

Strömungsinduzierte Schwingungen durchströmter Hubventile

Am Fachbereich Maschinenbau
an der Technischen Universität Darmstadt
zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktor-Ingenieurs
(Dr.-Ing.)

genehmigte

D I S S E R T A T I O N

vorgelegt von

Ibrahim Budde, M. Sc.

aus Tizi Ouzou in Algerien.

Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. Peter F. Pelz
Mitberichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. Richard Markert
Tag der Einreichung:	10.04.2018
Tag der mündlichen Prüfung:	12.06.2018

Darmstadt 2020

D 17

Vorwort des Herausgebers

Die Bedeutung von Ventilen in der Prozessindustrie wird an zwei Zahlen deutlich, die Herr Ibrahim Budde in seiner Dissertation nennt: „Am Standort Ludwigshafen sind in den rund 200 Produktionsanlagen circa 30 000 Ventile verbaut“. Die Industriearmatur ist der wesentliche Akteur zur Regelung von chemischen Prozessen. Der zweite Akteur im Fluidsystem der Prozessindustrie, die Pumpe, hat häufig nicht die für die Produktqualität geforderte Dynamik und Stellgüte, obgleich durch Drehzahlregelung wesentlich Energie gespart werden kann. Die Prioritätsrangfolge in der chemischen Industrie ist aber verständlicherweise die folgende: An erster Stelle steht die Produktqualität, an zweiter Stelle die Anlagenverfügbarkeit und erst an dritter Stelle steht der Aufwand, welcher in Energieverbrauch und Investitionen gemessen wird.

Es mehren sich Berichte aus der Industrie, von Komponentenherstellern und Anlagenbetreibern, dass Hubventile so stark schwingen, dass Anlagen abgestellt werden müssen. Eine stehende Anlage birgt für ein produzierendes Unternehmen große finanzielle Einbußen, und der Druck auf Anlagenplaner und Komponentenhersteller wächst, inakzeptable Ventilschwingungen bereits während der Planung vorauszusehen. Eine Vorausschau ist aber nur bei bekanntem Modell möglich.

Hypothese und Methode

Es ist naheliegend, die Struktur und Flüssigkeit des Ventils räumlich und zeitlich feingranular mittels kommerziellen Fluid-Struktur-Lösern zu diskretisieren. Wie Herr Budde in seiner Arbeit ausführt, ist dieses naheliegende Vorgehen mit heutiger Rechenleistung nicht praktikabel. Zur Berechnung des Verhaltens bei nur einem Betriebspunkt entsteht ein Aufwand, der für einen Komponentenhersteller, einen Anlagenplaner und selbst im akademischem Umfeld unverhältnismäßig ist.

In der Industrie wird das Schwingen des Ventilkegels zumeist als fremderregter Vorgang diskutiert. Die Anregung soll dabei aus zyklischen Strömungsvorgängen kommen, die ihre Ursache weiter stromauf haben. Viel wahrscheinlicher ist jedoch eine Selbsterregung: In der Tat ist ein Zusammenspiel der Ventilströmung mit der Schwingung des Ventilkörpers inklusive der Stange

denkbar. Kommt es zur Schwingung, so kommt es zu einer Änderung des Spalts über den Umfang. Damit einher geht eine über den Umfang ungleichförmige Verteilung des Massenstroms sowie eine ungleichförmige Verteilung des Druckfeldes. Es ist zu erwarten, dass sich der Druck synchron zur Schwingung ändert. Daraus resultiert eine Radialkraft, die bei entsprechender Phase die Schwingung des Ventilkörpers anfacht. Die Energie hierfür kommt aus der Strömung. Ein zweites Argument spricht für eine strömungsinduzierte Instabilität: die Strömungskraft auf die Stirnfläche des Ventilkörpers ist eine sogenannte Folgekraft, der Stab ist ein sogenannter „Beckstab“.

Herr Budde untersucht also die Hypothese, ob die Ventilschwingung infolge Selbsterregung stattfindet. Hierzu untersucht Herr Budde die Ventilschwingung experimentell und theoretisch.

Von besonderem Wert sind die experimentellen Untersuchungen an einem generischen Ventilprüfstand, Abbildung 3.1 und 3.2. Herr Budde hat am Ventilprüfstand umfangreiche Parametervariationen durchgeführt und wesentlich zur Erkenntnis von selbsterregten Ventilschwingungen beigetragen.

Bei den theoretischen Untersuchungen – die aus meiner Sicht erst einen Anfang darstellen – diskretisiert Herr Budde das Strömungsfeld und die Struktur nicht feingranular. Herr Budde nutzt die Tatsache, dass der Spalt zwischen Drosselkörper und Ventilsitz „dünn“ ist. Änderungen in radialer Richtung können a priori behandelt werden. Die Strömung am Ventilmantel wird quasi zweidimensional. Den Stab behandelt Herr Budde als elastischen, schwingungsfähigen, d.h. massebehafteten, Balken.

Die Arbeit von Herrn Budde bildet eine gute Basis für weiterführende Arbeiten.

Darmstadt, im Mai 2020
Peter F. Pelz

Vorwort

Die vorliegende Dissertationsschrift entstand aus einem Forschungsprojekt am Institut für Fluidsystemtechnik der Technischen Universität Darmstadt.

Als erstes möchte ich mich bei Prof. Dr.-Ing. Peter F. Pelz für die Zusammenarbeit und die konstruktive Kritik bedanken. Herr Prof. Pelz hat mir die Möglichkeit eröffnet anhand mehrerer Forschungsprojekte mit industriellen Partnern sowohl analytisch, experimentell als auch numerisch arbeiten zu können, wofür ich sehr dankbar bin. Dabei hat er mir viele Freiheitsgrade gelassen und stand auch unkonventionellen Lösungsansätzen offen gegenüber.

Mein zweiter Dank gilt Prof. Dr.-Ing. Richard Markert für die hilfreichen Diskussionen im Verlauf dieser Arbeit und für die Mitberichtserstattung. Durch die Leihgabe des Messsystems zur Erstellung der Modalanalyse wurden die experimentellen Arbeiten auf eine fundiertere Grundlage gestellt.

Mein besonderer Dank gilt den Kollegen für die gemeinsame Zeit sowie die Unterstützung bei verschiedensten Problemen. Allen voran möchte ich Christian Schänzle für die konstruktive Kritik und Hilfestellung, die ich nicht nur bei Erstellung dieser Arbeit, erfahren durfte, danke! Ebenso waren die Gespräche mit Sebastian Lang und Ferdinand Cloos immer zielführend und aufschlussreich. Auch den mitwirkenden Studenten möchte ich an dieser Stelle danken. Ohne eure Unterstützung wären die umfangreichen experimentellen Untersuchungen nicht möglich gewesen.

Das beste kommt zum Schluss...

Mein herzlichster Dank gilt meiner Familie und meiner Freundin, ohne sie wäre das Studium und die Erstellung dieser Dissertationsschrift nicht möglich gewesen. Danke Svenja, dass du so ein geduldiger Mensch bist.

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit, abgesehen von den in ihr ausdrücklich genannten Hilfen, selbständig verfasst habe. Darmstadt, im

April 2018
Ibrahim Budde

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Das generische Hubventil	5
1.2	Stand der Forschung	5
1.3	Forschungsfragen und Methodik	13
1.4	Gliederung der Arbeit	14
2	Modellbildung	17
2.1	Größenordnungen	18
2.2	Spaltkinematik	25
2.3	Strömungskräfte	28
2.3.1	Spaltströmung	29
2.3.2	Staupunktströmung	36
2.4	Elastische Struktur	37
2.5	Lineare Stabilitätsanalyse	40
2.5.1	Stationäres Gleichgewicht	41
2.5.2	Eigenwerte	45
3	Versuchsaufbau	51
3.1	Prüfstand und Messtechnik	51
3.2	Experimentelle Modalanalyse	54
3.3	Kalibration der Dehnungsmessstreifen	55
4	Ergebnisse	57
4.1	Parameterraum	58
4.2	Analyse der elastischen Struktur	60
4.3	Geschwindigkeitsprofil der Messstrecke	62
4.4	Druckverlust und Wandschubspannung	64
4.5	Dynamik des generischen Hubventils	74
4.6	Parameterstudien am generischen Hubventil	87
4.6.1	Experimentelle Untersuchungen	87
4.6.2	Theoretische Betrachtungen	95

4.7 Diskussion der Ergebnisse	101
Fazit und Ausblick	107
Literatur	109
A Spaltströmung	115
A.1 Größenordnungen	115
A.2 Radiale Integration	116
A.3 Impulsdispersion	119
A.4 Perturbationsansatz	124
B Staupunktströmung	127
B.1 Kraftbilanz	127
B.2 Momentenbilanz	130
C Lagersteifigkeiten	133

Symbolverzeichnis

Die Symbole der ersten Spalte werden in der zweiten Spalte beschrieben. Die dritte Spalte, wenn vorhanden, gibt die Dimension als Monom mit den Basisgrößen Länge (L), Masse (M), Zeit (T).

Dimensionsbehaftete Größen:

Symbol	Beschreibung	Dimension
\bar{A}	Fläche	L^2
\bar{b}_φ	Dämpfung	ML^2T^{-1}
\bar{E}	Elastizitätsmodul	$L^{-1}MT^{-1}$
\tilde{f}	Frequenz	T^{-1}
\bar{F}	Kraft	LMT^{-2}
\bar{h}	mittlere Spalthöhe	L
\tilde{h}	Spalthöhe	L
I	Flächenträgheitsmoment	L^4
\bar{k}_1	Drehsteifigkeit	L^2MT^{-2}
\bar{k}_2	Federsteifigkeit	MT^{-2}
\bar{l}	Länge	L
\bar{m}	Masse	L
\bar{M}	Moment	ML^2T^{-2}
\tilde{p}	Druck	$L^{-1}MT^{-1}$
\bar{Q}	mittlerer Volumenstrom	L
\tilde{R}	Radius	L
\bar{R}	mittlerer Radius	L
\tilde{t}	Zeit	T
\tilde{u}	Geschwindigkeit	LT^{-1}
\bar{U}	mittlere Geschwindigkeit	LT^{-1}
\tilde{v}	Geschwindigkeit	LT^{-1}
\tilde{w}	Absenkung Ventilstange	L

\tilde{r}	Radius	L
\tilde{x}	kartesische Koordinate	L
\tilde{y}	kartesische Koordinate	L
\tilde{z}	kartesische Koordinate in Balkenachse und Hauptströmungsrichtung	L
α	Winkel	-
β	Winkel	-
φ	Winkel	-
Ψ	Winkel	-
$\tilde{\varepsilon}$	Absenkung Balken	L
$\bar{\varepsilon}$	Anfangsexzentrizität	L
$\bar{\tau}$	Schubspannung	$L^{-1}MT^{-1}$
$\bar{\rho}$	Dichte	ML^{-3}
$\bar{\nu}$	Viskosität	M^2T^{-1}
$\bar{\theta}$	Trägheitsmoment	L^2M

Dimensionslose Größen:**Symbol Beschreibung**

B	relative Dämpfung
c_f	Reibungskoeffizienten
C_R	Reibungsbeiwert
C	Konstante
F	Kraft
k	Frequenzparameter
K_φ	Steifigkeitsverhältnis
m	Massenverhältnis
M	Moment
p	Druck
Q	Flussgröße
r	Radius
t	Zeit
T	Zeitfunktion
u	Geschwindigkeit
v	Geschwindigkeit
w	Balkenabsenkung
W	Eigenform
x	kartesische Koordinate
y	kartesische Koordinate
z	kartesische Koordinate
Γ	Geschwindigkeitsverhältnis
δ	Messfehler
χ	Störgröße
Δ	Differenz
ε	relative Exzentrizität
ε_r	relative radiale Bewegung des Drosselkörpers
λ	Rohrreibungszahl
Λ	Eigenwert
Π	Funktion
κ	Kraftverhältnis
σ	Schwingungsindikator
τ	Schubspannung
ξ	Fehler
ζ	Verlustbeiwert

Indices

Index	Beschreibung	Index	Beschreibung
A	axiale Richtung	B	Dämpfung
D	Drosselkörper	Exp	experimentell ermittelt
F	Fluid	H	Hebelarm
K	Ventilsitz bzw. Kanalwand	L	Lager
m	Masse	max	maximaler Wert
Q	Volumenstrommessung	P	Messung mittels Pitotrohr
S	Spalt	St	Ventilstange
x	Absenkung in x -Richtung	y	Absenkung in y -Richtung

Kapitel 1

Einleitung

Ventile werden in unterschiedlichsten Bereichen eingesetzt, um Stoffströme bzw. Fluide zu sperren oder zu regeln. Die Regelung erfolgt durch Dissipation kinetischer Energie des Stoffstroms im Ventil, auch Drosselung genannt. Aufgrund der unterschiedlichen Einsatzbereiche gibt es eine Vielzahl verschiedener Ausführungen. In dieser Arbeit liegt der Schwerpunkt auf Hubventilen, die in industriellen Anlagen wie Kraftwerken oder in der Verfahrenstechnik eingesetzt werden. Auf der linken Seite in Abbildung 1.1 ist ein industrielles Hubventil und auf der rechten Seite eine Abstraktion davon schematisch dargestellt. Auf die Abstraktion wird im nächsten Kapitel eingegangen. Das Hubventil besteht aus einem Gehäuse mit Ein- und Auslass, der Ventilgarnitur, bestehend aus Drosselkörper \bar{d}_D , Ventilstange \bar{d}_{St} und Ventilsitz \bar{d}_K sowie dem Gehäusedeckel, in dem die Lagerung der Ventilstange untergebracht ist. Die Strömung wird beim Eintritt in den Spalt zwischen Drosselkörper und Ventilsitz beschleunigt und beim Verlassen des Spaltes verzögert. Es bildet sich ein Freistrahle vom Spalt in die dahinterliegende Kavität aus, dessen Stoßverluste infolge der plötzlichen Querschnittserweiterung maßgeblich für die Dissipation der kinetischen Energie der Strömung verantwortlich sind. Die kinetische Energie wird in Wärme umgesetzt und äußert sich in einem Totaldruckverlust über das Ventil. Der Durchfluss in einer Anlage ist von der kinetischen Energie der Strömung abhängig, die von einer Arbeitsmaschine, wie zum Beispiel einer Pumpe, bereitgestellt wird. Der Betriebspunkt einer Anlage stellt sich entsprechend der bereitgestellten kinetischen Energie der Strömung und ihr entgegengebrachten Widerständen ein. Das Ventil stellt einen variablen Widerstand dar, der den Betriebspunkt einer Anlage durch Änderung seines Widerstands einstellen kann. Der Widerstand bzw. Totaldruckverlust im Ventil wird durch Änderung des Querschnitts durch Heraus- oder Hineinfahren des Drosselkörpers in den Ventilsitz eingestellt.

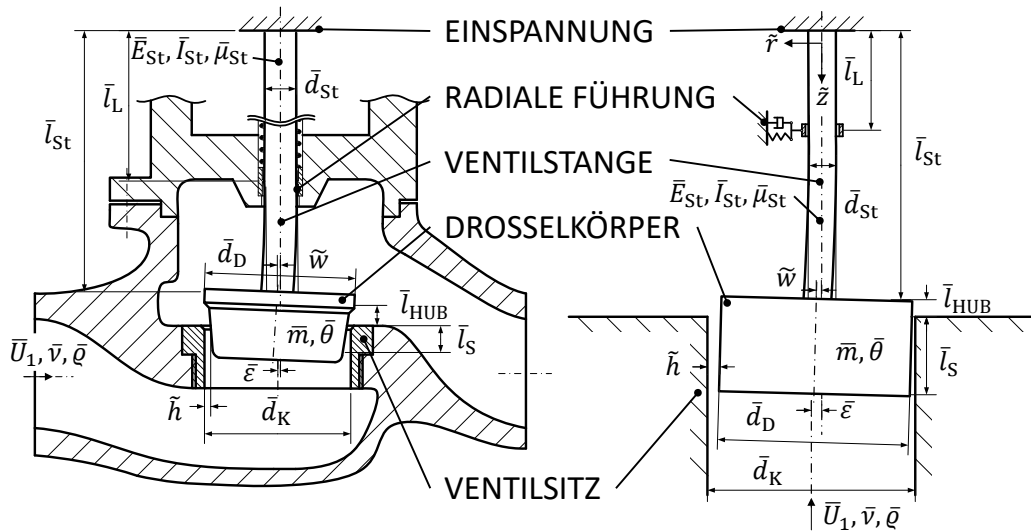


Abb. 1.1 – Gegenüberstellung des industriellen (links) und des generischen Hubventils (rechts). Beide Ventile enthalten eine Ventilgarnitur bestehend aus einer Ventilstange mit Lagerung sowie einem Drosselkörper und einem Ventilsitz, der beim generischen Hubventil die Kanalwand darstellt.

Die Anforderungen an Hubventile wie hohe Lebensdauer, geringe Kosten, geringe Umweltbelastung sowie geringer Instandhaltungsaufwand, Dichtheit, Regulierbarkeit der Prozessgrößen und Automatisierbarkeit werden immer komplexer und stellen im Allgemeinen einen Zielkonflikt dar. Die Regulierbarkeit der Prozessgrößen sowie die Lebensdauer stellen die wichtigsten Anforderungen dar. Ein frühzeitiges Versagen des Ventils führt zu hohen Ausfallkosten, die überwiegend durch Stillstandszeiten der industriellen Anlage entstehen¹. Hubventile werden auf ihre Charakteristik der zu regelnden Prozessgrößen, gegen Korrosion und nach einzuhaltenden Vorschriften, wie z.B. dem Explosionsschutz, ausgelegt. Eine Auslegung hinsichtlich strömungsinduzierter Schwingungen erfolgt nicht. Das System einer verfahrenstechnischen Anlage besteht im einfachen Sinne aus einer Arbeitsmaschine, die den Stoffstrom fördert, der von der Rohrleitung geführt und durch das Ventil auf die vom Verbraucher geforderte Menge gedrosselt wird. Dieses System kann durch die Kombination seiner Komponenten oder auch aufgrund einzelner Komponenten zu Schwingungen angeregt werden², die einen ordnungsgemäßen Betrieb einschränken oder gar zum Stillstand der Anlage führen³.

¹THIER, *Industriearmaturen*, ([58], 1997)

²NAKAMURA UND KANEKO, *Flow Induced Vibrations*, ([44], 2008)

³PORTER, „Valve-Induced Piping Vibration“, ([49], 2011)

Am Beispiel BASF mit einem Jahresumsatz 2017 von 64.5 Milliarden Euro wird die Relevanz deutlich. Am Standort Ludwigshafen sind in den rund 200 Produktionsanlagen ⁴ ca. 30000 Ventile verbaut ⁵. Stillstandszeiten in solch großen Anlagen führen zu erheblichen Folgekosten für das Unternehmen. Nicht nur bei BASF sind eine Vielzahl von Armaturen im Einsatz. Nach dem statistischen Bundesamt lag der Umsatz der Herstellung von Armaturen 2016 bei 10.1 Milliarden Euro ⁶. Wie verbreitet das Problem strömungsinduzierter Schwingungen in Ventilen ist, verdeutlicht folgendes Zitat ⁷:

„Bei einer Befragung von Armaturenherstellern durch den Fachverband Armaturen im VDMA (Umfrage kann beim Fachverband eingesehen werden) wurde deutlich, dass alle befragten Unternehmen Störfälle aufgrund schwingender Armaturen oder Anlagen benennen können...“

Allerdings wurden keine konkreten Versagensfälle veröffentlicht. Daher wurden als Basis dieser Arbeit zusammen mit einem Armaturenhersteller Versuche an einem Hubventil durchgeführt. Abbildung 1.2 zeigt das Frequenzspektrum der Drosselkörperbewegung in radialer Richtung bei stationärem Betriebspunkt sowie die Messanordnung am Hubventil im Versuchsaufbau. Während der Versuche wurden zusätzlich zu den gängigen Messgrößen wie Volumenstrom, Hubstellung des Drosselkörpers, Temperatur sowie statische Drücke vor und nach dem Ventil die radiale Bewegung des Drosselkörpers durch Beschleunigungssensoren und mit Hilfe einer Hochgeschwindigkeitskamera aufgezeichnet. Es sind zwei orthogonal zueinander ausgerichtete Beschleunigungssensoren im Drosselkörper untergebracht. Die Ausrichtung der Sensoren wird relativ zur Rohrachse angegeben. Die x -Achse entspricht der Rohrachse. Die Abtastrate der Beschleunigungssensoren lag bei 62.5 kHz. Es wurde ein Tiefpassfilter bei 20 kHz nach den Beschleunigungssensoren und vor der Messkarte installiert. Das Hubventil ist optisch zugänglich, sodass die Hochgeschwindigkeitskamera die radiale Bewegung des Drosselkörpers relativ zum Ventilsitz aufzeichnen kann. Bei der gezeigten Konfiguration ist der Drosselkörper zu großen Teilen in den Ventilsitz eingefahren, sodass ein kleiner Spalt zwischen Drosselkörper und Ventilsitz entsteht. Die Frequenz ist mit der niedrigsten Frequenzspitze dimensionslos gemacht, und der Aufbau

⁴BASF, *Standort Ludwigshafen*, ([3], 2018)

⁵KIESBAUER, *Aktuatorik in der Prozessautomatisierung verfahrenstechnischer Anlagen*, ([29], 2016)

⁶BUNDESAMT, *Umsatz im deutschen Maschinenbau nach ausgewählten Sektoren in den Jahren 2015 und 2016*, ([57], 2018)

⁷PELZ, „Strömungsinduzierte Schwingungen durchströmter Armaturen“, ([47], 2017)

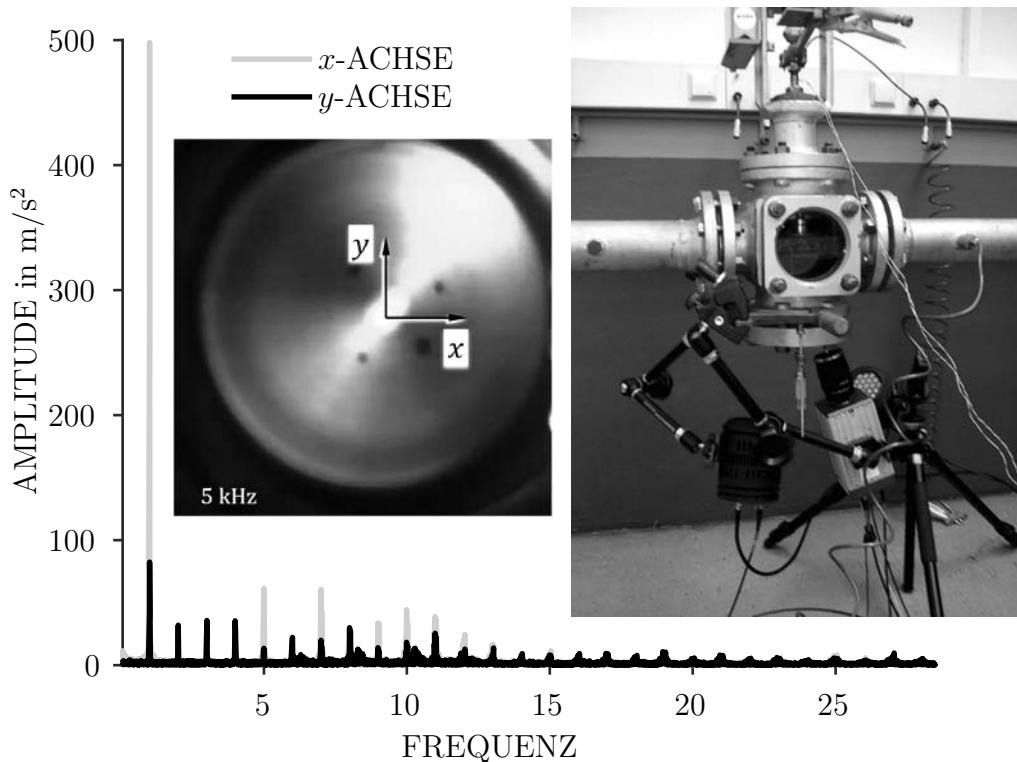


Abb. 1.2 – Messanordnung zur Untersuchung strömungsinduzierter Schwingungen in einem industriellen Hubventil sowie Frequenzspektrum der Drosselkörperbewegung.

aus Gründen des Datenschutzes nicht im Detail dargestellt. Im Frequenzspektrum sind die niedrigste Frequenzspitze und ihre harmonischen Vielfachen zu erkennen. Dem Frequenzspektrum sind deutliche Bewegungen des Drosselkörpers zu entnehmen, deren Dominanz in Richtung der Rohrachse zeigt. Es mussten sehr viele verschiedene Kombinationen aus Hubstellung und Volumenstrom getestet werden, bis dieses Ergebnis erzielt wurde. Bei nahezu allen anderen getesteten Konfigurationen konnte solch deutliche Bewegung des Drosselkörpers nicht ausgemacht werden. Daraus leitet sich bereits eine der Forschungsfragen aus Kapitel 1.3 ab:

- (i) Wie reproduzierbar sind strömungsinduzierte Schwingungen in Hubventilen?

Bevor auf die Forschungsfragen näher eingegangen wird, wird das Hubventil mit seinen Parametern und der Stand der Forschung zu Ventilschwingungen dargestellt.

1.1 Das generische Hubventil

Untersuchungsgegenstand dieser Arbeit ist nicht das Hubventil aus Abbildung 1.2 sondern eine Abstraktion davon. Diese Abstraktion wird in dieser Arbeit als generisches Hubventil bezeichnet und ist in Abbildung 1.1 rechts dargestellt. Sowohl das industrielle Hubventil links in der Abbildung als auch das generische Hubventil werden durch eine Vielzahl von Parametern in ihrem Verhalten beeinflusst. Der Aufbau beider Ventile ist ähnlich. Beide Ventile verfügen über die bereits angesprochene Ventilgarnitur, wobei die Lagerung der Ventilstange im industriellen Hubventil im Deckel untergebracht ist, und die Einspannung der Ventilstange nicht verschoben werden kann. Dagegen kann im generischen Hubventil sowohl der Lagerabstand \bar{l}_L zwischen Einspannung und radialer Führung der Ventilstange als auch die gesamte Lagerung mit Einspannung verschoben werden. Das hat den Vorteil, dass die Spaltlänge \bar{l}_S zwischen Drosselkörper und Ventilsitz unabhängig vom Lagerabstand zwischen Einspannung und radialer Führung eingestellt werden kann. Im generischen Modell können im Gegensatz zum industriellen Hubventil alle Parameter unabhängig voneinander eingestellt werden. Wobei sich dies nur auf die „gewöhnlich“ einzustellenden Parameter bezieht. Beispielsweise ist es bei beiden Ventilen nicht möglich die Exzentrizität $\bar{\varepsilon}$ des Drosselkörpers zum Ventilsitz gezielt einzustellen. Ein weiterer Unterschied zwischen den beiden Varianten besteht in der Führung der Strömung. In industriellen Hubventilen wird die Strömung vor dem Drosselkörper oftmals umgelenkt, wodurch das Geschwindigkeitsprofil beeinflusst wird. Das heißt es kommen weitere Einflussparameter hinzu, die experimentell aufwendig zu bestimmen sind. Für die Untersuchungen in dieser Arbeit wird die Kanalgeometrie vor der Drosselstelle nicht variiert, um den Aufwand zu reduzieren. Eine Variation der Kanalgeometrie ist mit dem konzipierten Prüfstand in Kapitel 3.1 möglich. Die aufgestellten Modelle müssen nur hinsichtlich ihrer Randbedingungen, siehe Kapitel 2.3.2, angepasst werden. Des Weiteren ist die messtechnische Zugänglichkeit des generischen Hubventils einfacher.

1.2 Stand der Forschung

Strömungsinduzierte Schwingungen durchströmter Ventile stellen ein gekoppeltes System dar, in dem die Strömungskräfte und die bewegten Strukturen sich wechselseitig beeinflussen. In der Literatur wird von einer Fluid-Struktur-Interaktion gesprochen, die in vielen technischen Systemen zu unerwünschten Schwingungen führen kann. Beispiele in anderen technischen Systemen sind strömungsinduzierte Schwingungen an Flugzeugtragflächen

⁸, an Bauwerken ⁹, in Turbomaschinen ¹⁰ oder im Reaktorbau ¹¹ ¹². Die Modellbildung in dieser Arbeit orientiert sich an den beiden letztgenannten Industriezweigen bzw. an der Modellierung der dort auftretenden strömungsinduzierten Schwingungen.

Die strömungsinduzierten Schwingungen im Hubventil werden durch die transversalen Struktureigenschaften des Ventils und die darauf einwirkende radiale Druckverteilung der Strömung bestimmt. Die Druckverteilung im Ventil folgt aus der Strömungsführung innerhalb des Ventils. Eine asymmetrische Druckverteilung resultiert in Strömungskräften, die auf das Ventil wirken. Diese Strömungskräfte können zu einer radialen Bewegung des Drosselkörpers führen, die wiederum die Strömungsführung und damit die Druckverteilung und die Strömungskräfte beeinflussen. Am Beispiel des Hubventils aus Abbildung 1.1 wird dies deutlich. Dort steht der Drosselkörper exzentrisch im Kanal. Dies führt zu einer asymmetrischen Druckverteilung am Drosselkörper ¹³. Die resultierende radiale Strömungskraft wirkt zentrierend und verschiebt den Drosselkörper radial entgegen der rückstellenden Federkraft der elastischen Ventilstange. Eine radiale Verschiebung des Drosselkörpers wirkt nun wieder zurück auf die Strömungsführung und damit auf die Druckverteilung sowie auf die resultierende radiale Strömungskraft. Ob dieser Vorgang zu Schwingungen führt, ist von den Systemeigenschaften abhängig. Typische schwingungsfähige Systeme besitzen einen Gleichgewichtszustand und zwei Energiespeicher, zwischen denen während der Schwingung Energien ausgetauscht werden. Bei mechanischen Systemen erfolgt dies durch Austausch zwischen kinetischer und potentieller Energie ¹⁴. Wird der Drosselkörper ausgelenkt, so wird potentielle Energie in der Ventilstange gespeichert und bei Rückstellung wieder freigegeben. Erfolgt die Rückstellung mit hoher Geschwindigkeit, wird kinetische Energie aufgebaut und ein gewisser Anteil der Energie durch Reibung dissipiert. Bei der Strömungskraft ist dies bzgl. der potentiellen Energie ebenfalls ersichtlich. Wird davon ausgegangen, dass bei ruhendem, zentrisch stehendem Drosselkörper eine symmetrische radiale Druckverteilung anliegt, so verschwindet die radiale Strömungskraft. Das heißt die Strömungskraft besitzt gleich einer Feder eine potentielle Energie,

⁸KAMAKOTI, „Fluid-Structure Interaction for Aeroelastic Applications“, ([28], 2004)

⁹GREEN UND UNRUH, „The failure of the Tacoma Bridge: A physical mode“, ([17], 2006)

¹⁰CHILDS, *Turbomachinery Rotordynamics*, ([14], 1993)

¹¹PAIDOUSSIS, *Fluid-Structure Interactions Volume 1*, ([45], 1998)

¹²PAIDOUSSIS, *Fluid-Structure Interactions Volume 2*, ([46], 2004)

¹³BRENNEN, *Hydrodynamics of Pumps*, ([11], 1994)

¹⁴MARKERT, *Strukturdynamik*, ([40], 2006)

die abhängig von der Position des Drosselkörpers im Ventilsitz ist. Der kinetische und dissipative bzw. anfachende Anteil der Strömungskraft wird anhand der nachfolgenden Quellen und im Rahmen dieser Arbeit dargestellt. Dem Hubventil muss für eine mögliche Schwingung Energie aus der Strömung zugeführt werden, da die Ventilstange und ihre Lagerung Reibung enthalten und somit dämpfend auf eine mögliche Schwingung wirken.

Das Problem strömungsinduzierter Schwingungen in Ventilen wird auf unterschiedlichste Weise behandelt. Beispielsweise wurden Anleitungen zur Reduzierung strömungsinduzierte Schwingungen durch empirische Untersuchungen^{15 16 17 18} erarbeitet sowie Untersuchungen zu grundlegenden Mechanismen^{19 20}. Rein empirische Untersuchungen sind nur in ihrem untersuchten Parameterraum gültig und im Falle von Ventilschwingungen mit der Vielzahl an einflussnehmenden Parametern sehr aufwendig. Daher sind unterschiedlich komplexe Modelle zur Vorhersage strömungsinduzierte Schwingungen entstanden. Die Modelle, die im Nachfolgenden anhand weniger Beispiele vorgestellt werden, werden hier anhand ihrer Komplexität klassifiziert.

Die erste, einfachste Klasse umfasst Modelle, bei denen das Ventil einen Freiheitsgrad besitzt, und die Bewegung durch eine betriebspunktabhängige Strömungskraft induziert wird^{21 22 23}. Dabei handelt es sich um einfache Sitzventile, deren Druckdifferenz über die Oberfläche des Drosselkörpers als konstant angenommen wird. Die Druckdifferenz und damit auch die wirkende Strömungskraft ist von der Hubstellung des Ventils und dem Volumenstrom abhängig. Die Stabilitätsbetrachtung erfolgt an der Bewegungsglei-

¹⁵COFFMAN UND BERNSTEIN, „Failure of Safety Valves due to Flow-Induced Vibration“, ([15], 1980)

¹⁶WEAVER, „Flow Induced Vibrations in Valves Operating at Small Openings“, ([61], 1980)

¹⁷BALDWIN UND SIMMONS, „Flow-Induced Vibration in Safety Relief Valves“, ([4], 1986)

¹⁸AMINI UND OWEN, „A Practical Solution to the Problem of Noise and Vibration in a Pressure-Reducing Valve“, ([2], 1995)

¹⁹ROCKWELL UND NAUDASCHER, „Review–Self-Sustaining Oscillations of Flow Past Cavities“, ([51], 1978)

²⁰WEAVER, „Flow-Induced Vibrations in Power and Process Plant Components–Progress and Prospects“, ([62], 2000)

²¹WEAVER UND ZIADA, „A Theoretical Model for Self-Excited Vibrations in Hydraulic Gates, Valves and Seals“, ([60], 1980)

²²MISRA, BEHDINAN UND CLEGHORN, „Self-Excited Vibration of a Control Valve due to Fluid-Structure Interaction“, ([42], 2002)

²³HABING UND PETERS, „An experimental method for validating compressor valve vibration theory“, ([20], 2006)

chung anhand der Eigenwerte des charakteristischen Polynoms. Dabei wird das Hurwitz-Kriterium zur Bewertung der Stabilität des Systems angewendet^{24 25}. Bei Instabilität entstehen selbsterregte Schwingungen, die ihre Energie aus der Strömung beziehen und vom Betriebszustand abhängig sind.

Die zweite Klasse beinhaltet Modelle in denen die instationäre, dreidimensionale Strömung auf zwei Dimensionen reduziert wird, und anschließend die Druckverteilung über die relevante Struktur, z.B. über den bewegten Drosselkörper, integriert wird. Diese Art der Modellierung wird vor allem im Bereich der Turbomaschinen und im Reaktorbau eingesetzt. Im nächsten Abschnitt wird näher auf solche Modelle eingegangen.

Ist die Druckverteilung der Strömung nicht mehr mit den genannten Modellen abbildbar, so kann in einer dritten Klasse auf dreidimensionale numerische Strömungssimulationen^{26 27} zurückgegriffen werden, die für eine Systembetrachtung um die bewegte Struktur erweitert werden müssen^{28 29}. Diese Simulationen sind jedoch mit hohem Aufwand verbunden.

Das Problem strömungsinduzierter Schwingungen kann in drei Bereiche untergliedert werden

- in die Beschreibung der relevanten (elastischen) Struktur,
- in die Berechnung der angreifenden Strömungskräfte sowie
- die Bewertung des Systems anhand von Stabilitätskriterien.

Die Beschreibung der elastischen Struktur eines Ventils stellt i.d.R. kein Problem dar. Dagegen führt die Berechnung der Strömungskräfte und die Bewertung des gekoppelten Systems zu Herausforderungen.

Im Falle des Hubventils wirken die größten Strömungskräfte am Drosselkörper. Die Strömung um den Drosselkörper kann in zwei Bereiche unterteilt

²⁴HAYASHI, HAYASE UND KURAHASI, „Chaos in a Hydraulic Control Valve“, ([21], 1997)

²⁵QIFANG UND JIANGPING, „Dynamic Analysis of a Pilot-Operated Two-Stage Solenoid Valve used in Pneumatic System“, ([50], 2009)

²⁶BEINERT, „Eignung numerischer Strömungssimulation zur Bestimmung des Betriebsverhaltens von Industriearmaturen“, ([7], 2007)

²⁷GLAUN, „Avoiding Flow-Induced Sympathetic Vibration in Control Valves“, ([16], 2012)

²⁸BEUNE, KUERTEN UND HEUMEN, „CFD Analysis with Fluid-Structure Interaction of Opening High-Pressure Safety Valves“, ([8], 2012)

²⁹YONEZAWA, „Flow-Induced Vibration of a Steam Control Valve“, ([66], 2012)

werden. Entsprechend der Strömungsrichtung durch das Ventil ist der erste Bereich die Staupunktströmung vor dem Drosselkörper. Der Druck wirkt auch bei Auslenkung des Drosselkörpers normal auf dessen Stirnfläche. Wirkt die Strömungskraft immer senkrecht auf die schiefe Stirnfläche des ausgehenden Drosselkörpers, so wird in der Literatur von einer Folgekraft gesprochen. Am Ende dieses Kapitels wird ein kurzer Überblick zu Folgekräften und die damit verbundene Stabilitätsbetrachtung von Biegebalken, wie die Ventilstange des Hubventils einen darstellt, gegeben. Davor wird zunächst der zweite Strömungsbereich am Drosselkörper, die Spaltströmung, und deren Einfluss auf die radiale Ventilschwingungen an unterschiedlichen Literaturquellen aufgezeigt. Dabei erfolgt die Vorhersage strömungsinduzierter Schwingungen anhand der oben vorgestellten zweiten Klasse von Modellen.

Spaltströmungen

Bei eingefahrenem Drosselkörper $\bar{l}_{\text{HUB}} = 0$ entsteht zwischen dem Drosselkörper und dem Ventilsitz eine axiale, ringförmige Spaltströmung, die im Nachfolgenden nur Spaltströmung genannt wird. Ähnliche Spaltströmungen treten im Reaktorbau auf. Im Vergleich dazu entstehen in den Lagern der Turbomaschinen neben den axialen Leckageströmungen auch Strömungen in Umfangsrichtung. Aus den Bereichen des Reaktorbaus und der Turbomaschinen stammen viele Veröffentlichungen. Anhand weniger hier zitierter Beispiele wird eine Einteilung verschiedener Ansätze zur Berechnung von Spaltströmungen vorgenommen. Ausführliche Darstellungen und Übersichten sind den Nachschlagewerken von Childs³⁰ und Paidoussis^{31 32} zu entnehmen. Die Veröffentlichungen werden hier nach

- der Spaltgeometrie und -kinematik,
- den zugrundeliegenden Gleichungen und Randbedingungen und
- der Lösungsmethode

eingeteilt. Beispiele für untersuchte Spaltgeometrien sind kurze³³, endliche³⁴

³⁰CHILDS, *Turbomachinery Rotordynamics*, ([14], 1993)

³¹PAIDOUSSIS, *Fluid-Structure Interactions Volume 1*, ([45], 1998)

³²PAIDOUSSIS, *Fluid-Structure Interactions Volume 2*, ([46], 2004)

³³ALLAIRE, LEE UND GUNTER, „Dynamics of Short Eccentric Plain Seals with High Axial Reynolds Number“, ([1], 1978)

³⁴MULCAHY, „Fluid Forces on Rods Vibration in Finite Length Annular Regions“, ([43], 1980)

³⁵ und unendliche Spaltlängen sowie exzentrische Spalte ³⁶. In den genannten Arbeiten werden rotordynamische Koeffizienten von Dichtungen und Gleitlagern bestimmt. Die Spaltströmung nimmt dabei deutlichen Einfluss auf die Koeffizienten und damit auf das Bewegungsverhalten von Turbomaschinen, in denen Dichtungen und Gleitlager enthalten sind. Andere Untersuchungen grenzen sich anhand der Spaltkinematik mit zwei ³⁷ oder unendlich vielen Freiheitsgraden ³⁸ ab. Diese Arbeiten und ³⁹ zeigen die anfachende Wirkung der Spaltströmung. Ebenso wurden Untersuchungen zu den Randbedingungen der Spaltströmung durchgeführt ⁴⁰, denen ebenfalls eine anfachende Wirkung bei bestimmten Konfigurationen zugeschrieben wird ⁴¹. Die meisten Arbeiten, auch die bereits genannten, nutzen axiomatische Ansätze, die entsprechend ihrer Anwendungen vereinfacht werden. Dazu werden die Kontinuitätsgleichung sowie die Impulsgleichungen der Strömung für Zylinderkoordinaten aufgestellt und die Terme, die von der radialen Koordinate abhängig sind vernachlässigt. ⁴² hingegen nutzt einen potentialtheoretischen Ansatz zur Beschreibung der Spaltströmung. ⁴³ beschreibt die Spaltströmung und ihre anfachende Wirkung auf thermische Turbomaschinen auf phänomenologische Art mittels der Bernoulli-Gleichung. Die Lösungsmethode der genannten Literatur besteht meist darin, die axiomatischen Gleichungen um eine als stationär angenommene Durchströmung zu linearisieren und dann numerisch zu lösen. Es existieren aber auch analytische Lösungen ⁴⁴.

Dieser recht kurze Abschnitt kann die Vielzahl an verschiedenen Arbeiten zu Spaltströmungen nicht abbilden. Dafür sei auf die genannten Nachschla-

³⁵BLACK UND JENSSEN, „Dynamic Hybrid Bearing Characteristics of Annular Controlled Leakage Seals“, ([9], 1969)

³⁶SIM UND CHO, „Unsteady Potential and Viscous Flows between Eccentric Cylinders“, ([54], 1993)

³⁷LI, KANEKO UND HAYAMA, „A Study on Annular Leakage-Flow-Induced Vibrations“, ([38], 2002)

³⁸LANGTHJEM, „A Flexible Rod in Annular Leakage Flow: Influence of turbulence and equilibrium offset, an analysis of instability mechanisms“, ([35], 2006)

³⁹INADA UND HAYAMA, „A study on leakage-flow-induced vibrations“, ([25], 1988)

⁴⁰MEKANIK UND YAVAR, „Pressure and Velocity Amplitude of the Incompressible Fluid in Concentric Annular Passage with Oscillatory Boundary: Turbulent Flow“, ([41], 2014)

⁴¹HOBSON, „Fluid-elastic instabilities caused by flow in an annulus“, ([23], 1982)

⁴²GRUNDWALD UND ALTSTADT, „Analytische und experimentelle Untersuchungen zur Modellierung der Fluid-Struktur-Wechselwirkungen in einem 2D-Ringspalt“, ([18], 1993)

⁴³ULRICH, „Die Spaltströmung bei thermischen Turbomaschinen als Ursache für die Entstehung schwingungsanfachender Querkräfte“, ([59], 1976)

⁴⁴CHEN, *Flow-Induced Vibration of Circular Cylindrical Structures*, ([13], 1985)

gewerke verwiesen. Dennoch wurde gezeigt, dass die Spaltströmung einen großen Einfluss auf das Bewegungsverhalten technischer Systems nimmt.

Stabilitätskriterien

Die gekoppelten Modelle aus dem vorherigen Kapitel zeigen, dass die Strömung in Wechselwirkung mit der Struktur anfachend wirken kann. Im Falle des Hubventils liegt der Schwerpunkt bei der Modellierung der Strömungen um den als starr angenommenen Drosselkörper. Die Kräfte am Drosselkörper werden dem Ende der elastischen Ventilstange aufgeprägt. Die Ventilstange wird in dieser Arbeit durch ein Balkenmodell abgebildet. In diesem Kapitel wird auf die Stabilitätsbetrachtung im Allgemeinen und im Speziellen am Biegebalken eingegangen. Die Stabilitätsdefinition von LYAPUNOV ⁴⁵ besagt, dass:

- ein Zustand stabil ist, wenn die Antwort des Systems auf eine „kleine“ Störung für alle Zeiten unterhalb eines Grenzwertes bleibt.
- ein Zustand asymptotisch stabil ist, wenn die Antwort des Systems auf die Anfangsstörung nach unendlicher Zeit abklingt und wieder die ungestörte Bewegung erreicht wird.
- ein Zustand grenzstabil ist, wenn es stabil aber nicht asymptotisch stabil ist.

Ist die Bewegungsgleichung bekannt, so können an dieser die genannten Definitionen überprüft werden. Eine Möglichkeit besteht darin, das Phasenportrait der Bewegungsgleichung aufzustellen und daraus das System hinsichtlich seiner Stabilität zu bewerten ⁴⁶. Bei nichtlinearen Bewegungsgleichungen erfolgt zumeist eine Linearisierung um eine Gleichgewichtslage, bevor die Stabilitätsbetrachtung dieser Gleichgewichtslage durchgeführt wird.

In ähnlicher Weise wird in der Elastomechanik ein Zustand als stabil bezeichnet, wenn es bei hinreichend kleinen Störungen nur kleine Schwingungen um seine Gleichgewichtslage ausführt. Voraussetzung dafür ist die Linearisierbarkeit der Bewegungsdifferentialgleichungen ⁴⁷. Zur Beschreibung der Stabilität gibt es nach Ziegler drei Kriterien, Zitat:

⁴⁵PFEIFFER UND SCHINDLER, *Einführung in die Dynamik*, ([48], 2014)

⁴⁶WIRSCHING, *Gewöhnliche Differentialgleichungen*, ([63], 2006)

⁴⁷ZIEGLER, „Die Stabilitätskriterien der Elastomechanik“, ([67], 1952)

- *„kinetisches Stabilitätskriterium: Die kritische ist die kleinste Belastung, unter der eine geeignete Störung zu einer nicht in der nächsten Umgebung der Gleichgewichtslage verlaufenden Bewegung führt...“*
- *statisches Stabilitätskriterium: Die kritische ist die kleinste Belastung, unter der neben der ursprünglichen (trivialen) erstmals eine weitere (nichttriviale) Gleichgewichtslage existiert...“*
- *energetisches Stabilitätskriterium: Die kritische ist die kleinste Belastung, unter der die gesamte potentielle Energie des Systems nicht mehr positiv definit ist“*

Für konservative Systeme können alle drei Kriterien angewendet werden. In einem konservativen System können die angreifenden Lasten unabhängig vom Bewegungszustand durch ein stationäres und eindeutiges Potential beschrieben werden. Sind die Lasten bewegungsabhängig, so liegt ein nichtkonservatives System vor, dessen Stabilität nur mit Hilfe des kinetischen Kriteriums, also anhand der Bewegungsgleichung, korrekt beschrieben werden kann ⁴⁸, außer die potentielle Energie des nichtkonservativen Systems ist positiv definit ⁴⁹.

Im Falle des durchströmten Hubventils sind die Lasten auf den Drosselkörper vom Bewegungszustand abhängig und damit nichtkonservativ. Dies ist schon dadurch gegeben, dass die Axialkraft auf der Stirnfläche des Drosselkörpers dessen Bewegung folgt. Die Konfiguration einer immer senkrecht zur Auslenkung stehenden Kraft am Ventilstangen- bzw. Balkenende wurde von Beck ⁵⁰ untersucht, der sogenannte Beckstab. Der Beckstab stellt einen ideal gelagerten Biegebalken dar, an dem eine Druckkraft immer tangential zur verformten Balkenachse angreift. Das Ergebnis ist eine deutlich höhere kritische Kraft bis Stabilitätsversagen (Balkenknicken) eintritt, wenn das kinetische anstelle des statischen Stabilitätskriteriums angewendet wird. Der Drosselkörper wirkt am freien Ende des Biegebalkens als Zusatzmasse, die die ertragbare kritische Axialkraft reduziert ⁵¹. Bei einem bestimmten Massenverhältnis aus Zusatzmasse am freien Ende des Balkens zur Balkenmasse erreicht die kritische Axialkraft ihr Minimum bevor sie wieder leicht ansteigt und gegen einen Grenzwert läuft. Eine hohe Drehträgheit und Steifigkeit der

⁴⁸ZIEGLER, „Zum Begriff des konservativen Systems“, ([68], 1952)

⁴⁹LEIPHOLZ, „On the Sufficiency of the Energy Criterion for the Stability of Certain Non-conservative Systems of the Follower-Load Type“, ([36], 1972)

⁵⁰BECK, „Die Knicklast des einseitig eingespannten, tangential gedrückten Stabes“, ([6], 1952)

⁵¹LEUNG, „Dynamic Stiffness Analysis of Follower Force“, ([37], 1988)

Einspannung führt zu höheren kritischen Axialkräften. Eine Erhöhung der Drehträgeit am freien Ende führt zunächst zu einer Reduzierung der ertragbaren Axialkraft bevor die ertragene Axialkraft wieder gegen einen Grenzwert läuft ⁵². Der Einfluss der Schubverformung und der Drehträgeit des Biegebalkens kann bei hohem Schlankheitsgrad $4\bar{l}_{St}/\bar{d}_{St}$ aus Ventilstangenlänge \bar{l}_{St} und Ventilstangendurchmesser \bar{d}_{St} vernachlässigt werden ⁵³. In ⁵⁴ wird gezeigt, dass eine exzentrisch angreifenden Kraft am Ende des Balkens (bzw. eines steifen Doppelpendels) zu einer Erhöhung der ertragbaren Axialkraft führt. Eine Übersicht verschiedener Konfigurationen von Biegebalken wird in ⁵⁵ gegeben. Dort wird auch der destabilisierende Effekt von geringer Strukturdämpfung in axialbelasteten Biegebalken aufgezeigt.

1.3 Forschungsfragen und Methodik

Zu Beginn dieser Arbeit entstanden unterschiedliche Vermutungen über die Ursache der Schwingungen im Hubventil. Folgende Hypothesen wurden aufgestellt:

1. Kavitation ist Grund für die Schwingungen des Hubventils.
2. Die Axialkräfte der Staupunktströmung vor dem Drosselkörper führen zum Stabilitätsversagen ähnlich des Euler-Knickens oder wie bei Folgekräften und führen so zu den Schwingungen im Hubventil.
3. Die anfachende Wirkung der Spaltströmung zwischen Ventilsitz und Drosselkörper ist Grundlage für die Schwingungen im Hubventil.
4. Die Wirbel hinter der Drosselstelle wirken als Druckpulsationen auf den Drosselkörper und führen so zu Schwingungen.

Eine Überprüfung aller Hypothesen war aufgrund des Aufwands nicht möglich. Anhand der Literaturrecherche erscheint die selbsterregte Schwingung des Hubventils, die ihre Energie aus der Strömung bezieht, als wahrscheinlichste Ursache. Daher ist das Ziel dieser Arbeit die Wiederlegung oder Bestätigung der zweiten und der dritten Hypothese. Hierfür werden analytische

⁵²KOUNADIS UND KATSIKADELIS, „Coupling Effects on a Cantilever Subjected to a Follower Force“, ([32], 1979)

⁵³KOUNADIS UND KATSIKADELIS, „Shear and Rotatory Inertia Effect on Beck’s Column“, ([31], 1976)

⁵⁴GURAN UND PLAUNT, „Stability of Ziegler’s pendulum with eccentric load and load-dependent stiffness“, ([19], 1993)

⁵⁵LANGTHJEM UND SUGIYAMA, „Dynamic Stability of Columns subjected to Follower Loads: A Survey“, ([34], 2000)

Modelle erstellt, die experimentell überprüft werden. Durch die Gegebenheiten der Experimente kann auch die erste Hypothese überprüft werden. Die erste Hypothese kann bereits widerlegt werden, indem die Versuche so ausgeführt werden, dass keine Kavitation und dennoch Schwingungen entstehen. Ein weitere Möglichkeit der Einflussnahme von Kavitation bestünde darin, entstehende Schwingungen zu dämpfen oder weiter anzufachen, dies wird hier nicht untersucht. Zur Bestätigung oder Wiederlegung der zweiten und der dritten Hypothese werden Modelle erstellt, die in Kapitel 4 experimentell überprüft werden. Aus der Problemstellung und dem aktuellen Stand der Forschung leiten sich unter Berücksichtigung wirtschaftlicher Aspekte folgende Forschungsfragen für diese Arbeit ab:

- (i) Wie reproduzierbar sind strömungsinduzierte Schwingungen in Hubventilen?
- (ii) Entstehen Schwingungen auch ohne Kavitation?
- (iii) Der Literaturreückblick zeigt sehr unterschiedlich aufwendige Modelle zur Abbildung von Ventilschwingungen. Ist es möglich ein effizientes Modell für das Hubventil zu entwickeln?
- (iv) Lässt sich mit Hilfe eines Modells nach Hypothese zwei oder drei das Systemverhalten der strömungsinduzierten Schwingungen in Hubventilen abbilden, und so die jeweilige Hypothese bestätigen bzw. widerlegen?

Die ersten beiden Fragen werden rein experimentell beantwortet. Wohingegen die dritte und vierte Frage mit Hilfe experimentell validierter Modelle beantwortet werden sollen.

Der Aufbau dieser Arbeit wird im nächsten Kapitel vorgestellt bevor auf die Modellierung der Modelle nach Hypothese zwei und drei eingegangen wird.

1.4 Gliederung der Arbeit

Die Dissertation enthält vier Abschnitte. Der erste Bereich umfasst die Modellbildung. Dabei wird die dreidimensionale und instationäre Druckverteilung am Drosselkörper auf eine zweidimensionale Strömung reduziert und über die Oberfläche des Drosselkörpers integriert, um so konzentrierte Kräfte und Momente zu erhalten. Der Ventilstange, die als kontinuierlicher Biegebalken mit elastischen Lagern abgebildet wird, werden die konzentrierten

Kräfte am Balkenende aufgeprägt. Die Stabilitätsanalyse erfolgt dann anhand dieser Bewegungsgleichung. Im zweiten Bereich wird der Prüfstand sowie weitere Aufbauten vorgestellt, mit denen einzelne Modellschritte und das Gesamtmodell experimentell überprüft werden. Im dritten Bereich werden die experimentellen Ergebnisse dargestellt und mit den Modellberechnungen verglichen. Die Arbeit schließt mit der Diskussion der Ergebnisse und einem Fazit.

Kapitel 2

Modellbildung

Die Fluid-Struktur-Wechselwirkung zwischen der elastischen Struktur des Hubventils und aufgrund der Umströmung dieser Struktur angreifenden Strömungskräften führt zu strömungsinduzierten Schwingungen. Diese Schwingungen können über die Lagerung der elastischen Struktur oder durch Anschlag des Drosselkörpers an den Ventilsitz nach Außen auf die Anlage übertragen werden. Die Schwingungen im Hubventil sind in der Konfiguration in Abbildung 1.1 für ideal starre Lager und inkompressible Strömung von 16 Parametern abhängig. Eine rein empirische Untersuchung, in der jeder Parameter bspw. auf drei Stufen im vollfaktoriellen Versuchsplan variiert wird, würde zu $3^{16} \approx 43$ Mio. Versuchen ohne Wiederholungen führen. Mit Hilfe der Dimensionsanalyse¹ und der statistischen Versuchsplanung² ist eine drastische Reduzierung des Aufwands möglich. Allerdings ist die Vorhersage von sich stark änderndem Systemverhalten, wie es hier vorliegt, innerhalb des untersuchten Parameterraums schwierig, und die Gültigkeit der Vorhersagen nur im untersuchten Parameterraum gewährleistet. Ziel dieser Arbeit ist es daher, die strömungsinduzierten Schwingungen des Hubventils bei eingefahrenem Drosselkörper mittels axiomatischer Sätze zu beschreiben und experimentell zu validieren.

Dieses Kapitel enthält fünf Unterkapitel zur analytischen Beschreibung der strömungsinduzierten Schwingungen des durchströmten Hubventils. anhand von Größenordnungsabschätzungen im nächsten Kapitel 2.1 werden zulässige Vereinfachungen zur Beschreibung der strömungsinduzierten Schwingungen aufgezeigt. aufgrund des relativ kleinen Spalts zwischen Drosselkörper und Ventilsitz bzw. Kanalwand im Vergleich zu den restlichen Abmessungen des

¹SPURK, *Dimensionsanalyse in der Strömungslehre*, ([55], 1992)

²SIEBERTZ, *Statistische Versuchsplanung*, ([53], 2010)

Ventils wird die Kinematik dieses Spalts in Kapitel 2.2 und die wirkenden Strömungskräfte in Kapitel 2.3 vereinfacht. Die elastische Struktur des Hubventils stellt die Ventilstange und deren Lagerung dar und wird in Kapitel 2.4 durch einen elastisch gelagerten, schubstarren Biegebalken beschrieben und in Kapitel 2.5 mit den zuvor berechneten Strömungskräften gekoppelt. Sowohl die Differentialgleichungen für die Strömungskräfte als auch die Bewegungsgleichung des Biegebalkens werden mittels des Perturbationsansatzes um ein stationäres Gleichgewicht linearisiert. Das gekoppelte System aus Strömungskräften und elastischer Struktur zerfällt damit in zwei Gleichungssysteme. Mit Hilfe dieser Gleichsysteme können zwei Effekte beschrieben werden. Zum einen wird in Kapitel 2.5.1 das stationäre Gleichgewicht bestimmt, welches aufgrund nichtlinearer Reibungsterme numerisch gelöst wird. Das zweite System in Kapitel 2.5.2 hingegen, dient der Bestimmung der Eigenwerte, anhand derer die Neigung des Ventils zu Schwingungen überprüft wird.

In den nachfolgenden Gleichungen und Abbildungen sind dimensionsbehaftete Parameter mit einer Tilde \tilde{x} und dimensionsbehaftete Parameter, die im betrachteten Fall konstant sind, mit einem waagrechten Strich \bar{x} gekennzeichnet. Dimensionslose Größen werden nicht gekennzeichnet.

2.1 Größenordnungen

Die vollgekoppelte, numerische Berechnung strömungsinduzierter Ventilschwingungen oder allgemein Fluid-Struktur-Wechselwirkungen im dreidimensionalen Raum ist sehr aufwendig. Daher wird vor allem durch Vereinfachungen im Rahmen der analytischen Modellierung der Aufwand reduziert. Die Gültigkeit dieser Vereinfachungen wird durch Größenordnungsabschätzungen überprüft. Dabei werden sowohl die Gleichungen zur Beschreibung der elastischen Struktur als auch die Gleichungen der Strömungsmechanik vereinfacht. Hierbei wird die Gültigkeit der Kontinuumsmechanik als gegeben vorausgesetzt und nicht weiter diskutiert. Des Weiteren wird die Mechanik der Ventilstange mittels Balkentheorie beschrieben, die bereits eine Vereinfachung darstellt. Dabei werden die Gleichungen der Balkentheorie am Balkenelement diskutiert. Ein Vorgriff auf die Ergebnisse der experimentellen Modalanalyse in Kapitel 4.2 zeigt, dass der sogenannte Euler-Bernoulli-Balken eine gute Näherung für die Ventilstange darstellt. Mit diesen Erkenntnissen werden die Verformung des Drosselkörpers und die Verdrehung der Ventilstange infolge von Biegung abgeschätzt. Die Abschätzungen führen zur Vereinfachung der Kinematik des Drosselkörpers. Anschließend folgt eine Betrachtung der Strömungskräfte. Dabei wird deutlich, dass die Axialkraft näherungsweise durch

die Druckdifferenz vor und nach dem Drosselkörper modelliert werden kann. Das Reibungsmoment aufgrund einer orbitalen Bewegung des Drosselkörpers wird aufgrund seiner Größenordnung vernachlässigt. Abschließend wird der radiale Druckgradient der Spaltströmung vorgestellt. Durch die Vernachlässigung des radialen Druckgradienten kann die dreidimensionale Spaltströmung unter gewissen Voraussetzungen, siehe dazu Kapitel 2.3, auf zwei Dimensionen reduziert werden.

Die nachfolgenden Abschätzungen gelten für eine Vielzahl verschiedener Ausführungen von Hubventilen. Dagegen entstammen die vorgestellten Zahlenwerte dem experimentell untersuchten Parameterraum. Der untersuchte Parameterraum wird in Kapitel 4.1 näher spezifiziert.

Geometrie und Kinematik der Ventilstange

Die Beschreibung der bewegten Oberfläche des Drosselkörpers führt zu nichtlinearen Funktionen. Mit den Abschätzungen in diesem Kapitel wird die Oberflächenbeschreibung des Drosselkörpers und damit die Spaltkinematik in Kapitel 2.2 auf Gleichungen reduziert, die als nichtlineare Terme nur noch den einfachen Kosinus und Sinus enthalten. Für den untersuchten Parameterraum aber auch für eine Vielzahl unterschiedlicher Hubventile kann die Ventilstange als schubstarrer Biegebalken angenähert werden. In diesem Abschnitt wird zunächst mittels Balkentheorie die Verformung des Drosselkörpers aufgrund von Biegung im Vergleich zur Ventilstange und anschließend die Neigung des Ventilstangenendes abgeschätzt.

Starrkörperbewegung des Drosselkörpers

Bei Hubventilen ist der Drosselkörperdurchmesser i.d.R. deutlich größer als der Ventilstangendurchmesser. Das führt zu einem Sprung in der Biegesteifigkeit zwischen Ventilstange und Drosselkörper, wodurch der Drosselkörper in seiner Bewegung als starrer Körper angenähert werden kann. Werden Drosselkörper und Ventilstange als Balken modelliert, so ist die Änderung des Neigungswinkels ψ' proportional zum wirkenden Biegemoment $\tilde{M}_{\tilde{y}}$. Das Elastizitätsgesetz in Gleichung 2.1 oder allgemein ein Materialgesetz stellt eine Beziehung zwischen der Verformung und den Belastungen her. Hier wird der Zusammenhang über die Biegesteifigkeit $\bar{E}_{\text{St}}\bar{I}_{\text{St}}$ hergestellt

$$\tilde{M}_{\tilde{y}} = \bar{E}_{\text{St}}\bar{I}_{\text{St}} \frac{\partial\psi}{\partial\tilde{z}} = \bar{E}_{\text{St}}\bar{I}_{\text{St}} \psi'. \quad (2.1)$$

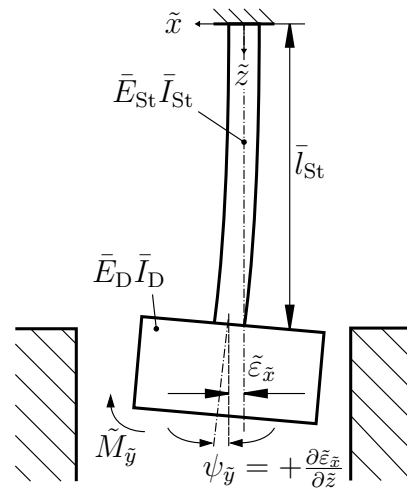


Abb. 2.1 – Auslenkung und Neigung der Ventilstange aufgrund eines Biegemoments

Wirkt ein Biegemoment auf den Balken, so wird dieser in Abhängigkeit seiner Biegesteifigkeit verformt. Ein starrer Körper würde aufgrund einer äußeren Belastung nicht deformiert. Dies ist gleichbedeutend mit einer unendlichen Biegesteifigkeit. Zur Abschätzung der Verformungen sei die Ventilstange in Abbildung 2.1 ideal eingespannt, und der Drosselkörper und die Ventilstange werden mit einem Biegemoment \tilde{M}_y belastet. Damit kann das Verhältnis der Änderung des Neigungswinkels im Drosselkörper ψ'_D im Vergleich zur Ventilstange ψ'_{St} über deren Biegesteifigkeiten dargestellt werden

$$\frac{\bar{E}_{St} \bar{I}_{St}}{\bar{E}_D \bar{I}_D} = \frac{\psi'_D}{\psi'_{St}}, \quad 0,06 \% < \frac{\psi'_D}{\psi'_{St}} < 1,3 \%. \quad (2.2)$$

Der Wertebereich des Verhältnisses gibt die unterschiedlichen Ventilstangen und Drosselkörper der Experimente wieder, welche sich an industriellen Hubventilen orientieren. Das Elastizitätsmodul des Drosselkörpers \bar{E}_D und der Ventilstange \bar{E}_{St} sind gleich groß. Damit ist das Verformungsverhältnis nur noch von der Geometrie abhängig. Selbst bei dem Verhältnis aus dünnstem Drosselkörper zu dickster Ventilstange ist das Verhältnis der Verformungen kleiner 1,3 %. Die Verformungen der Drosselkörper werden deswegen im Folgenden vernachlässigt.

Neigung des Ventilstangenendes

Die Ventilstange wird aufgrund angreifender Strömungskräfte und Momente

am Drosselkörper ausgelenkt. Zur Berechnung der Kinematik des Drosselkörpers ist es wichtig zu wissen, wie groß die Neigung am Ende der Ventilstange werden kann. Abbildung 2.1 zeigt die Auslenkung $\tilde{\varepsilon}_{\tilde{x}}(\tilde{t}, \tilde{z})$ und die Neigung $\psi_{\tilde{y}} = \partial \tilde{\varepsilon}_{\tilde{x}}(\tilde{t}, \tilde{z}) / \partial \tilde{z}$. Dort ist wegen der Übersichtlichkeit nur die einachsige Durchbiegung $\tilde{\varepsilon}_{\tilde{x}}(\tilde{t}, \tilde{z})$ in \tilde{x} -Richtung abgebildet. Der Drehwinkel am Ventilstangenende kann mit Hilfe der Biegelinie des schubstarren Balkens abgeschätzt werden. Dabei wird entsprechend der Abbildung eine ideale Einspannung der Ventilstange angenommen. Bei Annahme eines angreifenden Biegemoments $\tilde{M}_{\tilde{y}}$ am Ventilstangenende $\tilde{z} = \bar{l}_{\text{St}}$ und gegebener Auslenkung $\tilde{\varepsilon}_{\tilde{x}}(\tilde{t}, \tilde{z})$ berechnet sich die Neigung am Ventilstangenende zu

$$\frac{\partial \tilde{\varepsilon}_{\tilde{x}}(\tilde{t}, \tilde{z} = \bar{l}_{\text{St}})}{\partial \tilde{z}} = \frac{2}{\bar{l}_{\text{St}}} \tilde{\varepsilon}_{\tilde{x}}(\tilde{t}, \tilde{z} = \bar{l}_{\text{St}}).$$

Das heißt bei Kenntnis der Ventilstangenlänge und der Auslenkung an ihrem Ende kann die dortige Neigung berechnet werden. Die Länge der Ventilstange beträgt bei allen Experimenten $\bar{l}_{\text{St}} = 210$ mm. Die Auslenkung dagegen ist von einer Vielzahl an Parametern abhängig. Allerdings kann die Ventilstange nur so weit ausgelenkt werden, bis der eingefahrene Drosselkörper an die Kanalwand stößt. Daher wird als Auslenkung der Ventilstange das zweifache des maximalen mittleren Spalts (hier 4 mm) angesetzt. Damit berechnet sich der maximale Neigung zu

$$|\psi_{\text{max}}| < 2.2^\circ. \quad (2.3)$$

Für den eingefahrenen Drosselkörper werden aufgrund kleiner Spalte und langer Ventilstangen nur kleine Absenkungen der Ventilstange und damit kleine Neigungen erreicht. Dies ist typisch für Hubventile, da ihre Funktion in der Drosselung liegt, und diese durch kleine Spalte vergrößert wird.

Axiale Strömungskräfte

Die Strömungskräfte und Momente am Drosselkörper resultieren aus den Normal- und Tangentialspannungen an der Oberfläche des Körpers. Die Tangentialspannungen sind die Schubspannungen der Strömung und die Normalspannungen der Druck. Ein Vergleich der abgeschätzten Axialkräfte aufgrund der Schubspannung im Spalt $\tilde{\tau}_{\text{S}}$, siehe Abbildung 2.2 links, und der Druckdifferenz $\Delta \tilde{p}_{\text{D}}$ am Drosselkörper zeigt, dass die Schubspannung der Spaltströmung einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Axialkraft am Drosselkörper hat. Zur Abschätzung der Schubspannung in axialer Richtung des Spalts wird

das Widerstandsgesetz nach Blasius aufgestellt

$$\begin{aligned}\tilde{\tau}_S &= c_f \frac{\bar{\rho}}{2} \bar{U}^2, \text{ mit } c_f = \frac{0.3164}{4} Re^{-0.25} \\ \Delta\tilde{p}_D &= \zeta \frac{\bar{\rho}}{2} \bar{U}^2, \text{ mit } \zeta \approx 1 \text{ und } Re = \frac{2\bar{h}\bar{U}}{\bar{\nu}}\end{aligned}$$

und die Druckdifferenz über den Carnot'schen Stoßverlust am Austritt des Spalts berechnet. Dabei stellt \bar{U} die mittlere Spaltströmungsgeschwindigkeit dar. Zur Abschätzung der Axialkraft \tilde{F}_S der Schubspannung wird die geschätzte Schubspannung mit der Mantelfläche des Drosselkörpers \bar{A}_S multipliziert und die Axialkraft \tilde{F}_D aufgrund der Druckdifferenz mit der projizierten Fläche des Drosselkörpers \bar{A}_D . Das Verhältnis der Kräfte in axialer Richtung, zeigt

$$\frac{\tilde{F}_S}{\tilde{F}_D} = \frac{\tilde{\tau}_S \bar{A}_S}{\Delta\tilde{p}_D \bar{A}_D}, 0.3\% < \frac{\tilde{F}_S}{\tilde{F}_D} < 2\%, \quad (2.4)$$

dass die Axialkraft \tilde{F}_S aufgrund der Schubspannung im untersuchten Parameterraum vernachlässigt werden kann. Dies gilt obwohl der Druckverlust unterschätzt wird, da die Druckverluste durch Reibung im Spalt und die Eintrittsverluste nicht berücksichtigt werden.

Eine weitere Vereinfachung folgt aus der Betrachtung der axialen Dehnung ε_z der Ventilstange. Die Dehnung der Ventilstangenmitte in axialer Richtung berechnet sich mit der abgeschätzten Axialkraft zu

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta\tilde{l}_{St}}{\bar{l}_{St}} = \frac{\tilde{F}_D}{\bar{E}_{St}\bar{A}_{St}} = \frac{\zeta}{\bar{E}_{St}} \frac{\bar{\rho}}{2} \bar{U}^2 \left(\frac{\bar{d}_D}{\bar{d}_{St}} \right)^2, \text{ mit } 0.05\% < \frac{\varepsilon_z \bar{l}_{St}}{\bar{h}} < 3\%. \quad (2.5)$$

Für die Abschätzung wird die Dehnung der Ventilstange auf die mittlere Spalthöhe bezogen. Bei konstanter Axialkraft und dem Elastizitätsmodul für Stahl $E = 2.1 \cdot 10^{11}$ Pa ist die Dehnung der Ventilstange und damit eine axiale Bewegung des Drosselkörpers zu vernachlässigen.

Reibungsmoment

Für die spätere Betrachtung der Kinematik des Drosselkörpers und für die Druckverteilung im Spalt wird das Reibungsmoment am Drosselkörper in Umfangsrichtung abgeschätzt. Abbildung 2.2 zeigt auf der rechten Seite die Orbitalbewegung des Drosselkörpers mit der Amplitude $\bar{\varepsilon}$ und der Kreisfrequenz $\bar{\Omega}$. Aufgrund der Bewegung entstehen Schubspannungen, die sich in einem Reibungsmoment am Drosselkörper äußern. Der Drosselkörper wird

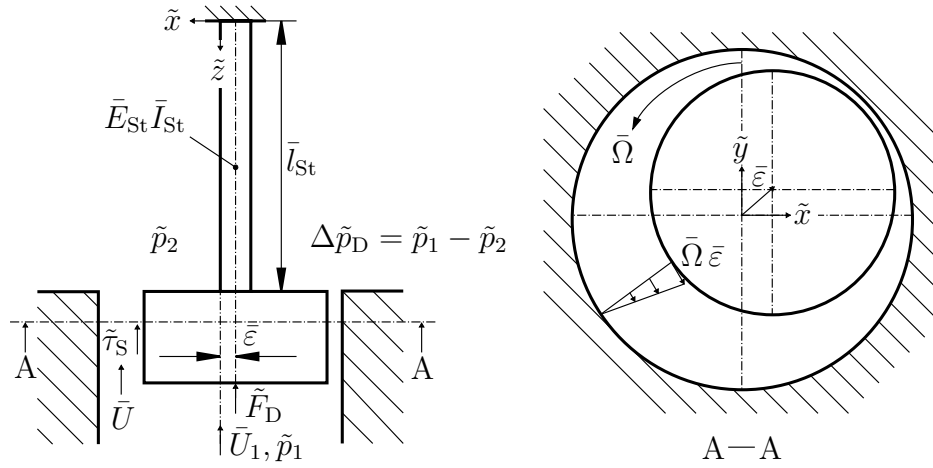


Abb. 2.2 – Axialkraft und Schubspannung der Spaltströmung sowie Orbitalbewegung des Drosselkörpers

über ein Gewinde mit der Ventilstange verschraubt. Das Reibungsmoment der Strömung wird mit dem Anzugsmoment verglichen, um zu zeigen, dass der Drosselkörper aufgrund der Reibung in Umfangsrichtung nicht von der Ventilstange gelöst wird sowie eine Verdrehung des Ventilstangenendes vernachlässigt werden kann. Dadurch verliert der Drosselkörper einen Freiheitsgrad seiner Bewegung. Der Drosselkörper wird über ein Gewinde mit der Ventilstange verschraubt und verspannt. Das Anzugsmoment wurde dabei nicht definiert eingestellt, sondern per Hand oder Schlüssel aufgebracht. Das durch eine menschliche Hand aufgebrachte Drehmoment liegt je nach umschlossenem Durchmesser nach ³ zwischen $\bar{M} = 2 \text{ Nm}$ und 6 Nm . Das Reibungsmoment des Fluids aufgrund der Orbitalbewegung wird nach ⁴ abgeschätzt. Hierbei wird von einer laminaren, ebenen Strömung ausgegangen, in der die konvektiven Terme der Impulsgleichungen vernachlässigt werden. Das Reibungsmoment $\bar{M}_{R,z}$ pro Tiefeneinheit berechnet sich zu

$$\bar{M}_{R,z} = \frac{\bar{\eta} \bar{\Omega} \bar{d}_D^3}{2 \bar{h}} \frac{\pi (1 + 2 \varepsilon^2)}{\sqrt{1 - \varepsilon^2} (2 + \varepsilon^2)}.$$

Neben der relativen Exzentrizität $\varepsilon = \bar{\varepsilon}/\bar{h}$ und der Drehfrequenz haben die dynamische Viskosität $\bar{\eta}$ des Fluids, der Durchmesser des Drosselkörpers \bar{d}_D und die mittlere Spalthöhe \bar{h} Einfluss auf das Drehmoment. Abbildung 2.3

³KONG UND LOWE, „Evaluation of handle diameters and orientations in a maximum torque task“, ([30], 2005)

⁴SPURK UND AKSEL, *Strömungslehre*, ([56], 2006)

zeigt das Drehmoment für eine Spalllänge von $\bar{l}_S = 30 \text{ mm}$ und drei unterschiedliche mittlere Spalthöhen. Das Drehmoment steigt nichtlinear mit der relativen Exzentrizität an. Dennoch liegt es um zwei Größenordnungen un-

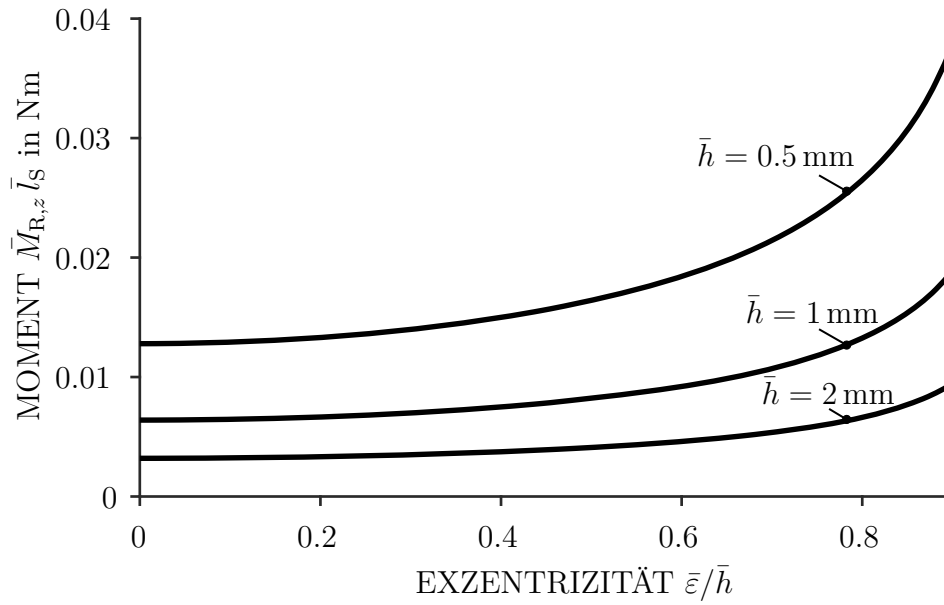


Abb. 2.3 – Reibungsmoment in Abhängigkeit der relativen Exzentrizität für drei mittlere Spalthöhen

terhalb des Anzugsmoments des Drosselkörpers. Des Weiteren konnte experimentell keine Drehung des Drosselkörpers um seine axiale Achse festgestellt werden. Der Drosselkörper war auch nach einem Experiment verschraubt und verspannt. Damit wird für die spätere Kinematik die Drehung des Drosselkörpers um seine axiale Achse ausgeschlossen. Eine Verdrehung des Ventilstangenendes aufgrund des Reibungsmoments wird über die Torsionssteifigkeit $\bar{G} \bar{I}_{St,T}$ der Ventilstange zu

$$1.7'' < \frac{\bar{M}_{R,z} \bar{l}_S}{\bar{G}_{St,T} \bar{I}_{St,T}} < 20''$$

abgeschätzt und damit ebenfalls vernachlässigt.

Radialer Druckgradient

Die Vernachlässigung des radialen Druckgradienten im Spalt führt zu Reduzierung des Rechenaufwands. Diese Vereinfachung wird über die Spaltgeometrie

hergeleitet. An dieser Stelle sei auf die Herleitung im Anhang A.1 sowie auf ⁵ verwiesen. Der dimensionslose, radiale Druckgradient ist von der Größenordnung des Verhältnisses aus mittlerer Spalthöhe \bar{h} zu mittlerem Radius des Spalts \bar{R}

$$\mathcal{O}\left(\frac{\partial p}{\partial y}\right) \lesssim \frac{\bar{h}}{\bar{R}}, \text{ mit } 1.5\% < \frac{\bar{h}}{\bar{R}} < 6.5\%. \quad (2.6)$$

Damit wird angenommen, dass der Druck in radialer Richtung annähernd konstant ist, und somit eine Vereinfachung der Strömungsgleichungen in den übernächsten Kapiteln erfolgen kann. Im nächsten Kapitel wird zunächst die Kinematik des Spalts beschrieben, bevor die Strömungsgleichungen vereinfacht werden.

2.2 Spaltkinematik

Entscheidend für die Strömungskräfte bzw. -momente, die aus der Spaltströmung auf den Drosselkörper wirken, sind zum einen die Materialeigenschaften des Fluids, wie die Dichte und Viskosität sowie die Strömungsgeschwindigkeit, und zum anderen die Geometrie und Kinematik des Spalts. Die Geometrie und die Kinematik des Spalts werden durch die Kanalgeometrie an der entsprechenden Stelle sowie durch die Geometrie und Kinematik des Drosselkörpers bestimmt. In diesem Kapitel wird der Spalt in seiner Geometrie und Kinematik anhand von Gleichungen beschrieben. Diese Gleichungen werden durch die Abschätzungen im vorherigen Kapitel erheblich vereinfacht.

Die Drosselkörperbewegung wird nach Gleichung 2.2 durch eine Starrkörperbewegung angenähert. Damit besitzt der Drosselkörper zunächst sechs Freiheitsgrade. Durch die Verbindung des Drosselkörpers mit der Ventilstange und nach Gleichung 2.5 sowie mit Vorgriff auf die experimentellen Ergebnisse in Kapitel 4.5, werden die Schwingungen der Ventilstange in axialer Richtung vernachlässigt. Damit werden die Freiheitsgrade des Drosselkörpers um eins reduziert. Des Weiteren wird nach Kapitel 2.1 eine Drehung des Drosselkörpers um seine axiale Achse ausgeschlossen. Somit besitzt der Drosselkörper nur noch vier Freiheitsgrade. Der Drosselkörper besitzt, trotz fehlender Drehung um seine axiale Achse, eine Umfangsgeschwindigkeit aufgrund seiner Translation und Drehungen um die beiden anderen Achsen. Abbildung 2.4 zeigt die vier Freiheitsgrade des Drosselkörpers sowie die vektorielle Darstellung der Kanalhöhe $\vec{h} = \vec{R}_K - \vec{R}_D$. In der Abbildung sind die zwei trans-

⁵LANG, „Effiziente Berechnung von Gleitlagern und Dichtspalten in Turbomaschinen“, ([33], 2017)

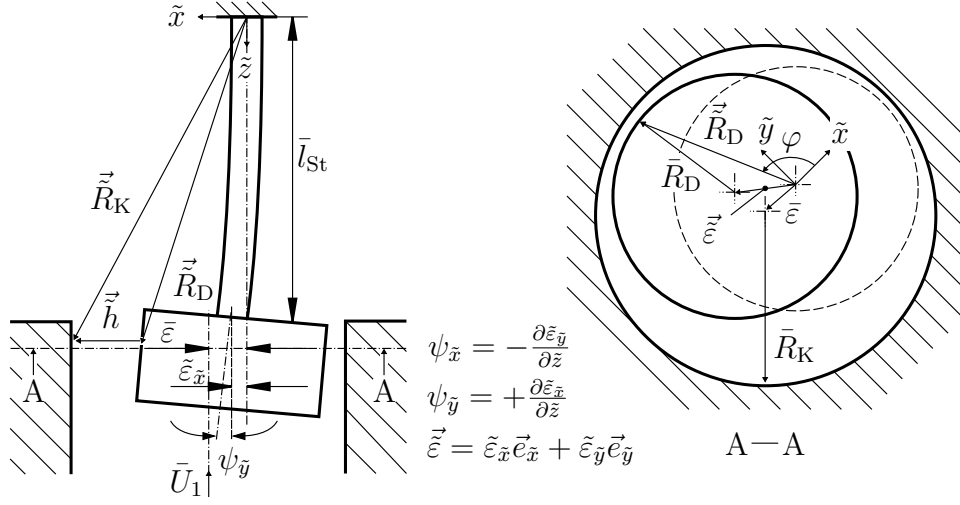


Abb. 2.4 – Spaltkinematik

latorischen Bewegungen aus der zweiachsigen Absenkung und Neigung des Ventilstangenendes zu erkennen. Ebenfalls sind Position und Ausrichtung des Koordinatensystems abgebildet. Der Ursprung des Koordinatensystems liegt in der Mitte der Einspannung der Ventilstange. Die Koordinatenachsen sind gleichzeitig Hauptachsen der Ventilstange bzw. des Biegebalkens. Somit wird eine mögliche Anfangsexzentrizität $\vec{\varepsilon}$ des Drosselkörpers im Kanal durch die Kanalwand \vec{R}_K beschrieben.

Für die nachfolgenden Berechnungen werden die Kanalhöhe \vec{h} , die Kanalwand \vec{R}_K und die Drosselkörperoberfläche \vec{R}_D in Zylinderkoordinaten angegeben. Die Herleitungen der Ortsvektoren und der Oberflächengeschwindigkeiten sind aufgrund des Umfangs hier nicht aufgeführt. Das Vorgehen ist ausführlich in ⁶ nachzulesen. Im Grunde werden die Vektoren in ihren Bezugssystemen beschrieben, anschließend in das ortsfeste kartesische Koordinatensystem transformiert, in dem sie algebraisch verrechnet werden können. Abschließend werden die Vektoren in ein Zylinderkoordinatensystem mit den Koordinaten φ und \tilde{z} überführt.

Ist die Kanalwand wie hier als Rohr ausgeführt und unter der Annahme, dass der Kanalradius \bar{R}_K deutlich größer ist als die Anfangsexzentrizität $\bar{\varepsilon}$, dann berechnet sich die Kanalwand zu

$$\vec{R}_K = \tilde{R}_K \vec{e}_{\tilde{r}} + \tilde{z} \vec{e}_{\tilde{z}}, \text{ mit } \tilde{R}_K = \bar{R}_K - \bar{\varepsilon} \cos(\varphi). \quad (2.7)$$

⁶WOERNLE, *Mehrkörpersysteme*, ([64], 2016)

Die Annahme $\bar{R}_K \gg \bar{\varepsilon}$ ist typisch für Hubventile, da der Spalt und damit die mögliche Anfangsexzentrizität viel kleiner als der Kanalradius sind.

Die Beschreibung der Oberfläche des Drosselkörpers ist deutlich komplexer, da der Drosselkörper Bewegungen mit vier Freiheitsgraden ausführt. Die nachfolgende Lösung gilt nur für den Zylinder als Drosselkörper, kann aber auf verschiedene industrielle Geometrien wie Parabolkegel oder V-Portkegel erweitert werden. Die Zylinderoberfläche wird im Bezugssystem durch den Radius beschrieben. Ist dies nicht möglich, kann die Oberfläche auch Abschnittsweise beschrieben werden, wodurch das zu lösende Gleichungssystem komplexer wird. Aufgrund der zu erwartenden kleinen Verdrehwinkel des Drosselkörpers nach Gleichung 2.3 werden die Winkel um ihren Nullpunkt linearisiert. Mit dieser Vereinfachung berechnet sich der Ortsvektor des zylindrischen Drosselkörpers zu

$$\begin{aligned} \vec{R}_D &= R_D \vec{e}_r + \tilde{z} \vec{e}_z, \text{ mit} \\ \tilde{R}_D &= \bar{R}_D + \cos(\varphi) \left[\tilde{\varepsilon}_x(\tilde{t}) + \frac{\partial \tilde{\varepsilon}_x(\tilde{t})}{\partial \tilde{z}} \Big|_{\tilde{z}=\bar{l}_{St}} (\tilde{z} - \bar{l}_{St}) \right] + \\ &+ \sin(\varphi) \left[\tilde{\varepsilon}_y(\tilde{t}) + \frac{\partial \tilde{\varepsilon}_y(\tilde{t})}{\partial \tilde{z}} \Big|_{\tilde{z}=\bar{l}_{St}} (\tilde{z} - \bar{l}_{St}) \right]. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Sowohl \tilde{R}_D und \tilde{R}_K sind damit Funktionen der Koordinaten φ und \tilde{z} sowie der vorgegebenen Bewegung des Ventilstangenendes.

Für die nachfolgenden Berechnungen der Strömungskräfte sind die Spalthöhe \tilde{h} und ihre Zeitableitung notwendig. Die Spalthöhe ist in Abbildung 2.4 dargestellt. Der Abbildung kann entnommen werden, dass die Spalthöhe keine Komponente in \tilde{z} -Richtung besitzt, daher wird nachfolgend nur die radiale Komponente angegeben

$$\begin{aligned} \tilde{h} &= \bar{h} - \cos(\varphi) \left[\tilde{\varepsilon} + \tilde{\varepsilon}_x(\tilde{t}) + \frac{\partial \tilde{\varepsilon}_x(\tilde{t})}{\partial \tilde{z}} \Big|_{\tilde{z}=\bar{l}_{St}} (\tilde{z} - \bar{l}_{St}) \right] + \\ &- \sin(\varphi) \left[\tilde{\varepsilon}_y(\tilde{t}) + \frac{\partial \tilde{\varepsilon}_y(\tilde{t})}{\partial \tilde{z}} \Big|_{\tilde{z}=\bar{l}_{St}} (\tilde{z} - \bar{l}_{St}) \right], \text{ mit } \bar{h} = \bar{R}_K - \bar{R}_D. \end{aligned}$$

Die Zeitableitung der Spalthöhe berechnet sich zu

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tilde{t}} &= -\cos(\varphi) \left[\frac{\partial \tilde{\varepsilon}_x(\tilde{t})}{\partial \tilde{t}} + \frac{\partial^2 \tilde{\varepsilon}_x(\tilde{t})}{\partial \tilde{t} \partial \tilde{z}} \Big|_{\tilde{z}=\bar{l}_{St}} (\tilde{z} - \bar{l}_{St}) \right] + \\ &- \sin(\varphi) \left[\frac{\partial \tilde{\varepsilon}_y(\tilde{t})}{\partial \tilde{t}} + \frac{\partial^2 \tilde{\varepsilon}_y(\tilde{t})}{\partial \tilde{t} \partial \tilde{z}} \Big|_{\tilde{z}=\bar{l}_{St}} (\tilde{z} - \bar{l}_{St}) \right]. \end{aligned}$$

Für spätere Berechnungen wird die dimensionslose Form der Spalthöhe und ihre Zeitableitung verwendet. Die Spalthöhe und ihre Zeitableitung werden mit der Frequenz $\bar{\Omega}$ nach Gleichung 2.18, mit der Ventilstangenlänge \bar{l}_{St} sowie der mittleren Spalthöhe \bar{h} und der Drosselkörperlänge \bar{l}_{D} dimensionslos gemacht

$$h = 1 - \cos(\varphi) [\varepsilon + \varepsilon_x + z \alpha] - \sin(\varphi) [\varepsilon_y + z \beta], \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\cos(\varphi) [\dot{\varepsilon}_x + z \dot{\alpha}] - \sin(\varphi) [\dot{\varepsilon}_y + z \dot{\beta}]. \quad (2.10)$$

Die Punkte kennzeichnen die Zeitableitungen, und es werden folgende Bezeichnungen eingeführt

$$\tilde{\varepsilon}_i = \bar{h} \varepsilon_i, \quad \tilde{z} = \bar{l}_{\text{St}} + \bar{l}_{\text{D}} z, \quad \frac{\bar{l}_{\text{D}}}{\bar{l}_{\text{St}}} \frac{\partial \tilde{\varepsilon}_x(\tilde{t})}{\partial \tilde{z}} \Big|_{\tilde{z}=\bar{l}_{\text{St}}} = \alpha, \quad \frac{\bar{l}_{\text{D}}}{\bar{l}_{\text{St}}} \frac{\partial \tilde{\varepsilon}_y(\tilde{t})}{\partial \tilde{z}} \Big|_{\tilde{z}=\bar{l}_{\text{St}}} = \beta.$$

Für die \tilde{z} -Koordinate wird eine Koordinatentransformation eingesetzt, so dass die dimensionslose z -Koordinate am Ventilstangenende zum Drosselkörper hin gleich Null ist. Damit ist die Geometrie und die Kinematik des Spalts vollständig beschrieben. Diese wirken als Randbedingungen auf die Strömungsmodelle der nachfolgenden Kapitel.

2.3 Strömungskräfte

In den nächsten zwei Unterkapiteln wird das Vorgehen zur Berechnung der Kräfte und Momente, welche aufgrund der Spalt- sowie der Staupunktströmung auf den Drosselkörper und schließlich auf die Ventilstange wirken, dargestellt. Die Strömungskräfte und Momente auf den Drosselkörper zeigt Abbildung 2.5 schematisch. Auf der linken Seite der Abbildung ist der Bezugspunkt \vec{R}_{B} der wirkenden Momente, der Hebelarm \vec{R}_{H} und eine fiktive Kraftverteilung $-\tilde{p}(\vec{R}_{\text{D}})\vec{n}_{\text{D}}$ an der Mantelfläche des Drosselkörpers eingezeichnet. Die Berechnung der Kräfte aufgrund der Spaltströmung im unteren Kapitel 2.3.1 erfolgt über die differentielle Form der Strömungsgleichungen. Wohingegen die Berechnungen der Kräfte der Staupunktströmung in Kapitel 2.3.2 über die integrale Beschreibung der Impulsbilanzen am Kontrollvolumen vor dem Drosselkörper erfolgt. Das Kontrollvolumen der Staupunktströmung und deren resultierende Kraft und Moment auf den Drosselkörper ist auf der rechten Seite der Abbildung 2.5 eingezeichnet. Ziel ist die analytische Modellierung der Strömungskräfte in Abhängigkeit der Spaltkinematik aus dem vorherigen Kapitel. Aufgrund ihres Umfangs sind einige Herleitungen dem Anhang beigefügt.

1. Vernachlässigung des radialen Druckgradienten im Spalt aufgrund seiner Größenordnung.
2. Radiale Integration der Kontinuitäts- und Impulsgleichungen.
3. Eine Auswertung der Integrale der nichtlinearen konvektiven Terme, hier als Impulsdispersion bezeichnet, sowie der Wandschubspannung ist nicht ohne Weiteres möglich, da das Geschwindigkeitsprofil i.d.R. nicht bekannt ist. Die Impulsdispersion wird aufgrund ihrer Größenordnung vernachlässigt und die Wandschubspannung wird über ein Widerstandsgesetz modelliert. Alle Terme sind nun unabhängig von der radialen Koordinate. Die Spaltströmung reduziert sich damit auf ein ebenes Problem.
4. Das resultierende System aus Differentialgleichungen wird mit Hilfe des Perturbationsansatzes in zwei Gleichungssystem aufgespalten. Die Berechnung des ersten Systems führt auf stationäre und die des zweiten Systems auf instationäre Kräfte, diese sind jedoch um das stationäre Gleichgewicht herum linearisiert.
5. Bevor die Auswertung der Kräfte am Drosselkörper erfolgt, werden Ersatzgrößen für die Geschwindigkeiten $\tilde{u}_i = \tilde{Q}_i/\tilde{h}$ eingesetzt, um die Auswertung der Kontinuitätsgleichung zu vereinfachen.
6. Es wird angenommen, dass die stationäre Umfangsgeschwindigkeit deutlich kleiner ist als die axiale Geschwindigkeit. Dies führt zur Vereinfachung der stationären Kontinuitätsgleichung.
7. Zur Berechnung der Kräfte auf den Drosselkörper wird der mittlere Druck im Spalt über die Mantelfläche des Drosselkörpers integriert. Die so ermittelten Kräfte sind von der Bewegung des Drosselkörpers, den Fluideigenschaften und der mittleren Strömungsgeschwindigkeit bzw. dem Volumenstrom durch das Ventil abhängig.

Die resultierenden Kräfte werden anschließend als Randbedingungen der elastischen Struktur des Ventils in Kapitel 2.5 aufgeprägt, um das Bewegungsverhalten des Ventils zu berechnen.

Zu den genannten Punkten wird nachfolgend eine Auswahl aus den Herleitungen und Gleichungen des Anhangs gegeben. Die Punkte 1.) bis 3.) führen

auf das zweidimensionale Gleichungssystem für die Spaltströmung

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tilde{t}} + \frac{1}{\bar{R}} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\tilde{u}_\varphi \tilde{h}) + \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} (\tilde{u}_z \tilde{h}) &= 0, \\ \frac{\partial \tilde{u}_z}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u}_z \frac{\partial \tilde{u}_z}{\partial \tilde{z}} + \frac{\tilde{u}_\varphi}{\bar{R}} \frac{\partial \tilde{u}_z}{\partial \varphi} &= -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} + \frac{\tilde{\tau}_z}{\bar{\rho} \tilde{h}}, \\ \frac{\partial \tilde{u}_\varphi}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u}_z \frac{\partial \tilde{u}_\varphi}{\partial \tilde{z}} + \frac{\tilde{u}_\varphi}{\bar{R}} \frac{\partial \tilde{u}_\varphi}{\partial \varphi} &= -\frac{1}{\bar{\rho} \bar{R}} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \varphi} + \frac{\tilde{\tau}_\varphi}{\bar{\rho} \tilde{h}}. \end{aligned}$$

Das Gleichungssystem enthält neben der konstanten Dichte $\bar{\rho}$ und dem Druck \tilde{p} , die Geschwindigkeiten \tilde{u}_z , \tilde{u}_φ und die Schubspannungen $\tilde{\tau}_z$, $\tilde{\tau}_\varphi$ in axialer und Umfangsrichtung, sowie die Spalthöhe \tilde{h} . Die Gleichungen sind von der Zeit sowie von der axialen und Umfangskoordinate aber nicht von der radialen Koordinate abhängig. Die Schubspannungen werden hier mittels Widerstandsgesetz abgebildet

$$\tilde{\tau}_i = -c_F \frac{\bar{\rho}}{2} |\tilde{u}| \tilde{u}_i, \quad |\tilde{u}| = \sqrt{\tilde{u}_z^2 + \tilde{u}_\varphi^2}, \quad c_F = \frac{c_{F,1}}{4} \left(\frac{|\tilde{u}| \tilde{h}}{\bar{\nu}} \right)^{-c_{F,2}}. \quad (2.12)$$

Anschließend werden die Geschwindigkeiten, der Druck und die Spalthöhe mit Hilfe des Perturbationsansatzes in stationäre und instationäre Anteile aufgetrennt

$$\begin{aligned} \tilde{u}_z(\tilde{t}, \varphi, \tilde{z}) &= \tilde{u}_{z,0}(\varphi, \tilde{z}) + \chi \tilde{u}_{z,1}(\tilde{t}, \varphi, \tilde{z}), \\ \tilde{u}_\varphi(\tilde{t}, \varphi, \tilde{z}) &= \tilde{u}_{\varphi,0}(\varphi, \tilde{z}) + \chi \tilde{u}_{\varphi,1}(\tilde{t}, \varphi, \tilde{z}), \\ \tilde{h}(\tilde{t}, \varphi, \tilde{z}) &= \tilde{h}_0(\varphi, \tilde{z}) + \chi \tilde{h}_1(\tilde{t}, \varphi, \tilde{z}). \end{aligned}$$

An dieser Stelle sind die Zeit- und Ortsabhängigkeiten explizit aufgeführt, um den Unterschied zwischen den Größen kenntlich zu machen. Für die Übersichtlichkeit werden nachfolgend die Abhängigkeiten wieder weggelassen. Eine Unterscheidung ist über die Indizes $_0$ und $_1$ möglich. Durch die Störgröße $\chi \ll 1$ des Perturbationsansatzes wird das Gleichungssystem in zwei Gleichungssysteme unterschiedlicher Größenordnungen aufgetrennt. Das stationäre wird unabhängig vom instationären Gleichungssystem gelöst. Wohingegen das instationäre Gleichungssystem die Lösung des stationären benötigt. Durch die Vernachlässigung der Terme höherer Ordnung $\mathcal{O}(\chi^n) = 0$ für $n > 1$ erfolgt eine Linearisierung des instationären Gleichungssystems hinsichtlich der zeitabhängigen Terme. Nachfolgend werden beide Gleichungssysteme vorgestellt, zunächst das stationäre und im Anschluss das instationäre.

Stationäre Spaltkräfte

Die stationären Strömungsgleichungen werden dimensionslos gemacht, und die Ersatzgröße für die Geschwindigkeiten $u_{0,z} = Q_{0,z}/h_0$ eingesetzt, um die

zweidimensionale Kontinuitätsgleichung weiter zu vereinfachen

$$\underbrace{\frac{\bar{U}_{\varphi,0}}{\bar{U}_{z,0}}}_{\ll 1} \frac{\partial}{\partial \varphi} (u_{\varphi,0} h_0) + \frac{\partial}{\partial z} (u_{z,0} h_0) \approx \frac{\partial Q_{z,0}}{\partial z} = 0.$$

Dabei wird angenommen, dass die mittlere stationäre Umfangsgeschwindigkeit $\bar{U}_{\varphi,0}$ deutlich kleiner ist als die mittlere stationäre Axialgeschwindigkeit $\bar{U}_{z,0} = \bar{U}$. Dies ist nach ⁷ für kleine Exzentrizitäten oder nach ⁸ für kurze Spalte zulässig. Diese Annahme vereinfacht auch die Randbedingung am Eintritt zum Spalt des Drosselkörpers und führt auf eine Vernachlässigung des stationären Druckgradienten in Umfangsrichtung $\partial p / \partial \varphi \approx 0$. Unter Berücksichtigung der Randbedingung am Eintritt zum Spalt und der Annahme einer einachsigen Bewegung des Drosselkörpers $h_0 = 1 - \cos(\varphi) (\varepsilon_0 + \varepsilon_{x,0} + \alpha_0 z)$ berechnet sich der stationäre Spaltdruck zu

$$p_0 = - \frac{\zeta_E Q_{z,0}^2}{(-1 + (\varepsilon_0 + \varepsilon_{x,0} + \alpha_0) \cos(\varphi))^2} - \frac{Q_{z,0}^2}{(-1 + (\varepsilon_0 + \varepsilon_{x,0} + \alpha_0 z) \cos(\varphi))^2} +$$

$$+ \frac{C_R (-Q_{z,0})^{2-c_{F,2}} (1-z) (-2 + (2\varepsilon_0 + 2\varepsilon_{x,0} + \alpha_0(1+z)) \cos(\varphi))}{2(-1 + (\varepsilon_0 + \varepsilon_{x,0} + \alpha_0) \cos(\varphi))^2 (-1 + (\varepsilon_0 + \varepsilon_{x,0} + \alpha_0 z) \cos(\varphi))^2} + p_T,$$

mit $C_R = l_S \frac{\bar{l}_D}{\bar{h}} \frac{c_{F,1}}{4} \left(\frac{\bar{h} \bar{U}}{\bar{\nu}} \right)^{c_{F,2}}$, $l_S = \frac{\bar{l}_S}{\bar{l}_D}$ und $c_{F,1} = 0.26$, $c_{F,2} = 0.24$.

Der Spaltdruck ist von der Geometrie des Spalts, dem Eintrittsverlust in den Spalt ζ_E und dem Reibungsbeiwert C_R sowie dem Fluss $Q_{z,0}$ und dem konstanten Totaldruck p_T am Kontrollvolumeneintritt abhängig. Die stationäre Geometrie des Spalts h_0 wird mit der dimensionslosen Anfangsexzentrizität ε_0 und der Verformung des Ventilstangenendes $\varepsilon_{x,0}$, α_0 beschrieben. Die relative Drosselkörperlänge beträgt 1, da die axiale Koordinate mit der Drosselkörperlänge dimensionslos gemacht wird $z = \tilde{z} / \bar{l}_D$. Der Reibungsbeiwert ist von der relativen Länge des Spalts und der Spaltreynoldszahl abhängig, die mit der mittleren Spaltströmungsgeschwindigkeit \bar{U} , der Spalthöhe sowie der kinematischen Viskosität $\bar{\nu}$ gebildet wird. Die Koeffizienten $c_{F,1}$ und $c_{F,2}$ werden ⁹ entnommen. Dort werden Strömungen in langen zentrischen und exzentrischen Spalten untersucht. Die einzige Unbekannte ist $Q_{z,0}$. Für laminare Strömung ist eine einfache analytische Lösung für $Q_{z,0}$

⁷ISHIHARA, *A study on leakage-flow-induced vibration*, ([26], 1994)

⁸INADA, „A Study on Leakage Flow Induced Vibration from Engineering Viewpoint“, ([24], 2015)

⁹YAMADA, NAKABAYASHI UND MAEDA, „Pressure Drop Measurements of the Flow through Eccentric Cylinders with Rotating Inner Cylinders“, ([65], 1969)

mit der Druckrandbedingung $p_0|_{z=1-l_s} = 0$ am Austritt des Spalts möglich. Da allerdings von turbulenter Strömung ausgegangen wird, und die Exponenten durch das Widerstandsgesetz 2.12 nicht ganzzahlig sind, wird $Q_{z,0}$ mit der Druckrandbedingung am Austritt numerisch bestimmt. Zusätzlich zur Druckrandbedingung wird gefordert, dass das Integral über die Umfangskoordinate $\int_0^{2\pi} Q_{z,0} d\varphi = -2\pi$ ist. Dies entspricht dem stationären dimensionslosen Volumenstrom durch das Ventil. Für die stationäre Strömungskraft der Spaltströmung wird der Druck über die Mantelfläche des Drosselkörpers integriert

$$\tilde{F}_{\tilde{x},0} \approx -\frac{\bar{\varrho}}{2} \bar{U}^2 \bar{l}_D \bar{R}_D \int_{1-l_s}^1 \int_0^{2\pi} p_0 \cos(\varphi) d\varphi dz. \quad (2.13)$$

Dargestellt ist nur die dimensionsbehaftete Kraft in Richtung der einachsigen Bewegung des Drosselkörpers. Das Moment der Spaltströmung auf den Drosselkörper, entsprechend der einachsigen Bewegung, berechnet sich auf ähnliche Weise

$$\tilde{M}_{\tilde{y},0} \approx -\frac{\bar{\varrho}}{2} \bar{U}^2 \bar{l}_D^2 \bar{R}_D \int_{1-l_s}^1 \int_0^{2\pi} z p_0 \cos(\varphi) d\varphi dz. \quad (2.14)$$

Das Moment wirkt um die Drehachse am Verbindungspunkt zwischen Ventilstange und Drosselkörper, siehe Abbildung 2.5. Die Kraft und das Moment der stationären Spaltströmung wirken als Randbedingungen auf die Ventilstange und führen zu einer stationären Verschiebung. Diese Verschiebung hat wiederum Auswirkungen auf die Kraft und das Moment der Spaltströmung. Dieses gekoppelte System wird in Kapitel 2.5.1 beschrieben. Die Lösung des Systems stellt das stationäre Gleichgewicht dar mit der Position des Drosselkörpers h_0 und dem Fluss in axialer Richtung $Q_{z,0}$. Sowohl die Position des Drosselkörpers h_0 als auch der axiale Fluss $Q_{z,0}$ werden für die Berechnung der instationären Spaltströmung benötigt.

Instationäre Spaltkräfte

Das dimensionslose Gleichungssystem der instationären Spaltströmung umfasst die zweidimensionale Kontinuitätsgleichung und die Impulsbilanzen in

die entsprechenden Raumrichtungen

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p_1}{\partial \varphi} &= -\frac{2}{h_0} \left(\frac{\bar{R}}{\bar{l}_D} \right)^2 \left(\Gamma \frac{\partial Q_{\varphi,1}}{\partial t} - C_R \frac{Q_{\varphi,1} (Q_{z,0}^2)^{\frac{1}{2} - \frac{c_{F,2}}{2}}}{2 h_0^2} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{Q_{z,0} Q_{\varphi,1} \partial h_0}{h_0^2 \partial z} - \frac{Q_{z,0} \partial Q_{\varphi,1}}{h_0 \partial z} \right), \\
\frac{\partial p_1}{\partial z} &= \frac{-2 \Gamma \partial Q_{z,1}}{h_0 \partial t} - C_R (Q_{z,0}^2)^{\frac{1}{2} - \frac{c_{F,2}}{2}} \frac{3 h_1 Q_{z,0} + (c_{F,2} - 2) h_0 Q_{z,1}}{h_0^4} + \\
&\quad - \frac{6 h_1 Q_{z,0}^2 \partial h_0}{h_0^4 \partial z} + \frac{Q_{z,0}}{h_0^3} \left(4 Q_{z,1} \frac{\partial h_0}{\partial z} + 2 Q_{\varphi,1} \frac{\partial h_0}{\partial \varphi} + 2 Q_{z,0} \frac{\partial h_1}{\partial z} \right) + \\
&\quad + \frac{2 Q_{z,0}}{h_0^2} \left(\Gamma \frac{\partial h_1}{\partial t} - \frac{\partial Q_{z,1}}{\partial z} - \frac{Q_{\varphi,1} \partial Q_{z,0}}{Q_{z,0} \partial \varphi} \right), \\
0 &= \Gamma \frac{\partial h_1}{\partial t} + \frac{\partial Q_{z,1}}{\partial z} + \frac{\partial Q_{\varphi,1}}{\partial \varphi}, \text{ mit } \Gamma = \frac{\bar{\Omega} \bar{l}_D}{\bar{U}},
\end{aligned}$$

mit den Unbekannten $Q_{z,1}$, $Q_{\varphi,1}$ und p_1 . Das Gleichungssystem ist bzgl. der instationären Größen linear, indiziert mit $_1$. Daher wird für eine mögliche Lösung der folgende Ansatz gewählt

$$\begin{aligned}
Q_{z,1} &= \frac{\partial T}{\partial t} (\Pi_1(\varphi) \Pi_2(z) + \Pi_3(\varphi) + \Pi_4(z)), \\
T &= e^{\Lambda t}, \Pi_1(\varphi) = \cos(\varphi), \Pi_4(z) = C_1.
\end{aligned}$$

Ist $Q_{z,1}$ ermittelt, so wird $Q_{\varphi,1}$ über die Kontinuitätsgleichung sowie p_1 über den Impuls in axialer Richtung und die Druckrandbedingung am Austritt bestimmt. Die Faktoren des Ansatzes werden durch die Kinematik des Spalts und die Druckrandbedingungen bestimmt. Dabei besitzt $\Pi_2(z)$ eine gewisse Willkür, dazu gleich mehr.

Die Zeitfunktion wird aufgrund der Linearität der instationären Größen durch die Exponentialfunktion mit dem komplex konjugierten Eigenwert Λ abgebildet. Dabei wird angenommen, dass die harmonischen Schwingungen der Bewegung des Drosselkörpers, die Schwingungen des Massenstroms sowie die Schwingungen des Spaltdrucks den gleichen Phasenwinkel besitzen. Der Faktor $\Pi_1(\varphi)$ folgt aus der Kinematik des Spalts für die einachsige Bewegung der Ventilstange und kann entsprechend auf die zweiachsige Bewegung erweitert werden. Aus der Forderung periodischer Funktion in φ folgt mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung für $\Pi_4(z) = C_1$ eine Konstante. Die Konstante C_1 kann willkürlich gewählt werden und fällt später bei Integration des Drucks

p_1 über die Mantelfläche des Drosselkörpers heraus. Dies gilt auch für die noch folgenden Konstanten C_2 . Der Faktor $\Pi_2(z)$ muss den folgenden Bedingungen genügen: Der Fluss in Umfangsrichtung am Eintritt wird auf Null gesetzt, und am Austritt des Spalts soll der Druckgradient in Umfangsrichtung verschwinden. Diese Forderungen führen mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung und der bekannten Spaltkinematik auf die folgenden Randbedingungen

$$\begin{aligned} & \left(\Gamma (\varepsilon_{x,1} + \alpha_1 z) = \frac{\partial \Pi_2(z)}{\partial z} \right)_{z=1-l_S}, \quad \left(\Gamma \alpha_1 = \frac{\partial^2 \Pi_2(z)}{\partial z^2} \right)_{z=1-l_S}, \\ & \left(\Gamma (\varepsilon_{x,1} + \alpha_1 z) = \frac{\partial \Pi_2(z)}{\partial z} \right)_{z=1}. \end{aligned}$$

Mit welcher Funktion diese Bedingungen erfüllt werden unterliegt einer gewissen Willkür. Mangels weiterer Bedingungen an dieser Stelle, wird für die einachsige Bewegung der Ventilstange das Polynome

$$\Pi_2(z) = C_2 - \frac{\Gamma}{8} (2 - l_S - 2z) (4\varepsilon_{x,1} + \alpha_1 (2 - l_S + 2z)) \quad (2.15)$$

angesetzt, da hierfür folgende physikalische Deutung vorliegt. Das genannte Polynom führt zu einer Vernachlässigung von $Q_{\varphi,1}$. Allerdings zeigt ¹⁰ für ruhendes Fluid und schwingenden Zylinder im endlich langem Spalt, dass die Dämpfung mit der Spaltlänge aufgrund der verdrängten Umfangsströmung deutlich zunimmt. Werden bspw. Polynome höherer Ordnung oder exponentielle oder trigonometrische Funktionen verwendet, so ist es möglich die Randbedingungen zu erfüllen ohne dabei $Q_{\varphi,1}$ zu vernachlässigen. Mit Hilfe der Druckrandbedingungen am Eintritt zum Spalt des Drosselkörpers sowie $\Pi_2(z)$ wird abschließend

$$\begin{aligned} \Pi_3(\varphi) = & -C_1 + C_3 \frac{(-1 + (\varepsilon_0 + \alpha_0) \cos(\varphi))^2}{Q_{z,0}} - \cos(\varphi) \Pi_2(1) + \\ & + \frac{(\varepsilon_{x,1} + \alpha_1) \cos(\varphi) Q_{z,0}}{\Lambda (-1 + (\varepsilon_0 + \alpha_0) \cos(\varphi))} \end{aligned}$$

bestimmt. Hierbei wird von der Vernachlässigung der Strömung in Umfangsrichtung $Q_{\varphi,1} = 0$ Gebrauch gemacht. Eine allgemeinere Lösung ohne Vernachlässigung der Umfangsströmung ist ebenfalls möglich, wird aber aufgrund ihres Umfangs nicht angegeben. Die Konstante C_3 wird über die Kontinuitätsgleichung bestimmt.

¹⁰MULCAHY, „Fluid Forces on Rods Vibration in Finite Length Annular Regions“, ([43], 1980)

Ist der instationäre Druck p_1 bekannt, so wird dieser wieder, siehe Gleichung 2.13 und 2.14, über die Mantelfläche des Drosselkörpers integriert, um die instationäre Kraft und das Moment zu erhalten. Die Schwierigkeit liegt dabei in der mathematischen Auswertung der Integrale und der großen Anzahl der Terme. Die instationäre Kraft und das Moment werden mit der elastischen Struktur des Ventils über Randbedingungen gekoppelt, vgl. Kapitel 2.5.2. Anhand der Eigenwerte Λ des so gekoppelten Systems wird bestimmt, bei welchen Betriebsbedingungen das Ventil zu schwingen beginnt.

2.3.2 Staupunktströmung

Neben der Spaltströmung wirken durch die Staupunktströmung vor dem Drosselkörper ebenfalls Kräfte und Momente auf den Drosselkörper. In Abbildung 2.5 sind diese Kräfte und Momente sowie das zugehörige Kontrollvolumen schematisch eingezeichnet. Die Kräfte und Momente der Staupunktströmung werden mit Hilfe integraler Betrachtung des Kontrollvolumens im Anhang B berechnet. Dafür müssen die Druck- und Geschwindigkeitsverteilungen auf den Rändern des Kontrollvolumens bekannt sein. Die Druck- und Geschwindigkeitsverteilung am Eintritt zum Spalt sind durch die vorherigen Kapitel unter Berücksichtigung der genannten Vereinfachungen bekannt. Der Druck am Austritt des Spalts wird als konstant angenommen und auf Null gesetzt. In die Kraftbilanz geht nicht die absolute Höhe des Drucks am Austritt sondern die Druckdifferenz am Drosselkörper ein. Soll Kavitation berücksichtigt werden, so wird die absolute Höhe des Drucks am Austritt wieder relevant. In den experimentellen Untersuchungen dieser Arbeit wird Kavitation durch Anheben des statischen Drucks im System unterdrückt. Die Druck- und Geschwindigkeitsverteilung am Eintritt ins Kontrollvolumen werden durch eine ausgeglichene stationäre Strömung vorgegeben. Das heißt, am Eintritt ins Kontrollvolumen liegt eine näherungsweise konstante Geschwindigkeit in negativer axialer Richtung und ein konstanter Druck über den Querschnitt vor. Des Weiteren werden die Schubspannungen an der Kanalwand und die Volumenkräfte aufgrund ihrer Größenordnung vernachlässigt. Die anschließende Größenordnungsbetrachtung der berechneten Kräfte und Momente zeigt, dass bis auf die Kraft normal zur Stirnfläche des Drosselkörpers alle anderen Kräfte und Momente vernachlässigbar sind. Die resultierende Kraft normal zur Stirnfläche des Drosselkörper berechnet sich näherungsweise zu

$$\bar{F}_A \approx \pi \bar{R}_D^2 \frac{\bar{\rho}}{2} \bar{U}^2 p_T. \quad (2.16)$$

Die Axialkraft \bar{F}_A enthält die Stirnfläche des Drosselkörpers und den dimensionslosen Totaldruck p_T vor dem Kontrollvolumen. Der Austrittsdruck liefert keinen Anteil, da er hier auf Null gesetzt wird. Mit der hier berechneten Kraft der Staupunktströmung sind alle relevanten Belastungen der Ventilstange bekannt, welche in Kapitel 2.5 mit der elastischen Struktur gekoppelt werden.

2.4 Elastische Struktur

Neben den Strömungskräften im Hubventil bestimmt vor allem die elastische Struktur das Bewegungsverhalten des Drosselkörpers. Die im Prüfstand gelagerte Ventilstange sowie die endlich steife Lagerung stellen die elastische Struktur des Hubventils dar und werden in dieser Arbeit in Form eines Balkenmodells beschrieben. Es wird zunächst auf das Balkenmodell und anschließend auf dessen Randbedingungen eingegangen.

Abbildung 3.2 zeigt einen Schnitt durch das Traversensystem des Prüfstands sowie die Lagerung der Ventilstange. Für das Balkenmodell wird die Lagerung der Ventilstange zu dem Ersatzmodell auf der linken Seite der Abbildung 2.6 vereinfacht. Hier sind nur laterale Bewegungen der Ventilstange von Bedeu-

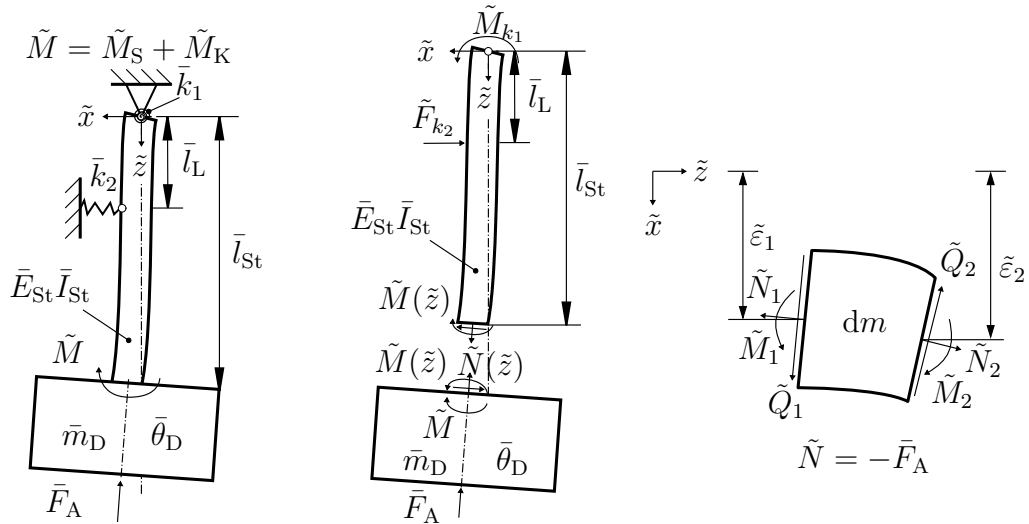


Abb. 2.6 – Ersatzmodell der gelagerten Ventilstange mit angreifenden Strömungskräften und Momenten (links), Freischnitt der Ventilstange (Mitte) sowie Bilanzen am Balkenelement mit und ohne Axialkraft \bar{F}_A (rechts)

tung. Die Dehnungen in axialer Richtung sowie eine Verdrehung um die axiale Achse werden nach Kapitel 2.1 vernachlässigt. Mit diesen Vereinfachungen

wird die Ventilstange als schubstarrer Biegebalken ohne Drehträgheit oder Dämpfung modelliert. Die Materialdämpfung der Ventilstange wird gegenüber der Dämpfung in den Lagern vernachlässigt. In Abbildung 2.6 sind die Koordinatenachsen die Hauptachsen des Biegebalkens. Damit können für eine mögliche zweiachsige Biegung des Balkens zwei unabhängige Differenzialgleichungen für die beiden Durchbiegungen $\tilde{\varepsilon}_{\tilde{x}}$ und $\tilde{\varepsilon}_{\tilde{y}}$ aufgestellt werden. Hier wird nur die Durchbiegung des Balkens in \tilde{x} -Richtung diskutiert, die analog auf die Durchbiegung in \tilde{y} -Richtung übertragen werden kann. Mit der Axialkraft der Staupunktströmung \bar{F}_A wird der schubstarre Balken durch die nachfolgenden dimensionsbehaftete Differentialgleichung

$$\bar{E}_{\text{St}} \bar{I}_{\text{St}} \frac{\partial^4 \tilde{\varepsilon}_{\tilde{x}}}{\partial \tilde{z}^4} + \bar{F}_A \frac{\partial^2 \tilde{\varepsilon}_{\tilde{x}}}{\partial \tilde{z}^2} + C_B \bar{\varrho}_F \bar{A}_{\text{St}} \tilde{\Omega} \frac{\partial \tilde{\varepsilon}_{\tilde{x}}}{\partial \tilde{t}} + (\bar{\varrho}_{\text{St}} + C_m \bar{\varrho}_F) \bar{A}_{\text{St}} \frac{\partial^2 \tilde{\varepsilon}_{\tilde{x}}}{\partial \tilde{t}^2} = 0$$

beschrieben. Die Differentialgleichung enthält die Biegesteifigkeit $\bar{E}_{\text{St}} \bar{I}_{\text{St}}$ und die Massenbelegung $\bar{\varrho}_{\text{St}} \bar{A}_{\text{St}}$ des Balkens sowie die sogenannte virtuelle Masse $C_m \bar{\varrho}_F \bar{A}_{\text{St}}$ und Dämpfung $C_B \bar{\varrho}_F \bar{A}_{\text{St}} \tilde{\Omega}$ des umgebenden Fluids nach ¹¹ und ¹². Ähnlich der Strömungskräfte wird die Bewegungsgleichung des Balkens mit Hilfe des Perturbationsansatzes $\tilde{\varepsilon}_{\tilde{x}} = \tilde{w}_0(\tilde{z}) + \chi \tilde{w}_1(\tilde{t}, \tilde{z})$ in zwei Gleichungen aufgeteilt. Wie im oberen Kapitel 2.3.1 werden die Abhängigkeiten von Ort und Zeit im Nachfolgenden weggelassen. Eine Unterscheidung erfolgt über die Indizes mit \tilde{w}_0 für die stationäre

$$\bar{E}_{\text{St}} \bar{I}_{\text{St}} \frac{\partial^4 \tilde{w}_0}{\partial \tilde{z}^4} + \bar{F}_A \frac{\partial^2 \tilde{w}_0}{\partial \tilde{z}^2} = 0$$

und \tilde{w}_1 für die instationäre Absenkung des Balkens

$$\bar{E}_{\text{St}} \bar{I}_{\text{St}} \frac{\partial^4 \tilde{w}_1}{\partial \tilde{z}^4} + \bar{F}_A \frac{\partial^2 \tilde{w}_1}{\partial \tilde{z}^2} + C_B \bar{\varrho}_F \bar{A}_{\text{St}} \tilde{\Omega} \frac{\partial \tilde{w}_1}{\partial \tilde{t}} + (\bar{\varrho}_{\text{St}} + C_m \bar{\varrho}_F) \bar{A}_{\text{St}} \frac{\partial^2 \tilde{w}_1}{\partial \tilde{t}^2} = 0.$$

Die erste Gleichung beschreibt die quasi-statische Verschiebung \tilde{w}_0 aufgrund stationärer Strömungskräfte. Die zweite Gleichung stellt die Bewegungsgleichung um das stationäre Gleichgewicht dar. In der ersten Gleichung sind alle zeitabhängigen Terme verschwunden. Mit den (stationären) Randbedingungen ergibt sich die Biegelinie des Balkens. Die Gleichung wird mit der Biegesteifigkeit, der Balkenlänge \bar{l}_{St} und einer willkürlich gewählten Absenkung dimensionslos gemacht

$$\frac{\partial^4 w_0}{\partial z^4} + \frac{\bar{F}_A \bar{l}_{\text{St}}^2}{\bar{E}_{\text{St}} \bar{I}_{\text{St}}} \frac{\partial^2 w_0}{\partial z^2} = 0. \quad (2.17)$$

¹¹CHEN, „Fluid Damping for Circular Cylindrical Structures“, ([12], 1980)

¹²BATCHELOR, *An Introduction to Fluid Dynamics*, ([5], 1976)

Der Faktor der dimensionslos gemachten Axialkraft beträgt im experimentell untersuchten Parameterraum

$$0.05 < \frac{\bar{F}_A \bar{l}_{St}^2}{\bar{E}_{St} \bar{I}_{St}} < 0.91.$$

Die zweite Gleichung wird ebenfalls dimensionslos gemacht und nachträglich die Größenordnungen der einzelnen Terme abgeschätzt, mit

$$\tilde{t} = \frac{t}{\bar{\Omega}}, \quad \bar{\Omega}^2 = \frac{\bar{E}_{St} \bar{I}_{St}}{(\bar{\varrho}_{St} + C_m \bar{\varrho}_F) \bar{A}_{St} \bar{l}_{St}^4} \quad (2.18)$$

folgt

$$\frac{\partial^4 w_1}{\partial z^4} + \frac{\bar{F}_A \bar{l}_{St}^2}{\bar{E}_{St} \bar{I}_{St}} \frac{\partial^2 w_1}{\partial z^2} + C_B \frac{\bar{\varrho}_F}{\bar{\varrho}_{St} + C_m \bar{\varrho}_F} \frac{\partial w_1}{\partial t} + \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} = 0.$$

Die virtuelle Masse und Dämpfung des Fluids ist vom Radienverhältnis aus Kanalradius der Kavität hinter der Drosselstelle \bar{R}_2 und Ventilstangenradius \bar{R}_{St} sowie von der für das Problem angepassten Stokes Zahl S

$$7000 \lesssim S = \frac{\bar{R}_{St}^2 \tilde{\Omega}}{\bar{\nu}} \lesssim 75000, \quad 10 < \frac{\bar{R}_2}{\bar{R}_{St}} < 20,$$

abhängig. Für eine Abschätzung der Größenordnung der Stokes Zahl wird die Eigenfrequenz des Balkens ohne Fluid angesetzt. aufgrund großer Stokes Zahlen S und Radienverhältnisse im untersuchen Parameterraum, wird der Koeffizient der virtuellen Masse zu eins gesetzt $C_m = 1$ und der Term der Fluiddämpfung

$$1 \cdot 10^{-3} \lesssim C_B \frac{\bar{\varrho}_F}{\bar{\varrho}_{St} + \bar{\varrho}_F} \lesssim 5 \cdot 10^{-3}$$

vernachlässigt. Damit reduziert sich die transiente Bewegungsgleichung des Balkens zu

$$\frac{\partial^4 w_1}{\partial z^4} + \frac{\bar{F}_A \bar{l}_{St}^2}{\bar{E}_{St} \bar{I}_{St}} \frac{\partial^2 w_1}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} = 0. \quad (2.19)$$

In der Abbildung 2.6 ist zusätzlich die Lagerung der Ventilstange dargestellt. Dabei wird die Einspannung durch ein Auflager mit Drehfeder \bar{k}_φ und Dämpfung \bar{b}_φ , sowie die Ventilstangenführung durch eine translatorische Feder $\bar{k}_{\tilde{x}}$ abgebildet. Die Federsteifigkeit und die Dämpfung der Lagerung werden experimentell bestimmt. Die Lagerung wird über die Randbedingungen den Balkenmodellen 2.17 und 2.19 aufgeprägt.

Bevor im nächsten Kapitel auf die Lösungen der gekoppelten Systeme eingegangen wird, werden hier die Randbedingungen vorgestellt, die auf die Ventilstangenenden wirken und so zu den gekoppelten Systemen führen. Die dimensionsbehafteten Randbedingungen für die einachsige Bewegung sind

$$\tilde{\varepsilon}_{\tilde{x}}(\tilde{t}, 0) = 0, \quad (2.20)$$

$$\bar{E}_{\text{St}} \bar{I}_{\text{St}} \frac{\partial^2 \tilde{\varepsilon}_{\tilde{x}}(\tilde{t}, 0)}{\partial \tilde{z}^2} = \bar{k}_{\varphi} \frac{\partial \tilde{\varepsilon}_{\tilde{x}}(\tilde{t}, 0)}{\partial \tilde{z}} + \bar{b}_{\varphi} \frac{\partial^2 \tilde{\varepsilon}_{\tilde{x}}(\tilde{t}, 0)}{\partial \tilde{t} \partial \tilde{z}}, \quad (2.21)$$

$$\bar{E}_{\text{St}} \bar{I}_{\text{St}} \frac{\partial^3 \tilde{\varepsilon}_{\tilde{x}}(\tilde{t}, \bar{l}_{\text{St}})}{\partial \tilde{z}^3} = \bar{m}_{\text{D}} \frac{\partial^2 \tilde{\varepsilon}_{\tilde{x}}(\tilde{t}, \bar{l}_{\text{St}})}{\partial \tilde{t}^2} - \tilde{F}_{\text{S},\tilde{x}}, \quad (2.22)$$

$$\bar{E}_{\text{St}} \bar{I}_{\text{St}} \frac{\partial^2 \tilde{\varepsilon}_{\tilde{x}}(\tilde{t}, \bar{l}_{\text{St}})}{\partial \tilde{z}^2} = \bar{\theta}_{\text{D}} \frac{\partial^3 \tilde{\varepsilon}_{\tilde{x}}(\tilde{t}, \bar{l}_{\text{St}})}{\partial \tilde{z} \partial \tilde{t}^2} + \tilde{M}_{\text{S},\tilde{y}}. \quad (2.23)$$

Die Gleichungen 2.20 und 2.21 zeigen die Einspannung der Ventilstange, modelliert als Auflager ohne Absenkung sowie mit Drehfeder \bar{k}_{φ} und Drehdämpfer \bar{b}_{φ} . Die Gleichungen 2.22 und 2.23 entsprechen den Schnittgrößen am Ventilstangenende zum Drosselkörper hin. Die Strömungskraft $\tilde{F}_{\text{S},\tilde{y}}$ bzw. Momente $\tilde{M}_{\text{S},\tilde{y}}$ am Drosselkörper werden über die Schnittgrößen der Ventilstange aufgeprägt. Die Schnittgrößen enthalten zusätzlich noch die Trägheiten \bar{m}_{D} und $\bar{\theta}_{\text{D}}$ des Drosselkörpers. In den Randbedingungen taucht die Axialkraft \bar{F}_{A} nicht auf, da diese bereits in den Differentialgleichungen der Balkenmodelle steckt und rein tangential zur verformten Biegelinie des Balkens wirkt. Die Randbedingungen des stationären und instationären Geichungssystems unterscheiden sich in den zeitabhängigen Termen und den Strömungskräften. Beim stationären System verschwinden die Trägheiten und die Dämpfung.

Mit den Balkenmodellen der Ventilstange und den zugehörigen Randbedingungen sind die gekoppelten Systeme vollständig beschrieben. Im nächsten Kapitel werden die Strategien zur Lösung dieser Systeme und einzelne Ergebnisse vorgestellt, um das Verhalten des Ventils zu diskutieren.

2.5 Lineare Stabilitätsanalyse

Die analytische Beschreibung der strömungsinduzierten Schwingungen des durchströmten Hubventils wird hier zusammenfassend dargestellt. In den vorherigen Kapiteln wurden die Kräfte und Momente der Strömung auf den Drosselkörper beschrieben, die als Randbedingungen auf die ebenfalls beschriebene elastische Ventilstange wirken und so zu Schwingungen führen können. Die Fluid-Struktur-Wechselwirkung wird durch Kopplung der Kräfte und Momente der Strömung mit der elastischen Struktur beschrieben. Das

entstehende Gleichungssystem ist aufgrund der Strömungskräfte nichtlinear. Für eine Stabilitätsbewertung nichtlinearer Systeme sei auf ¹³ verwiesen.

In dieser Arbeit wird das gekoppelte nichtlineare Gleichungssystem um seine Gleichgewichtslage linearisiert. Dabei wird angenommen, dass bei Einsetzen der Schwingungen die Bewegungen des Drosselkörpers klein gegenüber der Spalthöhe sind. Damit kann der Beginn von Schwingungen ermittelt werden aber nicht deren Amplituden. Hier wird wieder der Perturbationsansatz gewählt bzw. die bereits aufgetrennten Gleichungssysteme der elastischen Struktur und der Strömungskräfte zusammengeführt. Mit Hilfe des gekoppelten stationären Systems wird das nichtlineare Gleichgewicht mit sich einstellender Position des Drosselkörpers bei jeweiligem Betriebspunkt berechnet. Diese Position und die resultierende stationäre Geschwindigkeitsverteilung im Spalt werden dem instationären System übergeben. Die Lösungen des instationären Systems, welches in seinen zeitabhängigen Termen linear ist, stellen Eigenwerte dar, mit denen die Stabilität des jeweiligen Gleichgewichts bewertet werden. Nachfolgend wird anhand von Beispielen das theoretische Verhalten des Ventils diskutiert. Dabei wird die Ventilstangenführung nicht dargestellt. Theoretische Parameterstudien zum stationären und instationären System werden in Kapitel 4.6.2 durchgeführt und zur Validierung mit den Messungen aus Kapitel 4.6.1 verglichen.

2.5.1 Stationäres Gleichgewicht

In diesem Kapitel wird die Methode zur Berechnung des stationären Gleichgewichts des Ventils vorgestellt. Im Anschluss wird der Einfluss verschiedener Modellkonfigurationen aufgezeigt. Das stationäre nichtlineare Gleichgewicht wird über die Formulierung eines Optimierungsproblems berechnet. Zunächst wird das Balkenmodell des stationären Systems mit Hilfe der Randbedingungen seiner Einspannung teil-gelöst

$$\begin{aligned} \text{Balkenmodell : } & \frac{\partial^4 w_0}{\partial z^4} + F_{0,A}^2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial z^2} = 0, \text{ mit } F_{0,A}^2 = \frac{\bar{F}_A \bar{l}_{St}^2}{\bar{E}_{St} \bar{I}_{St}} \\ \text{Einspannung : } & w_0 = 0|_{z=0}, \frac{\partial^2 w_0}{\partial z^2} = K_\varphi \frac{\partial w_0}{\partial z}|_{z=0}, \text{ mit } K_\varphi = \frac{\bar{k}_\varphi \bar{l}_{St}}{\bar{E}_{St} \bar{I}_{St}}, \\ \text{Biegelinie : } & w_0 = \frac{C_1}{F_{0,A}^2} + \frac{C_2 z}{F_{0,A}} + \frac{C_1 z}{K_\varphi} - \frac{C_1 \cos(F_{0,A} z) + C_2 \sin(F_{0,A} z)}{F_{0,A}^2}. \end{aligned}$$

Die Biegelinie enthält so noch zwei Unbekannte C_1 und C_2 . Zur Bestimmung dieser Unbekannten wird die Biegelinie in die Randbedingungen der Schnitt-

¹³PFEIFFER UND SCHINDLER, *Einführung in die Dynamik*, ([48], 2014)

kräfte am Ende des Balkens eingesetzt. Beide Gleichungen werden für das Optimierungsproblem quadriert sowie anschließend addiert

$$\xi = [F_{0,A} (C_2 \cos(F_{0,A}) - C_1 \sin(F_{0,A})) + \kappa F_{0,S}(\dots, C_1, C_2)]^2 + \left[C_1 \cos(F_{0,A}) - C_2 \sin(F_{0,A}) + \frac{\bar{l}_D}{\bar{l}_{St}} \kappa M_{0,S}(\dots, C_1, C_2) \right]^2, \quad (2.24)$$

$$\text{mit } \kappa = -\frac{\rho \bar{U}^2}{2} \frac{\bar{l}_D \bar{R}_D \bar{l}_{St}^3}{h \bar{E}_{St} \bar{I}_{St}},$$

und das Minimum des Fehlers ξ gesucht. Beträgt $\xi = 0$ so sind die Randbedingungen exakt erfüllt. Die unbekanntenen Koeffizienten C_1 und C_2 treten auch ohne Quadrieren in den Gleichungen als nichtlineare Terme aufgrund der Strömungskräfte $F_{0,S}$ und $M_{0,S}$ auf. Die Gleichungen gelten als erfüllt, wenn der Fehler einen Grenzwert unterschreitet und zusätzlich die Nebenbedingungen gelten

$$-0.99 < \varepsilon_0 + w_0|_{z=1} < 0.99 \ \& \ -0.99 < \varepsilon_0 + w_0 + \frac{\partial w_0}{\partial z}|_{z=1} < 0.99.$$

Zur Vereinfachung werden die Nebenbedingungen hier nicht explizit mit den unbekanntenen Koeffizienten angegeben. Diese Bedingungen stellen sicher, dass der Drosselkörper die Kanalwand nicht durchdringt und der Spalt größer Null bleibt. Wird der Grenzwert für einen Betriebspunkt innerhalb der Nebenbedingungen nicht erreicht, so kann das an zwei Dingen liegen. Entweder die Modellierung ist nicht genau genug, oder das Gleichgewicht ist nur möglich mit Anlegen des Drosselkörpers an die Kanalwand. Ein Anlegen an die Kanalwand wurde nicht modelliert. Allerdings wird angenommen, dass ein Spalt nahe Null und das Nichterreichen des Grenzwertes gleichzusetzen sind mit dem Anlegen des Drosselkörpers an die Kanalwand, wenn bei Betriebspunkten mit geringerer mittlerer Geschwindigkeit ein Gleichgewicht nahe der Kanalwand erreicht wurde dazu später mehr.

Um den Aufwand für eine spätere Parameterstudie zu reduzieren, wird das Problem folgendermaßen vereinfacht: Zusätzlich zu den Randbedingungen der Einspannung werden die Momente am Ventilstangenende $\partial^2 w_0 / \partial z^2 = 0|_{z=1}$ vernachlässigt. Das führt auf das reduzierte Optimierungsproblem mit nur einer Unbekannten C_1

$$w_0 = \frac{C_1}{F_{0,A}^2} + \frac{C_1 z}{K_\varphi} - \frac{C_1 (F_{0,A} z \cos(F_{0,A}) + \sin(F_{0,A} - F_{0,A} z))}{\sin(F_{0,A}) F_{0,A}^2},$$

$$\xi = \left[C_1 \frac{F_{0,A}}{\sin(F_{0,A})} - \kappa F_{0,S}(\dots, C_1) \right]^2. \quad (2.25)$$

Die Nebenbedingungen bleiben erhalten. Welchen Einfluss die Strömungsmomente auf das stationäre Gleichgewicht haben, zeigt Abbildung 2.7. Dort werden die Gleichgewichte mit und ohne Strömungsmomente berechnet. Des Weiteren ist dort eine Lösung abgebildet, bei der das Verkippen des Drosselkörpers in den Strömungskräften unterdrückt wird. Im oberen Bild ist die Ab-

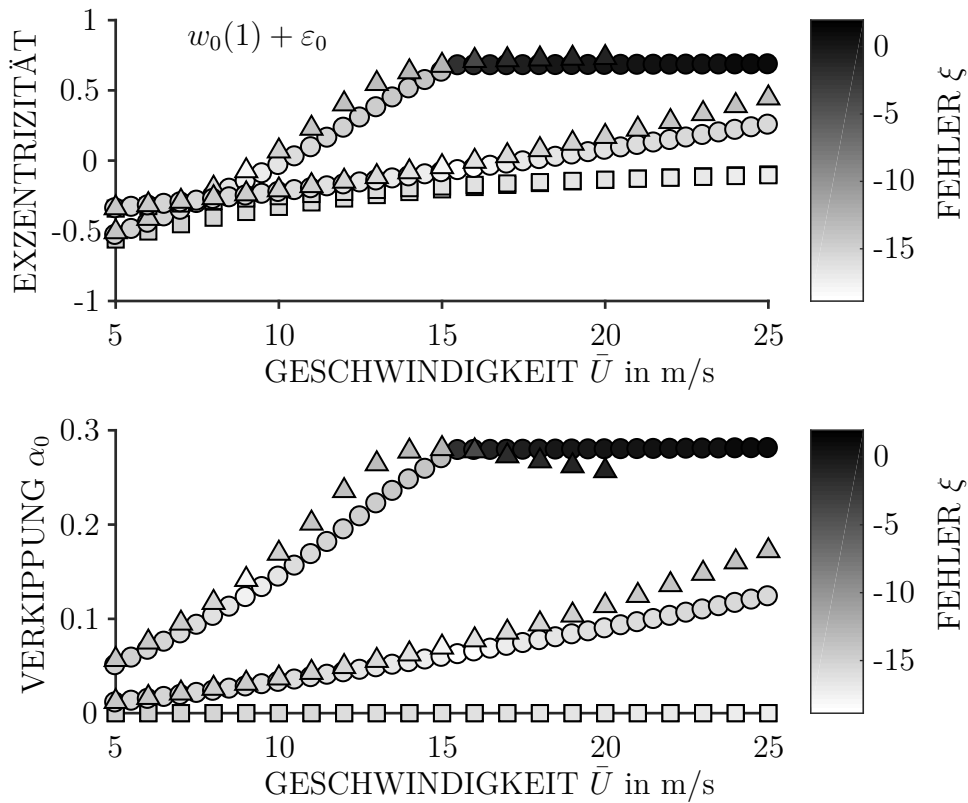


Abb. 2.7 – Exzentrizität und Verkipfung des Drosselkörpers bei stationärem Gleichgewicht für unterschiedliche Modell- und Parameterkonfigurationen

senkung des Ventilstangenendes $w_0|_{z=1} = w_0(1)$ und die Anfangsexzentrizität ε_0 über die mittlere Spaltströmungsgeschwindigkeit \bar{U} für verschiedene Konfigurationen aufgetragen. Das untere Bild enthält die Neigung des Ventilstangenendes $\bar{l}_D/\bar{l}_{St} \partial w_0/\partial z|_{z=1} = \alpha_0$ bzw. die Verkipfung des Drosselkörpers. Die Verformungen sind dimensionslos aufgetragen. Betragen die Absenkung, Anfangsexzentrizität sowie die Verkipfung zusammen -1 oder 1 , so stößt der Drosselkörper an die Kanalwand. Die Berechnungen werden bei $\bar{U} = 5$ m/s mit entsprechender Anfangsexzentrizität gestartet und die Geschwindigkeit schrittweise erhöht. Die Marker stellen die berechneten Gleichgewichte dar,

und deren Graustufen zeigen den Fehler der Gleichungen der Optimierungsprobleme. Der Fehler wird logarithmiert zur Basis 10 angegeben. Schwarze Marker enthalten Fehler der Größenordnung bis zu $\xi \approx 10^1$ und weiße Marker $\xi < 10^{-15}$. In der Abbildung sind zwei Parameter- und drei Modellkonfigurationen abgebildet. Die Modellkonfigurationen unterscheiden sich in das vollständige Modell nach Gleichung 2.24, abgebildet durch Dreiecke, dem reduzierten Modell nach Gleichung 2.25, dargestellt durch Kreise, und dem vollständigen Modell mit Unterdrückung der Verkippung in den Strömungskräften mittels Quadrate. Die erste Parameterkonfiguration besteht aus dem komplett eingetauchten Drosselkörper $l_s = 1$ mit hoher Anfangsexzentrizität $\varepsilon_0 = -0.8$ und kleinstem hier untersuchten mittleren Spalt $\bar{h} = 0.5$ mm. Dies führt zu den höchsten hier untersuchten Strömungskräften. Die zweite Parameterkonfiguration enthält $l_s = 0.6$, $\varepsilon_0 = -0.4$ sowie $\bar{h} = 0.5$ mm und befindet sich von den untersuchten Strömungskräften im Mittelfeld. Die unterschiedlichen Parameterkonfigurationen sind nicht zusätzlich kenntlich gemacht und werden nur anhand ihrer Lage unterschieden. Die erste Parameterkonfiguration führt zu deutlich höheren Strömungskräften und damit zu größeren Exzentrizitäten. Ein Vergleich der ersten beiden Modell- und Parameterkonfigurationen zeigt den Einfluss der Strömungsmomente erst bei sehr hohen Strömungskräften. Werden diese Ergebnisse mit dem Modell ohne Verkippung in den Strömungskräften verglichen, so zeigt sich ein tendenziell anderer Verlauf. Ohne Verkippung des Drosselkörpers führen die so berechneten Strömungskräfte nur zu einer Rückstellung des Drosselkörpers bis ins Zentrum des Kanals. Mit Verkippung ist eine Verschiebung über den Kanalmittelpunkt bis hin zur gegenüberliegenden Kanalwand möglich.

Obwohl der Anschlag des Drosselkörpers an die Kanalwand nicht modelliert wird, erscheinen die Ergebnisse nahe der Kanalwand bei denen der Fehler deutlich ansteigt, als plausibel. Durch die Nebenbedingungen kann der Drosselkörper die Kanalwand nicht durchdringen. Allerdings fehlt für die Kraftbilanz die Reaktionskraft des anliegenden Drosselkörpers und so können die Gleichungen 2.24 und 2.25 nicht mehr erfüllt werden.

Die Ergebnisse werden folgendermaßen zusammengefasst

- Für die spätere Parameterstudie wird das reduzierte Modell nach Gleichung 2.25 verwendet. Ein Einfluss der Strömungsmomente ist erst bei hohen Strömungskräften erkennbar.
- Eine Vernachlässigung der Verkippung des Drosselkörpers in den Strömungskräften führt zu gänzlich anderem Verhalten.

- Die Reaktionskraft des sich an die Kanalwand anlegenden Drosselkörpers wurde nicht modelliert. Dennoch ist das Anlegen an die Kanalwand aus den Ergebnissen ablesbar.

Die Ergebnisse des stationären Gleichgewichts fließen in die Berechnung der Eigenwerte ein. Das nächste Kapitel befasst sich mit der Bestimmung der Eigenwerte.

2.5.2 Eigenwerte

Nach welchen Kriterien die Stabilität eines Systems bewertet werden kann, hängt davon ab, ob es sich um ein konservatives oder ein nichtkonservatives, ein lineares oder nichtlineares System handelt, vgl. Kapitel 1.2. Die Linearisierung der Strömungskräfte in Kapitel 2.3 führt hier auf ein lineares System. Allerdings folgt bereits aus der Staupunktströmung mit der bewegungsabhängigen Kraft auf der Stirnfläche des Drosselkörpers ein nichtkonservatives System. Eine Bewertung der Stabilität ist damit nur noch über die Bewegungsgleichung des Systems zulässig. Die Bewegungsgleichung stellt das Balkenmodell der Ventilstange nach Gleichung 2.19 dar. Aufgrund der linearen und homogenen Randbedingungen wird der Ansatz

$$w_1 = W_1(z) e^{\Lambda t} = \left(C_1 e^{k_1 z} + C_2 e^{-k_2 z} + C_3 e^{k_3 z} + C_4 e^{-k_3 z} \right) e^{\Lambda t}, \text{ mit}$$

$$k_1 = \sqrt{-F_{1,A} - \sqrt{F_{1,A}^2 - \Lambda^2}}, \quad k_3 = \sqrt{-F_{1,A} + \sqrt{F_{1,A}^2 - \Lambda^2}} \text{ und } F_{1,A} = \frac{1}{2} \frac{\bar{F}_A \bar{l}_{St}^2}{\bar{E}_{St} \bar{I}_{St}}$$

verwendet, der das Balkenmodell erfüllt. Der Ansatz enthält die gleiche dimensionslose Axialkraft der Staupunktströmung wie zuvor beim stationären Gleichgewicht, aber für die einfachere Darstellung der Frequenzparameter k_1 und k_3 anders abgekürzt. Die Frequenzparameter enthalten die Axialkraft $F_{1,A}$ und den Eigenwert Λ . Der Ansatz wird in die Randbedingungen 2.20 bis 2.23

$$\begin{aligned} \text{Einspannung : } w_1 = 0|_{z=0}, \quad \frac{\partial^2 w_1}{\partial z^2} &= K_\varphi \frac{\partial w_1}{\partial z} + B_\varphi \frac{\partial^2 w_1}{\partial z \partial t} \Big|_{z=0} \\ \text{Schnittkräfte : } \frac{\partial^3 w_1}{\partial z^3} &= m \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} - \kappa F_{1,S}, \quad \frac{\partial^2 w_1}{\partial z^2} = \theta \frac{\partial^3 w_1}{\partial z \partial t^2} + \kappa \frac{\bar{l}_D}{\bar{l}_{St}} M_{1,S}, \end{aligned}$$

eingesetzt. Die Randbedingungen der Einspannung unterscheiden sich im Vergleich zur stationären Berechnung nur um einen zusätzlichen Drehdämpfer der Einspannung. Der Einfluss der Dämpfung B_φ wird nachfolgend und in Kapitel 4.6.2 untersucht sowie dessen Definition am Ende des Kapitels angegeben. Die Schnittkräfte zum Drosselkörper enthalten die Trägheiten m und

θ des Drosselkörpers sowie die Strömungskraft $F_{1,S}$ und das Moment $M_{1,S}$. Das Steifigkeitsverhältnis K_φ und der Faktor κ sind oben definiert.

Da die Bewegungen des Ventilstangenendes nur linear in die Strömungskräfte eingehen, stellen die Randbedingungen ein homogenes lineares Gleichungssystem dar, dessen nichtriviale Lösung mit Hilfe seiner Determinante ermittelt wird. Die Lösung des Gleichungssystems stellen komplex konjugierte Eigenwerte Λ_i dar. Anhand dieser Eigenwerte wird das Systemverhalten charakterisiert. Der Imaginärteil des Eigenwerts entspricht der Eigenfrequenz, anhand des Realteils wird die Stabilität bewertet. Sind die Eigenwerte rein positiv reell so tritt statische Divergenz ein. Ein Beispiel hierfür ist das sogenannte Euler-Knicken. Sind die Eigenwerte komplex enthalten aber einen positiv reellen Anteil, so liegt dynamische Instabilität vor. Beispiel hierfür sind Schwingungen aufgrund zu hoher Folgekräfte. Das System ist stabil bzw. grenzstabil wenn der Realanteil der Eigenwerte negativ bzw. Null ist. Im Hinblick auf die Hypothesen in Kapitel 1.3 wird im nächsten Abschnitt zunächst nur der Einfluss der Axialkraft der Staupunktströmung diskutiert. Im Anschluss folgt das oben vorgestellte System mit den Kräften aus Staupunkt- und Spaltströmungskräften.

Einfluss der Axialkraft

Die zweite Hypothese in Kapitel 1.3 unterstellt ein Stabilitätsversagen aufgrund der Axialkraft der Staupunktströmung. Ob diese Kraft alleinige Ursache ist, kann durch Modifikation der Randbedingungen überprüft werden

$$\text{Schnittkräfte : } \frac{\partial^3 w_1}{\partial z^3} = M \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial^2 w_1}{\partial z^2} = \theta \frac{\partial^3 w_1}{\partial z \partial t^2},$$

indem das Moment $M_{1,S}$ und die Kraft der Spaltströmung $F_{1,S}$ auf Null gesetzt werden. Mit den angepassten Randbedingungen wird die dimensionslose Kraft $F_{1,A}$ der Staupunktströmung so lange erhöht bis der Realteil der Eigenwerte des Gleichungssystems positiv wird. Die Abbildung 2.8 zeigt hierzu den Imaginärteil der Eigenwerte über der Axialkraft aufgetragen. Die unterschiedlichen Kurven in der Abbildung stellen auf der linken Seite die unterschiedlichen Ventilstangen dar. Die rechte Seite zeigt den Einfluss verschiedener Systemparameter anhand einer Ventilstange. Die Systemparameter sind das Steifigkeitsverhältnis K_φ und die Dämpfung B_φ der Einspannung sowie die Trägheiten θ und m . Die Eigenwerte sind bei kleinen Axialkräften imaginär oder besitzen mit Dämpfung einen negativen Realteil. Ohne Dämpfung ist der Realteil vor Erreichen der Instabilität Null. Die Dämpfung wird experimentell ermittelt und hier variiert, um ihren Einfluss zu zeigen. Mit

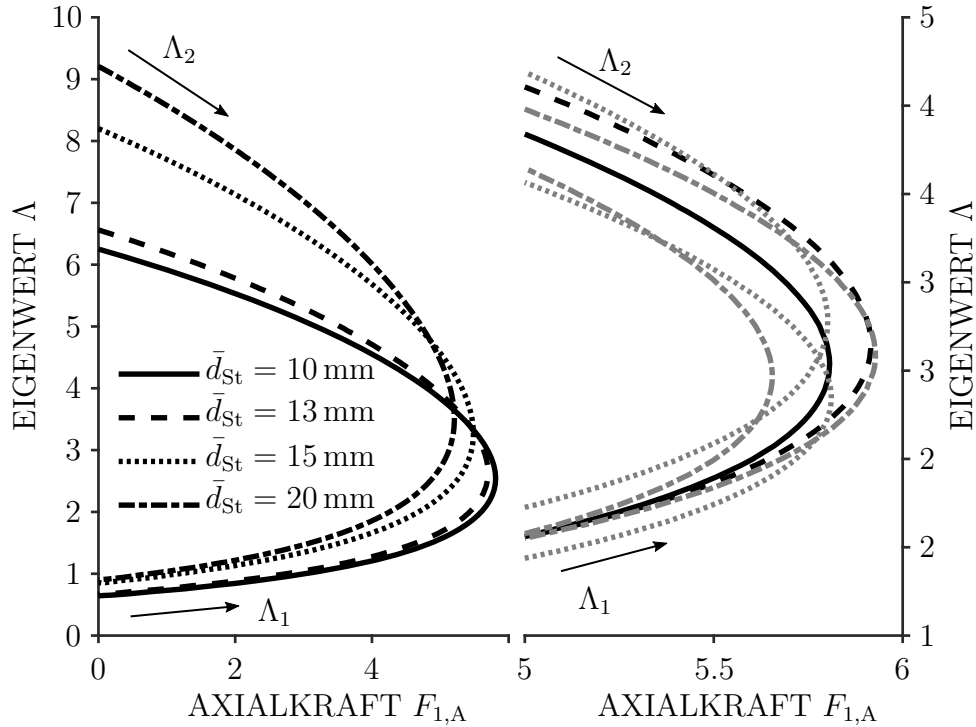


Abb. 2.8 – Imaginärteil der Eigenwerte Λ aufgetragen über die Axialkraft der Staupunktströmung $F_{1,A}$. (Links) Verläufe der vier unterschiedlichen Ventilstangen. (Rechts) Detailansicht der Ventilstange mit $\bar{d}_{St} = 10$ mm, Kurven in schwarz Modellparameter nach Tabelle 2.1 und $B_\varphi = 0$, gestrichelt mit $B_\varphi = 1$, in grau mit Punktstrich 20% erhöhtes bzw. reduziertes K_φ sowie in grau gepunktet 20% erhöhte bzw. reduzierte Trägheiten m und θ .

steigender Axialkraft laufen benachbarte Eigenwerte aufeinander zu. Sobald die Eigenwerte aufeinander fallen, wird ihr Realteil positiv und das System wird instabil.

In der Abbildung 2.8 sind die ersten beiden Eigenwerte Λ_1 und Λ_2 dargestellt. Die dickste Ventilstange $\bar{d}_{St} = 20$ mm zeigt die kleinste kritische Axialkraft F_{krit} bei Erreichen der Instabilität. Grund dafür ist das kleinste Steifigkeitsverhältnis der Einspannung. Das heißt aber nicht, dass die dickste Ventilstange zuerst instabil wird, das Gegenteil ist der Fall. Tabelle 2.1 fasst die ermittelte kritische Axialkraft, die Umrechnung der maximal auftretenden Kraft im Experiment $F_{max} = F_{1,A} (\bar{F}_A = \bar{F}_{max})$ sowie die zugehörigen Systemparameter zusammen. Die Ergebnisse in Kapitel 4 zeigen maximale Axialkräfte von $\bar{F}_{max} \approx 2$ kN. Die gemessenen Axialkräfte werden mit der

Biegesteifigkeit der Ventilstange dimensionslos gemacht. Das führt bei der dicksten Ventilstange zur kleinsten Kraft F_{\max} .

Die kritische Axialkraft bei Erreichen der Instabilität ist um mindestens eine Größenordnung größer als die maximal auftretende Axialkraft im Experiment. Auch eine deutliche Variation der Systemparameter auf der rechten Seite der Abbildung 2.8, um Unsicherheiten zu simulieren, führt nicht zur drastischen Reduzierung der kritischen Axialkraft. Damit wird die Axialkraft als alleinige Ursache für die Schwingungen im Ventil ausgeschlossen.

\bar{d}_{St}	Systemparameter	F_{\max}	F_{krit}
10 mm	$K_{\varphi} = 6.2, m = 4.4, \theta = 0.08$	0.45	5.8
13 mm	$K_{\varphi} = 5.3, m = 3.9, \theta = 0.07$	0.18	5.7
15 mm	$K_{\varphi} = 3.8, m = 2.0, \theta = 0.03$	0.09	5.5
20 mm	$K_{\varphi} = 1.9, m = 1.1, \theta = 0.02$	0.03	5.2

Tabelle 2.1 – Zusammenfassung der maximal auftretenden Axialkräfte F_{\max} und der notwendigen kritischen Kräfte bei Stabilitätsversagen F_{krit} für unterschiedliche Ventilstangen \bar{d}_{St}

Kombination aus Axial- und Spaltkräften

In diesem Abschnitt wird der Einfluss der Spaltströmung auf die Stabilität des Ventils an wenigen Beispielen dargestellt. Für die Parameterstudie wird auf Kapitel 4.6.2 verwiesen. Die resultierende Kraft sowie das Moment der Spaltströmung wirken über die oben genannten Randbedingungen auf das Balkenmodell der Ventilstange. Zusätzlich ist die Axialkraft der Staupunktströmung über die Differentialgleichung des Balkenmodells enthalten, vgl. Gleichung 2.19. Wie oben vorgestellt, wird mit Hilfe der Eigenwerte die Stabilität des Ventils anhand verschiedener Modellkonfigurationen bewertet.

Im oberen Bild der Abbildung 2.9 wird dazu der Realteil des zweiten dimensionslosen Eigenwerts über der mittleren Spaltgeschwindigkeit aufgetragen. Das untere Bild enthält die dazugehörige stationäre Exzentrizität $\varepsilon_0 + \varepsilon_{x,0} + \alpha_0$ ebenfalls über der Spaltgeschwindigkeit aufgetragen. Die Abbildung beinhaltet verschiedene Modellkonfigurationen, die durch die Marker abgebildet werden. Die unterschiedlichen Parametervariationen werden anhand nicht ausgefüllter sowie ausgefüllter Marker unterschieden. Ein Ausnahme bilden die nach unten zeigenden nicht ausgefüllten Dreiecke. Diese besitzen die gleiche

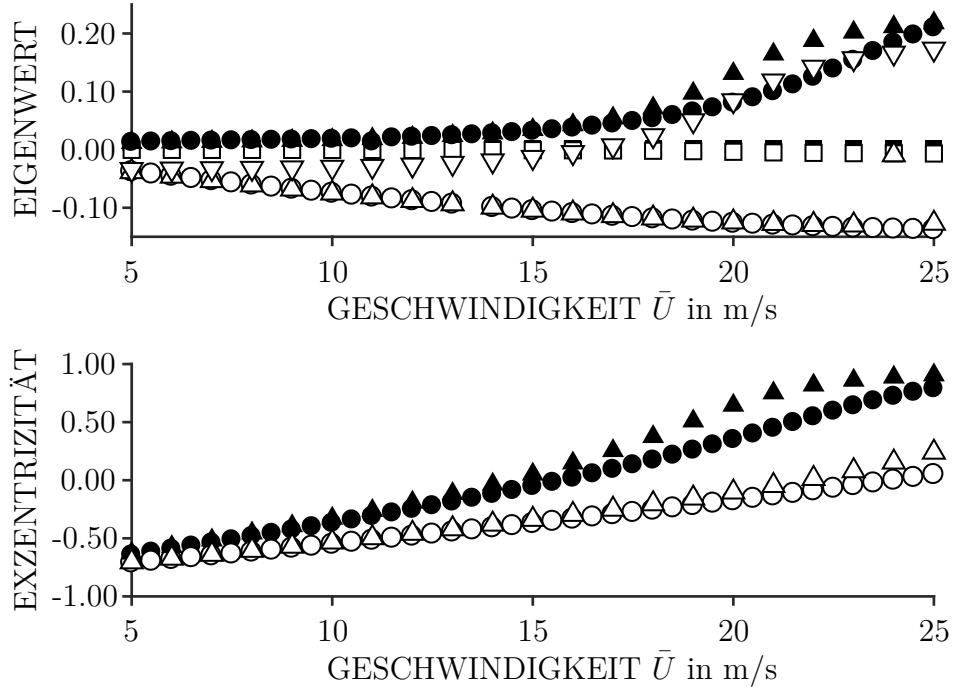


Abb. 2.9 – Realteil des zweiten Eigenwerts sowie Exzentrizität des Drosselkörpers aufgetragen über die mittlere Spaltströmungsgeschwindigkeit \bar{U} für unterschiedliche Modell- und Parameterkonfigurationen.

Modell- und Parameterkonfiguration wie die nach oben zeigenden ausgefüllten Dreiecke, mit dem einzigen Unterschied, dass bei den nicht ausgefüllten Dreiecken Dämpfung in der Einspannung der Ventilstange vorhanden ist. Die Dämpfung wird dabei proportional zur Winkelgeschwindigkeit an der Einspannung modelliert. Die unbekannte Dämpfungskonstante B_φ wird über die modale Masse m_{Mod} für jede Eigenform $W_1(z)$ aus der experimentell bestimmten Dämpfung B_{Exp} ermittelt

$$B_\varphi = 2 B_{\text{Exp}} \frac{m_{\text{Mod}}}{\left(\frac{\partial W_1(z)}{\partial z}\bigg|_{z=0}\right)^2} \text{ mit}$$

$$m_{\text{Mod}} = m (W_1(z)|_{z=1})^2 + \theta \left(\frac{\partial W_1(z)}{\partial z}\bigg|_{z=1}\right)^2 + \int_0^1 W_1(z)^2 dz.$$

Alle genannten Größen sind bereits dimensionslos und nach Kapitel 4.2 variiert die relative Dämpfung $1\% < B_{\text{Exp}} < 5\%$. Alle anderen Ergebnisse der Abbildung 2.9 enthalten keine Dämpfung. Die Parameter unterscheiden sich

nur in der relativen Spaltlänge. Die ausgefüllten Marker besitzen eine relative Spaltlänge von $l_S = 0.6$ und die nicht ausgefüllten $l_S = 0.4$. Der mittlere Spalt beträgt $\bar{h}_S = 0.5$ mm und die relative Anfangsexzentrizität $\varepsilon_0 = -0.8$. Diese Parameterwahl führt zu hohen Strömungskräften und zeigt verschiedene Effekte bei unterschiedlichen Modellkonfigurationen. Die Kreise und die nach oben zeigenden Dreiecke unterscheiden sich im stationär berechneten Gleichgewicht. Bei den Kreisen wird das stationäre Moment der Spaltströmung unterdrückt, um den Rechenaufwand des oben vorgestellten Optimierungsproblems zu reduzieren.

Auch hier ist wieder zu erkennen, dass ein deutlicher Unterschied erst bei höheren Strömungskräfte erkennbar ist, und dass der tendenzielle Verlauf erhalten bleibt. Das stationäre Gleichgewicht der Quadrate ist das selbe wie bei den Dreiecken, allerdings wird bei der Berechnung der Eigenwerte der Quadrate das instationäre Moment der Spaltströmung unterdrückt. Das instationäre Moment der Spaltströmung hat deutlich größeren Einfluss auf die Eigenwerte als die instationäre Kraft. Das Unterdrücken des instationären Moments sowie der Dämpfung der Einspannung führt mit $l_S = 0.6$ zu positiven und mit $l_S = 0.4$ zu negativen Eigenwerten. Ohne Dämpfung sind die Konfigurationen über alle berechneten Geschwindigkeiten mit kürzerem Spalt stabil und mit längerem Spalt instabil. Mit der Dämpfung $B_{\text{Exp}} = 5\%$, welche mit der gewählten Ventilstange und der zweiten Eigenform auf $B_\varphi \approx 0.093$ führt, wird das System mit $l_S = 0.6$ zwischen $16 \text{ m/s} < \bar{U} < 17 \text{ m/s}$ instabil.

In diesem Kapitel wurden über Abschätzungen von Größenordnungen Vereinfachungen durchgeführt, um ein möglichst effizientes Modell zur Berechnung der Schwingungen im Hubventil zu erstellen. Zunächst wurde die Kinematik des Spalts zwischen Drosselkörper und Ventilsitz beschrieben und im Anschluss mit Hilfe axiomatischer Ansätze die Strömungskräfte auf den Drosselkörper modelliert. Die Kopplung der Strömungskräfte mit der elastischen Struktur des Ventils führte schließlich zu einem schwingungsfähigem System, welches um seine nichtlineare Gleichgewichtslage linearisiert wurde. Das in den Zeittermen lineare Gleichungssystem kann nun anhand seiner Eigenwerte auf seine Stabilität in Abhängigkeit verschiedener Parameter überprüft werden. In Kapitel 4.6.2 wird dafür eine Parameterstudie durchgeführt. Zuvor werden im nächsten Kapitel unterschiedliche Versuchsaufbauten vorgestellt, mit denen einzelne Modellteile und das Gesamtmodell dieses Kapitels überprüft werden.

Kapitel 3

Versuchsaufbau

Die experimentelle Validierung der zuvor dargestellten Modelle erfolgt durch den Prüfstand in Abbildung 3.1 sowie anhand einer experimentellen Modalanalyse. In diesem Kapitel werden der Prüfstand mit seiner Messtechnik sowie der Aufbau zur Bestimmung der Eigenfrequenz der elastischen Struktur vorgestellt. Dieses Kapitel schließt mit einem weiteren Versuchsstand zur Kalibration von auf der Ventilstange applizierten Dehnungsmessstreifen. Dieser Aufbau wird auch zur Untersuchung der Lagerung der Ventilstange verwendet.

3.1 Prüfstand und Messtechnik

Das Betriebsverhalten des generischen Modells aus Kapitel 2 wird am Prüfstand in Abbildung 3.1 untersucht. Der Prüfstand ist ein geschlossener Kreislauf und besteht aus einem Drucktank (III) mit angeschlossenem Windkessel (IV), der Verrohrung, einer drehzahlregelten Pumpe (II) sowie der Messstrecke (VI).

Der Prüfstand wird über den Drucktank mit Wasser befüllt und kann über diesen oder über den Windkessel mit Über- bzw. Unterdruck beaufschlagt werden. Die Positionen der Sensoren für die Druck- (VII), Temperatur- (IX), und Volumenstrommessungen (X) sind ebenfalls abgebildet. Das Fluid strömt von der Pumpe in Richtung der eingezeichneten Pfeile zur Messstrecke. Damit die Rohrführung keinen Einfluss auf das Geschwindigkeitsprofil in der Messstrecke hat, ist vor der Messstrecke eine Strömungskonditionierung vorgesehen. Dem 90°-Bogen vor der Messstrecke folgt in Strömungsrichtung ein 30 mm dicker Flansch mit 90 Bohrungen in unterschiedlichen Durchmessern von 10 mm bis 20 mm. Dem aufgebohrten Flansch folgt eine 470 mm lange

Düse, die den Rohrdurchmesser von DN 200 auf 64 mm in die Sichtstrecke hinein verjüngt. Um Anregungen der Ventilstange durch Schwingungen der

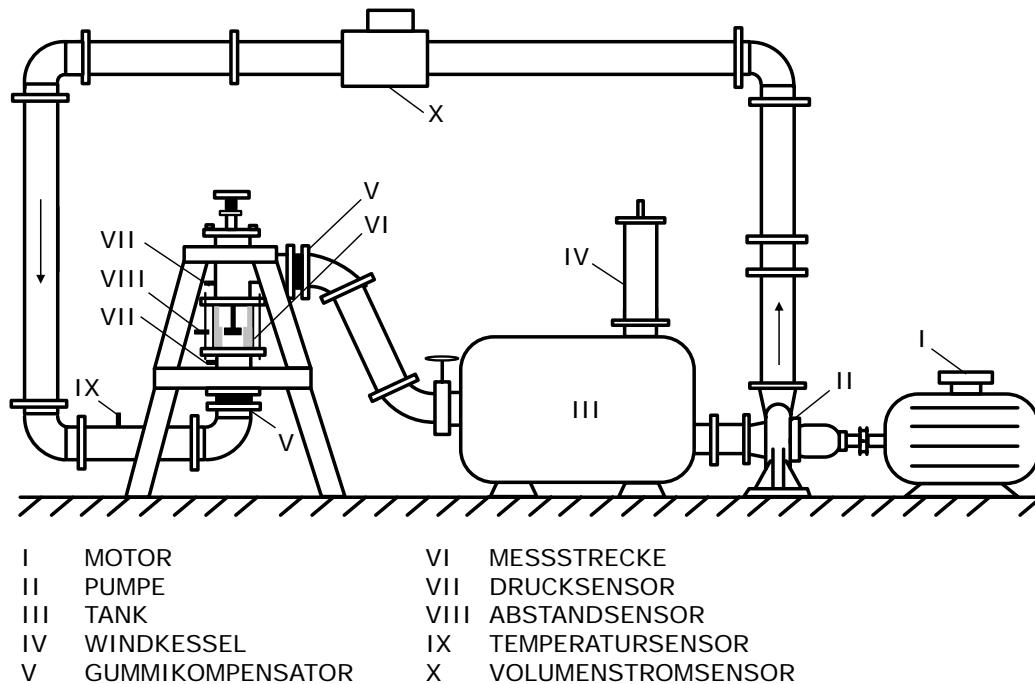


Abb. 3.1 – Schematische Darstellung des Prüfstands

Pumpe oder des Elektromotors (I) zu reduzieren, ist die Messstrecke durch zwei Gummikompensatoren (V) von der Verrohrung isoliert.

Abbildung 3.2 zeigt einen Schnitt durch das Traversensystem mit Lagerung der Ventilstange. Die Ventilstange mit dem Durchmesser \bar{d}_{St} wird über einen definierte Abstand von einer Spannbochse (III) in einer inneren Welle (IV) gehalten. Über das Feingewinde an der Mutter (VIII) und an der inneren Welle kann die innere Welle und damit die Ventilstange verschoben werden. Die innere Welle kann weit verschoben werden, daher ist sie bei (VII) über eine Passung geführt, die die Zentrierung der inneren Welle sicherstellt. Eine Änderung des Hubs führt bei eingebautem Radiallager (II) zu einer Änderung des Lagerabstands \bar{l}_L zwischen Radiallager und Spannbochse. Um den Lagerabstand \bar{l}_L bei Änderung des Hubs konstant zu halten, kann die äußere Welle (V) ebenfalls verschoben werden. Auch diese wird durch eine Spannbochse (VI) gehalten, welche zum Verschieben gelöst werden muss. Die Sichtstrecke (I) ist aus Acrylglas gefertigt und optisch zugänglich. In die Sichtstrecke sowie in die Verrohrung sind Wirbelstromsensoren (IX) eingelassen, um

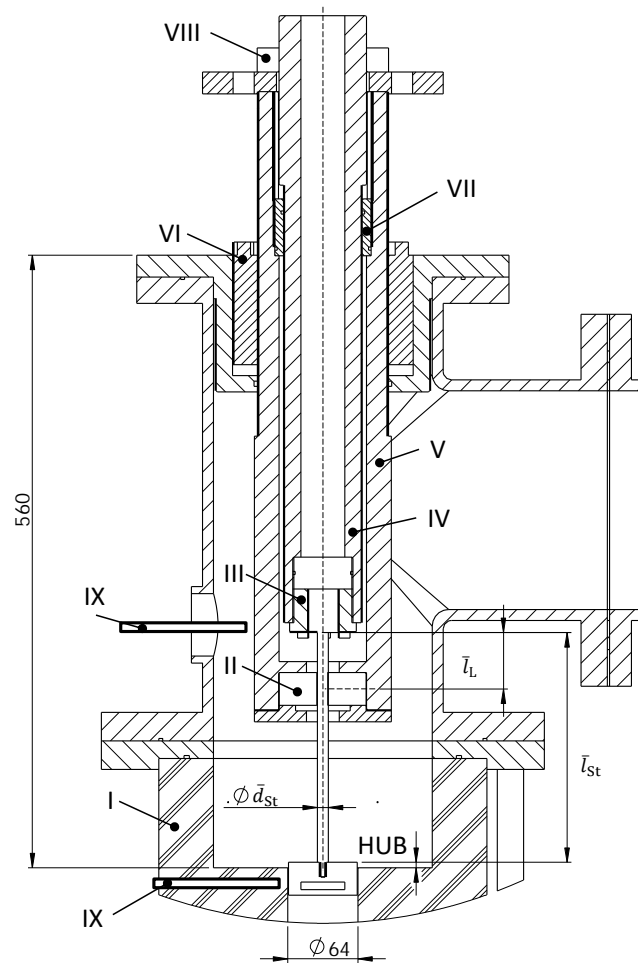


Abb. 3.2 – Schnitt durch das Traversensystem (II-VIII) mit Acrylglasmessstrecke (I) und Wirbelstromsensoren (IX)

die Drosselkörperbewegung und eine mögliche Bewegung der äußeren Welle zu erfassen. Die Wirbelstromsensoren sind ortsfest. Daher sind zusätzlich Triangulierungslaser an der Sichtstrecke befestigt, die mit dem Drosselkörper in der Höhe verstellbar sind und dessen Bewegung aufzeichnen können. Die Totaldruckänderung an der Drosselstelle wird über Druckbohrungen mit Absolutdrucksensoren und dem Volumenstromsensor ermittelt. Um die Axialkraft und das Moment aufgrund der Umströmung des Drosselkörpers zu bestimmen, ist eine der Ventilstangen mit Dehnungsmessstreifen ausgestattet. Eigens für diese Ventilstange wurde ein Versuchsstand aufgebaut, um den Zusammenhang zwischen Kraft bzw. Moment und Dehnung der Dehnungsmessstreifen zu ermitteln. Auf diesen Versuchsstand wird in Kapitel 3.3

eingegangen.

3.2 Experimentelle Modalanalyse

Mit der experimentellen Modalanalyse wird das Balkenmodell aus Kapitel 2.4 validiert. Dazu werden die Eigenfrequenzen der Ventilstange mit angeschraubtem Drosselkörper bei unterschiedlichen Lagerabständen \bar{l}_L zwischen Einspannung und radialer Führung experimentell bestimmt. Abbildung 3.2 zeigt einen Schnitt durch das Traversensystem des Prüfstands sowie die Lagerung der Ventilstange. Das Ersatzmodell der gelagerten Ventilstange mit endlich steifen Lagern \bar{k}_1 , \bar{k}_2 ist auf der rechten Seite in Abbildung 3.3 dargestellt. Mit Hilfe der experimentellen Modalanalyse wird die Eigenfrequenz der im Prüfstand gelagerten Ventilstange sowie deren Dämpfung bestimmt. Die experimentelle Modalanalyse wird mit der Analysesoftware der Firma m+p International Mess- und Rechnertechnik GmbH durchgeführt. Ausgangspunkt der Analyse ist die Übertragungsfunktion aus der gemessenen Antwort der Beschleunigungssensoren und des Anregungssignals des Impulshammers. Bevor die Ventilstange im Prüfstand untersucht wird, wird eine Referenzkonfiguration, siehe linke Seite Abbildung 3.3, in der sogenannten „frei-frei“-Lagerung untersucht. Dazu wird eine Edelstahlstange, ähnlich der Ventilstan-

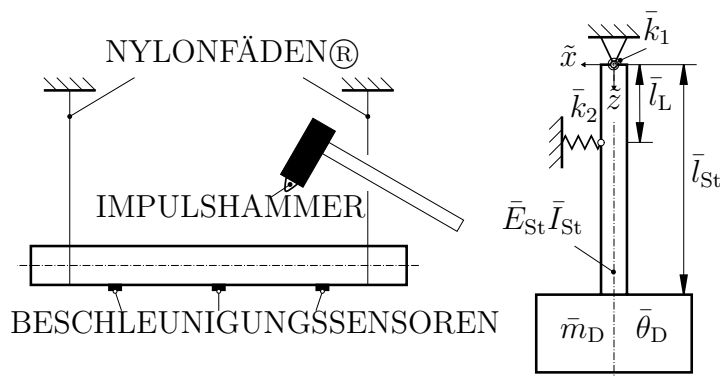


Abb. 3.3 – Referenzkonfiguration (links) zur Überprüfung des schubstarrten Balkenmodells sowie Ersatzmodell (rechts) der im Prüfstand gelagerten Ventilstange mit angeschraubtem Drosselkörper und endlich steifen Lagern

ge, mit einem Durchmesser von 18 mm an dünnen Nylonfäden aufgehängt. Dies dient der Überprüfung der eingesetzten Messtechnik, da über einen großen Frequenzbereich mehrere Eigenfrequenzen ermittelt werden können. Anschließend werden Ventilstangen mit unterschiedlichen Durchmessern und unterschiedlichen Drosselkörpern ins Traversensystem des Prüfstands einge-

spannt und bei unterschiedlichen Lagerabständen untersucht. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind in Kapitel 4.2 zusammengefasst.

3.3 Kalibration der Dehnmessstreifen

Der abgebildete Versuchsaufbau in Abbildung 3.4 dient der Kalibration der Dehnmessstreifen. Die mit vier Dehnmessstreifen beklebte Ventilstange wird mittels einer Spannbuchse in eine Platte gespannt und auf einem Maschinenbett fixiert. Sowohl Maschinenbett als auch Platte sind horizontal ausgerichtet. Mit Hilfe des am Drosselkörper angeschraubten Trägers können durch Anhängen von Gewichten Axialkräfte \bar{F}_G und bei unsymmetrischer Belastung in Kombination mit dem Hebelarm \bar{l}_H Momente auf die Ventilstange aufgeprägt werden. Dabei wird nach Abbildung 3.4 die Axialkraft durch Addition der Dehnungen bzw. der Signalspannungen der jeweils gegenüberliegenden Dehnmessstreifen bestimmt und das Moment durch Subtraktion jeweils mit den gegenüberliegenden Dehnmessstreifen. Die Dehnmessstreifen werden mit bekannten Gewichten und bekanntem Hebelarm kalibriert. Mit dem Kalibrationsprüfstand wird zusätzlich die endliche Drehsteifigkeit der Spannbuchse zur Fixierung der Ventilstange durch Messung der Absenkung aufgrund des anliegenden Moments ermittelt. Die Messung der Absenkung erfolgt mit einer Messuhr. Die Lagerung des Biegebalkens aus Kapitel 2.4 wird um die endlich steifen Lager angepasst.

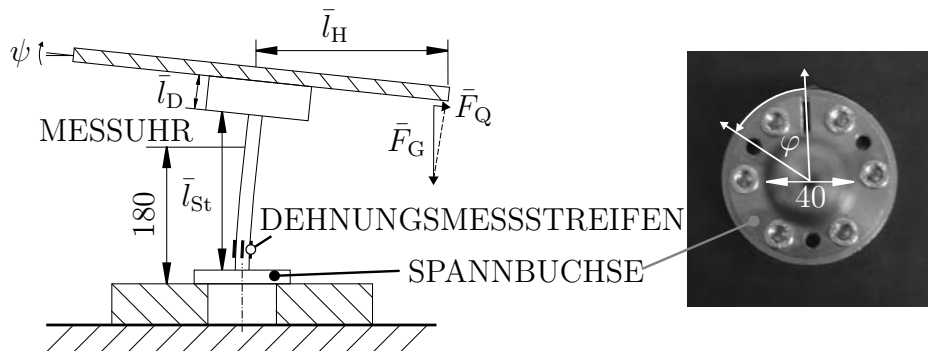


Abb. 3.4 – Aufbau zur Kalibration der Dehnmessstreifen (links) und Bild der geschlitzten Spannbuchse (rechts) zur Fixierung der Ventilstange

Kapitel 4

Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen des generischen Hubventils an den Versuchsaufbauten aus Kapitel 3 vorgestellt und mit den Modellen aus Kapitel 2 verglichen. Das generische Hubventil wird entsprechend des Parameterraums im Kapitel 4.1 betrieben. Zusätzlich wird die elastische Struktur des Ventils in Kapitel 4.2 im Trockenen untersucht. Die Untersuchungen zeigen, dass das Balkenmodell aus Kapitel 2.4 mit den experimentell ermittelten Steifigkeiten der Ventilstangenlagerung tendenziell übereinstimmt, die Ergebnisse aber mit wiederholter Montage streuen. Darauf folgt die Überprüfung der Randbedingungen am Kontrollvolumeneintritt der Staupunktströmung aus Kapitel 2.3.2. Dort wird eine konstante Geschwindigkeit über den Querschnitt vor der Messstrecke angenommen und durch die Ergebnisse in Kapitel 4.3 bestätigt. In Kapitel 4.4 wird das Wandschubspannungsmodell aus Kapitel 2.3.1 anhand von experimentell bestimmten Verlustbeiwerten am Drosselkörper überprüft. Dabei weisen die experimentell bestimmten Verlustbeiwerte eine hohe Messgenauigkeit auf, die auf die ungenaue Bestimmung des Kanaldurchmessers der Messstrecke zurückzuführen ist. Die Zu- und Abnahme des Volumens der Acrylglassmessstrecke bei Aufnahme und Abgabe von Wasser sowie die Dehnung bei Überdruck führen zu den Messungenauigkeiten des Kanaldurchmessers. In Kapitel 4.5 werden die Drosselkörperbewegung sowie die Axialkraft und das Biegemoment an der Ventilstange aufgrund der Umströmung des Drosselkörpers exemplarisch an einer Messreihe untersucht. Die Drosselkörperbewegungen werden dabei in drei Kategorien eingeteilt und anhand der gemessenen Axialkraft zwei Aussagen getroffen:

- (i) Der Drosselkörper weicht aufgrund der elastischen Ventilstange und angreifender quasi-statischer Strömungskräfte quasi-statisch aus.
- (ii) Der quasi-statischen Verschiebung sind aperiodische Schwingungen über-

lagert.

- (iii) Es existieren Betriebspunkte, bei denen der Drosselkörper radiale Schwingungen mit großen Amplituden ausführt.
- (iv) Auch bei großen Schwingungsamplituden ist die Axialkraft näherungsweise konstant.
- (v) Die Axialkraft ist nach ihrem Betrag nicht alleiniger Grund für das Stabilitätsversagen.

Im Anschluss an die detaillierte Betrachtung einzelner Betriebspunkte wird in Kapitel 4.6.1 die Auswertung aller Betriebspunkte anhand kompakter Darstellungen durchgeführt, um einfache Zusammenhänge zwischen den Parametern aufzuzeigen. Das Kapitel schließt mit der Stabilitätsbetrachtung des Systems in 4.6.2 und der Diskussion aller Ergebnisse in 4.7.

4.1 Parameterraum

Die Drosselkörperbewegung des generischen Hubventils in Abbildung 1.1 wird für inkompressible Strömung und ideal starre Lager von 16 dimensionsbehafteten Parametern beeinflusst. Darin enthalten sind 9 Parameter, die die Biegeeigenfrequenz der Ventilstange beeinflussen, 4 Parameter zur Charakterisierung der inkompressiblen Strömung, und 3 Parameter beschreiben die Spaltgeometrie. Wird eine Starrkörperbewegung des Drosselkörpers angenommen sowie mit der Biegesteifigkeit und der Massenbelegung der Ventilstange gerechnet, so reduzieren sich die beeinflussenden Parameter der Biegeeigenfrequenz auf 6. Nicht ideal starre Lager, eine kompressible Strömung und eine komplexere Geometrie als ein zylindrischer Drosselkörper erhöhen den Aufwand nochmals deutlich. Tabelle 4.1 fasst die einstellbaren Parameter des verwendeten Prüfstands zusammen. Zusätzlich werden der untersuchte Parameterraum angegeben. Die Parameter, die nicht gezielt eingestellt werden können, sind nicht enthalten. Dazu zählen die Dämpfung der Lagerung sowie die Verkippung und Exzentrizität des Drosselkörpers. Die Dämpfung der Lagerung wird ohne Fluid anhand einer experimentellen Modalanalyse und die Anfangsexzentrizität über die Abstandssensoren an der Messstrecke im Versuch bestimmt. Eine Messung der Verkippung des Drosselkörpers ist nicht möglich. Des Weiteren sind einige Parameter konstant gehalten, um den Rahmen der Arbeit nicht zu sprengen. Die Biegeeigenfrequenz wird durch den Lagerabstand \tilde{l}_L und den Ventilstangendurchmesser \tilde{d}_{St} variiert. Alle anderen einstellbaren Parameter der Biegeeigenfrequenz werden annähernd konstant gehalten. Neben den Materialeigenschaften zählen dazu auch

die Masse \bar{m}_D und das Massenträgheitsmoment $\bar{\theta}_D$ des Drosselkörpers. Um näherungsweise konstante Massen und Trägheitsmomente der Drosselkörper bei unterschiedlichen Durchmessern zu erhalten, wurden die Drosselkörper entsprechend aufgebohrt und wieder verschlossen. Ebenso wurde die Drosselkörperlänge \bar{l}_D konstant gehalten, und die Spaltlänge \bar{l}_S nur über den Hub variiert. Die Versuche wurden mit Wasser durchgeführt. Das heißt, die Dichte $\bar{\rho}$ und Viskosität $\bar{\nu}$ des Fluids sind näherungsweise konstant, bzw. diese wurden im Experiment anhand der aufgezeichneten Temperatur ermittelt. Kavitation führt zu Erosion und Geräuschentwicklung in Ventilen ¹. Um den Einfluss von Kavitation auf strömungsinduzierte Schwingungen auszuschließen, werden die Versuche mit Überdruck von 3 bis 4 bar durchgeführt, sodass keine Kavitation im Ventil entsteht. Die Querschnitte des Kanals vor der Drosselstelle \bar{A}_1 und der Kavität \bar{A}_2 dahinter sind im gezeigten Aufbau fest.

Symbol	Beschreibung	Parameterraum
\bar{l}_{St}	Ventilstangenlänge	210 mm
$\bar{E}_i, \bar{\rho}_i$	Elastizitätsmodul und Dichte: Ventilstange, Drosselkörper und Spannbuchse der Einspannung aus Edelstahl; radiale Führung der Ventilstange aus Messing	$2 \cdot 10^{11}$ N/m ² , 7900 kg/m ³
\bar{d}_K	Kanaldurchmesser	64 mm
\bar{d}_2	Durchmesser Kavität	200 mm
\bar{l}_D	Drosselkörperlänge	30 mm
\bar{m}_D	Drosselkörpermasse	655 g
$\bar{\theta}_D$	Trägheitsmoment des Drosselkörpers um die x - und y -Achse nach Abbildung 2.4	$350 \cdot 10^{-6}$ kg m ²
$\bar{\nu}$	Viskosität von Wasser	10^{-6} m ² /s
$\bar{\rho}$	Dichte von Wasser	1000 kg/m ³
\bar{p}_0	Systemdruck	3-4 bar
\bar{d}_{St}	Ventilstangenaußendurchmesser	[10, 13, 15, 20] mm
\bar{l}_L	Lagerabstand	(0..106) mm
\bar{d}_D	Drosselkörperdurchmesser	[60, 62, 63] mm
\bar{l}_S	Spaltlänge durch Hub eingestellt	(12..30) mm
\bar{Q}	Volumenstrom	(0..35) m ³ /h

Tabelle 4.1 – Einstellbare Parameter sowie der untersuchte Parameterraum des generischen Hubventils nach Abbildung 1.1 rechts.

¹JAZI UND RAHIMZADEH, „Detecting cavitation in globe valves by two methods: Characteristic diagrams and acoustic analysis“, ([27], 2009)

4.2 Analyse der elastischen Struktur

Das Bewegungsverhalten des Hubventils wird durch die angreifenden Kräfte und Momente der Strömung sowie durch seine elastische Struktur und die Trägheit des Drosselkörpers bestimmt. Die relevante elastische Struktur des Hubventils stellt die Ventilstange und ihre Lagerung dar. Zur Überprüfung des Balkenmodells in Kapitel 2.4 werden zunächst statische Belastungsversuche durchgeführt, um daraus die Steifigkeit der Lagerung zu bestimmen. Das Balkenmodell mit experimentell bestimmter Lagersteifigkeit wird dann anschließend durch eine Modalanalyse überprüft. Die experimentelle Modalanalyse alleine ist ausreichend, um die Steifigkeit und die Dämpfung der Lagerung des Balkenmodells zu ermitteln. Die zusätzlichen statischen Belastungsversuche werden aufgrund der geringen Verfügbarkeit des Messsystems für die Modalanalyse durchgeführt. Dadurch kann die Modalanalyse ausschließlich zur Überprüfung des Gesamtmodells und nicht zur Ermittlung der Modelleigenschaften genutzt werden. Wobei dies nur für die Steifigkeit gilt. Die Dämpfung der elastischen Struktur kann mit den statischen Belastungsversuchen nicht ermittelt werden und wird daher aus der experimentellen Modalanalyse abgeleitet. Die Ergebnisse der statischen Belastungsversuche und die daraus ermittelte Steifigkeit der Lagerung sind dem Anhang C zu entnehmen. Der Vergleich des Balkenmodells mit den statisch ermittelten Lagersteifigkeiten und der experimentellen Modalanalyse ist in Abbildung 4.1 zusammengefasst. Bevor auf das Ergebnis in Abbildung 4.1 näher eingegangen wird, wird anhand einer Referenzkonfiguration aus Abbildung 3.3 überprüft, ob das Balkenmodell des schubstarren Balkens eine gute Näherung darstellt.

Das Balkenmodell bzw. im Umkehrschluss auch das Messverfahren der experimentellen Modalanalyse wird anhand der sogenannte „frei-frei“ Lagerung überprüft. Die „frei-frei“ Lagerung wird durch zwei dünne Nylonfäden realisiert, an denen die Referenzstange aus Abbildung 3.3 aufgehängt ist. Die Messergebnisse weichen erst bei höheren Eigenfrequenzen deutlich von den berechneten Eigenfrequenzen ab. In der dritten bzw. vierten Eigenfrequenz betragen die Abweichungen zwischen der gemessenen und der berechneten Eigenfrequenz 3 % bzw. 15 %. Da im Nachfolgenden nur die ersten drei Eigenfrequenzen untersucht werden, stellt der schubstarre Biegebalken eine gute Näherung für die Ventilstange dar. Die relative Dämpfung liegt in dieser Konfiguration bei der ersten Eigenfrequenz unter $B < 0.2\%$.

Die Lagerung der Ventilstange im Prüfstand wird mit Hilfe der experimentell bestimmten Steifigkeiten der statischen Belastungsversuche abgebildet.

Abbildung 4.1 zeigt einen Vergleich zwischen ideal starr angenommenen und den endlich steifen Lagern bei unterschiedlichen Ventilstangendurchmessern und Lagerabständen. Auf der Abszisse ist der relative Lagerabstand l_L zwi-

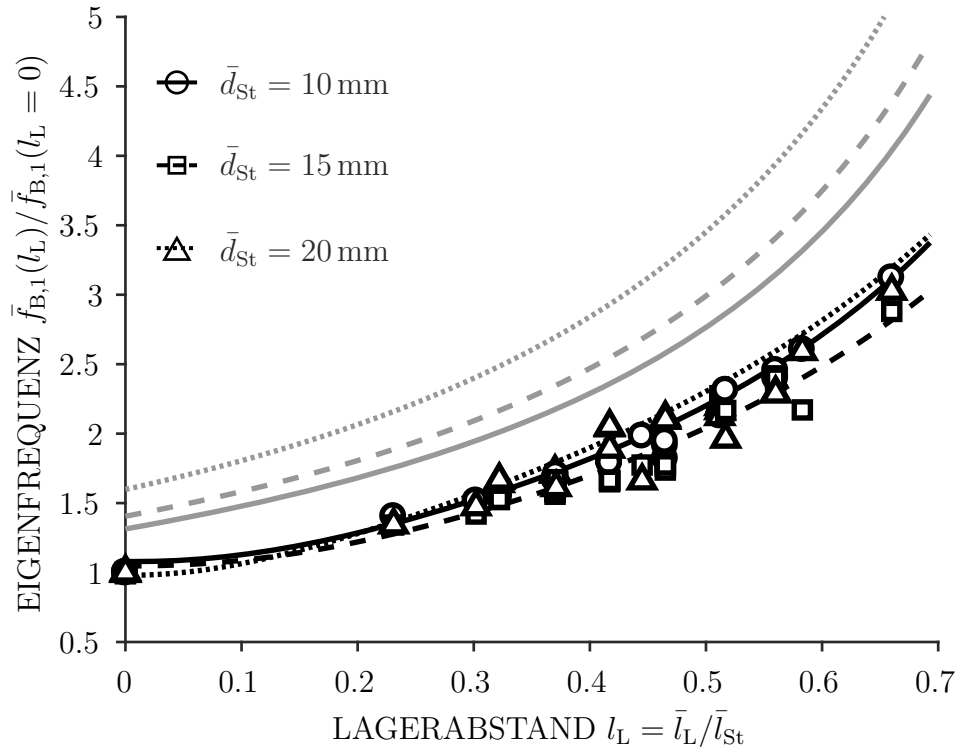


Abb. 4.1 – Vergleich gemessener und berechneter erster Eigenfrequenzen verschiedener Ventilstangen bei unterschiedlichen Lagerabständen. Graue Linien enthalten ideal starre Lagerungen und schwarze Linien die aus den statischen Belastungsversuchen ermittelten Lagersteifigkeiten. Die Marker entsprechen der experimentellen Modalanalyse und die Linien stellen die Berechnungsergebnisse dar.

schen Einspannung und radialer Führung der Ventilstange aufgetragen. Die Umsetzung der Lagerung im Prüfstand und die schematischen Abbildungen sind Kapitel 3 zu entnehmen. Auf der Ordinate ist die erste relative Eigenfrequenz angegeben. Die Eigenfrequenz wird zur übersichtlichen Darstellung aller Konfigurationen auf die erste Eigenfrequenz ohne radiale Führung bei $l_L = 0$ bezogen. Die Stangendurchmesser sind anhand der Linienarten zu unterscheiden. Die grauen Linien entsprechen dem Modell mit ideal starren Lagern und die schwarzen Linien dem Modell mit endlich steifen Lagern. Die erste Eigenfrequenz der experimentellen Modalanalyse wird mit Hilfe der Marker dargestellt. Das Balkenmodell mit elastischen Lagern zeigt eine bes-

sere Übereinstimmung mit der experimentellen Modalanalyse als das Modell mit ideal starren Lagern. Der Unterschied in den Frequenzen der beiden Modellen beträgt bis zu 82 %.

Die Ergebnisse der experimentellen Modalanalyse zeigen eine gewissen Streuung. Sowohl die ermittelten Frequenzen als auch die Dämpfungen streuen. Die relative Dämpfung der ersten Mode liegt zwischen $1.1\% < B < 5.5\%$. Bei Auswertung der Frequenzen und Dämpfungen lag der Fokus auf der ersten Mode. Eine Fehleranalyse wurde hier nicht durchgeführt. Nach Ansicht des Autors führen jedoch drei Ursachen zur erwähnten Streuung. Die erste Ursache stellt die Lagerung selbst dar. Die Montagebedingungen, insbesondere die Fixierung über die Spannbuchse und das Feingewinde des Traversensystems, können nicht exakt gleich gehalten werden, sodass die Reibung in den Lagerstellen nie gleich ist und somit die Dämpfung streut. Des Weiteren besitzt die Führungsbuchse des Traversensystems ein gewisses Spiel, um die Ventilstange verfahren zu können. Diese Unsicherheiten sind auch im Hystereseverhalten in der statischen Absenkung zur Ermittlung der Lagersteifigkeiten im Anhang C zu erkennen. Die zweite und dritte Ursache sind das Messsystem und das verwendete Auswerteverfahren. Das eingesetzte Verfahren² wird nachfolgend erläutert. Vereinfacht dargestellt erfolgt mit dem eingesetzten Verfahren eine Minimierung der Abweichung zwischen der Übertragungsfunktion in seiner modalen Form und der gemessenen (geschätzten) Übertragungsfunktion³. Im Frequenzbereich muss das Optimierungsproblem iterativ gelöst werden. Um physikalisch sinnvolle Ergebnisse zu erhalten, ist es erforderlich die Modellordnung im Vorhinein abzuschätzen. Auf Basis dessen erfolgt die Darstellung der Pole der Übertragungsfunktion im Stabilitätsdiagramm. Die Auswahl der stabilen, also sich in ihren Eigenschaften nicht verändernden Pole führt zu den modalen Parameter. Die händische Auswahl der Pole stellt eine rein mathematische Anpassung dar. Die Auswahl der Pole wird bei hoher Dämpfung erschwert und ist zum Teil auch subjektiv durch den Anwender.

4.3 Geschwindigkeitsprofil der Messstrecke

In Abbildung 4.2 ist die Anordnung zur Messung des Geschwindigkeitsprofils vor dem Drosselkörper dargestellt. Die Messung dient der Überprüfung der modellierten Randbedingung der Strömung in Kapitel 2.3.2. Dort wird von einer über den Querschnitt konstanten Axialgeschwindigkeit am Ein-

²Polyreference Least Squares Complex Frequency Domain Algorithmus mittels Analysesoftware der Firma m+p

³MARKERT, *Skript zur Vorlesung Schwingungsmesstechnik*, ([39], 2005)

tritt in die Messstrecke ausgegangen. Wie oben erwähnt ist aus Platzgrün-

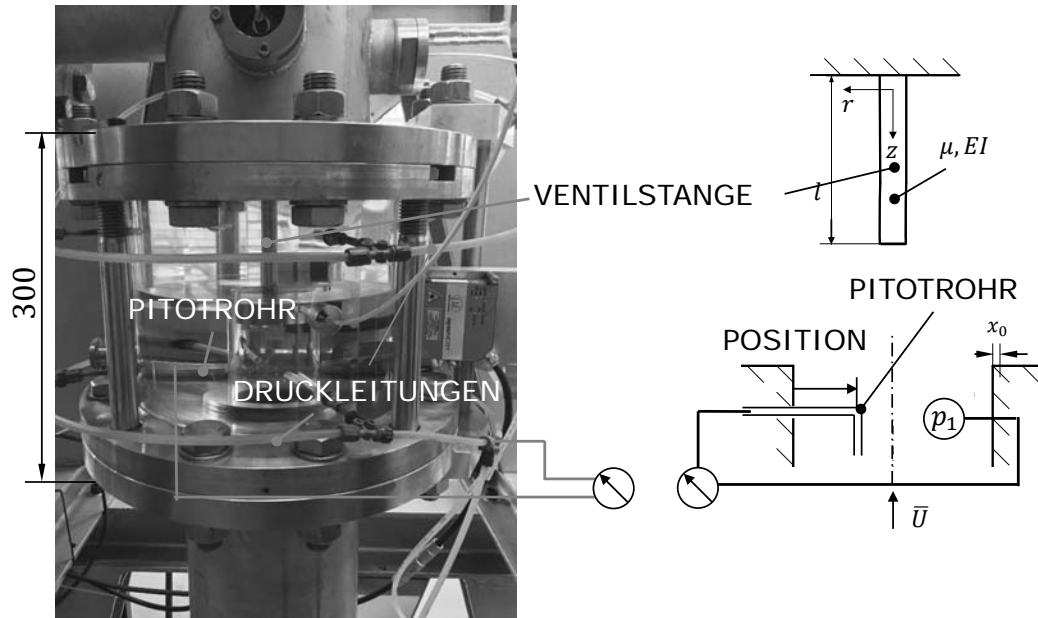


Abb. 4.2 – Messanordnung zur Bestimmung des Geschwindigkeitsprofils am Eintritt zur Messstrecke

den ein 90° -Bogen vor der Messstrecke, vgl. Abbildung 3.1, angeordnet. Eine mögliche Beeinflussung des Geschwindigkeitsprofils wird hier überprüft. Das Geschwindigkeitsprofil wird durch Traversierung eines Pitotrohrs mit angegeschlossenem Differenzdrucksensor vermessen. Der Drosselkörper samt Ventilstange wird aus Platzgründen während dieser Messungen entfernt. Der Staudruck am Pitotrohr wird über einen Zugang in Abbildung 4.2 heraus auf den Differenzdrucksensor geführt. Der statische Druck wird an den Druckbohrungen der Messstrecke abgegriffen. Beide Zugänge sind auf der selben Höhe. Der Differenzdrucksensor ist unterhalb der Zugänge angeordnet. Vor einer Messreihe wird bei ruhendem Fluid der Differenzdrucksensor tariert. Das Pitotrohr wird nur in der Ebene des Zugangs traversiert.

Abbildung 4.3 fasst die Messungen zusammen. In der Abbildung wird das Geschwindigkeitsverhältnis aus der Differenzdruckmessung mittels Pitotrohr \bar{U}_P und der mittleren Geschwindigkeit aus der Volumenstrommessung \bar{U}_Q über der Position des Pitotrohrs angegeben. In der Abbildung wird der Volumenstrom durch die drehzahlregelte Pumpe gesteuert und zusätzlich durch eine Stellklappe im Prüfstand angedrosselt, um auch bei kleinen Drehzahlen der Pumpe einen möglichst konstanten Volumenstrom zu erzeugen. Es wur-

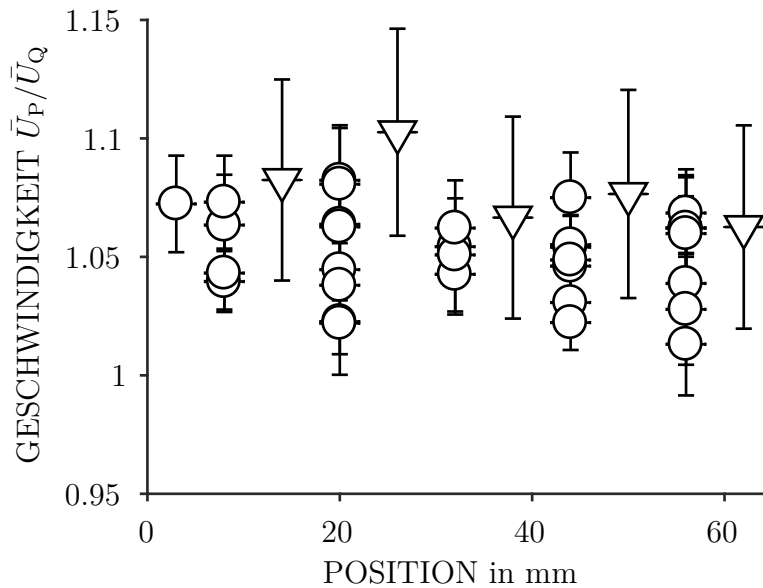


Abb. 4.3 – Geschwindigkeitsprofile am Eintritt zur Messstrecke. Unterschiedliche Messbereiche mit Kreise für $\bar{Q} = [10-18]m^3/h$ und Dreiecke für $\bar{Q} = [5-10]m^3/h$

den Wiederholungen bei unterschiedlichen Volumenströmung durchgeführt. Die Messungen mit zusätzlich gedrosselter Strömung sind in der Abbildung durch die Dreiecke dargestellt. Die Kreise stellen die Messungen bei unterschiedlicher Drehzahl der Pumpe ohne Drosselung dar. Die Geschwindigkeiten der Differenzdruckmessungen sind im traversierten Bereich im Vergleich zur Volumenstrommessung leicht erhöht > 1 , zeigen aber keine Abhängigkeit von der Position. Eine Erhöhung der Geschwindigkeit zur Mitte ist typisch für eine ausgebildete Rohrströmung. Hierbei ist zu bedenken, dass vor der Messstrecke eine Düse angeordnet ist, die das Geschwindigkeitsprofil eher einem Blockprofil annähert als einer ausgeglichenen Strömung. Daher erscheint die nur geringe Erhöhung des Geschwindigkeitsverhältnisses plausibel. Da keine Abhängigkeit von der Position ersichtlich ist, wird die Annahme einer konstanten Geschwindigkeit über den Querschnitt in Kapitel 2.3.2 bestätigt.

4.4 Druckverlust und Wandschubspannung

Ein Ventil regelt einen Stoffstrom, indem es Energie der Strömung dissipiert. Diese Energiedissipation wird als Druckverlust bzw. genauer als Totaldruckänderung bezeichnet. In Hubventilen wird anstelle der Totaldruckänderung

$\Delta\tilde{p}_T$ der sogenannte „Kv“-Wert über die Hubstellung angegeben. Mit Hilfe dieser Kennlinie werden Hubventile entsprechend der Anforderungen ausgewählt. Diese Kennlinie ist für die vorliegende Arbeit irrelevant, da die dimensionslose Totaldruckänderung bzw. der Verlustbeiwert ζ an der Drosselstelle über die Spaltreynoldszahl aufgetragen wird, um die Verlustmechanismen zu identifizieren.

Ein Verlustmechanismus ist die Spaltreibung. Ein Vergleich des experimentell ermittelten Verlustbeiwerts mit den berechneten Verlusten soll zeigen, inwieweit das verwendete Wandschubspannungsmodell in Kapitel 2.3.1 zulässig ist. In diesem Kapitel werden zuerst die experimentellen und im Anschluss die Berechnungsergebnisse dargestellt. Phänomenologisch werden die Verluste an der Drosselstelle durch den Eintrittsverlust ζ_E in den Spalt, die Reibung ζ_S im Spalt und den Stoßverlust ζ_A vom Spalt in die dahinterliegende Kavität beschrieben. Der Verlustbeiwert berechnet sich somit durch

$$\zeta_C = \zeta_E + \zeta_S + \zeta_A, \text{ und experimentell } \zeta = 2 \frac{\Delta\tilde{p}_T}{\bar{\rho} \bar{U}^2}.$$

Aufgrund des Flächenverhältnisses aus Spaltquerschnitt und Querschnitt der dahinterliegenden Kavität wird der Stoßverlust zu $\zeta_A \approx 1$ angenähert und ist unabhängig von der Reynoldszahl. Der Eintrittsverlust wird hauptsächlich durch den Stoßverlust nach der Einschnürung am Eintritt in den Spalt beschrieben. Dabei ist wieder das Flächenverhältnis aus Einschnürung zu Querschnitt des Spalts entscheidend und unabhängig von der Reynoldszahl. Dagegen ist die Reibung im Spalt von der Reynoldszahl abhängig. Die mittlere Reynoldszahl

$$Re = \frac{2 \bar{h} \bar{U}}{\bar{\nu}}$$

wird mit der mittleren Spaltströmungsgeschwindigkeit und der doppelten Spalthöhe sowie der Viskosität berechnet. Abweichend zu der Definition der Spaltreynoldszahl in Kapitel 2.3.1 wird hier die Spaltreynoldszahl mit der doppelten Spalthöhe definiert. Die unterschiedliche Definitionen kommen durch die unterschiedlichen Geometrien zustande. Die Definition in Kapitel 2.3.1 bezieht sich auf den differentiellen Spalt mit lokaler Spalthöhe und hier auf den gesamten Ringspalt.

Experimentelle Ergebnisse

Der experimentell bestimmte Verlustbeiwert ist in Abbildung 4.4 aufgetragen. In der Abbildung wird der Verlustbeiwert über der mittleren Reynoldszahl aufgetragen. Der systematische Messfehler der einzelnen Messungen wird

aus Gründen der Übersichtlichkeit weggelassen. Auf den Messfehler wird in Abbildung 4.7 eingegangen. Anhand der Markerform sind die unterschiedlichen Spalthöhen und anhand der Graustufen verschiedene Spaltlängen dargestellt. Bei allen Spalthöhen ist eine Abhängigkeit des Verlustbeiwerts von der Reynoldszahl erkennbar. Dies deutet auf Verluste infolge von Reibung im Spalt hin. Ebenso ist eine Abhängigkeit der Spaltlänge ersichtlich. Für

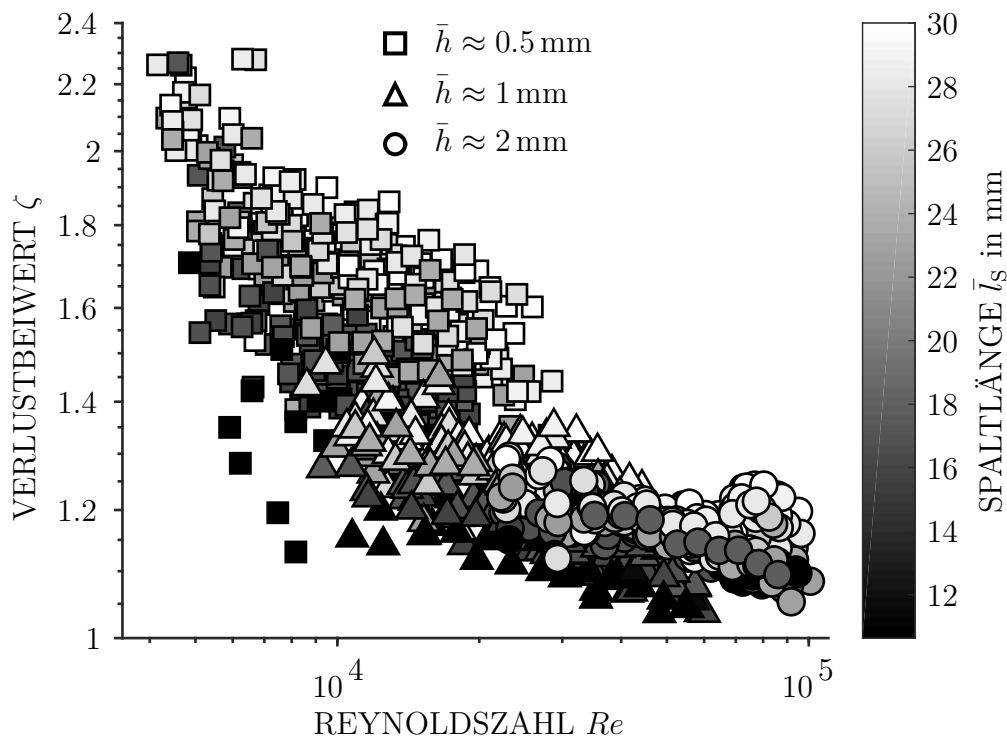


Abb. 4.4 – Verlustbeiwert $\zeta = 2 \frac{\Delta \bar{p}_T}{\rho \bar{U}^2}$ in Abhängigkeit der mittleren Reynoldszahl $Re = \frac{2 \bar{h} \bar{U}}{\nu}$ sowie der Spalthöhe \bar{h} und Spaltlänge \bar{l}_s .

eine genauere Untersuchung des Einflusses der Spaltlänge wird in Abbildung 4.5 die Rohrreibungszahl λ aufgetragen. Dafür wird vom Verlustbeiwert der Stoßverlust zur Kavität abgezogen und durch die dimensionslose Spaltlänge geteilt. Die Darstellung erfolgt wieder über die mittlere Reynoldszahl mit den gleichen Markern. Die erste durchgezogene Linie stellt die Rohrreibungszahl nach Blasius und die zweite Linie eine Regressionskurve mittels kleinster Fehlerquadrate dar. Die Regressionskurve wird aus den Messdaten mit den Spalthöhen $\bar{h} = 0.5$ mm und $\bar{h} = 1$ mm erzeugt. Die Spalthöhen $\bar{h} = 0.5$ mm und $\bar{h} = 1$ mm zeigen, bis auf einige Ausreißer, den gleichen Trend, verlaufen aber mit unterschiedlichen Steigungen als nach Blasius berechnet. Auch bei der Spalthöhe $\bar{h} = 2$ mm ist eine Abhängigkeit der Reynoldszahl erkennbar.

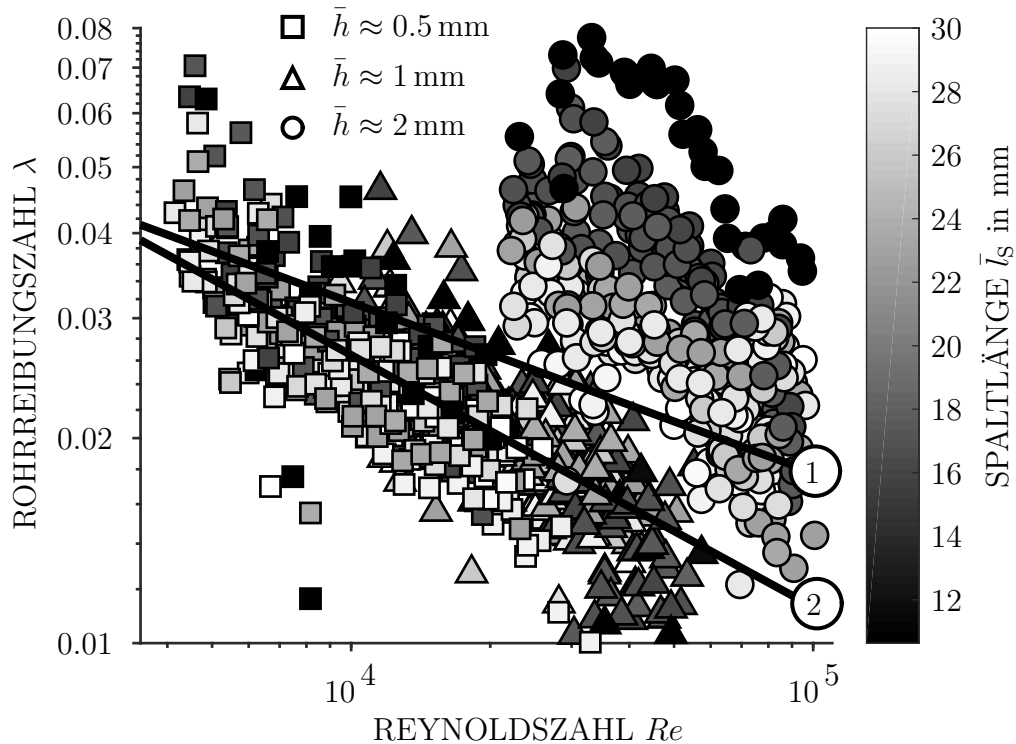


Abb. 4.5 – Vergleich zwischen experimentell ermittelter Rohrreibungszahl $\lambda = 2 \frac{\bar{h}}{\bar{l}_s} (\zeta - 1)$ und Berechnung nach Blasius (1) $\lambda \approx 0.316 Re^{-0.25}$ sowie mittels Regressionskurve (2) $\lambda \approx 0.8 Re^{-0.37}$.

Allerdings zeigen die Experimente mit $\bar{h} = 2$ mm nicht den gleichen Trend wie $\bar{h} < 2$ mm und sind versetzt zu den Experimenten mit kleineren Spalthöhen. Bei der Ermittlung der Rohrreibungszahl wurde lediglich der Stoßverlust nach dem Spalt abgezogen und durch die dimensionslose Spaltlänge geteilt. Dies führt bereits bei kleineren Spalthöhen zum Zusammenfallen der Messpunkte, mit einem gewissen Streuband, aber mit tendenziell gleichem Verlauf. Bei großem Spalt führt eine Division durch die Spaltlänge nicht zum Zusammenfallen der Messpunkte. Hier scheinen weitere Verlustmechanismen zu wirken als bei kleineren Spalten. Um dies zu verdeutlichen, wird in Abbildung 4.6 wieder der Verlustbeiwert und die Rohrreibungszahl über der Reynoldszahl aufgetragen, mit dem Unterschied, dass nun die verschiedenen Graustufen die relative Exzentrizität des Drosselkörpers im Kanal darstellen. Auf die experimentelle Bestimmung der Exzentrizität und das Bewegungsverhalten des Drosselkörpers wird im nächsten Kapitel näher eingegangen. Im linken Diagramm ist der Verlustbeiwert für die Spalthöhe $\bar{h} = 2$ mm dargestellt. Das rechte Diagramm enthält die Rohrreibungszahl für die Spalthöhe

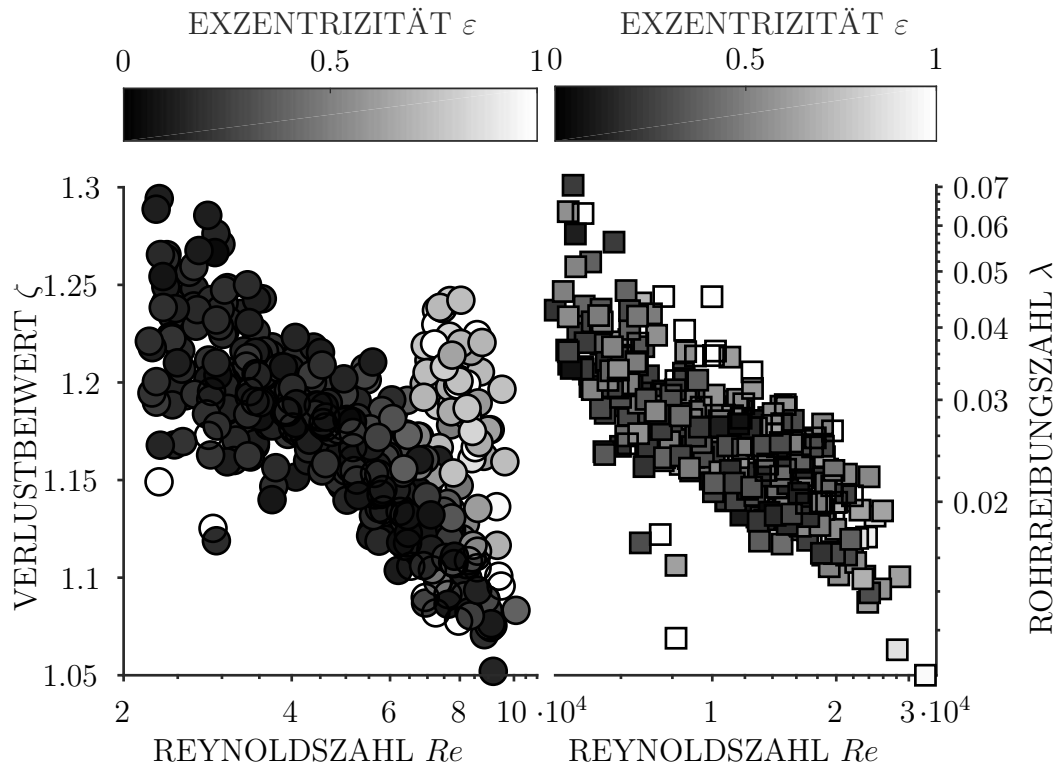


Abb. 4.6 – Verlustbeiwert für Spalthöhe für $\bar{h} = 2$ mm (links) und Rohrreibungszahl für Spalthöhe $\bar{h} = 0.5$ mm (rechts) in Abhängigkeit der Reynoldszahl und der relativen Exzentrizität.

$\bar{h} = 0.5$ mm. Wie oben dargelegt, ist im rechten Diagramm ein klarer Trend in Abhängigkeit der Reynoldszahl zu erkennen. Eine Abhängigkeit von der Exzentrizität ist im rechten Diagramm aufgrund der Streuung nicht zu erkennen. Im linken Diagramm fallen die Verlustbeiwerte für den mittleren Reynoldszahlbereich bereits ohne Division durch die Spaltlänge zusammen. Allerdings ist am rechten Rand im Verlustbeiwert eine Abhängigkeit von der Exzentrizität auszumachen. Dort nimmt der Verlustbeiwert mit hoher Exzentrizität zu.

Bevor eine Aussage zur Gültigkeit des verwendeten Wandschubspannungsmodells anhand der nachfolgenden Berechnungsergebnisse getroffen wird, wird der systematische Messfehler zur Bestimmung des Verlustbeiwerts diskutiert. Der systematische Messfehler des Verlustbeiwerts ist in Abbildung 4.7 dargestellt. Im linken Diagramm der Abbildung ist der relative systematische Messfehler über der mittleren Spaltreynoldszahl aufgetragen. Der Messfehler wird dabei auf den Messwert bezogen. Das heißt für eine mittlere Spalthöhe

von $\bar{h} \approx 0.5$ mm werden Messfehler von bis zu 40% des Messwerts erreicht. Im rechten Diagramm der Abbildung wird der Gesamtfehler in die wichtigsten Fehleranteile aufgeteilt. Den größten Anteil macht dabei der geometrische

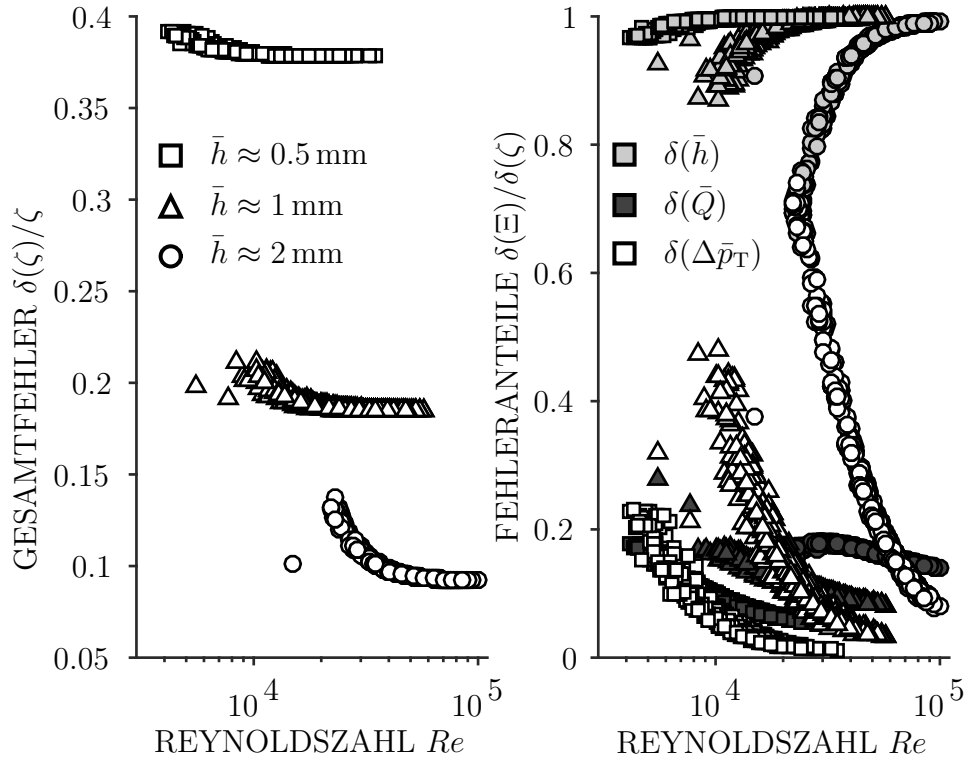


Abb. 4.7 – Systematischer Messfehler des Verlustbeiwerts. Links: Gesamtmessfehler $\delta(\zeta)$; Rechts: Messfehleranteile $\delta(\Xi)$ aus Geometrie- $\delta(\bar{h})$, Volumenstrom- $\delta(\bar{Q})$ und Totaldruckmessung $\delta(\Delta\bar{p}_T)$. Der systematische Messfehler des Totaldrucks $\delta(\Delta\bar{p}_T)$ wird aus den Messfehlern $\delta(\bar{h})$, $\delta(\bar{Q})$ und den Messfehlern der Drucksensoren bestimmt.

Messfehler aus. Nach der hier gewählten Fehlerrechnung werden die einzelnen Fehleranteile quadriert, dann addiert und zuletzt die Wurzel aus ihrer Summe gebildet. Die zum Teil hohe Messungenauigkeit kann deutlich reduziert werden, wenn der geometrische Fehleranteil reduziert wird. Der größte Anteil des geometrischen Messfehlers $\delta(\bar{h}) \approx 75 \mu\text{m}$ folgt aus dem Messfehler des Kanaldurchmessers der Acrylglasmessstrecke mit $\delta(\bar{d}_K) \approx 60 \mu\text{m}$. Der Kanaldurchmesser wurde in gewissen zeitlichen Abständen mit einem Dreipunktmikrometer vermessen und daraus der Messfehler abgeleitet. Acrylglas

(Markenname: Plexiglas⁴) hat die Eigenschaft Wasser aufzunehmen und damit sein Volumen zu vergrößern. Hinzukommt, dass sich der Kanaldurchmes-

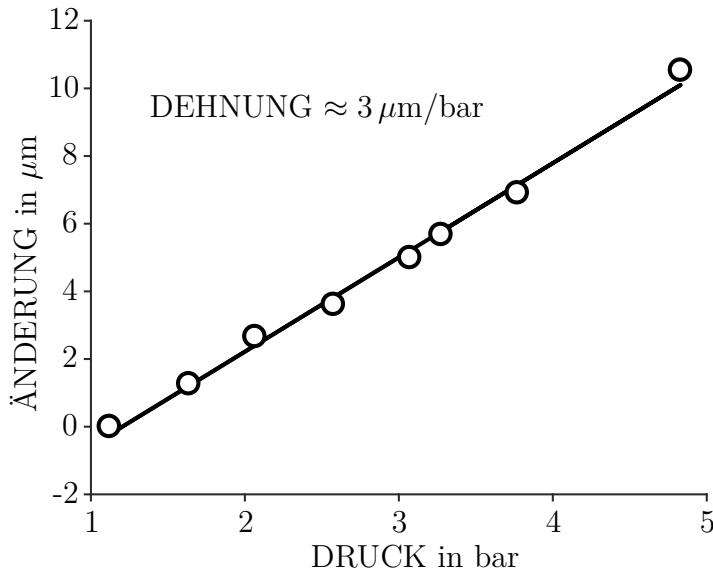


Abb. 4.8 – Abstandsänderung der Wirbelstromsensoren in der Acrylglasmessstrecke bei statischer Drucküberlagerung.

ser im Prüfstand nach Abbildung 4.8 unter Druck um $\approx 3 \mu\text{m}/\text{bar}$ dehnt. Eine stichpunktartige Zusammenfassung der Ergebnisse folgt im nächsten Abschnitt nach dem Vergleich mit den Berechnungsergebnissen.

Berechnungsergebnisse

Es wird zuerst wieder der Verlustbeiwert über der mittleren Reynoldszahl für verschiedene Konfigurationen in Abbildung 4.9 aufgetragen. Anhand der Graustufen sind die Spaltlängen zu unterscheiden. Die Marker stellen die berechneten Betriebspunkte dar. In den Berechnungsergebnissen ist eine deutliche Abhängigkeit von der Spaltlänge und eine Abhängigkeit von der Reynoldszahl erkennbar. Auch in den Berechnungsergebnissen scheinen neben der Spaltlänge andere Größen Einfluss auf den Verlustbeiwert zu nehmen.

Für eine detaillierte Betrachtung wird in Abbildung 4.10 auf der linken Seite entsprechend der experimentellen Ergebnisse die Rohrreibungszahl aufgetra-

⁴PLEXIGLAS nimmt bei feuchter Umgebungsluft ca. 1.2% und bei Wasserlagerung ca. 2% Wasser auf, Stand 25.08.2017.

<http://www.plexiglas.de/product/plexiglas/de/ueber/faq/Pages/eigenschaften.aspx>

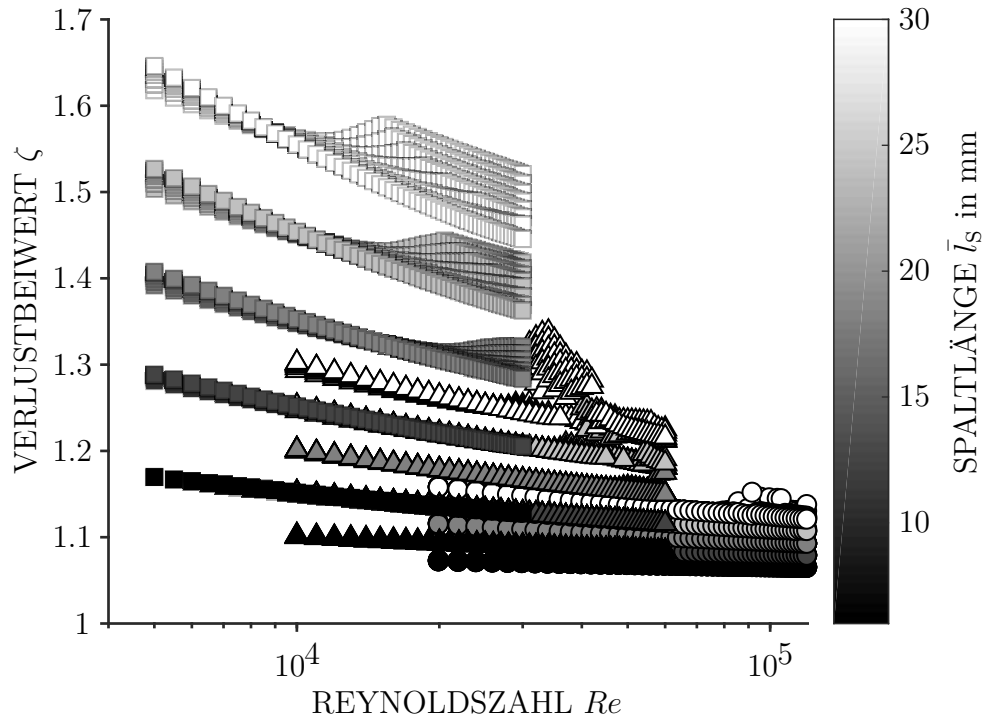


Abb. 4.9 – Berechnete Verlustbeiwerte ζ in Abhängigkeit der mittleren Reynoldszahl Re und der Spaltlänge \bar{l}_s . Die Markerformen zeigen unterschiedliche mittlere Spalthöhen mit Quadraten für $\bar{h} = 0.5$ mm, Dreiecken für $\bar{h} = 1$ mm und Kreisen für $\bar{h} = 2$ mm.

gen. Auf der rechten Seite der Abbildung wird zusätzlich noch der Eintrittsverlust ζ_E abgezogen. Dieser wird in der Berechnung mit $\zeta_E = 0.05$ vorgegeben und ist damit im Vergleich zum Experiment bekannt. Erst das Abziehen des Eintrittsverlusts führt zum Zusammenfallen vieler Berechnungspunkte. Aufgrund des hohen Messfehlers ist eine Bestimmung des Eintrittsverlust im Experiment nicht möglich.

Trotz des abgezogenen Eintrittsverlustes fallen einige Berechnungspunkte aus dem tendenziellen Verlauf heraus. Der Einfluss folgt aus der Position des Drosselkörpers im Kanal bzw. ist abhängig von der Spaltgeometrie. Im Vergleich zum Experiment, in dem nur eine mittlere Position des Drosselkörpers bekannt ist, ist in der Berechnung die Spaltgeometrie vollständig bekannt. In Abbildung 4.11 ist wieder die angepasste Rohrreibungszahl λ^* über der Reynoldszahl aufgetragen. Dagegen zeigen die Graustufen im oberen Bild die Exzentrizität und im unteren Bild die Verkippung des Drosselkörpers an.

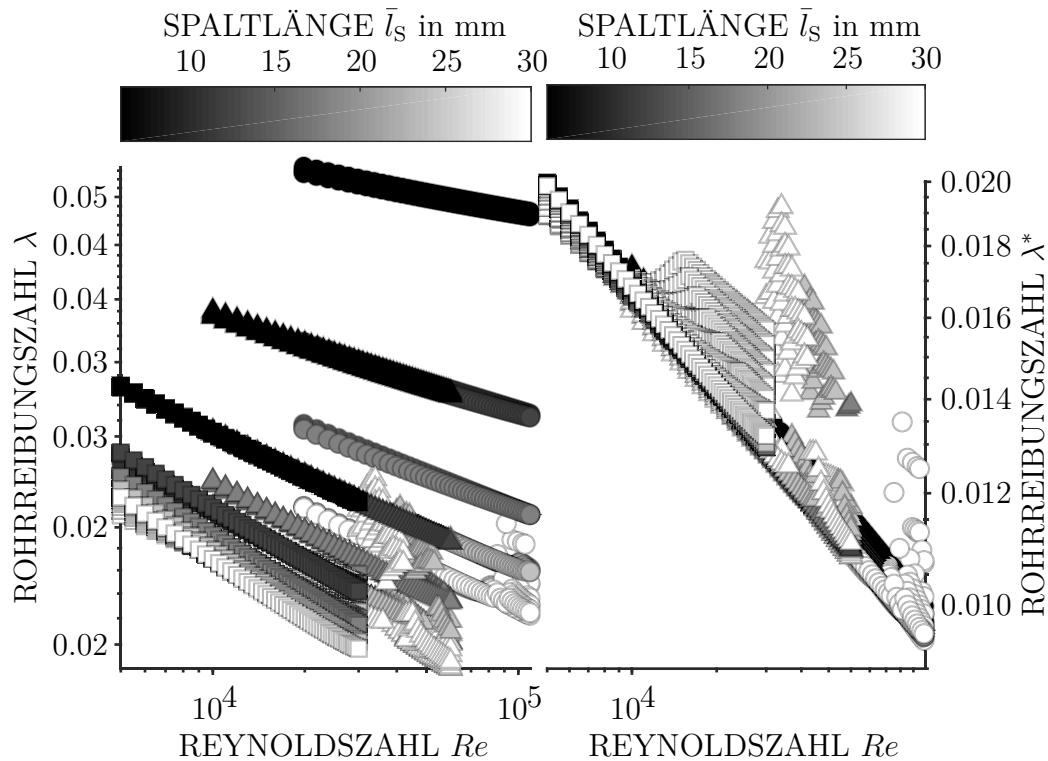


Abb. 4.10 – Berechnete Rohrreibungszahl $\lambda = 2 \frac{\bar{h}}{l_s} (p_T - 1)$ und $\lambda^* = 2 \frac{\bar{h}}{l_s} (p_T - 1 - \zeta_E)$ in Abhängigkeit der mittleren Reynoldszahl Re und der Spaltlänge \bar{l}_s . Die Markerformen stellen unterschiedliche mittlere Spalthöhen und p_T den dimensionslosen Totaldruck bei Eintritt in das Kontrollvolumen, vgl. Kapitel 2.3, dar.

Für die Übersichtlichkeit werden nur Konfigurationen mit voll eingefahrenem Drosselkörper dargestellt, zumal bei diesen Konfigurationen die Unterschiede deutlicher zu sehen sind. Die Abweichungen vom Trend der Betriebspunkte nehmen mit der Exzentrizität und der Verkippung des Drosselkörpers zu. Bei hohen Reynoldszahlen führen hohe Exzentrizitäten und Verkippungen zu höheren Rohrreibungszahlen und damit zu höheren Verlusten.

Ein Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit den Berechnungsergebnissen führt zu folgenden Aussagen:

- Rechnerisch ist eine deutliche Abhängigkeit der Verluste von der Spaltlänge und von der Reynoldszahl ersichtlich. Experimentell sind diese Abhängigkeiten bei kleinen Spalten $\bar{h} < 2$ mm erkennbar. Experimentell scheint der Spalt mit $\bar{h} = 2$ mm unabhängig von der Spaltlänge

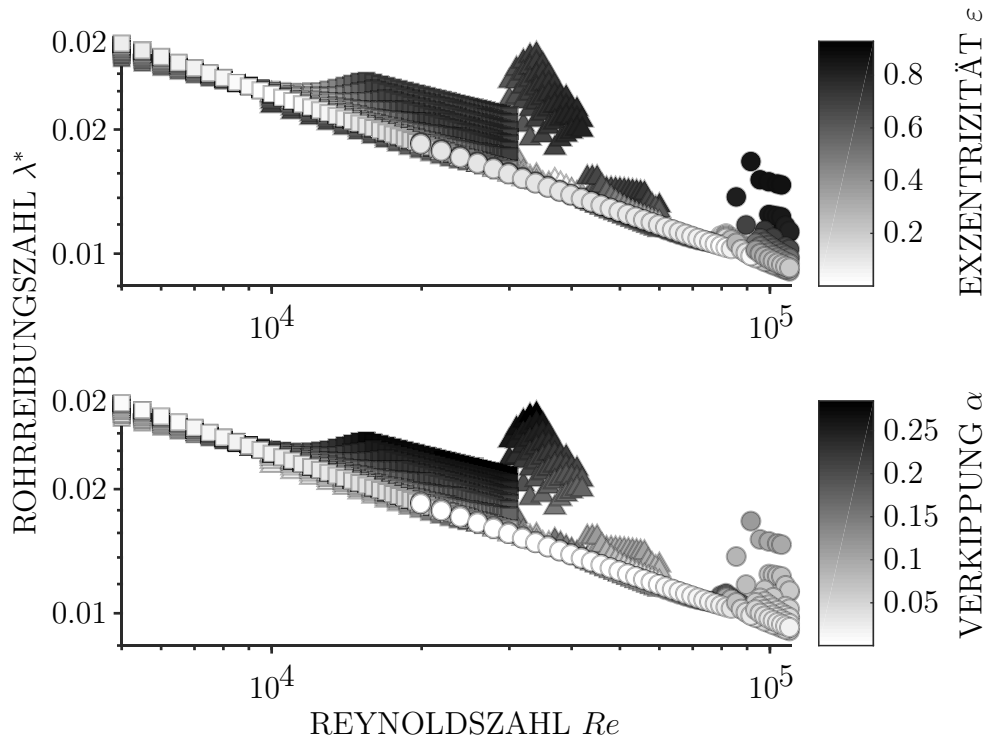


Abb. 4.11 – Rohrreibungszahl λ^* in Abhängigkeit der mittleren Spaltreynoldszahl Re , der Exzentrizität ε und Verkippung α des Drosselkörpers. Die Markerformen stellen unterschiedliche mittlere Spalthöhen dar.

zu sein. Rechnerisch wird gezeigt, dass sehr wohl eine Abhängigkeit der Spaltlänge besteht, aber der Eintrittsverlust bei $\bar{h} = 2$ mm dominierend ist und nach dessen Abzug viele Betriebspunkte zusammenfallen.

- Neben der Spaltlänge zeigen die Berechnungen die Einflüsse der Exzentrizität und der Verkippung des Drosselkörpers auf die Verluste. Hohe Exzentrizitäten und Verkippungen führen bei kleinen Reynoldszahlen zu geringen und bei hohen Reynoldszahlen zu höheren Verlusten. Aufgrund der großen Streuung und des Messfehlers ist experimentell ein Einfluss der Exzentrizität nur bei einer Spalthöhe $\bar{h} = 2$ mm und hohen Reynoldszahlen erkennbar.
- Ein Vergleich der experimentell bestimmten und berechneten Verluste zeigt eine Unterschätzung der berechneten Verluste sowohl in ihrer Höhe als auch im Trend. Eine Anpassung des Wandschubspannungsmodells in Kapitel 2.3.1 erfolgt dennoch nicht, da die experimentellen Ergebnisse hohe Messfehler aufweisen.

Die Berechnungsergebnisse stellen die Einflüsse der Spaltlänge, der Reynoldszahl sowie der Exzentrizität und Verkippung des Drosselkörpers auf die Verluste dar. Die Bewegung des Drosselkörpers wird experimentell nur in einer Ebene gemessen. Eine Bestimmung der Verkippung ist somit nicht möglich. Auf die experimentelle Bestimmung der Drosselkörperbewegung geht das nächste Kapitel ein.

4.5 Dynamik des generischen Hubventils

Die experimentelle Untersuchung des generischen Hubventils erfolgt an stationären Betriebspunkten. Ein stationärer Betriebspunkt wird durch die Geometrie des Hubventils, die Überlagerung des Systems mit Überdruck sowie über den Volumenstrom der drehzahlgeregelten Pumpe eingestellt. Die Pumpe wird dabei über einen Elektromotor angetrieben, der auf eine konstante Frequenz eingestellt wird. Dabei werden die in Kapitel 3 vorgestellten Sensoren eingesetzt, um die Absolutdrücke vor und nach der Drosselstelle, die Wassertemperatur und den Volumenstrom aufzuzeichnen. Des Weiteren werden die radiale Bewegung des Drosselkörpers in der Ebene sowie die Axialkraft und das Biegemoment an der Ventilstange aufgezeichnet. Zuerst werden einige ausgewählte Weg-Zeit-Schriebe vorgestellt, an denen unterschiedliche Bewegungsarten beobachtet werden: die quasi-statische Verschiebung sowie aperiodische und periodische Schwingungen. Anschließend erfolgt eine Betrachtung der Orbitalbewegung des Drosselkörpers. Das Kapitel schließt mit den experimentell ermittelten Strömungskräften aufgezeichnet anhand der Dehnungsmessstreifen. Mit den Ergebnissen der Kraftmessungen wird die Vereinfachung vernachlässigbarer Schwingungen des Drosselkörpers bzw. der Ventilstange in axialer Richtung in Kapitel 2 begründet.

Bewegungsverhalten

Aufgrund der Umströmung des Drosselkörpers entstehen Kräfte und Momente, die den Drosselkörper und die Ventilstange in Bewegung versetzen können. Die Bewegung des Drosselkörpers wird nach Abbildung 3.2 durch zwei ortsfeste Wirbelstromsensoren und zwei höhenverstellbare Triangulierungslaser aufgezeichnet. Dabei messen die Wirbelstromsensoren den Abstand zum Drosselkörper. Die Triangulierungslaser werden in dieser Arbeit nur zur Überprüfung der Wirbelstromsensoren eingesetzt. Des Weiteren wird die Bewegung der äußeren Welle des Traversensystems mit Hilfe von ortsfesten Wirbelstromsensoren aufgezeichnet. Schwingungen am Traversensystem waren nur bei wenigen Betriebspunkten feststellbar, die hier nicht dargestellt

werden. In der gezeigten Messreihe in Abbildung 4.12 konnten keine Schwingungen des Traversensystems beobachtet werden.

Es können drei unterschiedliche Bewegungsarten beobachtet werden. Im Dia-

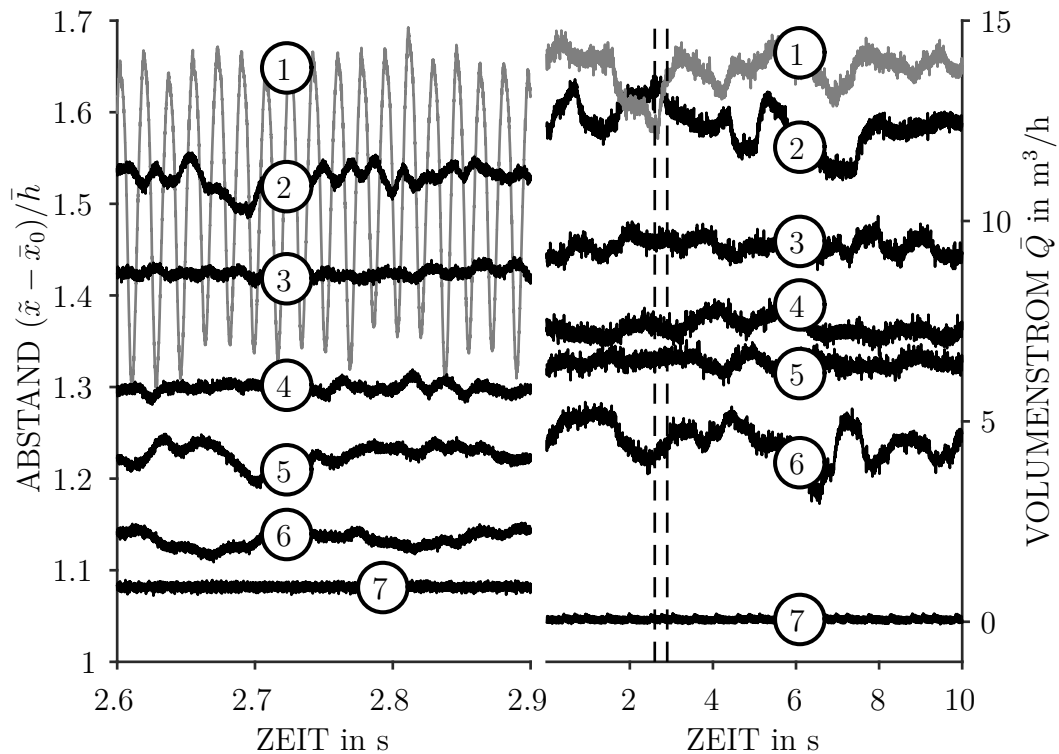


Abb. 4.12 – Zeitsignale einer Messreihe. Links: Dimensionsloses Abstandssignal eines Wirbelstromsensors; rechts: Volumenstrom

gramm auf der linken Seite der Abbildung ist auf der Ordinate der dimensionslose Abstand eines Wirbelstromsensors und auf der Abszisse die Zeit aufgetragen. Der Abstand des Wirbelstromsensors zum Drosselkörper wird dabei um die Wanddicke des Acrylglases subtrahiert und auf den mittleren Spalt bezogen. Das Abstandssignal auf der linken Seite ist nur ein Ausschnitt der Gesamtmesszeit von 10 s, um Schwingungen erkennen zu können. Ebenso sind wegen der Übersichtlichkeit nicht alle Zeitschriebe der Messreihe dargestellt. Auf der rechten Seite der Abbildung ist der jeweils zugehörige Volumenstrom über die Zeit aufgetragen. In der Konfiguration wird der Volumenstrom und damit die mittlere Strömungsgeschwindigkeit variiert. Zunächst fällt auf, dass der Drosselkörper bereits bei ruhendem Medium exzentrisch zur Kanalmitte ist. Ein dimensionsloser Abstand von einer Kanalhöhe entspricht einer konzentrischen Stellung. Wird nun die mittlere Strömungsgeschwindigkeit

erhöht, so ändert sich der Mittelwert des Abstands. Das heißt der Drosselkörper ändert seine Position. Der Drosselkörper bzw. die Ventilstange weicht aufgrund einer quasi-statischen Last aus. Hierbei ist anzumerken, dass die Positionsänderung nicht exakt in Richtung des Sensors stattfinden muss. Der Drosselkörper ist als Zylinder ausgeführt. Selbst eine senkrecht zum Sensor stattfindende Bewegung würde eine Abstandsänderung herbeiführen. Daher ist für die spätere Auswertung der Position und der Orbitalbewegung des Drosselkörpers ein weiterer Sensor integriert.

Die abgebildete Positionsänderung geht einher mit im Vergleich kleinen aperiodischen Schwingungen. Woher diese Schwingungen stammen ist unklar. Vermutungen hierzu sind Anregungen des Prüfstands, bspw. durch einen nicht konstanten Volumenstrom (vgl. rechte Seite der Abbildung 4.12), durch die Strömungskonditionierung vor der Messstrecke oder dem Antrieb des Prüfstands. Das Adjektiv „aperiodisch“ wird verwendet, da das Frequenzspektrum dieser Schwingungen (graue Kurve 2) in Abbildung 4.13 keine dominanten Frequenzen aufweist. Im Gegensatz dazu führt eine Änderung des mittleren Volumenstroms von $\bar{Q} \approx 12.4 \text{ m}^3/\text{h}$ (Kurve 2) auf $\bar{Q} \approx 13.8 \text{ m}^3/\text{h}$ (Kurve 1) zu einer drastischen Änderung im Bewegungsverhalten. Dies deutet auf ein Stabilitätsversagen hin. Ohne Fehlerbetrachtung hat Kurve 2 in Abbildung 4.12 zu Beginn im gewählten Zeitausschnitt einen höheren Volumenstrom als Kurve 1. Dies wechselt im gewählten Zeitausschnitt. Dennoch treten im Vergleich nur bei Kurve 1 größere Amplituden auf. Kurve 2 scheint im Zeitausschnitt zeitweise ähnliche Frequenzen wie Kurve 1 zu enthalten. Eine Auswertung im Frequenzbereich in Abbildung 4.13 zeigt jedoch nur bei Kurve 1 deutlich ausgeprägtere Frequenzen. Die Ordinate des Spektrums stellt die dimensionslose Amplitude der Bewegung des Drosselkörpers logarithmisch dar, um kleine Amplituden des Spektrums besser auflösen zu können. Auf der Abszisse ist die Frequenz in Hz dargestellt. Kurve 1 zeigt das Spektrum der radialen Bewegung des Drosselkörpers bei $\bar{Q} \approx 13.8 \text{ m}^3/\text{h}$. Im Spektrum der Kurve 1 zeigt sich die niedrigste Frequenzspitze mit mehreren Harmonischen höherer Ordnung, die in den ersten Ordnungen um jeweils eine Größenordnung in der Amplitude absinken. Kurve 2 bei $\bar{Q} \approx 12.4 \text{ m}^3/\text{h}$ hingegen zeigt, so wie die restlichen Betriebspunkte, keine ausgeprägten Frequenzspitzen. Das Spektrum fällt kontinuierlich ab.

Um nun auch die aperiodischen Schwingungen quantifizieren zu können, wird die relative Standardabweichung des Bewegungssignals gebildet

$$\sigma = \frac{1}{n} \frac{\sum_{i=1}^n (\tilde{\varepsilon}_{\tilde{r},i} - \bar{\varepsilon}_{\tilde{r}})^2}{\bar{h}},$$

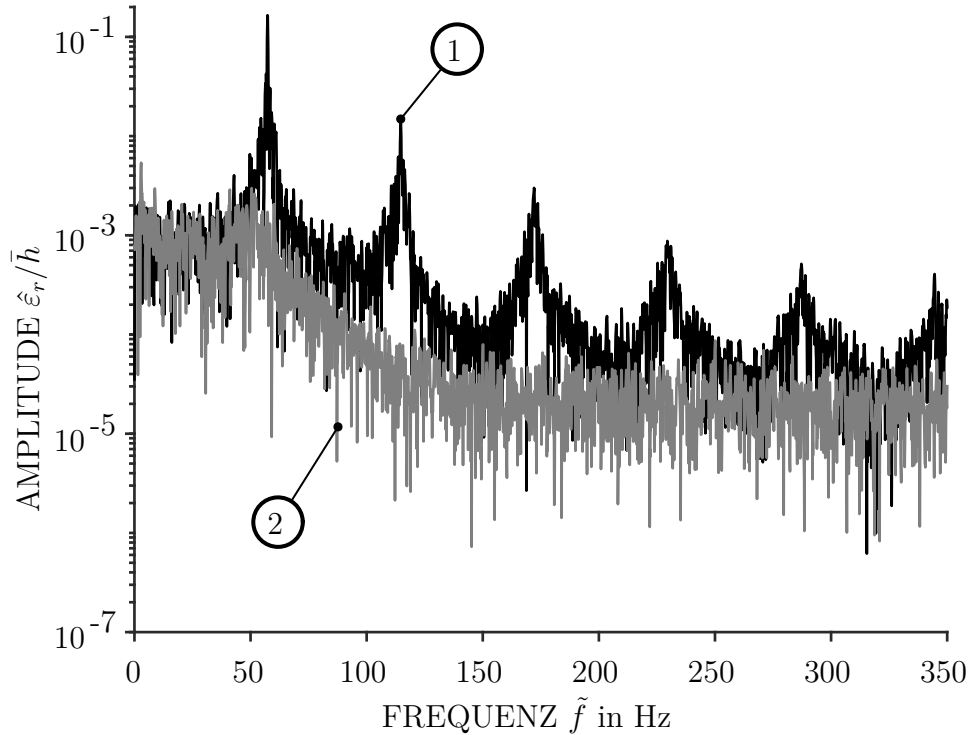


Abb. 4.13 – Frequenzspektrum der Orbits aus Abbildung 4.15 (Abtastfrequenz: 20 kHz, Tiefpassfilter: 2.5 kHz, Fensterung: Flat-Top-Fenster)

mit den einzelnen Messpunkten $\tilde{\varepsilon}_{r,i}$ und deren Mittelwert $\bar{\varepsilon}_r$. Eine hohe Standardabweichung ist gleichzusetzen mit einer hohen Amplitude, da während einer Messung alle Betriebsparameter konstant gehalten werden, und kein quasistatischer Trend des Wegsignals ersichtlich ist. Die Standardabweichung wird als mathematischer Operator verwendet, um die Abweichung zum Mittelwert zu berechnen und unterstellt dabei keine Normalverteilung. Die Auswertung der verschiedenen Messreihen erfolgt in Kapitel 4.6.1. Die unterschiedlichen Bewegungsarten sind auch in der orbitalen Bewegung des Drosselkörpers ersichtlich und werden nachfolgend aufgezeigt.

Orbitalbewegung des Drosselkörpers

Aufgrund der orbitalen Bewegung des Drosselkörpers wird das Bewegungssignal über beide Wirbelstromsensoren ausgewertet. Dafür werden zunächst die Positionen $\bar{x}_{0,i}$ der Wirbelstromsensoren mit Hilfe einer Passwelle nach Abbildung 4.14 bestimmt. Zwischen Passwelle und Kanal der Messstrecke besteht ein Spiel von $\bar{\varepsilon}_0 \approx 0.02$ mm. Zur Bestimmung des mitt-

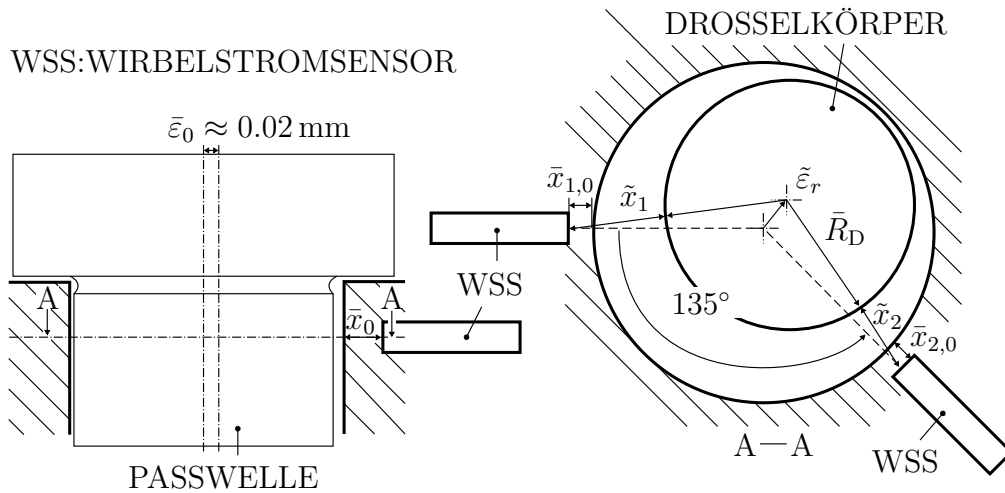


Abb. 4.14 – Passwelle und Anordnung der Wirbelstromsensoren

leren Abstands zwischen Passwelle und Wirbelstromsensor wird die Passwelle in 45°-Schritten gedreht sowie die entsprechenden Abstände über alle Schritte gemittelt. Mit diesen Referenzwerten wird anschließend die Position der eingesetzten Drosselkörper über den Kosinussatz bestimmt. Die Wirbelstromsensoren sind in einem Winkel von 135° zueinander angeordnet. Die Anordnung stammt aus Voruntersuchungen, in denen überprüft wurde, inwieweit sich die offenen Wirbelfelder der Wirbelstromsensoren gegenseitig beeinflussen.

Abbildung 4.15 enthält alle aufgezeichneten Orbits des Drosselkörpers der verschiedenen Betriebspunkte aus der (teilweise dargestellten) Messreihe in Abbildung 4.12. Dabei sind die Daten einer Filterung unterzogen worden. In Abbildung 4.15 ist neben den Orbits der gefilterten Daten auch ein Vergleich zwischen gefilterten und ungefilterten Daten abgebildet. Die Orbits der Drosselkörper werden auf die mittlere Spalthöhe bezogen. Die ersten und die letzten beiden Betriebspunkte einer Messreihe sind zwei Referenzmessungen ohne Strömung jeweils mit und ohne Überdruck. Im Experiment führt bereits eine Drucküberlagerung ohne Volumenstrom zur Verschiebung des Drosselkörpers. Dies ist nicht auf die Dehnung der Acrylglassmessstrecke zurückzuführen, da sie nur $\approx 3\mu\text{m}/\text{bar}$ beträgt, vgl. Abbildung 4.8. Die Verschiebung folgt aus der Verschiebung der Lagerung der Ventilstange. In Abbildung 4.16 wird dazu die Position der Traverse bzw. Lagerung der Ventilstange und des Drosselkörpers mit Hilfe der Wirbelstrom- und Lasersensoren verglichen. Die Abbildung enthält die Positionen abzüglich der Anfangsposition nach Ein-

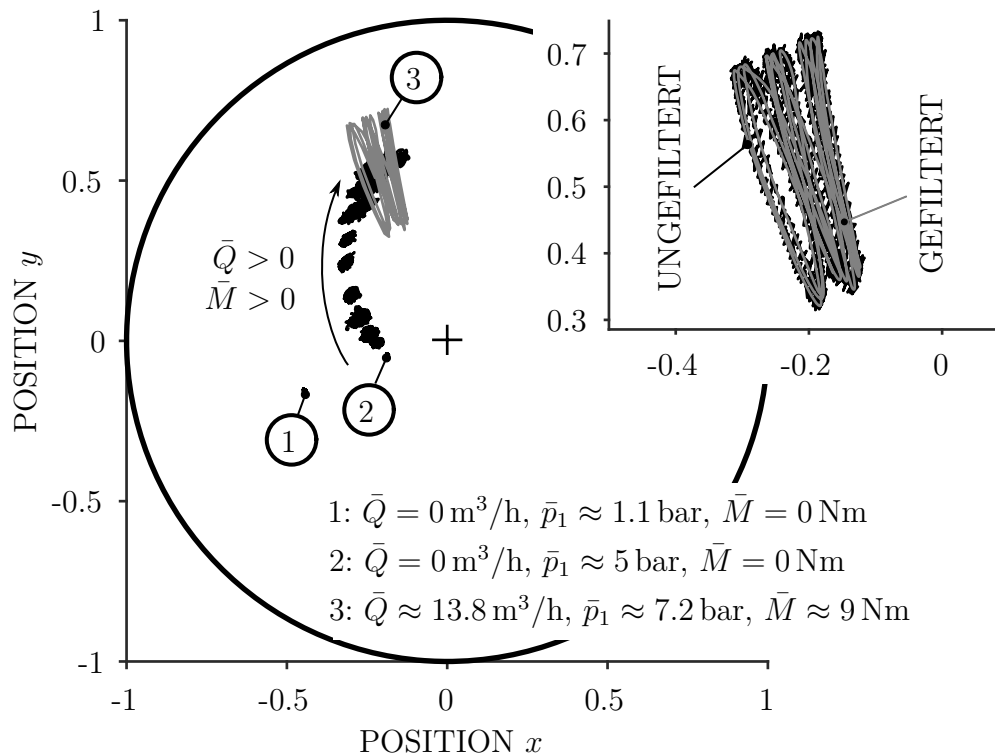


Abb. 4.15 – Orbits des Drosselkörpers aus der Messreihe in Abbildung 4.12. Orbits mit dominanten Frequenzen sind grau gezeichnet sonst schwarz.

bau der Ventilstange mit Drosselkörper. Die Lasersensoren sind dabei auf den Drosselkörper ausgerichtet, zeigen aber nicht in die gleiche Richtung wie die Wirbelstromsensoren. Auch die Wirbelstromsensoren der Lagerung und die Wirbelstromsensoren in der Messstrecke sind nicht zueinander ausgerichtet. Der Druck in der Kavität hinter dem Drosselkörper wird ebenfalls angegeben. Die Lagerung der Ventilstange und damit auch der Drosselkörper wird durch die Überlagerung mit statischem Überdruck verschoben. Woher die Verschiebung kommt ist unklar. Bei anschließender Volumenstromerhöhung erfolgt nur eine marginale Verschiebung der Lagerung, da der Druck in der Kavität hinter der Drosselstelle bzw. an der Lagerung konstant bleibt. Dies liegt an der Dissipation der kinetischen Energie der Strömung. Das heißt die entstehende Anfangsexzentrizität des Drosselkörpers bei Einbau wird nochmals durch statische Drucküberlagerung geändert, bevor die eigentliche Untersuchung beginnt. Eine gezielte Einstellung der Exzentrizität und der Verkipfung des Drosselkörpers war nicht möglich.

Neben der Positionsänderung aufgrund der Drucküberlagerung führt eine

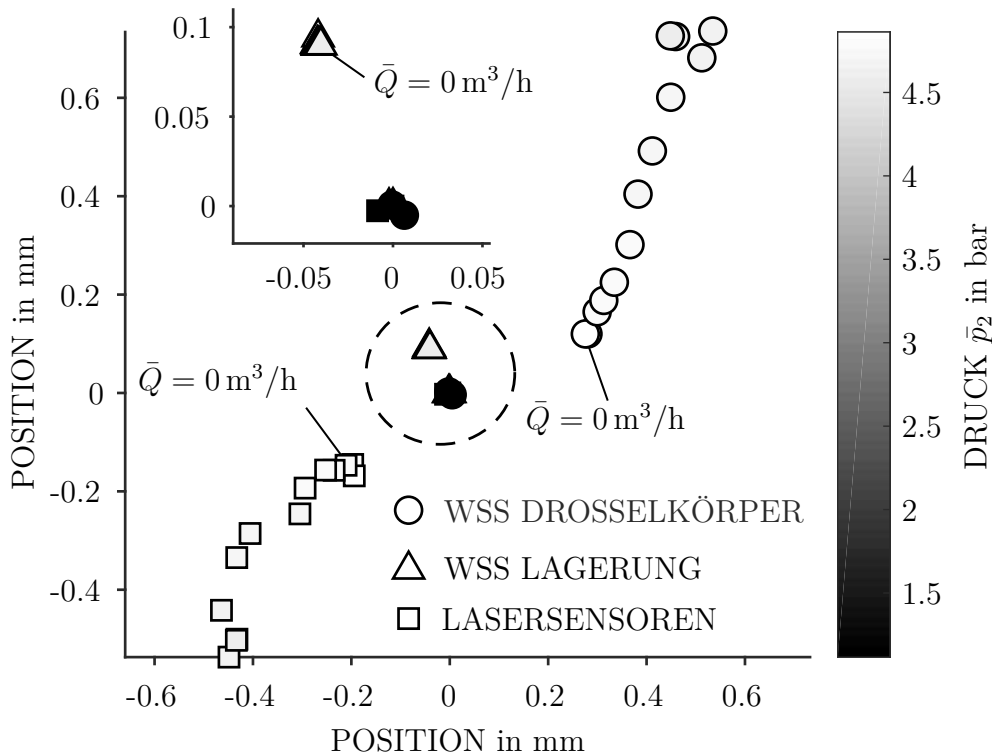


Abb. 4.16 – Position der Traverse und des Drosselkörpers für eine Messreihe. In Graustufen wird der Druck in der Kavität hinter dem Drosselkörper aufgetragen. WSS: Wirbelstromsensor

Erhöhung des mittleren Volumenstroms in Abbildung 4.15 ebenfalls zur Positionsänderung des Drosselkörpers im Kanal. Diese Positionsänderung ist auf die angreifenden Strömungskräfte zurückzuführen. Die Volumenstromerhöhung geht einher mit der Erhöhung des statischen Drucks vor dem Drosselkörper und einer Druckdifferenz am Drosselkörper. Es wurde bereits dargestellt, dass eine Erhöhung des Volumenstroms zu keiner nennenswerten Verschiebung der Lagerung der Ventilstange führt. Dennoch wird zusätzlich das gemessene mittlere Biegemoment der Ventilstange mit angegeben, vgl. Kapitel 4.5. Würde eine gemessene Positionsänderung aufgrund von Lagerverschiebungen durch die Wirbelstromsensoren aufgezeichnet, so müsste das Biegemoment Null bleiben. Dies ist der Fall bei den Referenzmessungen 1 und 2 ohne Strömung. Bewegt sich der Drosselkörper aufgrund angreifender Kräfte, so muss sich dies in einem Biegemoment an der Ventilstange äußern. Neben der Positionsänderung und dem Anstieg des mittleren Biegemoments führt der Drosselkörper Schwingungen um seine neuen Positionen aus (Kurven bzw. Punkte zwischen 2 und 3). Diese Schwingungen weisen im

gemessenen Zeitbereich geringe bis keine dominanten Frequenzen auf (oben als aperiodische Schwingungen bezeichnet). Dagegen entstehen bei Kurve 3 im Vergleich zu den restlichen Betriebspunkten, radiale Schwingungen mit großen Amplituden. Vom Orbit der Kurve 3 sind nur 0.2s der 10s Messzeit abgebildet, um die dahinterliegenden Orbits sehen zu können. Eine Auswertung der hier abgebildeten Messreihe hinsichtlich der orbitalen Bewegung des Drosselkörpers zeigt die bereits angesprochenen unterschiedlichen Bewegungsarten.

Die gezeigten Orbits des Drosselkörpers in Abbildungen 4.15 sind typisch für eine Vielzahl von untersuchten Konfigurationen. Es existieren aber auch Messreihen, bei denen nicht alle genannten Bewegungsarten auftreten. Auf diese wird nachfolgend eingegangen. Abbildung 4.17 zeigt Orbits von vier Messreihen mit unterschiedlichem Bewegungsverhalten. Die Orbits werden

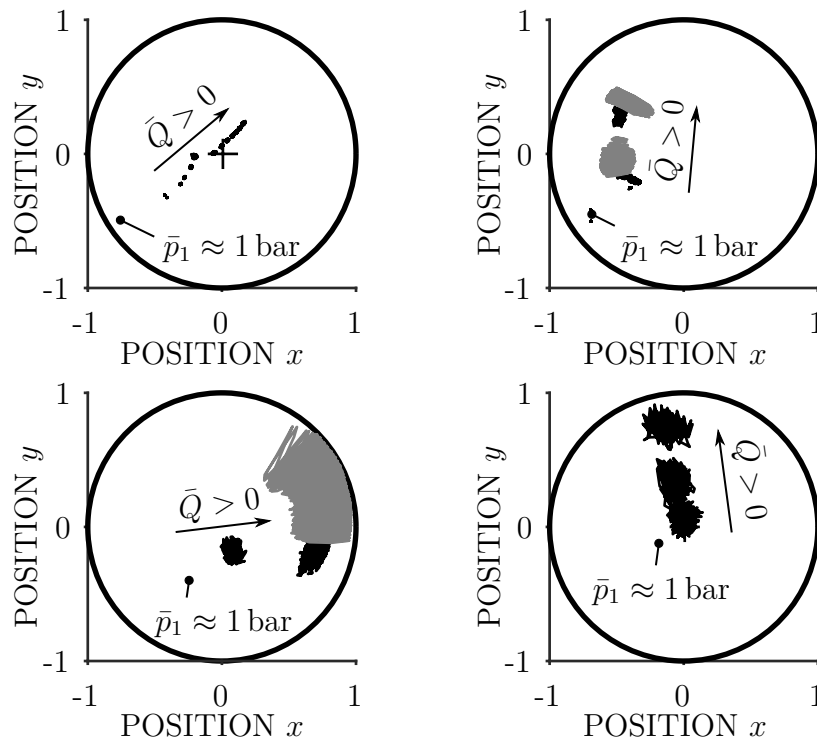


Abb. 4.17 – Orbits verschiedener Konfigurationen

wieder auf die mittlere Spalthöhe der jeweiligen Konfiguration bezogen und die entsprechende Bewandung des Kanals durch einen Kreis eingezeichnet. In der Abbildung werden die Orbits mit ausgeprägten Frequenzen im Frequenzspektrum grau gezeichnet. Sind dominante Frequenzen im Spektrum

nur schwer oder gar nicht erkennbar, so werden die Orbits schwarz gezeichnet. Das linke obere Bild beinhaltet eine Messreihe mit hoher Anfangsexzentrizität in der nur sehr kleine Schwingungen auftreten. Dieses Bild zeigt, dass es Konfigurationen gibt, in denen der Drosselkörper nicht oder nur marginal schwingt. Das zweite Bild oben rechts zeigt eine Besonderheit, die selten auftritt: Es tritt ein zweiter Bereich periodischer Schwingungen mit hohen Amplituden bei kleinerem Volumenstrom auf. Hierzu folgende Anmerkungen: Zu Beginn der Untersuchungen war nicht bekannt bei welchen Volumenströmen Schwingungen mit hohen Amplituden entstehen, und ob der überlagerte Druck ausreichen würde, um Kavitation zu unterdrücken. Daher wurde in den gezeigten Messreihen ausgehend von den höchsten Amplituden ohne Kavitation der Volumenstrom schrittweise reduziert. Eine umgekehrte Richtung mit schrittweiser Erhöhung des Volumenstroms, um mögliches Hystereseverhalten zu untersuchen, wurde nicht systematisch durchgeführt. Das dritte Bild unten links zeigt ein extremes Beispiel für die Verschiebung des Mittelpunkts des Drosselkörpers in Umfangsrichtung. Dieses Verhalten tritt i.d.R. überwiegend bei kürzerem Spalt auf und nicht in dem gezeigten Ausmaß. Das vierte Bild zeigt die Drosselkörperbewegung bei einem mittleren Spalt von $\bar{h} \approx 2 \text{ mm}$. Die Schwingungen nehmen mit dem Volumenstrom zu, aber dominante Frequenzen sind nur schwer oder gar nicht zu ermitteln. Dennoch gibt es Konfigurationen mit einer Spalthöhe von $\bar{h} \approx 2 \text{ mm}$, die dem Verhalten in Abbildung 4.15 ähneln und deutliche Frequenzen im Spektrum aufweisen.

Die Bewegung des Drosselkörpers im untersuchten Parameterraum wird folgendermaßen zusammengefasst:

- Die Lagerung der Ventilstange und damit auch der Drosselkörper werden bei statischer Drucküberlagerung verschoben. Eine gezielte Einstellung der Anfangsexzentrizität oder Verkipfung des Drosselkörpers war in dieser Arbeit nicht möglich. Des Weiteren konnte die Verkipfung des Drosselkörpers im Betrieb nicht gemessen werden.
- Der Drosselkörper weicht bei Erhöhung des Volumenstroms aufgrund angreifender Strömungskräfte quasi-statisch aus. Eine Verschiebung des Drosselkörpers über den Mittelpunkt des Kanals sowie weg davon sind möglich. Damit ist eine Vernachlässigung der Verkipfung des Drosselkörpers in der Berechnung nicht zulässig, da bei solchen Berechnungen die Strömungskräfte versuchen den Drosselkörper im Kanal zu zentrieren, siehe Abbildung 2.7. Zur Berechnung des quasi-statischen Gleichgewichts müssen mindestens das Modell nach Gleichung 2.25 oder nach

Gleichung 2.24 angesetzt werden, welche die Verkippung des Drosselkörpers berücksichtigen.

- Den quasi-statischen Verschiebungen sind kleinere aperiodische Schwingungen überlagert, deren Herkunft unbekannt ist. Es wird vermutet, dass diese kleinen Schwingungen des Drosselkörpers Antworten sind auf die ständigen Anregungen der Strömung oder des Antriebs des Prüfstands. In dieser Arbeit werden hierzu keine systematischen Untersuchungen durchgeführt. Der Schwerpunkt liegt auf den Schwingungen mit dominanten Frequenzen und großen Amplituden.
- Es existieren Betriebspunkte, bei denen der Drosselkörper mit großen Amplituden und dominanten Frequenzen in radialer Richtung schwingt.
- Es gibt Konfigurationen mit einer Spalthöhe von $\bar{h} \approx 2 \text{ mm}$, in denen größere Amplituden ohne dominante Frequenzen erreicht werden.

Abschließend wird eine Fehlerbetrachtung der Positionsbestimmung des Drosselkörpers im Kanal durchgeführt. Dazu wird die relative Position im Kanal betrachtet

$$\delta\left(\frac{\tilde{\varepsilon}_r}{\bar{h}}\right) = \sqrt{\left(\frac{\delta(\tilde{\varepsilon}_r)}{\bar{h}}\right)^2 + \left(\frac{\delta(\bar{h})}{\bar{h}^2} \tilde{\varepsilon}_r\right)^2} \approx \frac{\delta(\tilde{\varepsilon}_{\text{Mess}}) + \delta(\tilde{\varepsilon}_{\text{Pos}})}{\bar{h}} < 4.2\%.$$

Die Fehleranteile setzen sich dabei aus dem Fehler der Position des Drosselkörpers $\delta(\tilde{\varepsilon}_r)$ und der Spalthöhe $\delta(\bar{h})$ zusammen. In der relativen Darstellung kann der Anteil der Spalthöhe vernachlässigt werden, sodass nur noch die Fehleranteile aus der Abstandsmessung $\delta(\tilde{\varepsilon}_{\text{Mess}})$ und der Positionierung $\delta(\tilde{\varepsilon}_{\text{Pos}})$ der Wirbelstromsensoren übrig bleiben. Der Positionierungsfehler wird hier nur aus der Verschiebung der Wirbelstromsensoren aufgrund der Dehnung der Acrylglassmesstrecke in Abbildung 4.8 zu $15 \mu\text{m}$ angenommen. Mit Hilfe einer Passwelle in Abbildung 4.14, die in 45° -Schritten gedreht wird, wird die Position der Wirbelstromsensoren bestimmt. Da der Verlauf der Abstandswerte einem Sinusverlauf entspricht, wird der Mittelwert der Abstände als guter Schätzer für den tatsächlichen Abstand angesehen. Der Fehler der Abstandsmessung wird der Kalibration entnommen und ist vom Abstand und vom Durchmesser des Drosselkörpers abhängig. Für kleinen Drosselkörperdurchmesser und Abstände bis 4 mm beträgt der Messfehler bis zu 1.5 % des Messwerts. Da jedoch der Positionsfehler für große und kleine Drosselkörper sowie unterschiedliche Abstände gleich ist, wird der maximale Messfehler von 4.2 % bei großen Drosselkörperdurchmesser $\bar{d}_D = 63 \text{ mm}$ bzw. kleinem Spalt $\bar{h} = 0.5 \text{ mm}$ erreicht.

Axialkraft und Biegemoment

Zur Messung der Axialkraft und des Biegemoments der Strömung ist eine der Ventilstangen mit vier Dehnungsmessstreifen ausgestattet. Die Ventilstange mit Dehnungsmessstreifen ist im Vergleich zu den anderen Ventilstangen innen hohl, um die Kabel der Dehnungsmessstreifen hindurch zu führen. Der Innendurchmesser beträgt ≈ 7.4 mm. Die Kalibration der Dehnungsmessstreifen wurden in Kapitel 3.3 vorgestellt. Die Messung der Axialkraft und des Biegemoments in Abbildung 4.18 stellt die selbe Messreihe dar wie in Abbildung 4.12. Die Abbildung 4.18 zeigt im oberen Bild die mittlere Axialkraft bezogen auf den mittleren Volumenstrom. Im oberen Diagramm werden sowohl Axialkraft als auch Volumenstrom über die Zeit gemittelt. Dargestellt sind die Axialkräfte mit den jeweils gegenüberliegenden Dehnungsmessstreifen sowie eine Berechnung der Axialkraft aus der statischen Druckdifferenz am Drosselkörper. Dies dient der Plausibilisierung und zeigt, dass die Axialkraft näherungsweise durch die Druckdifferenzen abgebildet werden kann. Im unteren Teil der Abbildung sind die normierten Zeitschriebe der Axialkraft und des Biegemoments zweier Betriebspunkte des oberen Diagramms dargestellt. Das Biegemoment und die Axialkraft werden immer nur mit den gegenüberliegenden Dehnungsmessstreifen berechnet. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird jeweils nur eine der beiden Momenten- und Kraftverläufe dargestellt. Das Biegemoment der unteren Abbildungen verläuft zwischen 6 und 12 Nm. Daher werden zur Übersichtlichkeit beide Verläufe mit ihren Mittelwerten normiert. Wie zuvor sind größere Schwingungen im Momentenverlauf erst ab einem mittleren Volumenstrom von $\bar{Q} \approx 13.8$ m³/h erkennbar. Auf das Stabilitätsversagen wurde bereits oben hingewiesen. Anhand des zeitlichen Verlaufs der Axialkraft und ihrer Darstellung über der mittleren Strömungsgeschwindigkeit sind drei Erkenntnisse möglich:

- Die Axialkraft führt marginale Schwingungen aus. Durch die Annahme vernachlässigbarer Schwingungen und Dehnungen in axialer Richtung wird der Modellierungsaufwand in Kapitel 2 reduziert.
- Die Axialkraft wird näherungsweise durch die statische Druckdifferenz am Drosselkörper beschrieben.
- Zuletzt kann dem Betrag der Axialkraft entnommen werden, dass die Axialkraft nicht alleiniger Grund für das Stabilitätsversagen ist. Die beobachteten Axialkräfte der experimentellen Parameterstudie in Kapitel 4.6.1 sind um eine Größenordnung kleiner als die notwendigen Kräfte nach Kapitel 2.5.2.

Das nächste Kapitel beinhaltet die experimentellen und theoretischen Parameterstudien am generischen Hubventil. Im Gegensatz zu diesem Kapitel mit Detaildarstellungen zu einzelnen Betriebspunkten, liegt der Fokus auf der kompakten Darstellung einer Vielzahl von Betriebspunkten, um den Einfluss verschiedener Parameter auf mögliche Schwingungen im Hubventil aufzuzeigen.

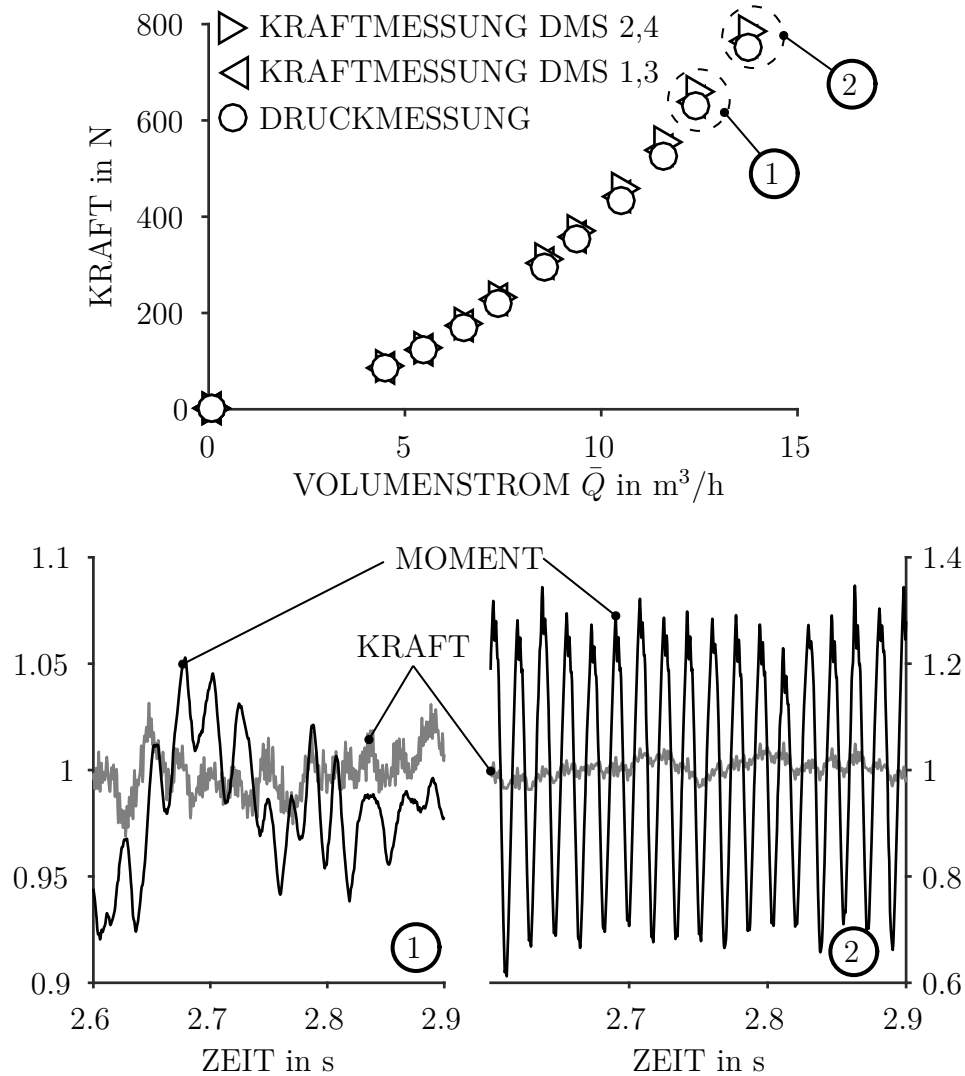


Abb. 4.18 – Gemessene Axialkräfte und Biegemomente der Ventilstange aus der Messreihe in Abbildung 4.12. Oben: Über die Zeit gemittelte Axialkraft und Volumenstrom; Unten: Ausschnitt des Zeitverlaufs der Axialkraft und des Biegemoments zweier Betriebspunkte der Messreihe.

4.6 Parameterstudien am generischen Hubventil

Dieses Kapitel enthält im ersten Teil die experimentelle Parameterstudie, die im zweiten Teil mit den Berechnungsergebnissen verglichen wird. Zunächst wird das experimentell ermittelte Frequenzspektrum der Drosselkörperbewegung weniger Betriebspunkte gezeigt. Dort sind ausgeprägte Frequenzen nahe der ersten drei Biegeeigenfrequenzen der gelagerten Ventilstange erkennbar. Daher wird im späteren Abschnitt der theoretischen Untersuchungen die Stabilität der ersten drei Eigenwerte des Modells überprüft. Im Anschluss an das experimentelle Frequenzspektrum folgen kompakte Darstellungen der Schwingungen ausgewertet hinsichtlich ihrer Amplituden für verschiedene Parameterkonfigurationen. Bei den experimentellen Parametervariationen ist ein Einfluss nur bei der Spaltlänge erkennbar. Das Modell bestätigt den dominanten Einfluss der Spaltlänge auf die Stabilität des Ventils. Das Modell zeigt im Gegensatz zu den Experimenten den Einfluss der Exzentrizität des Drosselkörpers auf die Stabilität des Ventils. Der Einfluss der Exzentrizität ist i.d.R. aber deutlich kleiner als der Einfluss der Spaltlänge.

4.6.1 Experimentelle Untersuchungen

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der experimentellen Parameterstudien vorgestellt. Mithilfe der Parameterstudie soll die Abhängigkeit der Drosselkörperbewegungen von verschiedenen Parametern aufgezeigt werden. Der untersuchte Parameterraum in Kapitel 4.1 sowie der experimentelle Aufbau in Kapitel 3 wurden bereits vorgestellt. In den Parameterstudien werden der Ventilstangen- und Drosselkörperdurchmesser, der Volumenstrom, die Hubstellung und der Lagerabstand variiert. Als Fluid wird Wasser eingesetzt, welches zur Vermeidung von Kavitation mit 3 bis 4 bar statischem Druck überlagert wird. Die Dichte und Viskosität wird über die gemessene Temperatur ermittelt. Zusätzlich zu den Geometrie- und Betriebsparametern (Druck, Volumenstrom, Temperatur), werden die radialen Bewegungen des Drosselkörpers in der Ebene und der Lagerung der Ventilstange aufgezeichnet. Über den Hub und den Drosselkörperdurchmesser werden der mittlere Spalt und die Spaltlänge eingestellt. Die Exzentrizität und Verkippung des Drosselkörpers im Spalt können dagegen nicht gezielt eingestellt werden und resultieren aus der Montage. Gleiches gilt auch für die Lagereigenschaften, vgl. Kapitel 4.2. Dort zeigt sich eine gewisse Streuung in der ersten Biegeeigenfrequenz der gelagerten Ventilstange. Die Parameterstudien werden in einzelnen Messreihen mit mehreren Betriebspunkten durchgeführt. Eine Mess-

reihe umfasst eine geometrische Einstellung des Ventils mit Ventilstange und Drosselkörperdurchmesser, Hubstellung, Lagerabstand sowie eine Variation des Volumenstroms. Ein Betriebspunkt wird 10 Sekunden lang aufgezeichnet. Während eines Betriebspunkts wird der Volumenstrom nicht variiert. Die dennoch aufgezeichneten Schwankungen im Volumenstrom in Abbildung 4.12 sind technisch bedingt. Eine Messreihe wird ausgehend vom höchsten Volumenstrom schrittweise reduziert. Es werden zusätzlich Referenzmessungen ohne Strömung durchgeführt, um die Anfangsexzentrizität des Drosselkörpers im Kanal sowie das Messrauschen der Sensoren zu bestimmen. Die Reproduzierbarkeit der Ergebnisse soll durch Wiederholungen der Versuchsreihen sichergestellt werden. Die Wiederholungen werden mit gewissem zeitlichen Abstand zueinander durchgeführt und zwischen den Wiederholungen der Prüfstand und das Traversensystem des Ventils zerlegt. Auch für bestimmte Geometrieänderungen muss das Traversensystem teilweise zerlegt werden. Durch die Wiederholungen mit Zerlegen des Prüfstands wird der Einfluss der Montagebedingungen mitberücksichtigt.

Schwingt das Ventil in seiner Biegeeigenfrequenz, so gibt dies bereits einen Hinweis auf die Ursache der Schwingung. Entweder ist die Anregung breitbandig, entspricht genau der Biegeeigenfrequenzen oder es handelt sich um eine selbsterregte Schwingung, die ihre Energie aus dem umströmenden Fluid bezieht. Bei den durchgeführten Parameterstudien gibt es Konfigurationen, bei denen eine Auswertung ausgeprägter Frequenzen über einen weiten Frequenzbereich der radialen Drosselkörperbewegung $\tilde{\varepsilon}_{\tilde{r}}$ möglich war. Abbildung 4.19 zeigt Messungen hierzu. In der Abbildung ist auf der Ordinate die relative Amplitude $\hat{\varepsilon}_{\tilde{r}}/\bar{h}$ und auf der Abszisse die Frequenz aufgetragen. Die dargestellten Messungen enthalten die Ventilstange mit Dehnungsmessstreifen ohne zusätzliche Führung, d.h. die Einstellungen zur Struktureigenfrequenz sind konstant. Die ersten drei Biegeeigenfrequenzen dieser Konfiguration liegen bei 48, 488, 1419 Hz. Der mittlere Spalt wird konstant auf $\bar{h} = 0.5$ mm gehalten. Die relative Spaltlänge wird zwischen $0.78 < l_S < 1$ und die mittlere Spaltströmungsgeschwindigkeit zwischen $15 \text{ m/s} < \bar{U} < 22 \text{ m/s}$ variiert. Die mittlere Spaltströmungsgeschwindigkeit wird aus dem gemessenen Volumenstrom und dem Spaltquerschnitt ermittelt. Der voll eingefahrene bzw. ausgefahrene Drosselkörper entspricht einer relativen Spaltlänge von $l_S = 1$ bzw. $l_S = 0$. Im Frequenzspektrum sind mehrere Harmonische der niedrigsten Frequenzspitze erkennbar. Die niedrigste Frequenzspitze liegen nahe der ersten Biegeeigenfrequenz, variieren aber mit den Parametereinstellungen von 46 Hz bis 60 Hz. Die Harmonischen klingen bis etwa 250 Hz ab. Die nächsten Amplitudenspitzen liegen zwischen 445 Hz und 499 Hz und damit nahe der zweiten Biegeeigenfrequenz. Die nächste Gruppe von Amplitudenspitzen

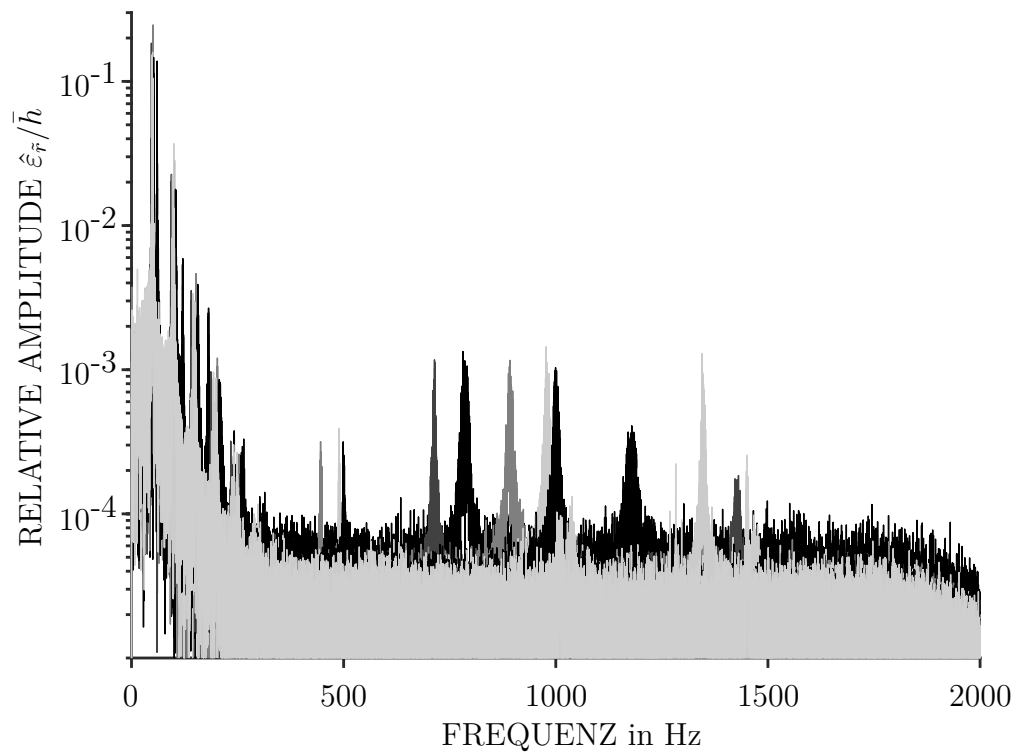


Abb. 4.19 – Frequenzspektrum der relativen Drosselkörperbewegung $\hat{\varepsilon}_{\bar{r}}/\bar{h}$ mit $\bar{h} = 0.5$ mm, $0.78 < l_S < 1$ und 15 m/s $< \bar{U} < 22$ m/s.

zen liegen zwischen 720 Hz und 1000 Hz und damit zwischen der zweiten und dritten Biegeeigenfrequenz. Teilweise entsprechen sie dem doppelten der zweiten Biegeeigenfrequenz. Und die dritte Gruppe mit 1185 Hz bis 1450 Hz liegt näher bzw. um die dritte Biegeeigenfrequenz. Damit liegt es nahe, von einer selbsterregten Schwingung auszugehen. Eine Auswertung der Schwingungen hinsichtlich Frequenz und Amplitude war nicht immer möglich, daher werden auf den Ordinaten der (meisten) nachfolgenden Abbildungen die relative Standardabweichung der radialen Drosselkörperbewegung als Indikator $\sigma = \sigma(\hat{\varepsilon}_{\bar{r}})/\bar{h}$ für einsetzende Schwingungen angegeben, vgl. Kapitel 4.5. In den nachfolgenden Abbildungen der Parameterstudien werden wegen der Übersichtlichkeit keine Fehlerbalken angegeben.

In Abbildung 4.20 sind zwei unterschiedliche Studien zu den Schwingungen des hier untersuchten generischen Ventils zusammengefasst. Auf der Ordinate ist der genannte Indikator für Schwingungen aufgetragen. Je größer dieser ist, desto größer sind die Schwingungen. Auf der Abszisse wird die mittlere Spaltströmungsgeschwindigkeit aufgetragen. Die linke Seite enthält Messun-

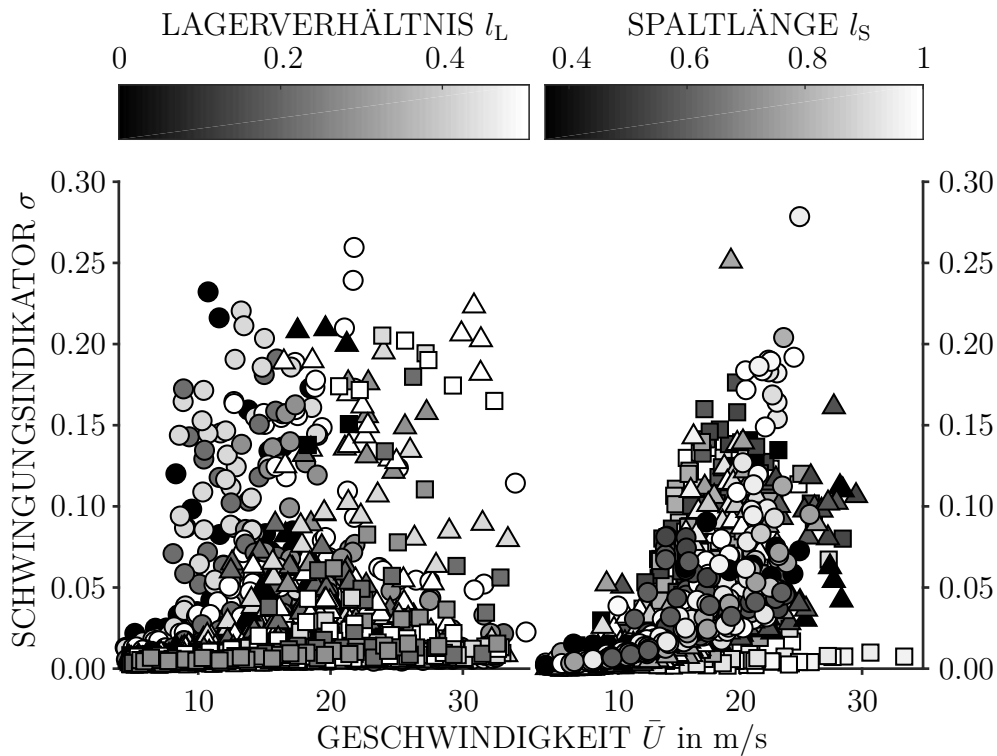


Abb. 4.20 – Schwingungsindikator σ aufgetragen über der mittlerer Spaltströmungsgeschwindigkeit \bar{U} für unterschiedliche Spalthöhen \bar{h} , Ventilstangendurchmesser \bar{d}_{St} , relative Lagerabstände l_L und relative Spaltlängen mit $l_S = 1$ für den voll eingefahrenen Drosselkörper sowie $l_L = 0$ ohne radiale Führung der Ventilstange. Die Graustufen zeigen auf der linken Seite den relativen Lagerabstand und auf der rechten Seite die relativ Spaltlänge. Anhand der Marker wird auf der linken Seite der Ventilstangendurchmesser und auf der rechten Seite die Spalthöhe unterschieden.

gen mit unterschiedlichen Strukturparametern des Ventils, aber nur den halb und voll eingefahrenen Drosselkörper und damit zwei unterschiedliche Spaltlängen. Auf der linken Seite werden die unterschiedlichen Stangendurchmesser über die Marker und der relative Lagerabstand über die Graustufen dargestellt. Durch die unterschiedlichen Geometrieinstellungen variiert die erste Biegeeigenfrequenz der Ventilstange mit Lagerung (im Trockenen) zwischen 30 und 180 Hz. Auf der rechten Seite stellen die unterschiedlichen Marker die Drosselkörperdurchmesser und die Graustufen die relative Spaltlänge dar, Jedoch wird auf der rechten Seite nur die Ventilstange mit Dehnungsmessstreifen sowie ohne zusätzliche radiale Führung untersucht. Die Ergebnisse zeigen Schwingungen bei allen Konfigurationen. Allerdings streut die Höhe

der Schwingungen trotz vermeintlich gleich eingestellter Geometrie und Betriebsbedingungen deutlich. Die nachfolgenden Abbildungen zeigen die experimentellen Ergebnisse der rechten Seite der Abbildung 4.20 im Detail. Aufgrund ihrer Größe befinden sich die Abbildungen am Ende dieses Kapitels.

In Abbildung 4.22 werden der Volumenstrom, der mittlere Spalt und die Spaltlänge gezielt eingestellt. Der mittlere Spalt nimmt vom oberen bis zum unteren Bild zu. Die Graustufen zeigen die relative Spaltlänge mit $l_S = 1$ für den voll eingefahrenen Drosselkörper. Alle drei Bilder enthalten auf der Ordinate den Schwingungsindikator σ und auf der Abszisse die mittlere Spaltströmungsgeschwindigkeit. Eine Abhängigkeit der Schwingungen von der Spaltlänge ist beim mittleren und unteren Bild mit der Spalthöhe $\bar{h} = 1$ mm und $\bar{h} = 2$ mm erkennbar. Bei $\bar{h} = 1$ mm treten größere Schwingungen mit längeren Spalten bei niedrigeren Spaltgeschwindigkeiten auf. Im Vergleich entstehen bei $\bar{h} = 2$ mm die größten Schwingungen auch bei längerem Spalt. Dagegen ist bei $\bar{h} = 0.5$ mm keine Abhängigkeit der Spaltlänge erkennbar. Hinzu kommt, dass die Abbildung 4.22 viele Betriebspunkte enthält, die kleine Schwingungen ausführen, anhand derer keine Systematik zu erkennen ist. Der Indikator stellt lediglich den mathematischen Operator der Standardabweichung inklusive Messrauschen dar. Außerdem beträgt nach Kapitel 4.5 der relative Messfehler der Wirbelstromsensoren 4.2 %.

Um mögliche Abhängigkeiten besser erkennen zu können, werden in Abbildung 4.23 Schwingungen kleiner $\sigma < 5\%$ abgeschnitten. Auf der Abszisse bleibt die mittlere Strömungsgeschwindigkeit und auf der Ordinate wird die relative Spaltlänge aufgetragen. Die Graustufen zeigen die Exzentrizität vor Beginn einer Messreihe ohne Volumenstrom aber bereits mit Druck beaufschlagt. Anhand der Spaltlänge im oberen Bild für $\bar{h} = 0.5$ mm ist zu erkennen, dass die Spaltlänge in Stufen variiert wird. Dort ist wieder keine Abhängigkeit von der Spaltlänge ersichtlich. Über verschiedene Spaltlängen und Geschwindigkeiten entstehen Schwingungen mit mindestens $\sigma > 5\%$. Allerdings gibt es eine Häufung der Betriebspunkte mit kleiner Exzentrizität bei geringeren Geschwindigkeiten. Die Abhängigkeiten von der Spaltlänge bei $\bar{h} = 1$ mm und $\bar{h} = 2$ mm sind deutlich erkennbar. Dafür zeigt die Exzentrizität bei $\bar{h} = 1$ mm kein deutliches Bild. Bei $\bar{h} = 2$ mm sammeln sich Betriebspunkte mit $\sigma > 5\%$ und höhere Anfangsexzentrizitäten bei höheren Spaltlängen. Deutliche Abhängigkeiten der Schwingungen im Ventil von den unterschiedlichen Parameter sind schwer auszumachen und am ehesten bei der Spaltlänge erkennbar.

Bevor im nächsten Kapitel auf die Berechnungsergebnisse eingegangen wird, werden hier die Ergebnisse der ermittelten Axialkräfte im Betrieb zusammenfassend dargestellt. Die Abbildung 4.21 zeigt die Unabhängigkeit der Bewegung von der Axialkraft. Es wird wieder der Schwingungsindikator über der

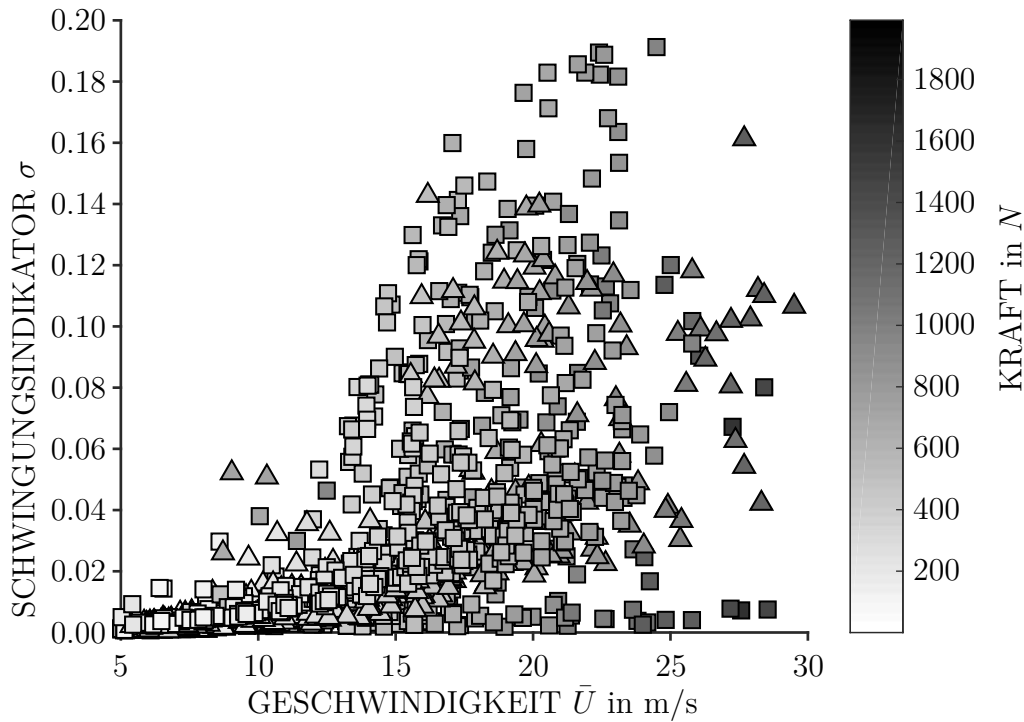


Abb. 4.21 – Axialkraft der Staupunktströmung auf die Stirnfläche des Drosselkörpers, ermittelt aus der Druckdifferenz über die Drosselstelle.

mittleren Spaltströmungsgeschwindigkeit aufgetragen. Die Graustufen geben die Axialkraft an. Die Axialkraft wird anhand der Druckdifferenz am Drosselkörper berechnet und stichprobenartig mittels der gezeigten Dehnungsmessstreifen überprüft. Kapitel 4.5 zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen gemessener und ermittelter Axialkraft aus der Druckdifferenz.

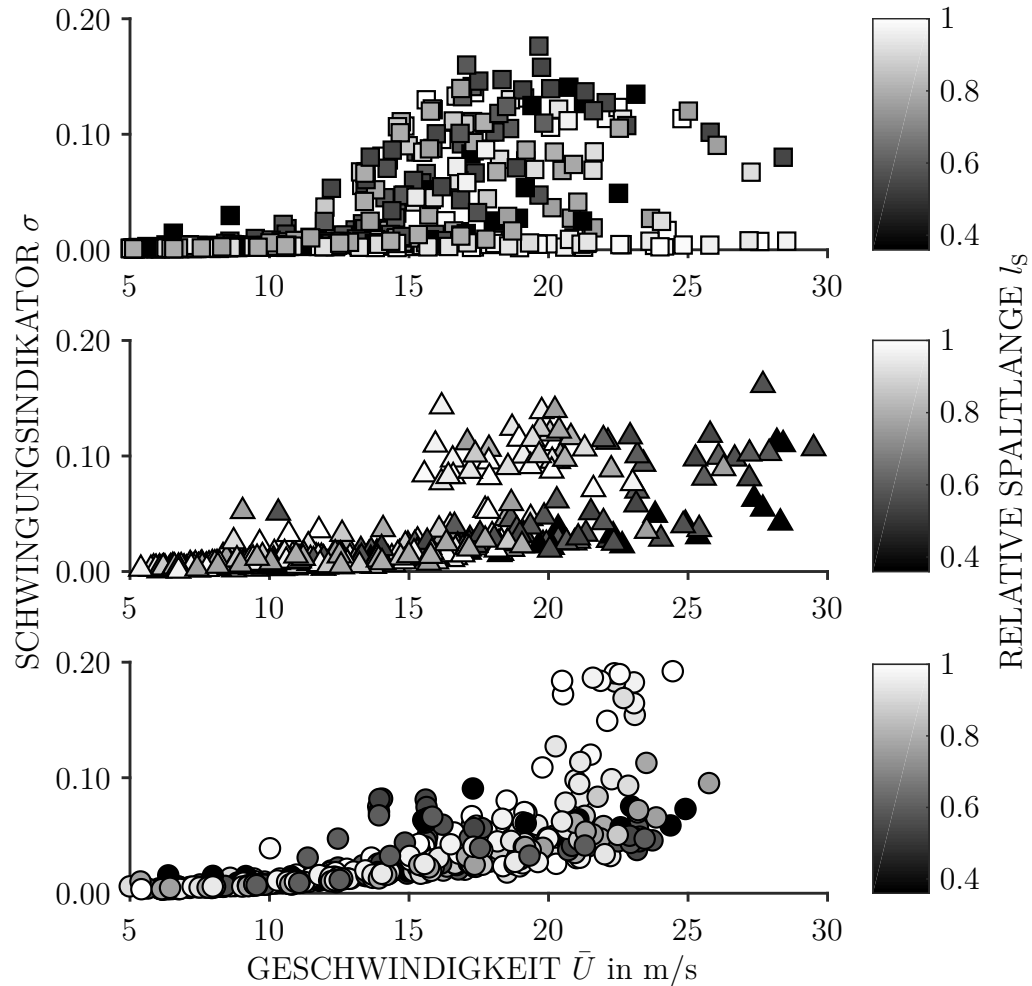


Abb. 4.22 – Schwingungsindikator σ aufgetragen über der mittlerer Spaltströmungsgeschwindigkeit \bar{U} für unterschiedliche mittlere Spalthöhen \bar{h} und relative Spaltlängen mit $l_s = 1$ für den voll eingefahrenen Drosselkörper. Die Graustufen zeigen die unterschiedlichen Spaltlängen und anhand der Marker sind die Spalthöhen zu unterscheiden, Quadrate für $\bar{h} = 0.5$ mm, Dreiecke für $\bar{h} = 1$ mm und Kreise für $\bar{h} = 2$ mm.

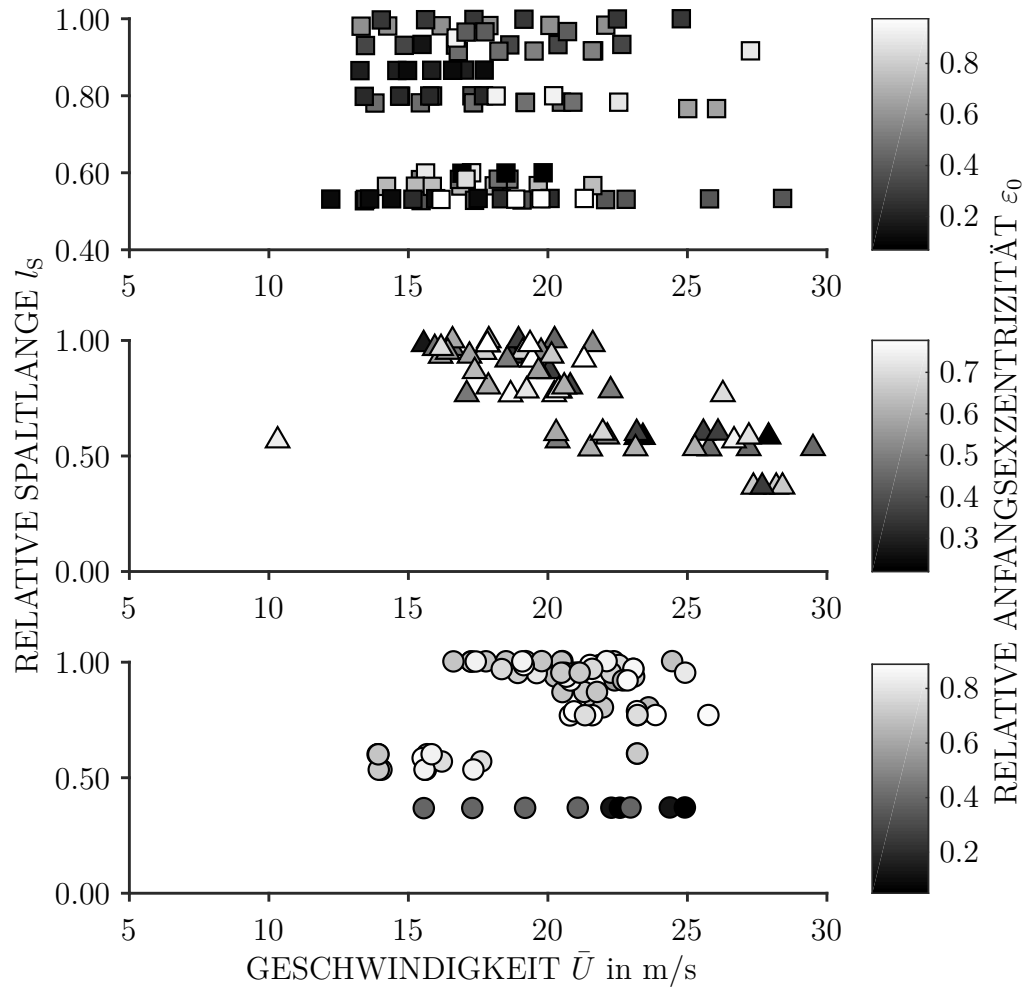


Abb. 4.23 – Relative Spaltlänge l_s aufgetragen über der mittlerer Spaltströmungsgeschwindigkeit \bar{U} für unterschiedliche mittlere Spalthöhen \bar{h} und relative Anfangsexzentrizitäten ε_0 , die durch die Graustufen dargestellt werden. Die Marker stellen Betriebspunkte mit $\sigma > 5\%$ dar und unterscheiden die Spalthöhen, mit Quadrate für $\bar{h} = 0.5$ mm, Dreiecke für $\bar{h} = 1$ mm sowie Kreise für $\bar{h} = 2$ mm.

4.6.2 Theoretische Betrachtungen

Die Ergebnisse der Parameterstudie mit dem Modell aus Kapitel 2 werden hier vorgestellt und mit den experimentellen Parameterstudien aus dem vorherigen Kapitel verglichen. Mit dem Modell werden die mittleren Strömungsgeschwindigkeiten bei jeweiliger Parametereinstellung des Ventils bestimmt, bei denen Schwingungen entstehen. Hier werden nur die Berechnungsergebnisse zur Ventilstange mit Dehnungsmessstreifen vorgestellt, da zu dieser Ventilstange Experimente mit mehr als zwei unterschiedlichen Spaltlängen vorliegen und nach den Experimenten die Spaltlänge Einfluss auf die Schwingungen hat. Die Amplituden der Schwingungen können mit dem Modell nicht quantifiziert werden, da eine Linearisierung der Strömungskräfte erfolgt, vgl. Kapitel 2.3 und Kapitel 2.5.2. Die Stabilität des Ventils wird anhand seiner Eigenwerte diskutiert. Die Eigenwerte $\tilde{\Lambda}_i = \bar{\Omega} \Lambda_i$ sind mit der Frequenz nach Gleichung 2.18 dimensionslos gemacht. Instabilität wird erreicht wenn der Realteil des Eigenwerts positiv wird. Der Imaginärteil des Eigenwerts stellt die Eigenfrequenz dar.

Abbildung 4.24 zeigt, bei welchen relativen Eigenfrequenzen das Ventil instabil wird, und welchen Einfluss die Dämpfung der Ventilstangenlagerung hat. Auf der linken Seite ist der Realteil des zweiten Eigenwerts über der mittleren Spaltströmung exemplarisch für unterschiedliche Modellkonfigurationen und zwei unterschiedliche Spaltlängen aufgetragen, ähnlich der Abbildung 2.9 in Kapitel 2.5.2. Die festgehaltenen Parameter sind die mittlere Spalthöhe $\bar{h} = 1 \text{ mm}$ und die relative Anfangsexzentrizität $\varepsilon_0 = -0.5$. Die Kreuze sind Berechnungsergebnisse ohne stationäres Moment der Spaltströmung, vgl. Kapitel 2.5.1. Abgesehen von den Kreuzen wird die Dämpfung der Einspannung anhand der Marker unterschieden. Quadrate enthalten keine Dämpfung, Dreiecke 1 % und Kreise 5 %. Ausgefüllte Marker besitzen eine Spaltlänge von $l_S = 0.8$ und nicht ausgefüllte von $l_S = 0.4$. Bei einer Spaltlänge von $l_S = 0.4$ sind alle Realteile der Eigenwerte negativ und damit das Ventil stabil. Bei $l_S = 0.8$ hingegen verschiebt die Dämpfung der Lagerung die positiven Realteile des Eigenwerts zu größeren Strömungsgeschwindigkeiten.

Auf der rechten Seite der Abbildung 4.24 ist auf der Ordinate der Realteil und auf der Abszisse der Imaginärteil der Eigenwerte der Parameterstudie aufgetragen. Die Dämpfung der Lagerung wurde deaktiviert. Der Imaginärteil wird auf die jeweilige Eigenfrequenz des Ventils ohne Fluid bezogen. Das heißt ein Frequenzverhältnis von 1 entspricht der Frequenz ohne Fluid. Die experimentellen Untersuchungen zeigen Ergebnisse bis zur dritten Biegeeigenfrequenz.

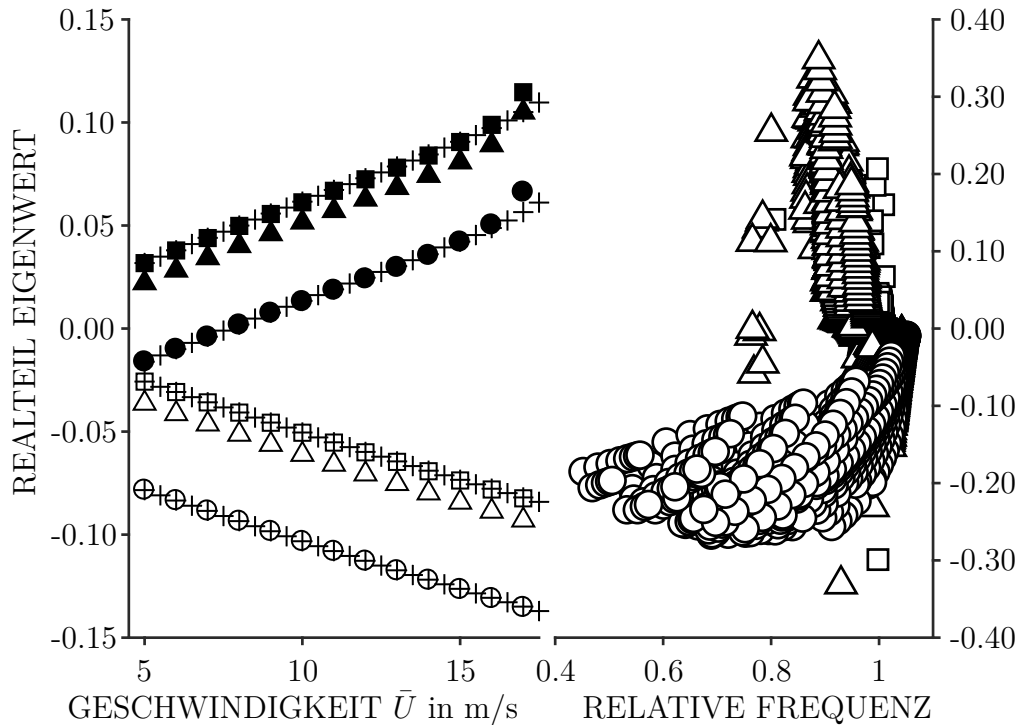


Abb. 4.24 – Links, Einfluss der Dämpfung der Einspannung auf den zweiten Eigenwerte sowie rechts die ersten drei Eigenwerte aller berechneten Betriebspunkte.

Daher werden die ersten drei Eigenwerte mit dem Modell untersucht. Ergebnisse mit erster Eigenfrequenz sind durch Kreise, mit zweiter Eigenfrequenz durch Dreiecke und mit dritter Eigenfrequenz durch Quadrate abgebildet. Die Berechnungsergebnisse zeigen Instabilitäten bei der zweiten und dritten Eigenfrequenz. Dagegen ist der erste Eigenwert auch ohne Dämpfung der Lagerung bei allen Berechnungsergebnissen stabil. Welcher Eigenwert bei welcher Parameterkonfiguration des Ventils instabil wird, fasst Abbildung 4.26 am Ende dieses Kapitels zusammen. Anhand der Ergebnisse in Abbildung 4.24 ist außerdem zu sehen, dass die jeweilige Eigenfrequenz zum Teil deutlich von der Eigenfrequenz ohne Fluid abweicht. Werden die Anteile der Strömungskräfte proportional zur Beschleunigung und Position des Drosselkörpers sortiert, so können den Strömungskräften zusätzliche Massen und Steifigkeiten entnommen werden, die die Eigenfrequenzen des Systems mit Fluid im Vergleich zum System ohne Fluid ändern. Die Berechnungsergebnisse zeigen teilweise eine deutliche Reduzierung der ersten Eigenfrequenz mit Fluid um bis zu 60%, aber auch eine Erhöhung bis etwa 10%. Im expe-

rimentell bestimmten Frequenzspektrum der Abbildung 4.19 liegen dagegen die meisten ersten Frequenzspitzen nahe zur ersten Biegeeigenfrequenz oder sind erhöht. Allerdings enthält diese Abbildung nur wenige Betriebspunkte, da ausgeprägte Frequenzen selten vorlagen.

Die angesprochene Abbildung 4.26 fasst viele Berechnungsergebnisse zur Stabilität des Ventils zusammen. Zur Erläuterung der Ergebnisse dieser Abbildung wird zunächst auf die Abbildung 4.25 eingegangen. Die Abbildung

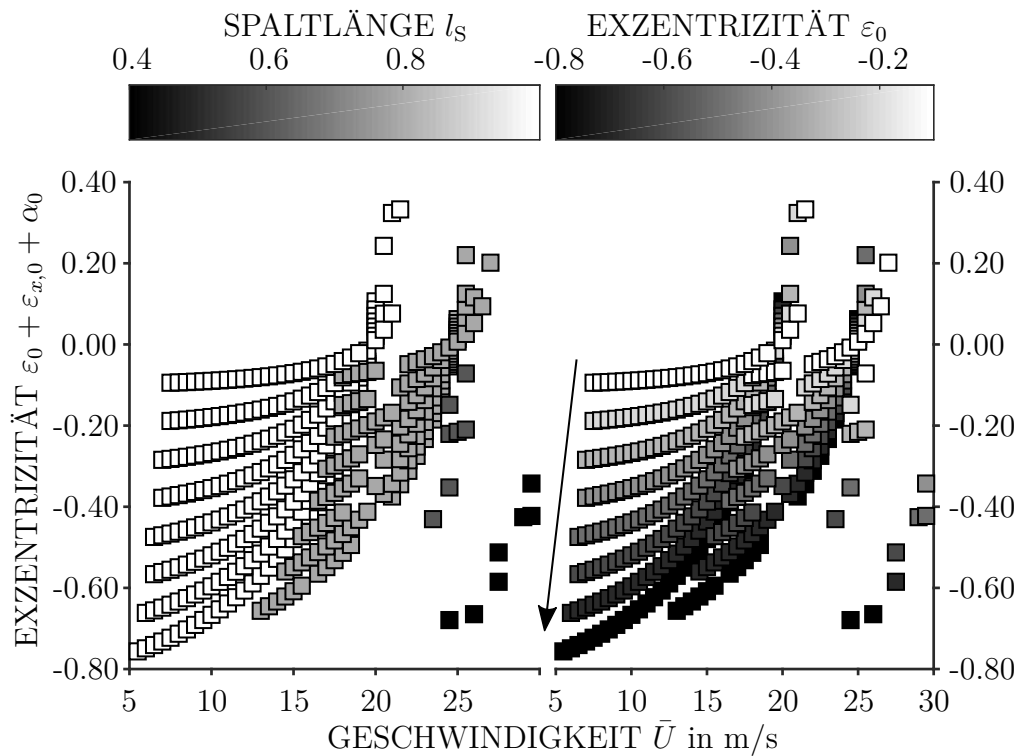


Abb. 4.25 – Relative stationäre Position des Drosselkörpers $\varepsilon_0 + \varepsilon_{x,0} + \alpha_0$ aufgetragen über der mittleren Spaltströmungsgeschwindigkeit \bar{U} für $\bar{h} = 2$ mm. Die Graustufen unterschieden links die relative Spaltlänge und rechts die relative Anfangsexzentrizität des Drosselkörpers ε_0 .

enthält berechnete Betriebspunkte, bei denen der Realteil des zweiten Eigenwerts positiv ist. Alle anderen Betriebspunkte bzw. Eigenwerte sind ausgeblendet. Die mittlere Spalthöhe wird konstant auf $\bar{h} = 2$ mm gehalten, und die Dämpfung der Lagerung ist deaktiviert. Auf der Ordinate wird die Position und Verkipfung des Drosselkörpers, und auf der Abszisse die mittlere Spaltströmungsgeschwindigkeit aufgetragen. Auf der linken Seite wird die relative Spaltlänge und auf der rechten Seite die Anfangsexzentrizität

des Drosselkörpers vor Beginn der Strömung durch die Graustufen unterschieden. Für den voll eingefahrenen Drosselkörper bei $l_S = 1$ werden bereits bei $\bar{U} = 5.5 \text{ m/s}$ die Eigenwerte reell und damit das Ventil instabil. Bei $l_S = 0.8$ liegt die niedrigste Strömungsgeschwindigkeit mit reellem Eigenwert bei $\bar{U} = 13 \text{ m/s}$. Der Einfluss der Spaltlänge ist deutlich zu erkennen. Dagegen zeigt die Anfangsexzentrizität einen vergleichsweise geringen Einfluss auf die Stabilität des Ventils, in der Abbildung durch einen Pfeil angedeutet. Ein Unterschied in den Anfangsexzentrizitäten von $\varepsilon_0 = -0.1$ auf $\varepsilon_0 = -0.8$ führt zu einer Verschiebung der reellen Eigenwerte um $\bar{U} = 2 \text{ m/s}$ hin zu geringeren Strömungsgeschwindigkeiten.

In Abbildung 4.26 werden nun die niedrigsten Strömungsgeschwindigkeiten bei unterschiedlichen Parametereinstellungen abgebildet, bei denen der Realteil des jeweiligen Eigenwerts positiv und damit das Ventil instabil wird. Die Abbildung wird hier als Stabilitätskarte bezeichnet. Auf den Ordinaten wird die relative Spaltlänge und auf den Abszissen die niedrigste mittlere Spaltströmungsgeschwindigkeit aufgetragen. Die Graustufen zeigen wieder die Anfangsexzentrizität an, allerdings werden die Abstufungen für die Übersicht umgedreht. Zusätzlich werden die Marker mit dem Betrag der Anfangsexzentrizität kleiner, sodass hintereinander liegende Marker erkennbar bleiben. Die Dreiecke zeigen die Betriebspunkte, bei denen der zweite Eigenwert in Bezug zur Spaltströmungsgeschwindigkeit zum ersten Mal reell wird. Die Quadrate zeigen den dritten Eigenwert. Der erste Eigenwert wird nicht dargestellt, da sein Realteil auch ohne Dämpfung für alle Betriebspunkte negativ ist. Die Berechnungen auf der linken Seite der Abbildung enthalten eine relative Dämpfung der Einspannung von 1%; dies entspricht $B_\varphi \approx 0.019$ bzw. $B_\varphi \approx 0.0016$ für die zweite bzw. dritte Eigenform. Die rechte Seite enthält eine relative Dämpfung von 5%. Die mittleren Spalthöhen mit $\bar{h} = (0.5, 1, 2) \text{ mm}$ nehmen vom oberen zum unteren Bild zu.

Das Modell zeigt, dass i.d.R. der zweite Eigenwert zuerst instabil wird. Des Weiteren ist eine deutliche Abhängigkeit von der Spaltlänge erkennbar. Für kleinere und mittlere Spalthöhen und voll eingefahrenen Drosselkörper zeigt das Modell auch bei hoher Dämpfung der Einspannung instabile Eigenwerte bei geringen Strömungsgeschwindigkeiten von $\bar{U} = 5 \text{ m/s}$. Dagegen zeigen die Experimente größere Schwingungen erst ab $\bar{U} \approx 10 \text{ m/s}$. Der Verlauf der instabilen Eigenwerte bei $\bar{h} = 1 \text{ mm}$ mit hoher Dämpfung der Einspannung entspricht den experimentellen Ergebnissen in Abbildung 4.23. Allerdings stimmt hier die absolute Lage der berechneten Eigenwerte hinsichtlich der Strömungsgeschwindigkeit nicht.

Bei vielen Parameterkonfigurationen zeigt die Anfangsexzentrizität einen im Vergleich zur Spaltlänge geringen Einfluss auf die Stabilität. Allerdings existieren Konfigurationen, bei denen nicht für alle Anfangsexzentrizitäten ein instabiler Eigenwert berechnet wird. Die Betriebspunkte des mittleren Bildes mit der relativen Spaltlänge $l_S = 0.4$ zeigen dies deutlich. Diese Betriebspunkte sind auch in der Abbildung 4.24 dargestellt.

Das nächste Kapitel fasst alle Ergebnisse zusammen und stellt die Unsicherheiten heraus, um zu klären, woher die Abweichungen zwischen Modell und Experiment stammen.

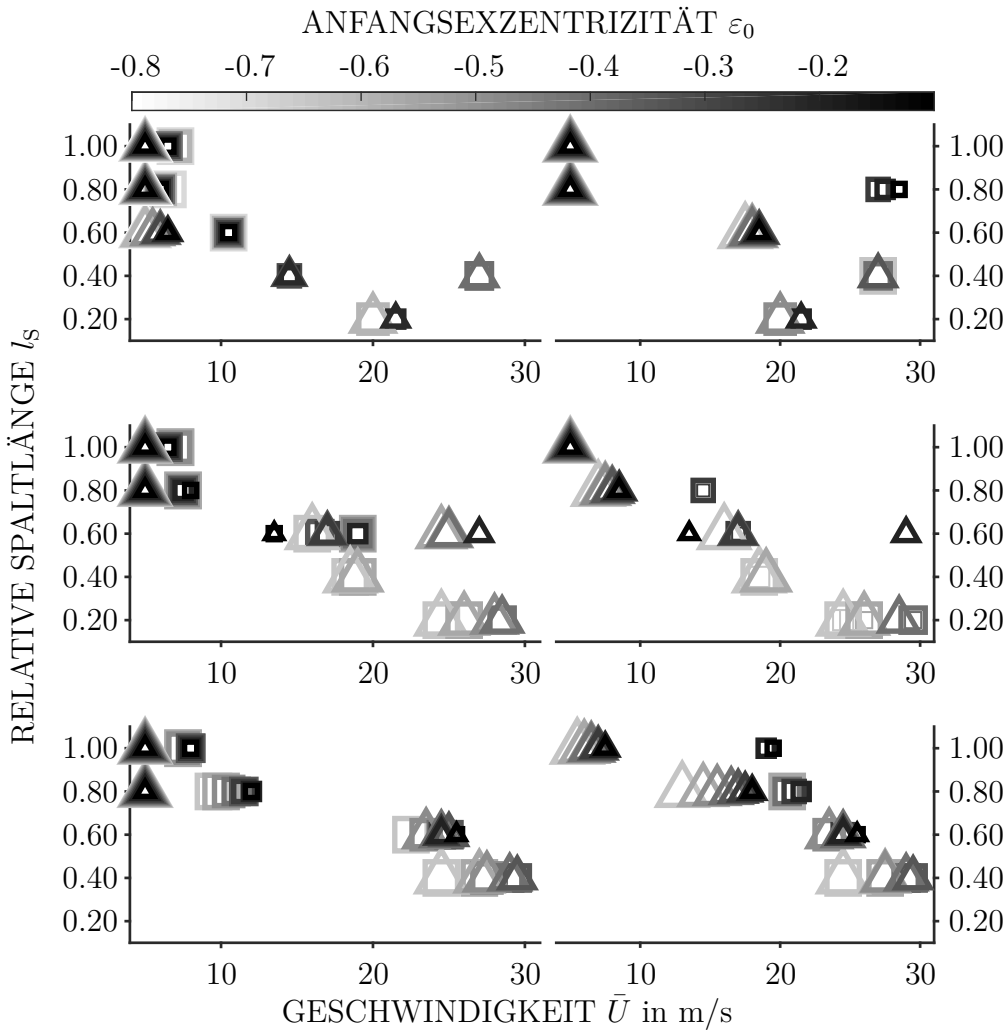


Abb. 4.26 – Stabilitätskarte aller berechneten Betriebspunkte: Auf allen Abszissen wird die niedrigste mittlere Spaltströmungsgeschwindigkeit angegeben, bei der der zweite (Dreiecke) und dritte (Quadrate) Eigenwert reell werden. Auf allen Ordinaten wird die relative Spaltlänge dargestellt. Die relative Anfangsexzentrizität wird anhand der Größe und der Graustufen der Marker unterschieden. Das obere Bild enthält Betriebspunkte mit $\bar{h} = 0.5 \text{ mm}$, das mittlere Bild mit $\bar{h} = 1 \text{ mm}$ und das untere Bild mit $\bar{h} = 2 \text{ mm}$. Auf der linken Seite der Abbildung beträgt die relative Dämpfung 1% und auf der rechten Seite 5%.

4.7 Diskussion der Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse zusammengefasst und Unsicherheiten der Modellbildung sowie der experimentellen Untersuchungen aufgezeigt. Zu Beginn dieser Arbeit wurde das Problem strömungsinduzierter Schwingungen in drei Teilprobleme untergliedert, die es für eine Vorhersage der Schwingungen zu lösen gilt:

- Bestimmung der relevanten (elastischen) Strukturen,
- Berechnung der Strömungskräfte und
- Bewertung des gekoppelten Systems.

Die nachfolgende Diskussion orientiert sich an dieser Gliederung.

Strukturmechanische Herausforderungen

Im Falle des untersuchten generischen Hubventils liegen die strukturmechanischen Herausforderungen in der Bestimmung der Lagereigenschaften der Ventilstange. Die Ventilstange kann in guter Näherung durch einen Euler-Bernoulli-Balken abgebildet werden, der im Vergleich zur Lagerung eine vernachlässigbare Dämpfung aufweist. Die experimentelle Modalanalyse in Kapitel 4.2 zeigt eine tendenzielle Übereinstimmung mit den berechneten Eigenfrequenzen der gelagerten Ventilstange. Dabei ist es von entscheidender Bedeutung, die Lagersteifigkeiten des Aufbaus zu ermitteln. Am verwendeten Aufbau können Abweichungen von bis zu 82 % zu einem Modell mit ideal starr angenommenen Lagern aufgezeigt werden.

Des Weiteren weisen die experimentell ermittelten Steifigkeiten, Frequenzen und Dämpfungen eine Streuung auf, die auf das Auswerteverfahren und auf die Änderung der Lagereigenschaften nach erneutem Zusammenbau zurückzuführen sind, vgl. Kapitel 4.2. Die Lagereigenschaften konnten nicht gezielt eingestellt werden und waren das Ergebnis der Montage. Aufgrund der Verfügbarkeit des Messsystems zur Ermittlung der Lagereigenschaften wurden die Lagereigenschaften in gebündelten Versuchsreihen ermittelt. Eine Bestimmung der Lagereigenschaften vor jeder Messreihe war nicht möglich. Eine gezielte Einstellung der Lagereigenschaften ist aus Sicht des Autors schwierig zu realisieren, es werden daher zwei Anpassungen empfohlen. Entweder die Lagereigenschaften werden vor jeder Messreihe ermittelt oder die Lagerung muss so umkonstruiert werden, dass ihre Eigenschaften nachweislich weniger streuen.

Strömungskräfte

In Kapitel 2 wurde die transiente und dreidimensionale Strömung auf konzentrierte Kräfte und Momente am Drosselkörper reduziert. Hier wird kurz das Vorgehen zur Bestimmung der Kräfte und Momente vorgestellt, bevor auf die Unsicherheiten der Modellierung eingegangen wird. In einem ersten Schritt wurden Größenordnungsabschätzungen durchgeführt, um die zugrundeliegenden axiomatischen Gleichungen zu vereinfachen. Im Vergleich zu den restlichen Abmessungen des Ventils ist die Spalthöhe klein. Anschließend erfolgte eine Beschreibung der Spaltkinematik zwischen Drosselkörper und Kanalwand. Aufgrund der kleinen Spalthöhe und dort erwartungsgemäß hohen Strömungsgeschwindigkeiten wurde der radiale Druckgradient sowie das radiale Geschwindigkeitsprofil vernachlässigt. Mit diesen Annahmen wurde die Spaltströmung auf zwei Dimensionen reduziert. Des Weiteren konnte mit der bekannten Spaltströmung und weiteren Größenordnungsabschätzungen die Strömung vor dem Drosselkörper auf eine Axialkraft reduziert werden, die sich lediglich aus der Druckdifferenz über der Drosselstelle berechnet. Dagegen wurden die Gleichungen der Spaltströmung mittels Perturbationsansatzes in einen stationären und instationären Anteil aufgeteilt, wobei gleichzeitig eine Linearisierung des instationären Anteils erfolgte. Um schließlich die Kraft und das Moment der Spaltströmung zu erhalten, wurden sowohl der stationäre als auch der instationäre Druck über die Mantelfläche des Drosselkörpers integriert.

Die Lösung des stationären Drucks in Kombination mit der quasi-statischen Verschiebung des Drosselkörpers wurde aufgrund seiner Nichtlinearitäten mit Hilfe eines Optimierungsproblems gelöst. Der instationäre, aber in den Zeit-terminen lineare Druck, wurde mit Hilfe des axialen Flusses, für den folgender Ansatz

$$Q_{z,1} = \frac{\partial T}{\partial t} (\Pi_1(\varphi) \Pi_2(z) + \Pi_3(\varphi) + \Pi_4(z)),$$

gewählt wurde, bestimmt. Der Ansatz erfüllt die Druckrandbedingungen und die Kontinuitätsgleichung. Dabei sind alle Faktoren außer $\Pi_2(z)$ eindeutig durch die Randbedingungen bestimmt. Die verwendeten Randbedingungen können durch sehr unterschiedliche Funktionen von $\Pi_2(z)$ erfüllt werden. Mangels weiterer Bedingungen wurde eine Funktion gewählt, die einfach physikalisch zu interpretieren ist. Bei der gewählten Funktion $\Pi_2(z)$ in dieser Arbeit wird der instationäre Fluss in Umfangsrichtung vernachlässigt. Dies stellt die zweite Unsicherheit in der Modellbildung dar.

Die erste Unsicherheit ist die Vernachlässigung des radialen Geschwindigkeitsprofils. Die Diskussion der Geschwindigkeitsprofile in Anhang A.3 zeigt die Grenzen des verwendeten Modells auf. Liegt beispielsweise aufgrund eines sehr engen Spalts eine laminare Strömung vor, so ist es fraglich, ob eine Berechnung ohne Impulsdispersion zulässig ist. Hier kann jedoch mit Annahme eines Geschwindigkeitsprofils in Abhängigkeit von der lokalen Reynoldszahl die Impulsdispersion angepasst werden. Ebenso problematisch sind Ablösebereiche bei Eintritt in den Spalt des generischen Hubventils. Diese entstehen aufgrund der Formgebung des Drosselkörpers und der Trägheit der Strömung, die der Kontur nicht mehr folgen kann. Einen weiteren Punkt stellt die Vernachlässigung des Geschwindigkeitsprofils bei der Berechnung der Wandschubspannung dar. Die Vernachlässigung des Geschwindigkeitsprofils wird durch das verwendete Widerstandsgesetz kompensiert. Der experimentell ermittelte Druckverlust in Kapitel 4.4 gibt Hinweise, inwieweit das verwendete Widerstandsgesetz zulässig ist. Die Berechnungen unterschätzen den Druckverlust. Allerdings sind die Abweichungen zwischen Berechnung und Experiment ähnlich groß oder kleiner als der Messfehler, daher wurden die Exponenten des Widerstandsgesetzes nicht angepasst. Aufgrund des hohen Messfehlers kann auch keine Aussage zum Eintrittsverlust in den Spalt getroffen werden, welcher in der Berechnung zu $\zeta_E = 0.05$ angenommen wird.

Die beiden Unsicherheiten aufgrund der Vernachlässigung des Flusses in Umfangsrichtung sowie der Vernachlässigung des radialen Geschwindigkeitsprofils können im Modell nachträglich hinzugefügt werden. Um die Gültigkeit des Modells und mögliche Anpassungen zu überprüfen, werden dreidimensionale Strömungssimulationen empfohlen. Die Messung des Geschwindigkeitsprofils in Millimetergroßen Spalten ist messtechnisch sehr anspruchsvoll. Des Weiteren wird empfohlen, den Messfehler des Druckverlusts deutlich zu reduzieren. Dies kann bspw. dadurch geschehen, indem die Messstrecke nicht aus Acrylglas gefertigt wird.

Betriebsverhalten und Bewertung des Systems

Die oben dargestellte Diskussion der Wandschubspannung wurde anhand des zeitlich gemittelten Verlustbeiwerts durchgeführt. Die dafür notwendigen Experimente wurden auch hinsichtlich der Dynamik der Ventilstange und des Drosselkörpers ausgewertet. Während der Experimente wurden die radiale Bewegungen des Drosselkörpers und der Lagerung der Ventilstange sowie die Axialkraft und das Biegemoment an einer der Ventilstangen aufgezeichnet. In den Versuchen wurden die Bewegungen des Drosselkörpers in drei unterschiedliche Kategorien eingeteilt, und zwei Schlussfolgerungen aus den

Messungen der Axialkraft abgeleitet, wie sie bereits am Anfang des Kapitels 4 aufgezählt wurden:

- (i) Der Drosselkörper weicht aufgrund der elastischen Ventilstange und an-greifender quasi-statischer Strömungskräfte quasi-statisch aus.
- (ii) Der quasi-statischen Verschiebung sind aperiodische Schwingungen über-lagert.
- (iii) Es existieren Betriebspunkte, bei denen der Drosselkörper periodische Schwingungen mit großen Amplituden in radialer Richtung ausführt.
- (iv) Auch bei großen Schwingungsamplituden ist die Axialkraft näherungs-weise konstant.
- (v) Die Axialkraft ist nach ihrem Betrag nicht alleiniger Grund für das Stabilitätsversagen.

Das Bewegungssignal des Drosselkörpers wurde aufgrund aperiodischer Schwingungen auf zwei Arten ausgewertet. Die Auswertung der Bewegung erfolgte mit Hilfe (i) der diskreten Fourier-Analyse und (ii) der Berechnung der Standardabweichung des Bewegungssignals. Da bei stationär eingestelltem Betriebspunkt kein Trend des Bewegungssignals über die Zeit ersichtlich war, folgt aus beiden eine Amplitude der Schwingung. Wobei eine Standard-abweichung des Bewegungssignals nicht die korrekte Amplitudenhöhe der Schwingung hinsichtlich einer Frequenz wiedergibt. Die Standardabweichung kann jedoch als Maß für periodische und aperiodische Schwingungen ange-setzt werden. Dies ist mit der diskreten Fourier-Analyse nicht möglich, bzw. es konnten keine dominanten Frequenzen mit Amplitudenspitzen bei aperi-odischen Schwingungen ermittelt werden.

In den Parameterstudien konnte keine eindeutige Abhängigkeit der Drossel-körperbewegung von der Exzentrizität aufgezeigt werden. Allerdings wurde mit dem Versuchsaufbau nur die ebene Bewegung des Drosselkörpers auf-gezeichnet. Eine (Anfangs-)Verkipfung des Drosselkörpers konnte nicht be-stimmt werden. Die Berechnungen zeigen aber einen deutlichen Einfluss der Verkipfung des Drosselkörpers auf die Strömungskräfte und damit auf das Gesamtsystem Ventil.

Aus den gemessenen Schwingungen des Drosselkörpers einfache Tendenzen abzuleiten war nur selten möglich. Trotz vermeintlich gleich eingestellter Pa-rameter streuen die Ergebnisse in der Höhe der Schwingungsamplituden im Betrieb deutlich. Aus Sicht des Autors sind die größten Unsicherheiten der

experimentellen Untersuchungen die unbekanntes Lagereigenschaften nach Montage bzw. vor einer Messreihe sowie die Position des Drosselkörpers einschließlich seiner Verkippung. Die wichtigste Änderung des experimentellen Aufbaus wäre daher die Erweiterung des Prüfstands zur Messung der Verkippung des Drosselkörpers im Betrieb. Wie oben bereits erwähnt, sollten zusätzlich vor eine Messreihe die Lagereigenschaften bestimmt werden.

Ein rechnerischer Nachweis des experimentell ermittelten Stabilitätsversagens des Ventils und damit einhergehenden großen Schwingungsamplituden konnte nicht erbracht werden. Es wurden teilweise ähnliche Tendenzen in der ermittelten Strömungsgeschwindigkeit bei Stabilitätsversagen des Ventils berechnet, aber die absolute Höhe der Strömungsgeschwindigkeiten wird zu niedrig vorausgesagt. Dies deutet auf eine Überschätzung der anfachenden Wirkung der Spaltströmung bei niedrigen Strömungsgeschwindigkeiten hin. Mögliche Ursachen wurden im vorherigen Abschnitt angesprochen.

Fazit und Ausblick

In dieser Arbeit wurde das Problem strömungsinduzierter Schwingungen in Ventilen und anderen technischen Systemen, wie in Turbomaschinen oder im Reaktorbau aufgezeigt. Untersuchungsgegenstand dieser Arbeit war das generische Hubventil bei eingefahrenem Drosselkörper in Abbildung 1.1. Wird das Hubventil durchströmt, so entsteht vor dem Drosselkörper eine Staupunktströmung und zwischen Drosselkörper und Kanalwand eine Spaltströmung. Die Umströmung des Drosselkörpers kann zu strömungsinduzierten Schwingungen führen. Ausgehend von dieser Problemstellung und dem Stand der Forschung wurden zu Beginn dieser Arbeit folgende Forschungsfragen aufgestellt:

- (i) Wie reproduzierbar sind strömungsinduzierte Schwingungen in Hubventilen?
- (ii) Entstehen Schwingungen auch ohne Kavitation?
- (iii) Der Literaturreview zeigt sehr unterschiedlich aufwendige Modelle zur Abbildung von Ventilschwingungen. Ist es möglich ein effizientes Modell für das Hubventil zu entwickeln?
- (iv) Lässt sich mithilfe eines Modells nach Hypothese zwei oder drei das Systemverhalten der strömungsinduzierten Schwingungen in Hubventilen abbilden, und so die jeweilige Hypothese bestätigen bzw. widerlegen?

Die ersten beiden Fragen wurden experimentell überprüft. Die zweite Forschungsfrage kann mit ja beantwortet werden. Durch die Überlagerung des Systems mit Überdrücken zwischen 3 bis 4 bar wurde Kavitation während der Experimente an der Drosselstelle unterdrückt, und dennoch entstanden bei einigen Parameterkonfigurationen des Ventils Schwingungen mit großen Amplituden. Die erste Frage ist schwieriger zu beantworten. Eine Reproduzierbarkeit der Schwingungen war nicht immer gegeben. Trotz vermeintlich gleich eingestellter Parameter setzten Schwingungen mit sehr unterschiedlich

hohen Amplituden ein. Die Diskussion der Ergebnisse im vorherigen Kapitel führt dies auf zwei Unsicherheiten zurück. Einerseits streuen die Eigenschaften der Ventilstangenlagerung, d.h. nach jeder erneuten Montage, insbesondere der Einspannung der Ventilstange, ändern sich ihre Steifigkeit und Dämpfung. Die Eigenschaften der Ventilstangenlagerung konnte vor einer Versuchsreihe nicht ermittelt werden. Andererseits konnte die Verkipfung des Drosselkörpers im Betrieb nicht gemessen werden. Laut den Berechnungen hat die Verkipfung des Drosselkörpers aber einen deutlichen Einfluss auf die Strömungskräfte und damit auf das Bewegungsverhalten des Ventils.

Die dritte und vierte Frage werden zusammen beantwortet. Wobei die vierte Frage nicht abschließend geklärt werden kann. Zunächst kann gesagt werden, dass die zweite Hypothese in der Einleitung 1.3 widerlegt wurde. Die Axialkraft der Strömung vor dem Drosselkörper ist nicht alleinige Ursache für das Stabilitätsversagen des Ventils mit einhergehenden großen Schwingungsamplituden. Die dritte Hypothese unterstellt der Spaltströmung eine anfachende Wirkung, die das System „Ventil“ zu selbst-erregten Schwingungen anregt. Die Berechnungen unterstützen diese Hypothese, allerdings können nur vereinzelt Tendenzen des Experiments aufgezeigt werden. Dies liegt nach Ansicht des Autors an der teilweise nicht vorhandenen Reproduzierbarkeit der Experimente mit den bereits vermuteten Ursachen sowie an einer Überschätzung der anfachenden Wirkung der Spaltströmung im Modell bei niedrigen Strömungsgeschwindigkeiten. Dennoch wurde aufgezeigt, wie ein effizientes Modell zur Berechnung der strömungsinduzierten Schwingungen anhand axiomatischer Grundlagen aufgestellt werden könnte. Um die Diskrepanz zwischen Modellvorhersage und experimenteller Untersuchung zu klären werden folgende Schritte empfohlen

- Messung der (Anfangs-)Verkipfung des Drosselkörpers im Betrieb und
- Bestimmung der Lagereigenschaften vor einer Messreihe sowie
- Überprüfung der Vereinfachungen des Modells mithilfe dreidimensionaler Strömungssimulationen.

Das hier aufgestellte analytische Modell bietet die Möglichkeit, den Einfluss einzelner Parameter darzustellen. Aufgrund der schnellen Berechnungen sind Parameterstudien wirtschaftlich durchführbar und können bei Auslegung eines Ventils berücksichtigt werden. Ebenso ist eine Analyse der Ursache der Schwingungen bis auf einzelne Terme der Strömungskräfte möglich. Aus Sicht des Autors macht eine tiefergehende Analyse aber erst Sinn, wenn die genannten drei Empfehlungen ausgeführt wurden und die Diskrepanz zwischen Modell und Experimenten geklärt ist.

Literatur

- [1] P.E. Allaire, C.C. Lee und E.J. Gunter. „Dynamics of Short Eccentric Plain Seals with High Axial Reynolds Number“. In: *Journal of Spacecraft and Rockets* Vol. 15 (1978).
- [2] A. Amini und I. Owen. „A Practical Solution to the Problem of Noise and Vibration in a Pressure-Reducing Valve“. In: *Experimental Thermal and Fluid Science* Vol. 10 (1995).
- [3] BASF. *Standort Ludwigshafen*. <https://www.basf.com/de>. Eingesehen am 04.04.2018. 2018.
- [4] R.M. Baldwin und H.R. Simmons. „Flow-Induced Vibration in Safety Relief Valves“. In: *Journal of Pressure Vessel Technology* Vol. 108 (1986).
- [5] G.K. Batchelor. *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1976.
- [6] M. Beck. „Die Knicklast des einseitig eingespannten, tangential gedrückten Stabes“. In: *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik* Vol. 3 (1952).
- [7] C. Beinert. „Eignung numerischer Strömungssimulation zur Bestimmung des Betriebsverhaltens von Industriearmaturen“. Diss. TU Darmstadt, 2007.
- [8] A. Beune, J.G. Kuerten und M.P. van Heumen. „CFD Analysis with Fluid-Structure Interaction of Opening High-Pressure Safety Valves“. In: *Computers & Fluids* (2012).
- [9] H.F. Black und D.N. Janssen. „Dynamic Hybrid Bearing Characteristics of Annular Controlled Leakage Seals“. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* Vol. 184. 1969.
- [10] G. Bollrich. *Technische Hydromechanik 1*. 7. Auflage. Berlin: Beuth Verlag GmbH, 2013.

- [11] C.E. Brennen. *Hydrodynamics of Pumps*. 1. Auflage. Oxford: Oxford University Press, 1994.
- [12] S.S. Chen. „Fluid Damping for Circular Cylindrical Structures“. In: *Nuclear Engineering and Design* Vol. 63 (1980).
- [13] S.S. Chen. *Flow-Induced Vibration of Circular Cylindrical Structures*. Chicago: Argonne National Laboratory, 1985.
- [14] D.W. Childs. *Turbomachinery Rotordynamics*. 1. Auflage. Texas: John Wiley & Sons Inc., 1993.
- [15] J.T. Coffman und M.D. Bernstein. „Failure of Safety Valves due to Flow-Induced Vibration“. In: *Journal of Pressure Vessel Technology* Vol. 102 (1980).
- [16] A. Glaun. „Avoiding Flow-Induced Sympathetic Vibration in Control Valves“. In: *Power* Vol. 156 (2012).
- [17] D. Green und W. G. Unruh. „The failure of the Tacoma Bridge: A physical mode“. In: *American Journal of Physics* Vol. 74 (2006).
- [18] G. Grundwald und E. Altstadt. „Analytische und experimentelle Untersuchungen zur Modellierung der Fluid-Struktur-Wechselwirkungen in einem 2D-Ringspalt“. In: *Forschungszentrum Rossendorf e.V.* (1993).
- [19] A. Guran und R.H. Plaunt. „Stability of Ziegler’s pendulum with eccentric load and load-dependent stiffness“. In: *Applied Mechanics* Vol. 63 (1993).
- [20] R.A. Habing und M.C.A.M. Peters. „An experimental method for validating compressor valve vibration theory“. In: *Journal of Fluids and Structures* Vol. 22 (2006).
- [21] S. Hayashi, T. Hayase und T. Kurahasi. „Chaos in a Hydraulic Control Valve“. In: *Journal of Fluids and Structures* Vol. 11 (1997).
- [22] G.G. Hirs. „A Bulk-Flow Theory for Turbulence in Lubricant Films“. In: *Journal of Lubrication Technology* Vol. 137 (1973).
- [23] D.E. Hobson. „Fluid-elastic instabilities caused by flow in an annulus“. In: *Proceedings of 3rd International Conference on Vibration in Nuclear Plant*. 1982.
- [24] F. Inada. „A Study on Leakage Flow Induced Vibration from Engineering Viewpoint“. In: *Proceedings of ASME 2015: Pressure Vessels & Piping Division Conference*. 2015.
- [25] F. Inada und S. Hayama. „A study on leakage-flow-induced vibrations“. In: *JSME International Journal* Vol. 31 (1988).

- [26] J. Ishihara. *A study on leakage-flow-induced vibration*. Bachelor-Thesis. University of Tokio, 1994.
- [27] A.M. Jazi und H. Rahimzadeh. „Detecting cavitation in globe valves by two methods: Characteristic diagrams and acoustic analysis“. In: *Applied Acoustics* Vol. 70 (2009).
- [28] R. Kamakoti. „Fluid-Structure Interaction for Aeroelastic Applications“. In: *Progress in Aerospace Sciences* 40 (2004).
- [29] J. Kiesbauer. *Aktuatorik in der Prozessautomatisierung verfahrenstechnischer Anlagen*. Darmstadt, 2016.
- [30] Y.K. Kong und B. D. Lowe. „Evaluation of handle diameters and orientations in a maximum torque task“. In: *International Journal of Industrial Ergonomics* Vol. 35 (2005).
- [31] A.N. Kounadis und J.T. Katsikadelis. „Shear and Rotatory Inertia Effect on Beck’s Column“. In: *Journal of Sound and Vibration* Vol. 49 (1976).
- [32] A.N. Kounadis und J.T. Katsikadelis. „Coupling Effects on a Cantilever Subjected to a Follower Force“. In: *Journal of Sound and Vibration* Vol. 62 (1979).
- [33] S. Lang. „Effiziente Berechnung von Gleitlagern und Dichtspalten in Turbomaschinen“. Diss. TU Darmstadt, 2017.
- [34] M.A. Langthjem und Y. Sugiyama. „Dynamic Stability of Columns subjected to Follower Loads: A Survey“. In: *Journal of Sound and Vibration* Vol. 238 (2000).
- [35] M.A. Langthjem u. a. „A Flexible Rod in Annular Leakage Flow: Influence of turbulence and equilibrium offset, an analysis of instability mechanisms“. In: *Journal of Fluids and Structures* Vol. 22 (2006).
- [36] H.H.E. Leipholz. „On the Sufficiency of the Energy Criterion for the Stability of Certain Nonconservative Systems of the Follower-Load Type“. In: *Journal of Applied Mechanics* Vol. 39 (1972).
- [37] A.Y.T. Leung. „Dynamic Stiffness Ananalysis of Follower Force“. In: *Journal of Sound and Vibration* Vol. 126 (1988).
- [38] D.W. Li, S. Kaneko und S. Hayama. „A Study on Annular Leakage-Flow-Induced Vibrations“. In: *Journal of Fluids and Structures* Vol. 16 (2002).
- [39] R. Markert. *Skript zur Vorlesung Schwingungsmesstechnik*. 1. Auflage. Darmstadt: Fachgebiet Strukturtechnik, 2005.

- [40] R. Markert. *Strukturdynamik*. 1. Auflage. Darmstadt: Fachgebiet Strukturdynamik, 2006.
- [41] A. Mekanik und M.A. Yavar. „Pressure and Velocity Amplitude of the Incompressible Fluid in Concentric Annular Passage with Oscillatory Boundary: Turbulent Flow“. In: *Journal of Engineering Science and Technology* Vol. 9 (2014).
- [42] A. Misra, K. Behdinan und W.L. Cleghorn. „Self-Excited Vibration of a Control Valve due to Fluid-Structure Interaction“. In: *Journal of Fluids and Structures* Vol. 16 (2002).
- [43] T.M. Mulcahy. „Fluid Forces on Rods Vibration in Finite Length Annular Regions“. In: *Journal of Applied Mechanics* Vol. 47 (1980).
- [44] T. Nakamura und S. Kaneko. *Flow Induced Vibrations*. 1. Auflage. United Kingdom: Elsevier Verlag, 2008.
- [45] M.P. Paidoussis. *Fluid-Structure Interactions Volume 1*. 1. Auflage. Kalifornien: Academic Press, 1998.
- [46] M.P. Paidoussis. *Fluid-Structure Interactions Volume 2*. 1. Auflage. Kalifornien: Elsevier Academic Press, 2004.
- [47] P.F. Pelz. „Strömungsinduzierte Schwingungen durchströmter Armaturen“. In: Antrag, AiF-gefördertes IGF-Vorhaben, Fachverband Armaturen im VDMA (2017).
- [48] H. Pfeiffer und T. Schindler. *Einführung in die Dynamik*. 1. Auflage. Berlin: Springer Verlag, 2014.
- [49] M.A. Porter u. a. „Valve-Induced Piping Vibration“. In: *Proceedings of ASME 2011: Pressure Vessels & Piping Division Conference*. 2011.
- [50] Y. Qifang und C. Jiangping. „Dynamic Analysis of a Pilot-Operated Two-Stage Solenoid Valve used in Pneumatic System“. In: *Simulation Modelling Practice and Theory* (2009).
- [51] D. Rockwell und E. Naudascher. „Review–Self-Sustaining Oscillations of Flow Past Cavities“. In: *Journal of Fluids Engineering* Vol. 100 (1978).
- [52] H. Schlichting und K. Gersten. *Grenzschicht-Theorie*. 10. Auflage. Berlin: Springer Verlag, 2006.
- [53] K. Siebertz u. a. *Statistische Versuchsplanung*. 1. Auflage. Heidelberg: Springer-Verlag, 2010.
- [54] W.G. Sim und Y.C. Cho. „Unsteady Potential and Viscous Flows between Eccentric Cylinders“. In: *KSME Journal* Vol. 7 (1993).

- [55] J.H. Spurk. *Dimensionsanalyse in der Strömungslehre*. 1. Auflage. Heidelberg: Springer-Verlag, 1992.
- [56] J.H. Spurk und N. Aksel. *Strömungslehre*. 6. Auflage. Darmstadt: Springer Verlag, 2006.
- [57] Statistisches Bundesamt. *Umsatz im deutschen Maschinenbau nach ausgewählten Sektoren in den Jahren 2015 und 2016*. <https://de.statista.com>. Eingesehen am 04.04.2018. 2018.
- [58] B. Thier. *Industriearmaturen*. 5. Auflage. Essen: Vulkan Verlag, 1997.
- [59] K. Ulrichs. „Die Spaltströmung bei thermischen Trubomaschinen als Ursache für die Entstehung schwingungsanfacher Querkräfte“. In: *Ingenieur Archiv* Vol. 43 (1976).
- [60] D.S. Weaver und S. Ziada. „A Theoretical Model for Self-Excited Vibrations in Hydraulic Gates, Valves and Seals“. In: *Journal of Pressure Vessel Technology* Vol. 102 (1980).
- [61] D.S. Weaver. „Flow Induced Vibrations in Valves Operating at Small Openings“. In: *Practical Experience with Flow-Induced Vibrations* (1980).
- [62] D.S. Weaver u. a. „Flow-Induced Vibrations in Power and Process Plant Components—Progress and Prospects“. In: *Journal of Pressure Vessel Technology* Vol. 122 (2000).
- [63] G.J. Wirsching. *Gewöhnliche Differentialgleichungen*. 1. Auflage. Berlin: Teubner Verlag, 2006.
- [64] C. Woernle. *Mehrkörpersysteme*. 2. Auflage. Heidelberg: Springer-Verlag, 2016.
- [65] Y. Yamada, K. Nakabayashi und K. Maeda. „Pressure Drop Measurements of the Flow through Eccentric Cylinders with Rotating Inner Cylinders“. In: *Bulletin of JSME* Vol. 12 (1969).
- [66] K. Yonezawa. „Flow-Induced Vibration of a Steam Control Valve“. In: *Journal of Fluids and Structures* Vol. 35 (2012).
- [67] H. Ziegler. „Die Stabilitätskriterien der Elastomechanik“. In: *Ingenieur-Archiv* Band 1952 (1952).
- [68] H. Ziegler. „Zum Begriff des konservativen Systems“. In: *Elemente der Mathematik* Band 7 (1952).

Anhang A

Spaltströmung

An dieser Stelle werden verschiedene Modellvereinfachungen der Spaltströmung im Detail vorgestellt. Im nächsten Abschnitt A.1 wird anhand der Größenordnung des Druckgradienten in radialer Richtung gezeigt, dass dieser vernachlässigt werden kann. Danach erfolgt im Abschnitt A.2 eine Integration in radialer Richtung der Kontinuitätsgleichung sowie der Impulsgleichungen. Dabei ist das Geschwindigkeitsprofil von der radialen Koordinate abhängig. In Abschnitt A.3 wird der Einfluss des radialen Geschwindigkeitsprofils auf den Impuls diskutiert. Bei hohen turbulenten Strömungsgeschwindigkeiten im Spalt ist der Einfluss des Geschwindigkeitsprofils vernachlässigbar und damit reduziert sich die dreidimensionale Spaltströmung auf eine ebene Strömung. Am Ende dieses Kapitels A.4 werden die zweidimensionalen Strömungsgleichungen mit Hilfe des Perturbationsansatzes in zwei Gleichungssysteme unterschiedlicher Größenordnung aufgetrennt. Das erste beinhaltet die stationäre und das zweite die instationäre Spaltströmung.

A.1 Größenordnungen

Die Grundlage für die Modellierung der Kraft und des Moments der Spaltströmung auf den Drosselkörper stellen die dreidimensionalen Kontinuitäts- und Impulsgleichungen in differentieller Form dar. Dabei erfolgt die Auswertung in Zylinderkoordinaten. Die dreidimensionale Spaltströmung kann unter gewissen Voraussetzungen näherungsweise als ebene Strömung modelliert werden ohne Abhängigkeit von der radialen Koordinate. Eine Voraussetzung ist die Vernachlässigung des radialen Druckgradienten, die nachfolgend anhand seiner Größenordnung begründet wird. Im ersten Schritt wird die Koordinatentransformation für den Radius $\tilde{r} = \bar{R} + \tilde{y}$ eingesetzt. Damit lautet die

radiale Impulsgleichung

$$\bar{\rho} \left(\frac{\partial \tilde{v}_{\tilde{y}}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{v}_{\tilde{y}} \frac{\partial \tilde{v}_{\tilde{y}}}{\partial \tilde{y}} + \frac{\tilde{v}_{\varphi}}{\bar{R} + \tilde{y}} \frac{\partial \tilde{v}_{\tilde{y}}}{\partial \varphi} - \frac{\tilde{v}_{\varphi}^2}{\bar{R} + \tilde{y}} + \tilde{v}_z \frac{\partial \tilde{v}_{\tilde{y}}}{\partial \tilde{z}} \right) = - \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{y}} + \frac{1}{\bar{R} + \tilde{y}} \frac{\partial \left((\bar{R} + \tilde{y}) \tilde{\tau}_{\tilde{y},\tilde{y}} \right)}{\partial \tilde{y}} + \frac{1}{\bar{R} + \tilde{y}} \frac{\partial \tilde{\tau}_{\tilde{y},\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \tilde{\tau}_{\tilde{y},\tilde{z}}}{\partial \tilde{z}} - \frac{\tau_{\varphi,\varphi}}{\bar{R} + \tilde{y}}.$$

Die Volumenkraft wurde bereits vernachlässigt. Die Geschwindigkeiten werden mit $\tilde{v}_i(\tilde{t}, \tilde{r}, \varphi, \tilde{z})$ bezeichnet, um ihre Abhängigkeit von der radialen Koordinate hervorzuheben. Im Vergleich dazu sind die sonstigen Geschwindigkeiten $\tilde{u}_i(\tilde{t}, \varphi, \tilde{z})$ unabhängig von der radialen Koordinate. Wird nun der Druck mit $\tilde{p} = \rho \bar{U}^2 / 2$ und die Koordinate mit $\tilde{y} = \bar{h} y$ dimensionslos gemacht, so folgen mit den Annahmen

$$\frac{\bar{h}}{\bar{R}} \ll 1, \mathcal{O} \left(\frac{\tilde{v}_{\varphi}}{\tilde{v}_z} \right) \approx 1, \mathcal{O} \left(\frac{\tilde{v}_{\tilde{y}}}{\tilde{v}_z} \right) \approx \Gamma \frac{\bar{h}}{l_D} \text{ mit } \Gamma = \mathcal{O} \left(\frac{\bar{l}_D \bar{\Omega}}{\bar{U}} \right) \approx 1,$$

die maximalen Größenordnungen für den radialen Druckgradient

$$\mathcal{O} \left(\frac{\bar{h}}{\bar{R}} \right) \lesssim - \frac{\partial p}{\partial y} + \mathcal{O} \left(\frac{\bar{h}}{\bar{l}_D} \frac{1}{Re} \right) \text{ mit } Re = \frac{\bar{U} \bar{h}}{\bar{\nu}}.$$

Die linke Seite der Gleichung stellt die maximale Größenordnung der konvektiven Terme dar. Die rechte Seite enthält die maximale Größenordnung der Schubspannungen mit der Reynoldszahl Re . Das Geschwindigkeitsverhältnis Γ wird mit Hilfe der Frequenz $\bar{\Omega}$ nach Gleichung 2.18 abgeschätzt. Damit ist der radiale Druckgradient von der Größenordnung des Längenverhältnis aus mittlerer Spalthöhe zu mittleren Radius

$$\mathcal{O} \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right) \lesssim \frac{\bar{h}}{\bar{R}}, \text{ mit } 1.5\% < \frac{\bar{h}}{\bar{R}} < 6.5\%.$$

A.2 Radiale Integration

Mit der radialen Integration der Kontinuitäts- und der Impulsgleichungen soll die dreidimensionale Spaltströmung auf eine ebene Strömung reduziert werden. Die radiale Integration wird in gleicher Weise für die Impulsgleichungen ausgeführt, und hier an der Kontinuitätsgleichung im Detail vorgestellt. Ausgangspunkt ist die differentielle Form der Kontinuitätsgleichung für inkompressible Strömung in Zylinderkoordinaten

$$0 = \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} (\tilde{v}_{\tilde{r}} \tilde{r}) + \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{v}_{\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \tilde{v}_{\tilde{z}}}{\partial \tilde{z}}.$$

Wird diese Gleichung mit \tilde{r} multipliziert und über den Radius von der Drosselkörperoberfläche \tilde{R}_D zur Kanalwand \tilde{R}_K integriert, so folgt die Gleichung

$$0 = [\tilde{v}_r \tilde{r}]_{\tilde{R}_D}^{\tilde{R}_K} + \frac{\partial}{\partial \varphi} \int_{\tilde{R}_D}^{\tilde{R}_K} \tilde{v}_\varphi d\tilde{r} + \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \int_{\tilde{R}_D}^{\tilde{R}_K} \tilde{v}_z \tilde{r} d\tilde{r} + \\ - \frac{\partial \tilde{R}_K}{\partial \varphi} \tilde{v}_\varphi(\tilde{R}_K) - \frac{\partial \tilde{R}_K}{\partial \tilde{z}} \tilde{v}_z(\tilde{R}_K) \tilde{R}_K + \frac{\partial \tilde{R}_D}{\partial \varphi} \tilde{v}_\varphi(\tilde{R}_D) + \frac{\partial \tilde{R}_D}{\partial \tilde{z}} \tilde{v}_z(\tilde{R}_D) \tilde{R}_D.$$

In dieser Gleichung wurden bereits die partiellen Ableitungen vor die Integrale gezogen. Dabei wurde die Leibniz-Regel angewendet, wodurch die Zusatzterme nach den Integralen aufgrund der abhängigen Grenzen \tilde{R}_D und \tilde{R}_K entstanden sind. Mit der Definition der Geschwindigkeit $\tilde{v}_r = d\tilde{r}/d\tilde{t}$ an den Rändern

$$\tilde{v}_r(\tilde{R}_D) = \frac{\partial \tilde{R}_D}{\partial \tilde{t}} + \frac{\tilde{v}_\varphi}{\tilde{R}_D} \frac{\partial \tilde{R}_D}{\partial \varphi} + \frac{\partial \tilde{R}_D}{\partial \tilde{z}} \tilde{v}_z, \\ \tilde{v}_r(\tilde{R}_K) = \frac{\partial \tilde{R}_K}{\partial \tilde{t}} + \frac{\tilde{v}_\varphi}{\tilde{R}_K} \frac{\partial \tilde{R}_K}{\partial \varphi} + \frac{\partial \tilde{R}_K}{\partial \tilde{z}} \tilde{v}_z,$$

kürzen sich die Zusatzterme bis auf die partiellen Ableitungen nach der Zeit heraus

$$0 = \tilde{R}_K \frac{\partial \tilde{R}_K}{\partial \tilde{t}} - \tilde{R}_D \frac{\partial \tilde{R}_D}{\partial \tilde{t}} + \frac{\partial}{\partial \varphi} \int_{\tilde{R}_D}^{\tilde{R}_K} \tilde{v}_\varphi d\tilde{r} + \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \int_{\tilde{R}_D}^{\tilde{R}_K} \tilde{v}_z \tilde{r} d\tilde{r}.$$

Werden die Geschwindigkeiten

$$\tilde{v}_\varphi = \tilde{u}_\varphi + \tilde{u}'_\varphi \text{ und } \tilde{v}_z = \tilde{u}_z + \tilde{u}'_z, \text{ mit} \\ \tilde{u}_i = \int_{\tilde{R}_D}^{\tilde{R}_K} \tilde{v}_i d\tilde{r} \text{ und } 0 = \int_{\tilde{R}_D}^{\tilde{R}_K} \tilde{u}'_i d\tilde{r}$$

aufgeteilt in eine mittlere Geschwindigkeit \tilde{u}_i unabhängig vom Radius und eine Abweichung zum Mittelwert \tilde{u}'_i , die vom Radius abhängig ist, so nimmt die vorherige Gleichung die folgende Form an

$$0 = \tilde{R}_K \frac{\partial \tilde{R}_K}{\partial \tilde{t}} - \tilde{R}_D \frac{\partial \tilde{R}_D}{\partial \tilde{t}} + \frac{\partial}{\partial \varphi} \int_{\tilde{R}_D}^{\tilde{R}_K} (\tilde{u}_\varphi + \tilde{u}'_\varphi) d\tilde{r} + \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \int_{\tilde{R}_D}^{\tilde{R}_K} (\tilde{u}_z + \tilde{u}'_z) \tilde{r} d\tilde{r}.$$

Das erste Integral und der erste Term des zweiten Integrals werden sofort ausgewertet, da die mittlere Geschwindigkeit vom Radius unabhängig ist, und die Abweichung zum Mittelwert nach der Integration verschwinden muss. Der zweite Term des zweiten Integrals kann mit dem Mittelwertsatz aufgelöst

werden. Dennoch wird die vorherige Gleichung unter Berücksichtigung einer Spaltströmung $\bar{R} \gg \bar{h}$ und einer Koordinatentransformation

$$\begin{aligned}\tilde{r} &= \bar{R} + \tilde{y}, \text{ und } d\tilde{r} = d\tilde{y}, \text{ mit} \\ \tilde{R}_D &= \bar{R} - \tilde{h}_D, \tilde{R}_K = \bar{R} + \tilde{h}_K, \tilde{h} = \tilde{h}_K + \tilde{h}_D\end{aligned}$$

ausgewertet. Damit können auch die Terme vor den Integralen zusammengefasst werden

$$\frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tilde{t}} + \frac{1}{\bar{R}} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\tilde{u}_\varphi \tilde{h}) + \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} (\tilde{u}_z \tilde{h}) = 0. \quad (\text{A.1})$$

Durch die Linearität der Kontinuitätsgleichung für inkompressible Spaltströmungen können alle Integrale über den Radius ausgewertet werden und sind damit unabhängig vom Radius.

Das selbe Vorgehen wird bei den Impulsgleichungen in axialer und in Umfangsrichtung angewendet und führt auf

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial \tilde{t}} [\tilde{u}_z \tilde{h}] + \frac{1}{\bar{R}} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[\tilde{u}_\varphi \tilde{u}_z \tilde{h} + \int_{-\tilde{h}/2}^{\tilde{h}/2} \tilde{u}'_\varphi \tilde{u}'_z d\tilde{y} \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left[\tilde{u}_z^2 \tilde{h} + \int_{-\tilde{h}/2}^{\tilde{h}/2} (\tilde{u}'_z)^2 d\tilde{y} \right] = -\frac{\tilde{h}}{\bar{\varrho}} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} + \frac{\tilde{\tau}_z}{\bar{\varrho}},\end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial \tilde{t}} [\tilde{u}_\varphi \tilde{h}] + \frac{1}{\bar{R}} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[\tilde{u}_\varphi^2 \tilde{h} + \int_{-\tilde{h}/2}^{\tilde{h}/2} (\tilde{u}'_\varphi)^2 d\tilde{y} \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left[\tilde{u}_\varphi \tilde{u}_z \tilde{h} + \int_{-\tilde{h}/2}^{\tilde{h}/2} \tilde{u}'_\varphi \tilde{u}'_z d\tilde{y} \right] = -\frac{\tilde{h}}{\bar{\varrho}} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} + \frac{\tilde{\tau}_\varphi}{\bar{\varrho}}.\end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Die einzelnen Terme der Gleichungen werden von links nach rechts vorgestellt. Die Terme auf der linken Seite der Gleichungen stellen die konvektiven Terme dar. Bei der radialen Integration der Impulsgleichungen entstehen aufgrund der Nichtlinearitäten der konvektiven Terme, Integrale, die nicht ohne Weiteres gelöst werden können. Diese Integrale werden Impulsdispersion genannt. Die Diskussion dieser Terme wird im nächsten Kapitel durchgeführt. Dagegen kann der Druckgradient auf der rechten Seite in radialer Richtung ausgewertet werden, da die radiale Abhängigkeit aufgrund seiner Größenordnung vernachlässigt wird, vgl. Kapitel A.1. Der zweiten Terme auf der rechten Seite stellen die Wandschubspannungen in axialer und Umfangsrichtung dar. Die anderen Schubspannungen werden ebenfalls aufgrund ihrer Größenordnung vernachlässigt. Die Wandschubspannungen werden mit Hilfe eines Widerstandsgesetzes nach 2.12 ohne Kenntnis des Geschwindigkeitsprofils modelliert. Auf das Geschwindigkeitsprofil und die Impulsdispersion wird im nächsten Abschnitt eingegangen.

A.3 Impulsdispersion

Die Impulsdispersion in Gleichungen A.2 und A.3 wird anhand verschiedener Geschwindigkeitsprofile dargestellt und mit Hilfe des Impulsbeiwerts $I_{i,j}$ bewertet

$$I_{\varphi,\varphi} = 1 + \frac{\int_{-\tilde{h}/2}^{\tilde{h}/2} (\tilde{u}'_{\varphi})^2 d\tilde{y}}{\tilde{h} \tilde{u}_{\varphi}^2}, \quad I_{z,\varphi} = 1 + \frac{\int_{-\tilde{h}/2}^{\tilde{h}/2} (\tilde{u}'_z \tilde{u}'_{\varphi}) d\tilde{y}}{\tilde{h} \tilde{u}_{\varphi} \tilde{u}_z},$$

$$I_{z,z} = 1 + \frac{\int_{-\tilde{h}/2}^{\tilde{h}/2} (\tilde{u}'_z)^2 d\tilde{y}}{\tilde{h} \tilde{u}_z^2}.$$

Der Impulsbeiwert wird hier mit den mittleren Spaltströmungsgeschwindigkeiten \tilde{u}_i und der Spalthöhe \tilde{h} dimensionslos gemacht, die beide unabhängig von der radialen Koordinate sind. Liegt der Impulsbeiwert $I_{i,j}$ nahe 1, so hat die Impulsdispersion einen vernachlässigbaren Einfluss. Wird die Impulsdispersion vernachlässigt, so wird in der Literatur von Bulk-Flow-Modellen gesprochen¹. Ob dies im Falle des generischen Modells zulässig ist, wird im Nachfolgenden diskutiert.

Am Beispiel eines dimensionslosen parabolischen, Geschwindigkeitsprofils in Abbildung A.1 wird die Impulsdispersion erläutert. Neben dem Geschwindigkeitsprofil

$$v(y) = u + u'(y) = 4 \left(y - y^2 \right), \quad \text{mit } u = \frac{2}{3},$$

sind der Mittelwert u und die Abweichung des Geschwindigkeitsprofils vom Mittelwert $u'(y)$ abgebildet. Zusätzlich sind die Quadrate der Geschwindigkeiten dargestellt. Die Flächen unterhalb der quadrierten Geschwindigkeiten entsprechen dem Impuls. Auf der linken Seite der Abbildung A.1 muss die grau schraffierte Fläche bzw. das Integral der Schwankungsgröße $u'(y)$ aufgrund der Definition der Schwankungsgröße über die Höhe y Null sein. Ist die grau schraffierte Fläche auf der rechten Seite Null oder sehr klein im Vergleich zu der Fläche unterhalb des quadrierten Mittelwerts, so kann die Impulsdispersion vernachlässigt werden. Werden die ausgewerteten Integrale bei dem dargestellten parabolischen Geschwindigkeitsprofil in Bezug zueinander gesetzt, so beinhaltet die Impulsdispersion $\int (u'(y))^2 dy$ einen Anteil von 1/6 des Gesamtimpulses, und der Impulsbeiwert beträgt $I_{z,z} = 1.2$. Der Impulsbeiwert wird im Folgenden an problemspezifischen Geschwindigkeitsprofilen

¹HIRS, „A Bulk-Flow Theory for Turbulence in Lubricant Films“, ([22], 1973)

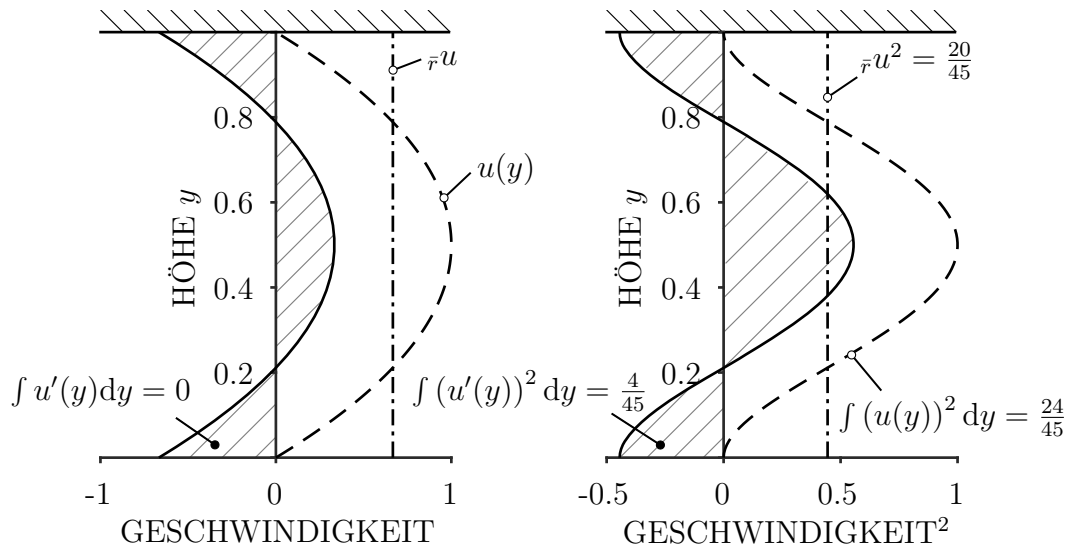


Abb. A.1 – Dimensionsloses, parabolisches Geschwindigkeitsprofil (links) und quadrierte Geschwindigkeiten (rechts)

ausgewertet. Zunächst wird die Oberflächengeschwindigkeit des Drosselkörpers mit der mittleren Spaltströmungsgeschwindigkeit verglichen, um bereits Vereinfachungen treffen zu können. Anschließend erfolgt die Bewertung verschiedener axialer und azimuthaler Geschwindigkeitsprofile hinsichtlich ihres Impulsbeitrags.

Aufgrund der sich zeitlich ändernden Neigung des Ventilstangenendes besitzt der Drosselkörper eine axiale Oberflächengeschwindigkeit der Größenordnung

$$\mathcal{O}(\tilde{u}_z) = \frac{\bar{R}_D \bar{h} \bar{\Omega}}{\bar{l}_{St}} \Rightarrow \mathcal{O}\left(\frac{\tilde{u}_z}{\bar{U}}\right) = \frac{\bar{R}_D \bar{h}}{\bar{l}_{St} \bar{R}} \Gamma \ll 1.$$

Damit wird die axiale Oberflächengeschwindigkeit des Drosselkörpers im Vergleich zur mittleren Spaltströmungsgeschwindigkeit vernachlässigt. Das heißt, für die Betrachtung der axialen Geschwindigkeitsprofile im Spalt ruht der Drosselkörper in axialer Richtung.

Abbildung A.2 enthält verschiedene axiale Geschwindigkeitsprofile bei ruhenden Wänden. Von links beginnend sind ein laminares, ein turbulentes, ein Blockprofil und zwei abgelöste Geschwindigkeitsprofile dargestellt. Ebenso sind die Impulsbeiträge $I_{z,z}$ angegeben. Das laminare Profil entspricht dem bereits vorgestellten parabolischen Geschwindigkeitsprofil mit $I_{z,z} = 1.2$. Im Vergleich dazu hat die Impulsdispersion bei einem turbulenten, mittels

Potenzgesetz aufgestellten Geschwindigkeitsprofil ² einen vernachlässigbaren Einfluss. Das Potenzgesetz für Rohrströmungen muss hierbei Abschnittsweise ausgewertet werden, da eine Spaltströmung vorliegt. Bei einem Blockprofil existiert keine Impulsdispersion und der Impulsbeiwert ist exakt eins. Aufgrund der scharfen Kante des Drosselkörpers im Experiment werden Strömungsablösungen mit zurückströmenden Fluid kurz nach Eintritt in den Spalt erwartet. Daher wird die Impulsdispersion auch anhand zweier abgelöster Geschwindigkeitsprofile diskutiert. Zunächst wird das turbulente Ge-

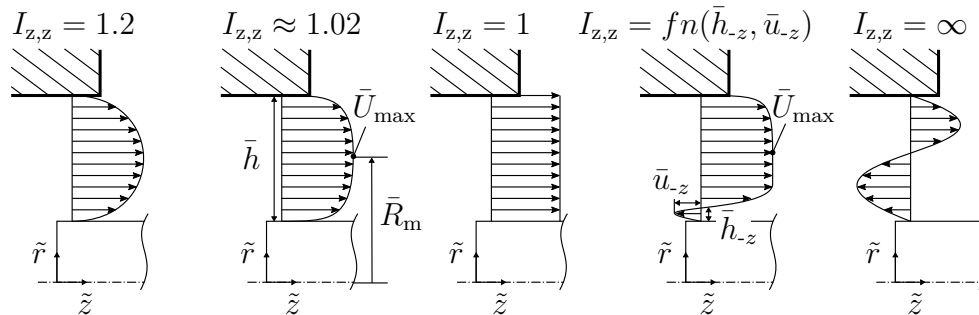


Abb. A.2 – Axiale Geschwindigkeitsprofile und deren Impulsbeiwert $I_{z,z}$. Profile von links beginnend: laminar, turbulent (Potenzgesetz $n = 1/7$), Blockprofil, „marginale Ablösung“ (siehe Abbildung A.3), Ablösung mit $\bar{U}_m = 0$

schwindigkeitsprofil mit „marginaler“ Ablösung betrachtet. Abhängig von der Höhe \bar{h}_{-z} und der stärker \bar{u}_{-z} der Rückströmung kann die Impulsdispersion vernachlässigt werden. In Abbildung A.3 sind die Impulsbeiwerte der „marginalen“ Ablösung für zwei unterschiedliche Rückströmgeschwindigkeiten \bar{u}_{-z} über die relative Höhe der Rückströmung \bar{h}_{-z} aufgetragen. Für die Auswertung des Profils wird wieder das Potenzgesetz mit zwei weiteren Abschnitten für den Bereich der Rückströmung verwendet. In Abbildung A.3 wächst der Impulsbeiwert sehr schnell mit der Höhe und der Geschwindigkeit der Rückströmung an, bis er schließlich unendlich wird. Das letzte Profil in Abbildung A.2 enthält den Grenzfall des unendlichen Impulsbeiwertes. In diesem Fall findet keine Durchströmung mehr statt, da sowohl der mittlere Impuls als auch der Volumenstrom Null sind. Dies stellt einen Grenzfall dar, der so in Ventilen nicht erreicht wird. Die gewählten Rückströmgeschwindigkeiten erreichen bereits bei einer relativen Höhe von 4% bzw. 7% einen Impulsbeiwert von $I_{z,z} \approx 1.2$. Ist das Profil bekannt oder existiert eine Näherung für das Profil, so kann der Impuls exakt berechnet oder angenähert werden.

²BOLLRICH, *Technische Hydromechanik 1*, ([10], 2013)

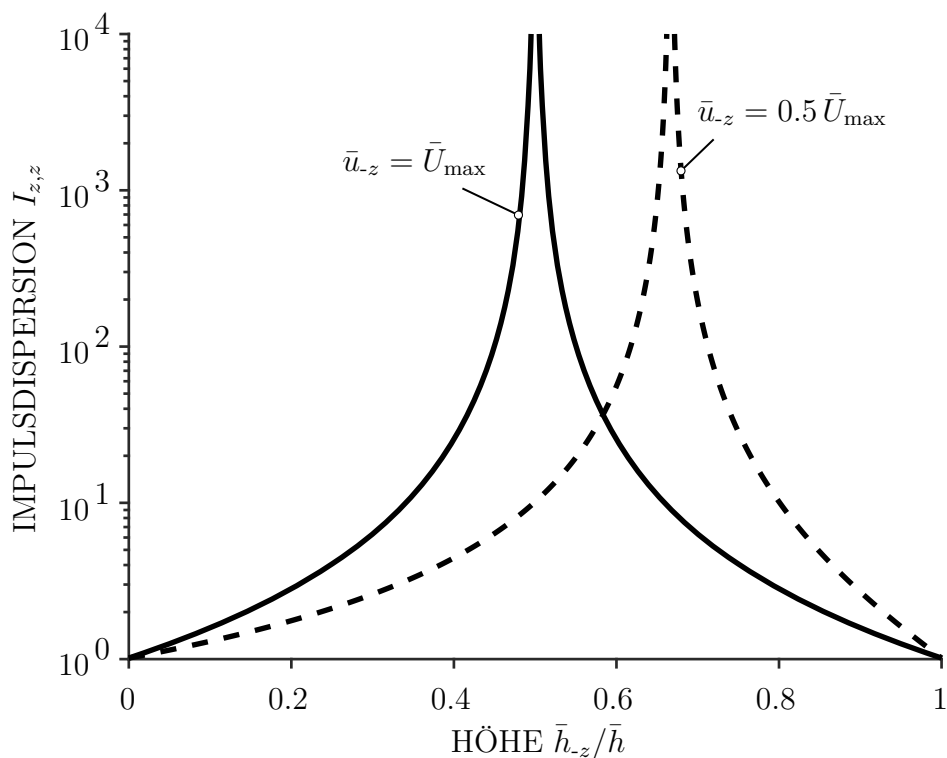


Abb. A.3 – Axiale Impulsdispersion der „marginalen“ Ablösung aufgetragen über die relative Höhe \bar{h}_{-z}/\bar{h} der Rückströmung für zwei unterschiedliche Rückströmgeschwindigkeiten \bar{u}_{-z}

Im nächsten Schritt wird der Einfluss der Drosselkörperbewegung auf das Geschwindigkeitsprofil in Umfangsrichtung nach Abbildung A.4³ abgeschätzt. Dazu wird die instationäre, ebene Staupunktströmung in dimensionsloser Form betrachtet. Dabei existiert keine Abhängigkeit in axialer Richtung. Die Kanalwand ruht und der Drosselkörper verdrängt das umgebende Fluid ähnlich einer oszillierenden Staupunktströmung. Die Staupunktströmung weist dabei für große Schwingfrequenzen eine Zweischichtenstruktur aus „Außenströmung“ und „Stokesscher Schicht“ auf. Die Außenströmung wird potentialtheoretisch aufgestellt, d.h. der Impulsbeiwert $I_{\varphi,\varphi}$ ist dort exakt eins. Die Stokessche Schicht stellt eine Grenzschichtströmung dar und wird mit den entsprechenden Randbedingungen gelöst. Die dort gewählten Ansätze zeigen ein exponentielles Wachstum von der Kanalwand zur Außenströmung. In der Literaturquelle wird auch eine Phasenverschiebung zur Außenströmung dargestellt. Die Phasenverschiebung sowie der zeitliche Verlauf sind für die Be-

³SCHLICHTING UND GERSTEN, *Grenzschicht-Theorie*, ([52], 2006)

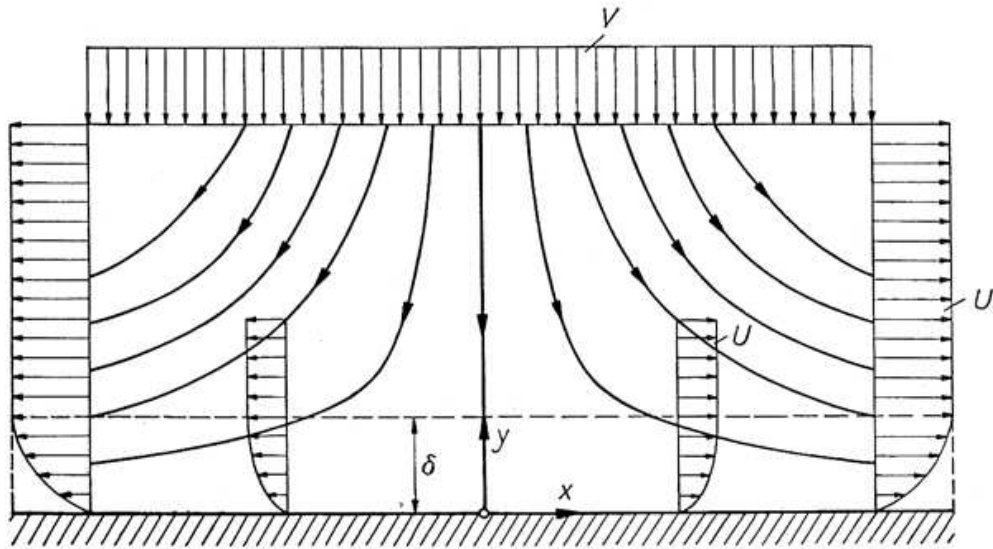


Abb. A.4 – Ebene Staupunktströmung aus [52](S.110)

trachtung der Größenordnung des Impulsbeiwerts nicht relevant und werden in der nachfolgenden Integration nicht berücksichtigt. Für die Abschätzung des Impulsbeiwerts wird das Geschwindigkeitsprofil in Umfangsrichtung über die Grenzschichthöhe δ_{99} , bei der 99% der Außengeschwindigkeit erreicht wird, integriert

$$\int_0^{\delta_{99}} (u'_{\varphi})^2 dy = \int_0^{\delta_{99}} e^{-\sqrt{\frac{2\Omega}{\nu}} \frac{h^2}{y}} dy = \frac{0.99}{h} \sqrt{\frac{\nu}{2\Omega}}$$

Dabei wird von der Kanalwand zur Grenzschichthöhe integriert. Das Verhältnis aus Viskosität, Kreisfrequenz und Spalthöhe ist ein Maß dafür, inwieweit das Geschwindigkeitsprofil durch viskose Kräfte beeinflusst wird. Je kleiner dieser Wert ist, desto eher entspricht das Geschwindigkeitsprofil einem Blockprofil. Der Konturplot A.5 zeigt den Impulsbeiwert $I_{\varphi,\varphi}$ aufgetragen über die zu erwartenden ersten Biegeeigenfrequenzen $\tilde{f}_{B,1}$ der Ventilstange und für verschiedene Spalthöhen. Für große Spalte und hohe Frequenzen ist die Impulsdispersion in Umfangsrichtung zu vernachlässigen. Für sehr kleine Spalte und niedrige Frequenzen werden in der gezeigten Konfiguration Impulsbeiwerte bis zu $I_{\varphi,\varphi} \approx 1.4$ erreicht. Aufgrund einer möglichen exzentrischen Stellung des Drosselkörpers oder durch seine Bewegung können kleine Spalte entstehen. Eine experimentelle Überprüfung der Geschwindigkeitsprofile innerhalb des Spalts war im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich.

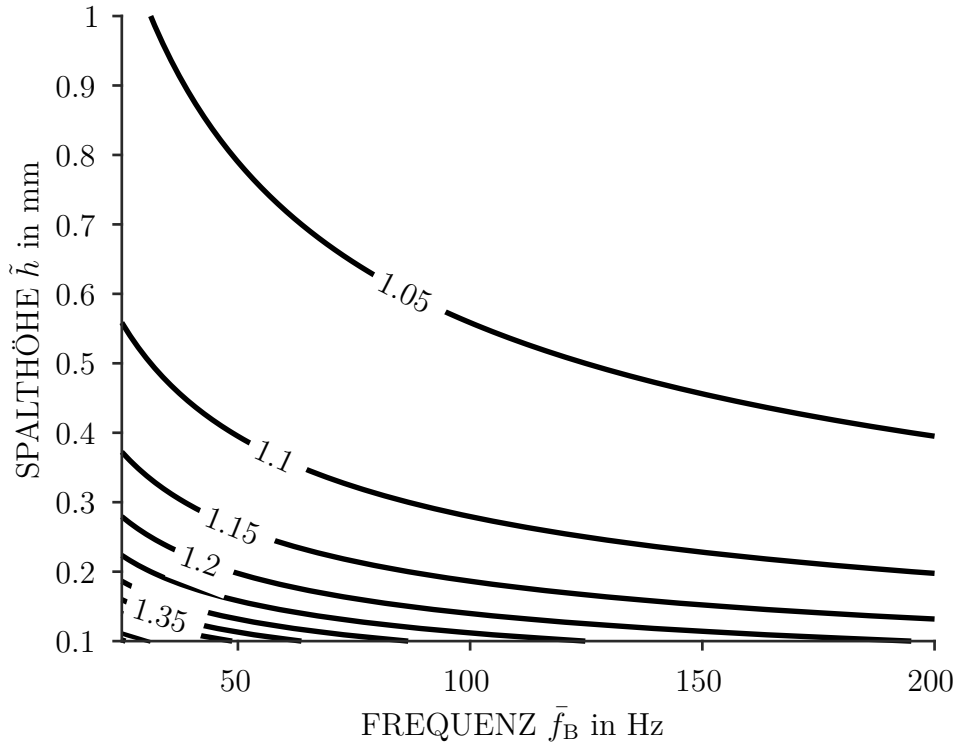


Abb. A.5 – Impulsbeiwert $I_{\varphi,\varphi}$ (Konturlinien) aufgetragen über erste Biege-eigenfrequenz der Ventilstange und Spalthöhe

A.4 Perturbationsansatz

Durch Vernachlässigung des radialen Druckgradienten sowie der Impulsdispersion in den Gleichungen A.2 und A.3 reduziert sich die dreidimensionale Strömung im Spalt auf eine ebene Strömung unabhängig von der radialen Koordinate des Spalts. Mit der Kontinuitätsgleichung A.1 vereinfachen sich die Impulsgleichungen A.2 und A.3 weiter zu

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{u}_z}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u}_z \frac{\partial \tilde{u}_z}{\partial \tilde{z}} + \frac{\tilde{u}_\varphi}{\bar{R}} \frac{\partial \tilde{u}_z}{\partial \varphi} &= -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} + \frac{\tilde{\tau}_z}{\bar{\rho} \tilde{h}}, \\ \frac{\partial \tilde{u}_\varphi}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u}_z \frac{\partial \tilde{u}_\varphi}{\partial \tilde{z}} + \frac{\tilde{u}_\varphi}{\bar{R}} \frac{\partial \tilde{u}_\varphi}{\partial \varphi} &= -\frac{1}{\bar{\rho} \bar{R}} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \varphi} + \frac{\tilde{\tau}_\varphi}{\bar{\rho} \tilde{h}}. \end{aligned}$$

Die Geschwindigkeiten \tilde{u}_i , der Druck \tilde{p} und die Spalthöhe \tilde{h} werden mit Hilfe des Perturbationsansatzes in stationäre $_0$ und instationäre $_1$ Anteile aufge-

trennt

$$\begin{aligned}\tilde{u}_z(\tilde{t}, \varphi, \tilde{z}) &= \tilde{u}_{z,0}(\varphi, \tilde{z}) + \chi \tilde{u}_{z,1}(\tilde{t}, \varphi, \tilde{z}), \\ \tilde{u}_\varphi(\tilde{t}, \varphi, \tilde{z}) &= \tilde{u}_{\varphi,0}(\varphi, \tilde{z}) + \chi \tilde{u}_{\varphi,1}(\tilde{t}, \varphi, \tilde{z}), \\ \tilde{h}(\tilde{t}, \varphi, \tilde{z}) &= \tilde{h}_0(\varphi, \tilde{z}) + \chi \tilde{h}_1(\tilde{t}, \varphi, \tilde{z}).\end{aligned}$$

Die Wandschubspannungen $\tilde{\tau}_i$ enthalten durch das Widerstandsgesetz in 2.12 ebenfalls die genannten Geschwindigkeiten und Spalthöhe.

Die Kontinuitäts- und Impulsgleichungen A.1 bis A.3 werden mit

$$\begin{aligned}\tilde{z}_0 &= \bar{l}_D z, \quad \tilde{h}_0 = \bar{h} h_0, & | \quad \tilde{t} &= \frac{t}{\Omega}, \quad \tilde{h}_1 = \bar{h}_1 h_1, \\ \tilde{u}_{z,0} &= \bar{U} u_{z,0}, \quad \tilde{u}_{\varphi,0} = \bar{U}_{\varphi,0} u_{\varphi,0} & | \quad \tilde{u}_{z,1} &= \bar{U}_1 u_{z,1}, \quad \tilde{u}_{\varphi,1} = \bar{U}_{\varphi,1} u_{\varphi,1}, \\ \tilde{p}_0 &= \frac{\rho}{2} \bar{U}^2 p_0, \quad \tilde{\tau}_0 = \frac{\rho}{2} \bar{U}^2 \tau_0, & | \quad \tilde{p}_1 &= \frac{\rho}{2} \bar{U} \bar{U}_1 p_1, \quad \tilde{\tau}_1 = \frac{\rho}{2} \bar{U} \bar{U}_1 \tau_1, \\ \text{und } \bar{U}_{\varphi,1} &= \bar{U}_1 \frac{\bar{R}}{\bar{l}_D}, \quad \bar{h}_1 = \bar{U}_1 \frac{\bar{h}}{\bar{U}},\end{aligned}$$

dimensionslos gemacht. Die Frequenz $\bar{\Omega}$ ist nach Gleichung 2.18 definiert.

Im Anschluss werden für die Geschwindigkeiten die Flussgrößen

$$\begin{aligned}Q_{z,0} &= u_{z,0} h_0, \quad Q_{\varphi,0} = u_{\varphi,0} h_0, \\ Q_{z,1} &= u_{z,1} h_0 + \frac{Q_{z,0} h_1}{h_0}, \quad Q_{\varphi,1} = u_{\varphi,1} h_0,\end{aligned}$$

eingesetzt. Mit dem Perturbationsansatz und den Flussgrößen berechnen sich die zwei dimensionslosen Kontinuitätsgleichungen zu

$$\begin{aligned}0 &= \underbrace{\frac{\bar{U}_{\varphi,0}}{\bar{U}}}_{\ll 1} \frac{\partial Q_{\varphi,0}}{\partial \varphi} + \frac{\partial Q_{z,0}}{\partial z} \approx \frac{\partial Q_{z,0}}{\partial z}, \\ 0 &= \frac{\partial h_1}{\partial t} + \frac{\partial Q_{\varphi,1}}{\partial \varphi} + \frac{\partial Q_{z,1}}{\partial z}.\end{aligned}$$

Die erste Gleichung zeigt den stationären Anteil der Kontinuitätsgleichung. Dabei wird die stationäre Umfangsströmung aufgrund ihrer Größenordnung vernachlässigt. Die zweite Gleichung enthält die instationären Anteile der Kontinuitätsgleichung.

Der Perturbationsansatz führt bei den stationären Impulsgleichungen in dimensionsloser Form und eingesetzten Flussgrößen zu

$$\frac{\partial p_0}{\partial \varphi} = 0 \text{ und } \frac{\partial p_0}{\partial z} = -C_R \frac{Q_{z,0} \left(Q_{z,0}^2\right)^{\frac{1-c_{F,2}}{2}}}{h_0^3} + \frac{2 Q_{z,0}}{h_0^3} \frac{\partial h_0}{\partial z}.$$

Hierbei wird der stationäre Druckgradient in Umfangsrichtung ebenfalls aufgrund seiner Größenordnung vernachlässigt. Dies folgt wieder aufgrund der Annahme einer im Vergleich zur Umfangsgeschwindigkeit deutlich größeren Axialgeschwindigkeit. Der stationäre Anteil des axialen Druckgradienten besteht aus seinem Reibungsterm mit dem Reibungskoeffizienten C_R sowie Reibungsexponent $c_{F,2}$ und der Beschleunigung der Strömung aufgrund der Verkippung $\partial h_0/\partial z$ des Drosselkörpers. Die instationären, dimensionslosen Anteile der Impulsgleichungen zeigt Kapitel 2.3.1.

Anhang B

Staupunktströmung

Die Staupunktströmung vor dem Drosselkörper führt zu einer Kraft und einem Moment, welche auf die Stirnfläche des Drosselkörpers wirken. Die nachfolgenden Abschätzungen zeigen, dass nur die Druckkraft normal zur Stirnfläche des Drosselkörpers von Relevanz ist. Alle anderen Kraftanteile und Momente werden aufgrund ihrer Größenordnungen vernachlässigt.

B.1 Kraftbilanz

Die Kraftbilanz in integraler Form für das Kontrollvolumen in Abbildung 2.5 berechnet sich zu

$$\begin{aligned} & \cancel{\iiint \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \vec{u}) d\tilde{V}} + \iint \rho \vec{u}_1 (\vec{u}_1 \vec{n}_1) d\tilde{A}_1 + \iint \rho \vec{u}_E (\vec{u}_E \vec{n}_E) d\tilde{A}_E = + \\ & \cancel{\iiint (\bar{\rho} \vec{k}) d\tilde{V}} + \iint \vec{t}_1 d\tilde{A}_1 + \iint \vec{t}_E d\tilde{A}_E + \underbrace{\iint \vec{t}_K d\tilde{A}_K + \iint \vec{t}_D d\tilde{A}_D}_{\vec{F}_{D,K}}. \end{aligned}$$

Dabei werden bereits der instationäre Term des Kontrollvolumens, die Volumenkräfte und die Wandschubspannung des Kanals vor dem Drosselkörper aufgrund ihrer Größenordnungen gestrichen, ohne diese im Detail zu diskutieren. Im Nachfolgenden werden die restlichen Terme in Zylinderkoordinaten ausgewertet. Dabei werden die ausgewerteten Integrale mit den bekannten dimensionslosen Größen aus den vorherigen Kapiteln angegeben. Der Impuls auf die Fläche \tilde{A}_D entspricht der Kraft des Drosselkörpers $\vec{F}_{D,K}$ auf das Kontrollvolumen. Das Negative dieser Kraft entspricht der gesuchten Kraft auf die Stirnfläche des Drosselkörpers. Die gesuchte Kraft wird durch die nachfolgende Auswertung der restlichen Integrale ermittelt.

Durch Annahme einer ausgeglichenen stationären Strömung am Eintritt ins Kontrollvolumen, sind dort die Geschwindigkeit und der Druck über den Querschnitt \tilde{A}_1 konstant. Lediglich die Kanalwand \tilde{R}_K ist aufgrund einer möglichen Anfangsexzentrizität $\bar{\varepsilon}$ eine Funktion des Winkels φ . An dieser Stelle sei angemerkt, dass eine Umlenkung vor der Drosselstelle wie in gängigen Hubventilen über die Randbedingungen am Kontrollvolumeneintritt \tilde{A}_1 simuliert werden kann. Die Kraft am Eintritt ins Kontrollvolumen berechnet sich mit der dort konstanten Geschwindigkeit \bar{U}_1 und dem konstanten Druck \bar{p}_1 bzw. mit dem Totaldruck \bar{p}_T zu

$$\iint \varrho \vec{u}_1 (\vec{u}_1 \vec{n}_1) d\tilde{A}_1 - \iint \vec{t}_1 d\tilde{A}_1 = \pi \bar{R}_K^2 (\bar{\varrho} \bar{U}_1^2 + \bar{p}_1) \vec{e}_z = \pi \bar{R}_K^2 \bar{p}_T \vec{e}_z.$$

Ohne Drall am Eintritt ins Kontrollvolumen, ist dort nur die Kraftkomponente in axialer Richtung von Null verschieden.

Die Auswertung der Kraftbilanz an der Eintrittsfläche zum Spalt \tilde{A}_E ist aufwendiger und nutzt die Ergebnisse der vorherigen Kapitel. Aufgrund der Größenordnungsabschätzung der vorherigen Kapitel aber auch durch die düsenartige Beschleunigung der Strömung in den Spalt hinein, wird die radiale Geschwindigkeitskomponente am Spalteintritt vernachlässigt. Außerdem ist die axiale Geschwindigkeitskomponente über die Spalthöhe konstant. Eine mögliche Strömungsablösung entsteht erst im Spalt. Die Vernachlässigung der Geschwindigkeitskomponente in Umfangsrichtung erscheint ebenfalls sinnvoll, da ein Transport aus dem Spalt entgegen der Strömungsrichtung unwahrscheinlich ist. Grund hierfür sind die deutlich größeren konvektiven Terme im Vergleich zu den diffusiven Termen. Wird allerdings ein Drall über den Querschnitt \tilde{A}_1 ins Kontrollvolumen getragen, kann auch eine Geschwindigkeit am Eintritt in den Spalt in Umfangsrichtung vorliegen. Wie bereits erwähnt, kann eine Umlenkung vor der Drosselstelle durch die Randbedingungen am Kontrollvolumen simuliert werden. Daher wird die Geschwindigkeitskomponente in Umfangsrichtung am Spalteintritt vorerst nicht vernachlässigt. Mit den genannten Vereinfachungen sowie den oben vorgestellten dimensionslosen Flussgrößen berechnen sich die konvektiven Terme am Spalteintritt zu

$$\begin{aligned} & \bar{\varrho} \int_0^{2\pi} \int_{\tilde{R}_D}^{\tilde{R}_K} \left[\left(\cancel{\tilde{u}_{r,E}} \tilde{u}_{z,E} \right) \vec{e}_r + \left(\tilde{u}_{\varphi,E} \tilde{u}_{z,E} \right) \vec{e}_\varphi - \left(\tilde{u}_{z,E}^2 \right) \vec{e}_z \right] \tilde{r} d\tilde{r} d\varphi \approx \\ & \bar{\varrho} \bar{U}_m^2 \bar{R}_m \bar{h} \int_0^{2\pi} \left[\left(\cancel{\mathcal{O} \left(\alpha \frac{\bar{h}}{\bar{R}_m} \right)} \right)_E \vec{e}_r + \left(\frac{Q_\varphi Q_z}{h} \right)_E \vec{e}_\varphi - \left(\frac{Q_z^2}{h} \right)_E \vec{e}_z \right] d\varphi. \end{aligned}$$

Bei Auswertung der Integrale ist zu beachten, dass der Einheitsvektor \vec{e}_φ von φ abhängig ist. Eine ausführliche Darstellung der Oberflächenkräfte an der

Eintrittsfläche des Spalts zeigt

$$\begin{aligned} \bar{\eta} \int_0^{2\pi} \int_{\tilde{R}_D}^{\tilde{R}_K} \left[- \left(\frac{\partial \tilde{u}_{\tilde{r},E}}{\partial \tilde{z}} + \frac{\partial \tilde{u}_{z,E}}{\partial \tilde{r}} \right) \vec{e}_{\tilde{r}} - \left(\frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{u}_{z,E}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \tilde{u}_{\varphi,E}}{\partial \tilde{z}} \right) \vec{e}_{\varphi} + \right. \\ \left. + \left(\frac{\tilde{p}_E}{\bar{\eta}} - 2 \frac{\partial \tilde{u}_{z,E}}{\partial \tilde{z}} \right) \vec{e}_z \right] \tilde{r} d\tilde{r} d\varphi \approx \bar{\rho} \bar{R}_m \bar{h} \bar{U}_m^2 \int_0^{2\pi} \left[- \left(\mathcal{O} \left(\frac{2\alpha \bar{h}^2}{\bar{R}e \bar{R}_m^2} + \frac{2}{\bar{R}e} \right) \right) \vec{e}_r + \right. \\ \left. - \left(\mathcal{O} \left(\frac{\bar{h}}{\bar{R}_m \bar{R}e} + \frac{\bar{h}}{\bar{R}_m \bar{R}e} \right) \right) \vec{e}_{\varphi} + \left(\frac{h}{2} p_E - \mathcal{O} \left(\frac{\bar{h}}{\bar{R}_m \bar{R}e} \right) \right) \vec{e}_z \right] d\varphi, \end{aligned}$$

dass die viskosen Terme aufgrund ihrer Größenordnung gegenüber den konvektiven Termen vernachlässigt werden können. Der Druck ist von gleicher Größenordnung wie die konvektiven Terme.

Um die resultierende Kraft der Strömung auf den Drosselkörper zu berechnen, muss noch der als konstant angenommene Druck auf der Rückseite des Drosselkörpers \tilde{A}_2 mit zugehörigem Normalenvektor \vec{n}_2 abgezogen werden

$$\vec{F}_{K,D} = -\vec{F}_{D,K} - \pi \bar{R}_D^2 \tilde{p}_2 \vec{n}_2.$$

Mit dem Fluss Q_z aus den vorherigen Kapiteln sowie der Annahme, dass der Fluss $Q_{\varphi}|_E = 0$ in Umfangsrichtung am Eintritt in den Spalt vernachlässigt wird, folgt für die Axialkraft auf den Drosselkörper

$$\begin{aligned} \vec{F}_{K,D} \approx -\frac{\bar{\rho}}{2} \bar{U}_m^2 \bar{R}_m \bar{h} \left[\frac{\pi \bar{R}_K^2}{\bar{R}_m \bar{h}} p_T \vec{n}_1 - \frac{\pi \bar{R}_D^2}{\bar{R}_m \bar{h}} p_2 \vec{n}_2 + \right. \\ \left. - \int_0^{2\pi} \left(\frac{2Q_z^2}{h} + h p_E \right) \vec{e}_z d\varphi \right]. \end{aligned}$$

Werden die konvektiven Terme am Eintritt in den Spalt sowie die Druckkräfte mit p_T und p_2 mit den gleichen Größen dimensionslos gemacht, so ist erkenntlich, dass die Druckkräfte deutlich größer sind als die konvektiven Terme. Wird der Druck am Austritt des Spalts zur dahinterliegenden Kavität auf Null gesetzt, so berechnet sich die Axialkraft in Abbildung 2.5 zu

$$\vec{F}_{K,D} \approx -\frac{\bar{\rho}}{2} \bar{U}_m^2 \pi \bar{R}_D^2 p_T \vec{n}_1. \quad (\text{B.1})$$

Dabei wird die Kraft auf den Drosselkörper nicht mit der Kraft am Kontrollvolumen gleich gesetzt, sondern von dieser noch der Totaldruck mal der Eintrittsfläche des Spalts abgezogen. Die Kraft auf die Stirnfläche des Drosselkörpers wird damit durch den Totaldruck am Kontrollvolumeneingang bestimmt.

B.2 Momentenbilanz

Das Moment am Drosselkörper aufgrund der Staupunktströmung wird am Übergang zur Ventilstange, d.h. am beschleunigten Bezugspunkt, ausgewertet. Der Drallsatz in integraler Form für das Kontrollvolumen in Abbildung 2.5 lautet mit den oben genannten Vereinfachungen

$$\iint [\vec{r}_1 \times (\bar{\rho} \vec{u}_1)] (\vec{u}_1 \vec{n}_1) d\tilde{A}_1 + \iint [\vec{r}_E \times (\bar{\rho} \vec{u}_E)] (\vec{u}_E \vec{n}_E) d\tilde{A}_E = + \iint \vec{r}_1 \times \vec{t}_1 d\tilde{A}_1 + \iint \vec{r}_E \times \vec{t}_E d\tilde{A}_E + \underbrace{\iint \vec{r}_D \times \vec{t}_D d\tilde{A}_D}_{\vec{M}_{D,K}}.$$

Das gesuchte Moment der Staupunktströmung auf den Drosselkörper ist das Negative des Moments $\vec{M}_{D,K}$ auf das Kontrollvolumen. Eine Auswertung der Rückseite des Drosselkörpers muss nicht erfolgen, da dort der Druck über den Querschnitt \tilde{A}_2 als konstant angenommen wird, und damit kein Moment erzeugt wird. Die Auswertung der Integrale erfolgt wieder in Zylinderkoordinaten. Das Moment am Bezugspunkt durch die ausgeglichene Strömung an der Fläche \tilde{A}_1 berechnet sich zu

$$\begin{aligned} & \iint \left([\vec{r}_1 \times (\bar{\rho} \vec{u}_1)] (\vec{u}_1 \vec{n}_1) - \vec{r}_1 \times \vec{t}_1 \right) d\tilde{A}_1 \approx + \\ & + \pi \bar{R}_K^2 (\bar{\rho} \bar{U}_1^2 + \bar{p}_1) \left[\left(-\frac{\tilde{\varepsilon}_y}{2} \right) \vec{e}_x + \left(\bar{\varepsilon} + \frac{\tilde{\varepsilon}_x}{2} \right) \vec{e}_y \right], \text{ mit} \\ & \vec{r}_1 = \left(\tilde{r} - \cos(\varphi) \tilde{\varepsilon}_x - \sin(\varphi) \tilde{\varepsilon}_y - \cos(\varphi) \sin(\varphi) \frac{\tilde{\varepsilon}_x \tilde{\varepsilon}_y}{r} \right) \vec{e}_r + \tilde{z}_1 \vec{e}_z. \end{aligned}$$

Hierbei ist zu erkennen, dass die Strömung am Querschnitt \tilde{A}_1 durch die Anfangsexzentrizität und durch die Auslenkung ein Moment am Bezugspunkt um die \tilde{x} - und \tilde{y} -Achse erzeugt. Die Anfangsexzentrizität wirkt sich nur in ein Moment um die \tilde{y} -Achse aus, da das Zylinderkoordinatensystem in Richtung des engsten Anfangspalts gedreht wird, siehe Gleichung 2.7. Die \tilde{x} -Achse und der Radius \tilde{r} fallen bei $\varphi = 0$ zusammen. Die Auswertung des Dralls am Eintritt in den Spalt wird zur Übersichtlichkeit nacheinander durchgeführt. Der Hebelarm am Spalteintritt \vec{r}_E ist ähnlich zum Hebelarm am Kontrollvolumeneintritt \vec{r}_1 . Lediglich die \tilde{z} -Komponente ($\tilde{z}_E = \bar{l}_D$) ist verschieden. Die Auswertung der nachfolgenden Integrale erfolgt unter Berücksichtigung einer Spaltströmung bzw. des Verhältnisses $\bar{h}/\bar{R}_m \ll 1$. Damit berechnen sich die

konvektiven Terme zu

$$\begin{aligned} & \bar{\varrho} \int_0^{2\pi} \int_{\bar{R}_D}^{\bar{R}_m} \left[(-\tilde{r} \tilde{z}_E \tilde{u}_{\varphi,E} \tilde{u}_{z,E}) \vec{e}_r + ([\tilde{z}_E \tilde{u}_{r,E} + \tilde{r}_E \tilde{u}_{z,E}] \tilde{u}_{z,E} \tilde{r}) \vec{e}_\varphi + \right. \\ & \left. + (\tilde{r} \tilde{r}_E \tilde{u}_{\varphi,E} \tilde{u}_{z,E}) \vec{e}_z \right] d\tilde{r} d\varphi \approx \frac{\bar{\varrho}}{2} \bar{U}_m^2 \bar{h} \bar{R}_m^2 \int_0^{2\pi} \left[- \left(\frac{\bar{l}_D}{\bar{R}_m} \frac{2}{\bar{h}} Q_\varphi Q_z \right)_E \vec{e}_r + \right. \\ & \left. + \left(\mathcal{O} \left(\alpha \frac{\bar{l}_D}{\bar{R}_m} \frac{\bar{h}}{\bar{R}_m} \right) + \frac{2}{\bar{h}} Q_z^2 \right)_E \vec{e}_\varphi + \left(\frac{2}{\bar{h}} Q_\varphi Q_z \right)_E \vec{e}_z \right] d\varphi. \end{aligned}$$

Am obigen Beispiel der integralen Impulsbilanz ist ersichtlich, dass die viskosen Terme vernachlässigt werden können. Dies gilt auch für das Moment am Bezugspunkt. Daher wird nachfolgend nur noch die Größenordnung der einzelnen Komponenten angegeben

$$\begin{aligned} \iint \vec{r}_E \times \vec{t}_E d\tilde{A}_E &= \frac{\bar{\varrho}}{2} \bar{U}_m^2 \bar{h} \bar{R}_m^2 \int_0^{2\pi} \left[\mathcal{O} \left(\frac{\bar{l}_D}{\bar{R}_m} \frac{\bar{h}}{\bar{R}_m} \frac{4}{\bar{R}_e} \right)_E \vec{e}_r + \right. \\ & \left. + \left(\mathcal{O} \left(\frac{\bar{l}_D}{\bar{R}_m} \frac{8}{\bar{R}_e} \right) - h p_E \right)_E \vec{e}_\varphi + \mathcal{O} \left(\frac{\bar{h}}{\bar{R}_m} \frac{4}{\bar{R}_e} \right)_E \vec{e}_z \right] d\varphi. \end{aligned}$$

Zusammenfassend berechnet sich das Moment der Staupunktströmung auf den Drosselkörper mit der Annahme $Q_\varphi|_E = 0$ zu

$$\begin{aligned} \vec{M}_{K,D} \approx & -\frac{\bar{\varrho}}{2} \bar{U}_m^2 \bar{R}_m^2 \bar{h} \left(\pi \frac{\bar{R}_K^2}{\bar{R}_m^2} p_1 \left[\left(-\frac{\varepsilon_y}{2} \right) \vec{e}_x + \left(\varepsilon + \frac{\varepsilon_x}{2} \right) \vec{e}_y \right] + \right. \\ & \left. + \int_0^{2\pi} \left[\left(\frac{2}{\bar{h}} Q_z^2 + h p_E \right)_E \vec{e}_\varphi \right] d\varphi \right). \end{aligned}$$

Das Integral des Moments ist nicht das selbe wie bei der Axialkraft B.1, da das Integral über \vec{e}_φ ausgewertet werden muss. Wie bereits erwähnt, wirken aufgrund der Anfangsexzentrizität und der Auslenkung des Drosselkörpers Momente auf dessen Bezugspunkt. Hinzu kommen Momente aus einer möglichen ungleichmäßigen Druck- und Geschwindigkeitsverteilung am Eintritt in den Spalt. Ein Vergleich der Größenordnungen des Moments der Staupunktströmung \vec{M}_K mit dem Moment der Spaltströmung \vec{M}_S zeigt

$$\frac{\mathcal{O}(\vec{M}_K)}{\mathcal{O}(\vec{M}_S)} = \frac{\bar{h}}{\bar{l}_D},$$

Somit wird das Moment der Staupunktströmung vernachlässigt.

Anhang C

Lagersteifigkeiten

In den Abbildungen 2.6 und 3.2 sind das Modell der Ventilstangenlagerung sowie deren Umsetzung im Prüfstand dargestellt. Die Ventilstange wird durch eine Spannbuchse eingespannt und durch ein Messinglager radial geführt. Das Messinglager besitzt eine kurze Auflagelänge von < 4 mm, sodass nur ein geringes Biegemoment aufgenommen wird. Die Einspannung mit Spannbuchse wird als Auflager mit Drehfeder \bar{k}_1 , und das Messinglager als translatorische Feder \bar{k}_2 ohne Aufnahme eines Biegemoments modelliert. Die Steifigkeiten der Lager werden am Kalibrationsaufbau für die Dehnungsmessstreifen und direkt am Traversensystem des Prüfstands ermittelt. Am Beispiel des Kalibrationsaufbaus in Abbildung 3.4 wird der Messvorgang erläutert. Die Ventilstange wird in die Spannbuchse eingespannt, und am aufgeschraubten Drosselkörper ist ein Träger befestigt, an dem vermessene Gewichte unter bekanntem Hebelarm \bar{l}_H angebracht werden, um definierte Momente einzustellen. Die Absenkung der Ventilstange durch das aufgebrachte Moment wird in einem Abstand von 180 mm nach der Einspannung mit Hilfe einer Messuhr aufgezeichnet. Mit dem bekannten Moment und der gemessenen Absenkung wird die Steifigkeit der Drehfeder berechnet. Durch die Absenkung der Ventilstange kippt der Träger. Die Verkipfung führt zu einer Querkraft, die zusätzlich zum Moment auf die Ventilstange bzw. auf die Einspannung wirkt. Da die Verkipfung am Ende der Ventilstange in allen Versuchen sehr klein ist, wird der Einfluss der Querkraft vernachlässigt. Die Drehsteifigkeit der Spannbuchse wird ebenfalls am Traversensystem des Prüfstands ohne Messinglager ermittelt. Dabei zeigt lediglich die Gewichtskraft in entgegengesetzte Richtung. Mit der bekannten Drehsteifigkeit der Einspannung wird im Anschluss die translatorische Federsteifigkeit des Messinglagers bestimmt.

In Abbildung C.1 sind die relativen Steifigkeiten der Einspannung und des Messinglagers zusammengefasst. Auf der Ordinate sind die relativen Stei-

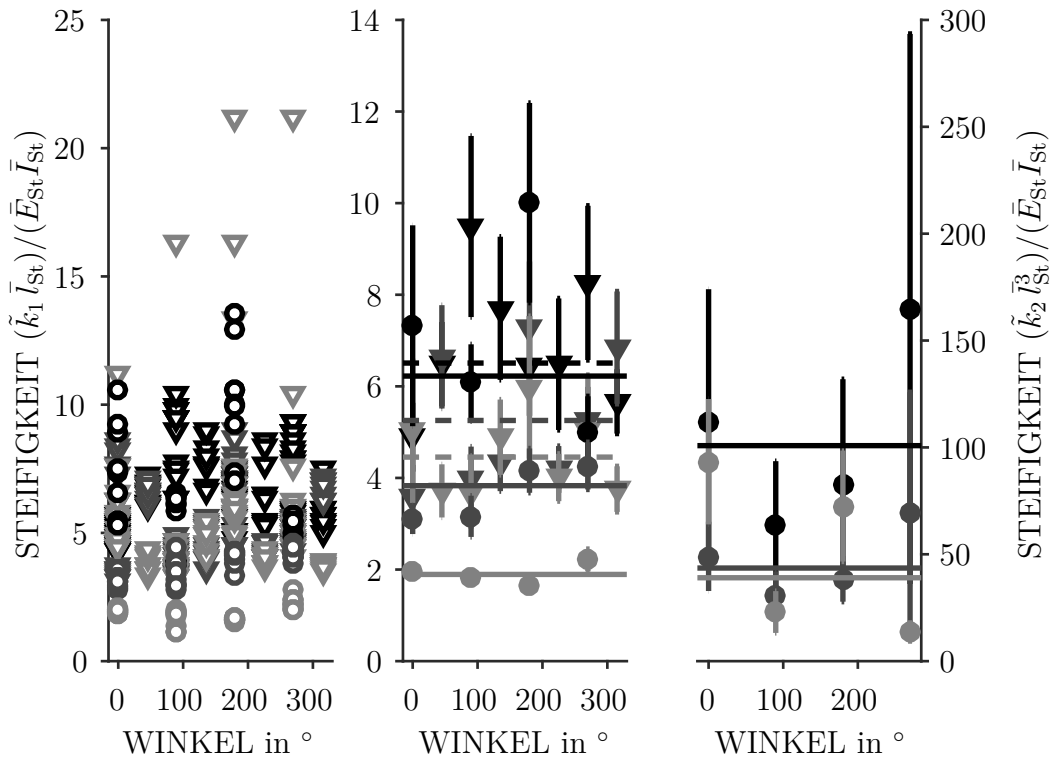


Abb. C.1 – relative Drehsteifigkeit der Einspannung $(\tilde{k}_1 \bar{l}_{St}) / (\bar{E}_{St} \bar{I}_{St})$ und relative Steifigkeit des Auflagers $(\tilde{k}_2 \bar{l}_{St}^3) / (\bar{E}_{St} \bar{I}_{St})$ bei unterschiedlicher Belastungsrichtung. Kreise und die durchgezogene Linie entsprechen dem Prüfstands-aufbau, Dreiecke und die gestrichelte Linie entsprechen dem Kalibrationsaufbau.

figkeiten aufgetragen, und auf der Abszisse die Ausrichtung des Trägers mit angehängtem Gewicht. Nach Abbildung 3.4 ist die Spannbuchse bei $\varphi = 0$ geschlitzt. Daher wurden Versuche unter verschiedenen Winkeln durchgeführt, um eine mögliche Abhängigkeit von der Belastungsrichtung zu ermitteln. Die linke Seite der Abbildung enthält die einzelnen Messungen der relativen Drehsteifigkeit der Einspannung im Kalibrationsaufbau und am Traversensystem ohne Messinglager. Zur Wahrung der Übersicht sind dort keine Fehlerbalken abgebildet. Im mittleren Bild wird der Median der relativen Drehsteifigkeit für verschiedene Winkel, Stangendurchmesser und Aufbauten gebildet. Das rechte Bild enthält die relative Steifigkeit des Messinglagers. Die Drehsteifigkeit der Einspannung \tilde{k}_1 und die Steifigkeit des Messinglagers \tilde{k}_2 werden mit der Biegesteifigkeit $\bar{E}_{St} \bar{I}_{St}$ der Ventilstange und ihrer Länge \bar{l}_{St} dimensionslos gemacht. Die Ventilstangendurchmesser sind durch unterschiedliche Graustufen gekennzeichnet. Anhand der Markerformen sind die Aufbauten

zu unterscheiden. In der Abbildung entsprechen die Linien dem Median aller Messungen pro Stangendurchmesser und Aufbau. Die Steifigkeiten der Lager im Modell werden mit dem letztgenannten Median angegeben. Aufgrund der großen Streuungen wird zur Auswertung der Median gebildet. Der Median wird als robuster Schätzer des wahren Wertes dem Mittelwert vorgezogen, da der Mittelwert sehr sensitiv auf Ausreißer, die hier auftreten, reagiert. Die große Streuung ist zum einen auf das Messverfahren zurückzuführen aber auch auf die Eigenschaftsänderungen der Lagerung nach erneuter Montage. Um den Einfluss der Montage zu berücksichtigen wurden für jede Konfiguration mindestens drei Wiederholungen durchgeführt.

Die Drehsteifigkeit im Kalibrationsaufbau (gestrichelte Linien) wird bei dickerer Stange deutlich größer als im Traversensystem des Prüfstands. Das erscheint plausibel, da die Spannbuchse im Kalibrationsprüfstand in eine massive Platte eingespannt ist und im Prüfstand in der inneren Welle des Traversensystems. Die innere Welle ist dabei deutlich biegeweicher als die Platte des Kalibrationsaufbaus.