A MATEMÁTICA POR TRÁS DA CONSTRUÇÃO FÍSICA E GRADUAÇÃO DA RÉGUA DE CÁLCULO CIRCULAR

Verusca Batista Alves[1]

Ana Carolina Costa Pereira[2]

Resumo: A formação continuada de professores da educação básica tem sido o enfoque de discussões no meio científico. Nesse contexto, a história da matemática pode ser utilizada como um recurso didático diferenciado para tornar a aula mais atrativa e de fácil compreensão. Este trabalho tem o propósito de introduzir ao leitor o conhecimento matemático proveniente do estudo de instrumentos matemáticos, em específico a régua de cálculo circular, detalhando a construção física e a graduação da mesma. Espera-se mostrar uma nova visão sobre a história da matemática, a importância do seu estudo e da sua inserção como recurso em sala de aula para professores e licenciandos de matemática, para que os mesmos possam otimizar a aprendizagem dos seus alunos, retratando a matemática em relação as necessidades e contextualização na qual foi elaborada. Dessa forma, contribuindo na formação inicial e continuada de professores de matemática e expondo uma nova opção de recurso a ser utilizada no ensino, pois, como a fabricação do instrumento requer materiais simples, o estudo enriquece a construção dos conceitos envolvidos.

Palavras-chave: Régua de Cálculo Circular. Logaritmos. Formação de Professores. Ensino de Matemática. História da Matemática.

THE MATHEMATICS BEHIND THE PHYSICAL CONSTRUCTION AND GRADUATION OF THE CIRCULAR CALCULATION RULER

Abstract: The continuing education of primary and secondary school teachers has been the focus of discussions in the scientific environment. In this context, the history of mathematics can be used as a differentiated didactic resource to make the class more attractive and easy to understand. This work has the purpose of introducing to the reader the mathematical knowledge coming from the study of mathematical instruments, in particular the circular slide rule, detailing its physical construction and graduation. It is expected to show a new vision about the history of mathematics, the importance of its study and its insertion as a resource in the classroom for teachers and Mathematics students, so that they can optimize their students' learning, portraying the mathematics in relation to the needs and contextualization from which it was elaborated. Thus, contributing to the initial and continuing education of mathematics teachers and exposing a new resource option to be used in teaching, because,

[1] Mestranda em Ensino de Ciências e Matemática pelo Programa de Pós- graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PGECM do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará – IFCE. Membro do Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática – GPEHMat. Lattes: http://lattes.cnpq.br/0901926010811408

[2] Doutora em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN. Líder do Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática – GPEHMat. Cordenadora de curso de Licenciatura em Matemática da UECE/UAB, Coordenadora do Laboratório de Matemática e Ensino da Universidade Estadual do Ceará. Professora do curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual do Ceará. Lattes: http://lattes.cnpq.br/1062497580478584

since the manufacture of the instrument requires simple materials, the study enriches the construction of the concepts involved.

Keywords: Circular Slide Rule. Logarithm. Teacher Training. Mathematics Teaching. History of Mathematics.

INTRODUÇÃO

A formação continuada de professores da educação básica tem sido o enfoque de discussões no meio científico. Estudos como o de Baroni, Teixeira e Nobre (2004) vêm mostrando a importância da história da matemática na formação do professor. Assim, cursos de extensão que visam introduzir o processo da construção do conhecimento aprimoram as técnicas para o ensino e, consequentemente, auxiliam na aprendizagem dos alunos.

Nesse contexto, a história da matemática vem sendo considerada promissora na formação do conceito matemático. No Brasil, Saito e Dias (2013) buscam aproximar a história da matemática e o ensino por meio de documentos históricos que se configuram como potenciais recursos para a elaboração de propostas didáticas.

Por isso, é necessária uma intervenção que possibilite o acesso a informações aos professores e licenciandos em matemática, de modo a ampliar os recursos que podem ser utilizados pelos mesmos, levando em consideração que a Matemática não deve ser simplesmente algébrica.

Uma das formas de se articular a história da matemática e o ensino é através do estudo de obras e instrumento antigos, como apresentam Castillo e Saito (2016), em publicação a respeito das potencialidades do báculo na elaboração de atividades para o ensino de matemática.

Dessa forma, objetivando introduzir ao leitor o conhecimento matemático proveniente do estudo de instrumentos matemáticos, esse artigo traz a régua de cálculo circular como recurso mediador para o ensino de Logaritmos. Assim, detalhamos a construção física e a graduação da mesma, apresentando a matemática presente no instrumento, bem como a confecção do objeto.

A RÉGUA DE CÁLCULO CIRCULAR

Durante os séculos XV, XVI e XVII, a ciência passou por um período de grande avanço, momento em que a nasceu a Matemática moderna. Nesse período, o clérigo e professor William Oughtred (1574-1660) desenvolveu um instrumento matemático capaz de facilitar os cálculos necessários aos estudiosos da época. Esse instrumento é conhecido atualmente como régua de cálculo e até o início da década de 1970 ainda era utilizada por matemáticos, engenheiros e cientistas. Foi um instrumento útil para os profissionais dessas áreas justamente pela facilidade que oferecia quando era necessário trabalhar com números extensos. A esse respeito, Tanonaka (2008, p.62) menciona a grande importância que a régua teve no passado:

> A régua de cálculo conquistou grande utilidade no cálculo numérico envolvendo multiplicações, divisões, raízes, potências, logarítmos, funções trigonométricas e qualquer outra fórmula numérica passível de transformação em forma logarítmica, e foi muito difundida nas escolas, na técnica e na indústria. Era também muito utilizada por fiscais (coletores de impostos), pedreiros, carpinteiros e engenheiros por ser simples, versátil e realizar cálculos rapidamente e com razoável precisão. Outras utilidades foram agregadas ao uso da régua de cálculo, ainda que, mediante o recurso de outros artifícios, como efetuar operações especiais como a resolução de equações, cálculo com proporções, operações encadeadas, entre outras.

Assim, esse recurso foi muito utilizado na realização de cálculos antes da criação das calculadoras. Com o desenvolvimento dos aparatos facilitadores de cálculo a régua passou a ser obsoleta.

O processo que envolve a criação da régua iniciou-se quando o matemático John Napier elaborou um recurso para o auxílio de cálculos que ficou conhecido como “As Barras de Napier” (Figura 1). Esse dispositivo possibilitou que os matemáticos e cientistas efetivassem suas criações, pois agora tinha em mãos algo que pudesse facilitar os cálculos matemáticos.

Figura 1 – As Barras de Napier (1601-1700)

Fonte: Science Museum. Acesso em: dez 2017.

Esse era o grande objetivo de Napier no final do século XVI, quando ele criou as Barras. Sua grande preocupação era "porque os cálculos eram grandes e difíceis, e freavam o progresso científico" (SOARES, 2011, p. 49). Seu sistema consistia em algo muito semelhante aos Logaritmos que estudamos hoje e, por isso, ele ficou conhecido como o criador do Logaritmo Natural, sendo esse, o maior progresso de sua vida e da Matemática de sua época.

No século XVII, baseado nos estudos de Napier, o matemático Edmund Gunter (1581-1626) criou um dispositivo que ficou conhecido como a escala de Gunter (Figura 2) e que era constituída de uma escala logarítmica. Essa foi muito confundida com a régua de cálculo linear desenvolvida por Oughtred, mas distinguiam-se por uma peça deslizante pertencente à linear.

Figura 2 – Escala de Gunter (1775)

Fonte: Science Museum. Acesso em: dez 2017.

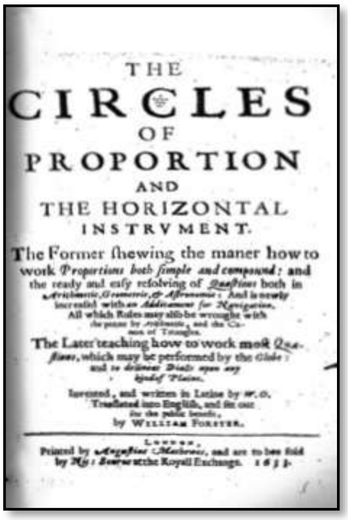
Esse instrumento foi o marco inicial para a criação das réguas de cálculo de William Oughtred. A Escala de Gunter é descrita como

> uma linha reta, com os números dispostos de 1 a 10 de uma extremidade à outra de tal forma que as distâncias ao longo da linha não são proporcionais aos números nele, mas sim os logaritmos dos referidos números. Essas escalas eram dispostas em uma régua de madeira em que cada uma das linhas dava logaritmos de funções trigonométricas. Sua utilização ainda agregava um par de compassos que marcavam adição e subtração das distâncias na escala de acordo com as propriedades dos logaritmos, ou seja, o produto e o quociente dos números (PEREIRA, 2015, p.41).

Essa escala baseava-se apenas na soma de segmentos, pois ao utilizar o compasso, Gunter determinava a distância entre os pontos marcados e com isso conseguia efetuar multiplicações. Apesar de ser útil em seu propósito, o objeto era grande e dificultava seu transporte e manuseio, ainda sendo necessário o uso de uma peça separada, o compasso, para obter os resultados.

Ainda no século XVII, Richard Delamain (1600-1644) “publicou a descrição de sua régua circular em 1630, em Londres, em um panfleto de 32 páginas intitulado *“Grammelogia”* ou o *Anel de Matemática*” (PEREIRA, 2015, p.45). A régua de William só foi publicada em 1632, quando um de seus alunos levou a conhecimento público a obra *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument* (Figura 3) de Oughtred, sendo esta uma de suas mais importantes obras.

Figura 3 – Capa da obra The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument


THE
CIRCLES
OF
PROPORTION
AND
THE HORIZONTAL
INSTRVMENT.
The Former ſhewing the maner how to work *Proportions both ſimple and compound*; and the ready and eaſy reſolving of *Queſtions* both in *Arithmetic, Geometrie, & Aſtronomie*: And is newly increaſed with an *Additament for Navigation*.
All which Rules may alſo be wrought with
The Later teaching how to work moſt *Queſtions*, which may be performed by the *Globe*:
Invented, and written in Latine by W. O.
Tranſlated into Engliſh, and ſet out for the publick benefit,
by William Forster.

Fonte: Oughtred, 2010, contracapa.

A obra contém a régua de cálculo circular, mas não apresenta sua construção. O conteúdo é voltado para questões e suas resoluções utilizando o instrumento. A obra também apresenta toda a descrição da graduação dos círculos presentes em sua régua.

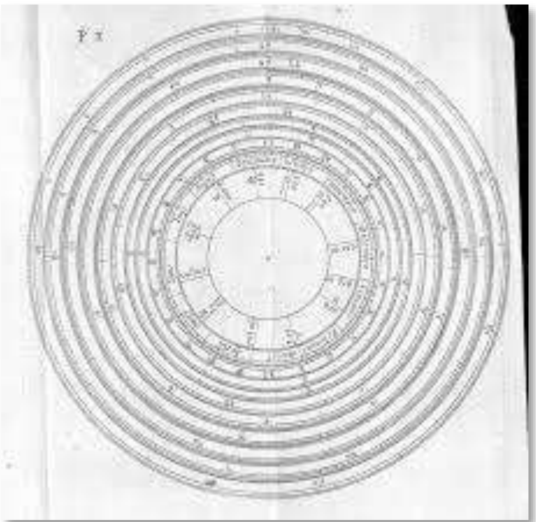
Apesar de sua tardia publicação, sua criação é de 1622 e possuía escalas graduadas que permitiam a quem manuseasse trabalhar com conteúdos matemáticos e astronômicos. A régua passou por uma conturbada criação, mas até que a autoria do instrumento fosse dada a Oughtred, no decorrer da história foi atribuída a outros matemáticos. A confusão ocorreu devido ao atraso em sua publicação. A régua de cálculo circular foi “[...] erroneamente atribuída a Edmund Gunter, Edmund Wingate, Seth Partridge, e outros. Temos sido capazes de estabelecer que William Oughtred foi o primeiro inventor de réguas de cálculo, embora não o primeiro a publicar sobre a mesma[3]" (CAJORI, 1916, p. 47 - tradução nossa). Apesar de historicamente a régua de cálculo circular ter tido sua autoria atribuída a vários matemáticos da época, o instrumento aqui estudado é o de autoria de Oughtred.

Oughtred foi um clérigo e professor de Matemática do século XVII, conhecido pela criação das réguas de cálculo e por suas notações trigonométricas. Também ficou conhecido pela descrição das propriedades dos Logaritmos e determinação da simbologia log para se referir aos Logaritmos.

Em meio aos seus estudos e elaboração da sua régua, Oughtred não tinha o objetivo de publicar a criação do instrumento, pois apenas desejava utilizá-lo com seus alunos a fim de aprimorar os estudos e facilitar os cálculos. Cajori (1916) deixa claro que William Oughtred afirmava não ter criado o instrumento com o objetivo de tornar-se famoso nem tampouco objetivava a publicação, mas sim, para auxiliar os estudantes.

Embora tenha criado inicialmente a régua circular (Figura 4), descrita e publicada em sua obra já citada, o matemático ficou conhecido por sua régua de cálculo linear.

Figura 4 – Régua de Cálculo Circular de Oughtred



Fonte**:** Oughtred, 2010, s/p.

Como mencionado anteriormente, a obra apresenta as graduações dos círculos. A régua de William Oughtred é composta por oito círculos, sendo seis de graduações

[3] It has been erroneously a scribed to Edumund Gunter, Edmund Wingate, Seth Partridge, and others. We have been able to establish that William Oughtred was the first inventor of slide rules, though not the first to publish there on. (CAJORI, 1916, p.47)

trigonométricas, um círculo dedicado aos logaritmos e um círculo graduado com o que o autor chama de números iguais.

Em 1633, outra obra de William intitulada “*Na addition unto the vse of the instrument called the circles of proportion”* foi publicada, “contendo no final uma declaração de duas réguas de calcular, dando a descrição da régua de cálculo retilínea de Oughtred” (PEREIRA, 2015, p.45). Essas obras apresentam questões de navegação, de astronomia e de matemática e descrevem a solução dessas por meio do manuseio das réguas de cálculo.

Com o passar do tempo, as réguas de cálculo foram sendo introduzidas no meio científico e foram, até 1970, as ferramentas de cálculo disponíveis. Toda produção científica, construções de edifícios, projetos de pontes, navegações, projeto de automóveis e aviões utilizavam as réguas para os cálculos.

Ao contrário dos computadores atuais cujo uso é automático e que segue apenas uma série de comandos, precisavam do conhecimento matemático atribuído ao instrumento. Podemos dizer que a régua

> [...] foi o exemplar mais conhecido de um computador analógico. Assim, ela representou uma importante abertura para a aceitação de cálculos artificiais ou cálculos por um computador. Foi também, um elemento importante para o desenvolvimento da profissão de engenharia (TANONAKA, 2008, p.1).

Embora tenha sido importante, com o tempo esse instrumento foi perdendo espaço e foi substituído por máquinas eletrônicas e computadores modernos.

CONSTRUINDO A RÉGUA DE CÁLCULO CIRCULAR: ESCALAS

Com base nos estudos realizados, é possível criar uma régua de cálculo para quaisquer fins desejados. A construção descrita nesse texto é de autoria nossa, pois durante o período de pesquisa para a elaboração deste conteúdo não foi encontrado algum trabalho que apresentasse a construção das escalas presentes nesse instrumento.

Optamos por realizar a construção da régua com escalas logarítmicas de base 10, pois é simples e os materiais necessários são de baixo custo e de fácil acesso. Em nossa construção, sugerimos o uso dos seguintes materiais: compasso, transferidor, lápis e/ou caneta, papel couchê, folha acetato transparente, tacha, fita adesiva (opcional).

Para a construção da régua é preciso o conhecimento prévio sobre setor circular, pois precisamos conhecer o ângulo central correspondente à distância entre dois pontos da circunferência. Sabemos que a área do setor circular é dada por:

$$A = \frac{\theta \times \pi \times r^2}{360°}, \qquad (1)$$

ou também,

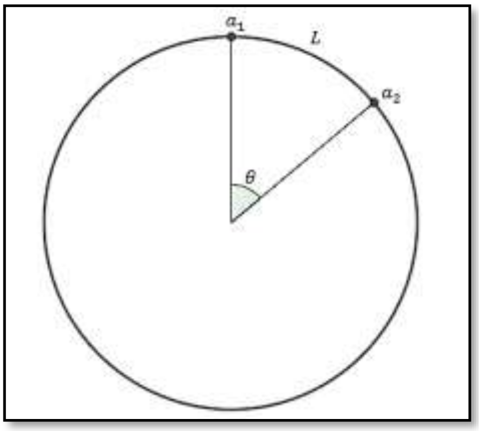
$$A = \frac{r \times L}{2}. \qquad (2)$$

igualando (1) e (2) temos:

$$\frac{r \times L}{2} = \frac{\theta \times \pi \times r^2}{360} \Rightarrow L = \frac{2\theta \times \pi \times r^2}{360° \times r} \Rightarrow L = \pi \times r \times \frac{\theta}{180°},$$

onde θ é o ângulo central entre dois pontos da circunferência, r é o raio e L é o comprimento do setor delimitado por esses pontos, representados por a_1 e a_2 na Figura 5.

Figura 5 – Distância *L*



Fonte: Elaborada pelas autoras.

Como a escala da régua é o logaritmo decimal, ou seja, o comprimento do setor delimitado por um ponto qualquer a da circunferência e o ponto inicial chamado índice será o logaritmo decimal de a. Por exemplo, o comprimento do setor delimitado por a_1 e a_2 representado por L na Figura 5 será o logaritmo de a_2, tomando a_1 como índice.

Portanto, a graduação do círculo externo, que chamaremos de círculo da escala logarítmica, será realizada a partir do ângulo central obtido ao igualar o valor de L ao logaritmo decimal, da seguinte forma:

$$\log_{10} a \ = \pi \times r \times \frac{\theta}{180°}.$$

Tomando um raio de qualquer valor obteremos o ângulo correspondente ao comprimento do setor e assim marcaremos os pontos a_1 e a_2. Destacamos que poderá ser escolhido qualquer valor para o raio, mas deve ser o mais fiel possível na graduação para evitar conclusões errôneas.

No entanto, para a confecção desta graduação, sugerimos o uso do raio de valor 1. Para os cálculos seguintes, foram utilizados $r = 1$ e $\pi = 3{,}14$. Variando o valor de a de 1 até 10, temos:

- $a = 1$:

$$\log_{10} 1 = \frac{3{,}14 \times \theta}{180°} \Leftrightarrow 0 = \frac{3{,}14 \times \theta}{180°} \Longrightarrow \theta = 0°;$$

- $a = 2$:

$$\log_{10} 2 = \frac{3{,}14 \times \theta}{180°} \Leftrightarrow 0{,}301029995 = \frac{3{,}14 \times \theta}{180°} \Rightarrow \theta = 17{,}2565°;$$

- $a = 3$:

$$\log_{10} 3 = \frac{3{,}14 \times \theta}{180°} \Leftrightarrow 0{,}477121254 = \frac{3{,}14 \times \theta}{180°} \Rightarrow \theta = 27{,}3509°;$$

- $a = 4$:

$$\log_{10} 4 = \frac{3{,}14 \times \theta}{180°} \Leftrightarrow 0{,}602059991 = \frac{3{,}14 \times \theta}{180°} \Rightarrow \theta = 34{,}5130°;$$

- $a = 5$:

$$\log_{10} 5 = \frac{3{,}14 \times \theta}{180°} \Leftrightarrow 0{,}698970004 = \frac{3{,}14 \times \theta}{180°} \Rightarrow \theta = 40{,}0683°;$$

- $a = 6$:

$$\log_{10} 6 = \frac{3{,}14 \times \theta}{180°} \Leftrightarrow 0{,}77815125 = \frac{3{,}14 \times \theta}{180°} \Rightarrow \theta = 44{,}6074°;$$

- $a = 7$:

$$\log_{10} 7 = \frac{3{,}14 \times \theta}{180°} \Leftrightarrow 0{,}84509804 = \frac{3{,}14 \times \theta}{180°} \Rightarrow \theta = 48{,}4451°;$$

- $a = 8$:

$$\log_{10} 8 = \frac{3{,}14 \times \theta}{180°} \Leftrightarrow 0{,}903089987 = \frac{3{,}14 \times \theta}{180°} \Rightarrow \theta = 51{,}7695°;$$

- $a = 9$:

$$\log_{10} 9 = \frac{3{,}14 \times \theta}{180°} \Leftrightarrow 0{,}954242509 = \frac{3{,}14 \times \theta}{180°} \Rightarrow \theta = 54{,}7018°;$$

- $a = 10$:

$$\log_{10} 10 = \frac{3{,}14 \times \theta}{180°} \Leftrightarrow 1 = \frac{3{,}14 \times \theta}{180°} \Rightarrow \theta = 57{,}3248°.$$

Para formar um círculo é necessário que a última graduação corresponda ao ângulo central de 360º. Como deseja-se trabalhar com o círculo total e, levando em consideração que a graduação do último logaritmando 10 corresponde ao ângulo central $57{,}3248°$, é necessário calcular os ângulos proporcionais de forma que a graduação desse último seja 360º. Assim temos a seguinte proporção:

$$\begin{array}{ccc} 360° & \rightarrow & 57{,}3248° \\ x & \rightarrow & 1° \end{array}$$

daí,

$$\frac{360°}{57{,}3248°} = \frac{x}{1°} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{360°}{57{,}3248°} \Rightarrow x \cong 6{,}28°.$$

Portanto, para formar um círculo, todos os ângulos obtidos serão multiplicados por $6{,}28$, conforme descrito no Quadro 1. Assim, obtém-se o ângulo necessário correspondente a distância entre os pontos que serão marcados no círculo.

Quadro 1 – Ângulos obtidos através do cálculo de *L*

	Logaritmo	**Grau**	**Multiplicado por $6{,}28$**
$\log_{10} 1$	0	0°	0°
$\log_{10} 2$	0,301029995	17,2565°	108,37°
$\log_{10} 3$	0,477121254	27,3509°	171,76°
$\log_{10} 4$	0,602059991	34,5130°	216,74°
$\log_{10} 5$	0,698970004	40,0683°	251,63°
$\log_{10} 6$	0,77815125	44,6074°	280,13°

$\log_{10} 7$	0,84509804	48,4451°	304,24°
$\log_{10} 8$	0,903089987	51,7695°	325,11°
$\log_{10} 9$	0,954242509	54,7018°	343,53°
$\log_{10} 10$	1	57,3248°	360°

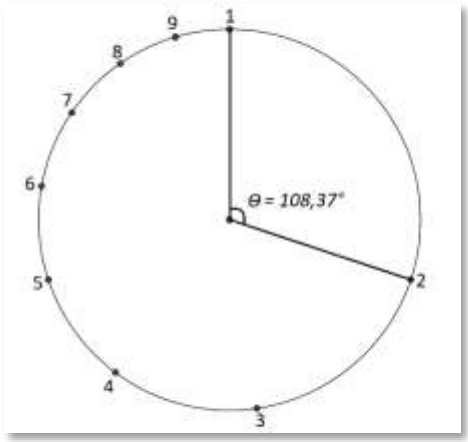
Fonte: Elaborada pelas autoras.

Com os dados do Quadro 1, faz-se a marcação dos pontos no instrumento, que será descrito no tópico seguinte. Deixamos claro que para a construção do Quadro 1 foi utilizada a calculadora tradicional para se obter os resultados mais específicos possíveis. Portanto, os dados aqui expostos estão levando em consideração um valor de aproximação que acreditamos ser o mais adequado para esta construção, pois, mesmo trabalhando com a calculadora, é difícil realizar marcações com tanta precisão.

CONSTRUÇÃO E MANUSEIO

Usando o compasso, faz-se um círculo na folha couchê com raio qualquer, pois o raio usado na fórmula anterior não implica no raio do círculo descrito pelo compasso, mas sugerimos usar um raio que possibilite uma visualização clara da graduação, ou seja, quanto maior o círculo descrito, melhor será a visualização da graduação que será marcada posteriormente. Após a marcação do círculo, usando o transferidor, inicie a marcação dos graus que foram encontrados marcando o logaritmando no círculo, como representado na Figura 6.

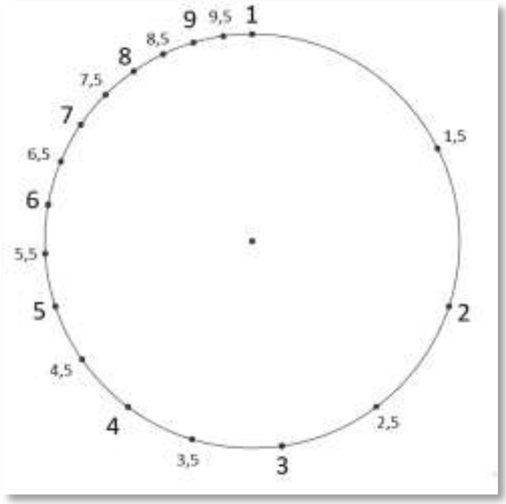
Figura 6 – Marcação da Escala 1: Logarítmica



Fonte: Elaborada pelas autoras.

Após graduar a régua exterior com as marcações principais, sugerimos uma segunda marcação na régua, conforme a Figura 7, para facilitar a realização de cálculos mais específicos. O procedimento para a graduação é o mesmo da graduação descrita anteriormente.

Figura 7 – Marcação da Escala 2: Logarítmica

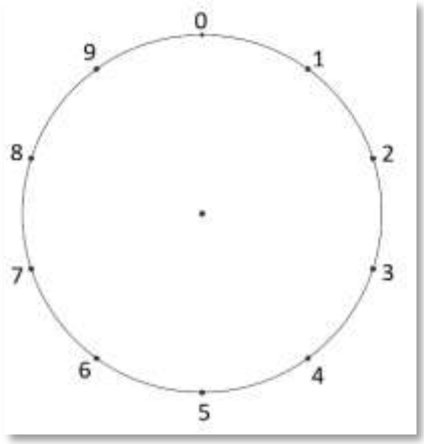


Fonte: Elaborada pelas autoras.

Os cálculos dessa nova marcação são elaborados da mesma forma que os da primeira escala. Como já foi detalhada a forma como obter os valores, não iremos repetir novamente com essa segunda marcação. Esta segunda marcação serve para obter resultados mais precisos quando for feita a utilização da régua, assim, tanto é opcional fazê-la quanto é possível também construir marcações ainda mais precisas.

A próxima etapa é a graduação de um círculo interno ao feito anteriormente, que chamaremos de círculo da escala de números com distâncias iguais, na qual a escala desse círculo é uma distância fixa, ou seja, o ângulo entre os pontos será igual para todas as marcações. Como marcaremos 10 pontos, pode-se concluir que cada ângulo equivale a 36°, a partir disto marcaremos os pontos da mesma forma que marcamos no círculo exterior e o círculo será apresentado conforme Figura 8.

Figura 8 – Escala de números com distâncias iguais

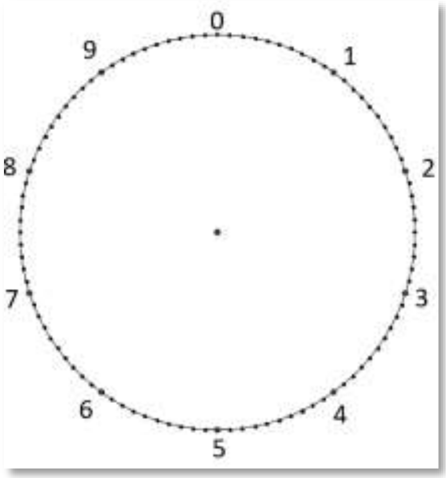


Fonte: Elaborada pelas autoras.

Deixamos claro que a escala de números iguais pode ser um círculo interno ou externo ao círculo que apresenta a escala logarítmica, pois isso não influencia no manuseio do instrumento que será apresentado posteriormente.

Marcamos também nessa escala de números iguais, além da divisão da Figura 8, uma subdivisão para a obtenção de resultados mais precisos. Dividimos cada espaço inicial em 10 subespaços iguais, como mostra a Figura 9.

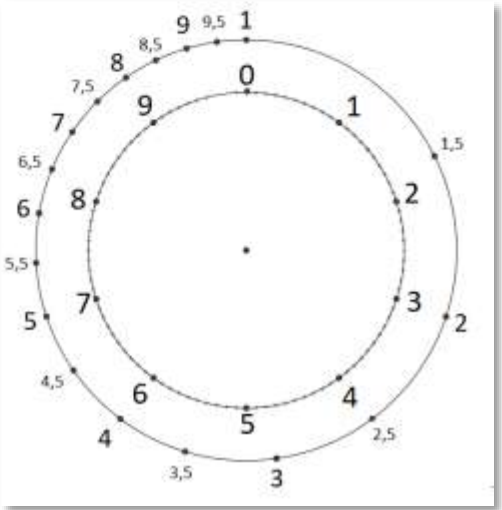
Figura 9 – Escalas de números iguais subdividida



Fonte: Elaborada pelas autoras.

Após a compreensão da marcação das escalas de ambos os círculos tratados até o momento, pode-se perceber que quanto mais detalhada for a graduação, melhores resultados serão apresentados com o manuseio do instrumento. A régua até agora construída deve apresentar-se semelhante à Figura 10.

Figura 10 – Escalas da régua de cálculo circular



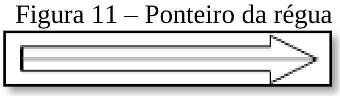
Fonte: Elaborada pelas autoras.

Para finalizar a construção da régua, confeccionaremos dois ponteiros que serão utilizados no manuseio do instrumento. Para isso será utilizado folha acetato transparente, pois sua transparência facilita a visão das marcações graduadas na régua. Ambos os ponteiros devem partir do centro dos círculos até a extremidade do círculo exterior.

Sugere-se para uma melhor visualização, traçar uma linha de uma extremidade a outra com caneta e/ou lápis, pois como os círculos graduados são de tamanhos diferentes, a extremidade da seta estará sempre apontando para o círculo exterior, porém os resultados serão obtidos no círculo interior. Nesse sentido, convém em alguns momentos que a graduação da escala de números iguais também estivesse externa ao círculo dos logaritmandos, como mencionado anteriormente.

Portanto, os dois ponteiros devem ser confeccionados no formato apresentado na Figura 11, para facilitar o manuseio do instrumento aqui descrito.

Figura 11 – Ponteiro da régua

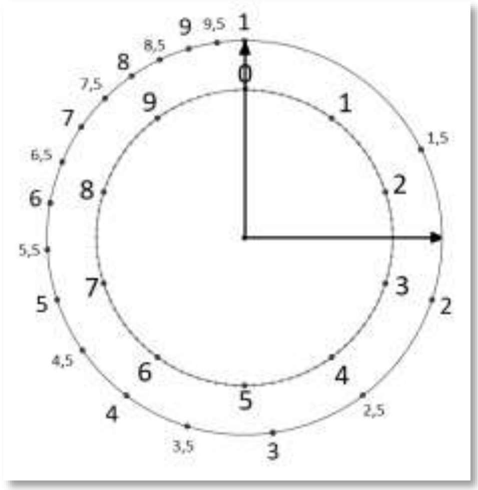


Fonte: Elaborada pelas autoras.

Um círculo pequeno de folha de acetato transparente pode ser confeccionado para facilitar o manuseio dos ponteiros quando necessário fixar uma marcação e fazer a rotação dos ponteiros, pois é dessa forma que serão feitos os cálculos na régua. A sugestão é colocar esse círculo entre a régua e os ponteiros, para que, no momento do manuseio, esses possam ser fixados no círculo com fita adesiva transparente, permitindo fazer a rotação de ambos os ponteiros, mantendo a abertura desejada entre os mesmos. Essa confecção tem o cunho de propiciar precisão e facilidade em manter as aberturas entre os ponteiros, portanto consideramos opcional. Por fim, basta utilizar a tacha para fixar os ponteiros na régua.

A Figura 12 mostra como a régua deve apresentar-se ao final da construção e da marcação da graduação. Lembramos que a construção deve ser feita com cautela para evitar erros de conclusão no manuseio.

Figura 12 – Régua de cálculo circular com ponteiros



Fonte: Elaborada pelas autoras.

É possível, além da escala logarítmica, como foi apresentado na régua de William Oughtred, que uma mesma régua possa apresentar diferentes escalas, mas, sugerimos que a construção seja apenas da escala logarítmica, já que o objetivo a princípio é tratar do conteúdo de Logaritmos, portanto a régua apenas necessita da escala aqui detalhada.

Após a construção, trataremos do manuseio da régua. O instrumento utiliza das propriedades[4] dos logaritmos para operar. "Sendo a e b números reais e positivos, com $a \neq 1$, chama-se *logaritmo de* b *na base* a, o expoente que se deve dar a base a de modo que a potência obtida seja igual a b." (IEZZI, DOLCE & MURAKAMI, 1977, p. 51B), podemos resumir a partir da definição as seguintes propriedades dos logaritmos:

1) Logaritmo do produto em símbolos:

$$Se\ 0 < a \neq 1, b > 0\ e\ c > 0, então\ \log_a(b.c) = \log_a b + \log_a c.$$

2) Logaritmo do quociente em símbolos:

[4]Não é nosso objetivo demonstrar as propriedades partindo da definição. Ver Iezzi, Dolce e Murakami (1997, p. 56B- 61B)

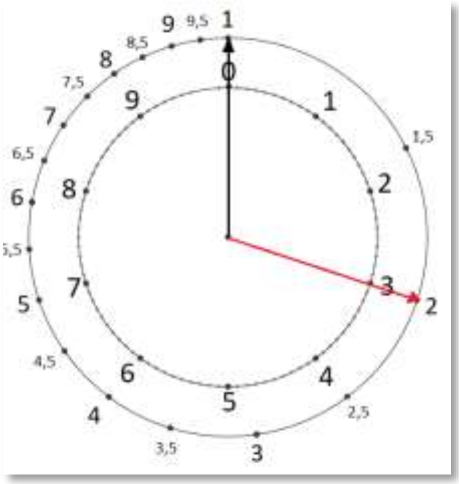
$$Se\ 0 < a \neq 1, b > 0\ e\ c > 0, então\ \log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c.$$

3) Logaritmo da potência em símbolos:

$$Se\ 0 < a \neq 1, b > 0\ e\ c > 0, então\ \log_a(b^\alpha) = \alpha\log_a b.$$

Partindo das propriedades, é possível fazer o manuseio da régua. Por exemplo, para operar, $\log_{10} 2 + \log_{10} 3$, iremos levar em consideração a primeira propriedade dos logaritmos citada anteriormente. Para operar, alinhe o primeiro ponteiro no número 1 na escala logarítmica e o segundo ponteiro no número 2 também na escala logarítmica, como mostra a figura 13. A distância entre os ponteiros irá representar o $\log_{10} 2$.

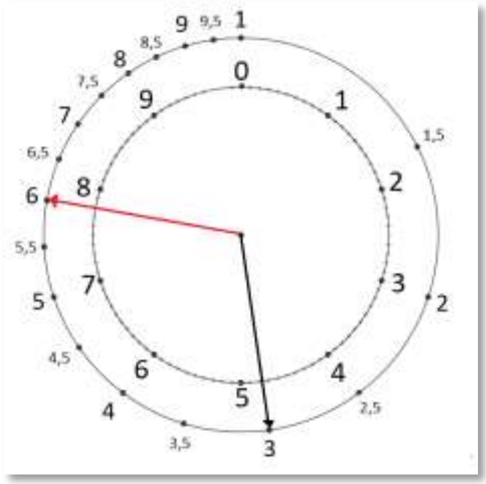
Figura 13 – Marcação do $\log_{10} 2$ na régua



Fonte: Elaborada pelas autoras.

Mantendo essa distância entre os números 1 e 2, leve o primeiro ponteiro, aquele que está apontando o número 1, até o número 3 na escala logarítmica e o segundo ponteiro, que apontava para o número 2, apresentará o produto de 2 por 3 na escala logarítmica. Assim, o resultado procurado deverá ser 6 na escala logarítmica. Logo abaixo ao número 6, na escala de números iguais, o segundo ponteiro deverá estar em cima do valor correspondente a essa opção. Veja a Figura 14.

Figura 14 – Resultado da Operação $\log_{10} 2 + \log_{10} 3$



Fonte: Elaborada pelas autoras.

Deve-se levar em consideração outro conteúdo tratado ao ensinar os Logaritmos: a mantissa e a característica[5]. A régua apresentará o valor da mantissa do logaritmo calculado. Assim, quanto aos valores apresentados na régua, esses devem ser lidos como valores após a vírgula. Por exemplo, ao alinhar um dos ponteiros ao $\log_{10} 2$, o resultado obtido na régua será aproximadamente 3. Mas ao realizar o cálculo em uma calculadora, sabemos que o $\log_{10} 2$ é aproximadamente 0,30. Assim, devemos ler os resultados obtidos como números após a vírgula.

Para encontrar a característica, basta subtrair 1 da quantidade de algarismos do número. Por exemplo, em $\log_{10} 20$, a característica é 2-1, pois tem dois algarismos menos um. Em $\log_{10} 200$, a característica é 3-1. Por esse motivo, pode-se verificar que $\log_{10} 2$, $\log_{10} 20$, $\log_{10} 200$ e assim por diante, diferem-se somente pelo valor da característica.

Portanto, a régua não se limita a oferecer resultados somente até o $\log_{10} 10$. Também podemos destacar nesse momento uma vantagem do instrumento sobre o manuseio, pois o aluno que estiver lidando com a régua de cálculo estará constantemente raciocinando, baseando-se no conteúdo de Logaritmos.

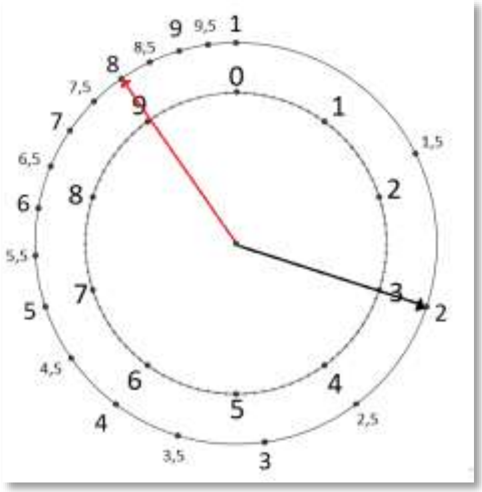
Continuando com o exemplo inicialmente citado, na operação realizada obtemos que $\log_{10} 2 + \log_{10} 3 = \log_{10} 2.3 = \log_{10} 6$, que na calculadora temos 0,778. Como a característica do $\log_{10} 6$ é zero, então o valor correspondente a $\log_{10} 6$ obtido na régua é aproximadamente 0,778.

No caso da operação inversa, utilizando outro exemplo, $\log_{10} 8 - \log_{10} 2$, posiciona-se o primeiro ponteiro no número 8 na escala logarítmica e o segundo ponteiro no número 2

[5] Ver Iezzi, Dolce e Murakami (1997, p. 110B).

na escala logarítmica, mantendo a abertura, leve o segundo ponteiro, aquele que estava apontando para o número 2, até o número 1 na escala logarítmica e a resposta será mostrada no primeiro ponteiro na escala de números iguais, que no caso, deverá mostrar o $\log_{10} 4$. Veja a Figura 15.

Figura 15 – Operação $\log_{10} 8 - \log_{10} 2$



Fonte: Elaborada pelas autoras

Da mesma forma como procedemos anteriormente, o ponteiro irá mostrar aproximadamente o valor 6 no círculo interno. Porém, como já mencionado, este valor corresponde a mantissa, logo sabe-se que $\log_{10} 4$ vale aproximadamente 0,60.

ATIVIDADES COM A RÉGUA DE CÁLCULO CIRCULAR

Para a aplicação do instrumento em sala de aula, sugerimos que este pode ser inserido das seguintes formas:

- O professor pode levar vários exemplares confeccionados para sala de aula e sugerir o manuseio por parte dos alunos. Esta possibilidade está diretamente ligada ao conteúdo de propriedade dos Logaritmos, pois uma das atividades que o professor poderá adotar em sala é a verificação das propriedades por meio do instrumento;
- O professor poderá confeccionar o material junto com seus alunos e realizar o manuseio de acordo com o item anterior. É possível também, de acordo com o desejo do professor, realizar um estudo de problemas que possam ser solucionados através do instrumento.

Das opções citadas, o professor pode além de tratar do conteúdo de Logaritmos, fazer uso da história da matemática, contextualizando sobre o século XVII que corresponde ao instrumento e ao conteúdo, fazendo uma análise histórica e social da época.

Com isso, são várias as possibilidades de uso da régua de cálculo circular para o ensino dos Logaritmos, sendo essa uma opção viável ao professor e vantajosa para os alunos que podem ter a possibilidade de trabalhar com o instrumento.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A história da matemática abre diversas oportunidades para o professor exercer sua função. Para isso, o professor deve ter conhecimento sobre o que deseja lecionar, tanto no âmbito matemático quanto histórico, pois sem isso, poderá cometer erros que lhe tragam resultados inesperados em sala, como por exemplo, a rejeição dos alunos ou a dificuldade de aprendizagem dos mesmos.

Dentre essas possibilidades, destacamos o ensino através do uso de instrumentos matemáticos históricos, especificamente a régua de cálculo circular quando se trata do ensino de Logaritmos. Por meio da régua, o professor poderá contextualizar, justificar e demonstrar o conteúdo de forma simples, tornando a aula prazerosa e de fácil entendimento.

Dessa forma, o conteúdo deste artigo pretendeu apresentar uma breve introdução a respeito do instrumento matemático, oferecendo ao professor um recurso mediador para o ensino de Logaritmos. Vislumbramos que esse conteúdo contribua para que os professores possam ampliar seus recursos em sala de aula.

REFERÊNCIAS

BARONI, Rosa Lúcio Sverzut; TEIXEIRA, Marcos Vieira; NOBRE, Sergio Roberto. A Investigação Científica em História da Matemática e suas Relações com o Programa de Pós-Graduação Em Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Orgs.). **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p. 164-185.

CAJORI, Florian. **William Oughtred, a Great Seventeenth Century Teacher of Mathematics.** Chicago: The Open Court Publishing Company, 1916.

CASTILLO, Ana Rebeca Miranda; SAITO, Fumikazu. Algumas considerações sobre o uso do báculo (baculum) na elaboração de atividades que articulam história e ensino de matemática. In: SALAZAR, Jesús Flores; GUERRA, Francisco Ugarte. **Investigaciones Em Educación Matemática**. Lima: Fondo Editorial Pucp, 2016. p. 237-251.

Gunter Scale. Science Museum. Disponível em <https://collection.sciencemuseum.org.uk/objects/co55876/navigators-gunter-scale-gunter-scale> Acesso em 10 dez. 2017.

OUGHTRED, William.**The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument.** Londres: EEBO Editions, 2010.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de Matemática Elementar**: Logaritmos. 3. ed. São Paulo: Atual Editora, 1977.

Napier's bonés. Science Museum. Disponível em <https://collection.sciencemuseum.org.uk/objects/co60079/napiers-bones-napiers-bones>. Acesso em 10 dez. 2017.

PEREIRA, Ana Carolina Costa. **Aspectos históricos da régua de cálculo para a construção de conceitos matemáticos**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação**, v. 19, n. 1. p. 89-111, 2013.

SOARES, Evanildo Costa. **Uma investigação histórica sobre os logaritmos com sugestões didáticas para a sala de aula**. 2011. 141 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2011.

TANONAKA, Elisa Missae. **A Régua de Cálculo:** Uma contribuição de William Oughtred para a Matemática. 2008. 103f. Dissertação (Mestrado em História da Ciência) – Departamento de História da Ciência, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.