

# Pesquisa com Implicações para Sala de Aula

---

## Implementação da Calculadora em uma Classe do 6º Ano

Silvia Dias Alcântara Machado<sup>1</sup>  
Bárbara Lutaif Bianchini<sup>2</sup>



### Resumo

Apresentamos e analisamos, neste artigo, uma das atividades proposta a alunos de 6º ano da Educação Básica por uma professora, em formação continuada, ao abordar o estudo de múltiplos e divisores. Este estudo é parte de uma pesquisa mais ampla que visa investigar o impacto do uso da calculadora em turmas do Ensino Fundamental, com a intenção de provocar o processo de generalização de padrões, processo esse essencial para o desenvolvimento do pensamento algébrico segundo Ponte (2006). Concluímos que a atividade proposta por meio do trabalho exploratório mediado pela calculadora cumpriu o objetivo visado, contribuindo para o desenvolvimento dos processos de generalização de padrão e de validação dos alunos envolvidos.

**Palavras-chave:** Pensamento algébrico. Divisibilidade. Calculadora. Sexto ano.

### Introdução

Embora os PCN, desde 1997, explicitem a importância da utilização da calculadora na sala de aula, ainda hoje, segundo algumas pesquisas, como as de Noronha e Sá (2002) e Melo (2008), os professores do Ensino Fundamental receiam implantá-la, alegando a necessidade de tempo para a memorização dos algoritmos, como também a dificuldade em incorporar o instrumento ao plano de aula, pois falta orientação pedagógica para sua utilização em classe, e a existência de diferentes tipos de calculadora também dificulta a gestão da classe, dentre outros motivos.

O processo da generalização é apontado por pesquisadores como Ponte (2006), Machado e Maranhão (2010) e Vale e Pimentel (2015) como essencial para a aprendizagem matemática, especialmente para a evolução do pensamento algébrico. Assim, se a intenção da atividade matemática é a de propiciar o desenvolvimento do pensamento algébrico, devemos poupar o aluno das tarefas de cálculo algorítmico, para direcioná-lo à observação e generalização requeridas.

---

<sup>1</sup>Doutora em Matemática; Pontifícia Universidade Católica de S.Paulo/ PUCSP, São Paulo, SP, Brasil. [silviaam@pucsp.br](mailto:silviaam@pucsp.br)

<sup>2</sup>Doutora em Psicologia da Educação; Pontifícia Universidade Católica de S.Paulo/ PUCSP, São Paulo, SP, Brasil. [barbara@pucsp.br](mailto:barbara@pucsp.br)

## IMPLEMENTAÇÃO DA CALCULADORA EM UMA CLASSE DO 6º ANO

Assim, o uso da calculadora fica totalmente justificado, mesmo não levando em conta o seu papel importante de validadora de cálculos. No entanto, para que isso ocorra é necessário instrumentar os professores do Ensino Básico de modo que a incorporem sistematicamente a suas aulas.

Consideramos que o pensamento algébrico já acontece quando o aluno, ao estudar as operações com números naturais, utiliza intuitivamente as propriedades envolvidas como a existência do elemento neutro, a associativa, a comutativa, propriedades de operações que constituem elementos definidores de várias estruturas algébricas, conforme observação de Ponte (2006, p.4) ao destacar que *os números e as operações com números constituem conjuntos dotados de certa estrutura*. No III Fórum de Parâmetros Balizadores de Pesquisas em Educação Matemática, ocorrido em maio de 2015, o Grupo de Educação Algébrica, chegou ao consenso de que a concepção de Álgebra está associada à concepção de pensamento algébrico e de que este último inclui as capacidades de: generalizar e sintetizar padrões, perceber as covariações, relacionar, compreender o simbolismo e utilizá-lo e perceber estruturas.

Este artigo apresenta parte de uma pesquisa que visa investigar o impacto do uso da calculadora em turmas do Ensino Fundamental, com a intenção de provocar o processo de generalização de padrões e da validação. Tal pesquisa foi desenvolvida com professores de matemática da Escola Básica durante dois anos de uma formação continuada.

Nessa formação, após o período de sensibilização dos professores para uma experiência com o uso da calculadora em sala de aula, eles escolheram o conteúdo para o qual preparariam atividades nas quais incorporariam o uso do instrumento. Como objetivo secundário, incentivamos os professores a experimentar e avaliar o trabalho com alunos organizados em duplas.

Neste trabalho, apresentamos e analisamos uma das atividades propostas a alunos de 6º ano da Educação Básica pela professora, aqui denominada Bia. Segundo a professora, ela não costumava trabalhar em duplas, pois julgava inconveniente para essa faixa etária. No entanto, ela aceitou o desafio e se prontificou a introduzir o uso da calculadora em uma de suas turmas de matemática, com seus alunos organizados em duplas, quando do estudo de múltiplos e divisores.

Resende (2007) considera que a Teoria Elementar dos Números tratada na Educação Básica tem como temas principais:

---

<sup>3</sup>MACHADO e BIANCHINI. Relatório Final do Grupo de Educação Algébrica. In Igliori (org.) *Anais do III Fórum de Parâmetros Balizadores das Pesquisas em Educação Matemática*. 2015. A ser publicado na revista *Educação Matemática Pesquisa*, número especial do ano de 2015.

## IMPLEMENTAÇÃO DA CALCULADORA EM UMA CLASSE DO 6º ANO

**Números Inteiros:** evolução histórica e epistemológica do conceito de números naturais e inteiros; representações dos números naturais; operações, algoritmos e propriedades; definição por recorrência (potência em  $\mathbb{N}$ , seqüências, progressões aritméticas e geométricas), princípio da boa ordem e princípio da indução finita.

**Divisibilidade:** algoritmo da divisão, máximo divisor comum, algoritmo de Euclides, números primos, critérios de divisibilidade, e o Teorema Fundamental da Aritmética.

**Introdução à congruência módulo  $m$ :** definição, propriedades, algumas aplicações.

**Equações diofantinas lineares.** (REZENDE, 2007, p.227)

Assim, o estudo de *múltiplos e divisores*, escolhido por Bia, está relacionado com o 2º tema: Divisibilidade. Esse estudo é essencial para a compreensão da **relação de divisibilidade** entre os números inteiros. No entanto, há alguns “percalços” nesse estudo. Um deles é o fato, já explicitado por Pizysieznig (2011), do uso de nomenclatura ambígua para um dos elementos do algoritmo da divisão:

O algoritmo comumente adotado na escola brasileira para o cálculo da divisão dos números naturais  $D$  por  $d$  é o seguinte:

$$\begin{array}{r} D \\ r \end{array} \begin{array}{l} \underline{d} \\ q \end{array}$$

Os elementos desse algoritmo geralmente são denominados:

$D$  = dividendo

$d$  = divisor

$q$  = quociente

$r$  = resto

Desta forma, o mesmo termo matemático **divisor** passa a assumir dois significados diferentes, de certa forma antagônicos, quando se trata de números inteiros, em relação ao tema da divisibilidade:

\* O significado relativo ao fato de no conjunto dos números inteiros um número  $b$  ser **divisor** de um número  $a$  se existir um número  $q$  tal que  $a = q \cdot b$ , o que será indicado por  $b \mid a$ .

\* O significado relativo ao algoritmo da divisão que conforme denominação disseminada na escola brasileira se refere a divisor como o número pelo qual o dividendo está sendo dividido.

(PIZYSIEZNIG, 2011, p.22-23)

A professora atenta a esses fatos elaborou, conjuntamente conosco, atividades para serem desenvolvidas com a calculadora ao trabalhar *múltiplos e divisores*, com o intuito de auxiliar o desenvolvimento da capacidade dos alunos em processar generalização de padrões. Conforme sugerido durante a formação, antes da aula em que os alunos desenvolveriam as atividades propostas, Bia despendeu uma aula para desenvolver a familiarização de seus alunos com a calculadora. Para detalhes sobre a *familiarização do aluno com a calculadora* sugerimos recorrer a Veloso (1989) e Bianchini e Machado (2010).

Neste artigo, vamos apresentar e analisar uma das atividades realizadas por dezenove alunos de uma das turmas do 6º ano em que Bia ministra aula. A professora

## IMPLEMENTAÇÃO DA CALCULADORA EM UMA CLASSE DO 6º ANO

declarou que escolheu essa atividade porque a achou interessante e diferente das habitualmente encontradas em livros didáticos.

### Apresentação e análise da atividade proposta

Apresentamos primeiramente a análise da atividade em si, seguida de nossa análise dos protocolos.

A atividade é apresentada na Figura 1.

1. Qual a regra?  
Sabendo que:  $143 \times 7 = 1001$   
 $143 \times 14 = 143 \times 7 \times 2 = 1001 \times 2 = \dots$   
 $143 \times 21 = 143 \times 7 \times 3 = 1001 \times 3 = \dots$
- Quanto será  $143 \times 63 = \dots$
  - Verifique com a calculadora se o seu resultado está certo
  - Sem usar a calculadora diga qual o múltiplo de 7 que multiplicado por 143 dá 6006?
  - Verifique com a calculadora se sua sugestão está correta.
  - Observando que  $143 \times 7 = 1001$ , podemos afirmar que 1001 é divisível por 7?
  - Observando que  $143 \times 7 = 1001$ , podemos afirmar que 1001 é divisível por 143?
  - Verifique na calculadora se suas respostas coincidem com a “resposta” apresentada no display.

Figura 1 – Cópia da atividade proposta para o 6º ano  
Fonte: Produção da professora em formação continuada

É importante ressaltar que dentre as instruções dadas, a professora afirmou que solicitou aos sujeitos que **só utilizassem a calculadora** quando explicitado na atividade.

A atividade inicia com a questão *Qual a regra?* Dessa forma, anuncia que o sujeito deve procurar uma regularidade no que segue, o que a nosso ver equivale a um desafio e pode despertar no aluno a curiosidade necessária para tentar resolver um problema não rotineiro. No entanto, é preciso evidenciar que os itens propostos salientam a regularidade presente nos múltiplos de 7 restritos ao conjunto  $\{7, 14, \dots, 63\}$ .

Ao apresentar  $143 \times 7 = 1001$ ;  $143 \times 14 = 143 \times 7 \times 2 = 1001 \times 2 = \dots$ ;  $143 \times 21 = 143 \times 7 \times 3 = 1001 \times 3 = \dots$  a atividade já decompõe 14 e 21 como múltiplos de 7, o que possibilita ao aluno associar 143 com 7, obtendo 1001. O cálculo, seja ele mental ou algorítmico, fica facilitado pelas expressões  $1001 \times 2$  e  $1001 \times 3$ .

Vale notar que a professora omite os parênteses na apresentação das expressões, por exemplo:  $143 \times 14 = 143 \times (7 \times 2) = (143 \times 7) \times 2 = 1001 \times 2 = \dots$ . Julgamos que tal fato, embora válido matematicamente, não é aconselhável nessa fase da escolaridade. Isso porque dificulta a percepção do aluno sobre o uso da propriedade associativa da

## IMPLEMENTAÇÃO DA CALCULADORA EM UMA CLASSE DO 6º ANO

multiplicação no conjunto dos números racionais.

O item: *Quanto será  $143 \times 63 = \dots$*  induz o aluno a buscar uma regularidade, qual seja, transformar  $143 \times 63$  em  $143 \times 7 \times 9$  obtendo 9009. O item seguinte solicita a validação do resultado obtido pela frase: *Verifique com a calculadora se o seu resultado está certo.*

As calculadoras já se encontravam à disposição dos alunos em suas mesas desde o início da sessão, assim é preciso levar em conta duas possibilidades: 1º os alunos recorrem à calculadora apesar de não solicitado pelo item; 2º os alunos, ao utilizarem a calculadora para a validação, substituem sua resposta pelo resultado obtido pela máquina.

A resposta ao item: *Sem usar a calculadora diga qual o múltiplo de 7 que multiplicado por 143 dá 6006?* exige a percepção da regularidade envolvida nos quatro itens anteriores. Além disso, inferimos que o aluno que percebeu essa regularidade, isto é, um resultado do tipo  $a00a$ , para  $0 < a < 10$ , com  $a$  um número inteiro, é fruto de  $7 \times a$ . É interessante ressaltar que, a utilização da palavra múltiplo “fortalece” a construção do conceito em estudo pelos alunos nessa mesma ocasião.

O item seguinte reforça para o aluno a utilização da calculadora no papel de instrumento validador.

Seguem duas questões semelhantes: *Observando que  $143 \times 7 = 1001$ , podemos afirmar que 1001 é divisível por 7? Por 143?* Que também contribuem na retomada da relação entre ser múltiplo de e ser divisor de. O último item reitera para o aluno a importância da validação de seus resultados e o papel da calculadora como um dos instrumentos de validação.

Para a melhor compreensão de nossas **análises dos protocolos**, é importante informar que levamos em consideração as informações dadas pela professora Bia de que: uma aula antes da dedicada à aplicação da atividade, ela despendeu um tempo para a familiarização dos alunos com as calculadoras simples, que utilizariam. Tal familiarização incluiu tanto a manipulação, quanto o conhecimento dos signos próprios do instrumento, para poder interpretar os resultados. Por exemplo, essa calculadora ao se digitar o número 1234, apresenta no visor **1'234**.

Nos dois primeiros itens que solicitavam os seguintes cálculos:

$$143 \times 14 = 143 \times 7 \times 2 = 1001 \times 2 = \dots\dots\dots$$

$$143 \times 21 = 143 \times 7 \times 3 = 1001 \times 3 = \dots\dots\dots$$

## IMPLEMENTAÇÃO DA CALCULADORA EM UMA CLASSE DO 6º ANO

os 19 protocolos apresentam os resultados de  $143 \times 14$  como sendo 2002 e de  $143 \times 21$  como 3003, levando em conta que não puderam utilizar a calculadora, há indícios de que ou observaram uma regularidade dos itens e/ou fizeram os cálculos mentalmente, pois os protocolos não apresentam evidências do registro de quaisquer cálculos.

Respostas	9009	$143 \times 7 \times 9 = 1001 \times 9 = 9009$	$143 \times 7 \times 9 = 9009$	<del>5287</del> 9009	<del>1287</del> 9009 * (comentado a seguir)
Número de ocorrências	13	3	1	1	1

Tabela 1 – Síntese dos resultados apresentados nos protocolos para o item:  
*Quanto será  $143 \times 63$*

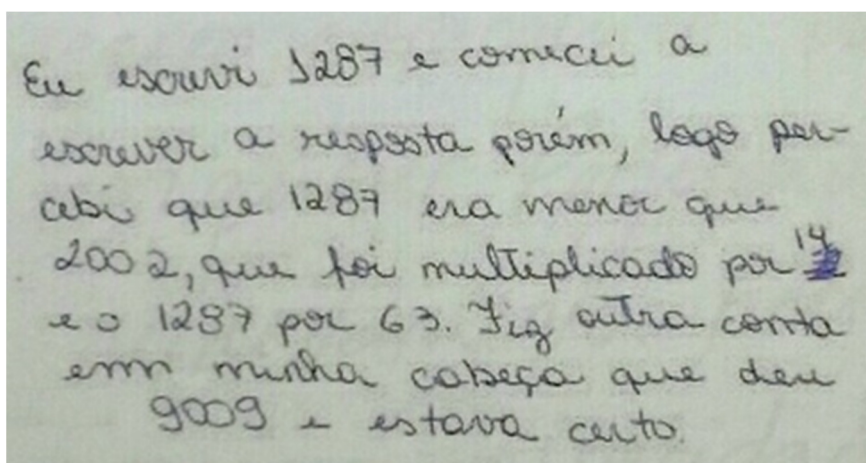


Figura 2 – texto referente à:  $1287 \times 9009$  \*  
Fonte: dados da pesquisa

Assim, a tabela 1 permite inferir que os autores dos 17 protocolos, do tipo de respostas não sombreadas, reconheceram a regularidade apresentada. Os protocolos que apresentaram os resultados que aparecem sombreados na Tabela 1 eram de alunos de uma mesma dupla. E a explicação de um deles, constante na Figura 2, indica que ele calculou o produto de  $143 \times 9 = 1287$ , e partiu da decomposição de  $63 = 7 \times 9$ , para obter o resultado 1287, se esquecendo de multiplicá-lo por 7. É interessante observar a explicação dada pelo próprio sujeito sobre seu caminho percorrido ao perceber que o número obtido estava errado. Tal explicação mostra sua apropriação do problema.

Como era de se esperar, pelos resultados obtidos no item anterior, os protocolos registram que o número obtido com a calculadora coincide com o obtido sem seu uso. As respostas e detalhes das mesmas quanto aos seguintes itens: # *Sem usar a calculadora diga qual o múltiplo de 7 que multiplicado por 143 dá 6006?* # *Verifique com a calculadora se sua sugestão está correta,* são apresentadas no Quadro 1 e Figura 3.

## IMPLEMENTAÇÃO DA CALCULADORA EM UMA CLASSE DO 6º ANO

Qual o múltiplo de 7 que multiplicado por 143 dá 6006?	
Resposta	Nº
42	4
O múltiplo é 42. Esse número é o 42. É o número 42. *	8
O múltiplo de 7 multiplicado por 143 é 42. O múltiplo que multiplicado por 143 dá 6006 é 42	4
$6006 = 143 \times 42$ (7x6)	3

Quadro 1 – respostas aos dois itens  
Fonte: dados da pesquisa

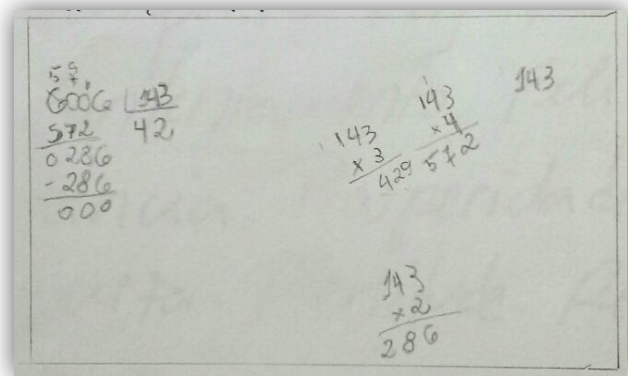


Figura 3 – É o número 42. \*  
Fonte: dados da pesquisa

É interessante ressaltar que todas as duplas, por meio de cálculo algóritmico (conforme Figura 3) ou mental indicaram 42 como o *múltiplo de 7 que multiplicado por 143 dá 6006*, tendo depois validado o resultado com a calculadora. Os elementos da terna chegaram até a explicitar que  $42 = 7 \times 6$ . Neste último, caso os sujeitos sentiram necessidade de argumentar, de explicar suas respostas. Esses resultados indicam que é uma atividade que permite ao professor perceber a **concepção de múltiplo** de seus alunos.

Em relação aos três itens: # *Observando que  $143 \times 7 = 1001$ , podemos afirmar que 1001 é divisível por 7?* # *Observando que  $143 \times 7 = 1001$ , podemos afirmar que 1001 é divisível por 143?* # *Verifique na calculadora se suas respostas coincidem com a “resposta” apresentada no display*, todos os protocolos apresentam respostas afirmativas aos itens.

A seguir evidenciamos algumas das respostas na Figura 4 que segue.

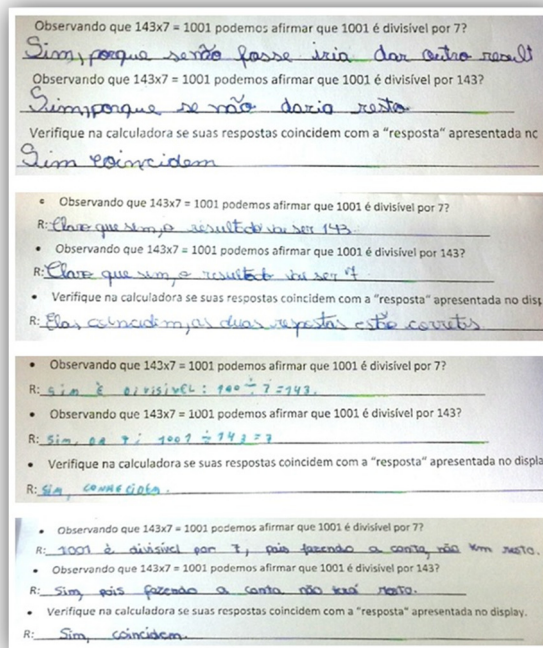


Figura 4 – Respostas aos itens  
Fonte: Dados da pesquisa

---

**IMPLEMENTAÇÃO DA CALCULADORA EM UMA CLASSE DO 6º ANO**

---

Os protocolos **Q**, da dupla (P, Q), e **S**, da terna (S, R, T), indicam que os sujeitos reconhecem a relação entre os fatores (143, 7) e a concepção de divisor de 1001. Além disso, o registro de que *se não daria resto*, mostra que os sujeitos relacionam suas respostas com e dão sentido ao algoritmo da divisão de números inteiros. O protocolo de **T**, terceiro elemento da terna, resume uma justificativa, apresentando um argumento mais rigoroso do ponto de vista matemático qual seja,  $143 \times 7 = 1001$  então  $1001 \div 7 = 143$  e  $1001 \div 143 = 7$ . O protocolo **O**, da dupla (O, N), retrata o que as demais seis duplas responderam com outras palavras, isto é, não sentiram necessidade de explicar suas conclusões.

**Considerações finais**

Neste artigo, apresentamos e analisamos uma das atividades propostas a alunos de 6º ano da Educação Básica, pela professora Bia ao abordar “múltiplos e divisores”. O estudo apresentado faz parte de uma pesquisa, mais ampla, que visa investigar o impacto do uso da calculadora em turmas do Ensino Fundamental, como instrumento facilitador do processo de generalização de padrões. Processo esse essencial para o desenvolvimento do pensamento algébrico, segundo diversos pesquisadores do tema, tais como Ponte (2006), Machado e Maranhão (2010) e Vale e Pimentel (2015).

O estudo de caso apresentado contou com a colaboração da professora Bia, tanto na elaboração das atividades, quanto na fase da coleta de dados, ocorrida em uma de suas turmas de sexto ano. É importante salientar que tanto a professora quanto seus alunos experimentaram duas inovações na rotina de sala de aula: a introdução do uso da calculadora, e o trabalho em duplas.

Quanto ao trabalho em duplas, a professora comentou espontaneamente que a surpreendeu a seriedade com que os alunos se comportaram durante o desenvolvimento da aula, com alguns deles explicando ao outro elemento da dupla suas estratégias para a resolução das questões propostas. A experiência possibilitou à professora vivenciar o fato apontado por Ponte et al (2007, p.40) de que a “natureza da comunicação que se desenvolve na sala de aula depende de modo decisivo da forma como o professor a regula e promove” e que a comunicação entre os alunos da dupla, para a resolução das atividades, não perturbou o andamento da aula, e que, pelo contrário, promoveu um ambiente “sério” para o desenvolvimento das atividades. A professora Bia comentou não ter percebido dificuldade de seus alunos com o manuseio das calculadoras, o que indica que o tempo (uma aula), dedicado à familiarização dos alunos com esse instrumento, foi eficiente e suficiente.



IMPLEMENTAÇÃO DA CALCULADORA EM UMA CLASSE DO 6º ANO

---

O tema divisibilidade, escolhido pela professora para introduzir a possibilidade do uso da calculadora, se mostrou adequado para evidenciar a generalização de um padrão e relacionar múltiplos e divisores, processos esses importantes no desenvolvimento do pensamento algébrico. A observação e análise dos 19 protocolos mostram que todos os alunos chegaram a resultados corretos, alguns por cálculo mental e outros pelo registro algorítmico. Os sujeitos da pesquisa usaram a calculadora para validar suas respostas e, talvez, para corrigi-las como aparenta ter acontecido nos dois últimos casos apresentados na Tabela 1.

As análises permitem concluir que todos os alunos desenvolveram os processos de generalização e de relação entre múltiplos e divisores requeridos pela atividade. Assim, concluímos que a atividade proposta mediada pela calculadora se mostrou apropriada para os fins almejados.

**Referências**

BIANCHINI, B. L.; MACHADO, S. D. A. A sensibilização do professor do ensino fundamental para o uso da calculadora em sala de aula In: GROENWALD, C. L. O. ; ROSA, M. **Educação Matemática e Calculadoras: Teoria e Prática**. CANOAS: Ed. ULBRA, 2010.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. - Brasília: MEC/SEF, 1997.

MACHADO, S. D. A.; MARANHÃO, M. C. A. O processo de generalização no desenvolvimento do pensamento matemático avançado no Ensino Fundamental. In: GROENWALD, C. L. O e SILVA, M. A. (org.) **Educação Matemática: Contribuições para as series finais do Ensino Fundamental e Médio**. Canoas: Editora da ULBRA , 2013, pp.10-20.

MELO, A. **A prática do professor de Matemática permeada pela utilização da calculadora**. 2008. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP, São Paulo.

NORONHA, C. A. ; SÁ, P. F. A calculadora em sala de aula: porque usar. In: CUNHA e SÁ (org.) **Ensino e formação docente: propostas, reflexões e prática**. Belém: A2 Comunicação, 2002, pp.119-134.

## IMPLEMENTAÇÃO DA CALCULADORA EM UMA CLASSE DO 6º ANO

PIZYSIEZNIG, A.H. **Qual a concepção de divisibilidade explicitada por alunos do 6º ano ao poderem utilizar calculadoras?** 2011. Dissertação (de Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP, São Paulo.


PONTE, J. P. Números e Álgebra no currículo escolar. In: VALE, I et al (Eds.). **Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores** Lisboa: SEM-SPCE. 2006, p.5-27.

PONTE, J. P. et al. A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática. In: **Revista Portuguesa de Educação**, Minho, v.20, n.2, p. 39-74. 2007.

RESENDE, M. R. **Re-significando a disciplina Teoria dos Números na formação do professor de Matemática na Licenciatura.** 2007. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP, São Paulo.


VALE, I. ; PIMENTEL, T. Padrões Visuais, Generalização e Raciocínio. In: MACHADO, S. D. A.; BIANCHINI, B. L.; MARANHÃO, M. C. A. (org.) **Teoria Elementar dos Números: da Educação Básica à Formação dos Professores que Ensinam Matemática.** São Paulo: Iglu Editora, 2015.

VELOSO, G. A calculadora como ferramenta na resolução de problemas. **Educação e Matemática**, Lisboa, nº11, p.11-12, 3º trimestre de 1989.



**Biblioteca em Educação Matemática**

**Acesse já!!**  
**Variados recursos que poderão lhe ajudar em sala de aula!!**



**Veja mais em [www.sbem.org.br](http://www.sbem.org.br)**

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA