

# Habilidades matemáticas: una aproximación teórica

## Mathematical skills: a theoretical approach

## Habilidades matemáticas: uma abordagem teórica

---

MABEL A RODRÍGUEZ<sup>1</sup>

### Resumen

*Encontramos que la teoría existente sobre el concepto de habilidades matemáticas no resulta del todo apropiada al momento de utilizarla para analizar desempeños de estudiantes. Esto nos llevó a interpelar la teoría y dio lugar a una nueva conceptualización que mejora las anteriores y a su vez permite conocer los avances de los estudiantes en el desarrollo de la habilidad. El concepto que presentamos contempla el control del sujeto sobre su desempeño, entendido éste como un hacer a propósito de una consigna dada, que esa acción sea correcta y que lo lleve a resolver la situación planteada. En este artículo ponemos mayor énfasis en la presentación del desarrollo teórico sobre el concepto de habilidades matemáticas explicando las razones que nos llevaron a realizarlo, establecemos relaciones entre habilidades y heurísticas y dejamos planteadas algunas ideas que podrían dar lugar a futuras investigaciones para favorecer su enseñanza. El enfoque metodológico del trabajo es cualitativo.*

**Palabras clave:** *Habilidades matemáticas; habilidades matemáticas generales; enseñanza de habilidades matemáticas.*

### Abstract

*We found that existing theory about mathematical skills is not appropriated when using it to analyze students' performance. This fact suggested us to discuss such theories and to propose a new conceptualization of the term 'mathematical skills'. The latter improves the existing ones and allows to know how students evolve in their skills. The new conceptualization includes students' control about his own performance in addition to the requirement of getting a correct answer in a right way. This article focuses in the theoretical approach to the concept, explaining the reasons that guide our work, and we establish relations between skills and heuristics. Finally, we propose considerations that could be the beginning of future research work to improve its acquisition. The methodology used is qualitative.*

**Keywords:** *Mathematical skills; general mathematical skills; teaching of mathematical skills.*

---

<sup>1</sup> Doctora de la Universidad de Buenos Aires. Área Matemática (Universidad de Buenos Aires, Argentina). Investigadora-docente regular en el Instituto del Desarrollo Humano de la Universidad Nacional de General Sarmiento y Profesora Titular regular de la Universidad Nacional de Tierra del Fuego. E-mail: [mrodri@ungs.edu.ar](mailto:mrodri@ungs.edu.ar)

## Resumo

*Descobrimos que a teoria existente sobre o conceito de habilidades matemáticas não inteiramente apropriado quando você o usar para analisar o desempenho do aluno. Isso nos levou a interpelar a teoria e levou a um novo conceito que melhora o exposto, e por sua vez permite o progresso dos alunos no desenvolvimento de habilidade. O conceito aqui apresentado inclui o controle sobre o assunto em seu desempenho, entendida como um fazer sobre um determinado slogan, que a ação é correta e levá-lo para resolver a situação em questão. Neste artigo vamos colocar maior ênfase na apresentação do desenvolvimento teórico do conceito de habilidades matemáticas que explicam as razões que nos levaram a fazer isso, estabelecemos relações entre as competências e heurísticas e nós levantamos algumas ideias que poderiam levar a pesquisas futuras para continuar a sua educação. A abordagem metodológica é trabalho qualitativo.*

**Palavras chave:** *Habilidades matemáticas; habilidades matemáticas gerais; o ensino de habilidades matemáticas.*

## Introducción

Estamos trabajando actualmente en la Universidad Nacional de General Sarmiento (UNGS), Argentina, en la identificación y enseñanza de habilidades matemáticas con estudiantes de nivel superior. Trabajamos en el Profesorado de Matemática, en materias avanzadas y, a nivel pre-universitario, en un curso inicial de Matemática. Para llevar adelante la investigación iniciamos una búsqueda teórica sobre la noción de *habilidades matemáticas*. En este recorrido nos surgieron cuestionamientos a los desarrollos encontrados al poner en juego los conceptos con datos empíricos de estudiantes. Como consecuencia de esto avanzamos en una conceptualización teórica -que constituye el principal aporte de este trabajo- a la luz de la cual podemos dar respuesta a dichos cuestionamientos así como conocer con más precisión el desarrollo de las habilidades en estudiantes. Incluimos en este artículo parte del recorrido teórico, su contraste al analizar respuestas de estudiantes, algunas de las preguntas que nos surgieron en ese momento, el avance teórico que realizamos y la forma en la que con él se podrían entender y explicar los datos empíricos.

En FERRER VICENTE (2000) se reportan dos modos de concebir las *habilidades*: como hábito culminado o como una acción creadora en constante perfeccionamiento. Coincidimos con las tendencias actuales que se posicionan en concebir las habilidades desde la segunda posición.

Antes de ofrecer algún tipo de precisión sobre el concepto de *habilidades matemáticas*, la bibliografía suele expresar precisiones sobre el concepto de *habilidad*, como señalamos

a continuación. BRITO (1987) expresa: “Las habilidades constituyen el dominio de acciones (psíquicas y prácticas) que permiten una regulación racional de la actividad, con la ayuda de los conocimientos y hábitos que el sujeto posee” (en FERRER VICENTE, 2000, p.22). En esta formulación nos genera cierta duda la acepción del término *dominio* que el autor quiere expresar. Entendemos, a raíz de su desarrollo posterior, que se refiere a dominar acciones en lugar de concebir *dominio de acciones* como conjunto de acciones. El hecho que las acciones psíquicas formen parte del concepto lo posiciona en un terreno psicológico y nos interesaría tener una conceptualización en el campo didáctico. Por otra parte, Campistrous define en 1987 el concepto como un complejo formado por conocimientos específicos, sistemas de operaciones y conocimientos y operaciones lógicas resaltando que los conocimientos matemáticos y las operaciones tanto matemáticas como lógicas conformarían componentes de las habilidades. Es interesante que el propio CAMPISTROUS (1989) mejora, dos años más tarde, su propia formulación estableciendo que la habilidad se asume como “las acciones que el sujeto debe asimilar y por tanto dominar en mayor o menor grado y que, en esta medida, le permiten desenvolverse adecuadamente en la realización de determinadas tareas” (en FERRER VICENTE, 2000, p.24). Queremos resaltar que entendemos que el término *grado* pone en evidencia que las habilidades se perfeccionan y que el sujeto podría evolucionar en su desarrollo, adquisición o aprendizaje. También es interesante aquí advertir que se impone como condición que el sujeto deba desenvolverse adecuadamente en la realización de tareas. En un plano intuitivo, si imaginamos alguien habilidoso en algún campo, resulta razonable esperar que se desenvuelva adecuadamente. Por esta razón, consideramos que esta es una característica que quisiéramos que fuera constitutiva de este concepto. Esto no es evidente en la literatura, como la primera definición de Brito muestra. Siguiendo el recorrido por autores que han conceptualizado esta noción, consideramos a Alberto, Rogiano, Roldán y Banchik (2006, p.37) quienes sostienen:

Adherimos a las concepciones sobre las habilidades cognitivas entendidas como operaciones y procedimientos que puede usar el estudiante para adquirir, retener y recuperar diferentes tipos de conocimientos y que suponen el logro de capacidades, entre otras, para definir, demostrar, identificar, interpretar, codificar, recodificar, graficar, algoritmizar y calcular, modelar, comparar, resolver, aproximar, optimizar.

Según esta aproximación, las habilidades deben usarse para ciertos fines y aparece un vínculo con las capacidades que no resulta clarificado en el texto.

En varios escritos hemos encontrado que para conceptualizar la noción de habilidades se hace referencia a otros términos como capacidades, procedimientos, competencias o destrezas sin incluir precisiones sobre ellos. Por otra parte, otros autores consideran algunos de ellos con el mismo significado. Por ejemplo, HERNÁNDEZ (1998) en WILLINER, 2011, p.116) identifica procedimientos con habilidades y las define como modos de actuación mientras que la última autora expresa, llegando al terreno de habilidades matemáticas:

... que una habilidad matemática es la capacidad de efectuar o realizar una tarea matemática eficientemente o de actuar adecuadamente frente a una situación, en la que la Matemática está involucrada. Son las acciones o tareas que efectuamos en forma sistemática para lograr un objetivo.

En la tesis de FERRER VICENTE (2000, p.54), ella adopta la siguiente definición:

consideramos la habilidad matemática como la construcción y dominio, por el alumno, del modo de actuar inherente a una determinada actividad matemática, que le permite buscar o utilizar conceptos, propiedades, relaciones, procedimientos matemáticos, emplear estrategias de trabajo, realizar razonamientos, emitir juicios y resolver problemas matemáticos.

En esta última definición, por un lado pareciera no estar impuesta la condición de desenvolverse adecuadamente y por otro lado el listado de lo que debe ser utilizado (conceptos, propiedades, etc.) ofrece una descripción de la actividad matemática que consideramos que, por ser demasiado abarcativa, no permite distinguir por qué un sujeto no dispone una habilidad o cómo hacer para que desarrolle una habilidad matemática.

DELGADO RUBÍ (1997) trabaja con el concepto de *habilidades matemáticas generales* proponiendo tres características que éstas deben cumplir. Él establece que es necesario que sean inherentes al trabajo matemático, generales para que se puedan trabajar a lo largo de la formación matemática y que un sujeto que aprende Matemática no pueda prescindir de ellas. El autor propone ejemplos tales como: describir, modelizar, interpretar, etc. y presenta definiciones de cada una explicitando su alcance. En FORMICA, GONZÁLEZ y RODRÍGUEZ (2009), mejorando el planteo teórico utilizado en RODRÍGUEZ, CARNELLI y FORMICA (2005), se consideran algunas de las habilidades matemáticas generales de Delgado Rubí *sujetas a un contenido matemático*. Esta distinción se da pues cuando se quiere trabajar con una habilidad matemática necesariamente esto ocurrirá en vínculo con un contenido matemático en el que será posible desarrollarla. Al considerar esto, se puede lograr mayor precisión al identificar características particulares de cada

habilidad según el contenido matemático y de este modo es posible refinar la conceptualización.

Metodológicamente, lo que encontramos en la bibliografía es que un modo de estudiar si un sujeto dispone o no de una cierta habilidad matemática se basa en que éste sea capaz de resolver ciertas actividades, muchas de ellas de tipo rutinario. Ejemplos de esto pueden verse incluso en exámenes estandarizados como por ejemplo GUERRERO y SEPÚLVEDA (2005). Otros estudios evalúan el desarrollo de habilidades en distintas etapas de la escolarización, desarrollando pruebas que aplican a gran escala (PEREIRA DOS SANTOS, y CALDEIRA BRANT DE TOLENTINO-NETO, 2015). Se encuentran estudios en los que, para favorecer el desarrollo de habilidades desde la enseñanza se les propone a los estudiantes la resolución de actividades en las que, para resolverlas, se debería poner en juego la habilidad. Entendemos que si un estudiante no resuelve una actividad en la que se involucra una cierta habilidad, no dispone de ella o su aprendizaje no ha resultado suficiente. Lo que queremos plantear es que en algún sentido el planteo recíproco no nos resulta suficiente, a saber. El sólo hecho de resolver bien una actividad, ¿nos permitiría afirmar que el sujeto dispone de la habilidad involucrada? Como para pensar en este cuestionamiento, proponemos a continuación discutir desempeños de estudiantes ante la habilidad de *graficar funciones cuadráticas* y las preguntas que nos fueron surgiendo a raíz de ellos y que nos interesa abordar desde una perspectiva teórica. Podría ocurrir que un estudiante grafique funciones cuadráticas haciendo largas tablas de valores. ¿Tendría sentido pensar que ese sujeto dispone de la habilidad de graficar funciones cuadráticas? Consideramos que esto no basta. Resolver bien una actividad, aunque sea una condición necesaria, no debería ser un indicador que nos permita afirmar que el sujeto dispone de cierta habilidad. Ahora bien, nos podríamos preguntar si tendría sentido considerar que la habilidad es *graficar funciones cuadráticas mediante el uso de tabla de valores*. Si tuviera sentido, tal vez sí podríamos decir que el estudiante dispone de esta otra habilidad. ¿Deberíamos considerar el “graficar funciones elementales mediante tabla de valores” como una habilidad matemática? ¿Preferiríamos adoptar una definición de habilidad que deje este caso afuera? ¿Cómo pensar en la génesis de las habilidades no matemáticas, las habilidades matemáticas y las habilidades matemáticas sujetas a contenido? ¿Cómo podríamos pensar algún vínculo entre ellas? Estas preguntas que aquí plasmamos son las que nos condujeron a buscar y proponer mayores precisiones sobre el concepto. Nos interesa ofrecer aquí una conceptualización que permite dar respuestas y dilucidar, teóricamente, estas cuestiones en vistas a tener elementos que

permitan, entre otras: distinguir estudiantes que disponen de ciertas habilidades de aquellos que no y evaluar el grado de desarrollo o aprendizaje alcanzado de una habilidad. Incluimos hacia el final del trabajo datos de la puesta a prueba de la conceptualización e ideas que permitirían avanzar en una futura investigación para mejorar la enseñanza de habilidades matemáticas.

## **Desarrollo**

En esta sección presentamos una conceptualización diferente de las existentes sobre habilidades matemáticas, establecemos relaciones entre habilidades matemáticas y heurísticas identificando similitudes y diferencias y presentamos datos de la puesta a prueba de la conceptualización y las explicaciones que ésta nos permite dar.

## **Habilidades matemáticas: rumbo a una definición**

Hemos considerado que un camino posible para organizar las ideas y presentar la conceptualización teórica es el siguiente.

- *Buscar una caracterización o definición de habilidades. Al expresar simplemente habilidades, sin mayor especificidad, dejamos abierto a otros campos, no necesariamente la Matemática.*

*Luego de ello:*

- *Definir habilidades matemáticas y hacer una distinción entre los dos tipos siguientes:*

- *sujetas a contenidos (HMSC)*
- *generales (HMG)*

En consonancia con observaciones realizadas en la sección 1., nuestra definición es la siguiente. Consideramos que una *habilidad* es un desempeño deliberado, no casual, adecuadamente realizado que permite resolver correctamente una cierta problemática planteada.

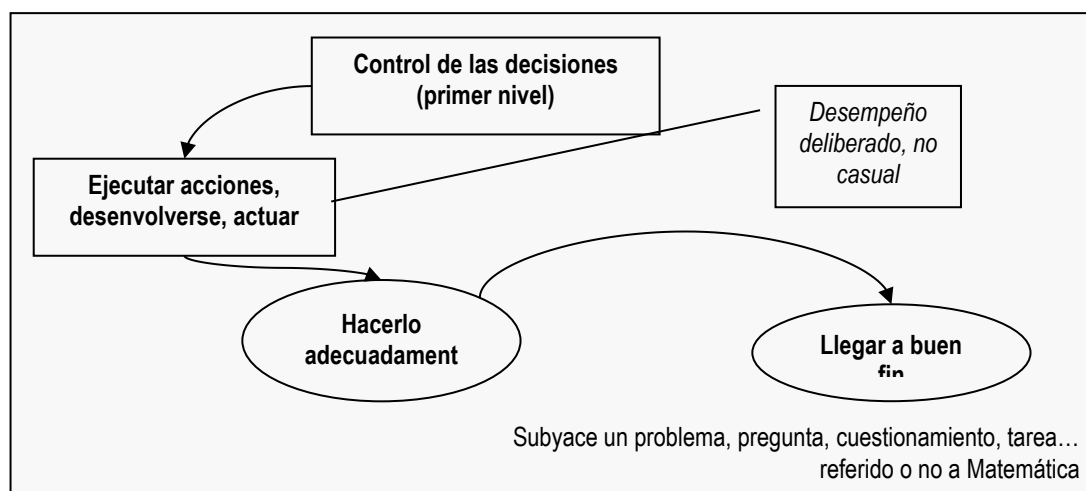
Aquí *desempeño* se entiende como una acción, se refiere a *un hacer*. El término *deliberado* se vincula con tener control sobre la acción realizada. Esto significa que una persona que tiene una habilidad controla lo que hace, es decir *antes de actuar*, piensa y toma decisiones. Luego actúa y *ese hacer* resulta correcto, es decir “lo hace bien” pero no sólo eso, sino que eso que hace le permite “llegar a buen fin”. Esto último significa que: responde la pregunta que se le planteó, resuelve el problema dado, avanza con un

cuestionamiento que debía abordar, etc. Al mencionar en la definición *cierta problemática planteada* queremos expresar la diversidad de situaciones ante las cuales el sujeto podría poner en juego una habilidad. Un sujeto podría poner en juego una habilidad ante una gran gama de actividades, no necesariamente del mismo tipo. Notemos que un sujeto podría deliberadamente decidir ejecutar una acción y esto hacerlo correctamente pero podría ocurrir que con eso no baste para llegar a buen fin. De allí que consideramos que los elementos que deben conformar el concepto de habilidad son: un desempeño o acción, su deliberado uso, la correcta realización de la acción y el hecho de llegar a buen fin. Esto permite definir “habilidad” pues no involucra un campo de conocimientos específico.

El control al que aquí hacemos referencia conforma un *primer nivel*. Mencionaremos un *segundo nivel de control* más adelante.

Proponemos un esquema que sintetiza la idea:

Esquema 1: concepto de habilidad



Cuando el campo de problemas, preguntas, tareas, etc. es la Matemática estamos frente a lo que denominamos una *habilidad matemática (HM)*.

Resulta interesante pensar que en el trabajo matemático, las habilidades matemáticas nacen sujetas a contenidos específicos. Por ejemplo, un matemático o alguien que aprende Matemática podría ser capaz de:

- ❖ *Acotar funciones en demostraciones de límite*
- ❖ *Graficar superficies en el espacio*
- ❖ *Analizar funciones a partir de sus expresiones simbólicas*
- ❖ *Extraer información estadística a partir de un conjunto de datos*

❖ ...

Pero a la vez, cada una de estas habilidades matemáticas podría descomponerse en una *raíz común* y un contenido. La raíz común puede compartirse con otros contenidos. Por ejemplo:

- ❖ *Graficar funciones elementales*
- ❖ *Graficar superficies en el espacio*
- ❖ *Graficar curvas parametrizadas*

Esa raíz común nos es lo que denominamos *habilidades matemáticas generales* (HMG). En este ejemplo, “graficar” sería una HMG.

Caracterizamos las HMG sumándole a la definición de habilidad matemática, las características que considera DELGADO RUBI (1997):

- ✓ *ser propias del quehacer matemático*
- ✓ *ser generales para estar presentes en distintos niveles de escolaridad*
- ✓ *ser imprescindibles para la formación matemática*

Finalmente, definimos una *habilidad matemática sujeta a un contenido* (HMSC) como una habilidad matemática general particularizada a un conjunto de problemáticas matemáticas que se refieren a un mismo contenido matemático<sup>2</sup>.

El ejemplo siguiente surge de indagar cómo actúan estudiantes avanzados del Profesorado de Matemática ante la consigna de graficar una función cuadrática. Se supone que es una tarea sencilla para ellos, es un contenido que trabajan y usan hace tiempo de modo que esperamos que pongan de manifiesto la habilidad de graficar.

**Ejemplo:** Graficar la función  $f : R \rightarrow R$  de expresión  $f(x) = (x - 2)^2 + 4$

Los estudiantes inmediatamente produjeron el gráfico, ante lo cual les preguntamos cómo lo obtuvieron. Responden que al ver la expresión conocían la gráfica que obtendrían, su concavidad y el vértice (este último por estar en forma canónica). Algunos graficaron aproximadamente a partir de ese dato y otros obtuvieron un par ordenado adicional, seleccionando un valor arbitrario para la variable independiente. En términos de nuestra conceptualización, cuando el estudiante identifica el tipo de función dada, anticipa la gráfica, reconoce el formato en el que se presenta y los datos inmediatos que se pueden obtener así como la necesidad de completar la información para lograr más precisión está dando cuenta del primer nivel de control.

---

<sup>2</sup> En el sentido de los “contenidos conceptuales”



Es decir, los estudiantes pueden preguntarse (y responderse) cuestiones como las siguientes antes de esbozar el gráfico.

- ✓ *¿Qué tipo de función es? (se responde: cuadrática)*
- ✓ *¿Qué gráfico dará? (se responde: parábola)*
- ✓ *¿Cómo viene expresada? (se responde: en forma canónica)*
- ✓ *¿Qué información ofrece esa expresión? (se responde: las coordenadas del vértice)*
- ✓ *¿Necesito algo más para poder trazar el gráfico? (se responde: sí, un punto más)*
- ✓

Luego de esto, actúan: identifican y marcan el vértice, eligen un punto, calculan su imagen, grafican el vértice y trazan la parábola. Esto pone de manifiesto el desempeño deliberado, correcto y que les permite llegar a buen fin, manifestando desarrollo de la habilidad en cuestión.

En contraste a esta forma de trabajo, los estudiantes de nivel pre-universitario de la UNGS, quienes estudian funciones cuadráticas, están en otra situación. Algunos han trabajado el concepto en el nivel secundario y lo recuerdan en mayor o menor medida, Otros, en cambio, expresan desconocerlo. El contenido es enseñado en la materia. Al pedir la misma actividad, algunos de ellos:

- ✓ *no anticipar qué tipo de gráfico obtendrán*
- ✓ *saber que será una “parábola” sin más precisiones*
- ✓ *que podrían hacer una tabla de valores*
- ✓ *al preguntar cuántos valores necesitarían, no necesariamente tienen claridad en cuántos les serían suficientes*
- ✓ *unen los puntos de la tabla mediante poligonales*
- ✓ *reconstruyen una parábola a partir de volcar en el plano cartesiano los puntos de la tabla de valores*
- ✓ *apelan a sus carpetas para buscar teoría relacionada*
- ✓ *etc.*

En este tipo de respuesta vemos manifestada con claridad la falta del control que exige la definición de habilidad matemática. Asimismo algunos de sus desempeños darían resultados erróneos (como trazar una poligonal) y otros aunque lleguen a buen fin (como quienes reconstruyen la parábola) no tienen claro esto al momento de trabajar. Es

interesante señalar que este tipo de acción podría darse en un plano heurístico, distante del desarrollo avanzado de la habilidad de graficar funciones elementales.

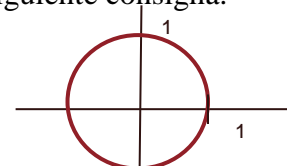
Con estas ideas retomemos una de las preguntas iniciales: si tiene sentido considerar “*Graficar funciones cuadráticas mediante tabla de valores*” como una HMSC. Entendemos que sí podría ser considerada una HMSC pues cumple con la definición dada. Lo que es interesante para pensar es que podríamos decidir si “nos interesaría elegir *ese* contenido matemático” extremadamente específico para trabajar, enseñar o evaluar una HMSC. La respuesta será particular a cada investigador o docente, en función de sus intereses y es altamente probable que no la tomemos.

Vamos a presentar la idea del *segundo nivel de control*. Para ello consideramos que una HMG debe siempre poder particularizarse con distintos contenidos,  $C_1, C_2, \dots, C_n$ . El segundo nivel de control se ejerce a partir de la habilidad matemática general *por sobre* los contenidos en los que ésta se particulariza. Una persona que tenga este nivel de control, reconoce la parte invariante de las habilidades matemáticas sujetas a contenidos y puede pensar y tomar decisiones sin necesidad de operar y resolver con los contenidos específicos.

Presentamos un ejemplo con la intención de esclarecer la idea que surge del trabajo con estudiantes avanzados del Profesorado de Matemática de la UNGS.

Les pedimos a los estudiantes que nos expliquen cómo abordan la siguiente consigna.

**Ejemplo:** Decidir si el siguiente gráfico podría corresponder a la gráfica de alguna función.

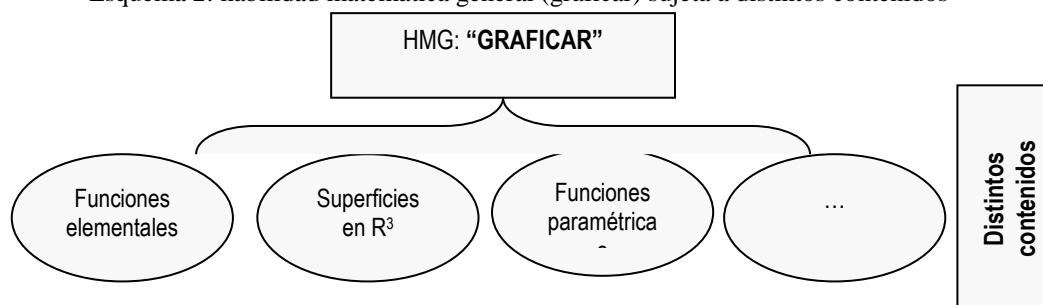


Los alumnos avanzados han trabajado en distintas materias con contenidos matemáticos específicos como: funciones elementales, funciones de varias variables a valores reales, funciones dadas en forma paramétrica y han usado graficadores. Ante la pregunta, muchos de ellos atinan a responder que no, pensando únicamente en funciones de variable real y a valores reales. Al intervenir mencionando que no está dicho qué tipo de función es, amplían su pensamiento a estas otras opciones. Es allí donde algunos de ellos identifican la circunferencia como la gráfica de una función dada en forma paramétrica y son capaces de construir la expresión.

Es así que ponen de manifiesto el segundo nivel de control, propio de quienes tienen mayor desarrollo de la habilidad de “graficar”.

El esquema 2 intenta expresar esta idea.

Esquema 2: habilidad matemática general (graficar) sujeta a distintos contenidos



En el análisis del ejemplo dado, una persona que controla la HMG por sobre los contenidos podría pensar así:

Antes de actuar, ejerce el control sobre los distintos contenidos matemáticos y, por ejemplo, reflexiona de este modo:

✓ *Si la pregunta se refiriera a funciones de valores reales y a valores reales, la respuesta sería “no” porque hay valores de las abscisas que tendrían dos imágenes.*

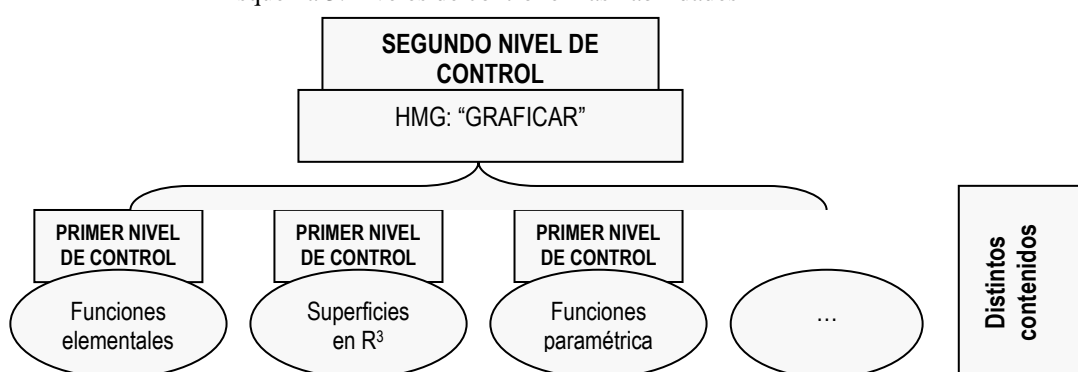
✓ *¿Cabría pensar esto en superficies (funciones de  $R^2 \rightarrow R$ )? Se respondería que no, que no corresponde*

✓ *¿Podría ser para funciones dadas en forma paramétrica? En ese caso responde que podría ser. Allí actúa y responde:*

*Sí es factible,  $f: [0, 2\pi) \rightarrow R^2$ ,  $f(t) = (\cos t; \sin t)$ . Es función y el gráfico es el dado.*

Concebimos los dos niveles de control como el esquema siguiente muestra.

Esquema 3: niveles de control en las habilidades



## Habilidades y heurísticas: relaciones

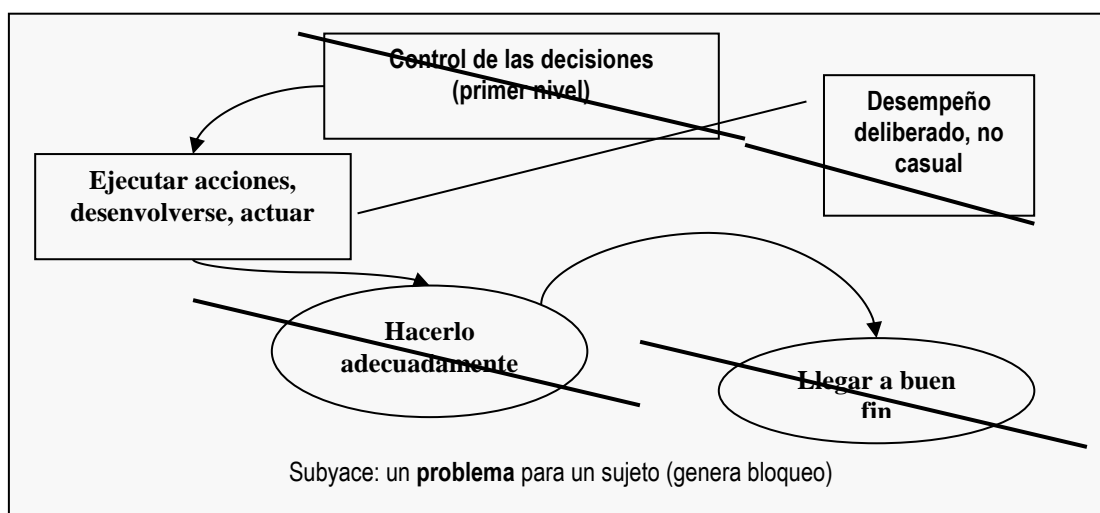
El término *heurísticas* es propio de la Resolución de Problemas o Escuela Anglosajona de Educación Matemática cuyo origen puede establecerse con el trabajo de POLYA de 1945 (cuya segunda edición es la referenciada aquí). En esta línea el concepto de *problema para un sujeto* es clave y sus características principales son: debe haber una persona que intentará resolver (resolutor), éste no debe conocer exactamente qué procedimiento debe realizar para tener éxito y el planteo debe tener tanto un punto de partida como una meta a ser alcanzada. Las *heurísticas* se conciben como estrategias que el sujeto pone en juego cuando intenta resolver un problema. Es en la incertidumbre de no saber cómo resolverlo que se ponen en juego las estrategias heurísticas y éstas están presentes incluso cuando el problema no es resuelto o se resuelve de un modo incorrecto. Una síntesis teórica, entre tantas otras disponibles, sobre esta Escuela puede verse en RODRIGUEZ (2012) y un desarrollo sobre heurísticas en MARINO Y RODRIGUEZ (2009). En este marco, hacer gráficos, esquemas; simplificar el problema, dar casos particulares, etc. son heurísticas y en una primera lectura podríamos pensar que no habría diferencias con las habilidades matemáticas. Intentamos avanzar en este sentido.

Cuando un sujeto utiliza heurísticas lo que seguro ocurre es que no tiene control de sus decisiones y acciones. No necesariamente la acción realizada es “adecuada” y tampoco necesariamente deba “llegar a buen fin”. Pueden utilizarse diversidad de heurísticas incluso en resoluciones que no alcanzan una respuesta al planteo.

Por otra parte, las heurísticas se ponen en juego ante un tipo de actividad particular, los *problemas* entendidos como acabamos de expresar mientras que las habilidades podrían ponerse en juego ante una gama mayor de actividades.

Retomamos el esquema de habilidades en el que dejamos expresado los aspectos que no entran en juego al considerar heurísticas y el tipo de actividad subyacente.

Esquema 4: analogía entre habilidades y heurísticas



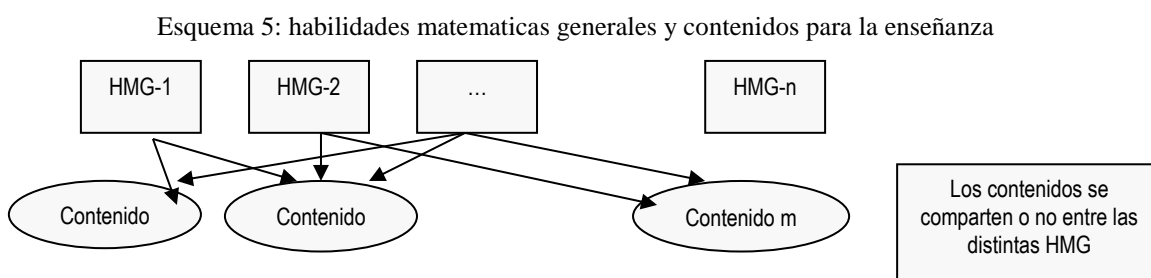
## Conclusiones y perspectivas

Entendemos que concebir las habilidades matemáticas desde este enfoque nos ha permitido ir clarificando las preguntas iniciales y comprender diferencias con conceptualizaciones de otros autores. Tenemos herramientas más precisas para identificar el desarrollo de habilidades en estudiantes y poder explicar qué es lo que aún falta trabajar.

Resulta muy interesante advertir que ante una situación a resolver, alguien que posea dominio de habilidades matemáticas, no pondrá en juego heurísticas. Lo que podría ocurrir es que deliberadamente un sujeto decida utilizar heurísticas para encarar la resolución de cierta actividad. Podemos considerar en este caso, que el sujeto tiene *habilidades heurísticas*. Entre las clasificaciones de habilidades disponibles en la bibliografía, FERRER VICENTE (2000) las denomina “habilidades matemáticas referidas a la utilización de procedimientos heurísticos” (p. 56). Una diferencia entre un experto y un novato ante la resolución de una cierta actividad puede pasar, justamente, por los niveles de control. Mientras que si solo miráramos la producción escrita, éstas puedan verse similares, el experto podría haber pensado, decidido y controlado sus acciones, decidido simplificar el problema, pensar casos particulares, etc. (heurísticas) mientras que el novato podría hacer intentos y usar estrategias sin tener en claro al inicio para qué lo hace aunque logre alcanzar una respuesta apropiada.

Podemos pensar algunas cuestiones para la enseñanza de habilidades matemáticas que podrían resultar un punto de partida para futuras investigaciones. A este respecto, mencionamos lo siguiente.

El hecho de pensar en la enseñanza de la Matemática por habilidades matemáticas requiere decidir cuáles son las HMG que se quieren enseñar y cuáles son los contenidos sobre los que se quiere particularizar cada una de ellas. Estos contenidos claramente podrían ser los mismos para diferentes habilidades matemáticas generales. En un esquema la situación sería así:

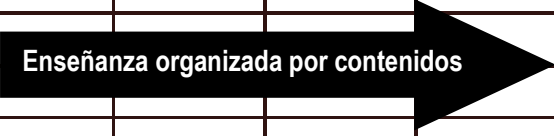


Empieza a resultar claro que el *tiempo* es un elemento crucial para que una misma habilidad matemática general pueda trabajarse para distintos contenidos matemáticos. A su vez, la enseñanza de las habilidades debería contemplar la enseñanza de los dos niveles de control. Saber si un estudiante que responde correctamente a una actividad ha tenido control sobre la situación, exige al docente dos tareas. Por un lado generar momentos de reflexión metacognitiva de modo de dar posibilidades a los estudiantes a advertir y monitorear sus decisiones y por otro el diseño e implementación de un tipo de evaluación que incluya recabar datos sobre los controles ejercidos por el estudiante.

La organización de los contenidos, los objetivos y programas también deberían modificarse. En la enseñanza clásica se definen los contenidos y se piensa en objetivos para dichos contenidos. En la tabla siguiente, sería como hacer una lectura “por filas”. El *asunto* en la primera columna podría ser una pregunta, actividad, etc. que motive la enseñanza de los contenidos, una situación de la que emerja el contenido, etc.

Esquema 6: enseñanza tradicional


		HMG 1	HMG 2	HMG 3	...
A S U N T O	Contenido 1				
	Contenido 2				
	Contenido 3				
	Contenido 4				
	Contenido 5				



En cambio, si uno quisiera enseñar Matemática por habilidades, habría que pensar primero en las HMG, y luego en los contenidos, eso obligaría a hacer una lectura “por columnas” y por lo tanto necesariamente habría que reorganizar la enseñanza. Aquí el *asunto* podría ser un cuestionamiento, pregunta, etc. en el cual se pondrán en juego las habilidades matemáticas.

Esquema 6: enseñanza por habilidades

		HMG 1	HMG 2	HMG 3	...
A S U N T O	Contenido 1				
	Contenido 2				
	Contenido 3				
	Contenido 4				
	Contenido 5				



Como podemos advertir, pensar en el desarrollo o el aprendizaje de habilidades matemáticas resulta complejo, requiere tiempo (en algunos casos habrá habilidades que no se desarrollen en un único curso y se requieran de otros siguientes para seguir cruzándola con otros contenidos), formas de evaluar diferentes y reorganizar la enseñanza. Esto deja un camino interesante por recorrer, al tiempo que el concepto presentado entendemos que da buenos elementos para transitarlo.

### **Agradecimiento:**

Quiero agradecer a los siguientes profesores con quienes hemos mantenido discusiones sobre el concepto y cuyos aportes han permitido enriquecer la mirada alcanzada. Ellos son: Patricia Barreiro, Inés Casetta, Vilma Colombano, Martín Chacón, Alberto Formica, Víctor González, Daniela Isla Zuvialde, Paula Leonian, Tamara Marino y Mónica Real.

## Referencias

- ALBERTO, M., ROGIANO, C., ROLDÁN, G. y BANCHIK, M. Fortaleciendo las habilidades matemáticas de los alumnos ingresantes desde los entornos virtuales. Recuperado el 2 de noviembre de 2011 de <http://www.soarem.org.ar/Documentos/39%20Alberto.pdf>. p. 36-44. 2006.
- DELGADO RUBÍ, J. Las habilidades matemáticas, Documento interno de trabajo. Seminario - taller de Didáctica de la Matemática UTN Regional Haedo, Argentina. 1997.
- FERRER VICENTE, M. La resolución de problemas en la estructuración de un sistema de habilidades matemáticas en la escuela media cubana. Recuperado el 1 de junio de 2011 de [www.eumed.net/tesis/2010/mfv/](http://www.eumed.net/tesis/2010/mfv/). 2000.
- FORMICA, A.; GONZÁLEZ, V. y RODRÍGUEZ, M. Habilidades matemáticas en estudiantes avanzados de Profesorado de Matemática. Poster presentado en el 10° Simposio de Educación Matemática. Universidad Nacional de Luján, Chivilcoy. 2009.
- GUERRERO, L. y SEPÚLVEDA, A. Reactivos propuestos para la conformación de un examen similar al EXANI-I (tipo CENEVAL) de ingreso al bachillerato, con base en un análisis de la guía para preparar el examen. Recuperado el 30 de octubre de 2011 de <http://polya.dme.umich.mx/articulos/Examen%20tipo%20CENEVAL.pdf>. 2005.
- MARINO, T. y RODRIGUEZ, M. Un estudio exploratorio sobre heurísticas en estudiantes de un curso de Matemática de nivel pre-universitario. [Versión electrónica]. Paradigma XXX (2), 165-186. 2009.
- PEREIRA DOS SANTOS, J. y CALDEIRA BRANT DE TOLENTINO-NETO, L. O que os dados do SAEB nos dizem sobre o desempenho dos estudantes em Matemática? Educação Matemática Pesquisa. v.17, n.2. pp.309-333. Recuperado el 23 de agosto de 2014 de <http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/22442/pdf>. 2015.
- POLYA, G. How to solve it. (2ª ed.). Princeton: University Press. 1973.
- RODRIGUEZ, M. Resolución de problemas. M. Pochulu y M. Rodríguez (Compas). Educación Matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos. (pp.153-174). Los Polvorines: Ediciones UNGS - EDUVIM. 2012.
- RODRÍGUEZ, M., CARNELLI, G. y FORMICA, A. Una evaluación de habilidades matemáticas. Suma, N° 48, pp. 33-43. 2005.
- WILLINER, B. Estudio de habilidades matemáticas cuando se realizan actividades usando software específico. Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 27, 115-129. 2011.