http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2016v11n2p278

Um estudo sobre as expectativas institucionais para o profissional que ensina trigonometria na educação básica

A study about institutional expectations related to professionals teaching trigonometry in elementary education

Maria Cristina Hueb
kristyhueb@hotmail.co

Angélica da Fontoura Garcia Silva
angelicafontoura@gmail.com

Resumo

Este artigo tem como finalidade investigar os conhecimentos necessários para o professor de Matemática, no que diz respeito à abordagem da Trigonometria na Educação Básica, levando-se em consideração as questões propostas em concursos públicos promovidos pela Secretaria Estadual da Educação de São Paulo – SEE/SP. Tal estudo tem caráter documental, a partir da análise de 20 questões de concursos realizados entre os anos de 2008-2013. Fundamenta-se esta investigação em Robert quanto à abordagem dos níveis de conhecimento esperados para a solução de uma tarefa (técnico, mobilizável e disponível) e Shulman quanto aos tipos de conhecimentos necessários ao professor (conhecimento do conteúdo específico, conhecimento curricular do conteúdo e conhecimento pedagógico do conteúdo). Além das provas, documentos curriculares oficiais Federais e do Estado de São Paulo que abordam a temática em questão foram analisados. Foi criada ainda uma grade de análise para apreciação das questões. Por meio da interpretação dos dados constatou-se que a trigonometria "aparece" entre 3% e 8% das questões de concursos de professores, e dentre essas, as funções trigonométricas se sobressaem. Os conhecimentos esperados, foram, sobretudo os mobilizáveis e grande parte deles eram somente relativos aos conteúdos. Os contextos utilizados eram em sua maioria ou reais relativos a intramatemática ou artificiais extramatemáticos.

Palavras-chave: Trigonometria; Questões de Concursos de Matemática; Documentos Oficiais; Conhecimento Profissional Docente.

Abstract

This article aims to explore the required knowledge for mathematics teachers regarding the teaching of trigonometry in elementary education levels, taking into account the issues proposed in selection processes tendered by the São Paulo state department of Education (SEE-SP). This study uses a document-based approach to analyze 20 questions of selection processes applied between 2008 and 2013. Our research is based on Robert's concepts to assess the knowledge levels expected for the solution of a task (technical, retrievable and available) and Shulman's knowledge types required from the teacher (specific content, curriculum content and pedagogical content). Besides the tests, curriculum documents from federal and state levels relating to the theme were analyzed. To discuss the questions, an analysis grid was created. Data analysis showed that trigonometry "appears" in 3% to 8% of questions in teachers' selection tests, and within this area, the trigonometric functions are prevalent. The expected knowledge types were, chiefly, the retrievable ones and among them only those related to content. In their majority, the contexts used were either real and intra-mathematical or artificial and extra-mathematical.

Keywords: Trigonometry; Question in Mathematics Public Selection Processes; Official Documents; Professional Teaching Knowledge.

Introdução

Neste artigo apresentamos nossa análise de questões que envolvem noções relativas à Trigonometria propostas em concursos públicos da Secretaria Estadual da Educação de São

Paulo – SEE/SP – de 2008 até 2013. Além disso procuramos relacionar tais questões com as orientações contidas no Currículo do Estado de São Paulo para o desenvolvimento desse conteúdo na Educação Básica.

Para desenvolver este estudo fomos em busca de repostas para a questão de pesquisa: *Quais são os conhecimentos necessários ao professor de Matemática da rede pública estadual para ensinar noções relativas à Trigonometria na Educação Básica, na perspectiva do currículo oficial e dos concursos públicos destinados à seleção de profissionais para atuar na área*?

Para mostrar os resultados encontrados neste estudo expomos, incialmente sua relevância e fundamentação. Em seguida, descrevemos os procedimentos metodológicos, apresentamos e discutimos as informações coletadas para, finalmente, tecer nossas considerações finais.

Relevância e Fundamentação Teórica

Buscamos inspiração no estudo apresentado por Nacarato, Passos, Fiorentini, Brum, Megid, Freitas, Melo, Miskulin (2005) que buscam analisar as provas de matemática do concurso para professor de Educação Básica-PEB II, realizado no Estado de São Paulo em 2003, para discutir as contradições entre as concepções de professores possuidores de saberes docentes e professores competentes. Os autores afirmam que o foco da prova estava centrada nos conteúdos específicos e que "pouco contribuiu para a valorização dos professores em exercício, visto não considerar a amplitude dos componentes do saber docente" (NACARATO et al, 2005, P. 61). Comentam também que a parte discursiva atendeu parcialmente ao perfil do professor, pois poderia ter contemplado questões mais interessantes e discussões mais recentes da Área de Educação Matemática. Nas conclusões desse trabalho referentes às expectativas estabelecidas para a formação docente, os autores destacaram que as políticas públicas não valorizam os professores e não se utilizaram de pesquisas recentes para a elaboração da prova do concurso de PEB II do Estado de São Paulo, sendo que muitas dessas pesquisas são financiadas pelo próprio poder público. Desse modo, os autores afirmam que a prova foi tecnicista, favorecendo o ingresso do candidato recém-formado e, além disso, as questões objetivas, "reforçam o papel da Matemática como selecionadora, como fonte de exclusão social." (ibid, p.69) Nesse sentido, concordamos com os autores, mas consideramos que poderíamos também mudar um pouco o olhar e focar com mais profundidade para um determinado conteúdo – no caso Trigonometria – e, analisar mais profundamente os conhecimentos avaliados nos concursos. Para tanto buscamos referências nos estudos de Shuman (1986) das diferentes categorias que compõem o Conhecimento Profissional Docente (conhecimento do conteúdo específico, conhecimento curricular do conteúdo e conhecimento pedagógico do conteúdo) e nas investigações de Robert (1998), quanto à abordagem dos níveis de conhecimento esperados para a solução de uma tarefa (técnico, mobilizável e disponível).

Shulman (1986) categoriza como a base do conhecimento: Conhecimento do conteúdo; Conhecimento Pedagógico do Conteúdo e Conhecimento Curricular. Para o autor a primeira categoria está ligada aos conteúdos específicos da matéria que o professor leciona. Segundo o autor, "o professor necessita não somente entender que alguma coisa é assim; o professor precisa, além disso, compreender porque é assim, sobre que terrenos sua justificativa pode ser defendida..." (Shulman, 1986). Nesta pesquisa ao analisarmos as questões apresentadas nas provas observamos que, em algumas delas, o foco era identificar conhecimentos acerca do conteúdo

Para Shulman (1986, 1987) o Conhecimento pedagógico de conteúdo corresponde a uma "mistura especial" entre o conteúdo a ensinar e a pedagogia que pertence unicamente aos professores, e que constitui a sua forma especial de compreensão de como tópicos particulares, problemas ou temas são organizados, representados e adaptados aos interesses e capacidades dos alunos e apresentados para o ensino (Shulman, 1987, p. 8). Já o Conhecimento curricular é o conhecimento sobre as alternativas curriculares possíveis para o ensino. Nesse sentido, consideramos que o professor deve conhecer plenamente o currículo de forma a definir metodologias e estratégias para a aprendizagem de seus estudantes.

Para o estudo do funcionamento do conhecimento matemático nas diferentes etapas escolares, o trabalho de Robert (1998) é ressaltado, pois ele questiona a aprendizagem quando se trabalha com estudantes que já possuem alguns conhecimentos e para os quais a matemática se aproxima da dos especialistas. A partir dessa reflexão, a autora explicita os saberes a serem considerados, que são identificados por meio dos programas oficiais e, na sequência, se refere às atividades esperadas dos estudantes, as práticas dos especialistas, a alguns trabalhos sobre as dificuldades encontradas para, finalmente, propor as ferramentas de análise das noções a ensinar, a saber: as abordagens teóricas em termos de quadros e mudanças de quadros de Douady (1992), de registro de representação semiótica de Duval (1995), as diferentes naturezas das noções a ensinar, os níveis de conceituação e os níveis de conhecimento esperado para o desempenho dos estudantes.

Em face dessa última categoria, esse artigo foi importante na fundamentação teórica desse trabalho devido à tipologia que permite identificar o nível de conhecimento necessário para o professor sobre determinada noção para a solução de uma tarefa.

Robert (1998) identifica assim os três níveis de conhecimento esperados dos estudantes: técnico, mobilizável e disponível.

O *nível técnico* corresponde a um funcionamento indicado, isolado, que coloca em jogo as aplicações imediatas de propriedades, teoremas, definições, fórmulas, etc. Trata-se de contextualizações simples, locais, sem etapas, sem trabalho de reconhecimento preliminar, sem adaptações. Isso concerne preferencialmente ao funcionamento das ferramentas (incluindo as definições) (ROBERT, 1998, p.165).

O *nível mobilizável* corresponde ao funcionamento mais amplo, ainda indicado, mas ultrapassando a simples aplicação de uma propriedade. Pode por exemplo, ser necessário adaptar esses conhecimentos para aplicar um teorema adequado, mudar um ponto de vista, ou de quadro (com indicações), pode ainda corresponder à necessidade de aplicar várias vezes em sequência a mesma coisa ou utilizar várias coisas diferentes em etapas sucessivas, ou ainda, pode corresponder à necessidade de articular duas informações de naturezas diferentes. Em todos os casos, esse nível testa um funcionamento, no qual existe um início de justaposição de saberes em um dado domínio, chegando a uma organização. Não existe somente aplicação simples, o caráter ferramenta-objeto pode ser utilizado, mas o que está em jogo é explícito. Em outras palavras, o saber é dito mobilizável quando ele é bem identificado Ele será bem utilizado pelo aluno, mesmo se a adaptação a um contexto particular ocorrer. (ROBERT, 1998, p.166).

O *nível disponível,* por sua vez*,* corresponde ao fato de saber resolver o que é proposto. É possível, nesse nível utilizar contraexemplos (encontrar ou inventar), realizar mudanças de quadros sem sugestão (fazer relações), aplicar métodos não previstos. Esse nível de funcionamento está associado a uma familiaridade importante, ao conhecimento de situações de referências variadas, que o estudante sabe que as conhece e que podem servir de terreno de experimentação, além da possibilidade de o aluno problematizar e fazer resumos. Dessa forma, neste estudo levaremos em conta também esses três níveis de conhecimentos esperados dos candidatos.

Procedimentos Metodológicos

Essa é uma pesquisa bibliográfica e documental que busca identificar orientações constantes em documentos oficiais para o ensino da trigonometria e as habilidades exigidas aos professores que participam de concursos de 2008 a 2013 na Rede Estadual de São Paulo, qual seja, de ingresso[1], de processo simplificado[2] e de promoção de docentes[3].

Inicialmente, levantamos as provas de concurso público para professores de Matemática desde 2008, uma vez que as escolas estaduais estão em um processo de Implementação Curricular desde esse ano. Os concursos analisados foram: Processo simplificado/2009, Ingresso/2010, Formação/2010, Promoção/2010, Processo simplificado/2011/2012, Promoção/2012, totalizando - 475 questões de vários conteúdos matemáticos. Essas provas foram elaboradas por instituições diversas e com finalidades distintas, variando, dessa forma, o número de questões de conteúdo matemático. Em um primeiro momento, verificou-se que existiam 20 questões sobre Trigonometria que serão amplamente analisadas nesse trabalho.

Após a resolução de todas as questões, houve a pré-classificação destas, e a criação de uma grade de análise que procurou contemplar os seguintes aspectos: expectativas institucionais; descrição da tarefa; nível de conhecimento esperado para a solução da tarefa; categoria de conhecimento profissional docente e tipo de contexto, que serão descritos a seguir:

Expectativas Institucionais:
Descrição da Tarefa:
Nível de conhecimento esperado para solução da tarefa:
Tipo de contexto:
Tipo de Categoria de conhecimento profissional docente necessário para a resolução da tarefa (Shulman):

Nesse estudo, a análise das *expectativas institucionais* refere-se à identificação da coerência entre o que é proposto para ser trabalhado com os estudantes nos currículos oficiais, ou seja, o estudo da prática docente sobre as noções em jogo e o que é avaliado nas provas oficiais da profissão. Nesse sentido, é importante verificar se a prática do professor é levada em conta quando as provas oficiais são elaboradas. Já com a d*escrição da tarefa* identificamos e descrevemos as noções em jogo na questão;

Relativo ao *Nível de conhecimento esperado* para a solução da tarefa decidimos classificar a tarefa segundo o nível de conhecimento esperado descrito por Robert (1998).

[1] Ingresso: Concurso necessário para o provimento de cargos de professores de Matemática.
[2] Processo Simplificado: É o concurso aplicado aos professores não efetivos da Rede Pública do Estado de São Paulo. Foi realizado no período de 2008 a 2013 anualmente pelo Poder Público Paulista, no intuito de classificar os docentes para a próxima atribuição de aulas.
[3] Promoção de Docentes: Concurso realizado no âmbito da meritocracia, em que os docentes que obtiverem a pontuação necessária para promoção recebem um acréscimo de aproximadamente 10% em seus vencimentos atuais.

Quanto ao *Tipo de Contexto* buscamos analisar o tipo de contexto: real ou artificial. Tais contextos podem ser apresentados em situações extramatemáticas ou intramatemáticas (Real para uma situação extramatemática; Real para uma situação intramatemática; Artificial para uma situação extramatemática e Artificial para uma situação intramatemática). Sob o ponto de vista de Shulman (1986) analisamos a *Categoria de conhecimento profissional docente* necessário para a resolução da questão.

Análise e discussão dos dados

Nossa primeira análise, refere-se ao número de questões de Trigonometria por prova e à porcentagem de questões referentes ao assunto em relação à totalidade das questões. Segue tabela que contém esses números.

Tabela 1: Questões de trigonometria x concurso realizado

CONCURSO	QUESTÕES ESPECÍFICAS	QUESTÕES DE TRIGONOMETRIA	%
FORMAÇÃO 2010	30	2	7%
MÉRITO 2010	40	2	5%
MÉRITO 2012	40	2	5%
SIMPLIFICADO 2009	60	2	3%
SIMPLIFICADO 2010	60	3	5%
SIMPLIFICADO 2011	60	2	3%
SIMPLIFICADO 2012	60	5	8%
INGRESSO 2013	30	2	7%

Fonte: A pesquisa

Como verificado anteriormente, o número de questões da prova específica variou em relação à especificidade da prova (formação, ingresso, mérito e processo simplificado). Sendo assim, preferiu-se analisar o quesito porcentagem de questões de Trigonometria em relação ao número total de questões. A porcentagem de questões sobre esse assunto presentes nas provas para professores de Matemática da SEE/SP variou de 3% a 8%.

Entendemos que a abordagem da Trigonometria é muito vasta. Sendo assim, houve a necessidade de detalhar os conteúdos trigonométricos mais abordados nas provas de Concursos da SEE/SP. Os dados referentes aos tipos de questões por ano estão inseridos em tabela a seguir:

Tabela 2: Questões por tipo de conteúdo trigonométrico

CONCURSO	QUESTÕES POR TIPO	QUANTIDADE DE QUESTÕES
FORMAÇÃO 2010	RELAÇÕES ENTRE CORDA E RAIO	1
	FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	1
MÉRITO 2010	TEOREMA DE PITÁGORAS	1
	CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO	1
MÉRITO 2012	RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	1
	FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	1
SIMPLIFICADO 2009	FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	1
	RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	1
SIMPLIFICADO 2010	TEOREMA DE PITÁGORAS	2
	FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	1
SIMPLIFICADO 2011	FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	1
	CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO	1
SIMPLIFICADO 2012	FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	2
	TEOREMA DE PITÁGORAS	1
	RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	1
	SEMELHANÇA ENTRE TRIÂNGULOS	1
INGRESSO 2013	FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	1
	SEN (a - b)	1

Fonte: A pesquisa

Pode-se perceber que, aproximadamente, 76% das questões de Trigonometria referem-se a: Funções Trigonométricas, Teorema de Pitágoras e Relações Trigonométricas, que fazem parte da temática que o professor de Matemática deve ensinar aos alunos do Ensino Médio. Duas questões se afastam das Orientações Curriculares porque abordam o seno da subtração de dois arcos e a função trigonométrica secante. Segue também tabela que quantifica as questões por tipo de conteúdo trigonométrico:

Tabela 3: Quantidade de questões por tipo de conteúdo trigonométrico

QUESTÕES POR TIPO	QUANTIDADE DE QUESTÕES	%
FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	8	40%
TEOREMA DE PITÁGORAS	4	20%
RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	3	15%
CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO	2	10%
RELAÇÕES ENTRE CORDA E RAIO	1	5%
SEMELHANÇA ENTRE TRIÂNGULOS	1	5%
SEN (a - b)	1	5%

Fonte: A pesquisa

A tabela 3 - Quantidade de questões por tipo de conteúdo trigonométrico – demonstra a representatividade das funções trigonométricas que "aparecem" em aproximadamente 40% das questões de provas que abordam o tema trigonometria.

Reiteramos que durante o processo de configuração desse trabalho, foi criada uma grade de análise para as provas e é em relação a esses critérios que aprofundamos o nosso trabalho. Ao criar a tabela a seguir, a intenção foi compilar dados e as informações coletadas e analisar cada um dos critérios por nós escolhido. O primeiro critério de análise se baseia nas expectativas institucionais é apresentado na Tabela 4.

Tabela 4: Expectativas institucionais

CONCURSO	QUESTÃO	EXPECTATIVA INSTITUCIONAL	OBSERVAÇÃO
FORMAÇÃO 2010	23	ATENDE OS DOCUMENTOS OFICIAIS	CADERNO
	24	ATENDE OS DOCUMENTOS OFICIAIS	CADERNO
MÉRITO 2010	35	ATENDE OS DOCUMENTOS OFICIAIS	CADERNO
	51	EXTRAPOLA OS DOCUMENTOS OFICIAIS	
MÉRITO 2012	46	ATENDE OS DOCUMENTOS OFICIAIS	CADERNO
	53	ATENDE OS DOCUMENTOS OFICIAIS	CADERNO
SIMPLIFICADO 2009	35	ATENDE OS DOCUMENTOS OFICIAIS	CADERNO
	50	ATENDE OS DOCUMENTOS OFICIAIS	
SIMPLIFICADO 2010	24	ATENDE OS DOCUMENTOS OFICIAIS	CADERNO
	25	ATENDE OS DOCUMENTOS OFICIAIS	CADERNO
SIMPLIFICADO 2011	38	ATENDE OS DOCUMENTOS OFICIAIS	CADERNO
	56	ATENDE OS DOCUMENTOS OFICIAIS	CADERNO
SIMPLIFICADO 2012	31	ATENDE OS DOCUMENTOS OFICIAIS	CADERNO
	34	ATENDE OS DOCUMENTOS OFICIAIS	CADERNO
	51	ATENDE OS DOCUMENTOS OFICIAIS	CADERNO
	71	ATENDE OS DOCUMENTOS OFICIAIS	CADERNO
	77	ATENDE OS DOCUMENTOS OFICIAIS	CADERNO
INGRESSO 2013	6	ATENDE OS DOCUMENTOS OFICIAIS	CADERNO
	18	EXTRAPOLA OS DOCUMENTOS OFICIAIS	

Fonte: A pesquisa

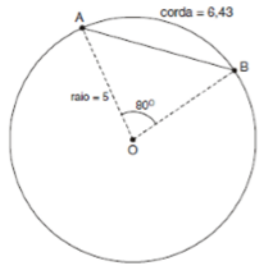
Elas indicam os conteúdos prescritos para a formação dos alunos, seguindo os pressupostos apresentados tanto nas esferas federais quanto nas estaduais (SEE/SP) e em relação ao que foi solicitado aos professores nas provas de concurso, como exemplo, temos a utilização de questões presentes no material de apoio ao Currículo – Caderno do Professor –

apresentamos a Questão 23 apresentada na avaliação do curso de Formação aos aprovados no concurso.

Figura 2: Exemplo de questão que envolvia conteúdos prescritos aos estudantes da Educação Básica

FORMAÇÃO 2010 - QUESTÃO 23

No módulo referente à Trigonometria, explorou-se a origem histórica da razão seno, que estava diretamente ligada às tabelas de cordas de circunferências, construídas por Hiparco de Nicéia no século II a.C. A figura abaixo mostra uma corda de medida 6,43 correspondente a um ângulo central de 80°, determinada a partir de uma circunferência de raio 5.



Com base na relação estabelecida entre cordas e senos, podemos afirmar que o valor do seno de:

a) 80° corresponde ao resultado da razão entre 6,43 e 5.
b) 40° corresponde ao resultado da razão entre a metade de 6,43 e 5.
c) 80° corresponde ao resultado da razão entre 5 e 6,43.
d) 40° corresponde ao resultado da razão entre a metade de 5 e 6,43.

Analisando a questão observamos que seu objetivo é identificar se o professor estabelece relações entre o seno de um ângulo central, a corda correspondente a esse ângulo e o raio da circunferência que contém essa corda. Além disso, observamos que as sugestões contidas nos documentos oficiais analisados ao longo deste estudo indicam que a história da Matemática pode ser explorada como um contexto para o desenvolvimento de noções da Trigonometria. A relação entre cordas de uma circunferência e as relações trigonométricas no triângulo retângulo são conteúdos prescritos para o Ensino Fundamental, e de acordo com as OCEM (2006, p.73), devem ser consolidados ao longo do Ensino Médio.

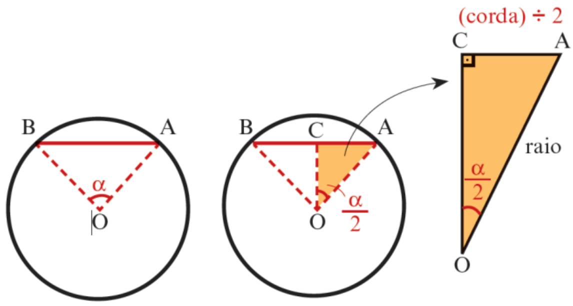
Esse mesmo documento também aponta a História da Matemática como fonte importante de contextualização e atribuição de significados:

> A utilização da História da Matemática em sala de aula também pode ser vista como um elemento importante no processo de atribuição de significados aos conceitos matemáticos (...). A recuperação do processo histórico de construção do

conhecimento matemático pode se tornar um importante elemento de contextualização dos objetos de conhecimento que vão entrar na relação didática. (BRASIL, 2006, p.86)

A Atividade "Uma tabela de cordas, ou de senos" está disponível apenas no caderno do professor (3° bimestre, 9° ano, EF), cabendo identificar o momento oportuno de aplicá-la e/ou discuti-la. No entanto, embora o professor possa, eventualmente, julgar melhor deixar sua exploração para outro momento, trata-se de conteúdo que deve fazer parte do repertório de conhecimentos desse professor.

Figura 2: Cordas e senos

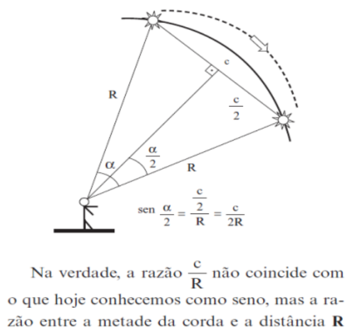


$$sen\frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{1}{2}corda}{raio}$$

Fonte: (SÃO PAULO, 2009a, p.49)

E no Caderno da 1a série do EM, 4° bimestre, encontra-se também:

Figura 3: Cordas e senos



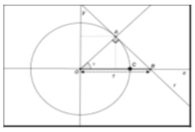
Fonte: (SÃO PAULO, 2009b, p.14)

Além disso, observamos que apenas duas questões tratavam de conteúdos que não são prescritos aos alunos. A questão 51 da prova de Mérito do ano de 2010 mostra uma figura que representa a função secante e a de número 18 da prova de ingresso de 2013, pois para a resolução desta questão, o professor deve reconhecer como uma possível forma de resolução da questão a aplicação da fórmula do seno da soma de dois arcos.

Figura 4: Questões que envolviam conteúdos não prescritos aos estudantes da Educação Básica

MÉRITO CESGRANRIO 2010 - QUESTÃO 51

Considere o ponto $C(1,0)$ e um ângulo θ representado no círculo trigonométrico tal que $C\hat{O}A = \theta \neq k.\frac{\pi}{2}, \forall k \in Z$. Seja r a reta *tangente* à circunferência no ponto $A(\cos\theta, \text{sen}\theta)$ e considere B o ponto de interseção da reta r com o eixo das abscissas. A figura abaixo ilustra um caso particular em que o ângulo θ foi dado no primeiro quadrante.



Como cada ângulo θ no domínio considerado determina unicamente o comprimento $\overline{OB}$, dizemos que este comprimento é uma *função de* θ. Chamando tal função de $f(\theta)$, pode-se explicitamente representá-la por

(A) $f(\theta) = |\sec\theta|$

(B) $f(\theta) = |\cot g\theta|$

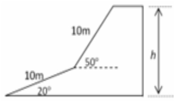
(C) $f(\theta) = |\text{cosec}\,\theta|$

(D) $f(\theta) = tg\theta$

(E) $f(\theta) = 1 + \frac{sen\,\theta}{2}$

Concurso Público de Ingresso, branca, 2013 Questão 18

A figura a seguir mostra o perfil de um muro de uma represa. A primeira parte da rampa tem inclinação de 20° com a horizontal e a segunda parte tem inclinação de 50°.



Considerando, sen 20° = 0,34 e cos 20° = 0,94, o valor aproximado da altura total do muro (h) é de:

(A) 9,4 m (B) 10,2 m **(C) 11,1 m** (D) 12,3 m (E) 13,0 m

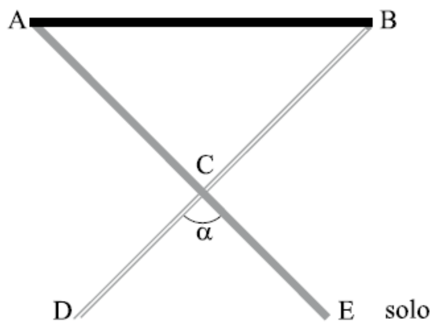
Analisando as duas questões observamos que os conteúdos tratados por elas não eram os que se esperava que o professor ensinasse, uma vez que a fórmula do seno da soma de dois arcos e a secante não são temáticas priorizadas nos documentos oficiais. Porém, cabe salientar que essa última questão (18) também pode ser resolvida com aproximações dos senos de 45° e 60°, conteúdo prescrito para os alunos do Ensino Médio.

Para proceder a análise da relação entre os temas apresentados e as indicações curriculares, organizamos a tabela 4. A coluna "Observação" dessa tabela refere-se ao conteúdo que foi abordado nos cadernos dos alunos. Por conseguinte, nota-se que dos conteúdos prescritos pelos documentos oficiais, apenas a questão 50 do processo de seleção simplificado do ano de 2009, não possui atividade igual ou similar no Caderno dos Alunos.

Figura 5: Questão que extrapolou conteúdos prescritos aos estudantes da Educação Básica

SIMPLIFICADO - 2009 - QUESTÃO 50

A figura indica uma mesa de tampo (paralelo ao solo), pernas e , e pivô de fixação em C, que é deslizante ao longo de BD

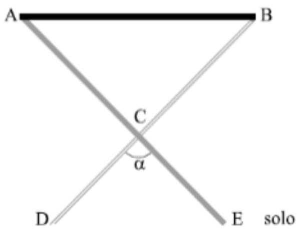


Se AE = BD = 1m, e o ângulo, em graus, mede α, então, a altura da mesa em relação ao solo, em metros, será:

a) $sen\ \frac{\alpha}{2}$ b) $\cos\ \frac{\alpha}{2}$ c) $\frac{1}{sen\ \frac{\alpha}{2}}$ d) $\frac{1}{\cos\ \frac{\alpha}{2}}$ e) $\frac{1}{tg\ \frac{\alpha}{2}}$

- SIMPLIFICADO 2009 - QUESTÃO 50

A figura indica uma mesa de tampo $\overline{AB}$ (paralelo ao solo), pernas $\overline{AE}$ e $\overline{BD}$, e pivô de fixação em C, que é deslizante ao longo de $\overline{BD}$.



Se AE = BD = 1m, e o ângulo, em graus, mede α, então, a altura da mesa em relação ao solo, em metros, será:

a) $sen\frac{\alpha}{2}$ b) $\cos\frac{\alpha}{2}$ c) $\frac{1}{sen\frac{\alpha}{2}}$ d) $\frac{1}{\cos\frac{\alpha}{2}}$ e) $\frac{1}{tg\frac{\alpha}{2}}$

Analisando a questão é possível perceber que o candidato precisa entender que a altura da mesa é variável em relação ao ângulo α. É necessário também que o candidato estabeleça relações entre BC - CD e AC - CE, utilizando a distância AE = BD = 1 m e por fim, utilizando as relações trigonométricas em um triângulo retângulo. Comparando o solicitado com as indicações curriculares. Esta questão está de acordo com as Orientações Curriculares do Ensino Médio porque envolve as relações trigonométricas no triângulo retângulo em contexto classificado por SPINELLI (2011, p.87) como cotidiano. Aproxima-se das orientações contidas nos materiais de apoio - Caderno do Professor - uma vez que para obter a solução, o candidato precisa saber resolver a equação trigonométrica, compreendendo o significado das soluções obtidas, em diferentes contextos (SÃO PAULO, 2010, p.37) e a extrapola na medida que para resolvê-la é preciso utilizar as relações trigonométricas.

Além disso, também analisamos as questões de Trigonometria em relação ao nível de conhecimento esperado (Robert,1998) e Categorias de conhecimentos necessários ao ensino (Shulman, 1987). Os dados encontram-se na tabela a seguir:

Tabela 5: Questões por nível e categoria de conhecimento

CONCURSO	TAREFA	NÍVEL DE CONHECIMENTO ESPERADO (ROBERT)	CATEGORIA DE CONHECIMENTO (SHULMAN)	CONTEXTO
FORMAÇÃO 2010	3	MOBILIZÁVEL	CONHECIMENTO ESPECÍFICO DO CONTEÚDO	REAL - INTRAMATEMÁTICA
	4	MOBILIZÁVEL	CONHECIMENTO ESPECÍFICO E PEDAGÓGICO DO CONTEÚDO	REAL - EXTRAMATEMÁTICA
MÉRITO 2010	5	MOBILIZÁVEL	CONHECIMENTO ESPECÍFICO DO CONTEÚDO	REAL - INTRAMATEMÁTICA
	6	MOBILIZÁVEL	CONHECIMENTO ESPECÍFICO DO CONTEÚDO	REAL - INTRAMATEMÁTICA
MÉRITO 2012	12	MOBILIZÁVEL	CONHECIMENTO ESPECÍFICO DO CONTEÚDO	REAL - INTRAMATEMÁTICA
	13	MOBILIZÁVEL	CONHECIMENTO ESPECÍFICO DO CONTEÚDO	REAL - INTRAMATEMÁTICA
SIMPLIFICADO 2009	1	TÉCNICO	CONHECIMENTO ESPECÍFICO DO CONTEÚDO	ARTIFICIAL - EXTRAMATEMÁTICA
	2	DISPONÍVEL	CONHECIMENTO ESPECÍFICO DO CONTEÚDO	ARTIFICIAL - EXTRAMATEMÁTICA
SIMPLIFICADO 2010	7	MOBILIZÁVEL	CONHECIMENTO ESPECÍFICO DO CONTEÚDO	REAL - INTRAMATEMÁTICA
	8	MOBILIZÁVEL	CONHECIMENTO ESPECÍFICO DO CONTEÚDO	REAL - INTRAMATEMÁTICA
	9	MOBILIZÁVEL	CONHECIMENTO ESPECÍFICO DO CONTEÚDO	ARTIFICIAL - INTRAMATEMÁTICA
SIMPLIFICADO 2011	10	MOBILIZÁVEL	CONHECIMENTO ESPECÍFICO DO CONTEÚDO	REAL - INTRAMATEMÁTICA
	11	MOBILIZÁVEL	CONHECIMENTO ESPECÍFICO DO CONTEÚDO	REAL - INTRAMATEMÁTICA
SIMPLIFICADO 2012	14	MOBILIZÁVEL	CONHECIMENTO ESPECÍFICO DO CONTEÚDO	ARTIFICIAL - EXTRAMATEMÁTICA
	15	MOBILIZÁVEL	CONHECIMENTO ESPECÍFICO DO CONTEÚDO	ARTIFICIAL - EXTRAMATEMÁTICA
	16	MOBILIZÁVEL	CONHECIMENTO ESPECÍFICO DO CONTEÚDO	ARTIFICIAL - EXTRAMATEMÁTICA
	17	MOBILIZÁVEL	CONHECIMENTO ESPECÍFICO DO CONTEÚDO	REAL - INTRAMATEMÁTICA
	18	MOBILIZÁVEL	CONHECIMENTO ESPECÍFICO DO CONTEÚDO	REAL - INTRAMATEMÁTICA
INGRESSO 2013	19	MOBILIZÁVEL	CONHECIMENTO ESPECÍFICO DO CONTEÚDO	ARTIFICIAL - EXTRAMATEMÁTICA
	20	MOBILIZÁVEL	CONHECIMENTO ESPECÍFICO DO CONTEÚDO	ARTIFICIAL - EXTRAMATEMÁTICA

Fonte: A pesquisa

Analisando resultados da tabela 5 – Questões por nível e categoria de conhecimento – notamos que 90% das questões requerem do candidato a mobilização do conteúdo para resolver. Um exemplo, é a questão 6 do Concurso Público de Ingresso.

Figura 6: Exemplo de Questão cujo nível de conhecimento esperado era o Mobilizável

Concurso Público de Ingresso, branca, 2013 - Questão 06

Certo satélite científico percorre uma órbita em que sua distância (d), em quilômetros, até a superfície da Terra é dada por:

$$d = \frac{12000}{1 + 0{,}2\cos\theta} - 6400,$$

Com θ variando, em cada órbita, de 0° a 360°.

A maior distância do satélite até a superfície da Terra é de:

(A) 3600 km

(B) 4800 km

(C) 5600 km

(D) 7200 km

(E) 8600 km

Observamos que a questão dada apresenta uma fórmula que deve ser utilizada pelo candidato, mas o valor de θ não é um dos dados do problema, então é necessário que o candidato saiba qual é o valor de θ que satisfaz a pergunta (no caso é o ângulo cujo cosseno é o menor possível), para então determinar a distância solicitada.

Além das 18 questões que envolviam nível de conhecimento esperado mobilizável, houve uma única incidência de questão técnica: a 35 do Concurso Simplificado de 2009.

Figura 7: Único exemplo de Questão cujo nível de conhecimento esperado era o Técnico

SIMPLIFICADO 2009 - QUESTÃO 35

Em certo dia do ano, em uma cidade, a maré alta ocorreu à meia-noite. A altura da água no porto dessa cidade é uma função periódica, pois oscila regularmente entre maré alta e maré baixa, ou seja, a altura da maré aumenta até atingir um valor máximo (maré alta), e vai diminuindo até atingir um valor mínimo (maré baixa), para depois aumentar de novo até a maré alta, e assim por diante. A altura y, em metros, da maré, nesse dia, no porto da cidade, pode ser obtida, aproximadamente, pela fórmula:

$y = 2 + 1{,}9 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$, sendo t o tempo decorrido em horas, após a meia noite.

Analise as afirmações a respeito dessa situação:

I. No instante t = 3h a altura da maré é de 2m.
II. No instante t = 6h ocorreu a maré baixa, cuja altura é de 0,1m.
III. No instante t = 12h ocorre maré alta, cuja altura é de 3,9m.

É correto o que se afirma em:

a) I, II e III.
b) II e III, apenas.
c) I e III, apenas.
d) I e II, apenas.
e) I, apenas.

Analisando a questão observamos que o candidato deverá identificar quais são as afirmações corretas, após o cálculo do valor numérico da expressão que representa a função dada no enunciado da questão. Eventualmente, um candidato poderia substituir y pela altura indicada em cada uma das alternativas, para, em seguida, determinar o valor de t, resolvendo a equação obtida. Dessa forma, observamos que para resolver a questão é preciso apenas substituir os valores fornecidos para o tempo em cada um dos itens na fórmula dada, e após essa etapa precisa saber o valor dos cossenos dos ângulos de 0°, 90° e 180°.

A questão 50 do $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ e $\overline{DC} \cong \overline{CE}$ Concurso Simplificado de 2009, aqui já destacada, foi a $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ e $\overline{DC} \cong \overline{CE}$ única que apresentou, em nossa concepção, um nível de conhecimento disponível como o definido por Robert (1998). O conhecimento necessário para a resolução da questão foi avaliado como disponível, uma vez que não são oferecidas "pistas" para a identificação dos conceitos que poderiam conduzir à solução. Além disso, o texto traz um elemento complicador que diz respeito ao "pivô de fixação" que desliza ao longo de BD, pois essa ideia pode dificultar a percepção de que $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ e $\overline{DC} \cong \overline{CE}$

.O que poderia, eventualmente, sugerir a utilização da trigonometria como um caminho possível, é a observação das relações trigonométricas indicadas nas alternativas.

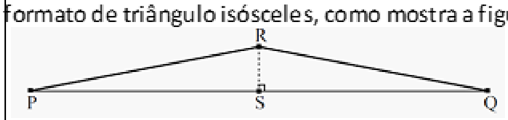
Observando o ocorrido notamos que grande parte das questões requerem do candidato um procedimento além de uma mera mobilização de fórmula para resolver. Consequentemente, é necessária reflexão que resulte em uma solução adequada à questão.

Em relação às categorias de conhecimento (Shulman), percebe-se que todas as questões envolvem o conhecimento específico do conteúdo e o candidato é avaliado por esse conhecimento. A seguir apresentamos um exemplo.

Figura 8: Questão na qual foi avaliado o Conhecimento do conteúdo do professor

SIMPLIFICADO 2012 - QUESTÃO 24

Dependendo do tamanho da casa e das telhas utilizadas para cobri-la, muitas vezes constrói-se uma armação em madeira, no formato de triângulo isósceles, como mostra a figura a seguir.



Na figura, a medida RS é igual a 20% da medida de PQ.

Assim, se PQ mede 6m, RQ mede, aproximadamente:

a) 5,22m b) 4,18m c) 4,07m d) 3,72m **e) 3,23m**

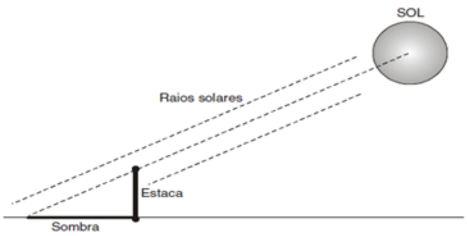
Nessa questão, em nossa concepção, foi avaliado, sobretudo, o conhecimento do conteúdo ou seja, foram envolvidaspropriedades dos triângulos isósceles; propriedades dos triângulos retângulos; transformações geométricas (em especial, a reflexão; relações métricas e trigonométricas em um triângulo retângulo; utilização de porcentagem; aplicação do teorema de Pitágoras. Todavia, apesar das questões serem voltadas para o conhecimento específico do conteúdo, o professor, em sala de aula, também deve ser possuidor do conhecimento pedagógico do conteúdo, uma vez que esse conhecimento será um diferencial na introdução e abordagem de temas necessários para abranger o conhecimento dos alunos.

Uma questão exemplar que avaliou também o Conhecimento Pedagógico do conteúdo foi a de número 24 apresentada na avaliação do curso de Formação aos aprovados no concurso do ano de 2010.

Figura 8: Exemplo de questão que também o Conhecimento Pedagógico do conteúdo

FORMAÇÃO 2010 - QUESTÃO 24

As funções trigonométricas também servem para modelar fenômenos periódicos. No módulo 16, são discutidas duas situações que envolvem ciclos periódicos. Em uma delas, analisa-se a variação no comprimento da sombra de uma estaca ao longo de um dia, conforme figura abaixo.



A função trigonométrica mais apropriada para modelar tal situação é:

a) Seno.

b) Cosseno.

c) Tangente.

d) Secante.

Nesta questão, o professor deve possuir o conhecimento do conteúdo específico, para relacionar as funções trigonométricas com a figura apresentada. Além disso, o professor também deve possuir o conhecimento pedagógico do conteúdo, pois a questão aborda uma situação de modelagem e ele deve estar preparado para elaborar estratégias de forma a facilitar a compreensão do conteúdo pelos alunos. Sobre o ensino da temática, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio não priorizam o ensino da função tangente uma vez que sugere: “As funções trigonométricas seno e co-seno também devem ser associadas aos fenômenos que apresentam comportamento periódico. O estudo das demais funções trigonométricas, pode e deve ser colocado em segundo plano”. (BRASIL, 2006, p. 74). Todavia, é importante ressaltar que o professor precisa dominar esse conhecimento, de acordo com SHULMAN (1987), a fim de fundamentar suas explicações e convencer os alunos de fatos matemáticos apresentados em sala de aula.

O caderno do professor e do aluno, no 1° bimestre do 2° ano do Ensino Médio, contempla tal tema na situação de aprendizagem 1. Portanto, pode-se notar que embora as Orientações Curriculares afirmem que as demais funções trigonométricas possam ser colocadas em segundo plano, cabe ao professor identificar as possibilidades de introduzir tais temas junto aos seus alunos.

Analisamos ainda dados relativos aos contextos em que as questões foram elaboradas. Em relação ao contexto, as questões foram analisadas da seguinte forma: Artificial, quando o autor da questão usa elementos de contexto que são desnecessários para a resolução da tarefa. Real, quando o contexto envolve situações reais. Além disso, também se levou em consideração se o contexto é intra ou extramatemática, ou seja, se a abordagem é exclusiva da Matemática, ou se a abordagem está voltada a um conteúdo não matemático.

Tabela 6: Contexto das questões apresentadas nos concursos

	ARTIFICIAL	REAL
INTRAMATEMÁTICA	1	11
EXTRAMATEMÁTICA	7	1

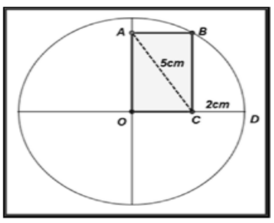
Fonte: A pesquisa

A maior incidência foi de situações que envolviam contexto real intramatemático, um exemplo dessa categoria encontramos na questão 35 da Prova de Mérito realizada em 2010. Nesta questão, o candidato precisa reconhecer que o lado do retângulo sobre o eixo de x possui valor numérico igual a 3, calcular o lado do retângulo que se encontra sobre o eixo de y utilizando o Teorema de Pitágoras e conhecidos os dois lados do retângulo, o candidato deve ainda calcular sua área.

Figura 9: Exemplo de questão que envolvendo contexto real intramatemático

MÉRITO CESGRANRIO 2010 - QUESTÃO 35

A figura abaixo mostra um retângulo OABC, tal que seus vértices O e B repousam, respectivamente, sobre o centro do círculo dado e sobre a circunferência.



Se $\overline{AC} = 5$ cm e $\overline{CD} = 2$ cm, então a área do retângulo OABC é igual a:

a) $5\sqrt{2}$ cm²

b) 12 cm²

c) $16\sqrt{2}$ cm²

d) 25 cm²

e) $(2+\pi)^2$ cm²

Outro contexto bem explorado foi o artificial extrametemático. Em nossa concepção ele aparece diversas vezes (em 7 questões), uma vez que os cálculos de situações externas a matemática podem ser facilitados em contextos mais artificiais. A resolução da questão 31 do Concurso Simplificado de 2012 apresentada a seguir – Figura 8 – requer o cálculo do valor numérico da expressão algébrica que indica a altura da água do mar, em função do tempo. O tempo é dado: t = 4 horas. Finalmente, a altura da maré pode ser determinada considerando-se que cos π = -1.

Figura 10: Exemplo de questão que envolvendo contexto artificial extramatemático

SIMPLIFICADO 2012 - QUESTÃO 31

Em uma cidade, a altura máxima da maré em seu porto ocorreu exatamente às 12 horas. A altura da água do mar nessa cidade é uma função periódica, pois oscila regularmente entre maré alta e maré baixa, ou seja, a altura da maré aumenta até atingir um valor máximo (maré alta) e vai diminuindo até atingir um valor mínimo (maré baixa), para depois aumentar de novo até a maré alta, e assim por diante. A altura h, em metros, da maré, nesse dia, no porto da cidade, pode ser obtida, aproximadamente, pela sentença: $h(t) = 2{,}5 + 1{,}5 \cos\left(\frac{\pi}{4}t\right)$, sendo t o tempo decorrido, em horas, após as 12 horas. Assim, a altura h da maré às 16 horas, ou seja, quando t = 4 horas é:

a) 4,0 m b) 3,6 m c) 2,5 m d) 2,0 m **e) 1,0 m**

Além desses contextos houve uma única incidência de questões com contexto artificial intramatemática – Questão 75 – do Concurso Simplificado de 2010. Observa-se que a questão foi elaborada num contexto que trata da prática de um professor, mas seu objetivo foi examinar, no candidato, o conhecimento específico do Teorema de Pitágoras.

Figura 11: Exemplo de questão que envolvendo contexto artificial intramatemático

SIMPLIFICADO 2010 - QUESTÃO 75

No estudo do Teorema de Pitágoras, chama a atenção dos alunos o fato do triângulo de lados 3, 4 e 5 satisfazer a relação $a^2 = b^2 + c^2$ e, portanto, ser retângulo.

Mobilizado pela curiosidade despertada pelo grupo de alunos um professor propôs o estudo de padrões numérico-geométricos investigando os ternos designados pitagóricos, que correspondem àqueles na forma (a, b, c) em que a, b e c são números que satisfazem a relação $a^2 = b^2 + c^2$. Inicialmente deu particular ênfase ao estudo dos ternos formados por números inteiros positivos cuja diferença entre c e b, nessa ordem, fosse de uma unidade. Nessa investigação, os alunos encontraram uma série de ternos com essa característica, entre os quais (a, b e c) apresentados abaixo:

Terno A (3, 4, 5) Terno B (5, 12, 13) Terno C (7, 24, 25)

Seguindo as mesmas instruções do professor, encontrando os valores de b e c no terno pitagórico (11, b, c) é correto dizer que b + c é igual a:

a) **121** **b)** 131 c) 141 d) 151 e) 189

Outro contexto com uma única incidência foi o real extramatemático. Esse contexto foi observado na Questão 24 da Prova de Curso de Formação já apresentada neste artigo.

Considerações Finais

A análise desses resultados indicou como conteúdos necessários ao professor, para ensinar trigonometria, identificado nos concursos as funções trigonométricas, relações e círculo trigonométrico e teorema de Pitágoras uma vez que dentre as questões analisadas elas totalizam 85% da que envolviam Trigonometria. Segundo o nível de conhecimento esperado como descrito por Robert (1998) notamos que houve predominância do Mobilizável. Ressaltamos que esse é, segundo a autora, de funcionamento mais amplo do que o técnico, que seria mera aplicação da propriedade, uma vez que a ultrapassa. Observamos que foi necessário muitas vezes que o candidato adaptasse os conhecimentos para aplicar um teorema adequado, ou mesmo mudar um ponto de vista, ou quadro a simples aplicação de uma propriedade.

Além disso, quanto ao conhecimento pedagógico do conteúdo foi cobrado do candidato, em nosso ponto de vista, a modelagem cuja solução requeria a elaboração de estratégias que facilitassem o entendimento do conteúdo abordado.

Da mesma forma no que diz respeito aos conhecimentos necessários ao professor, para ensinar Trigonometria, é importante ressaltar que pela análise de orientações curriculares para a abordagem desse conteúdo tanto em documentos oficiais federais como estaduais, especialmente o *Caderno do Professor*, encontramos, por exemplo, a introdução por meio do estudo da periodicidade envolvida no fenômeno das marés. Nesse sentido, parece que houve uma preocupação com contextos significativos estabelecendo relações interdisciplinares, especialmente entre física e matemática, pois exige que o professor disponha além dos conhecimentos de Matemática também o conhecimento específico de Física.

No entanto, não notamos haver nas provas questões que avaliassem conhecimentos referentes à organização curricular. Embora alguns itens tenham sido elaborados num contexto que era tratado no currículo, observa-se que os itens tinham quase que exclusivamente o propósito de examinar o conhecimento do conteúdo específico do candidato.

Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília, 2006.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C.L.B.; FIORENTINI, D.; BRUM, E.D.; MEGID, M.A.; FREITAS, M.T.M.; MELO, M.V.; MISKULIN, R.G.S. Saberes Docentes em Matemática: Uma Análise da Prova do Concurso Paulista de 2003, **Revista de Educação Matemática**, Volume 9, ns. 9 e 10, p. 61 - 70, SBEM - SP, 2005

ROBERT, A. Outils D'Analyse des Contenus Mathématiques à Enseigner au Lycée à L'Université, **RDM**, Vol 18, n. 2, p 139-190, 1998.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Currículo do Estado de São Paulo - Matemática e suas Tecnologias - Ensino Fundamental - Ciclo II e Ensino Médio**, São Paulo: SE/CENP, 2010.

______. Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Caderno do Professor - Matemática - 8ª série - EF - volume 3**, São Paulo: SE/CENP, 2009a.

______. Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Caderno do Professor - Matemática - 1ª série - EM - volume 4**, São Paulo: SE/CENP, 2009b.

SHULMAN, L. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher,** 15, 4-14, 1986

____________. Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. **Harvard Educational Review**, Vol. 57, n. 1, p.1-21, 1987.

SPINELLI, WALTER. A **Construção do Conhecimento entre o Abstrair e o Contextualizar: O Caso do Ensino da Matemática**. Tese de Doutorado, USP/SP, 2011.