En el *segundo modo* se definió el estado límite para el asentamiento remanente, observándose una disminución rápida de la probabilidad de falla hasta los 100 días y luego de ello una disminución poco significativa. Por lo tanto, se recomienda diseñar geotécnicamente para un tiempo de consolidación de 100 días aplicando una precarga antes de la construcción para lograr la ocurrencia de un asentamiento anticipado, sin la necesidad de esperar hasta los 500 días como se acostumbra.

En el *tercer modo* se definió el estado límite para el asentamiento instantáneo, obteniéndose una probabilidad de falla de 4% aproximadamente, considerado dentro del rango seguro y confiable, ubicado dentro del rango admisible $\leq 7\%$, recomendado para obras ambientales y sociales diseñados por capacidad de servicio.

4. El modelamiento de la incertidumbre se realizó por medio de teorías probabilísticas y estadísticas como media, desviación estándar y coeficiente de variación (COV) además de una distribución tipo beta para el diámetro y módulo de elasticidad de la columna, distribución lognormal para el módulo de elasticidad del suelo y coeficiente de consolidación radial.
5. El beneficio de la aplicación de la técnica de mejoramiento de suelos con columnas de grava es la aceleración del proceso de consolidación, disminuyendo el tiempo de consolidación de 500 años para un suelo sin tratamiento a 2.30 años con tratamiento de columnas de grava.

RECOMENDACIONES

1. Se acuerdo al análisis de confiabilidad el parámetro geotécnico de mayor sensibilidad es el módulo de elasticidad; por lo tanto, se recomienda realizar una campaña de exploración geotecnia de mayor rigurosidad con la finalidad de obtener la menor variabilidad de este parámetro.
2. De acuerdo a la literatura revisada se recomienda realizar un mínimo de 100000 ensayos de simulación para obtener una probabilidad de falla precisa.
3. Se recomienda realizar como futura línea de investigación el análisis de confiabilidad para los estados limites referido a la estabilidad y diseño por resistencia al corte de columnas de grava.
4. Se recomienda realizar como futura línea de investigación el análisis de confiabilidad con la aplicación de elementos finitos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alonso, J. (2014). *Diseño basado en técnicas de fiabilidad del tratamiento de mejora del terreno mediante columnas de grava*. Universidad Politécnica de Madrid, España.
- Alonso, J y Jimenez, R (2011). *Reliability analysis of stone columns for ground improvement*. 493-500.
- Ayllon, D. y Farfán, E. (2018). *Determinación de la confiabilidad geotécnica para el factor de seguridad en cimentaciones superficiales en la zona de Huaura*. Universidad Ricardo Palma, Perú.
- Baecher, G y Christian, J. (2003). *Reliability and Statics in Geotechnical Engineering*. Wiley.
- Blanco, J. (2019). *Análisis de la disipación de presiones de poros de un muelle de cajones con una mejora del terreno con columnas de gravas*. Escuela de Caminos, Barcelona.
- Borja, M (2016). *Metodología de la Investigación Científica para Ingenieros*. Chiclayo.
- Braja, M. Das (1999). *Fundamentos de ingeniería geotécnica*. Thomson Learning.
- Castro, J. y Sagaseta, C. (2009). Consolidation around Stone columns. Influence of column deformation. *International Journal for Numerical and analytical Methods in Geomechanics*, 33:8 51-877
- Castro, J., Sagaseta C., Da Costa A. y Cañizal, J. (2016). Modelización de columnas de grava. *Universidad de Cantabria*, 567 – 588.

Cimentada, A. (2009). *Análisis experimental en modelo reducido de la consolidación radial y deformación de un suelo blando mejorado con columnas de grava*. Universidad de Cantabria, España.

Crespo, C. (2002). *Confiabilidad del diseño en Geotecnia*. Universidad Simón Bolívar, Sartenejas.

Dirección general de carreteras (2009). *Guía de cimentaciones en obras de carreteras*. Gobierno de España.

Dos Passos Belo, J. y Da Silva, J. (2020). Reliability Analysis of a Controlled Stage – Constructed and Reinforced Embankment on Soft Ground Using 2D and 3D Models. *Built Environment*, 5:150,1-10.

Fattah, M., Al – Neami, M., Al – Suhaily, A. (2016). Reliability based analysis of bearing capacity of footing on soft soil strengthened by stone columns. *International Journal of Civil Engineering and Technology*. 7:4, 62 – 80.

Gueguin, M., Hassen, G. y de Buhan, P (2015). Stability analysis of homogenized Stone column reinforced foundations using a numerical yield design approach. *Computers and Geotechnics*. 64, 10 – 19.

GuhaRay, C., Kiranmayi, S. y Rudraraju, S. (2017). Reliability Based Performance Evaluation of Stone Column Improved Soft Ground. *Geotechnical and Geological Engineering*. 11:9, 717 – 721.

Hareh, D., Golakiya y Mittal, D. (2015). Ground Improvement by using stone columns. *Journal of Emerging Technologies and Innovative Research*. 2:11, 133 -144.

Honjo, Y. y Otake, Y. (2015). Is soil spatial variability the most important source of uncertainty in geotechnical design. *Computer Methods and Recent Advances in Geomechanics*. 1271 – 1276.

Hidalgo, C. y Pacheco, A. (2011). Herramientas para análisis por confiabilidad en Geotecnia: La teoría. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, 10:8, 69-78.

Kola, N. (2014). *Reliability based analysis of dam embankment, geocellreinforced foundation and embankment with stone columns using finite element method*. National Institute of Technology Rourkela, India.

K.S.NG, Y.M. CHEW y S.F.NG (2017), Consolidation reliability analysis of stone column reinforced ground. 12:10, 2651-2663.

Kosubal, J; Steshenko, D y Galay, B (2014), The improvement of loess substartes with a new type of soil column with a reliability assessment. 15:4, 856–871.

Lambe, T y Whitman, R (2004). *Mecánica de suelos*. Limusa.

Menard (2016). *Tratamiento de mejora y/o refuerzo del terreno mediante columnas de grava*.

Mohammed Y. Fattah, Mohammed A. Al-Neami y Ahmed S.H. Al-Suhaily (2016), Reliability based analysis of bearing capacity of footing son soft soil strengthened by stone columns. 7:4, 62–80.

NG, K., CHEW, Y. y NG, S. (2017). Consolidation reliability analysis of stone column reinforced ground. *Journal of Engineering Science and Technology*. 12:10, 2651 – 2663.

Nagendra, K. (2014), Reliability based analysis of dam embankment, geocell reinforced foundation and embankment with Stone columns using finite element method. National Institute of Technology, Rourkela.

Vargas, R. (2013). *Análisis de la influencia de la variabilidad de los parámetros geotécnicos en el diseño geotécnico de muros de contención, utilizando el método Monte Carlo*. Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú.

Valdiviezo, K. (2019). *Uso de columnas de grava compactada para aumentar la capacidad portante del suelo en la avenida Sánchez Cerro entre la avenida Chulucanas y avenida Mártires de Uchuraccay, ubicada en el distrito de Piura – provincia de Piura – departamento de Piura*. Universidad Nacional de Piura, Perú.

Pineda, A.R. y Auvinet G. (2013). Método del elemento finito estocástico en geotecnia. Enfoque espectral. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, 14:1, 11-22.

Priebe, J (1995). Diseño por vibrosustitucion. *Ground Engineering*. 07-13.

Pérez, J. (2018), *Confiabilidad de taludes de suelos no saturado expuesto a precipitaciones pluviales*. Universidad Autónoma del Estado de México, México.

Sagaseta, C. (2010). Cálculo de columnas de grava: algunos puntos oscuros. *Sociedad Española de Mecánica del Suelo e Ingeniería Geotécnica*, 153, 43-60.

Suarez, J. (2017). *Análisis por confiabilidad de asentamiento de cimientos superficiales*. Universidad Nacional de Colombia, Colombia.

Vivescas, J., Osorio, J. y Cañón, J. (2017). Reliability – based designs procedure of earth retaining walls in geotechnical engineering. *Obras y Proyectos*. 22, 50 – 60.

Yousif, M., Abdullateef, M. y Al-Suhaily, A. (2016). Reliability based analysis of bearing capacity of footings on soft soil strengthened by stone columns. *International Journal of Civil Engineering and Technology (IJCIET)*, 7:4, 62-80.

ANEXO

Tabla 18

matriz de consistencia de la investigación

Titulo	Problema	Objetivos	Hipótesis
	Pregunta general	Objetivo General	Hipótesis General
Aanálisis de confiabilidad para el mejoramiento de suelos con columnas de grava en la vía evitamiento cusco	¿Cómo analizar la confiabilidad para el mejoramiento de suelos con columnas de grava en la vía evitamiento Cusco?	Analizar la confiabilidad para el mejoramiento de suelos con columnas de grava en la vía evitamiento Cusco.	El análisis de la confiabilidad permite cuantificar la incertidumbre y variabilidad espacial de los parámetros geotécnicos y calcular un factor de probabilidad de falla y/o índice de confiabilidad.
	Preguntas específicas	Objetivos específicos	Hipótesis específicas
	¿Cuáles son los parámetros geotécnicos que presentan variabilidad e incertidumbre en la aplicación de columnas de grava?	Determinar los parámetros geotécnicos que presentan variabilidad e incertidumbre en la aplicación de columnas de grava.	Los parámetros geotécnicos que presentan variabilidad e incertidumbre en las columnas de grava e influyen significativamente en el análisis son: diámetro de la columna de grava, coeficiente de consolidación, ángulo de fricción y módulo de elasticidad.
	¿Cómo definir la función de estado límite en la aplicación de columnas de grava?	Definir la función de estado límite en la aplicación de columnas de grava.	La función de estado límite se define a partir de métodos de cálculos determinísticos.
	¿Cómo modelar la incertidumbre con técnicas probabilísticas y estadísticas?	Modelar la incertidumbre con técnicas probabilísticas y estadísticas.	La incertidumbre se modela por medio de distribuciones probabilísticas y parámetros estadísticos como: media, desviación estándar, coeficiente de variación.
¿Cuáles son los beneficios de la aplicación de las columnas de grava para el mejoramiento de suelos?	Determinar los beneficios de la aplicación de columnas de grava para el mejoramiento de suelos.	Los beneficios de la aplicación de columnas de grava son: aumento de la capacidad portante, aceleración del proceso de consolidación, disminución de los asentamientos y aumento de la permeabilidad de los estratos arcillosos.	

Fuente: elaboración propia

1. Diametro de la columna (Dc)

Dc= 0.9 m

Desv. Est= 0.09 m
Dc min= 0.54 m
Dc max= 1.26 m

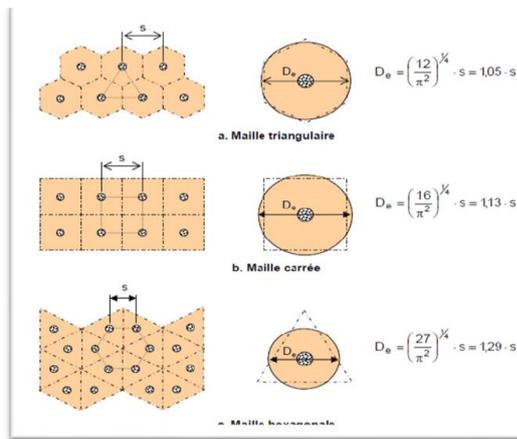
2. Espaciamento (S)

S= 3 m

3. Diametro equivalente (De)

$D_e = 1.05 \times s$

De= 3.15 m



4. Razon de sustitucion (As)

$A_s = \left(\frac{D_c}{D_e}\right)^2$

As= 0.08 m

5. Modulo de deformacion de la columna (Ec)

Ec= 30000 kPa

Desv. Est. = 6000 kPa
Ec min= 6000 kPa
Ec max= 54000 kPa

6. Modulo de deformacion del suelo (Es)

Es= 5183.2 kPa

Desv. Est. = 1570.6 kPa
Es min= 3130.1 kPa
Es max= 8305.5 kPa

7. Modulo de deformacion equivalente (Eeq)

$E_{eq} = E_s(1 - A_s) + E_c A_s$

Eeq= 7209.06 kPa = 7.21 Mpa

8. Calculo de asentamiento instantaneo (Se)

$Se = q_0 \times B \times (1 - \mu_s) \times I_f / E_s$

Donde:

Presion de trabajo (ton/m ²)	q0=	1.5
Relacion de Poisson	μs=	0.3
Factor de forma (cm/m)	If=	95
Modulo de elasticidad del suelo tratado (ton/m ²)	Es=	546.11
Ancho de la cimentacion (m)	B=	10

Se= 1.83 cm Sadm= 2.5 cm

9. Definicion de estado limite g(x)

g(x)= 0.67

1. tiempo de consolidacion (t)

t= 0.1 dias

2. Coefiente de consolidacion radial (C_{vr})

Cvr= 8.64E-03 m²/dia

Desv. Est= 4.97E-02 m²/dia

3. Radio de la celda unidad (r_i)

r_i= 1.575 m

4. Razon de sustitucion (A_s)

A_s= 0.08 m

5. Factor de tiempo (T_r)

T_r= 8.71E-05

6. Funcion f(a_r)

f(a_r)= 0.63

7. Grado de consolidacion (U_r)

U_r= 0.00

Tiempo	Tr	Ur	ΔSadm	So	St	g(x)	Pf
10	8.71E-03	0.10	0.2	0.140153	0.01457	0.07442	2.2
20	1.74E-02	0.20	0.2	0.140153	0.02763	0.08748	1.75
30	2.61E-02	0.28	0.2	0.140153	0.03933	0.09917	1.49
40	3.48E-02	0.36	0.2	0.140153	0.04981	0.10966	1.32
50	4.35E-02	0.42	0.2	0.140153	0.05920	0.11905	1.17
60	5.22E-02	0.48	0.2	0.140153	0.06762	0.12747	1.06
70	6.10E-02	0.54	0.2	0.140153	0.07516	0.13501	0.95
80	6.97E-02	0.58	0.2	0.140153	0.08192	0.14177	0.89
90	7.84E-02	0.63	0.2	0.140153	0.08797	0.14782	0.82
100	8.71E-02	0.67	0.2	0.140153	0.09340	0.15325	0.77
200	1.74E-01	0.89	0.2	0.140153	0.12456	0.18440	0.45
300	2.61E-01	0.96	0.2	0.140153	0.13495	0.19480	0.31
400	3.48E-01	0.99	0.2	0.140153	0.13842	0.19826	0.23
500	4.35E-01	1.00	0.2	0.140153	0.13957	0.19942	0.19





1. Diametro de la columna (Dc)

$$D_c = 0.9 \text{ m}$$

$$\text{Desv. Est} = 0.09 \text{ m}$$

$$D_c \text{ min} = 0.54 \text{ m}$$

$$D_c \text{ max} = 1.26 \text{ m}$$

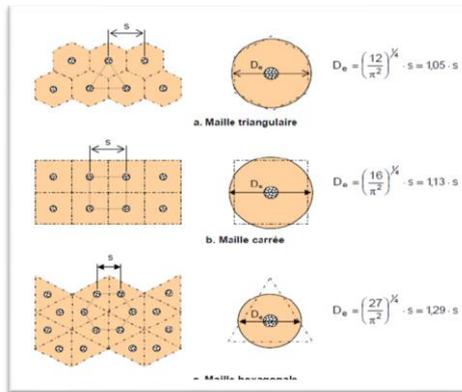
2. Espaciamento (S)

$$S = 3 \text{ m}$$

3. Diametro equivalente (De)

$$D_e = 1.05 \times s$$

$$D_e = 3.15 \text{ m}$$



4. Razon de sustitucion (ar)

$$a_r = \left(\frac{D_c}{D_e}\right)^2$$

$$a_r = 0.08$$

5. Modulo de deformacion de la columna (Ec)

$$E_c = 30000 \text{ kPa}$$

$$\text{Desv. Est.} = 6000 \text{ kPa}$$

$$E_c \text{ min} = 6000 \text{ kPa}$$

$$E_c \text{ max} = 54000 \text{ kPa}$$

6. Modulo de deformacion del suelo (Es)

$$E_s = 5183.2 \text{ kPa}$$

$$\text{Desv. Est.} = 1570.6 \text{ kPa}$$

$$E_s \text{ min} = 3130.1 \text{ kPa}$$

$$E_s \text{ max} = 8305.5 \text{ kPa}$$

7. Modulo de deformacion equivalente (Eeq)

$$E_{eq} = E_s(1 - A_s) + E_c A_s$$

$$E_{eq} = 7209.06 \text{ kPa} = 7.21 \text{ Mpa}$$

9. Calculo de asentamiento por consolidacion (Sz)

Parametros:

$$P_a = 240 \text{ kPa}$$

$$G_c = 11250 \text{ kPa}$$

$$\lambda_c = 60000 \text{ kPa}$$

$$G_s = 1943.7 \text{ kPa}$$

$$\lambda_s = 10366.4 \text{ kPa}$$

$$F = \frac{(\lambda_c - \lambda_s)(1 - a_r)}{2[a_r(\lambda_s - \lambda_c + G_s - G_c) + (\lambda_c + G_c + G_s)]}$$

$$F = 0.3332872$$

$$S_z = \frac{P_a}{(\lambda_c + 2G_c)a_r + (\lambda_s + 2G_s)(1 - a_r) - 2a_r(\lambda_c - \lambda_s)F}$$

$$S_z = 0.0140153 \text{ m/m}$$

$$S_{total} = 0.140153 \text{ m}$$

9. Definición de estado limite (Sz)

$$g(x) = S_{adm} - S_{\infty}$$

Considerando: $S_{adm} = 0.1 \text{ m}$

$$g(x) = -0.040153$$

Considerando: $S_{adm} = 0.15 \text{ m}$

$$g(x) = 0.009847$$

Considerando: $S_{adm} = 0.2 \text{ m}$

$$g(x) = 0.059847$$

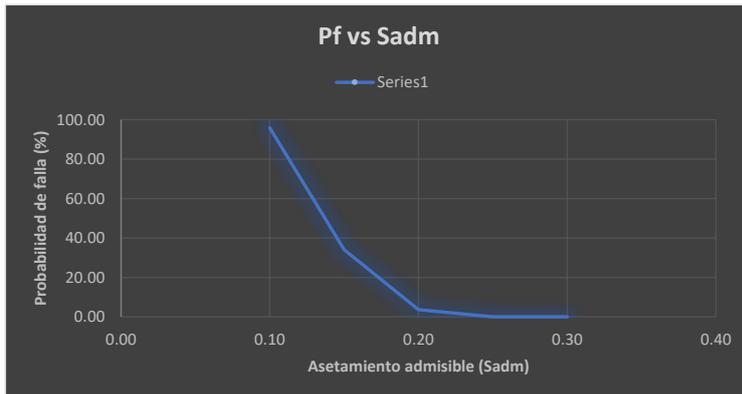
Considerando: $S_{adm} = 0.25 \text{ m}$

$$g(x) = 0.109847$$

Considerando: $S_{adm} = 0.3 \text{ m}$

$$g(x) = 0.159847$$

S adm	Pf
0.10	95.82
0.15	34.10
0.20	3.62
0.25	0.00
0.30	0.00



PUENTE KAYRA

PUENTE CHIMPAHUAYLLA

Segun ensayo
Masw 09, el tipo
de suelo es
blandó

ZONA DE
ESTUDIO

PROYECTO: VIA EVITAMIENTO CUSCO		ALIADOS: ALONSO LUÑA, GERARDO ROS	
DISEÑADO: ING. TORRES CHUNG		MIRANDA MARROQUIN, RAQUEL LEONOR	
PLANO: ELEVACIÓN		DISEÑADO: ING. CIVIL	
UBICACION: CUSCO	COORDENADAS: PT-KAYRA-01	PROYECTO: PUENTE KAYRA	
N.º DEL PLANO: 1/1	ESCALA: 1:50	FECHA: 10-11-2020	UNIVERSIDAD RICARDO PALMA

