



MTA doktori mű

Acélhidak innovatív méretezési módszerei

Tézisfüzet

Dr. Kövesdi Balázs Géza

Budapest Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Hidak és Szerkezetek Tanszék

Budapest, 2022.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	2
2. Kutatási eredmények bemutatása	4
2.1 Trapézlemez-gerincű I-tartók hajlítási ellenállása	4
2.2 Hosszbordával merevített gerendák beroppanási ellenállása.....	6
2.3. Gerinclemezes I-tartók interakciós viselkedése.....	8
2.4. Közvetlen teherrel nem terhelt keresztartók méretezése.....	10
3. Új tudományos eredmények	12
4. Az értekezéshez kapcsolódó publikációk	14

1. Bevezetés

Napjainkban az építőipar fejlődésével az acélszerkezetű hidak tervezése és építése is jelentős fejlődésen megy keresztül, melynek három fő mozgatórugója az (i) Ipar 4.0 és az építőipari digitalizáció, (ii) az új acél anyagok és gyártástechnológiák alkalmazása és (iii) az új típusú szerkezetek kialakítások megjelenése a tervezési gyakorlatban. Ezen újítások paradigmaváltást jelentenek az acélhidak tervezésében és megkövetelik a korábbi, hagyományos méretezési módszerek felülvizsgálatát, megújítását. A tervezői gyakorlat jelenleg sok esetben nem szabványos, egyedi megoldásokat alkalmaz az ilyen korszerű szerkezetek statikai ellenőrzésére, illetve amennyiben a hagyományos méretezési módszereket alkalmazza, azok általában nem vezetnek gazdaságos megoldásra. A kutatásaim fő célkitűzése olyan új méretezési módszerek fejlesztése, illetve a hagyományos méretezési módszerek megújítása és pontosítása, melyekkel a korunk igényeinek megfelelő, innovatív acélhidak gazdaságosan és kellő biztonsággal tervezhetők. A kutatómunkámban vizsgált acélhidak esetén az innováció a következő négy területen jelenik meg: (i) újszerű szerkezeti kialakítások és (ii) építési módszerek, (iii) összetett igénybevételállapokra való pontosított méretezés, valamint (iv) új, nagyszilárdságú acél anyagok hidépítési alkalmazása. Ezen újítások közül az MTA doktori disszertációmban az első három jelenik meg, PhD hallgatóimmal közös kutatásaim azonban mind a négy területre kiterjednek. Az általam kidolgozott új méretezési módszerek elméleti mechanikai modellek alapján, kísérleti és numerikus szimulációs háttérrel validálva kerültek kidolgozásra. Több esetben megalkottam új, illetve módosítottam meglévő méretezési eljárások elméleti mechanikai modelljét, hogy pontosabban kövessék a valós fizikai jelenséget.

Az új szerkezeti kialakítások közül a doktori műben a trapézlemez-gerincű tartók szerkezeti viselkedésével és méretezésével foglalkozom, mely a hidépítésben innovatív megoldásnak számít, a hagyományos sík gerinclemezű tartókhoz képest jelentősen eltérő szerkezeti viselkedéssel. Magyarországon eddig az M43 autópálya Tisza-hídja, a Móra Ferenc híd épült ilyen szerkezeti kialakítással, illetve jelenleg tervezési és kivitelezésselőkészítési fázisban van az új paksi Duna-híd, amelyben szintén ezt a megoldást alkalmazzák, így a kutatási téma kiemelt jelentőségű napjainkban hazánkban is. A kutatásaim a hajlított-nyírt trapézlemez-gerincű tartók hajlítási ellenállásának meghatározására, a nyíróerőből származó övlemezben kialakuló keresztirányú hajlítónyomaték meghatározására és hajlítási ellenállásban való figyelembevételére irányultak. A kutatásom során azt vizsgáltam, hogy a gerinclemezben fellépő nyírófeszültség hogyan hat az övlemezben kialakuló normálfeszültség-eloszlásra. Kidolgoztam egy pontosított mechanikai modellt a keresztirányú hajlítónyomaték maximális értékének és a normálfeszültségi szélsőértékek meghatározására, elemeztem az övlemezben a keresztirányú hajlítónyomatékból keletkező feszültségeloszlást befolyásoló tényezők hatását, és meghatároztam, hogy a keresztirányú hajlítónyomaték milyen módon befolyásolja a gerenda nyomatéki teherbírást.

Az új építési módok közül értekezésemben az acélhidak – napjainkban jelentősen továbbfejlesztett – betolósos építéstechnológiájával foglalkoztam, mely az egyik legelterjedtebben alkalmazott építési eljárás nagy fesztávolságú acélhidak esetén. Ez az építési mód megköveteli a szerkezetek méretezését a koncentrált keresztirányú erőbevezetéssel szemben, mivel a megtámasztások a híd mozgatása során jelentős keresztirányú hatást eredményeznek. Emellett minden építési fázisban ellenőrizni kell hajlítás-nyírás, valamint a hajlítás-nyírás-keresztirányú erő együttes hatására a szerkezet biztonságát. Kutatásaim során így foglalkoztam a hosszbordával merevített acélszerkezetek beroppanási ellenállásának meghatározásával és az összetett feszültségállapokra való méretezéssel is.

A beroppanási ellenállásra korábban kidolgozott méretezési módszerek jellemzően merevítetlen gerinclemez tartókra lettek kidolgozva. Módosított méretezési eljárások találhatóak a nemzetközi szakirodalomban az egy hosszbordával merevített szerkezetek beroppanási ellenállására. Több hosszbordás kialakításra jelenleg nem áll rendelkezésre méretezési eljárás, holott ez a gyakorlati esetek többsége. Kutatómunkámban vizsgáltam a több hosszbordával merevített szerkezetek beroppanási ellenállását, bemutattam a jellemző beroppanási viselkedési módjait, és rávilágítottam a szakirodalomban található, korábbi méretezési eljárások hibáira. Kísérleti és numerikus eredményeim alapján kidolgoztam egy új méretezési módszert, amivel a hídépítési gyakorlatban tipikusan alkalmazott merevített szerkezetek beroppanási ellenállása nagy pontossággal meghatározható, és ezek a szerkezetek építési állapotban a jelenleginél jelentősen gazdaságosabban tervezhetők.

A gerinclemez híd szerkezetek méretezése szempontjából kiemelt fontosságú az összetett igénybevételre való ellenőrzés. Kutatásom során először a hosszbordával merevített és merevítetlen szerkezetek hajlítás-nyírás (M-V) interakciós viselkedésével foglalkoztam. Meghatároztam, hogy a gerinclemez tartók M-V kölcsönhatási viselkedésének jellege mely geometriai jellemzőktől és keresztmetszeti aránytól függ. Felírtam ennek az arányszámnak és a teherbírásnak az összefüggését, melynek figyelembevételével pontosított méretezési eljárást dolgoztam ki. Az új módszer alkalmazhatóságát igazoltam hosszbordával merevített és merevítetlen szerkezetek esetén is. Elemeztem továbbá ezen híd szerkezetek viselkedését hajlítás-nyírás-keresztirányú erő (M-V-F) interakciójára is. Igazoltam, hogy a jelenlegi Eurocode szabvány alapú teherbírasi modellek alkalmazásával egy, a szakirodalomban korábban javasolt, de az összetett feszültségállapotra eddig nem vizsgált méretezési módszer megfelelő pontossággal és biztonsággal alkalmazható a hídépítésre jellemző paramétertartományban.

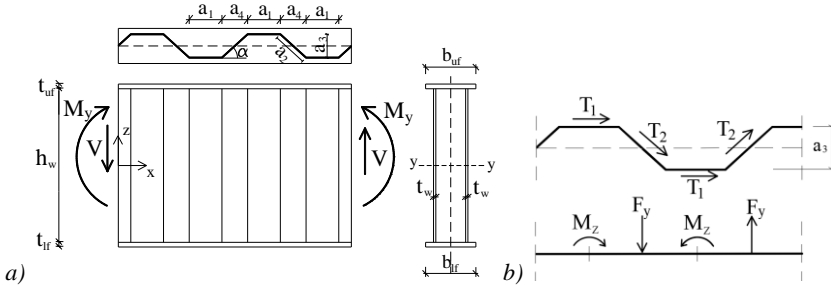
A betolások építéstechnológiához kapcsolódik a szekrény keresztmetszetű hidakban alkalmazott, közvetlenül nem terhelt merevítő gerendák (fenéklemez-kereszttartók) pontosított méretezési eljárásának fejlesztése is. A nyomott, hosszbordákkal merevített, ortotrop fenéklemez síkra merőleges megtámasztását a kereszttartók biztosítják, melyeket merevségre és teherbírásra is mértezni kell. A hazai és nemzetközi méretezési gyakorlat ebben nem egységes, és elméleti háttérben is jelentősen eltérő módszereket alkalmaz. Kutatásom kiindulása a kereszttartók szerkezeti viselkedésének részletes megismerése és jellemzése volt, aminek alapján bemutattam a különböző méretezési módszerek közötti különbségeket és rávilágítottam azok hibáira, hiányosságaira. Pontosított mechanikai modellből kiindulva kidolgoztam egy olyan méretezési módszert a kereszttartók minimális geometriai méreteinek meghatározására, mely kombinálja a merevségi és teherbírasi követelményeket és gazdaságosan alkalmazható ortotrop lemez szerkevény keresztmetszetű híd szerkezetek esetén.

A kutatómunkám az elmúlt 10-12 évben szorosan kapcsolódott az EN 1993-1-5 [1] szabvány fejlesztéséhez. Az általam kidolgozott új méretezési eljárások közül többet a CEN/TC250/SC3 európai szabványosítási bizottsága műszakilag helyesnek ítélte, így azok elfogadásra kerültek az acél lemez szerkezetek tervezésével foglalkozó új, várhatóan 2024-ben megjelenő prEN 1993-1-5:2024 [2] szabványba. Ezek közül négy méretezési eljárás kidolgozása alkotja az MTA doktori művem fő vezérfonalát, melyek a következők: (i) a trapézlemez-gerincű tartókban nyíróerőből kialakuló keresztirányú hajlítónyomaték meghatározása, (ii) a trapézlemez-gerincű tartók nyomatéki ellenállásának meghatározása, (iii) a lemez szerkezetek M-V interakciójának ellenőrzése és (iv) a közvetlen teherrel nem terhelt kereszttartók merevségi és teherbírasi vizsgálata. Ezáltal ezek a méretezési eljárások széleskörben alkalmazhatók lesznek a tervezési gyakorlatban.

2. Kutatási eredmények bemutatása

2.1. Trapézlemez-gerincű I-tartók hajlítási ellenállása

A nemzetközi szakirodalomban jelentős számú kutatás található a trapézlemez-gerincű tartók speciális szerkezeti viselkedésének elemzésére. Korábbi tanulmányok alapján ismert, hogy a trapézlemez alakú gerincben a nyíróerőből származó nyírófeszültség az övlemezben keresztirányú erőt és keresztirányú hajlítónyomatékat eredményez [3]-[7]. Vizsgálataimban ezzel a jelenséggel, a keresztirányú hajlítónyomaték nagyságával, és ennek a hajlítási ellenállásra gyakorolt hatásával foglalkoztam. A jelenséget, annak mechanikai modelljét és a trapézlemez-gerincű tartók esetén alkalmazott jelölésrendszerét az 1. ábra és a [KB1]-[KB2] publikációk mutatják be.



1. ábra: Trapézlemez-gerincű tartó a) geometriai kialakítás és jelölésrendszer,

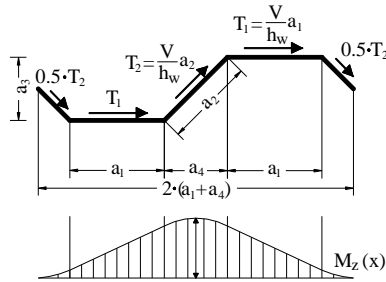
b) nyírófeszültségből az övlemezben keletkező keresztirányú erő és nyomaték.

A szakirodalmi vizsgálatok eredményei azt mutatják, hogy különböző méretezési módszerek állnak rendelkezésre a keresztirányú hajlítónyomatékból az övlemezben kialakuló normál feszültség meghatározására, melyek között végeredmény tekintetében akár 100%-os különbségek is lehetnek. Kutatásom célja a nyírófeszültségből származó keresztirányú hajlítónyomaték értékének pontos meghatározása és a hajlítónyomatéki ellenállásra kifejtett hatásának értékelése volt. A trapézlemez-gerincű tartókban kialakuló feszültségeloszlás meghatározására laboratóriumi kísérleteket és átfogó numerikus kutatási programot hajtottam végre. A kísérleti mérési eredmények és numerikus számítások igazolták az 1. ábrán bemutatott fizikai jelenséget és az övlemezben kialakuló alternáló jellegű normál feszültségeloszlást. Ugyanakkor méréseim és számításaim rámutattak a korábban alkalmazott mechanikai modellek hiányosságaira, miszerint azok nem veszik figyelembe a szerkezet megtámasztási és terhelési viszonyait, valamint a trapézlemez geometriai kialakításának sajátosságait. A nemzetközi szakirodalomban elsőként mutattam be, hogy azonos statikai vázú gerendák esetén is különböző nagyságú lehet az övlemezben kialakuló keresztirányú hajlítónyomaték, mely függ az erőbevezetés és oldalirányú megtámasztás trapézlemez kialakításhoz képesti pozíciójától, illetve a trapézlemez lemezmezőinek darabszámától is. Ezen hatások és geometriai sajátosságok feszültségeloszlást befolyásoló hatásának elemzésére egy numerikus vizsgálati programot hajtottam végre, melynek végeredményeként kidolgoztam a 2. ábrán bemutatott mechanikai modellt és az (1) egyenlettel felírt képletet.

$$M_{z, \max} = \frac{V \cdot a_3}{2 \cdot h_w} \cdot (2 \cdot a_1 + a_4) \quad (1)$$

ahol: V a keresztmetszetben ható nyíróerő,

a_1, a_3 és a_4 a trapézlemez gerinc geometriai méretei (2. ábra alapján),
 h_w a gerinclemez magassága (1. ábra alapján).



2. ábra: Módosított mechanikai modell és a mértékadó keresztirányú nyomatékeloszlás.

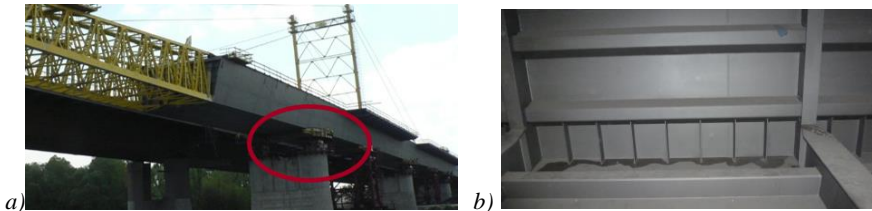
Kísérleti és numerikus számítási eredmények alapján igazoltam, hogy az általam kidolgozott méretezési képlet kellő pontossággal alkalmazható a hosszstengely mentén konstans nyíróerővel terhelt trapézlemez-gerincű I-gerendák övlemezében, a gerinclemezben fellépő nyírófeszültségből származó keresztirányú hajlítónyomaték maximális értékének meghatározására különböző geometriai kialakítások esetén. A numerikus vizsgálati eredményeket kiterjesztettem különböző nyíróerő eloszlásokra, és igazoltam, hogy a keresztirányú hajlítónyomaték adott keresztmetszet szempontjából lehetséges értékének felső becslését az adott keresztmetszetben fellépő nyíróerőből lehet meghatározni. Továbbá bemutattam, hogy a keresztirányú hajlítónyomaték milyen módon függ a megtámasztási és terhelési viszonyoktól, valamint a trapézlemez geometriai kialakításától.

A keresztirányú hajlítónyomatékból származó normálfeszültség pontos meghatározása után azt vizsgáltam, hogy milyen hatással van a keresztirányú hajlítónyomaték a trapézlemez-gerincű I-gerendák hajlítási ellenállására, és ezt milyen módon kell figyelembe venni a hajlítási ellenállás méretezési képletében. A korábbi, hajlított-nyírt trapézlemez-gerincű tartókra kidolgozott hajlítási ellenállás képletében szerepel a keresztirányú hajlítónyomaték hatásából származó normálfeszültség, redukciós tényező formájában [1]. Mivel a keresztirányú hajlítónyomaték a nyíróerőből származik, ezért a méretezési eljárás valójában egy M-V interakciós ellenőrzés, melynek háttere tisztázatlan, validációjára szakirodalmi megerősítés nem található, ugyanakkor a gyakorlatban alkalmazott szerkezetek esetén a méretezési képletben alkalmazott redukciós tényező jelentős ellenálláscsökkenésre vezet. A redukciós tényező maximális értékének vizsgálatára a szakirodalomból összegyűjtöttem megépült trapézlemez-gerincű hidak és magasépítési szerkezetek geometriai adatait, és a teljes adatbázist kiértékeltem a redukciós tényezőre való érzékenység szempontjából, ami alapján rámutattam a jelenség tervezési gyakorlatban való fontosságára.

Numerikus modellen végzett anyagi és geometriai nemlineáris analízis alkalmazásával meghatároztam, milyen mértékben csökkenti a keresztirányú hajlítónyomaték a trapézlemez-gerincű tartók hajlítási ellenállását. Végrehajtottam egy numerikus paramétervizsgálatot különböző geometriájú, hajlítónyomatékkal és nyíróerővel terhelt gerendák hajlítási ellenállásának meghatározására. Igazoltam, hogy a nyíróerőből származó keresztirányú hajlítónyomaték a nyíróerő intenzitásának növelésével lineárisan változik, azonban ez nem okoz érdemi csökkenést a gerenda hajlítási ellenállásában. Vizsgálati eredményeim alapján módosítottam a trapézlemez-gerincű tartók hajlítási ellenállásának méretezési képletét, mely a korábbinál lényegesen gazdaságosabb tervezésre vezet a hídépítési gyakorlatban.

2.2. Hosszbordával merevített gerendák beroppanási ellenállása

Napjainkban az acélhidak kivitelezésében tipikusan alkalmazott építéstechnológia a betolások építésmód. A módszerből adódóan a támaszok feletti keresztmetszetet (3.a ábra) egyidejű hajlítónyomaték, nyíróerő és keresztirányú erő terheli. A hazai hidépítési gyakorlatban a közvetlen erőbevezetés környezetében sűrűn elhelyezett merevítőbordákat alkalmaznak a lokális stabilitási ellenállás növelésére (3.b ábra), mivel szabványos méretezési módszerrel általában nem lehet kimutatni ezen szerkezeti részletek megerősítés nélküli kellő teherbírását. A kiegészítő bordák elhelyezése jelentős költséggel jár, a pontosított számítások azonban azt mutatják, hogy legtöbb esetben alkalmazásuk elkerülhető lenne. Az ehhez szükséges pontosabb és megbízhatóan alkalmazható méretezési módszer kidolgozására irányult kutatási munkám, a hosszbordákkal merevített tartók beroppanási ellenállásának meghatározására.



3. ábra: a) Szekrény keresztmetszetű hid betolása, b) erősítő keresztbordák kialakítása.

Jelenleg a nemzetközi szakirodalomban elérhető méretezési eljárások elsősorban hosszborða nélküli, merevítetlen gerinclemezes szerkezetekre lettek kidolgozva, melyek általában kellő pontossággal követik a szerkezetek viselkedését és teherbírását. Ezek a méretezési eljárások lettek kiterjesztve hosszborðával merevített szerkezetek esetére, melyekről részletes áttekintést a [KB3]-[KB4] és a [8]-[12] publikációk adnak. Jelenleg a nemzetközi szakirodalomban Davaine [8], valamint Graciano és Mendes [9] méretezési módszerei az elfogadottak, melyek jellegükben jól követik a hosszborðával merevített szerkezetek összetett szerkezeti viselkedését, azonban csak egy hosszborðával kialakított szerkezetek esetére lettek kidolgozva, validálva. Olyan méretezési eljárás, mely a gyakorlatban jellemzően alkalmazott, több hosszborðával kialakított szerkezetek esetén adja meg a beroppanási ellenállást, jelenleg hiányzik a szakirodalomból. Kutatómunkám során az ilyen, több hosszborðával merevített gerinclemezes szerkezetek beroppanási ellenállásának meghatározásával és tönkremeneteli módjainak jellemzésével foglalkoztam, valamint kidolgoztam egy, a jelenlegieknél pontosabb méretezési eljárást. A kísérleti és numerikus számításai eredmények rámutattak arra, hogy az általános esetben összetett stabilitási jelenség (lokális és globális horpadás, illetve a kettő interakciója) a gyakorlati esetek szempontjából szétválasztható, és a több hosszborðával merevített gerinclemezes szerkezetek esetén bordamerevségi kritérium bevezetésével az erőbevezetés közvetlen környezetében lévő, közvetlenül terhelt al-lemezmező lokális beroppanási ellenállásával jellemezhető. Bemutattam, hogy a szakirodalmi méretezési eljárások a globális, a lokális és az interakciós stabilitási tönkremenetelt egyben kezelik, ezért a gerenda geometriai kialakításának függvényében bizonyos paramétertartományban megfelelően, más esetben azonban pontatlanul követik a fizikai jelenséget.

A szakirodalomban elsőként tettem javaslatot az összetett stabilitási jelenség bordamerevség alapján való szétválasztására, és az egyes alesetekre külön-külön méretezési képlet kidolgozására. Látva a kísérleti és numerikus eredményeket, valamint ismerve a gyakorlatban tipikusan alkalmazott hosszborðák merevségi viszonyait, a kutatásom célja a kellően merev hosszborðákkal kialakított gerendák lokális beroppanási ellenállásának meghatározása volt.

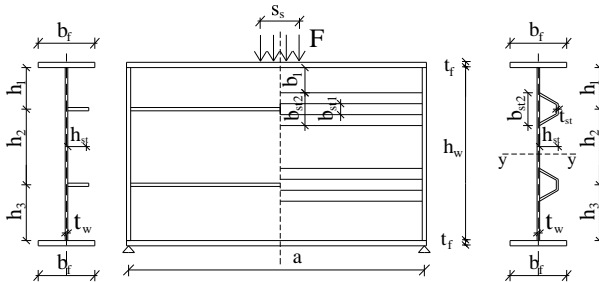
Végrehajtottam egy laboratóriumi kísérlet sorozatot és egy numerikus paramétervizsgálatot a hosszbordákkal merevített tartók beroppanási jelenségét befolyásoló tényezők és a beroppanási ellenállás meghatározására. A vizsgálatok eredményei azt mutatták, hogy zártszelvényű hosszbordák esetén a jelenleg az EN 1993-1-5 [1] szabvány által megadott merevségi maximumérték módosított formában kellő biztonsággal alkalmazható a globális és lokális tönkremeneteli mód szétválasztására. Numerikus számításaim alapján bemutattam, hogy a kellően merevnek kategorizált hosszbordák alkalmazása esetén a lokális beroppanási jelenséghez tartozó kritikus teherparamétert milyen módon befolyásolja (i) az erőbevezetési hossz és a lokális almező magasságának aránya (s_s/b_1), (ii) a lokális almező magasságának és vastagságának aránya (b_1/t_w), valamint (iii) az övlemez és gerinclemez síkra merőleges hajlítási merevségének aránya ($(b_f t_f^3)/(b_1 t_w^3)$). Kidolgoztam egy méretezési képletet a zártszelvényű, egyenletesen kiosztott (egymástól azonos távolságra elhelyezett) hosszbordákkal merevített gerendák esetén a beroppanási kritikus erő meghatározására, melyet a (2)-(3) képletek adnak meg.

$$F_{cr} = 0.9 \cdot k_F \cdot E \cdot \frac{t_w^3}{b_1} \quad (2)$$

$$k_F = 4.0 + 3.0 \cdot \frac{s_s}{b_1} - 0.01 \cdot \frac{b_1}{t_w} + 0.2 \cdot 4 \sqrt{\frac{b_f \cdot t_f^3}{b_1 \cdot t_w^3}} \quad (3)$$

ahol: E az acél rugalmassági modulusa,
 s_s a keresztirányú erő erőbevezetési hossza,
 b_f, t_f a keresztirányú erővel terhelt övlemez szélessége és vastagsága,
 b_1, t_w a keresztirányú erővel terhelt al-lemezmező magassága és vastagsága.

A geometriai paraméterek értelmezését a 4. ábra, a vizsgálati eredményeket a [KB3]-[KB4] publikációk tartalmazzák. A számítási eredményeket kiterjesztettem nyitott hosszbordák esetére is, és igazoltam, hogy a zártszelvényű hosszborða csavarómerevségének következtében a zártbordákkal kialakított gerendák beroppanási kritikus teherparaméterének értéke nagyobb, mint a nyitott bordás kialakításé, ezért a (3) képletet módosítottam a nyitott hosszbordás kialakítás esetére is.

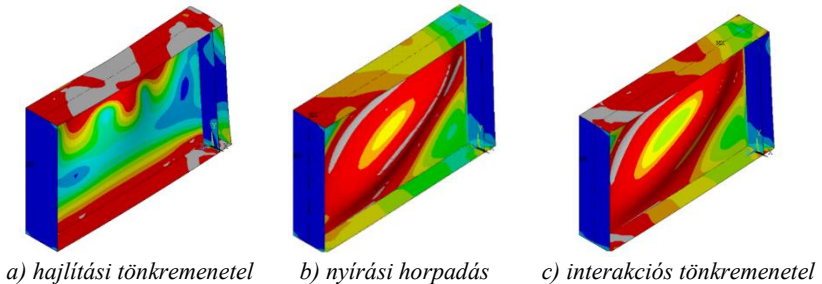


4. ábra: Alkalmazott jelölések és geometriai paraméterek.

Igazoltam továbbá, hogy az új méretezési képlet alapján meghatározott kritikus erő alapján számított viszonyított karcsúság alkalmazásával a beroppanási csökkentő tényező a merevítetlen gerinclemez gerendákkal azonos módon számítható. Az általam javasolt méretezési módszer alapelveinek pontosságát a nemzetközi szakirodalomban azóta megjelent kísérleti és numerikus eredmények is igazolták, valamint rámutattak arra, hogy bizonyos feltételekkel az eljárás egy hosszbordával rendelkező gerendák esetén is alkalmazható [10].

2.3. Gerinclemezes I-tartók interakciós viselkedése

Kutatómunkám során a lemezesszerkezetek hajlítás-nyírás (M-V) és hajlítás-nyírás-keresztirányú erő (M-V-F) interakciós viselkedésével is foglalkoztam mivel ezen összetett stabilitásvesztési módok figyelembevételével kapcsolatban több ellentmondás és tisztázatlan kérdés merült fel a nemzetközi szakirodalomban [13]-[17]. Korábbi szakirodalmi kísérletek jelentősen eltérő következtetéseket fogalmaztak meg az M-V interakciós viselkedéssel kapcsolatban. Henty és Presta [13] vizsgálatai, azt mutatták, hogy a szakirodalomban és az EN 1993-1-5-ben [1] található interakciós méretezési eljárások jelentősen a biztonság oldalán vannak, ezért a méretezési eljárás felülvizsgálatát javasolták. Ezzel szemben Sinur és Beg [14] kutatási eredményei arra hívták fel a figyelmet, hogy a jelenlegi szabványos eljárás nincs minden geometriai konfiguráció esetén a biztonság oldalán, ezért a méretezési eljárás módosítását, az M-V interakciós egyenlet szigorítását javasolták. A kutatásom célja ezen egymásnak ellentmondó szakirodalmi eredmények közti ellentmondás feloldása és gazdaságos interakciós méretezési eljárás kidolgozása. Szakirodalmi kísérletek alapján kidolgoztam egy numerikus modellt, mellyel paramétervizsgálatot hajtottam végre a hajlítás-nyírás interakciós viselkedés vizsgálatára. A kidolgozott numerikus modellt és a végrehajtott vizsgálatot a [KB5]-[KB6] publikációk mutatják be. A numerikus modellel vizsgált jellemző tönkremeneteli módokat az 5. ábra szemlélteti.



5. ábra: Numerikus modellel vizsgált jellemző tönkremeneteli módok.

A szakirodalomban elsőként mutattam meg, hogy az M-V interakciós viselkedés jellege jelentősen függ a szelvény öv- és gerinclemezes területének (A_f/A_w), valamint az övlemezek és a teljes szelvény hajlítási ellenállásának arányától. Ez az arányszám értelmezhető mind a képlékeny ($M_{f,R}/M_{pl,R}$), mind pedig a rugalmas hajlítási ellenállásra ($M_{f,R}/M_{el,R}$) is. Igazoltam, hogy azon keresztmetszetek esetén, melyeknél ezek az arányszámok kisebbek, a jelenlegi méretezési eljárás nagyobb mértékben van a biztonság kárán, mint azon keresztmetszetek esetén, melyeknél nagyobbak. Vizsgálataim eredményei alapján megmutattam, hogy a korábbi szakirodalmi vizsgálatok azért vezettek eltérő konklúzióra, mert jelentősen eltérő paramétertartományú gerendákat vizsgáltak, és a fent bemutatott arányszámok befolyásolják az interakciós ellenállást, a szerkezeti viselkedés jellegét. Az eredmények arra is rávilágítottak, hogy az interakciós méretezési eljárásban célszerű figyelembe venni ezen arányszámokat, melyet eddig egyetlen korábbi szakirodalmi ajánlás sem tartalmazott. A számítások eredményeként kidolgoztam egy méretezési képletet az M-V interakciós ellenállás meghatározására, melyet a (4)-(5) egyenletek adnak meg. A (4) egyenlet formailag megegyezik a legtöbb szakirodalmi méretezési modellel, melyre kidolgoztam egy κ tényezőt, ami figyelembe veszi a vizsgált gerenda keresztmetszeti jellemzőit az $M_{f,R}/M_{el,R}$ arányszám alapján. Bemutattam, hogy ennek az arányszámnak a függvényében az interakciós egyenlet felírható. A numerikus modell eredményei alapján meghatároztam a szükséges κ tényező

minimális értékeit és az $M_{f,R}/M_{el,R}$ arányszámmal való kapcsolatukat. Vizsgálataim alapján igazoltam, hogy az új méretezési eljárás jó közelítése a numerikus modell alapján meghatározott teherbírnak és kellő biztonsággal alkalmazható a tervezési gyakorlatban. Számítási eredményeimet kiterjesztettem hosszbordákkal merevített I-tartók esetére is és igazoltam a képlet változatlan formában való alkalmazhatóságát.

$$\frac{M}{M_{el,R}} + \left(1 - \frac{M_{f,R}}{M_{el,R}}\right) \left(\frac{2 \cdot V}{V_{bw,R}} - 1\right)^{\kappa} \leq 1.0 \quad \text{ha} \quad 0.5 \cdot V_{bw,R} \leq V < V_{bw,R} \quad (4)$$

$$\text{ahol:} \quad \kappa = \left(\frac{M_{f,R}}{M_{el,R}} + 0.2\right)^{15} + 1 \quad (5)$$

$M_{f,R}$ az övlemezek effektív területének képlékeny nyomatéki ellenállása,
 $M_{el,R}$ rugalmas nyomatéki ellenállás a keresztmetszeti osztály figyelembevételével,
 $V_{bw,R}$ a gerinclemez nyírási horpadási ellenállása,
 M, V a keresztmetszetre ható hajlítónyomaték és nyíróerő.

Az M-V interakcióra végzett numerikus számításaimmal azonos stratégiájú numerikus paramétervizsgálatot hajtottam végre a hosszbordával merevítetlen és merevített gerinclemez I-tartók M-V-F interakciós viselkedésének vizsgálatára is. Szakirodalomban kevés korábbi kutatást publikáltak az acélszerkezetek M-V-F interakciós viselkedésével kapcsolatban. A legkiterjedtebb kutatás ezen a területen Braun [15] nevéhez fűződik, aki az M-F és V-F síkokban végzett kísérleti és numerikus, valamint a korábbi szakirodalmi M-V interakciós ajánlások alapján dolgozott ki egy M-V-F interakciós méretezési képletet. Ugyanakkor azt csak a határoló síkokban ellenőrizte, a hármas összetett igénybevétel esetén nem. Kidolgoztam egy parametrikus numerikus modellt, mellyel az M-V-F összetett interakciós viselkedés vizsgálható, a teherbírási meghatározható és végrehajtottam egy numerikus kutatási programot az interakciós viselkedés vizsgálatára. A kidolgozott numerikus modellt és a végrehajtott vizsgálatot a [KB7]-[KB8] publikációk mutatják be. Az eredmények alapján igazoltam, hogy a Braun által a határsíkokra kidolgozott és az M-V-F interakció ellenőrzésére javasolt (6) képlet az EN 1993-1-5 [1] szabvány szerinti ellenállási formulákkal együtt megfelelő biztonsággal és gazdaságosan alkalmazható széles paramétertartományban.

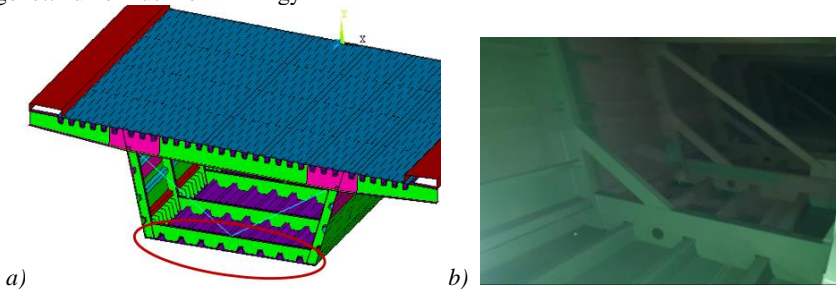
$$\left(\frac{M}{M_{pl,R}}\right)^{3.6} + \left(\frac{V - 0.5 \cdot F}{V_R}\right)^{1.6} + \left(\frac{F}{F_R}\right) \leq 1.0 \quad (6)$$

ahol: $M_{pl,R}$ a keresztmetszet képlékeny nyomatéki ellenállása,
 V_R a gerinclemez nyírási horpadási ellenállása,
 F_R a gerinclemez beroppanási ellenállása,
 M, V és F hajlítónyomaték, nyíróerő és keresztirányú erő.

Vizsgálataim során azt is megállapítottam, hogy amennyiben a hajlítási, nyírási horpadási, illetve a beroppanási ellenállás modelleket pontosítjuk, vagy közvetlenül a numerikus modellből határozzuk meg ezek értékét, az interakciós egyenlet első tagjának ($M/M_{pl,R}$ hányados) indexét 3.0-ra kell módosítani, hogy a számítási eredmények a biztonság oldalán legyenek. A számítási eredményeimet kiterjesztettem hosszbordákkal merevített gerinclemez I-tartók esetére is, és igazoltam az új méretezési eljárás alkalmazhatóságát ennek a gerendatípusnak az esetén is.

2.4. Közvetlen teherrel nem terhelt keresztartók méretezése

A betolások építési mód felhívta a figyelmet a közvetlen teherrel nem terhelt keresztartók – jellemzően a szekrény keresztmetszetű tartókban a fenéklemez keresztartóinak – méretezési problémájára is, ugyanakkor ennek ellenőrzése a hídszerkezetek végleges állapotában is általában mértékadó. Szakirodalomból ismert [18]-[19], hogy a keresztartókat, és általában hídszerkezetek merevítőrendszereit, teherbírási és merevségi kritérium alapján is méretezni kell. A szekrény keresztmetszetű hídszerkezetek fenéklemezének keresztartóit a jelenlegi előírások szerint hajlítási és csavarási merevség szempontjából kell ellenőrizni. Több korábbi kutatás is azt mutatta, hogy a jelenlegi hidépítési gyakorlatban alkalmazott, keresztartóra vonatkozó kritérium helyessége nem minden szerkezeti kialakítás és geometria esetén igazolható [20]-[21], és az EN 1993-1-5 [1] szabvány méretezési eljárása a hajlítási merevség szempontjából nincs minden esetben a biztonság oldalán. Ugyanakkor a tervezői gyakorlat azt mutatta, hogy a szabványban lévő csavarási merevségi kritérium a tipikus hídszerkezetek túlnyomó részében alkalmazott keresztartóméretekekkel kielégíthetetlen. Ezért megkérdőjeleződött a gyakorlati oldalról ennek a méretezési módszernek a megalapozottsága és alkalmazhatósága. Saját kutatási eredményeim azt mutatták, hogy a különböző szabványok és méretezési eljárások ugyanannak a problémának a megoldására gyökeresen más megoldást adnak, és eltérő elméleti háttérrel alkalmaznak a keresztartók méretezésére. Ezen eljárások között a szükséges keresztartó inercianyomaték értékében akár 2-3-szoros különbség is lehet annak függvényében, hogy melyik szabvány által javasolt, illetve melyik kutató által kidolgozott méretezési eljárást alkalmazzák. Kutatómunkám ennek a problémának a tisztázására irányult, amelynek során a fenéklemez-keresztartók szerkezeti viselkedésének elemzésével dolgoztam ki ezen szerkezeti elemek tervezésére egy új méretezési módszert. A kutatási munka során vizsgált jellemző szerkezeti kialakítást a 6. ábra mutatja be, egy általam kidolgozott numerikus modell és egy hídszerkezeti részlet esetén.

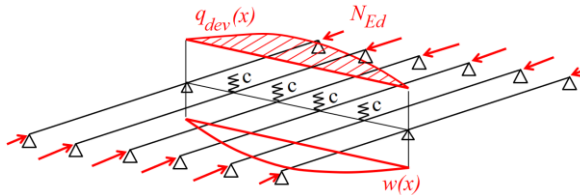


6. ábra: Szerkezeti kialakítás: a) numerikus modell, b) hídszerkezeti részlet.

A kutatási program a szakirodalomban található elméleti méretezési módszerek elemző értékelésével és gyakorlati esetekre való alkalmazhatóságának ellenőrzésével kezdődött. Elemeztem a különböző méretezési modellek közti különbségeket, azok elméleti háttérét és megmutattam a különbségek okait. Numerikus modellt fejlesztettem a keresztartók viselkedésének és méretezési kritériumainak vizsgálatára. A numerikus modellel elemeztem a szerkezeti viselkedést a kritikus feszültség, illetve a fenéklemez teherbírásának szempontjából is. Numerikus paramétervizsgálattal meghatároztam széles tartományban a szükséges keresztartó méreteket, mind merevségi, mind teherbírási szempontból, és értékeltém, hogy milyen geometriai konfiguráció esetén melyik kritérium a szigorúbb. A számítási eredményeket összehasonlítottam a szakirodalmi méretezési eljárásokkal, és meghatároztam a tapasztalt eltérések okát, azok mechanikai háttérét. Számítási eredményeim és a

keresztartók általam pontosított működési modelljének felhasználásával kidolgoztam egy új méretezési eljárást a szükséges merevségi és szilárdsági kritériumok megadására, mely kompatibilis a jelenlegi EN 1993-1-5 [1] szabvány méretezési módszerével, így közvetlenül alkalmazható a tervezési gyakorlatban. A kutatásom során végrehajtott vizsgálatot és azok eredményeit részletesen a [KB9] publikáció mutatja be.

A numerikus számítási eredmények alapján igazoltam, hogy a 7. ábrán bemutatott mechanikai modell alapján levezetett keresztartó merevségi követelmény jó egyezést mutat a kritikus teherparaméter tekintetében a numerikus számítások eredményeivel, így ez a modell és a (7) képlettel megadott új méretezési eljárás nagy pontossággal képes a keresztartó síkra merőleges inercia szükséges minimális értékének ($I_{st,req}$) meghatározására.



7. ábra: A támaszmerevségi kritérium kidolgozásához alkalmazott mechanikai modell.

$$I_{st,req} \geq \frac{3.92 \cdot n \cdot b^3 \cdot I_b}{\pi^2 \cdot a^3} \quad (7)$$

ahol: I_b a hosszborða és együtdolgozó lemezrész síkra merőleges inerciája,
 a a keresztartók közötti távolság,
 n a hosszborðák száma,
 b a lemezmező szélessége.

Vizsgálataim azt is megmutatták, hogy a fentiekben kidolgozott támaszmerevségi kritérium önmagában nem elegendő a keresztartó szükséges inercianyomatékának meghatározására. A keresztartó szilárdsága és merevsége szempontjából is szükséges az ellenőrzés végrehajtása, a két méretezési eljárás más-más szerkezeti elem szempontjából ellenőrzi a keresztartó megfelelését, így kiegészítik egymást. Igazoltam továbbá, hogy a keresztartó szilárdsági és merevségi követelményének meghatározására a Sinur és Beg [21] által javasolt méretezési javaslat megfelelő, és ennek a képletnek az általam javasolt (7) képlettel való együttes alkalmazása (két számítási eljárás értéke közül a maximum választása) a vizsgált paramétertartományban a biztonság oldalán közelíti a szükséges keresztartó merevséget. Ezen eredmények alapján a fenti képletet is felhasználva a nemzetközi szakirodalomban egyedüli módon kidolgoztam egy olyan méretezési eljárást, mely egy képletsorozatban belül kezeli a támaszmerevség és a keresztartó szilárdsági és merevségi kritériumának ellenőrzését. Az új méretezési eljárás kompatibilis a jelenlegi Eurocode szabvánnyal, illeszkedik a korábbi tervezési gyakorlatban alkalmazott eljáráshoz és kiegészíti azt a támaszmerevség-kritériummal.

A vizsgálataim alapján továbbá igazoltam, hogy a támaszmerevség-kritérium kielégítéséhez nem szükséges a csavarási merevségi kritérium ellenőrzése. Igazoltam, hogy amennyiben a hosszborðával merevített lemezmező méretezése során a horpadási ellenállást csuklós megtámasztási viszonyok feltételezésével határozzuk meg, a keresztartó szempontjából a hajlítási merevségi kritérium igazolása elegendő, a csavarási merevségre nem szükséges további előírás, amennyiben a keresztartót normálerő nem terheli.

3. Új tudományos eredmények

1. tézis: Trapézlemez-gerincű acél I-tartók hajlítási ellenállása

Megterveztem és végrehajtottam egy kísérleti, analitikus és numerikus vizsgálatokon alapuló kutatási programot (i) a trapézlemez-gerincű acél I-tartók övlemezében kialakuló normálfeszültség-eloszlás meghatározására, (ii) a gerinclemezben fellépő nyírófeszültségből az övlemezben keletkező keresztirányú hajlítónyomaték nagyságának és eloszlásának meghatározására és (iii) ezen hatások figyelembevételére a gerenda hajlítási ellenállásának számításában. Az elvégzett vizsgálatok eredményei alapján a következő következtetéseket tettem:

- Bemutattam, hogy az övlemezben kialakuló, a gerinclemezben fellépő nyírófeszültségből származó keresztirányú hajlítónyomaték eloszlása és maximális értéke milyen módon függ a trapézlemez geometriájától, a vizsgált keresztmetszetben ható nyíróerő nagyságától, valamint a tartó megtámasztási és terhelési viszonyaitól.
- Kidolgoztam egy mechanikai modellt és méretezési képletet, mellyel meghatározható a gerinclemezben fellépő nyírófeszültségből az övlemezben keletkező keresztirányú hajlítónyomaték maximális értéke.
- Igazoltam, hogy az övlemezben keletkező keresztirányú hajlítónyomaték elhanyagolható mértékben csökkenti a nyomatéki teherbírást, és pontosítottam a hajlítási ellenállás szabványos méretezési képletét.

Tézishez kapcsolódó publikációk: [KB1], [KB2].

2. tézis: Hosszbordával merevített gerinclemez acél gerendák beroppanási ellenállása

Megterveztem és végrehajtottam egy kísérleti, analitikus és numerikus vizsgálatokon alapuló kutatási programot a több, egymástól azonos távolságban elhelyezett, hosszbordával merevített gerinclemez acél gerendák beroppanási ellenállásának meghatározására. A vizsgálati eredmények alapján a következő következtetéseket tettem:

- A hosszborða merevségének függvényében javaslatot dolgoztam ki a tönkremeneteli módok szétválasztására és a lokális horpadás jellegű beroppanási tönkremeneteli mód azonosítására.
- Méretezési képletet dolgoztam ki a lokális horpadás jellegű beroppanási tönkremeneteli módhoz tartozó kritikus teherparaméter meghatározására, melynek alkalmazhatóságát igazoltam nyitott és zárt keresztmetszetű hosszbordák esetén is.
- Igazoltam, hogy az általam kidolgozott méretezési képlet alapján meghatározott kritikus erőből számítható relatív karcsúság alkalmas a szabványos méretezési eljárás alkalmazásával a beroppanási ellenállás meghatározására.
- Igazoltam, hogy numerikus modellt és nemlineáris analízis alapú teherbírásvizsgálat esetén a lokális horpadás jellegű beroppanási tönkremeneteli módhoz tartozó ellenállás meghatározható első horpadási sajáthalak formájú imperfekció alkalmazásával, amelyben az amplitúdót a közvetlenül terhelt gerinclemez almező magasságának kétszázad részére kell felvenni.

Tézishez kapcsolódó publikációk: [KB3], [KB4].

3. tézis: Gerinclemezes acél I-tartók interakciós viselkedése

Megterveztem és végrehajtottam egy analitikus és numerikus vizsgálatokon alapuló kutatási programot gerinclemezes acél I-tartók hajlítás-nyírás (M-V) és hajlítás-nyírás-keresztirányú erő (M-V-F) interakciós viselkedésének vizsgálatára. Az elvégzett vizsgálatok eredményei alapján a következő megállapításokat tettem:

- Megmutattam, hogy a hajlítás-nyírás interakciós viselkedésének jellege milyen módon függ az övlemezek és a teljes szelvény hajlítási ellenállásának arányától.
- Kidolgoztam egy módosított méretezési képletet a hajlítás-nyírás interakciós ellenállás meghatározására, mely figyelembe veszi az övlemezek és a teljes szelvény hajlítási ellenállásának arányát.
- Igazoltam, hogy a szakirodalomban publikált, de korábban csak hajlítás-keresztirányú erő (M-F) és nyírás-keresztirányú erő (V-F) interakció szempontjából validált méretezési képlet alkalmazható a vizsgált paramétertartományban a hajlítás-nyírás-keresztirányú erő (M-V-F) interakció ellenőrzésére is, az Eurocode szabvány hajlítási, nyírási horpadási és beroppanási szabványos ellenállásait alkalmazva.
- Módosítottam a korábban kidolgozott, szakirodalomban publikált méretezési képletet arra az esetre, ha a hajlítási, a nyírási horpadási és a beroppanási ellenállást numerikus modell alapú nemlineáris analízissel határozzuk meg.

Tézishez kapcsolódó publikációk: [KB5], [KB6], [KB7], [KB8].

4. tézis: Közvetlen teherrel nem terhelt keresztartók méretezése

Megterveztem és végrehajtottam egy analitikus és numerikus vizsgálatokon alapuló kutatási programot a szekrény keresztmetszetű, hosszbordával merevített acél lemezes szerkezetek közvetlen teherrel nem terhelt keresztartóinak méretezésére. Az elvégzett vizsgálatok eredményei alapján a következő megállapításokat tettem:

- Igazoltam, hogy a keresztartó csavarási merevségi kritériumaként megadott I_T/I_P (csavarási inercia/poláris inercia) arányszám nem alkalmas a keresztartó minimális merevségének meghatározására. Megmutattam, hogy a támaszmerevség-kritérium kielégítéséhez a hajlítómerevségi kritérium ellenőrzése elegendő, a csavarómerevségi kritérium ellenőrzése elhagyható.
- Igazoltam, hogy a keresztartó méretezése során ellenőrizni kell a támaszmerevségi követelményt és a keresztartó szilárdsági és merevségi megfelelőségét is. A két ellenőrzés együttesen vezet a szükséges keresztartóméretek meghatározására.
- Kidolgoztam egy új méretezési képletet a támaszmerevség-kritérium ellenőrzésére.
- Kidolgoztam egy új méretezési képletsorozatot a merevségi és szilárdsági követelmények kombinált ellenőrzésére.

Tézishez kapcsolódó publikáció: [KB9].

4. Az értekezéshez kapcsolódó publikációk

Értekezéshez közvetlenül kapcsolódó saját publikációk

- [KB1] B. Kövesdi, B. Jáger, L. Dunai: “Stress distribution in the flanges of girders with corrugated webs”, *Journal of Constructional Steel Research*, 79, 204-215, 2012.
- [KB2] B. Kövesdi, B. Jáger, L. Dunai: “Bending and shear interaction behavior of girders with trapezoidally corrugated webs”, *Journal of Constructional Steel Research*, 121, 383-397, 2016.
- [KB3] B. Kövesdi, B.J. Mecséri, L. Dunai: “Imperfection analysis on the patch loading resistance of girders with open section longitudinal stiffeners”, *Thin-Walled Structures*, 123, 195-205, 2018.
- [KB4] B. Kövesdi: “Patch loading resistance of slender plate girders with longitudinal stiffeners”, *Journal of Constructional Steel Research*, 140, 237-246, 2018.
- [KB5] B. Jáger, B. Kövesdi, L. Dunai: “I-girders with unstiffened slender webs subjected by bending and shear interaction”, *Journal of Constructional Steel Research*, 131, 176-188, 2017.
- [KB6] B. Jáger, B. Kövesdi, L. Dunai: “Bending and shear buckling interaction behaviour of I-girders with longitudinally stiffened webs”, *Journal of Constructional Steel Research*, 145, 504-517, 2018.
- [KB7] B. Kövesdi, J. Alcaine, L. Dunai, E. Mirambell, B. Braun, U. Kuhlmann: “Interaction behaviour of steel I-girders – Part I: Longitudinally unstiffened girders”, *Journal of Constructional Steel Research*, 103, 327-343, 2014.
- [KB8] B. Kövesdi, J. Alcaine, L. Dunai, E. Mirambell, B. Braun, U. Kuhlmann: “Interaction behaviour of steel I-girders – Part II: Longitudinally stiffened girders”, *Journal of Constructional Steel Research*, 103, 344-353, 2014.
- [KB9] B. Kövesdi, L. Dunai, C.R. Hendy: “Minimum requirements for transverse stiffeners on orthotropic plates subjected to compression”, *Engineering Structures*, 176, 396-410, 2018.
- [KB10] B. Jáger, B. Kövesdi, L. Dunai: “Numerical investigations on bending and shear buckling interaction of I-girders with slender webs”, *Thin-Walled Structures*, 143, 106199, 2019.

Felhasznált fontosabb szakirodalom

- [1] EN 1993-1-5:2005, Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-5: Plated structural elements. CEN Brussels, 2005.
- [2] prEN 1993-1-5:2023, Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-5: Plated structural elements. CEN Brussels, (elfogadva, várható megjelenés: 2023).
- [3] J. Lindner, R. Aschinger: “Grenzschubtragfähigkeit von I-Trägern mit trapezförmig profilierten Stegen”, *Stahlbau*, 57(12), 377-380, 1988.
- [4] R. Aschinger, J. Lindner: “Zu besonderheiten bei Trapezstegträgern”, *Stahlbau*, 6(3), 136-142, 1997.
- [5] J. Lindner: “Zur Bemessung von Trapezstegträgern”, *Stahlbau*, 61(10), 311-318, 1992.
- [6] H.H. Abbas, R. Sauce, R.G. Driver: “Analysis of flange transverse bending of corrugated web I-girders under in-plane loads”, *Journal of Structural Engineering ASCE*, 133(3), 347-355, 2007.

- [7] H.H. Abbas, R. Sauce, R.G. Driver: “Simplified analysis of flange transverse bending of corrugated web I-girders under in-plane moment and shear”, *Engineering Structures*, 29, 2816-2824, 2007.
- [8] L. Davaine: “Formulation de la résistance au lancement d’une âme métallique de pont-traidie longitudinalement”, Doctoral thesis D05–05, INSA de Rennes, France, 2005.
- [9] C. Graciano, J. Mendes: “Elastic buckling of longitudinally stiffened patch loaded plate girders using factorial design”, *Journal of Constructional Steel Research*, 100, 229-236, 2014.
- [10] N. Loaiza, C. Graciano, E. Casanova: “Web slenderness for longitudinally stiffened I-girders subjected to patch loading”, *Journal of Constructional Steel Research*, 162, 105737, 2019.
- [11] COMBRI - Competitive Steel and Composite Bridges by Improved Steel Plated Structures. Final Report, RFCS Research Project RFS-CR-03018, 2007.
- [12] M. Seitz: “Tragverhalten längsversteifter Blechträger unter quergerichteter Krafteinleitung”, Doctoral thesis, Universität Stuttgart, Mitteilung des Instituts für Konstruktion und Entwurf Nr.2005–2, 2005.
- [13] C.R. Hendy, F. Presta: “Transverse web stiffeners and shear moment interaction for steel plate girder bridges”, *The Structural Engineer*, 13-26, 2008.
- [14] F. Sinur, D. Beg: “Moment-shear interaction of stiffened plate girders – Numerical study and reliability analysis”, *Journal of Constructional Steel Research*, 88, 231-243, 2013.
- [15] B. Braun: “Stability of steel plates under combined loading”, PhD thesis, No. 2010-3, Institute for Structural Design, University of Stuttgart, 2010.
- [16] C. Graciano, A. Ayestarán: “Steel plate girders under combined patch loading, bending and shear”, *Journal of Constructional Steel Research*, 80, 202-212, 2013.
- [17] F. Sinur: “Behaviour of longitudinally stiffened girders under combination of high bending and shear loading”, PhD thesis, University of Ljubljana, Faculty of Civil and Geodetical Engineering, 2011.
- [18] J.A. Yura: “Fundamentals of beam bracing”, *Engineering Journal*, 11-26, 2001.
- [19] B. Johansson, R. Maquoi, G. Sedlacek, C. Müller, D. Beg: “Commentary and worked examples to DIN-EN-1993-1-5 Plated Structural Elements”, Joint Research Centre (JRC) Scientific and Technical Reports, 2007.
- [20] B.H. Choi, Y.J. Kang, C.H. Yoo: “Stiffness requirements for transverse stiffeners of compression panels”, *Engineering Structures*, 28, 2087-2096, 2007.
- [21] F. Sinur, D. Beg[†]: “Design of rigid transverse stiffeners in plated structures”, CEN/TC250/SC3/WG5 Committee meeting presentation, Aachen, 2014.