ISSN 1983-3156
A2
http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2018v21i2p152-169

# Estudo da continuidade em um contexto de Assimilação Solidária

## Study of continuity in a context of Solidarity Assimilation

EDUARDO RAFAEL ZIMDARS [1]
REGINA HELENA MUNHOZ [2]

**Resumo**

*Este artigo teve como objetivo analisar as possíveis influências da Pedagogia da Assimilação Solidária (AS) no processo de ensino e aprendizagem de continuidade. A AS é uma proposta que visa romper com o ensino tradicional de matemática, proporcionando que os estudantes recebam bônus pelo trabalho de aprendizagem realizado em grupo, determinado por um contrato de trabalho. Cada aula em AS é baseada em uma ficha de trabalho, composta por problemas. Neste artigo, descrevemos, pela pesquisa participante, uma aula em AS sobre continuidade aplicada em uma turma de Cálculo I. Os dados analisados por meio da análise de conteúdo permitiram inferir que a AS possibilita aos estudantes o desenvolvimento da autonomia na aprendizagem, tornando-os corresponsáveis de todo o processo.*

***Palavras-chave:*** *Assimilação Solidária, Continuidade, Intervenção em sala de aula.*

**Abstract**

*This paper aims to analyze the possible influences of the Solidarity Assimilation Pedagogy (SA) in the process of teaching and learning of continuity. The SA is a proposal that aims to break with traditional mathematics teaching, allowing students to receive bonus grades for group learning work unrelated to the assessment grade. The learning work of each class is based on a activity sheets composed of problems on the topic addressed. In this article, we analyze the development of the activity sheets about the continuity of a function, applied in a class of Calculus. The data analyzed through content analysis allowed us to infer that SA allows students to develop autonomy in learning, making them co-responsible for the whole process.*

***Key-Words:*** *Solidarity Assimilation, Continuity, Intervention in the classroom.*

[1] Mestre em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias pela Universidade do Estado de Santa Catarina. Professor do Instituto Federal Catarinense. erzimdars@gmail.com.
[2] Doutora em Educação para a Ciência e Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Professora da Universidade do Estado de Santa Catarina. regina.munhoz@udesc.br.

## Introdução

Atualmente, o ensino do Cálculo Diferencial e Integral (CDI) tem se tornado tema de diversas pesquisas, dissertações, teses e artigos acadêmicos. Essa incidência é justificada pela importância que o CDI assume nas mais variadas áreas de conhecimento, como, por exemplo, aplicações em modelagem de fenômenos, em estimativas, na física, economia, biologia, dentre outras. Como exemplificado em Stewart (2001, p. 9):

> Hoje o cálculo é usado na determinação de órbitas de satélites e naves espaciais, na predição do tamanho de uma população, na estimativa de como aumenta o café, na previsão do tempo, na medida do fluxo sanguíneo de saída do coração, no cálculo de prêmios dos seguros de vida e uma grande variedade de outras áreas.

Paralelo a isso, tem-se constatado um alto índice de não aproveitamento – reprovação – por parte dos alunos ingressantes no Ensino Superior, como mostram as pesquisas[3] de Barufi (1999), Lopes (1999), Rezende (2003) e Henning; Moro; Pacheco (2013) que apresentam dados de diversas Universidades sobre a disciplina de Cálculo. Segundo Pagani e Allevato (2014), esse fato – índices altos de reprovação em CDI – constitui a principal motivação para a maioria das pesquisas na área, que por vezes tem interesse em apresentar alternativas ao ensino tradicional, a fim de minimizar esses índices. Como exemplo, podemos citar a modelagem matemática, história da matemática, resolução de problemas, entre outras (PAGANI, ALLEVATO, 2014).

Além das alternativas comumente abarcadas em pesquisas, o professor Roberto Ribeiro Baldino tem proposto, desde a década de 1980, a Pedagogia da Assimilação Solidária (AS). O objetivo da AS é romper com o Ensino Tradicional Vigente (ETV), caracterizado pela centralidade da aula no professor e no conteúdo e na avaliação da competência final adquirida pelo estudante, sem consideração do processo de aprendizagem (BALDINO, 2001).

Com base no cenário exposto e na experiência dos autores em ensino de CDI, a pergunta norteadora dessa pesquisa é "como ocorre o processo de ensino e aprendizagem do conceito de continuidade de funções de uma variável real, por meio da AS, em uma turma de Cálculo I?". Tendo como objetivo de pesquisa analisar as possíveis influências da AS no processo de ensino e aprendizagem de continuidade de funções de uma variável real. Para tanto, apresentaremos a AS, seus objetivos e princípios; a proposta desenvolvida

[3] Escolhemos estas pesquisas pela expressiva quantidade de dados que apresentam em relação a disciplina de Cálculo I.

para a turma de Cálculo I da Licenciatura em Matemática da UDESC, a metodologia adotada no artigo e para a análise dos dados; a discussão dos resultados, com base na literatura sobre o tema; finalizando com considerações sobre o estudo feito.

## Pedagogia da Assimilação Solidária

A gênese da AS é a crítica ao ETV, ou seja, constitui-se como uma possibilidade de romper com o ensino tradicional de matemática. No ETV, como já mencionamos, o processo de ensino e aprendizagem é centrado no professor e no conteúdo, a memorização é a medida da aprendizagem. Além disso, para Baldino (1994, 1998), existe um contrato de trabalho implícito, mantendo professor e alunos atuando conforme o sistema vigente. Nesse sentido, espera-se, por meio desse contrato, que o professor tenha domínio do conteúdo ministrado, que o aluno participe com perguntas, frequente o mínimo de aulas exigido para aprovação e, principalmente, saiba resolver as questões da prova escrita. Em contrapartida, o aluno espera que o professor não registre suas ausências, o que muitas vezes ocorre; não exija que faça outras atividades além da prova; não faça perguntas. Porém, como este contrato é implícito, acredita-se que o aluno aprovado é aquele que adquiriu o mínimo de conhecimentos necessários, ou seja, o único critério de aprovação é o desenvolvimento de conhecimento na disciplina em questão (BALDINO, 2001).

Dessa forma, Baldino (1998) e Silva (1997), quando propõem a AS, contestam o ETV afirmando que muitos dos alunos aprovados são aqueles que souberam se adequar ao contrato e as regras, sem relação direta com o conhecimento construído: "No ETV alardeia-se a preocupação com a injustiça de reprovar o aluno que sabe, exatamente para desviar a atenção da injustiça que mais se comete, ao aprovar o que não sabe" (BALDINO, 1995, p. 4). Assim, a reprovação tem relação com a não adequação ao contrato implicitamente estabelecido, não apenas com o conhecimento adquirido.

Em oposição a este sistema temos a AS, uma proposta didático-pedagógica centrada em um contrato de trabalho explícito aprovado de forma democrática pelos estudantes. Esse contrato, diferente do ETV, apresenta todos os critérios de avaliação e promoção em sala de aula, podendo ser modificado se a maioria quiser, com exceção de alguns itens substanciais à AS – caso sejam retirados retorna-se ao ETV. Desse modo, o ponto central é que paralelamente a avaliação escrita, o tempo de aprendizagem em grupo seja um critério avaliativo. Desse modo, a sala de aula está em AS se houver: "[...] a medida da duração e a avaliação da qualidade do trabalho de aprendizagem como critério subsidiário de aprovação explícito, independente dos critérios de avaliação de conteúdo" (BALDINO, 2001, p. 2).

O trabalho de aprendizagem é o percurso que se faz para alcançá-la, mesmo que não se chegue ao nível que se espera: "O trabalho produtivo é medido por sua duração, não pela competência matemática atingida, nem pela extensão do assunto coberto (quantidade de exercícios resolvidos, número de páginas lidas, etc.)" (BALDINO, 1998, p. 13). A nota não é dada pelo resultado, mas pela quantidade de tempo despendida para estudar, em coletividade, um conteúdo, discuti-lo e, em partes ou totalmente, entendê-lo. Nesse sentido, a avaliação da AS retrata como o aluno trabalhou e como foi a postura do grupo perante a aprendizagem solidária (ZIMDARS, 2018).

Além disso, outros princípios são substanciais, como a escolha individual dos alunos em participarem ou não da proposta, evidenciando o aspecto democrático da AS. Isso significa que, conforme o contrato estabelece, a avaliação escrita ainda terá peso na nota do aluno, porém em conjunto com a nota dada pelo trabalho de aprendizagem. Logo, o aluno pode optar por ser avaliado apenas pela nota da avalição. Caso participe da AS, o trabalho em sala deverá ser em grupos homogêneos em relação ao conhecimento no campo da disciplina, princípio também fundamental. Isso se faz necessário uma vez que na AS não se tem interesse em cobrir uma quantidade de conteúdos, mas permitir que os grupos discutam problemas que contribuam para construção de conhecimentos relacionados a disciplina. Assim, para que estudem os conteúdos, a dificuldade em resolver os problemas propostos deve ser do grupo e não de alguns integrantes que apenas copiarão as respostas daqueles que já as sabem (BALDINO, 2001; ZIMDARS, 2018).

Ademais, a postura do professor durante a aula também é um princípio inegociável, ou seja, ele atua como mediador das discussões dos grupos, questiona as afirmações e propõe revisões nos problemas e conclusões apresentadas. Esse princípio é resumido como "Aprende-se falando, ensina-se ouvindo" (BALDINO, 2001, p. 13). Assim, o professor permanece durante a aula atendendo os grupos de forma individual, apenas no final, caso seja necessário, resolve algum problema para a sala toda. Também, cabe ao professor, escolher os problemas/exercícios para as aulas, com base no conteúdo que pretende abordar. Esses problemas são apresentados na ficha de trabalho de cada aula, pela qual o professor avalia o desenvolvimento do grupo. Além das fichas de trabalho, cada aula da AS tem uma ficha de sugestões – composta por definições, indicação de bibliografia e exemplos – e uma ficha de respostas – resolução da ficha de trabalho, entregue ao final da aula (ZIMDARS, 2018).

Por fim, a supremacia dos grupos em relação aos indivíduos também é um princípio fundamental. Ele serve para garantir que as decisões sejam tomadas de forma democrática, sem que o professor faça acordos individuais com os estudantes. Nesse sentido, a participação é fundamental na AS, principalmente durante a plenária, momento destinado à discussão do trabalho do dia, modificações/votação das regras do contrato, demais assuntos que possam surgir. A plenária ocorre no final de cada aula, na qual cada participante pode propor modificações no trabalho, temas para as próximas aulas e fazer questionamentos sobre os problemas resolvidos. Sendo que cada modificação, após a discussão, deverá ser aprovada pela maioria presente (SILVA, 1997).

Outros critérios apresentados no contrato são negociáveis, ou seja, dependem das discussões e votações feitas em sala. Para que se entenda quais são estes itens, o leitor pode consultar o quadro 2. A partir dos princípios fundamentais e acordos estabelecidos democraticamente, os grupos recebem a cada aula da AS uma nota pelo trabalho de aprendizagem, que considera a observância dessas regras. Essa nota terá um peso na nota final do trabalho produtivo, que é escolhido por votação durante a plenária, limitando-o em 50%.

## Proposta desenvolvida

Como mencionado, a turma de Cálculo I do curso de Licenciatura em Matemática da UDESC foi o cenário de investigação para uma dissertação de mestrado, na qual foi proposta uma intervenção para o estudo de limites por meio da AS, com os princípios mostrados nas seções anteriores. Essa turma era composta por 37 alunos e foi dividida em equipes de 2 a 4 integrantes, sendo que na presente aula apenas 31 compareceram, formando 10 grupos. Esses grupos foram pré-selecionados pelo pesquisador, no início da intervenção, com base na avaliação anterior, ou seja, foram criados três grandes grupos de acordo com as notas: grupo com notas iguais ou acima de seis, grupo com notas menores do que seis e grupo sem nota na primeira avaliação. A partir disso, sem infringir o princípio de homogeneidade da AS, os próprios estudantes puderam escolher seus grupos. Estes grupos foram nomeados por letras maiúsculas (L, M, N, O, ..., U) e cada integrante pela letra e número, por exemplo, L1, O3 etc.

Conforme prevê a AS, em cada aula os grupos resolvem problemas sobre os conteúdos estudados, propostos pelo professor por meio da ficha de trabalho. Além da ficha de trabalho, há ainda uma ficha de sugestões que indica caminhos e referências para auxiliar os grupos de trabalho nas resoluções e uma ficha de respostas utilizada no final da aula durante a plenária. Ao todo, foram trabalhadas oito aulas, de duas horas/aula cada, para o estudo de limites, das quais analisamos, especificamente, neste artigo, uma aula sobre o conceito de continuidade.

As atividades utilizadas estão presentes na ficha de trabalho 7 – FT7, com o objetivo de trabalhar o tema apresentado. Para isso foram escolhidos quatro problemas. O primeiro apresentava sete funções ou na forma algébrica ou gráfica e pedia para o grupo localizar possíveis pontos de descontinuidade e classificá-los. O problema B trazia cinco gráficos de funções definidas em intervalos numéricos, pedindo para determinar em quais intervalos as funções eram contínuas, dizendo qual condição não era satisfeita em caso contrário. O problema C, composto por duas questões, pedia que, de acordo com as propriedades das funções contínuas, fossem calculados os limites ou imagens da função em um ponto específico. Por último, o problema D, solicitava que os estudantes encontrassem um teorema que é apontado por diversos autores de livros didáticos como consequência direta de funções contínuas em um intervalo fechado, justificando sua importância. Os problemas são apresentados no quadro 1.

Quadro 1: ficha de trabalho 7 – problemas

**A.** Considere as funções abaixo, dadas nas formas algébrica ou gráfica. Determine, caso existam, os pontos de descontinuidade, classificando-os conforme os tipos. Grafique de 1 a 5.

**1.** $f(x) = x^2 + 9$

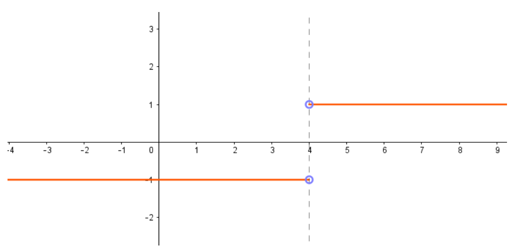
**2.** $f(x) = \dfrac{x^2 - 16}{x^2 - 5x + 4}$

**3.** $f(x) = \dfrac{x-2}{|x-2|}$

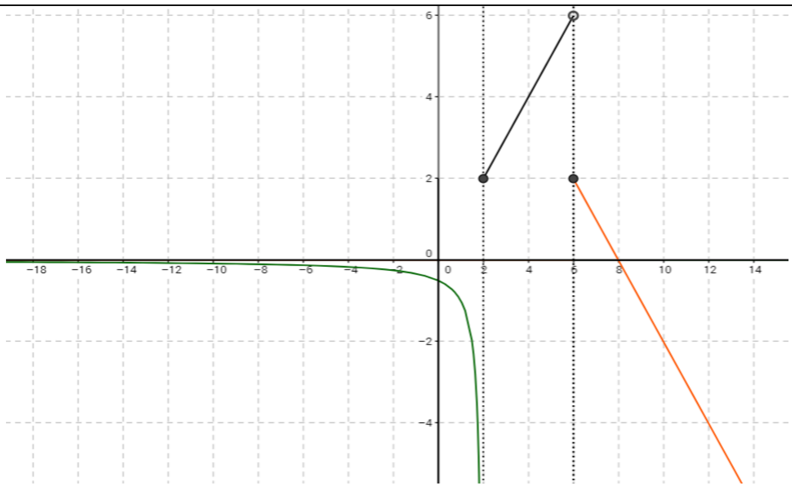
**4.** $f(x) = |x|$

**5.** $f(x) = \begin{cases} 1 + x^2 \, se \, x < 1 \\ 4 - x \, se \, x \geq 1 \end{cases}$

**6.**

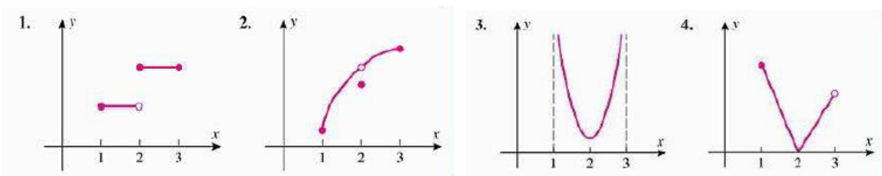


**7.**



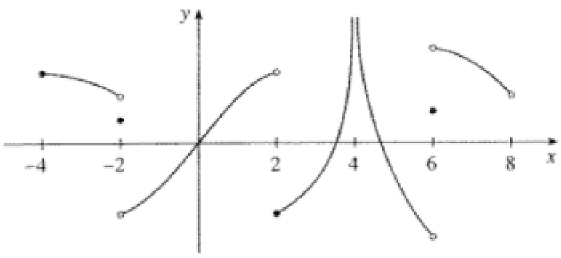
**B.** Análise gráfica:

**1.** Considere os gráficos abaixo, determine o intervalo que as funções estão definidas, e se são contínuas nesse intervalo. Caso não sejam contínuas, determine quais as condições que não são satisfeitas.




*Fonte: ANTON, 2005, p. 144.*

**2.** Estabeleça em quais intervalos f é contínua.



**C**. Aplicando as propriedades das funções contínuas, determine o que se pede.

**1.** Suponha que f e g sejam funções contínuas, tais que f(2)=1 e $\lim_{x\to 2}[f(x)+4g(x)]=13$. Determine *g(2)* e $\lim_{x\to 2} g(x)$.

**2**. Suponha que f e g sejam funções contínuas, tais que f(3)=-2 e $\lim_{x\to 3} g(x)=5$. Encontre $\lim_{x\to 3}[f(x)/g(x)]$

**D.** Diversos autores de livros de CDI apontam um importante teorema como consequência direta da existência de funções contínuas em um intervalo fechado [a,b]. Qual é esse teorema? Qual a importância dele? Exemplifique.

Fonte: dos autores, 2019.

Além da análise da resolução dos problemas apresentada pelos grupos, a AS tem interesse nas relações estabelecidas entre os participantes, o professor e as regras do contrato de trabalho. Dessa forma, é igualmente importante, no contexto da AS, a análise da postura desses grupos em relação à observância das regras preestabelecidas. Os itens analisados nesse sentido são apresentados no quadro 2, que compôs o cabeçalho das fichas de trabalho.

Quadro 2: Regras da AS

| |
|---|
| → Itens individuais (X para sim): ( ) Faltou; ( ) Chegou atrasado; ( ) Saiu mais cedo; ( ) Não trouxe o material de consulta; ( ) Chamou o professor sem consentimento do grupo; ( ) Atrapalhou o rendimento do grupo; ( ) Não conhecia ou desrespeitou o contrato de trabalho; ( ) Falta de comprometimento com a aprendizagem.<br><br>→ Itens do grupo: (marcar a quantidade de ocorrências ou X para sim): ( ) Nem todos os membros sabiam perguntar ou explicar o que já haviam feito; ( ) Não aguardaram a sua vez de atendimento; ( ) Trabalho feito de forma individual; ( ) Algum componente está atrasado ou adiantado em relação ao grupo; ( ) Consultaram a ficha resposta antes de finalizar a atividade; **( ) Tempo de efetivo trabalho (medido em horas).** |

Fonte: dos autores, 2019.

## Percurso metodológico

A metodologia adotada durante o processo, que tem como objetivo analisar quais as possíveis influências da AS na aprendizagem do conceito intuitivo de limites, é qualitativa (FLICK, 2009). Em relação aos procedimentos, é uma pesquisa participante (GIL, 2008), na qual o pesquisador e os investigados atuam de forma conjunta, contribuindo no processo como um todo.

Os dados coletados foram as resoluções das atividades presentes na ficha de trabalho – conforme quadro 1, a observância das regras preestabelecidas no contrato de trabalho – conforme quadro 2 – e a interação entre os estudantes e o professor-pesquisador durante o atendimento aos grupos e na plenária. Para analisarmos estes dados utilizamos a *análise de conteúdo*, proposta por Bardin (1977). Segundo Santos e Dalto (2012), diversos professores e pesquisadores têm desenvolvido seus trabalhos com base na exploração da produção escrita dos alunos. O objetivo dessa metodologia é "a construção de inferências sobre seus conhecimentos, em processos recursivos de construção de unidades de análises e categorizações" (SANTOS; DALTO, 2012, p. 2).

Assim, após a análise a priori, divididos os dados em duas categorias, conforme o quadro 3. A primeira, categoria λ: observância das regras da AS pelos grupos de trabalho, com base no exposto no quadro 2. A segunda, categoria φ: resolução total ou parcial da ficha[4], com as subcategorias φ1: problemas resolvidos corretamente, φ2: problemas resolvidos parcialmente corretos e φ3: ficha totalmente errada. Ressaltamos que essas subcategorias foram utilizadas para analisar os problemas que efetivamente foram resolvidos, uma vez que para a AS não importa a quantidade de questões feitas.

Quadro 3: Categorias e Subcategorias de Análise

| Categorias | Subcategorias |
|---|---|
| λ – Observância das regras da AS pelos grupos de trabalho | - |
| φ – Resolução total ou parcial da ficha | φ1 problemas resolvidos corretamente |
| | φ2 problemas resolvidos parcialmente corretos |
| | φ3 ficha totalmente errada |

Fonte: dos autores, 2019.

## Resultados e discussão

Nesta seção apresentamos os dados e suas respectivas análises. Para isso, conforme a descrição da metodologia, temos duas categorias, λ e φ, que são analisadas nos itens seguintes, assim como os dados gerais da aula.

## Regras da AS – categoria λ

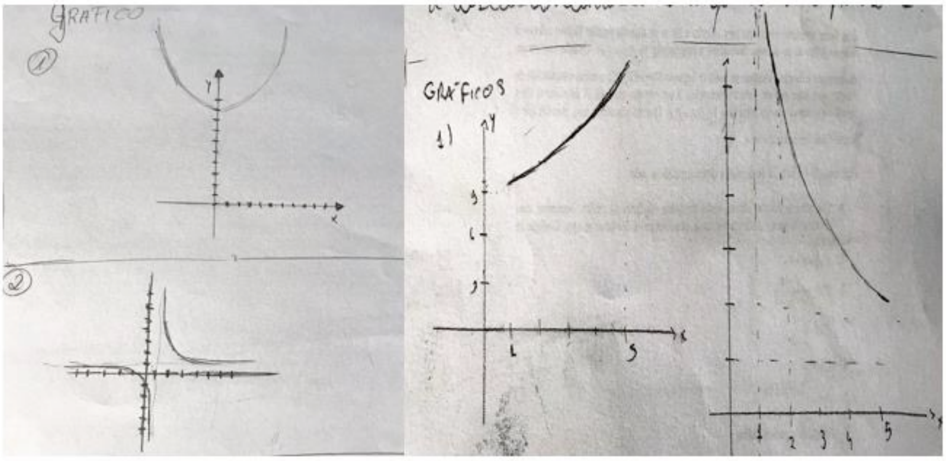
Sobre o cumprimento das regras da AS, conforme o quadro 2, tivemos poucas ocorrências, apenas três grupos – N, Q e U – infringiram alguma regra, de acordo com a análise da FT de cada participante e a percepção do pesquisador enquanto professor. É importante destacar que, segundo Baldino (1998), resolver a FT de acordo com essas diretrizes significa que o grupo trabalhou na perspectiva da AS. Isso mostra que os problemas da FT foram desenvolvidos em conjunto e a interação entre os estudantes, com a mediação do professor, foi uma importante etapa da construção de algum conceito – neste caso o conceito de continuidade.

Já sobre as regras que foram infringidas, especificamente, a dupla N desenvolveu trabalho individual na construção dos gráficos do problema A. Isso foi visto pela forma equivocada que um dos estudantes (N2) fez a representação, como mostra a figura 1, comparando-a

[4] De acordo com a análise, nenhum grupo deixou a ficha totalmente em branco, por isso não consideramos essa possibilidade na categoria.

com a resolução do outro estudante (N4). A dupla U infringiu a mesma regra – trabalho individual. Percebemos essa ocorrência na resolução do problema B, no qual o integrante U1 fez de forma correta, enquanto o U4 se equivocou nas condições de continuidade.

Figura 1: Resolução gráfica do problema A. Participantes N4 e N2, respectivamente.



Fonte: dados de pesquisa, 2017.

Assim, o prejuízo ao resolver o problema individualmente não está relacionado ao erro ou ao acerto da equipe, mas ao fato de terem resolvido sem discuti-lo até que todos chegassem em um consenso, com ou sem a mediação do professor. Desse modo, a equipe poderia apresentar formas de resolução distintas, mas todas – corretas ou não – deveriam convergir para uma mesma conclusão, evidenciando as discussões do grupo. Esse aspecto ainda mostra a importância dos grupos homogêneos, para que os problemas tenham graus de dificuldade parecidos para todos os integrantes da equipe. Caso não se tenha homogeneidade no grupo, eles podem ser reordenados nas próximas aulas em AS de acordo com essa análise da FT, como destaca Zimdars (2018).

Além das duplas, o trio Q descumpriu duas regras. A primeira foi que um dos participantes (Q1) chegou atrasado, sendo punido de forma individual por isso, uma vez que no contrato de trabalho é explicitada a importância da permanência dos grupos no trabalho de aprendizagem durante toda a aula, ressignificando a importância de cumprir os horários da disciplina. A segunda regra descumprida foi em relação a chamar o professor sem o consentimento do grupo. O integrante Q3 apresentou uma dúvida individual em relação a continuidade em intervalos, chamando o professor antes de discuti-la com o grupo. Desse modo, infringiu a regra de forma individual, conforme previa o contrato de trabalho, aprovado pelos estudantes no início da intervenção.

Essa regra, conforme Silva (1997), é importante para garantir que o grupo discuta os problemas da ficha de trabalho e busque estratégias de resolução com base em referências sobre o tema. O grupo pode requerer a presença do professor de forma mais constante se julgar necessário, mas com a condição de que todos saibam explicar o que foi resolvido até o momento e qual a dúvida da equipe, mostrando uma análise e discussão prévia do problema.

Mesmo com essas ocorrências, de modo geral, foi possível constatar que os estudantes compreenderam os fundamentos do contrato de trabalho e, possivelmente, a importância das regras para a construção do conceito de continuidade. Esse cenário foi percebido com base nas intervenções nos grupos e suas colocações a respeito dos problemas, majoritariamente feitas de acordo com o esperado. Logo, criou-se um ambiente com foco nos grupos e no seu desenvolvimento, rompendo com a aula com foco no conteúdo e no professor.

## Desenvolvimento matemático – categoria φ

Em relação ao desenvolvimento dos problemas apresentados no quadro 1, quatro equipes (L, O, P e S) finalizaram todos eles, com resoluções corretas ou incorretas. Tivemos a distribuição dos grupos conforme a quadro 4.

Quadro 4: Classificação dos grupos nas subcategorias de φ

| **Subcategoria** | **Grupos** |
|---|---|
| φ1 problemas resolvidos corretamente | L, N, P, T |
| φ2 problemas resolvidos parcialmente corretos | M, O, Q, R, S, U |
| φ3 ficha totalmente errada | nenhum grupo |

Fonte: dos autores, 2019.

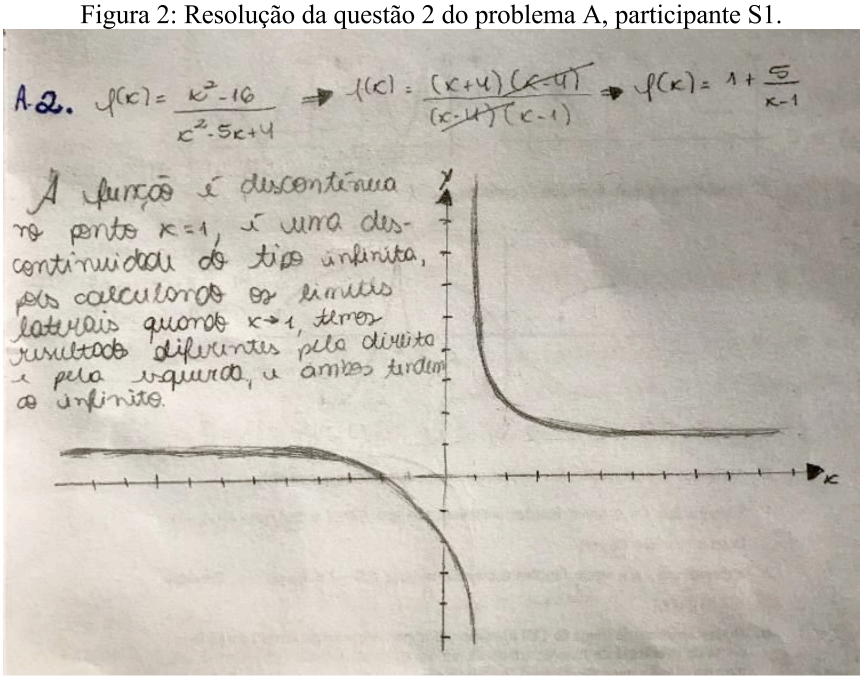
Os grupos L e P resolveram corretamente todos os problemas propostos. No problema A apresentaram todos os gráficos, pontos e tipos de descontinuidade, no B escreveram os intervalos de existência das funções e no C resolveram corretamente aplicando as propriedades. Já no problema D – sobre o teorema do valor intermediário, não explicaram a importância dele para determinar os zeros de uma função e não apresentaram um exemplo. Porém, como nenhuma equipe fez essa parte, consideramos como questão correta para a equipe que reconhecesse qual teorema o problema estava solicitando. Todos os grupos que o resolveram, fizeram de forma similar ao apresentado pela equipe P, escrevendo que:

> *Sujeito P1: É o teorema do valor intermediário que diz que se f é continua num intervalo fechado [a,b], k é um número real, tal que* $f(a) \leq k \leq f(b)$ *ou* $f(a) \geq k \geq f(b)$ *, então existe pelo menos um c pertencente a [a,b], tal que f(c)=k.*

Já a equipe N resolveu apenas as duas primeiras questões do problema A de forma correta, deixando o restante em branco. Enquanto o grupo T resolveu até o item seis do problema A.

Na subcategoria dos problemas resolvidos parcialmente corretos, tivemos as demais seis equipes. Especificamente as equipes R e S tiveram os mesmos erros, em duas questões do problema A: item 2 e item 7. No item dois foi dada a lei de formação de uma função racional, que apresentava dois pontos de descontinuidade: um removível e o outro infinito. Porém, ambas as equipes localizaram apenas a descontinuidade infinita, como vemos na figura 2.

Figura 2: Resolução da questão 2 do problema A, participante S1.




Fonte: dados de pesquisa, 2017.

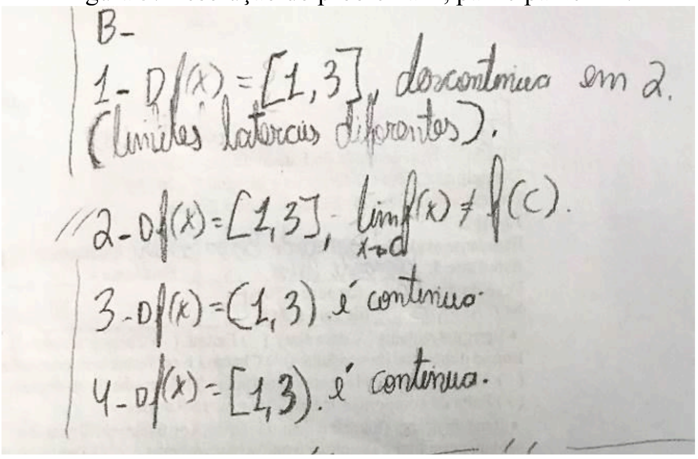
Conforme a resolução mostrada na figura 2, quando os estudantes simplificaram o produto notável presente na função, não analisaram quais eram os valores que zeravam o denominador – um deles era o ponto de descontinuidade removível. Em relação ao item sete do problema A, classificaram uma das descontinuidades existentes de forma errada, concluindo que:

*Sujeito R3: Em x=2 e x=7 existem descontinuidades de salto.*

O que não é correto para *x=2* que apresenta uma descontinuidade do tipo infinita, visto que o limite lateral esquerdo não existe (a função tende a $-\infty$). Excluindo estes erros, a equipe R resolveu toda ficha de forma correta, deixando apenas o problema D em branco. Já a equipe S resolveu corretamente todos os problemas, inclusive o D.

A equipe M não apresentou a descontinuidade removível do item dois, problema A, como mostrado na figura 2. No problema B não classificou o tipo de descontinuidade em cada item, porém a questão não explicitava este pedido, logo foi considerada como correta, a figura 3 mostra a resolução. O problema C foi resolvido corretamente e o D foi deixado em branco.

Figura 3: Resolução do problema B, participante M2.



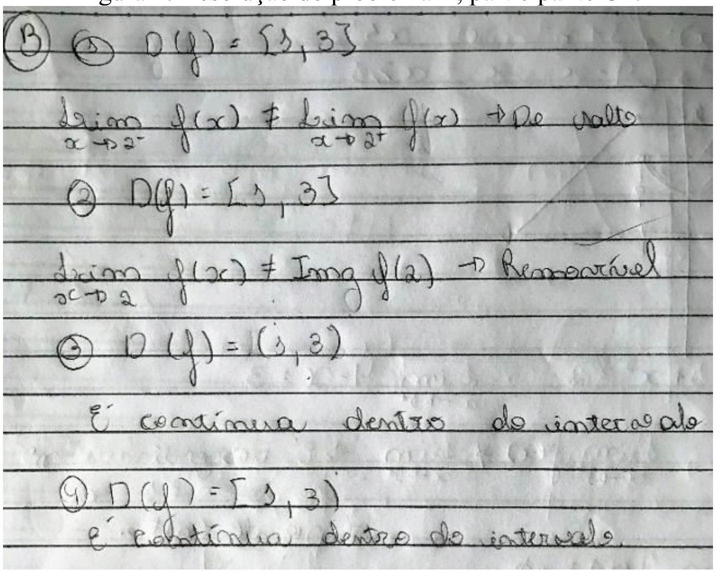

Fonte: dados de pesquisa, 2017.

Ainda nesta subcategoria, o grupo O cometeu o mesmo erro no item sete do problema A – classificou os dois pontos de descontinuidade como do tipo de salto. Além disso, nos problemas A e B acertou a classificação quanto o tipo de descontinuidade, mas não disse sobre qual ponto estava falando, nem ao menos o apontou no gráfico. Ademais, resolveu o restante da ficha de forma correta.

Por fim, os grupos Q e U tiveram erros similares nos mesmos problemas. Ambos resolveram corretamente o problema A, com exceção do item dois, no qual não notaram a descontinuidade removível, como mostrado anteriormente. Também erraram em partes a resolução do problema B, como mostra a figura 4, escrevendo os intervalos, mas deixando de falar dos pontos de descontinuidade – item um e dois. Os demais itens foram deixados em branco por ambos os grupos.

Com base nesses dados, percebemos que a maior parte dos estudantes resolveu de forma correta os problemas. Na maioria das questões resolvidas não percebemos equívocos, o que mostra que foram estudados pelos grupos com apoio em referências diversas. Entretanto, duas questões tiveram maior índice de erros: O item dois do problema A, por conta de a representação gráfica não mostrar o ponto de descontinuidade removível; e o item sete do mesmo problema, pelo fato dos estudantes confundirem o tipo de descontinuidade infinito com o de salto.

Figura 4: Resolução do problema B, participante U4.




Fonte: dados de pesquisa, 2017.

Esses fatos já haviam sido percebidos pelo professor-pesquisador durante as intervenções nos grupos, o que evidencia a importância do professor como mediador na AS. Desse modo, durante a plenária foram discutidos no grande grupo, conforme vemos a seguir. Além disso, os problemas deixados em branco foram discutidos com os estudantes que participaram do ensino remedial, o encontro extraclasse necessário a AS. Esses encontros têm como objetivo que o estudante possa explicar ao professor a resolução dos problemas ou finalizar aqueles deixados em branco.

## Plenária

Nos últimos 15 minutos da aula foi realizada a plenária. Iniciamos indagando a respeito de possíveis colocações acerca dos problemas. Assim, alguns estudantes perguntaram sobre o item dois do problema A, visto as intervenções do professor-pesquisador nos grupos. Logo, foi explicada a questão, dizendo que nesse caso o gráfico não exibe o ponto de descontinuidade removível. Para localizá-lo, o ideal, como se trata de uma função racional, é iniciar encontrando as raízes do denominador. Feito isso, podemos observar que um desses pontos apresenta descontinuidade infinita, podendo ser percebido graficamente e pela definição de continuidade, enquanto o outro é removível, pois o limite bilateral no ponto existe, mas a imagem não. O professor-pesquisador citou outro exemplo similar para explicar esse caso.

Após isso, nenhum estudante perguntou mais nada sobre os problemas. Então foi comentada a resolução da questão sete do problema A, explicando que uma das descontinuidades era do tipo infinita. Em seguida os participantes puderam expor colocações sobre o trabalho do dia, comentários gerais ou propostas para as próximas aulas, mas não houve colocações sobre este dia. Por fim, cada grupo votou o peso da nota do dia, sendo apontados percentuais entre 40% e 50%, sendo escolhido pela maioria o peso de 40%.

Entendemos que, muito embora, nesta aula durante a plenária foi feito apenas um retrospecto do trabalho da FT, é necessário que o professor evidencie e, inicialmente, até instigue os estudantes sobre o papel reflexivo desse momento durante o processo de ensino e aprendizagem. Desse modo, para além do retrospecto, é fundamental que os participantes avaliam o seu desenvolvimento, a pertinência dos problemas propostos pelo professor e até mesmo alterações nas regras do contrato, afirmando a posição democrática da AS durante todos os momentos (BALDINO, 1998).

## Considerações finais

Retomando o objetivo do presente artigo – analisar as possíveis influências da AS no processo de ensino e aprendizagem de continuidade de funções de uma variável real – podemos tecer algumas considerações, com base nos dados coletados e na percepção do professor-pesquisador.

Desse modo, percebemos que a maior parte dos grupos respondeu a FT de modo colaborativo, realizando o trabalho de aprendizagem de forma coerente com a AS. Isso implica que se criou a oportunidade, durante a aula, para que os estudantes se dedicassem ao estudo de conteúdos importantes para a compreensão da continuidade de uma função, considerando as suas dificuldades e tempo necessário para assimilação de conceitos.

Ademais, também percebemos que na AS o estudante é ainda mais responsável pela sua aprendizagem, pelo seu desenvolvimento durante a disciplina e especificamente durante a aula. Dessa forma, os grupos tiveram a incumbência de organizar seu estudo a partir da FT, desenvolvendo conhecimentos acerca dos temas abordados, o que não significa que, necessariamente, tenham estudado todos os conteúdos.

A vantagem percebida, em contraposição ao ETV, é que os grupos que trabalharam de acordo com a AS, tiveram a oportunidade de compreender conceitos importantes abordados na FT. Logicamente os estudados feitos na aula podem não ter sido suficientes para o tema abordado, porém são importantes para o grupo suprir dificuldades e inconsistências. Assim, a AS responsabiliza ainda mais o estudante, uma vez que sua dedicação aos temas abordados na FT não se encerra com o término da aula. Pelo contrário, a partir das discussões com o professor e com o grupo, ele deve dar sequência ao estudo em momentos extraclasse, desenvolvendo a autonomia durante o processo de aprendizagem.

Além disso, percebemos que o trabalho de aprendizagem, realizado nos grupos, teve influência positiva no desenvolvimento do conhecimento dos participantes. A interação entre eles proporcionou que suprissem dificuldades – tanto sobre o conteúdo da aula como de temas anteriores – por meio da discussão e análise dos problemas propostos na ficha. Também, nesse contexto, o professor-pesquisador teve a oportunidade de acompanhar de forma mais próxima o trabalho dos estudantes. Isso foi possível porque, diferente do ETV, na AS o diálogo é constante e a interferência do professor é direta, ou seja, nas necessidades especificas dos grupos.

Com isso, vimos a recuperação do diálogo durante a aula, contribuindo para que os estudantes fossem mais suscetíveis as ideias e opiniões dos demais – condição fundamental na vida social e profissional. Considerando esses aspectos, a aprendizagem de conteúdos matemáticos na AS não é mais isolada, mas atrelada a uma aprendizagem pautada na democracia, pois todos tem oportunidade de expor opiniões – tanto nos grupos como na plenária; na criticidade, uma vez que o trabalho de aprendizagem é avaliado a cada aula pelos estudantes; na atuação social, recuperando o diálogo e consideração das opiniões alheias; e na autonomia da aprendizagem, visto que os estudantes são responsáveis pelo desenvolvimento do grupo.

Acerca do conteúdo matemático específico abordado, entendemos, de acordo com a análise das fichas de trabalho, que foram relevantes para a discussão e construção do conceito de continuidade. Evidentemente, a mensuração dessa aula não deve considerar a quantidade de problemas cobertos pelo grupo, mas a sua interação, comprometimento e postura durante o trabalho de aprendizagem. Caso se queira avaliar a quantidade de acertos/erros estaremos em uma perspectiva do ETV, ou seja, em uma falsa ruptura com esse sistema de ensino.

Por fim, consideramos importante destacar alguns aspectos ao professor que queira utilizar a AS como proposta pedagógica. O primeiro é que sabemos que mesmo com a mediação do professor e análise das FT, alguns estudantes podem criar estratégias que burlem os princípios da AS, apenas para terem o bônus da nota. Entretanto, a conscientização de que esse é um artificio do ETV, também é um dos objetivos da AS.

O segundo é que se torna evidente que a AS modifica tanto as relações entre os indivíduos da sala de aula como a relação entre os estudantes com o conhecimento, porém, como qualquer proposta contrária a ETV, também pode falhar. Isso ocorre quando o estudante não assume a responsabilidade pela sua aprendizagem, ou seja, espera que os artifícios do ETV continuem existindo. Ainda pode falhar quando o professor espera encontrar esses aspectos ou não compreende os objetivos da AS.

O terceiro aspecto é que com a AS não podemos esperar encontrar resultados com apenas uma intervenção, uma vez que se trata de um processo de ruptura com um sistema fortemente estruturado. Desse modo, o professor que utilizar este estudo deve considerá-lo como uma etapa de um processo mais amplo, visto que ocorreu após algumas semanas de convivência com a AS, quando os participantes já estavam mais familiarizados com a proposta.

## Referências


BALDINO, R.R. *Assimilação Solidária onze anos depois*. Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática. Unesp: Rio Claro, 1994.

_________. *Assimilação Solidária*. Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática. Unesp: Rio Claro, 2001.

________. Assimilação Solidária: escola, mais-valia e consciência cínica *Educação em Foco*, Juiz de Fora, Editora da UFJF, v.3, n. 1, p. 39-65, mar. /ago. 1998.

________. *Normas da Assimilação Solidária*. Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática. Unesp: Rio Claro, 1995.

BARDIN, L. *Análise de conteúdo*. Tradução: Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 1977.

BARUFI, M.C.B. *A Construção/Negociação de Significados no Curso Universitário Inicial de Cálculo Diferencial e Integral*. 1999. 195f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de São Paulo, Faculdade de Educação, 1999. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Tese_Barufi.pdf. Acesso em 14/04/2017.

FLICK, U. *Introdução à pesquisa qualitativa*. Tradução Joice Elias Costa. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

HENNING, E; MORO, G; PACHECO, P. *Determining Factors for Success in Differential and Integral Calculus Courses using Logistic Regression Model*. Joinville: UDESC, 2013.

LOPES, A. Algumas reflexões sobre a questão do alto índice de reprovação nos cursos de Cálculo da UFRGS. *Sociedade Brasileira de Matemática*. Rio de Janeiro, n.26/27, p.123-146, jun./dez. 1999. (Matemática Universitária).

PAGANI, E.M.L; ALLEVATO, N.S.G. Ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral: um mapeamento de algumas teses e dissertações produzidas no Brasil. *VIDYA*, 34(2), jul./dez., 2014 - Santa Maria.

REZENDE, W.M. *O Ensino de Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológica*. 2003. 450f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de São Paulo, Faculdade de Educação, 2003. Disponível em: http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-27022014-121106/pt-br.php. Acesso em 14/04/2017.

SANTOS, J.R; DALTO, J.O. Sobre a análise de conteúdo, análise textual discursiva e análise narrativa: investigando produções escritas em matemática. *Anais do V seminário internacional de pesquisa em Educação Matemática*. Rio de Janeiro, 2012.

SILVA, M.R.G. *Avaliação e trabalho em grupo em assimilação solidária: análise de uma intervenção*. Rio Claro, 1997. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual Paulista.

STEWART, J. *Cálculo*. 4. ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2001. 1v, il.

ZIMDARS, E.R. *Pedagogia da Assimilação Solidária: desafios e possibilidades no processo de ensino e aprendizagem de limites*. 242f. Dissertação (mestrado) - Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias, Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2018.

**Texto recebido: 14/06/2018**
**Texto aprovado: 01/05/2019**