

Matemática Escolar, Matemática Acadêmica e Matemática do Cotidiano: uma teia de relações sob investigação

Maria Manuela David
Plínio Cavalcanti Moreira
Vanessa Sena Tomaz

RESUMO

Neste artigo, apresentam-se as ideias gerais em torno das quais vem se constituindo e se desenvolvendo um programa de pesquisas sobre as práticas escolares e a formação de professores de matemática, idealizado por um grupo de pesquisadores da área de Educação Matemática da UFMG e da UFOP. O foco central dos estudos desenvolvidos dentro do programa são as relações entre a matemática escolar, a matemática acadêmica e a matemática do cotidiano, bem como suas implicações na configuração dos saberes profissionais docentes e na formação do professor. Através da descrição de algumas das pesquisas já desenvolvidas, procura-se mostrar um pouco dos caminhos percorridos pelo grupo (incluindo o percurso por diferentes referenciais teóricos, na medida das necessidades e das limitações percebidas) e alguns dos resultados encontrados até agora. Esses resultados mostram aspectos da complexidade das relações entre a matemática escolar, a matemática acadêmica e a matemática do cotidiano e indicam que é fundamental conhecer o que o professor faz em sala de aula e que dificuldades vivencia em seu fazer, para que, a partir daí, possamos estruturar de forma mais robusta e fundamentada os saberes de sua formação profissional.

Palavras-chave: Educação matemática. Formação de professores. Matemática escolar. Matemática acadêmica. Matemática do cotidiano. Teoria da atividade.

School Mathematics, Academic Mathematics and Everyday Mathematics: A network of relations under investigation

ABSTRACT

In this article, we present general ideas around which a research program on mathematics teacher education has developed by collaboration between Mathematics Education researchers from both UFMG and UFOP. The studies within this program focus mainly on the relations between school mathematics, academic mathematics and everyday mathematics, as well as on their implications on understanding what constitutes mathematics teacher professional knowledge and, potentially, on

Maria Manuela David é Doutora em Educação (Universidade de Londres), Professora Titular, UFMG, FaE, Departamento de Métodos e Técnicas de Ensino. Endereço para correspondência: Morro do Cruzeiro, Ouro Preto/MG. CEP: 35400-000. E-mail: manuelamsdavid@gmail.com

Plínio Cavalcanti Moreira é Doutor em Educação Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Professor Adjunto, Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), ICEB, Departamento de Matemática. Endereço para correspondência: Morro do Cruzeiro, Ouro Preto/MG. CEP: 35400-000. E-mail: plinio@ufmg.br

Vanessa Sena Tomaz é Doutora em Educação (UFMG), Professora Adjunta, UFMG, FaE, Departamento de Métodos e Técnicas de Ensino. Endereço para correspondência: Morro do Cruzeiro, Ouro Preto/MG. CEP: 35400-000. E-mail: vanessastomaz@gmail.com

the design of mathematics teacher education curricula. By describing some of the works already developed, we trace our way through different research interests and the corresponding theoretical frameworks, as well as present some of our findings along the research avenues we have been exploring. These findings reveal some aspects of the complexity of the relations between school, academic and everyday mathematical practices and reinforce the importance of the analysis of what teachers do in classrooms and what kind of difficulties they face while doing what they do, in order to design a sounding process for preparing professionals to teach mathematics at school level.

Keywords: Mathematics education. Teacher education. School mathematics. Academic mathematics. Everyday mathematics. Activity theory.

INTRODUÇÃO

Até nos reunirmos no grupo de pesquisa de que hoje participamos, nós, os autores deste texto, fomos tomando parte, cada um a seu modo, em dois movimentos que acabaram por nos conduzir na direção do programa de pesquisas que desenvolvemos atualmente e que queremos descrever, em suas linhas gerais, neste artigo. Num primeiro movimento, partimos do trabalho com pesquisas focadas em aspectos micro da aprendizagem em sala de aula de matemática da escola e fomos caminhando, gradativamente, em direção à construção de uma perspectiva mais abrangente, a partir da qual pudéssemos desenvolver uma visão operacionalmente interessante da atividade matemática escolar. Para avançar na configuração dessa visão, fomos levados a considerar, além dos aspectos relativos à aprendizagem dos alunos, os relativos à prática de ensino dos professores, desde as estratégias didáticas utilizadas até a busca de sentido para o conhecimento matemático que é objeto de trabalho na educação escolar, entre outros. Paralelamente, num segundo movimento que pode ser considerado um deslocamento particular dentro do primeiro, partimos das questões específicas enfrentadas pelo professor de matemática em sua prática profissional na escola, para focalizar os saberes especificamente associados ao exercício dessa prática e, em estreita relação com estes, os saberes especialmente relevantes para o processo de formação do professor da Educação Básica.

Observa-se assim que, desde o início, valorizamos as questões vinculadas diretamente à sala de aula e os estudos e pesquisas centrados na questão da aprendizagem e do ensino de matemática na escola. Ainda que a promoção de acesso social generalizado a uma educação matemática básica de qualidade seja condicionada fortemente por fatores que ultrapassam o ambiente restrito da sala de aula e da própria escola, entendemos que, como educadores matemáticos, temos um trabalho importante a fazer nesse espaço particular e específico de atuação, juntamente com os professores e com a comunidade escolar em geral. Além disso, entendemos que muitas das mudanças mais significativas que precisam ocorrer na educação matemática escolar, tais como aquelas necessárias no campo da formação de professores e das referências curriculares para a educação básica, devem estar estreitamente articuladas com (e melhor informadas por) aquilo que acontece ou deixa de acontecer em termos de aprendizagem e de ensino na sala de aula da escola.

Assim, ao longo desses movimentos que delineamos brevemente acima, sucessivos ajustes dos nossos olhares sobre as salas de aula de matemática da escola levaram-nos,

em determinados estudos (mas não necessariamente em todos), a adotar perspectivas histórico-culturais e, em particular, utilizar conceitos da Teoria da Atividade para tentar entender e explicar melhor o que acontece na sala de aula da escola, o que se ensina e o que não se ensina, o que se aprende e o que não se aprende, como se aprende e como não se aprende matemática nesses ambientes. Foi por essa via que passamos, por exemplo, a enxergar a aprendizagem matemática em sala de aula como uma atividade, dentre as muitas que compõem o sistema (de atividades) que, por sua vez, constitui a matemática escolar. Nessa trajetória, também pudemos perceber mais claramente a complexidade que envolve esse sistema de atividades e suas especificidades, sobretudo em termos do papel que deve desempenhar e desempenha (gostemos ou não) na educação básica da população. A partir dessas percepções, pudemos desenvolver um olhar ao mesmo tempo abrangente e profundo sobre a matemática escolar, mas também, por outro lado, fomos levados a fazer escolhas no que se refere ao planejamento e desenvolvimento de um programa de pesquisas de médio prazo, tendo esse sistema de atividades como objeto de investigação.

Assim, influenciados por uma gama de fatores e de circunstâncias, acabamos por encaminhar nossos esforços no sentido de buscar uma compreensão aprofundada das relações entre a matemática escolar, tal como a concebemos hoje, e dois outros sistemas de atividades particularmente “próximos” deste, que são a matemática acadêmica e a matemática do cotidiano. Tais relações são, muitas vezes, percebidas de forma superficial. Em consequência, costuma-se projetar uma visão, segundo a qual a matemática escolar se compõe basicamente de dois tipos de saberes: aqueles provenientes da parte elementar da matemática acadêmica e aquilo que seria possível “trazer para a escola”, dentre as práticas do cotidiano que envolvem algum tipo de pensamento matemático. Deste modo, a matemática escolar se reduziria a um repositório de saberes adaptados, provenientes de duas fontes básicas: a academia e o cotidiano social. Entretanto, o que nossos estudos (e os de outros pesquisadores da área) têm indicado é que essas relações entre as matemáticas escolar, acadêmica e do cotidiano são extremamente complexas, podendo, circunstancialmente, serem percebidas como complementares e harmoniosas, mas, muitas vezes, se mostrando dissonantes e até mesmo antagônicas. De um lado, estudos têm mostrado que realmente há um avanço, por exemplo, na percepção do sentido de se aprender (e de se ensinar) matemática na escola, por parte de alunos e de professores, quando determinados conceitos matemáticos são trabalhados em suas relações com situações do dia a dia fora da escola. Neste caso, esses conceitos funcionam como instrumentos para uma compreensão socialmente relevante dessas situações.

Pode-se perceber, por outro lado, uma tendência forte no próprio campo da Educação Matemática internacional de entender que a forma acadêmica do conhecimento matemático deva constituir a referência fundamental para o alcance dos objetivos mais gerais da educação matemática escolar. A ideia que sustentaria esse entendimento seria a seguinte: como o domínio do conhecimento matemático acadêmico exige o desenvolvimento de altos níveis de abstração, precisão de linguagem e rigor dedutivo, este tipo de saber matemático funcionaria como instrumento que utilizado em doses adequadas seria capaz conduzir o aluno da escola ao pensamento abstrato, a formas de

argumentação lógico-dedutivas rigorosas etc. Contudo, temos sido capazes de desenvolver estudos que identificam igualmente tensões, conflitos e antagonismos entre essas duas formas (acadêmica e do cotidiano) de conhecer e de “praticar” matemática e a forma escolar, sobretudo quando se leva em conta que os contextos nos quais (e os objetivos para os quais) cada uma dessas formas é produzida, desenvolvida e exercida são particulares, específicos e bastante diferenciados.

A partir dessas (e de outras) considerações sobre a natureza da atividade matemática escolar, reforçou-se nosso interesse por delinear um programa de pesquisas que visasse o entendimento mais aprofundado dessa teia de relações complexas e contraditórias que se estabelecem entre a matemática escolar e outras práticas e saberes a ela relacionados, especialmente a matemática acadêmica e a matemática do cotidiano. A nosso ver, como esperamos deixar claro ao longo deste texto, uma compreensão fundamentada dessas relações pode ter impacto positivo tanto no desenvolvimento concreto do processo de educação matemática escolar, como também na concepção estrutural e na execução da formação do professor de matemática nas licenciaturas, por exemplo.

DESENHANDO UM PROGRAMA DE PESQUISAS

Partimos, então, de uma distinção inicial (em permanente reformulação e aprofundamento) entre:

- I. *Matemática escolar*, vista como um conjunto de práticas e saberes associados ao desenvolvimento do processo de educação escolar em matemática (que não se restringem ao que se ensina aos alunos na escola, porque inclui também, por exemplo, os saberes profissionais vinculados ao trabalho docente nesse processo);
- II. *Matemática acadêmica*, vista como um conjunto de práticas e saberes associados à constituição de um corpo científico de conhecimentos, conforme produzido pelos matemáticos profissionais e reconhecido socialmente como tal;
- III. *Matemática do cotidiano*, vista como um conjunto de ideias, saberes e práticas (frequentemente, mas nem sempre, com um correspondente na matemática escolar) utilizadas em situações do cotidiano (dia a dia, trabalho, etc.) fora da escola.

Assim, como dissemos anteriormente, para nós a matemática escolar nem se reduz a uma versão simplificada e “didatizada” de parte da matemática acadêmica, nem se limita a transplantar para a sala de aula as situações do cotidiano que demandam a mobilização de saberes e/ou ideias de natureza matemática. Nossa visão é a de que a matemática escolar tem seus motores e condicionantes próprios e diversificados, sendo, de certa forma, autônoma em relação à matemática acadêmica e à matemática do cotidiano, embora esteja referenciada em ambas. Em suma, assumimos que a matemática escolar constitui-se como uma construção própria e específica da (e para a) escola, sem chegar a ser, no entanto, completamente endógena (MOREIRA; DAVID, 2005). Em outras

palavras, consideramos que a matemática escolar é parte de um sistema de atividades de que as outras duas matemáticas destacadas neste texto também participam. O objetivo do nosso programa de pesquisas é exatamente aprofundar o conhecimento de suas relações com “as outras”, através do estudo das aproximações, distanciamentos, conflitos, tensões, complementaridades e antagonismos entre essas diferentes formas de se conhecer e praticar matemática.

Essas relações vêm sendo discutidas pelo campo já há algum tempo. No ICMI (*International Comission on Mathematical Instrucion*) Study com o título de *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity*, Anna Sfard (possivelmente sob o impacto do episódio referido na literatura educacional americana como “mathwars”, uma disputa entre matemáticos e educadores matemáticos em torno das orientações e materiais curriculares da Califórnia, USA – ver, por exemplo, Becker e Jacob (1998); Schoenfeld (2004) e Wu (1997)), explica como os pesquisadores em educação matemática foram se afastando dos matemáticos profissionais e porque o distanciamento entre eles deve ser visto como um problema que requer atenção. A autora mostra, com exemplos ilustrativos desse distanciamento, que matemáticos e educadores matemáticos avaliam atividades e materiais curriculares escolares com critérios totalmente distintos, afirmando que uma questão a ser analisada é se essa disparidade de visões entre as duas comunidades profissionais traz consequências significativas para a escola e para a sociedade em geral. Se sim (como parece indicar o caso *mathwars*), então caberia pensar em como conviver produtivamente com diferenças tão profundas (SFARD, 1998).

Preocupações dessa natureza também mereceram a atenção de Steinbring que, no mesmo ICMI Study, comenta a ambiguidade do termo matemática, no contexto didático, e defende que as semelhanças e diferenças entre a matemática como disciplina científica e como disciplina escolar devam ser mais bem compreendidas, explicitadas e ressaltadas (STEINBRING, 1998). Ball, Thames e Phelps (2008) sintetizam os resultados a que chegaram os pesquisadores da equipe liderada por Deborah Ball em mais de 20 anos de estudos sobre os saberes profissionais do professor de matemática da escola. Nesse texto, os autores apontam os estudos de Shulman (1986, 1987) como uma das principais fontes teóricas inspiradoras das pesquisas do grupo e descrevem o que chamam de “conhecimento matemático para o ensino” (*mathematical knowledge for teaching*), uma forma de conhecer matemática que seria específica do professor da escola.

Por outro lado, uma publicação cujo título original em inglês é *Everyday and Academic Mathematics in the Classroom*, reuniu uma série de artigos, os quais, sob um enfoque que vai além das ponderações de Sfard e Steinbring referidas acima, dão continuidade a essa discussão, abordando especificamente as relações entre matemática escolar, matemática acadêmica e matemática do cotidiano. No prefácio, explicitam-se as principais questões abordadas nos diversos artigos do livro, ressaltando-se, ao mesmo tempo, que elas ainda continuam “vagas” para a comunidade dos educadores matemáticos:

Tem havido muita discussão, na comunidade da Educação Matemática, acerca do papel da matemática do cotidiano no ensino e a respeito das relações entre essa

matemática e as práticas matemáticas acadêmicas. Nessas discussões, são analisadas as vantagens e desvantagens de trazer as práticas matemáticas do cotidiano para a sala de aula da escola. Entretanto, há vários argumentos que ainda permanecem vagos e sem base empírica. O que exatamente se quer dizer com *matemática do cotidiano*? Como a matemática do cotidiano se relaciona com a matemática acadêmica? Quais práticas do cotidiano estão sendo levadas para as salas de aula de matemática? Quais são os impactos das diferentes práticas do cotidiano sobre as práticas de sala de aula? (BRENNER; MOSCHKOVICH, 2002, p. V, tradução nossa)

Apesar das dúvidas levantadas em relação à matemática do cotidiano, no que concerne a matemática acadêmica a questão parece ser simples para os autores desse prefácio: *Em todo o livro, reservamos o termo “acadêmico” para nos referir às práticas dos matemáticos* (BRENNER; MOSCHKOVICH, 2002, página V do Prefácio). Entretanto, quanto à matemática escolar o que se observa é que, embora ela esteja no centro da discussão, em nenhum momento o foco está realmente nela, percebida como associada a um corpo de conhecimentos próprio: a discussão volta-se, quase que exclusivamente, para questões que se referem a quais práticas matemáticas acadêmicas e do cotidiano devem ser “trazidas” para a sala de aula da escola básica. O próprio título da publicação já aponta para isso.

Avançando em relação a esse tipo de abordagem, o que nos propusemos em nosso programa de pesquisa foi trabalhar com a matemática escolar como ponto de partida para discutir as relações com as outras. O ponto de vista que escolhemos para análise das relações entre matemática escolar, matemática acadêmica e matemática do cotidiano está situado na instituição escolar, na sala de aula de matemática da Educação Básica e é a partir dos interesses, dos objetivos e das condições em que essas práticas escolares se desenvolvem que temos avaliado as eventuais vantagens e dificuldades de incorporar ou não à matemática escolar (filtrando, adaptando, recontextualizando, se for o caso) as práticas acadêmicas e do cotidiano.

Com os exemplos que discutiremos brevemente na próxima seção, esperamos que fique claro como esse programa de pesquisas pode ter reflexos na prática docente escolar em matemática, com desdobramentos positivos para a aprendizagem dos alunos. Entendemos que as tensões provocadas por essas diferentes formas de se conhecer matemática devam ser enfrentadas, como se propõe em David e Tomaz (2012) e Tomaz e David (2008), em vez de simplesmente ignoradas. Além disso, estamos convencidos de que nosso programa de pesquisa pode impactar positivamente a formação de professores de matemática, fornecendo elementos importantes para um melhor redimensionamento dos componentes da formação matemática na licenciatura, como se sugere em Moreira e David (2005, 2008). Uma proposta concreta nessa direção é apresentada em Moreira e Ferreira (2012). Os exemplos que mostraremos adiante (próxima seção) sugerem que nosso programa pode contribuir também para o desenvolvimento direto da Educação Básica, oferecendo elementos para o desenho de reformas curriculares que sejam mais refinadamente informadas por essas relações entre a matemática escolar, a matemática

acadêmica e a matemática do cotidiano. Por fim, conjecturamos que esse programa de pesquisas possa ser estendido a outras disciplinas escolares, não se restringindo o ponto essencial da discussão das relações entre as práticas cotidianas, acadêmicas e escolares apenas ao caso específico da matemática. E, por outro lado, a extensão pode se dar ainda na direção da consideração das “outras matemáticas escolares”, como as das escolas indígenas e do campo, indo ao encontro de demandas atuais por uma educação inclusiva.

CONTRIBUIÇÕES DAS PESQUISAS DO GRUPO PARA A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

No conjunto de trabalhos que sumarizamos a seguir, a título de ilustração, encontram-se elementos importantes na caracterização do rumo que imprimimos às pesquisas que temos desenvolvido dentro do programa. Entre outros aspectos, nota-se que a questão da aprendizagem matemática na sala de aula, que era uma preocupação central (e quase única) em algumas das nossas pesquisas, passa para um plano mais de fundo, colocando-se em primeiro plano as questões relevantes para a caracterização da atividade matemática escolar, especialmente em suas relações com a matemática acadêmica e do cotidiano. Destacam-se, também, as implicações dos estudos na configuração dos saberes profissionais docentes e na formação do professor.

No primeiro conjunto de trabalhos, parte-se da matemática escolar para entender suas relações com a matemática acadêmica, focalizando os saberes da prática docente na escola e a formação matemática nas licenciaturas. Nos textos Moreira (2004), Moreira e David (2005, 2008), Moreira e Ferreira (2008, 2012), especialmente nos três primeiros, discutem-se explicitamente os conflitos e distanciamentos entre a matemática escolar e a acadêmica, vistos sob a perspectiva da prática docente e da formação inicial de professores para essa prática. Moreira (2004) começa estabelecendo uma distinção entre matemática escolar e matemática acadêmica (ver primeiro parágrafo da seção anterior deste texto) e, então, confronta o conhecimento matemático (sobre os sistemas numéricos) veiculado no curso de Licenciatura em Matemática da UFMG com os saberes docentes associados ao tratamento escolar das questões que a literatura especializada classifica como relevantes na prática do professor da Educação Básica. Conclui que o conhecimento matemático é trabalhado no processo de formação a partir da perspectiva e dos valores da matemática acadêmica, ignorando-se importantes questões escolares que não se ajustam a essa perspectiva e a esses valores. Diante disso, coloca-se para o autor a necessidade de um redimensionamento da formação do professor de matemática na licenciatura, de modo a equacionar melhor os papéis da matemática escolar e da matemática acadêmica nesse processo.

Em Moreira e David (2005, 2008) e em Moreira e Ferreira (2008), aprofunda-se a discussão dos conflitos e distanciamentos entre a matemática escolar e a acadêmica, no caso dos conjuntos numéricos, e ressalta-se a importância da explicitação desses conflitos na formação matemática dos professores. Moreira e Ferreira (2012) já é um texto mais positivo, em que se apresenta uma possibilidade de abordagem dos números

reais na licenciatura em matemática, em acordo com os resultados dos nossos estudos anteriormente desenvolvidos e com os de outros pesquisadores do campo.

Uma tese de doutorado em andamento, de Maria Cristina Costa Ferreira, sob a orientação de Manuela David (orientadora principal) e Plínio C. Moreira (coorientador), se desenvolve numa direção similar à dos trabalhos citados acima, focalizando especificamente o caso da álgebra escolar. Como estão sendo feitas observações diretas em sala de aula da escola, espera-se que surjam elementos para estender a discussão para a matemática do cotidiano também.

Em uma segunda categoria de trabalhos, parte-se da matemática escolar para discutir as aprendizagens matemáticas em sala de aula e entender suas relações com a matemática presente nas práticas do cotidiano. Descrevemos, a seguir, a evolução de um conjunto selecionado de pesquisas focadas em aspectos micro da aprendizagem em salas de aula de matemática, evidenciando as contribuições que podem trazer para a prática docente escolar e para a formação inicial e/ou continuada dos professores de matemática. A sala de aula ocupa um lugar central nesses trabalhos, mas eles mostram também, em seu conjunto, diferentes fases por que passaram nossas pesquisas, de acordo com os pressupostos e referenciais utilizados. Como já comentado, partimos inicialmente de uma perspectiva mais cognitivista de aprendizagem, desenvolvendo estudos sobre erros (DAVID; MACHADO; MOREN, 1992). Tais estudos nos mostraram que não é possível dissociar os erros dos alunos das práticas em sala de aula. Assim, da análise de erros (em geral associada ao fracasso em matemática), passamos para o acompanhamento de práticas de professores experientes de escolas públicas, reconhecidos como bons professores de matemática em suas comunidades, apoiando-nos em uma perspectiva sociocultural, procuramos analisar e dar a conhecer essas práticas supostamente bem sucedidas. Tomando o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) (Vygotsky) como elemento crucial, focalizamos especialmente as interações verbais professor-alunos, discutindo o modo como elas sustentam a aprendizagem (DAVID; LOPES, 1998; BLANTON; STYLIANOU; DAVID, 2009). Contudo, esse referencial não se mostrou muito apropriado para analisar algumas práticas mais convencionais desses professores, nas quais havia poucas interações verbais sobre as questões matemáticas em estudo. Assim, os trabalhos que se sucederam passaram a adotar uma perspectiva de análise apoiada no conceito de Comunidades de Prática (LAVE; WENGER, 1991; WENGER, 1998), adaptado ao contexto escolar. Desse ponto de vista, tornou-se possível considerar vários aspectos da participação dos estudantes na prática de sala de aula: ao lado das interações verbais para a construção de uma linguagem compartilhada, essa perspectiva nos permitia discutir os erros dos estudantes como um aspecto de sua participação ainda periférica nessa prática, evidenciada, por exemplo, pelo uso inadequado de certos procedimentos matemáticos (DAVID; LOPES; WATSON, 2005; DAVID; WATSON, 2008). Entretanto, esses trabalhos também nos apontaram limitações relacionadas à perspectiva teórica adotada, porque o foco proposto por ela não nos permitia evidenciar elementos suficientes para descrever como ocorria o movimento de uma participação periférica para uma participação mais central, o que, para Lave, é uma manifestação de que houve aprendizagem. Essa limitação nos levou à necessidade de buscar sucessivos refinamentos da perspectiva de análise, a

fim de alcançar uma linguagem adequada para descrever como ocorria a aprendizagem matemática dos alunos e para captar e entender as relações entre a atividade matemática escolar e os saberes envolvidos em práticas do cotidiano dos alunos. A partir de então, desenvolvemos um conjunto de trabalhos adotando a perspectiva histórico-cultural da atividade (LEONT'EV, 1978; ENGESTRÖM, 1987). Apresentamos em seguida, a título de ilustração, dois dos trabalhos mais recentes desenvolvidos sob esse marco teórico, mas, antes dos exemplos, fazemos uma breve apresentação de alguns conceitos importantes dessa teoria.

A análise micro da sala de aula, à luz da perspectiva histórico-cultural da atividade

Os trabalhos brevemente descritos nesta seção foram desenvolvidos tendo como referência a perspectiva histórico-cultural da atividade (LEONT'EV, 1978; ENGESTRÖM, 1987) e a teoria da aprendizagem expansiva de Engeström (1987). Esta perspectiva teórica ainda está sendo pouco utilizada em pesquisas de sala de aula, mas, para nós, seus conceitos têm se mostrado especialmente adequados para 'iluminar' determinados aspectos da aprendizagem nessas situações.

De acordo com Leont'ev, uma atividade consiste em um grupo de pessoas (*sujeitos*) engajadas em um mesmo propósito, com uma direção para o seu trabalho (*objeto*). A principal característica de uma atividade, que a distingue de outra, é seu objeto, pois ele dá à atividade uma direção específica. As ações que se realizam na atividade são suscitadas por seus motivos e essas estão direcionadas ao objeto, de tal modo que na terminologia proposta por Leont'ev o objeto de uma atividade é seu verdadeiro motivo, que pode ser material ou idealizado. Assim ao configurar-se como objeto de uma atividade humana, ele perde sua aparente neutralidade e surge como um objeto da experiência coletiva, social. As ações, por sua vez, são realizadas de acordo com as condições da atividade, as quais também determinam as operações relacionadas com cada ação. Assim, na estrutura da atividade proposta por Leont'ev podem se distinguir três níveis hierárquicos: no primeiro nível temos a atividade, direcionada a um motivo, em um segundo nível temos as ações, direcionadas a objetivos específicos e no terceiro nível vêm as operações ou rotinas, que são os meios de concretização das ações, sendo este o nível de base. A aprendizagem, nessa perspectiva, é vista como uma mudança de nível, por exemplo, de uma rotina para uma ação mais refletida do sujeito no ambiente onde ela se desenvolve.

Engeström (1987) retoma e amplia o modelo de Leont'ev para representar um *sistema de atividades coletivas*. Ele acrescenta novos componentes e propõe um modelo triangular onde são posicionados todos os componentes do sistema: sujeito, objeto, ferramentas/artefatos, divisão do trabalho, comunidade e regras. Nesse modelo, o *sujeito* consiste em um indivíduo ou grupo de pessoas engajadas em um único propósito, cujo poder de ação é o foco da análise; *objeto* é o "espaço problema" na direção do qual a atividade é desenvolvida; *ferramentas* são artefatos mediadores e signos; *comunidade* refere-se às pessoas que partilham o mesmo objeto; *divisão do trabalho* diz respeito à

divisão das tarefas e ao status entre os membros da comunidade, e as *regras* se referem às normas e convenções explícitas e implícitas que regulam as ações e interações dentro do sistema de atividades. Engeström (2001, p.134) defende que as ações orientadas ao objeto são sempre, explícita ou implicitamente, caracterizadas por ambiguidade, surpresa, interpretação, atribuição de sentido e potencial para mudança.

No modelo triangular de Engeström (1987) também é ressaltado o papel central das *contradições*, como impulsionadoras de mudanças e de desenvolvimento da atividade humana. Contradições são mais do que problemas ou conflitos, são, na verdade, *tensões* historicamente acumuladas dentro de e/ou entre sistemas de atividades. As contradições provocam questionamentos das práticas por parte dos sujeitos, causando rupturas que podem originar transformações *expansivas da atividade*.

Uma transformação expansiva ocorre quando o objeto da atividade é modificado para abarcar um horizonte de possibilidades mais vasto do que no modo anterior dela, superando tensões e contradições. A aprendizagem emerge como resultado de um tratamento multidimensional da figura do aprendiz: como indivíduo e como membro de uma comunidade.

Nos primeiros trabalhos em que passamos a adotar a Teoria da Atividade (TOMAZ, 2007; TOMAZ; DAVID, 2008), ela não foi usada para analisar as aprendizagens propriamente ditas, e sim como um instrumento que nos permitiu lançar olhares diferenciados sobre as práticas de sala de aula, estruturá-las em sistemas de atividades e estabelecer uma espécie de ponte que favorecia a análise e a descrição de potenciais aprendizagens. À medida que aprofundamos os estudos, passamos a compreender a aprendizagem expansiva como uma abordagem qualitativamente diferente daquelas em que se focalizam prioritariamente a aquisição e a participação e que, por isso, podia ser de grande valia como alternativa na análise de determinadas situações de sala de aula de matemática. Nesta perspectiva, supõe-se que os aprendizes constroem um novo objeto para a sua atividade e o implementam na prática. As contradições são um motor necessário, mas não suficiente, para a aprendizagem expansiva.

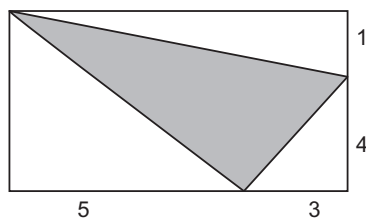
Ao desenvolver essa perspectiva, Engeström (2000) redefiniu o conceito de ZDP (Vygotsky) como um espaço para transições expansivas das ações dentro de uma atividade¹. Entretanto, para identificar essas expansões, torna-se necessária uma ferramenta analítica adequada. Entre as possíveis, os ciclos de ações de aprendizagem ou miniciclos de aprendizagem potencialmente expansiva têm se mostrado muito apropriados em nossos trabalhos. Um ciclo expansivo de aprendizagem em larga escala envolve numerosos ciclos de ações de aprendizagem de menor escala, que podem ocorrer no espaço de alguns dias ou mesmo de horas de intensa colaboração ou resolução de problemas. Usamos essa noção em nossos trabalhos para discutir momentos de potencial expansão das aprendizagens em atividades de curta duração, como as de sala de aula, por meio da observação de pequenas mudanças em determinados componentes da atividade em curso.

¹Não é sem polêmicas que a comunidade da Educação Matemática tem acatado a apropriação que pesquisadores contemporâneos que trabalham com a Teoria da Atividade têm feito do pensamento de Vygotsky (ver, por exemplo, DUARTE, 2002).

Esse movimento de sucessivos ajustes dos referenciais tem permitido que os mesmos dados sejam retomados sob diferentes perspectivas teóricas, produzindo análises cada vez mais refinadas e contribuindo para evidenciar a grande complexidade de uma sala de aula de matemática. Os trabalhos David e Tomaz (2009), Tomaz e David (2011), David e Tomaz (2012) exemplificam esse exercício de revisitar dados analisados anteriormente, com releituras à luz da Teoria da Atividade.

Em David e Tomaz (2012) analisa-se o papel das representações visuais na estruturação da atividade matemática em sala de aula e, assim, partindo da matemática escolar, extraem-se, paralelamente a conhecimentos profissionais docentes relacionados com a aprendizagem de geometria e com a gestão de uma classe de sexto ano, implicações importantes para a formação do professor. Na sala de aula em análise no artigo, o professor discute o problema do cálculo da área de um triângulo inserido em um retângulo, sendo dadas algumas medidas, como na Figura 1:

FIGURA 1 – Desenho proposto pelo professor para o cálculo da área do triângulo sombreado.



Fonte: David e Tomaz (2012).

Os alunos já haviam resolvido vários problemas de cálculo de área fazendo reconfiguração de figuras geométricas, isto é, trocando partes da figura de lugar para montar mentalmente outra figura, já conhecida, ou girando uma figura que compunha outra, de modo a encaixá-la em uma parte dessa outra. Entretanto, esse problema tornou-se um caso especial por causa do desenho apresentado, que poderia levar à visualização de um triângulo retângulo (sombreado) inserido dentro do retângulo. Com efeito, os alunos tiveram dificuldades para resolvê-lo. Ao analisar esse momento da aula, identificamos um sistema de atividades que nomeamos como *Cálculo de Área* (cujo objeto é o cálculo da área de um triângulo) que se estrutura por meio de várias atividades. Como a posição do triângulo que compõe a figura não correspondia exatamente aos tipos de desenhos que os alunos estavam acostumados a visualizar, eles criaram uma complexa sequência de ações para reconfigurar o desenho e adequá-lo a algo que pudessem reconhecer (por exemplo, rodando ligeiramente o suposto triângulo retângulo, de tal forma que seus supostos catetos coincidissem com os lados do retângulo). No curto período de tempo decorrido na discussão desse problema em sala, foi identificado um sistema de atividades que podem ser caracterizadas como miniciclos de aprendizagem (ENGESTRÖM; SANNINO, 2010). Essas atividades são: 1) cálculo da área por reconfiguração de figuras geométricas (completar retângulos com triângulos retângulos), como se vinha fazendo

nos exercícios anteriores; 2) momentaneamente, o professor e duas alunas focam na interpretação *inadequada* que estava sendo dada ao desenho; 3) a maioria dos alunos permanece seguindo o padrão de cálculo como na atividade 1; 4) retorno ao cálculo da área, com o novo procedimento (que acaba sendo sugerido pelo professor).

Essas tentativas fazem surgir tensões na atividade, pois enquanto os alunos querem resolver o exercício utilizando o que a percepção visual lhes sugere, ou seja, que o triângulo é retângulo, o professor insiste que essa leitura da figura não é adequada porque eles “não sabem nada” sobre esse triângulo. As tensões geram mudanças na atividade sem, entretanto, chegar a uma transformação da mesma a ponto de gerar outro sistema de atividades. Foram várias as mudanças, ocasionando em determinado momento o redirecionamento do foco de atenção para as normas (implícitas) que regulam o uso e a interpretação de desenhos na matemática, em vez do cálculo da área do triângulo. Assim, o desenho, dadas as suas particularidades, desviou a atividade do curso inicialmente previsto e levou o professor a, momentaneamente, tomar as normas que regulam o uso de desenhos de figuras geométricas como objeto de ensino.

Nesse processo, surgiram diversas oportunidades de uma expansão da aprendizagem por parte dos alunos, sendo que algumas não pareciam estar previstas no planejamento do professor. Como exemplos, podemos citar: aprender sobre novos procedimentos para fazer o cálculo de áreas; sobre as normas e regras para o uso e interpretação de um desenho na matemática; sobre a caracterização e representação de um triângulo retângulo; sobre a notação para ângulos retos e sobre a conservação de áreas.

Nesse exemplo ficam evidenciadas tensões, onde se faz presente uma contradição entre os objetos matemáticos abstratos e suas representações empíricas (desenhos, nesse caso). Essas tensões desviaram a atividade em sala de aula do curso previamente planejado, mas potencializaram uma expansão da aprendizagem dos sujeitos envolvidos, em direções também não planejadas inicialmente pelo professor. Entretanto, acreditamos que muitos professores podem ainda não estar suficientemente sensibilizados para a riqueza das discussões e das aprendizagens que podem ser desencadeadas a partir desses momentos de tensão.

Pudemos aprender também, neste caso, com o saber experiencial do professor, algumas direções úteis para o ensino quando se trata de lidar com situações que envolvem desenhos na atividade matemática escolar, as quais não são abordadas numa exposição formal/acadêmica do conhecimento matemático e, portanto, não são comumente tratadas nos cursos de formação inicial dos professores. Percebemos que, em alguns momentos, é importante tomar intencionalmente e explicitamente as regras para o uso de desenhos das figuras geométricas como objeto de ensino na atividade matemática em sala de aula, sem, entretanto, se propor fazer uma exposição detalhada dessas regras, em termos gerais, desconectadas de qualquer situação problema, como se fossem um “conteúdo” por elas mesmas.

Em Tomaz e David (2008), e em posteriores reanálises, também tomamos a atividade matemática escolar como ponto de partida para discutir as aprendizagens que ocorreram em aulas de matemática e observar como essas aprendizagens se modificaram quando

situações do cotidiano dos alunos foram introduzidas. Observamos as aulas de uma professora durante todo o ano letivo e selecionamos para análise, nos trabalhos referidos acima, aquelas que ocorreram em duas turmas de sétima série (oitavo ano atualmente) do Ensino Fundamental. Cada turma tinha 35 alunos entre 13 e 14 anos de idade, numa escola pública de Minas Gerais. À primeira vista, as aulas nos pareceram muito convencionais, pois eram basicamente expositivas, seguidas de tarefas para os alunos exercitarem os conceitos apresentados, e a professora se dedicava bastante aos procedimentos algorítmicos. Havia também alguns momentos em que os alunos eram envolvidos em atividades de manipulação de materiais e dobraduras em sala de aula. Nestes casos, a professora se preocupava em fazer, ao final, a sistematização das noções matemáticas discutidas nos problemas, quando, então, enfatizava os procedimentos algorítmicos e a linguagem matemática própria para aquele nível de ensino. De todo modo, as aulas eram dinâmicas, pois havia muitas oportunidades para os alunos participarem. Especificamente nas aulas que aqui passamos a discutir, foram propostas algumas tarefas diferentes das usuais: resolução de problemas que envolvem grandezas proporcionais, para introduzir o trabalho com a regra de três; resolução de problemas e tarefas relacionadas com a conta de água das casas dos alunos, visando mostrar que a regra de três se aplica na vida deles; e, finalmente, problemas que usavam dados com forte apelo a situações do cotidiano, ainda que apresentados em formato mais escolar. Para esta discussão, incorporamos dados coletados em aulas anteriores e posteriores àquela em que se desenvolveu a atividade da conta de água e dividimos essas aulas em três grupos, sendo cada um deles analisado como um sistema de atividades específico. Apresentamos aqui, a título de ilustração, a análise de um deles.

Os trabalhos em torno dos cálculos e das sugestões para economia do consumo de água caracterizaram-se como um sistema de atividades que denominamos *Consumo de água das famílias*. Este sistema iniciou-se quando a professora propôs e descreveu uma tarefa para ser realizada pelos alunos e foi se configurando mais claramente no decorrer das ações iniciadas com o objetivo de produzir respostas para as questões da tarefa, algumas das quais envolviam, de alguma forma, a ideia de proporcionalidade (embora fosse possível, evidentemente, realizar os cálculos pedidos sem nenhuma referência a essa noção):

- 1) Qual o número de dias de consumo?
- 2) Qual a média de consumo da família por dia?
- 3) Qual a média de consumo por pessoa?
- 4) Qual a média de consumo por pessoa, por dia?
- 5) O que você irá fazer para economizar água em sua casa?

A regra de três, conforme ensinada por esta professora, consiste em um conjunto de procedimentos numéricos e algébricos, em geral associados a um esquema visual, destinados a facilitar a resolução de problemas que envolvem grandezas proporcionais, sendo que alguns valores dessas grandezas são conhecidos e pretende-se achar um valor desconhecido. O esquema visual ajuda a organizar os dados de tal forma a facilitar a

aplicação dos procedimentos para achar o valor desconhecido. A resolução de um problema desse tipo era orientada pela professora seguindo sempre a mesma sequência de ações. Em primeiro lugar, os alunos deveriam produzir um esquema visual para identificar as grandezas e determinar a relação de proporcionalidade entre elas. Em seguida, este esquema é usado para definir a posição dos números na equação algébrica que o valor desconhecido deve satisfazer e, no terceiro e último passo, a equação é resolvida.

Várias tensões se manifestaram nas ações dos alunos para o cálculo das médias de consumo diário em diversos momentos. Como exemplos, podemos citar: a) quando os valores por eles encontrados não coincidiam com os valores impressos na conta de água, dado que, nesta, as medidas estavam arredondadas e expressas em m^3 ; b) quando precisaram definir um número de pessoas para calcular a média de consumo por pessoa da família, e uma aluna, logo seguida por outros, sugere que se deveria definir o número de pessoas considerando o gasto de água proporcional ao tempo de permanência na casa (podendo, assim, acontecer de duas pessoas contarem como uma só), o que extrapolava as orientações da professora; c) quando os alunos usam diferentes formas de calcular a média de consumo por pessoa, por dia. Alguns utilizaram os cálculos da média imediatamente anterior, outros recorreram aos dados originais da conta e houve ainda aqueles que usaram resultados intermediários, o que também fugia ao planejamento da professora.

Essa multiplicidade de direções adotadas pelos alunos os levou a perceber diferenças entre a regra de três, quando aplicada à situação específica do consumo de água deles, e quando é aplicada a situações tipicamente escolares, em que todos os dados já estão definidos no problema. Dando sequência à tarefa proposta pela professora, os alunos mais uma vez direcionam suas ações diferentemente do esperado pela professora, quando não tomam os cálculos de médias de consumo como única referência para elaborar as dicas de economia de água da casa, em resposta à pergunta 5.

Observamos também que, nas tensões identificadas nessas atividades, a regra de três, de alguma forma, vinha sempre à tona. Isto nos levou a concluir que a intenção da professora de mostrar que a regra de três era um artefato também aplicável à resolução de problemas em situações do cotidiano fez com que os alunos percebessem que, em determinados casos, algumas adaptações precisam ser feitas e que nem sempre a regra de três é a forma mais simples de resolver o problema. Assim, eles começam a encarar a regra de três de forma diferente, como eles mesmos afirmaram em entrevistas após o término da atividade. Percebemos também que essas tensões evoluíram para uma *contradição interna*, dentro dos *artefatos* de cálculo desse sistema de atividades, entre a regra de três, como modelo algébrico genérico, e os procedimentos específicos aplicáveis às situações do cotidiano, entre os quais se inclui a regra de três. Ou seja, quando ela é usada em situações escolares *genéricas* e quando usada para fazer cálculos particulares com a conta de água de cada aluno.

A percepção desta contradição se apresentou para nós como uma oportunidade para aprofundar a discussão das mudanças que ocorrem na estruturação da atividade matemática escolar quando situações do cotidiano dos alunos são incluídas no trabalho de resolução de problemas que envolvem grandezas proporcionais. Realizamos movimentos

de análise mais amplos e em várias direções, segundo Engeström (2009). Ampliamos o conjunto de dados, focalizando as aulas em que se discutiu a resolução de problemas que envolvem grandezas proporcionais no período de observação como um todo e não somente naquelas referentes à conta de água, o que nos possibilitou caracterizar outros dois sistemas de atividades, cronologicamente desenvolvidos: *Problemas de regra de três* e *Problemas sobre redução de consumo de água*.

Os problemas propostos nesses sistemas tinham em comum com o sistema *Consumo de água das famílias* a possibilidade de usar a regra de três para resolvê-los, mas, no sistema *Problemas de regra de três* os dados já estavam definidos e não remetiam os alunos a pensar em seus hábitos de consumo de água. No sistema *Problemas sobre redução de consumo de água*, apesar dos dados também estarem definidos e não serem pessoais dos alunos², não estavam apresentados com o mesmo formato de um problema tipicamente escolar quanto ao modo de colocar as alternativas para reduzir o consumo de água em atividades rotineiras que envolviam hábitos de qualquer pessoa. A análise desses três sistemas de atividades nos mostrou que a sequência proposta pela professora fez com que os alunos fossem adquirindo maior poder de ação, pois passaram a utilizar outros procedimentos de cálculo para resolver problemas que envolvem grandezas proporcionais em situações do cotidiano, além da regra de três, ampliando o significado que atribuíam a ela. Por sua vez, embora isso não tenha sido explorado pela professora, a variedade de situações com as quais os alunos se defrontaram gerou momentos de potencial discussão dos tipos de grandezas envolvidas e de outras relações que poderiam ser estabelecidas entre elas, que não a de proporcionalidade.

No que diz respeito à professora, notamos que sua relação com os alunos tornou-se mais horizontal, dando maior autoridade a estes, na medida em que permitiu que introduzissem novos elementos para a solução dos problemas, o que mostra uma mudança nas relações de poder em sala de aula. Diante de um questionamento ou de novas hipóteses levantadas por um aluno, ela aprofundava a discussão e socializava para toda a turma. Apesar de não abandonar seu propósito inicial de mostrar aos alunos que a regra de três é aplicável em situações do cotidiano, passou a refletir sobre as aulas e, em entrevista, admitiu que a regra de três que ela havia ensinado nas atividades iniciais é, em alguns aspectos, diferente dos raciocínios que se podem usar para resolver situações do cotidiano envolvendo a proporcionalidade. Outro aspecto destacado pela professora foi sua percepção das dificuldades que surgem ao desenvolver atividades que trazem situações do cotidiano dos alunos para a sala de aula, principalmente porque ela foi obrigada a lidar, ao mesmo tempo, com todos os casos específicos que a conta de cada aluno gerava, o que não era comum em sua prática. Ela também concluiu que os alunos alcançaram muitas aprendizagens com aquelas atividades, e que lhe foi possível perceber várias formas de resolver problemas, desenvolvidas pelos alunos, as quais não percebia antes.

Ao analisar a sala de aula de matemática no sentido de compreender melhor as relações entre o conhecimento escolar e o do cotidiano, pudemos concluir que a atividade

²Os dados para resolver estes problemas eram retirados de um quadro contendo alternativas econômicas de consumo de água ao realizar determinadas tarefas rotineiras, como escovar dentes, lavar louças, etc., publicado em uma revista de grande circulação nacional.

matemática escolar sofre transformações impulsionadas pela participação dos alunos nos níveis dessa atividade (LEONT'EV, 1978), o que também gera mudanças na prática do professor. Em todo esse processo, os alunos vão adquirindo maior poder de ação e a regra de três, por exemplo, vai assumindo significados diferentes conforme a situação, alternando entre o de um objeto genérico, de aplicação direta em problemas tipicamente escolares, e o de um dos artefatos disponíveis para resolver situações do cotidiano que envolvem a ideia de proporcionalidade. Estamos convencidos de que disso resulta uma expansão da aprendizagem sobre a regra de três.

Da análise brevemente apresentada aqui se conclui que as situações do cotidiano não devem ser vistas como simples fonte de motivação ou espaço de aplicação dos conhecimentos escolares, ou ainda como justificativa para a relevância do estudo de certos conceitos da matemática. A partir do momento em que essas situações se incorporam ao ambiente de sala de aula, elas passam a fazer parte integrante da atividade escolar, propondo movimentos importantes de expansão da aprendizagem dos alunos e de desenvolvimento dos saberes profissionais do professor. A questão que se coloca, então, refere-se a uma adequada preparação do professor (em seus processos de formação inicial e/ou continuada) para atuar nesses casos de forma a reconhecer esses movimentos e explorá-los nos limites dados pelas condições da prática docente escolar, em cada circunstância que se apresente.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como esperamos ter mostrado através da descrição de alguns dos nossos estudos, o conhecimento matemático associado à atividade docente escolar não se reduz à parte elementar da matemática acadêmica, acrescida de suas “aplicações” no cotidiano social. De fato, as relações entre a matemática escolar, a matemática acadêmica e a matemática do cotidiano parecem ser bem mais complexas. Em última instância, nossas pesquisas procuram demonstrar que se o conhecimento matemático do professor importa em sua atividade docente escolar, então é preciso partir da matemática demandada na prática da sala de aula da escola para chegar ao conhecimento matemático da formação e não, ao contrário, partir de uma matemática preestabelecida pelo processo de formação, esperando que o professor, assim formado, a “leve” para dentro da sala de aula da escola. Em outras palavras, é preciso conhecer o que os professores fazem e que dificuldades vivenciam em seu fazer, para estruturar, a partir daí, os saberes de formação. Deste modo, estaríamos mais próximos de formar o professor que aprende para o exercício da prática docente e também aprende no exercício dessa prática. Para isso é preciso, a nosso ver, estudar a sala de aula de matemática da escola, tanto do ponto de vista do trabalho de ensino do professor, como do ponto de vista das aprendizagens dos alunos.

Com base nesses princípios, talvez possamos desenhar e implementar formas eficientes de desenvolver o processo de formação do professor a partir das demandas de conhecimento identificadas na sala de aula escolar e estabelecer, eventualmente, uma via de mão dupla, na qual os saberes transitem da prática concreta da educação matemática escolar para a prática concreta da formação de professores de matemática e vice-versa.

REFERÊNCIAS

- BALL, D.L.; THAMES, M.H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, v.59, n.5, p.389-407, 2008.
- BECKER, J.P.; JACOB, B. Math War Developments in the United States (California). *ICMI Bulletin*, n.44, June, 1998.
- BLANTON, M.; STYLIANOU, D.; DAVID, M.M. Understanding instructional scaffolding in classroom discourse of proof. In: STYLIANOU, D.; BLANTON, M.; KNUTH, E. *Teaching and learning proof across the grades: a K-16 perspective*. NY: Routledge, 2009. p. 290-360.
- BRENNER, M.E.; MOSCHKOVICH, J.N. Everyday and Academic Mathematics in the Classroom. *Journal for Research in Mathematics Education*. Monograph, Vol. 11. NCTM, 2002.
- DAVID, M. M.; LOPES, M. P. Professores que explicitam a utilização de formas de pensamento flexível podem estar contribuindo para o sucesso em matemática de alguns de seus alunos. *Zetetiké*. v.6, n.9, p. 31-57, 1998.
- DAVID, M. M.; LOPES, M. P.; WATSON, A. Diferentes formas de participação dos alunos em diferentes práticas de sala de aula. In: V CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (V CIBEM), 2005, *Anais...* Porto/ Portugal, p. 1-13, 2005.
- DAVID, M. M.; WATSON, A. Participating in what? Using situated cognition theory to illuminate differences in classroom practices. In: WATSON, A.; WINBOURNE, P. (eds.) *New directions for situated cognition in mathematics education*. New York: Springer, 2008, p. 31-57.
- DAVID, M.M.; MACHADO, M.P.; MOREN, E. Diagnóstico e análise de erros em matemática: subsídios para o processo ensino-aprendizagem. *Cadernos de Pesquisa*. v. 83, p. 43-51, 1992.
- DAVID, M.M.; TOMAZ, V.S. Researching classrooms: Historicity as a perspective to analyze a geometry class. In: TZEKAKI, M; KALDRIMIDOU, M. SAKONIDIS, H (Ed.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. 2. 377-384, 2009.
- DAVID, M.M.; TOMAZ, V.S. The role of visual representations for structuring classroom mathematical activity. *Educational Studies in Mathematics*. v. 80, p. 413-431, 2012.
- DUARTE, N. A teoria da atividade como uma abordagem para a pesquisa em educação. *Perspectiva*, Florianópolis: Editora da UFSC, v. 21, n. 2, p. 229-301, Jul./Dez, 2002.
- ENGESTRÖM, Y. *Learning by expanding: an activity-theoretical approach to developmental research*. Helsinki, Finland: Orienta-Konsultit, 1987.
- _____. From individual action to collective activity and back: developmental work research as an interventionist methodology. In: LUFF, P, HINDMARSH, J, HEATH, C (Eds.), *Workplace studies*. Cambridge: Cambridge University Press, 2000, p. 150-156.
- _____. Expansive Learning at Work: toward an activity theoretical reconceptualization. *Journal of Education and Work*. Vol. 14, Nº 1, p.133-156, 2001.
- _____. The future of Activity Theory: A Rough Draft. In: SANNINO, A, DANIELS, H.; GUTIÉRREZ, K.D. *Learning and Expanding with Activity Theory*. Cambridge: Cambridge University Press, 2009, p. 303-328.

- ENGESTRÖM, Y; SANNINO, A. Studies of expansive learning: Foundations, findings and future challenges. *Educational Research Review*, 5, 2010, p. 1-24.
- LAVE, J.; WENGER, E. *Situated learning: legitimate peripheral participation*. New York: Cambridge University Press, 1991.
- LEONT'EV, A.N. *Activity, consciousness, personality*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1978.
- MOREIRA, P.C.; DAVID, M.M. *A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.
- MOREIRA, P.C.; DAVID, M.M. Academic mathematics and mathematical knowledge needed in school teaching practice: some conflicting elements. *Journal of Mathematics Teacher Education*, n. 11, p.23-40, fev. 2008
- MOREIRA, P.C.; FERREIRA, M.C.C. O número racional como operador: das estruturas algébricas às cognitivas. *Bolema*, v.31, n., p.103-127, 2008.
- MOREIRA, P.C.; FERREIRA, M.C.C. O que é número real? Os números reais na formação do professor da Educação Básica. In: CURY, H.N.; VIANNA, C.R. (Orgs): *Formação do professor de Matemática: reflexões e propostas*. Santa Cruz do Sul: IPR, 2012, p.49-54
- MOREIRA, P.C. *O conhecimento matemático do professor: formação na licenciatura e prática docente na escola básica*. 195f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2004.
- SCHOENFELD, A.H. The math wars. *Educational Policy*, v.18, n.1, p. 253-286, Jan-Mar 2004.
- SFARD, A. The many faces of mathematics: do mathematicians and researchers in Mathematics Education speak about the same thing? In: SIERPINSKA, A.; KILPATRICK, J. *Mathematics Education as a Research Domain: a search for identity (an ICMI Study)*. Dordrecht: Kluwer, 1998, p. 491-512.
- SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, Vol. 15, No. 2. Feb. 1986, p. 4-14.
- _____. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57, 1987, p. 1-22.
- STEINBRING, H. Epistemological constraints of mathematical knowledge in social learning settings. In: SIERPINSKA, A.; KILPATRICK, J. *Mathematics Education as a Research Domain: a search for identity (an ICMI Study)*. Dordrecht: Kluwer, 1998, p.513-526.
- TOMAZ, V.S. *Prática de transferência de aprendizagem situada em uma atividade interdisciplinar*. 303 f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil, 2007.
- TOMAZ, V.S.; DAVID, M.M. Classroom activity promoting students' learning about the use of drawings in geometry. In: UBUZ, B (Ed.), *Proc. 35th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 257-264). Ankara, Turkey: PME, 2011.
- TOMAZ, V.S.; DAVID, M.M. *Interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática em sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.
- WENGER, E. *Learning, meaning and identity*. Cambridge University Press, 1998.

WU, H. The mathematics education reform: Why you should be concerned and what you can do. Mathematical Association of America, *The American Mathematical Monthly*, (104, 10) [December], p. 946-954, 1997.

Recebido em: fev. 2013

Aceito em: abr. 2013