Revista de História da Educação Matemática
HISTEMAT

**ISSN**: 2447-6447
**Submetido**: 04/07/2021
**Aprovado**: 23/09/2021


# POSSIBILIDADES PARA O ENSINO DE FRAÇÕES A PARTIR DA RÉGUA DE CARPINTEIRO CONTIDA NO TRATADO *A BOOKE NAMED TECTONICON* (1556)

## POSSIBILITIES OF TEACHING FRACTIONS FROM THE CARPENTER RULE CONTAINED IN THE TREATY TO *BOOKE NAMED TECTONICON* (1556)

**Ana Carolina Costa Pereira**[1]
ORCID iD: https://orcid.org/0000-0002-3819-2381

**Sabrina de Sousa Paulino**[2]
ORCID iD: https://orcid.org/0000-0002-8309-8757

### RESUMO

A História da Matemática se constituiu, ao longo do tempo, como uma área de estudo com objeto e metodologia própria e, vinculada à Educação Matemática, disponibiliza recursos a serem incorporados no Ensino Básico e Superior. Dentre esses recursos, situam-se as fontes históricas, em particular, as que estão relacionadas às matemáticas práticas dos séculos XVI e XVII, visto que elas apresentam um saber-fazer de conhecimentos pouco disponibilizados em materiais publicados de História da Matemática. Entre essas fontes, tem-se o tratado *A Booke Named Tectonicon*, de Leonard Digger, datado de 1556, que traz a construção da régua de carpinteiro (*carpeters ruler*), da qual emergem conceitos relacionados a frações. Dessa forma, o estudo visa a apresentar uma discussão sobre as possibilidades didáticas para o ensino de frações por meio da graduação da régua de carpinteiro. Para isso, foi realizada uma metodologia qualitativa de cunho documental, fazendo-se uma tradução e uma leitura do tratado original, para, através de um tratamento didático, possibilitar discussões em torno do ensino de frações. A partir disso, foi possível observar que o processo de graduação da régua de carpinteiro, sob o olhar para a sala de aula, mobiliza conceitos relacionados a frações, dentre eles, destacam-se a definição de frações (relação parte e todo), os tipos de frações (própria, imprópria, mista ou aparente) e as operações com frações. Assim, a sua inserção na sala de aula pode contribuir com o processo de construção de conhecimento e auxiliar a articulação entre a história e o ensino de Matemática.
**Palavras-chave:** Ensino de Frações. Régua de Carpinteiro. História da Matemática.

### ABSTRACT

The History of Mathematics was constituted, over time, as an area of study with its own object and methodology that, linked to mathematics education, provides resources to be incorporated into Basic and Higher Education. Among these resources, they are located as historical sources as they are related to practical mathematics of the 16th and 17th centuries, as they present a know-how of knowledge that is not readily available in published materials on the History of Mathematics. Among these sources is the treatise *A Booke Named Tectonicon* by

[1] Doutora em Educação Pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Docente adjunta do Curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE), Fortaleza, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Dr. Silas Munguba, 1700 - Campus do Itaperi, Fortaleza, CE, Brasil, CEP: 60714-903. E-mail: carolina.pereira@uece.br.
[2] Graduanda em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE), bolsista de Iniciação Científica Estadual do Ceará (UECE), Fortaleza, Ceará, Brasil, Av. Dr. Silas Munguba, 1700 - Campus do Itaperi, Fortaleza, CE, Brasil, CEP: 60714-903. E-mail: sabrina.paulino@aluno.uece.br.

Leonard Digger dated 1556, which brings the construction of the carpenter's ruler (carpenter's ruler), none of which emerge concepts related to fractions. Thus, the study aims to present a discussion about the didactic possibilities for teaching fractions from the graduation of the carpenter's ruler. For this, a qualitative methodology of documental nature was carried out, a translation and reading of the original treaty was not carried out, in order to, from a didactic treatment, enable discussions about the teaching of fractions. From this, it was possible to observe that the grading process of the carpenter's ruler, from the perspective of the classroom, mobilizes concepts related to fractions, among them, the definition of fractions (part and whole relationship) stands out. of fractions (proper, improper, mixed or apparent) and operations with fractions. Thus, its inclusion in the classroom can contribute to the process of knowledge construction and assist in the articulation between history and the teaching of mathematics.
**Keywords:** Teaching of Fractions. Carpenter's Ruler. History of Mathematics.

## CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Diversos estudos[3] têm se manifestado, há alguns anos, sobre a importância da História da Matemática como um arquivo de materiais, que, por não serem neutros, podem ser, a partir de um tratamento didático, explorados no ensino, principalmente, na formação de professores. Entretanto, neste estudo, não se corrobora com a ideia de que a História da Matemática é um repositório fixo de informações ou uma mera provedora de recursos para elaborar-se estratégias de ensino, de modo a promover a aprendizagem matemática (Grattan-Guiness, 1973, 2004).

Dessa maneira, a história não é neutra, assim, explorá-la vai além da recapitulação de informações de forma linear e progressista, o estudo com a história significa promover a possibilidade de compreender elementos que estão no processo de construção do conhecimento.

Mas que tipo de recurso[4] é esse que a história pode fornecer para ser incorporado no ensino? É conhecimento, conceito, resultado ou processo? Para chegar-se nessa resposta, é interessante que o professor reconheça os diferentes processos na elaboração das ideias matemáticas, em uma perspectiva da historiografia atualizada[5].

Portanto, a incorporação da História da Matemática na formação de professores não tem como objetivo se sobrepor aos conteúdos de Matemática, porém esclarecer sobre a natureza do saber matemático e mostrar o processo de construção do conhecimento. Por exemplo, não é ensinar sobre a área de figuras planas por meio da história, mas a partir de alguns conhecimentos sobre o conteúdo que o professor possa visualizar no processo histórico de elaboração da ideia do conceito matemático, visto que, possivelmente, existem fragilidades na sua formação histórica e filosófica.

Logo, desde o momento em que o professor passa a compreender a natureza e o processo da construção do conhecimento matemático, ele tem autonomia para buscar uma articulação entre a história e o ensino de Matemática mais apropriada para sua incorporação na sala de aula, humanizando, dessa maneira, sua área de conhecimento (Fried, 2014).

Dentre os meios práticos de se estabelecer um diálogo entre a História da Matemática e a Educação Matemática, tem-se o uso de textos históricos. Atentas a essa possibilidade de

---

[3] Fauvel & Maanen (2002), Miguel & Miorin (2005), Mendes (2009) e Miguel *et al*. (2009).

[4] O recurso é entendido como toda ferramenta que possa vir a auxiliar no ensino e na aprendizagem matemática, sendo seu principal papel favorecer a compreensão acerca de conteúdos versados pelo docente.

[5] Nas perspectivas historiográficas atualizadas, há uma necessidade de "se compreender o processo de construção do conhecimento matemático por meio de acurada investigação, não só das diferentes técnicas e conteúdos matemáticos, mas também das circunstâncias nas quais tais técnicas e conteúdos foram elaborados (Saito, 2015, p. 26).

incorporação de fontes históricas no ensino de Matemática e sabendo do potencial que elas podem fornecer, Silva & Pereira (2021) apontam alguns critérios. Em forma de perguntas, as autoras expõem seis deles: Qual material utilizar? Qual a forma de utilizar o material? Qual o objetivo da implementação? Em que anos escolares ou nível escolar pode-se aplicar? Precisa-se fazer um tratamento didático? Quando utilizar o texto original? Qual a perspectiva historiográfica escolhida? Corroborando com essa inserção, Fried (2001, p. 402, tradução nossa)[6] ressalta que:

> no estudo de textos matemáticos, a pessoa não está apenas envolvida em resolver problemas e desenvolver ideias com um grande matemático e, portanto, familiarizando-se profundamente com a atividade humana do trabalho matemático, mas também está envolvida em um tipo de pensamento reflexivo ou investigação que, em última análise, é da mais alta importância para quem lida com trabalho técnico-científico e matemático.

Nesse sentido, o texto histórico traz ao professor uma reflexão sobre o processo no qual o conhecimento matemático estava inserido em um determinado período, elucidando a ele a natureza do saber matemático incorporado no recurso. Dentre os textos históricos, alguns estão relacionados às matemáticas práticas dos séculos XVI e XVII. Sabe-se que esses documentos contemplam uma episteme[7] própria do período em que foram elaborados, que pouco tem sido disponibilizada/explorada em materiais publicados da História da Matemática.

Esse tipo de fonte possibilita ver o processo de construção das ideias matemáticas, visto que, para a compreensão de seu conteúdo, deve-se mergulhar na episteme do período. Assim, o educador tem a possibilidade de visualizar não apenas o que deu certo e está pronto, mas também o entorno e as entrelinhas, os quais têm sido ignorados por uma historiografia dos vencedores.

Dentre as diferentes perspectivas de conhecimentos e estudiosos a serem explorados, temos os praticantes de Matemática, que eram homens que ganhavam a vida ensinando, escrevendo, construindo e vendendo instrumentos e atuando em capacidades técnicas (Taylor, 1968). Eles vendiam seus conhecimentos como professores, através da publicação de livros envolvendo Matemática prática, confecção de instrumentos e oferta de tutoria individual e de pequenos grupos. No processo, eles defenderam a necessidade de conhecimento prático de

[6] *"in the study of mathematical texts, one is not only engaged in solving problems and developing ideas with a great mathematician, and therefore becoming deeply acquainted with the human activity of mathematical work, but one is also engaged in a kind of reflective thinking or inquiry that ultimately is of the highest importance for one who deals with technical scientific and mathematical work"* (Fried, 2001, p. 402).

[7] Sobre episteme, entende-se como um "conjunto de relações epistemológicas que fundamenta o conhecimento numa determinada época, representando, dessa maneira, as condições de possibilidade discursivas que constituem uma epistemologia" (Beltran, Saito Trindade, 2014, p. 76).

medição, navegação, agrimensura, artilharia, fortificação e mapeamento, em vez de um conhecimento mais filosófico e abrangente do mundo natural (Cormack, 2017).

Dentre os tratados escritos por praticantes de Matemática, o *A Booke Named Tectonicon*, publicado por Leonard Digges (1520-1559), em 1556, foi escolhido para este estudo por ser dedicado à agrimensura, o tratado relata uma sequência de procedimentos envolvendo medidas que evidenciam importantes características do saber-fazer matemático do século XVI. Dentre os instrumentos matemáticos citados no tratado, tem-se a régua de carpinteiro, que, segundo o autor, ainda no frontispício, "apresenta de forma completa a construção da régua de carpinteiro, que contém um quadrante geométrico, e seus muitos usos: incluindo ainda o uso excepcional do esquadro", além de direcionar sua utilização que servia para "a medição de forma precisa e o rápido cálculo de todas as formas de terra, vigas de madeira, pedra, campanários, pilares, globos, etc." (Digges, 1605, frontispício).

Para a construção das escalas na régua de carpinteiro, são empregadas medidas úteis no período, como pés, polegadas, parte de polegadas e polegadas quadradas, entre outras. Já para a conversão de unidade de medidas, os conhecimentos de frações são amplamente utilizados, visto que as "partes das polegadas" requerem uma manipulação de cálculo de proporções utilizando frações.

Dessa forma, este artigo traz uma discussão sobre as potencialidades didáticas para o ensino de frações a partir da construção/graduação[8] da régua de carpinteiro de Leonard Digges (1605), com um encaminhamento pedagógico para o uso na formação de professores que ensinam Matemática. Para isso, foi utilizada uma metodologia qualitativa de cunho documental, visto que o estudo, inicialmente, trata de um texto histórico em inglês do século XVI e XVII, para que, posteriormente, construa-se uma interface, após o tratamento didático, entre a história e o ensino de Matemática.

## 1. COMO CONSTRUIR UMA INTERFACE ENTRE HISTÓRIA E ENSINO DE FRAÇÕES

[8] Considera-se a graduação como um conjunto de divisões em uma escala graduada, por exemplo, em polegadas, centímetros, jardas etc.

O ensino de aritmética tem sido estudo de trabalhos acadêmicos de pós-graduação por diversas décadas[9], principalmente, atrelado ao que corresponde, atualmente, ao Ensino Fundamental – Anos Iniciais (1º ao 5º ano). Entretanto, ao adentar nos Anos Finais (6º ao 9º ano), outros conteúdos são mais bem discutidos, como, por exemplo, as frações, pois estão vinculadas à compreensão de que são representações dos números racionais.

Todavia, nesse cenário, o ensino e a aprendizagem do conceito de frações ainda enfrentam alguns obstáculos. A esse respeito, Silva (1997) destaca o ponto de vista único, a nomeação aleatória e a formalização abusiva, como alguns dos fatores que dificultam o ensino de frações nos Anos Iniciais.

O ponto de vista único, no que se refere ao ensino de frações, consiste em apresentar, de forma elementar, aos estudantes somente a concepção de parte sobre o todo. Enquanto isso, outras noções, como as de quociente e de medidas, deixam de ser expostas e são apresentadas, posteriormente, de modo convencional, alheias a qualquer associação com o cotidiano, com relações concretas ou contextuais.

Já a nomeação aleatória consiste no fato de que "[...] os livros didáticos de forma geral, até a quarta série, introduzem o conceito de fração com vários títulos: fração; números fracionários; número racional" (Silva, 1997, p. 74)[10]. Esse fator pode acabar gerando, no estudante, incertezas e indefinições a respeito do conceito estudado, de maneira que cabe, muitas vezes, ao professor esclarecer o objeto que está sendo discutido.

Por fim, a formalização abusiva apresenta aos alunos "[...] algoritmos para introduzir alguns conceitos como os de equivalência de frações e para as operações" (Silva, 1997, p. 74). Dessa forma, os alunos podem acabar atropelando o processo de perfazer experimentações e verificações, chegando, na maioria das vezes, a uma generalização mecânica e sem reflexão do conhecimento adquirido.

Isso pode ser comprovado em Brasil (2018), no qual pode-se encontrar objetos de conhecimento direcionados a essa temática:

> 6º ano - Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações (Brasil, 2018, p. 300).

[9] Em uma busca rápida na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), com a palavra "ensino de aritmética", em aspas, foram encontradas 68 dissertações e/ou teses de 2006 a 2020, relacionadas a pesquisas envolvendo uma ou mais das quatro operações. A saber, adição, subtração, multiplicação e divisão. Considera-se que esse dado deva ser mais bem estudado e analisado, entretanto, não é objetivo dos autores adentrar nesse assunto no artigo. A pesquisa foi realizada no dia 28 de junho de 2021, às 10:07.

[10] Ressalta-se que essa 4ª série apresentada na citação se refere, atualmente, ao 5º ano do Ensino Fundamental – Anos Iniciais.

> 7º ano - Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador (Brasil, 2018, p. 306).
> 8º ano - Dízimas periódicas: fração geratriz (Brasil, 2018, p. 312).

Tendo em vista que o professor precisa compreender a natureza e o processo da construção do conhecimento matemático, para que, posteriormente, ele busque articular a história e o ensino de frações, a proposta da construção de uma interface entre a história e o ensino de Matemática, sob uma historiografia atualizada, é um caminho que pode ser seguido.

Essa interface pode ser conceituada como um "conjunto de ações e produções que promova a reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático para elaborar atividades didáticas que busquem articular história e ensino de matemática" (Saito & Dias, 2013, p. 91-92). Nesse contexto, a interface busca articular duas áreas de conhecimentos, a História da Matemática e o ensino de Matemática, de modo a realizar um diálogo entre elas, com vista a buscar objetos, a fim de que, a partir deles, possam emergir conhecimentos históricos e matemáticos. Ressalta-se que "este objeto não se confunde com o objeto histórico, uma vez que se orienta para desenvolver outras ações que possibilitem elaborar atividades para sala de aula sem sobrepor temas históricos aos propósitos do ensino" (Pereira & Saito, 2019, p. 347).

Nessa articulação, dois movimentos são realizados: (1) o contexto no qual as ideias estão inseridas e (2) o movimento do pensamento dos conceitos matemáticos. No primeiro movimento, são mobilizadas três esferas: a contextual, a historiográfica e a epistemológica. Segundo Pereira & Saito (2018, p. 113):

> O primeiro está relacionado com o pensamento na formação do conceito matemático. Trata-se de buscar no processo histórico o movimento do pensamento da apreensão do objeto e, portanto, do desenvolvimento do conceito. Esse movimento, que tem por pressuposto o objeto matemático em formação, permite que a formação de ideias componha a lógica do movimento do pensamento. Contudo, para que o lógico não prevaleça sobre o epistemológico e os fundamentos da matemática sobre a própria matemática e suas aplicações, prima-se na construção da interface a busca pelo contexto de formação desses objetos, evitando-se anacronismos e a sobreposição de temas históricas aos propósitos do ensino.

Já o segundo movimento, ou seja, o movimento do pensamento na formação do conceito matemático

> se refere ao contexto no qual os conhecimentos matemáticos foram desenvolvidos, isto é, procura observar agora o conteúdo matemático, método e os motivos por trás da escrita do documento, contextualizando na época em que foi elaborado e, portanto, considerando todas as características de ordem matemática, técnica e epistemológica como propõe uma historiografia contemporânea (Pereira & Saito, 2018, p. 113).

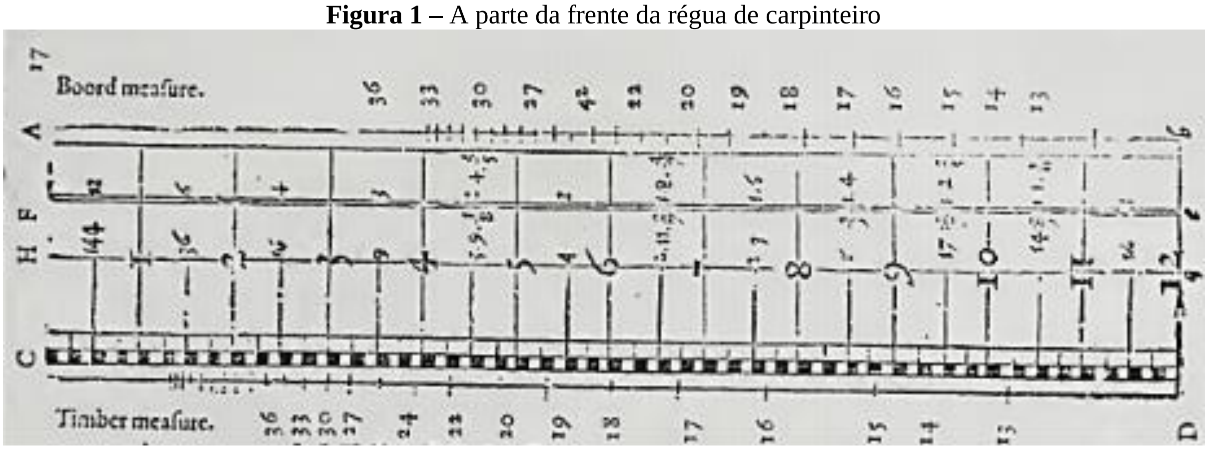
Uma vez realizado o movimento do pensamento na formação do conceito a ser estudado, o formador (pesquisador) consegue elencar algumas potencialidades didáticas articuladas ao ensino do conceito matemático e, de acordo com a sua intencionalidade, elaborar atividades com base em um plano de ação orientado (planejamento e aplicação), tendo em vista a prática em sala de aula.

Nesse sentido, a partir dos dois movimentos realizados no estudo do tratado de Digges (1605), *A Booke Named Tectonicon*, foi possível elencar potencialidades didáticas para o ensino de fração voltado para a formação do professor que ensina Matemática.

## 2. A RECONSTRUÇÃO DA RÉGUA DE CARPINTEIRO DE LEONARD DIGGES (1520-1559)

Conforme citado em Paulino e Pereira (2021a, 2021b), a régua de carpinteiro *(carpenters ruler)* é um antigo instrumento de medição do século XVI, utilizado, principalmente, no ofício de artesão agrimensor. [11]Ela se encontra descrita no tratado *A Booke Named Tectonicon* (1556, 1605), de autoria do inglês, praticante de Matemática, Leonard Digges (1520-1559)[12]. Ela possui dois lados (Figuras 1 e 2), cuja parte da frente (Figura 1), objeto deste artigo, contempla uma régua com várias unidades de medidas, possivelmente utilizada para realizar a medição de pequenas distâncias, como porções de madeira.

**Figura 1 –** A parte da frente da régua de carpinteiro



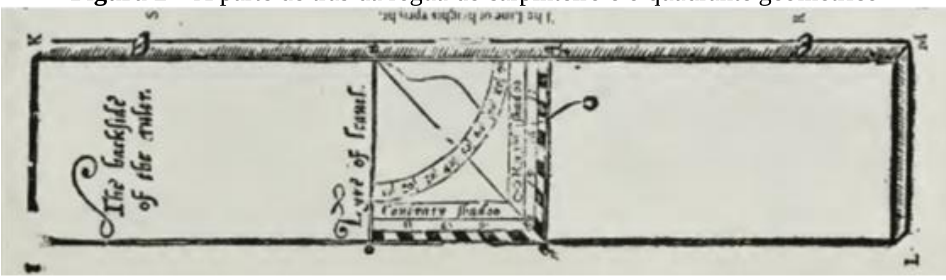

**Fonte:** Digges (1605, p. 17)

[11] Essas pessoas eram, nos séculos XVI e XVII, consideradas praticantes de Matemática, ou seja, homens que implantavam conceitos matemáticos para fins práticos. Eles ganhavam a vida ensinando, escrevendo, construindo e vendendo instrumentos e professavam sua expertise em diversas áreas, especialmente em aplicações matemáticas, como navegação, levantamento, artilharia e fortificação (Cormack, 2017).

[12] Para mais informações a respeito da régua de carpinteiro, vide: Argemiro Filho, Paulino e Pereira (2020) e Paulino e Pereira (2021b).

Na parte de trás, encontra-se esculpido um quadrante geométrico, cuja utilização está associada a um fio de prumo[13], que tinha por objetivo calcular a nivelação de terrenos. Entretanto, Digges (1605) não dá muita ênfase ao processo de construção do quadrante em *Tectonicon*. Segundo Castillo (2016), mais detalhes a respeito dessa construção são dados por ele em outro tratado de sua autoria, denominado por *Pantometria*, publicado pela primeira vez em Londres, no ano de 1571.

**Figura 2 –** A parte de trás da régua de carpinteiro e o quadrante geométrico



**Fonte:** Digges (1605, p. 18)

Provavelmente, os dois lados da régua de carpinteiro eram utilizados em conjunto, visto que o lado de trás, que contém o quadrante geométrico, calcula o nivelamento de um terreno, enquanto a régua da frente pode ser utilizada para medir essa distância. Isso pode ser percebido em Castilho & Santos (2019, p. 89):

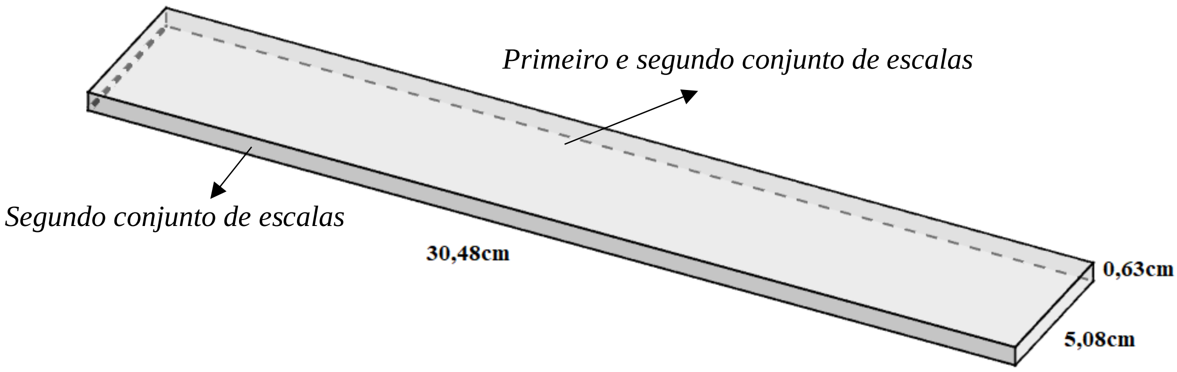
> Uma demanda atendida pelo tratado Tectonicon é quanto a como saber o nivelamento de um terreno em relação a um determinado ponto de observação, já que nos novos territórios descobertos, como os países baixos, e nos pântanos ingleses ter água corrente era de grande importância econômica, e para isso agrimensores com seu conhecimento eram solicitados no auxílio para delinear cursos d'água, construir diques e comportas de contenção para resgatar terras para o plantio.

Logo, neste artigo, será estudada apenas a parte da frente da régua de carpinteiro (*carpenters ruler)* no que se refere à sua graduação, visto que a construção física é de fácil compreensão e não mobiliza muitos elementos matemáticos que envolvem o conteúdo de frações.

Em suma, a régua de carpinteiro, conforme Digges (1605), deve possuir doze polegadas de comprimento por duas polegadas de largura, com um quarto de espessura. Para que o leitor tenha uma ideia comparativa do tamanho da régua, doze polegadas equivalem a uma medida pé, que, no século XXI, possui o valor de 30,48 centímetros (cm). Na Figura 3, é possível visualizar a régua de medidas 30,48cm x 5,08cm x 0,63cm.

[13] O fio de prumo consiste em um cordão com um peso amarrado em uma de suas pontas, cujo objetivo é verificar a vertical ou a perpendicularidade de alguma parede, estaca ou local.

**Figura 3 –** Reconstituição da régua de carpinteiro com unidades de medidas atuais




**Fonte:** Elaborada pelas autoras (2021), baseada na descrição de Digges (1605, p. 17)

Portanto, a régua de carpinteiro tem um tamanho próximo a uma régua escolar de 30 cm, que é utilizada pelo aluno da Educação Básica. Ao se observar as dimensões do instrumento, também pode-se concluir que a régua era um artefato de fácil locomoção, o que facilitava sua utilização, uma vez que não possuía um tamanho muito grande.

Para a graduação da régua, Digges (1605) apresenta quatro medidas: pés, polegadas, parte de polegadas e polegadas quadradas, que possuem dois conjuntos de escalas (Figura 1): a primeira fica na parte superior da régua e é composta por partes e subparte de polegada; e a segunda fica ao lado do primeiro conjunto de escalas e na lateral da régua. Entretanto, neste artigo, não serão apresentadas as medidas graduadas que se localizam na lateral da régua de carpinteiro de Digges (1605).

## 3. PRIMEIRO CONJUNTO DE ESCALA DA RÉGUA DE CARPINTEIRO: ASPECTOS MATEMÁTICOS E DIDÁTICOS

O primeiro conjunto de escalas é graduado de forma linear, fazendo subdivisões em partes iguais. Digges (1605, XII, p.1, tradução nossa) utiliza a polegada como unidade de medida, na qual a régua "[...] está dividida primeiro em doze partes iguais, chamadas polegadas: então cada polegada ao meio, ou duas porções iguais: cada metade em dois quartos: cada quarto em quatro ou duas partes"[14].

[14] Em inglês, lê-se: "[…] is divided first in twelve even parts, called inches: then every inch in half, or two equal portions: each half in two quarters: every quarter in four or two parts at the left" (DIGGES, 1605, XII, p.1).

Percebe-se que, na sua descrição, Digges (1605) orienta a construção da **primeira escala**, que é “dividida primeiro em doze partes iguais, chamadas polegadas”. Como a régua tem tamanho de 12 polegadas, cada parte dessa escala será um doze avos de polegadas (1/12 pol).

Novamente, ele pede para fazer “cada polegada ao meio, ou duas porções iguais”, ou seja, a **segunda escala** será a nova unidade (1/12 pol) dividida em duas porções (partes) iguais: um doze avos de polegadas dividido por 2 partes (1/12 pol dividido por 2), que serão 1/24 polegadas.

Na **terceira escala**, Digges (1605) orienta a divisão com “cada metade em dois quartos”, isto é, a medida encontrada na segunda escala foi 1/24 pol, tomando a metade desse valor (1/24 pol dividido por 2), tem-se 1/48 pol ou a quarta parte da subdivisão da primeira escala, ou seja, 1/12 pol, obtendo 1/12 pol dividido por 4, que resulta em 1/48 pol. Por fim, na **quarta escala**, ele traz “cada quarto em quatro ou duas partes”, isto é, dividir 1/24 pol por 4 ou 1/48 pol por 2, obtendo-se 1/96 pol. Em suma (Tabela 1),

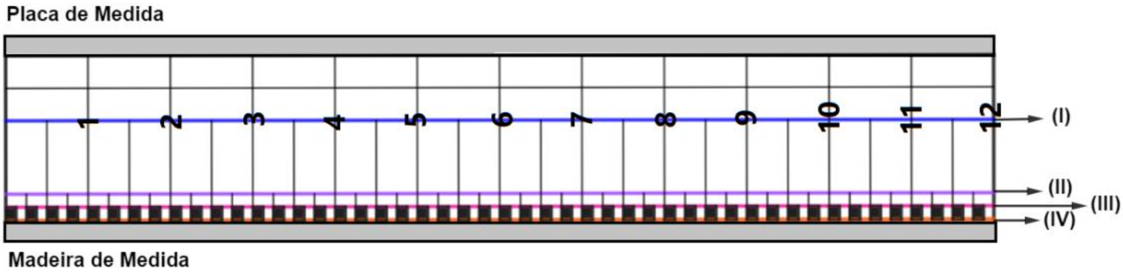
**Tabela 1 –** Esquemas do cálculo do **primeiro conjunto de escala** da régua de carpinteiro

| **Escalas** | **Parte** | **Comparando com a subparte 1/12** | **Comparando com a subparte antecedente** |
|---|---|---|---|
| Primeira escala | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{12}$ |
| Segunda escala | $\frac{1}{24}$ | $\frac{1}{12} \div 2$ | $\frac{1}{12} \div 2$ |
| Terceira escala | $\frac{1}{48}$ | $\frac{1}{24} \div 2$ | $\frac{1}{12} \div 4$ |
| Quarta escala | $\frac{1}{96}$ | $\frac{1}{48} \div 2$ | $\frac{1}{24} \div 4$ |

**Fonte:** Elaborada pelas autoras (2021)

Observando-se a marcação dessas escalas na régua (Figura 4), essa divisão refere-se à subdivisão que é feita partindo-se sempre da “unidade de medida” que antecede cada escala. Tomemos a escala (I), na qual uma parte dela equivale a 1/12 pol. A escala (II) divide a parte da (I) em duas subpartes, que equivalem a 1/24 pol. A escala (III) divide a parte da (II) em duas subpartes, que equivalem a 1/48 pol. Por fim, a (IV) divide a parte da (III) em duas subpartes, que equivalem a 1/96 pol.

**Figura 4 –** Reconstituição da régua de carpinteiro (Parte 1)




**Fonte:** elaborado pelas autoras (2021), baseada na descrição de Digges (1605, p. 17)

Ao comparar-se as partes das escalas a partir de uma unidade de medida padrão, ou seja, 1/12 pol, que é subparte do tamanho total do comprimento da régua, tem-se que: a parte da (II) é a parte padrão dividida por 2, 1/24; a parte da (III) é a parte padrão dividida por 4, 1/48; e a parte (IV) é a parte padrão dividida por 8, 1/96.

Muitas discussões de natureza matemática e didática podem ser desenvolvidas por meio da graduação desse primeiro conjunto de escalas da régua de carpinteiro. Percebe-se que, ao observar-se o artefato de Digges (1605), no sentido de uso para a sala de aula, pode-se direcionar discussões para o uso do conceito de fração relacionado aos significados (parte/todo, quociente), envolvendo, principalmente, a operação de divisão entre fração e número inteiro. Van de Walle (2009, p. 322) ressalta importantes informações nesse aspecto:

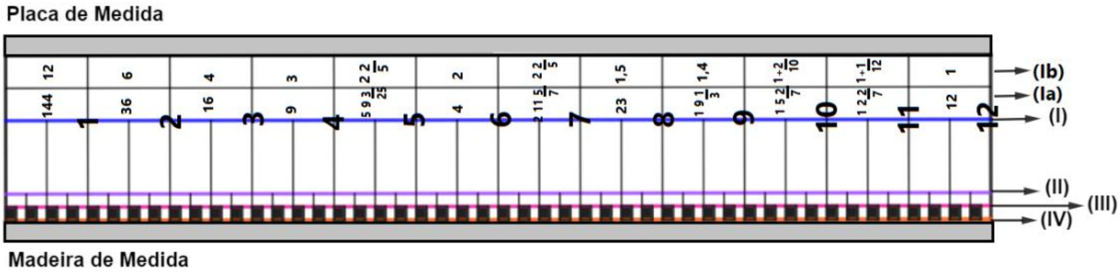
> O denominador de uma fração indica por qual número o todo foi dividido a fim de produzir o tipo de parte sob consideração. Assim, o denominador é um *divisor*. Em termos práticos, o denominador nomeia o tipo de parte fracionária considerada. O numerador de uma fração diz quantas partes fracionárias (do tipo indicado pelo denominador) são consideradas. Então, o numerador é um *multiplicador* – indica um múltiplo da parte fracionária dada.

Nessa perspectiva, esse primeiro conjunto de escala da régua de carpinteiro possibilita discussões didáticas entre o papel do numerador (parte) e do denominador (todo) através do manuseio das divisões das polegadas.

## 4. SEGUNDO CONJUNTO DE ESCALA DA RÉGUA DE CARPINTEIRO: ASPECTOS MATEMÁTICOS E DIDÁTICOS

No segundo conjunto de escalas, Digges (1605) remete-se à tabela de medida da madeira[15], a qual contém relações entre as unidades: pés, polegadas, parte de polegadas e polegadas quadradas, cujas medidas expostas em (Ia) e (Ib) podem ser vistas na reconstrução da régua de carpinteiro (Figura 5):

**Figura 5 -** Reconstituição da régua de carpinteiro (Parte 2)




**Fonte:** Elaborada pelas autoras (2021), baseada na descrição de Digges (1605, p. 18)

Sobre os espaços que estão dispostos na graduação de (Ia), Digges (1605) faz uma relação entre uma medida de pé quadrado (PéQ = Pé x Pé), que equivale a 144 pol e a polegada quadrada (PQ = Pol x Pol). Os detalhes desse cálculo podem ser vistos em Paulino e Pereira (2021b).

$$Ia = \frac{PéQ}{PQ}$$

Já a graduação de (Ib) é a relação entre o tamanho do comprimento da régua, ou seja, 12 pol e a unidade de polegada correspondente ao local da graduação.

$$Ib = \frac{12}{Pol}$$

Por exemplo, observe a linha 5 da Tabela 2 no que se refere ao valor (Ib). O cálculo será a divisão de 12 pol por 5 pol, ou seja,

$$Ib(linha\ 5) = \frac{12}{Pol} = \frac{12}{5} = \frac{10+2}{5} = \frac{10}{5} + \frac{2}{5} = 2 + \frac{2}{5}$$

Percebe-se que, em (Ib), o professor parte de uma fração 12/5 e, utilizando a operação de adição, transforma-a no resultado de 2 inteiros e 2/5 fracionários, ou seja, $2 + \frac{2}{5}$. Esse número pode ser reescrito como $2\frac{2}{5}$, isso significa uma fração mista. Esse processo acontece em vários momentos, conforme pode-se ver na Tabela 2, frações mistas ($2\frac{2}{5}$, 5 $9\,\frac{3}{25}$, 1 $9\frac{1}{3}$, 1 $9\frac{1}{3}$, 1 $2\frac{2}{7}$) e

[15] Para melhores detalhes sobre o processo de construção da tabela de medidas da madeira, vide: Paulino e Pereira (2021a).

representações de números decimais (1,4 e 1,5), que apresentam os resultados das graduações de (Ia) e (Ib), marcadas na régua de carpinteiro (Figura 3).

**Tabela 2 –** Graduações (Ia) e (Ib) da régua de carpinteiro

| Polegadas | Medidas da parte (Ia) | Medidas da parte (Ib) |
|---|---|---|
| 1 | 144 | 12 |
| 2 | 36 | 6 |
| 3 | 16 | 4 |
| 4 | 9 | 3 |
| 5 | c | $2\,\frac{2}{5}$ |
| 6 | 4 | 2 |
| 7 | $2\ 11\ \frac{2}{7}$ | $1+\frac{5}{7}$ |
| 8 | 2 3 | 1,5 |
| 9 | $1\ 9\,\frac{1}{3}$ | 1,4 |
| 10 | c | $1+\frac{2}{10}$ |
| 11 | $1\ 2\,\frac{2}{7}$ | $1+\frac{1}{12}$ |
| 12 | 12 | 1 |

**Fonte:** Elaborada pelas autoras (2021)

Visualmente, parece ser um cálculo simples, no qual Digges (1605) utiliza apena a razão entre duas medidas. É interessante observar que o cálculo das graduações de (Ia) e (Ib) recai, algumas vezes, em uma escrita pouco usual no século XXI, que é a fração mista. Não se sabe por que o autor, por exemplo, utiliza, em (Ib), resultados expressos em representação decimal, como 1,4 e 1,5, assim como não se compreende a representação das frações $1+\frac{5}{7}$, $1+\frac{2}{10}$ e $1+\frac{1}{12}$, visto que também poderiam ser representadas por números decimais[16].O fato é que a produção dessas escalas movimenta conceitos envolvendo representações de frações mistas.

Outro ponto que deve ser visualizado é a estranha nomenclatura de alguns resultados em (Ia), como, por exemplo, $1\ 9\,\frac{1}{3}$, na linha 9. Segundo Paulino e Pereira (2021a), esse resultado está representado em medidas de pés, polegadas e parte de polegadas, ou seja, esse número 1 9

[16] Isso deve ser aprofundado com um estudo sobre a episteme do período, relacionando os conceitos do tratado.

$\frac{1}{3}$ representa 1 pé, 9 polegadas e 1/3 de parte de polegadas. A seguir, apresenta-se o cálculo dessa linha:

$$Ia\ (linha\ 9) = \frac{PéQ}{PQ} = \frac{144}{9 \times 9} = \frac{144}{81}$$

Utilizando-se o algoritmo da divisão de 144 por 81, encontra-se o resultado igual a $1 + \frac{63}{81}$ ou $1\ \frac{63}{81}$ pés, ou seja, 1 pé e 63/81 partes de pé. Entretanto, na tabela de madeira (Paulino; Pereira, 2021a), o autor relaciona o resultado com pés, polegadas e partes de polegada fazendo uma regra de três simples, comparando as medidas: 1 pé está para 12 polegadas, assim como 63/81 de pé está para polegadas,

$$\frac{1}{\frac{63}{81}} = \frac{12}{\text{Polegada}}$$

$$1 \times \text{Polegada} = 12 \times \frac{63}{81}$$

$$\text{Polegada} = \frac{756}{81}$$

$$\text{Polegada} = \frac{729}{81} + \frac{27}{81}$$

$$\text{Polegada} = 9 + \frac{1}{3}$$

Logo, o (Ia) da linha 9 será $\frac{144}{81} = 1$ pé, 9 polegadas e $1/3$ de parte de polegadas. O processo do cálculo de conversão de unidades de medida recai na utilização de conhecimentos que vão além da proporcionalidade e podem recorrer a discussões da própria natureza do número, do seu papel e da sua necessidade no contexto matemático. Dessa forma, percebe-se que o professor pode manipular diversos conceitos relacionados à fração, às operações com elas, aos tipos de frações (própria, imprópria, mista ou aparente), dentre outros.

Compreender a necessidade de conversão das medidas e o seu processo de cálculo está diretamente conectado à utilização dessa régua de carpinteiro, visto que as escalas foram graduadas com o intuito de medir algo. Entretanto, é importante perceber que a condução do professor/formador, nesse processo de graduação das escalas, enfocando, em particular, o estudo das frações, é imprescindível, pois o papel do desenvolvimento de ações interdisciplinares deve ser prioridade, a fim de que essa interface entre a história e o ensino de Matemática aconteça.

Assim, à medida que o professor vai construindo as escalas, ele começa a compreender a natureza e o processo da construção do conhecimento[17] que envolve o significado de fração, relacionando-o com o saber-fazer de um praticante matemático ou um artesão. Não é algo mecânico, ele faz o movimento do pensamento a partir dos conceitos já existentes e apreendidos por ele sobre frações e os reconfigura a partir desse processo apresentado por Digges (1605).

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Incorporar a história no ensino de Matemática, na formação de professores que ensinam Matemática, é algo que precisa ser discutido e repensado constantemente. Dentre os vários meios de inserção, encontram-se os textos históricos, que apresentam a possibilidade de uma articulação entre esses dois campos de conhecimento, de forma que contribuem para o processo de construção de um determinado conhecimento matemático.

A incorporação desses textos históricos na formação do professor pode promover o estudo do processo pelo qual o conhecimento científico passou, compreendendo a sua própria construção. Em particular, *A Booke Named Tectonicon*, de Leonard Digges, versão de 1605, articula conceitos matemáticos em instrumentos que foram fabricados e utilizados no século XVI e XVII, vinculando-os a possibilidades didáticas que desenvolvem ações interdisciplinares, contribuindo, assim, com um novo olhar para o conteúdo já estudado.

Dentre os instrumentos contidos no tratado de Digges (1605), a régua de carpinteiro é um meio para que essas ações sejam colocadas em prática, configurando/reconfigurando conceitos matemáticos, tais como unidade de medida (conceito, tipos, relações etc.) e frações (conceitos, tipo e operações). A partir do estudo aqui apresentado, pode-se levantar questionamentos em torno do ensino de frações no Ensino Básico, que, muitas vezes, é abordado em uma perspectiva mecanicista, visando à generalização de conceitos, tornando, dessa maneira, a construção do conhecimento e os processos que a compõe algo esporádico.

No que se refere às frações incorporadas à régua de carpinteiro, à medida que são graduadas as escalas, conhecimentos podem ser mobilizados, principalmente, no ato da conversão de unidade de medida, como pés e polegadas. Essas conversões atuam no fortalecimento de conceitos envolvendo parte e todo de frações, no conjunto de graduação da

[17] Vide: Paulino e Pereira (2021c).

primeira escala, visto que o tamanho da régua equivale a 12 polegadas. Já na construção do segundo conjunto de escalas, além do uso da nomenclatura de fração mista, os demais tipos de frações também podem ser empregados, assim como no processo de transformações, comparação de unidade, medida de pés para polegadas, entre outros conceitos.

Outro ponto ainda em aberto é o estudo do lado de trás da régua de carpinteiro, que contém um quadrante geométrico, embora já estudado por Castilho (2016), ainda podem ser desenvolvidas atividades que articulem a história e o ensino de Matemática. Além da graduação da régua, também podem ser realizadas atividades de sua utilização a partir das situações propostas no tratado.

Dessa forma, este estudo buscou contribuir para a formação do professor de Matemática, visto que possibilitamos uma discussão tanto epistemológica quanto didática de conceitos com necessidade de aprofundamento, para sua implementação em sala de aula.

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com o apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - Brasil (CNPq).

## REFERÊNCIAS

Brasil. (2018). Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular.* Brasília.

Beltran, M. H. R., Saito, F. & Trindade, L. S. P. (2014). *História da Ciência para formação de professores.* São Paulo: Livraria da Física/Capes/Obeduc.

Castillo, A. R. M. (2016). *Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso do báculo (cross-staff) em A Boke Named Tectonicon de Leonard Digges.* 2016. 121f. Doutorado-Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

Castilho, A R. M. & Santos, Â. M. dos. (2019). Instrumentos matemáticos do tratado *Tectonicon*: uma possibilidade de trabalho em sala de aula. *Matemática & Ciência*, Belo Horizonte, v. 2, n. 2, p. 86-97.

Cormack, L. B.. Handwork and Brainwork: beyond the Zilsel thesis. In: CORMACK, L. B.; WALTON, S. A. & Schuster, J. A. (ed.). (2017). *Mathematical Practitioners and the Transformation of Natural Knowledge in Early Modern Europe***.** Switzerland: Springe, p. 11-36. (Studies in History and Philosophy of Science, 45).

Digges, L. (1556). *A boke named Tectonicon.* London: Iohn Daye.

Digges, L.(1605). *A boke named Tectonicon.* London: Felix Kyngston.

Fauvel, J. & Maanen, J. V. (Org.). (2002). *History in Mathematics Education*: the ICMI study. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Fried, M. N. (2001). Can Mathematics Education and History of Mathematics Coexist? *Science & Education* 10: 391–408.

Fried, M. N. (2014). *Mathematicians, historians of mathematics, mathematics teachers, and mathematics education researchers:* The tense but ineluctable relations of four communities. In M. N. Fried & T. Dreyfus (Eds.). Mathematics & mathematics education: Searching for common ground. Dordrecht: Springer, p. 94 – 98.

Grattan-Guiness, I. (1973). Not from nowhere. History and philosophy behind mathematical education. *Int. J. ME Sci. Tech*., 4, 421-453.

Grattan-Guiness, I. (2004). The mathematics of the past: distinguishing its history from our heritage. *Historia Mathematica*, 31, p. 163-185.

Miguel, A. et. al. (2009). *História da Matemática em atividades didáticas*. 2ed. São Paulo, Ed. Livraria da Física.

Mendes, I. A. (2009). *Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem*. São Paulo: Livraria da Física.

Miguel. A & Miorim, M. (2005). *A História na educação matemática:* propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica.

Paulino, S. de S.; Argemiro Filho, C. F. A. & Pereira, A. C. C. (2020). Alguns aspectos contextuais da régua e do esquadro de carpinteiro no tratado A Booke Named Tectonicon (1556) de Leonard Digges. *Boletim Cearense de Educação e História da Matemática*, [S. l.], v. 7, n. 20, p. 170–180.

Paulino, S. de S. & Pereira, A. C. C. (2021a). Abordagem de conceitos matemáticos por meio da tabela de medidas da madeira de Leonard Digges (1520-1559). Remat: Revista Eletrônica da Matemática, [S.L.], v. 7, n. 1, p. e2007.

Paulino, S. de S. & Pereira, A. C. C. (2021.b). A régua de carpinteiro (escalas) de Leonard Digges (1520-1559) para o estudo de conceitos matemáticos: possível incorporação na educação básica. *Educação Matemática Debate,* [S.L.], v. 5, n. 11, p. 1-17.

Paulino, S. de S. & Pereira, A. C. C. (2021c) Conhecimentos que emergem da régua de carpinteiro de Leonard Digges (1520-1559) a partir da visão dos licenciandos em matemática da UECE. *Boletim Cearense de Educação e História da Matemática*, [S.L.], v. 8, n. 23, p. 1078-1093.

Pereira, A. C. C. & Saito, F. (2018). Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 anos. *Boletim Cearense de Educação e História da Matemática*, [S. l.], v. 5, n. 14, p. 109–122.

Saito, F. (2015). *História da Matemática e suas (re)construções contextuais.* São Paulo: Ed. Livraria da Física/SBHMat.

Saito, F. & Dias, M. S. (2013). Interface entre História da Matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. *Ciência & Educação*, Bauru, v. 19, n. 1, p.89-111. Quadrimestral.

Silva, M. J. F. da. (1997). *Sobre a introdução de número fracionário.* São Paulo: PUC/SP. Dissertação (mestrado em Ensino de Matemática).

Silva, I. C. da & Pereira, A. C. C. (2021). Definições e critérios para uso de textos originais na articulação entre história e ensino de matemática. *Boletim de Educação Matemática – Bolema*, Rio Claro, v. 35, n. 69. p. 223-241.

Taylor, E. G. R. (1968). *The Mathematical Practitioners of Tudor & Stuart England.* Cambridge, Institute of Navigation/Cambridge University Press.

Van de Walle, J. A. (2009). *Matemática no ensino fundamental:* formação de professores em sala de aula. Tradução Paulo Henrique Colonese. – 6. ed. – Dados eletrônicos. – Porto Alegre: Artmed.