EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
em Revista

Sociedade Brasileira de Educação Matemática

APLICAÇÃO DO GEOGEBRA NA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS

Kelry Fernandes[1], Roney Braz Rodrigues[2], Alexandre Martins Dias[3], Celso de Ávila Ramos[4], Fausto Rogério Esteves[5], Patrícia Carolina de Souza Pereira[6]

RESUMO

A tecnologia se torna cada vez mais importante no processo ensino -aprendizagem em diversas áreas, sobretudo na Matemática que, por sua vez, tem suas dificuldades. Neste sentido, este trabalho pretende discutir a solução de um problema de geometria utilizando o *software* livre GeoGebra, muito conhecido no meio educacional. O problema proposto não tem solução direta implementada no *software*. Assim, pretende-se mostrar que, usando o raciocínio lógico, podemos ir mais além do que o *software* tem a nos oferecer, no caso dessa aplicação, construir um triângulo equilátero inscrito em uma circunferência de raio e centro dados a partir de estratégias ou procedimentos usando os recursos do *software*.

Palavras-chave:

GeoGebra. Formas geométricas. Raciocínio lógico.

Introdução

O GeoGebra é um software educativo livre que reúne ferramentas para aplicações em Geometria, Álgebra e Cálculo. Seu autor é o professor Markus Hohenwarter, da Universidade de Salzburgo na Áustria (GEOGEBRA, 2015).

O *software* consiste em um sistema de geometria dinâmica que permite realizar construções com pontos, vetores, segmentos, retas, seções cônicas e funções que podem ser modificadas dinamicamente. Esse *software* apresenta uma janela algébrica, que permite a inserção de equações e coordenadas para a construções de objetos diretamente. Assim, o GeoGebra tem um grande potencial para trabalhar com várias aplicações vinculadas a números, vetores e pontos (SOUZA JUNIOR, 2010)

Trata-se de um *software* livre e multiplataforma. Assim, pode ser instalado em computadores com sistema operacional Windows, Linux ou Mac OS. É possível obter o GeoGebra gratuitamente por meio do endereço https://www.geogebra.org/download.

Nas escolas brasileiras, de forma geral, metodologias específicas para o desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos

[1]Acadêmico do Curso Bacharelado em Ciência da Computação, UNIFENAS. E-mail: kelryfernandes@outlook.com
[2]Acadêmico do Curso Bacharelado em Ciência da Computação, UNIFENAS. E-mail: roneybraz10@gmail.com
[3]Docente do Curso Bacharelado em Ciência da Computação, UNIFENAS. E-mail: alexandre.dias@unifenas.br
[4]Docente do Curso Bacharelado em Ciência da Computação, UNIFENAS. E-mail: celso.ramos@unifenas.br
[5]Docente do Curso Bacharelado em Ciência da Computação, UNIFENAS. E-mail: fausto-rogerio@hotmail.com
[6]Docente do Curso Bacharelado em Ciência da Computação, UNIFENAS. E-mail: patricia.souza@unifenas.br

e o consequente desenvolvimento de suas habilidades para solucionar problemas, que requerem ligações de fatores e argumentos lógicos, são escassas (DIAS, 2012; RANGEL, 2015; LEIVAS, 2011; GUEDES, 2013, BARCELOS 2004). Considerando esse fato, este trabalho apresenta como seu principal objetivo inscrever um triângulo equilátero em uma circunferência, por meio de duas técnicas ou procedimentos que estimulem o raciocínio lógico, ao mesmo tempo em que orientem o estudante a fazer uso dos recursos das ferramentas computacionais do *software* GeoGebra para esse propósito.

Triângulo equilátero inscrito em uma circunferência dada a partir de duas circunferências auxiliares

A partir de uma circunferência com raio e centro conhecidos, apresenta-se uma estratégia para construir um triângulo equilátero inscrito nessa circunferência. Para isso, são utilizadas três circunferências, estrategicamente construídas de forma que suas interseções forneçam os pontos para formar o triângulo equilátero proposto. A figura 1 apresenta, como exemplo, uma circunferência 1 de raio igual a r = 3, com o centro posicionado no ponto A(0,0).

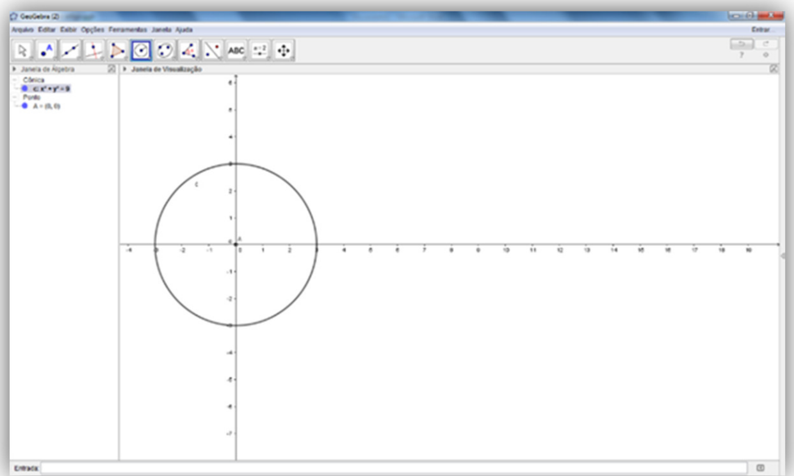

Figura 1 – Circunferência original com raio r= 3 no ponto A(0,0).
Fonte: elaborado pelos autores.

A estratégia sugerida é construir duas circunferências auxiliares, de mesmo raio, mas com centros deslocados em relação ao centro da circunferência original. Assim, propôs-se adicionar um ponto B(0,3) e um ponto C(0,-3), que serão os centros das outras duas circunferências auxiliares a serem construídos, com o mesmo raio da circunferência original dada. Essa construção produz quatro pontos de interseção com a circunferência original que, associados aos centros das circunferências auxiliares B e C, dividem a circunferência original em seis arcos ou partes iguais. A figura 2 mostra a nossa proposição desta estratégia.

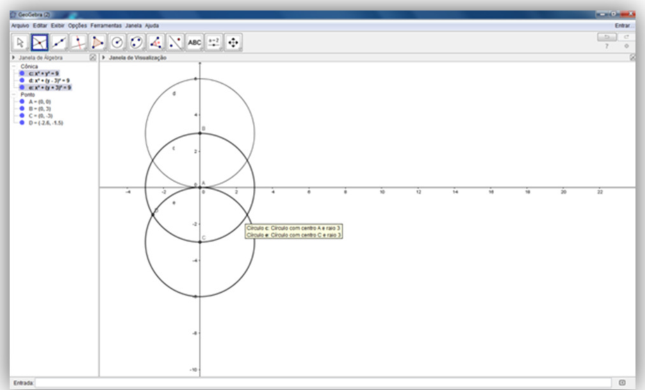

Figura 2 – Interseções das duas circunferências auxiliares com a original.
Fonte: elaborado pelos autores.

Finalmente, interligando 3 pontos quaisquer, não consecutivos entre aqueles que dividem a circunferência original, podemos obter triângulos equiláteros inscritos. A figura 3 mostra a posição final de um dos triângulos possíveis obtidos com esse procedimento ou estratégia.

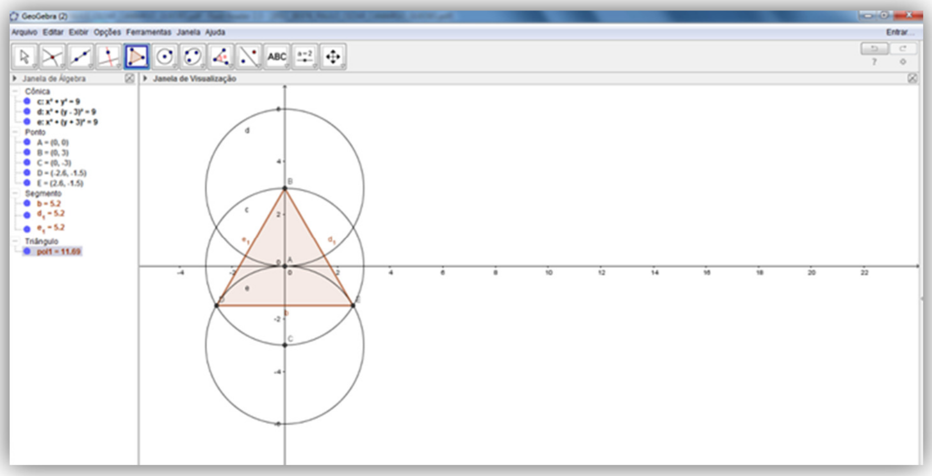

Figura 3 – Pontos interligados, formando o triângulo equilátero proposto.
Fonte: elaborado pelos autores.

Justificativa do procedimento ou estratégia proposta

Nesta seção, será apresentada, em detalhes, uma explicação sobre a inscrição do triângulo equilátero na circunferência dada, tomando-se como base a figura 4.

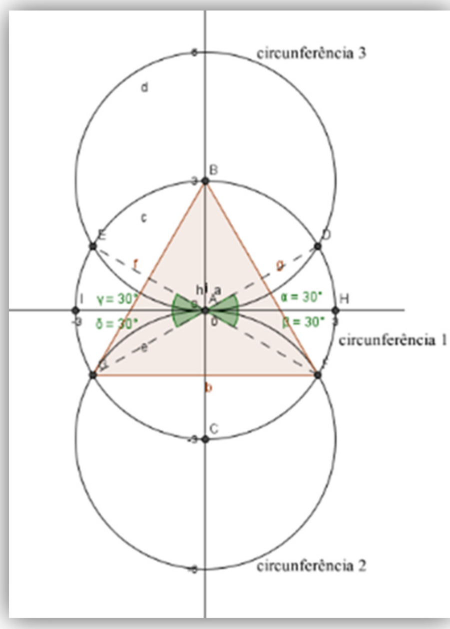

Figura 4 – Triângulo equilátero inscrito na circunferência dada.
Fonte: elaborado pelos autores.

A circunferência 3 intercepta a circunferência 1 nos pontos D e E. As equações dessas circunferências são:

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad (1)$$

$$x^2 + (y - r)^2 = r^2 \quad (2)$$

Resolvendo o sistema, encontram-se os pontos comuns, ou as interseções. Multiplicando a equação 1 por (-1) e somando com a equação 2, vem que:

$$(y-r)^2 - y^2 = 0 \rightarrow -2yr + r^2 = 0 \rightarrow y = \frac{r}{2} \quad (3)$$

Substituindo em equação 1, obtém-se, finalmente:

$$x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}r \quad (4)$$

Logo os pontos $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}r, \frac{r}{2}\right)$ e $\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}r, \frac{r}{2}\right)$ são os pontos de interseção D e E entre elas.

Para o ponto D $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}r, \frac{r}{2}\right)$ é fácil ver que $\frac{r}{2} = rsen\ \alpha.$ Logo, $\alpha = 30° = \delta$. O mesmo pode ser mostrado para as interseções F e G das circunferências 2 e 1.

Assim, pode-se concluir que as interseções dividem a circunferência 1 em seis arcos iguais. Por fim, unindo 3 pontos não consecutivos, como BFG ou CDE conseguimos o triângulo equilátero inscrito na circunferência 1.

Variação da estratégia ou do procedimento proposto

Para explicitar as potencialidades do GeoGebra e mostrar as possibilidades de solução, procurou-se apresentar outra forma de resolver o problema em questão, a fim de estimular a criatividade e o raciocínio lógico do aluno.

Para o novo procedimento, a mesma circunferência inicial foi utilizada, com os mesmos parâmetros para o raio e para o centro. No entanto, o novo procedimento proposto sugeriu o uso de um recurso do *software* denominado *Segmento com Comprimento Fixo.* Trata-se de uma ferramenta que permite criar um segmento a partir de um ponto, com um determinado tamanho.

Usando essa ferramenta do *software*, foi criado um segmento horizontal de tamanho 3, igual ao raio da circunferência dada e outro segmento horizontal de tamanho -3 a partir do ponto C(0,-3). Em seguida, usou-se a ferramenta do *software, Semicírculo Definido por Dois Pontos*, para formar uma semicircunferência, gerando duas interseções, F e G que, junto ao ponto B(0,3) formam a solução. A figura 4 mostra a disposição final dos elementos criados para a mesma solução do problema já apresentada.

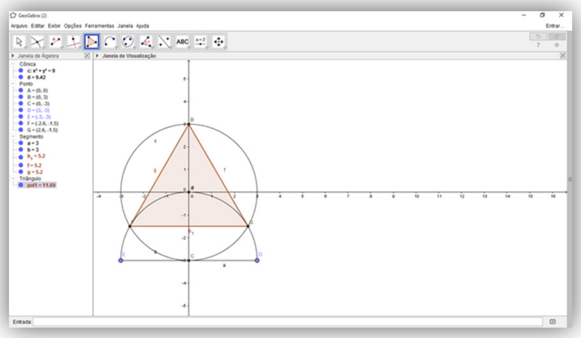

Figura 4 – Triângulo equilátero inserido sob a nova estratégia.
Fonte: elaborado pelos autores.

Conclusão

Observou-se que o uso do GeoGebra para inscrever um triângulo equilátero em uma circunferência de raio e centro dados, pode ser estimulante para os alunos e mostra diferentes possibilidades de estratégias que podem ser utilizadas na solução do problema. Assim, é possível realizar aplicações que em sua origem o *software* não oferece diretamente. Evidencia-se, portanto, que a tecnologia auxilia bastante o professor na demonstração de qualquer tipo de problema para seus alunos, o que permite desenvolver soluções em conjunto, estimulando o estudo.

O GeoGebra demonstrou ser uma poderosa ferramenta para validar a formação de conceitos matemáticos. Além disso, demonstrou ser também uma ferramenta que possibilita transformar a solução de problemas em uma atividade criativa de exploração dos recursos ou ferramentas do *software* e o desenvolvimento do raciocínio lógico.

Referências

BARCELOS, G. T., et al. Avaliar é Preciso: o caso de softwares educacionais para Matemática no Ensino Médio. In: I WORKCOMP-SUL, **Anais...** UNISUL, Florianópolis, 2004.

DIAS, M.S.S. Resolução de problemas geométricos com GeoGebra. 1ª. CONFERÊNCIA LATINO AMERICANA DE GEOGEBRA, **Anais...** São Paulo, p. 100-114, 2012.

GEOGEBRA, **Software de Matemática Dinâmica.** Disponível em: <https://www.geogebra.org>. Acesso em 16 nov. 2015.

GUEDES, Paulo Cézar Camargo. **Algumas Aplicações do Software GeoGebra ao ensino da Geometria Analítica.** 2013. 69f. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2013.

LEIVAS, J.C.P; BRINET, A.R; LEYSER, M; FRANKE, R.F. Uso do ambient4e computacional para o ensino de Cálculo e Análise com Geometria. **In:** XIII CIAEM, Anais... Recife, 2011.

RANGEL, W.S.A. Interpretação Geométrica da Solução de Sistema de Equação Linear com uso do GeoGebra. In: EMEM. **Anais...** UFJF, 2015.

SOUZA JUNIOR , José C. **Introdução ao GeoGebra.** Universidade Federal de Alfenas; Unifal – MG. Agosto, 2010.