



# Asservissement et Navigation Autonome d'un drone en environnement incertain par flot optique

Bruno Hérissé

► **To cite this version:**

Bruno Hérissé. Asservissement et Navigation Autonome d'un drone en environnement incertain par flot optique. Automatique / Robotique. Université Nice Sophia Antipolis, 2010. Français. <tel-00558203>

**HAL Id: tel-00558203**

**<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00558203>**

Submitted on 21 Jan 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE NICE-SOPHIA ANTIPOLIS

**ÉCOLE DOCTORALE STIC**

SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE L'INFORMATION ET DE LA COMMUNICATION

**THÈSE**

pour obtenir le titre de

**Docteur en Sciences**

de l'Université de Nice-Sophia Antipolis

Mention : Automatique, Traitement du Signal et des Images

présentée par

**Bruno HÉRISSE**

**Asservissement et Navigation Autonome d'un drone  
en environnement incertain par flot optique**

Thèse dirigée par Tarek HAMEL, Professeur, UNSA et I3S-CNRS

soutenue publiquement le 19 Novembre 2010 devant le jury composé de :

*Président :* Philippe SOUÈRES, Directeur de recherche, LAAS-CNRS

*Rapporteurs :* François CHAUMETTE, Directeur de recherche, IRISA  
Philippe SOUÈRES, Directeur de recherche, LAAS-CNRS

*Examineurs :* Pascal MORIN, Chargé de recherche, INRIA  
Stéphane VIOLLET, Chargé de recherche, ISM  
Eva CRÜCK, Docteur, Ingénieur de recherche, DGA

*Invité :* François-Xavier RUSSOTTO, Ingénieur, CEA List



*à Mamé Paulette,*



---

## Remerciements

Tout d'abord je tiens à remercier les membres du jury. Je remercie Philippe Souères et François Chaumette d'avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse. Je remercie doublement Philippe Souères de m'avoir également fait l'honneur de présider le jury. Je remercie Pascal Morin, Stéphane Viollet et Eva Crück d'avoir examiné ce travail.

Je remercie bien évidemment Tarek Hamel, mon directeur de thèse, pour les connaissances qu'il a su me faire partager malgré la distance Paris-Nice. Je me souviendrai des nombreuses conversations téléphoniques qui ont souvent mené à des résultats fructueux. Je remercie également François-Xavier Russotto, mon encadrant au CEA, pour la confiance qu'il m'a accordée et l'autonomie qu'il m'a laissée. Je n'oublie pas non plus les nombreuses anecdotes racontées avec passion et dont on ne se lasse pas.

Je remercie vivement Yvan Measson de m'avoir accueilli dans l'ex-Laboratoire de Télérobotique et de Cobotique au CEA de Fontenay-aux-Roses. J'adresse également mes remerciements à Robert Mahony pour sa disponibilité, ses conseils et son invitation à passer quelque temps en Australie.

Je voudrais remercier toutes les personnes que j'ai eu la chance de cotoyer au CEA. Je remercie particulièrement les gens que j'ai vu passer pendant trois ans dans le bureau 17 et qui ont grandement contribué à garantir une ambiance sans pareil : Xavier pour son éternel optimisme, Julie pour ses coups de frite et sa relecture du mémoire, Claire et Céline pour l'organisation des sorties HH, Mathieu, Jean-Baptiste, Pinit et Alexandre. Je remercie également Greg pour ses petits coups de gueule et ses ragots. Je tiens aussi à remercier Sophie qui a contribué à faire avancer mes travaux de thèse lors de son stage de fin d'études. Je n'oublie pas de remercier vivement Nicolas et Laurent pour leur aide, leurs conseils et leur patience lorsque le drone faisait ses caprices. Je remercie les nombreux stagiaires, CDD, Postdocs qui ont contribué à l'ambiance du labo. Enfin, je remercie Jean-Marc et Arnauld pour les matchs de badminton à 3°C dans le gymnase de Wissous.

Bien sûr, je remercie Sébastien et Edith pour la relecture méticuleuse du mémoire et pour les corrections qu'ils ont apportées. Petit clin d'oeil à Hassan qui a relu trois pages du manuscrit avant de me dire qu'il ne comprenait pas la première équation.

Enfin, je tiens à remercier mes parents d'être venus assister à ma soutenance malgré les moments difficiles qu'ils ont eu à traverser en cette période.



---

# Table des matières

---

<b>Table des matières</b>	<b>6</b>
<b>Table des figures</b>	<b>11</b>
<b>Notations mathématiques</b>	<b>13</b>
<b>Introduction</b>	<b>15</b>
<b>1 Le flot optique et son utilisation en robotique</b>	<b>19</b>
1.1 Le flot optique . . . . .	20
1.1.1 Mesure et description du flot optique . . . . .	20
1.1.2 Estimation de l' <i>ego-motion</i> . . . . .	22
1.1.3 Estimation des paramètres 2-D de transformation . . . . .	23
1.1.4 Estimation de paramètres 2-D du mouvement . . . . .	24
1.1.5 Détection d'objets mobiles . . . . .	24
1.2 Les systèmes de vision pour la mesure du flot optique . . . . .	25
1.2.1 Œil humain et œil d'insecte . . . . .	25
1.2.2 Utilisation de Caméras matricielles CMOS ou CCD . . . . .	26
1.2.3 Utilisation de Photo-récepteurs . . . . .	27
1.2.4 Utilisation de capteurs de souris . . . . .	28
1.3 Applications en robotique . . . . .	29
1.3.1 Les applications sur robots manipulateurs . . . . .	29
1.3.2 Les applications en robotique mobile . . . . .	30
1.3.3 Les applications en robotique aérienne . . . . .	32
1.3.4 Conclusion . . . . .	35
<b>2 La commande de drones à voilure tournante de type VTOL</b>	<b>37</b>
2.1 Présentation et modèle général des véhicules de type VTOL . . . . .	38
2.1.1 Les véhicules aériens à voilure tournante de type VTOL . . . . .	38
2.1.2 Modèle général pour la commande . . . . .	44
2.2 Les capteurs embarqués . . . . .	45



2.2.1	La centrale inertielle . . . . .	45
2.2.2	Le GPS . . . . .	47
2.2.3	Les caméras . . . . .	48
2.2.4	Autres capteurs extéroceptifs . . . . .	49
2.3	Les différentes stratégies de commande . . . . .	50
2.3.1	Linéarisation autour du vol quasi-stationnaire . . . . .	50
2.3.2	Les approches non-linéaires . . . . .	52
2.4	La commande référencée vision . . . . .	54
2.4.1	Positionnement par reconstruction 3-D de la pose . . . . .	55
2.4.2	Positionnement par asservissement visuel basé image . . . . .	55
2.4.3	Utilisation du flot optique pour l'asservissement . . . . .	56
2.4.4	Conclusion . . . . .	56
<b>3</b>	<b>Le système de commande par flot optique</b>	<b>59</b>
3.1	Le flot optique moyen . . . . .	60
3.1.1	Définition du flot optique sphérique . . . . .	60
3.1.2	Flot optique moyen sur une surface plane . . . . .	62
3.1.3	Estimation des paramètres du plan observé . . . . .	64
3.2	Le système de commande . . . . .	66
3.2.1	Séparation des dynamiques de rotation et de translation . . . . .	67
3.2.2	Le schéma de commande . . . . .	69
<b>4</b>	<b>Stabilisation et atterrissage automatique</b>	<b>71</b>
4.1	Introduction . . . . .	71
4.2	Stabilisation du vol . . . . .	73
4.2.1	Commande basée sur l'estimation de la distance $d$ . . . . .	73
4.2.2	Commande non-linéaire assurant la non-collision . . . . .	74
4.2.3	Asservissement sur une cible . . . . .	77
4.3	Atterrissage et Appontage . . . . .	79
4.3.1	Atterrissage sur une plateforme statique . . . . .	79
4.3.2	Atterrissage sur une plateforme mobile . . . . .	83
4.4	Résultats de simulation . . . . .	89
4.4.1	Simulation de la dynamique de translation seule . . . . .	89
4.4.2	Simulation de la dynamique complète . . . . .	91
4.5	Conclusion . . . . .	99
<b>5</b>	<b>Suivi de terrain et évitement d'obstacles</b>	<b>101</b>
5.1	Introduction . . . . .	101
5.2	Suivi de terrain avec une direction d'observation . . . . .	102
5.2.1	Le terrain observé est connu . . . . .	102
5.2.2	Le terrain n'est pas connu <i>a priori</i> . . . . .	104
5.2.3	Robustesse à la mesure du flot optique normal . . . . .	106
5.3	Suivi de terrain avec plusieurs directions d'observation . . . . .	107

---

5.3.1	Approche générale et notion de <i>pseudo distance</i> . . . . .	108
5.3.2	Exemples illustratifs . . . . .	110
5.3.3	Robustesse aux incertitudes . . . . .	116
5.4	Résultats de simulation . . . . .	121
5.4.1	Simulations avec une direction d'observation . . . . .	121
5.4.2	Simulations avec plusieurs directions d'observation . . . . .	123
5.5	Conclusion . . . . .	128
<b>6</b>	<b>Résultats expérimentaux</b>	<b>129</b>
6.1	Présentation du X4-flyer . . . . .	129
6.1.1	Principe de fonctionnement . . . . .	130
6.1.2	Les capteurs et l'électronique embarqués . . . . .	131
6.2	Le poste au sol . . . . .	132
6.3	Le dispositif expérimental . . . . .	133
6.4	Résultats pour la stabilisation et l'appontage . . . . .	136
6.4.1	Stabilisation et atterrissage sur une plateforme statique . . . . .	137
6.4.2	Stabilisation et appontage sur une plateforme mobile . . . . .	138
6.5	Résultats pour le suivi de terrain et l'évitement d'obstacles . . . . .	141
6.5.1	Utilisation d'une seule ouverture dirigée vers le bas . . . . .	142
6.5.2	Utilisation de deux ouvertures . . . . .	143
6.6	Conclusion . . . . .	148
	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>149</b>
	<b>A Calcul du flot optique moyen</b>	<b>153</b>
	<b>B Preuve du théorème 5.3.2</b>	<b>155</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>171</b>



---

# Table des figures

---

1.1	Les yeux à facettes d'une libellule . . . . .	25
1.2	Objectifs grands angles . . . . .	27
1.3	Capteur 1-D TSL3301 utilisé pour la mesure du flot optique [Zufferey 03]	27
1.4	Capteur VLSI de flot optique [Stocker 06] . . . . .	28
1.5	Principe de l' <i>Elementary Motion Detector</i> [Ruffier 03b] . . . . .	28
1.6	Capteurs de souris utilisés sur des robots . . . . .	29
1.7	Système de vision pour l'évitement d'obstacles [Zufferey 06] . . . . .	34
2.1	La samare, fruit de l'érable . . . . .	38
2.2	Les articulations de pale d'un hélicoptère [Pflimlin 06b] . . . . .	39
2.3	Différents types d'hélicoptères à 1 rotor principal . . . . .	40
2.4	Hélicoptères à rotors coaxiaux . . . . .	41
2.5	Hélicoptère à rotors en tandem . . . . .	41
2.6	Hélicoptères quadrirotors . . . . .	42
2.7	hélicoptères avec plus de 4 rotors . . . . .	43
2.8	"Tail-sitters" . . . . .	43
2.9	Repères du drone . . . . .	44
3.1	Cinématique d'un point image projeté sur la sphère unité . . . . .	62
3.2	Effet de sol $b$ avec $l_0 = 0.5\text{m}$ et $D_0 = 0.15\text{m}$ . . . . .	68
3.3	Schéma de commande par flot optique . . . . .	70
4.1	Atterrissage sur une plateforme statique . . . . .	90
4.2	Atterrissage sur une plateforme oscillante . . . . .	91
4.3	Atterrissage sur une plateforme oscillant fortement . . . . .	92
4.4	Architecture du simulateur 3-D . . . . .	92
4.5	Flot optique calculé en plusieurs points . . . . .	94
4.6	Stabilisation au-dessus d'une plateforme statique . . . . .	95
4.7	Stabilisation au-dessus d'une plateforme mobile . . . . .	96
4.8	Atterrissage sur une plateforme statique . . . . .	97
4.9	Atterrissage sur une plateforme mobile avec $k = 3$ . . . . .	98

---

4.10	Atterrissage sur une plateforme mobile avec $k = 7$ . . . . .	98
5.1	Suivi de terrain . . . . .	102
5.2	Évitement de coin 3-D . . . . .	111
5.3	Évitement de coin 2-D . . . . .	113
5.4	Suivi de couloir . . . . .	115
5.5	Attracteur global $\mathcal{D}$ . . . . .	118
5.6	Suivi de terrain avec pente connue . . . . .	122
5.7	Suivi de terrain avec pente inconnue . . . . .	122
5.8	Suivi d'un plan . . . . .	123
5.9	Suivi de terrain avec 2 directions d'observation . . . . .	124
5.10	Évitement d'un coin 3-D . . . . .	125
5.11	Évitement d'un coin 2-D . . . . .	126
5.12	Suivi de couloir avec 2 directions d'observation . . . . .	127
5.13	Suivi d'un cylindre . . . . .	127
6.1	Le quadrirotor développé au CEA LIST . . . . .	130
6.2	Principe de fonctionnement du "X4-flyer" . . . . .	131
6.3	L'équipement du drone . . . . .	132
6.4	La station au sol . . . . .	133
6.5	Architecture du poste au sol . . . . .	134
6.6	Le dispositif expérimental . . . . .	135
6.7	Vol stationnaire au-dessus de la plateforme d'atterrissage . . . . .	136
6.8	Stabilisation au-dessus d'une plateforme statique . . . . .	137
6.9	Atterrissage sur une plateforme statique . . . . .	138
6.10	Atterrissage sur une plateforme mobile . . . . .	139
6.11	Atterrissage sur une plateforme oscillant fortement . . . . .	140
6.12	Vol stationnaire au-dessus du terrain . . . . .	142
6.13	Suivi d'un terrain plat avec 1 ouverture . . . . .	143
6.14	Suivi d'un terrain en pente avec 1 ouverture . . . . .	144
6.15	Vol stationnaire près d'un coin . . . . .	145
6.16	Suivi d'un terrain en pente avec 2 ouvertures . . . . .	146
6.17	Évitement d'un coin 2-D avec 2 ouvertures . . . . .	146
6.18	Suivi de terrain avec 2 ouvertures . . . . .	147

---

# Notations mathématiques

---

- $\{e_1, e_2, e_3\}$  : base canonique de  $\mathbb{R}^3$ .
- $I_3$  : matrice identité.
- $|\cdot|$  : valeur absolue.
- $\|\cdot\|$  : norme euclidienne sur  $\mathbb{R}^3$ .
- $\langle \cdot, \cdot \rangle$  : produit scalaire.
- $\times$  : produit vectoriel.
- $\top$  : opérateur transposé.
- $(\cdot)_\times$  : matrice antisymétrique  $3 \times 3$  associée au produit vectoriel  $\times$ , *i.e.*  $\forall (u, v) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ ,  $u_\times v = u \times v$ .
- $\pi_{(\cdot)}$  : matrice projection, *i.e.*  $\forall u \in \mathbb{R}^3$  tel que  $\|u\| = 1$ ,  $\pi_u = (I_3 - uu^\top)$ .
- $\text{signe}(\cdot)$  : fonction signe, *i.e.*  $\forall x \in \mathbb{R}^*$ ,  $\text{signe}(x) = \frac{x}{|x|}$ .



---

# Introduction

---

Ces dix dernières années, les avancées technologiques et les nombreuses applications potentielles ont suscité un intérêt croissant pour la robotique aérienne. Les petits véhicules aériens sans pilote ont des applications commerciales évidentes dans l'inspection d'ouvrages d'art comme les ponts, les barrages ou les lignes hautes tensions, l'exploration d'environnements dangereux comme des forêts en feu ou des zones radioactives, les missions militaires de reconnaissance, *etc.* Ces drones peuvent également être utilisés en intérieur pour des applications telles que l'inspection de mines ou de grands bâtiments, la recherche de rescapés dans un environnement dangereux et confiné comme un immeuble en feu ou un bâtiment sinistré suite à un séisme. La difficulté de naviguer de façon autonome dans ces environnements très encombrés survient alors. Les fonctions d'évitement d'obstacles, de décollage et d'atterrissage automatique dans des milieux inconnus sont évidemment nécessaires pour garantir la sûreté de l'engin et la réussite de la mission.

En parallèle, de nombreux travaux se sont focalisés sur l'étude du comportement des insectes. Plus particulièrement, on s'est intéressé aux réactions de l'insecte face aux obstacles, aux techniques adoptées pour suivre un couloir ou encore à leurs stratégies d'atterrissage. On sait que les insectes tels que l'abeille ou la mouche sont très sensibles aux mouvements créés par leur déplacement propre par rapport à l'environnement ou par le déplacement d'objets par rapport à eux. Ce sont ces mouvements perçus par les facettes de leurs yeux qui leur permettent de naviguer efficacement dans leur milieu. Suite à ces études, des stratégies de commande s'inspirant du comportement des insectes ont vu le jour pour la commande de robots.

Depuis 2003, le CEA LIST développe un véhicule à décollage et atterrissage vertical à quatre rotors. Le contrôle d'assiette, la navigation à base de mesure GPS et l'asservissement visuel sur cible connue ont déjà été testés et validés sur le prototype. Malheureusement, les mesures inertielles à elles seules ne suffisent pas à obtenir une estimation fiable de la vitesse du véhicule. De plus, en environnement urbain ou intérieur, le GPS n'est pas disponible. Ce dernier ne permet pas non plus de mesurer la proximité des obstacles. Enfin, les techniques de commande par vision font souvent l'hypothèse que l'environnement est connu ou partiellement connu afin d'extraire une image de la vitesse. L'objectif de cette thèse est de se placer dans le contexte où les



objets de l'environnement sont inconnus. Le but est alors de proposer, à partir de la mesure du flot optique et en s'inspirant par exemple du vol des insectes, des fonctions simples comme la stabilisation, l'atterrissage ou l'appontage et enfin la navigation sans collision. Avant d'aller plus loin, laissons l'abeille Floptico, professeur en techniques avancées de navigation, introduire les problèmes abordés dans ce manuscrit...

**Floptico** : J'espère que vous êtes prêt à utiliser vos yeux jeune Shoubee. Je pense que le professeur Guenaro vous a donné les bases du pilotage, il vous faut maintenant apprendre les rudiments de la navigation sans collision, car le monde qui vous entoure est rempli d'obstacles. Tout d'abord, avez-vous déjà entendu parler du flot optique ?

**Shoubee** : Vaguement. Je crois que c'est quand les objets bougent devant les yeux, on peut percevoir les mouvements.

**Floptico** : et ?

**Shoubee** : Je ne sais pas, mais ça donne le tournis !

**Floptico** : Bon, je vois qu'il va falloir reprendre depuis le début. Simplement, le flot optique est le champ de déplacement perçu par un observateur en mouvement relatif avec les objets de son environnement. Prenons un exemple concret, l'observateur, ce sont vos yeux et les objets sont des arbres. Lorsque vous vous déplacez par rapport à l'arbre, les images perçues par vos yeux se déplacent également. C'est l'ensemble des déplacements en chaque point de l'image qu'on appelle flot optique.

**Shoubee** : Ok ! mais si l'arbre était complètement blanc, je ne verrais plus rien ?

**Floptico** : Tout à fait ! Et c'est là que nous allons devoir faire une hypothèse importante. Pour percevoir le flot optique, il faut que les objets de l'environnement soient texturés. Cependant, vous remarquerez que l'environnement naturel dans lequel vous évoluez est souvent très texturé : les arbres, les fleurs, *etc.* Néanmoins, je vous conseille d'éviter de voler au ras de l'eau et des baies vitrées.

**Shoubee** : Je vois. Et quel est l'intérêt du flot optique pour la navigation ?

**Floptico** : C'est ce qui va nous occuper dans le chapitre 1. En fait, le flot optique est proportionnel à la vitesse relative des objets par rapport à l'observateur et inversement proportionnel à la distance qui les sépare. Nous allons donc voir que ce signal est très utile pour détecter des obstacles et donc les éviter. Par exemple, si vous vous dirigez à vitesse constante vers un obstacle, le flot optique perçu en certains points de l'image va diverger. Ceci indique alors un danger imminent.

**Shoubee** : Génial, ça semble amusant en fait. On peut faire de super acrobaties.

**Floptico** : Oui, enfin dans les limites du raisonnable. Rappelez-vous que la vitesse de battement de vos ailes est limitée et que si vous vous approchez trop vite et trop près d'un obstacle, vous ne pourrez plus l'éviter. D'ailleurs, pour la peine, nous allons également faire quelques rappels sur les véhicules aériens à décollage et atterrissage vertical dans le chapitre 2.

**Shoubee :** Pourquoi ? Je me sens à l'aise dans le pilotage, il n'y a pas de problème !

**Floptico :** Il est important de comprendre que votre système de vol est sous-actionné. Par exemple, pour voler vers la gauche, il faut tourner votre corps vers la gauche afin de modifier votre angle de roulis. Bien sûr, dans les conditions de vol dites quasi-stationnaires, cela ne pose pas de problème. Cependant, dans certaines conditions de vol un peu extrêmes, les problèmes de stabilité et de robustesse sont plus complexes à résoudre. Combiner pilotage et navigation par flot optique nécessite donc quelques développements et justifications. Ce sera également l'occasion de faire un panorama des stratégies de commande référencées vision qui vous seront très utiles.

**Shoubee :** Et quand est-ce qu'on utilise le flot optique dans tout ça ?

**Floptico :** Ça vient, ne soyez pas impatient. Avant de nous intéresser aux stratégies de navigation, il nous faut traiter le flot optique pour en tirer les informations dont nous avons besoin pour la commande. Autrement dit, le flot optique fournit des informations brutes qu'il nous faut interpréter. C'est l'objet du chapitre 3. Prenons l'exemple d'une fleur en mouvement relatif par rapport à vous. Ce déplacement relatif va créer du flot optique en plusieurs points de l'image. Ceci fournit alors beaucoup trop d'informations si le nombre de points est élevé alors que les seules données qui nous intéressent sont la proximité de l'obstacle et la vitesse relative de celui-ci.

**Shoubee :** On va donc pouvoir estimer séparément la distance à l'obstacle et la vitesse relative ?

**Floptico :** Non, pas tout à fait. Sous certaines conditions, on pourra seulement obtenir le rapport entre la vitesse relative et la distance à l'obstacle. Nous noterons  $w$  le vecteur  $v_r/d$ , où  $v_r$  est la vitesse relative et  $d$  la distance minimale à l'obstacle.

**Shoubee :** Cela signifie que même proche de la fleur, si je suis immobile par rapport à elle, alors je ne perçois aucun signal.

**Floptico :** Exactement, et c'est ce que nous allons chercher à faire dans le chapitre 4. Notre objectif va consister à nous stabiliser par rapport à un objet tel qu'une fleur. Pour cela, la stratégie va simplement consister à annuler  $w$ . De cette façon, on annulera également  $v_r$ . Nous montrerons également que la distance  $d$  reste strictement positive durant la manœuvre.

**Shoubee :** Cool ! Mais comment je butine la fleur si je reste éloigné d'elle ? Il faut que je m'approche, non ?

**Floptico :** Ce sera la deuxième étape. Une fois stabilisés, nous allons chercher à atterrir sur la fleur. Pour cela, considérons la composante de  $w$  dans la direction de l'obstacle :  $w_d = v_d/d$ ,  $v_d$  étant la vitesse d'approche. Maintenant, supposez un instant que  $w_d$  est égal à une constante  $\omega^*$ , que se passe-t-il ?

**Shoubee :** J'en déduis que  $v_d = \omega^* d$  et donc que la vitesse d'approche est proportionnelle à la distance. Cela signifie que plus je m'approche de l'obstacle, plus je réduis ma vitesse.

**Floptico** : N'est-ce pas le but recherché ?

**Shoubee** : Si, et ça assure surtout un atterrissage en douceur.

**Floptico** : Très bien. On connaît notre objectif, il ne reste plus qu'à proposer une stratégie de commande.

**Shoubee** : Ok. Maintenant, que puis-je faire si je ne souhaite pas atterrir sur la fleur ? Je voudrais simplement l'éviter.

**Floptico** : C'est la deuxième partie du travail qui nous attend. Dans le chapitre 5, nous allons appréhender certains problèmes de suivi de terrain et d'évitement d'obstacles. Pour introduire le sujet, supposez que vous naviguez parallèlement au sol avec une vitesse d'avance  $v^{\parallel} = v^*$  constante. Considérez alors la composante de  $w$  dans la direction d'avance :  $w^{\parallel} = v^*/d$ , où  $d$  est la distance au sol. De plus, supposez que  $w^{\parallel}$  est égal à une constante  $\omega^*$ , que peut-on alors en déduire ?

**Shoubee** : Facile,  $d = v^*/\omega^*$ . Ceci signifie que je navigue à distance constante du sol.

**Floptico** : Bingo ! cela permet surtout de garder une distance de sécurité avec les obstacles. Nous allons donc proposer une stratégie permettant de suivre des obstacles tout en évitant de s'en approcher de trop près.

**Shoubee** : Et pourquoi on ne cherche pas à s'en éloigner le plus possible ?

**Floptico** : Bonne question ! Déjà, si vous vous en éloignez trop, vous ne percevrez plus de flot optique. Ceci risque d'être déstabilisant puisque, en quelque sorte, vous n'aurez plus de repères. De plus, dans certains environnements très encombrés, vous ne pouvez pas vous écarter infiniment des objets. Prenez l'exemple d'un environnement chargé en fleurs, arbres, et plantes en tout genre.

**Shoubee** : Super, on est parti pour l'aventure ? Attendez... je vois qu'il y a un sixième chapitre ?

**Floptico** : Oui, c'est la partie sportive du travail qui nous attend. Dans le chapitre 6, nous mettrons en pratique ce que nous avons élaboré, rien de tel qu'un peu d'exercice. Mais pour le moment, envolons nous vers le premier chapitre...

# Le flot optique et son utilisation en robotique

---

Lors d'une journée de pêche peu fructueuse, il nous arrive bien souvent d'avoir l'œil attiré par une libellule se posant sur le bout de la canne à pêche ou par une abeille butinant une fleur. On en vient alors à se demander comment ces petits insectes sont capables de naviguer avec une telle précision et une telle efficacité. Des chercheurs se sont intéressés à l'œil des insectes ainsi qu'à leur comportement dans l'environnement qui les entoure. On a alors pu observer qu'ils étaient très sensibles aux mouvements. Ceci explique par exemple qu'il est si difficile d'attraper une mouche, le mouvement rapide d'un objet proche d'eux étant interprété comme un danger immédiat. Le champ de mouvement perçu par les yeux des insectes est appelé flot optique (ou flux optique dans la littérature). Aujourd'hui, nous sommes capables de mesurer le flot optique à partir d'images acquises par une caméra. Par exemple, un capteur de souris d'ordinateur capte le mouvement relatif de la souris par rapport à son support, ce qui permet de déplacer le curseur sur l'écran.

Depuis les débuts de la robotique, on cherche également à s'inspirer du comportement des insectes pour élaborer des stratégies de navigation dites bio-inspirées. Ainsi, les techniques d'évitement d'obstacles, de suivi de terrain et d'atterrissage observées chez les insectes ont servi de modèle à de nombreuses applications en robotique, notamment en robotique mobile et aérienne. Dans un premier temps, le but de ce chapitre est de montrer comment le flot optique peut être perçu et à quoi il correspond mathématiquement. Dans un deuxième temps, nous donnerons une vue globale de l'utilisation du flot optique en robotique à travers les résultats existants.

## 1.1 Le flot optique

Lorsqu'un observateur (l'œil d'un animal, une caméra, *etc.*) est en mouvement relatif avec les objets de son environnement, un champ visuel de déplacement peut être perçu, ce champ est appelé flot optique (ou flux optique). Cette section a pour but de montrer la richesse d'information contenue dans ce signal visuel en décrivant quelques méthodes d'extraction d'informations. Dans un premier temps, nous définirons précisément le flot optique et comment il peut être estimé, puis nous aborderons de façon non-exhaustive les techniques d'estimation de mouvement.

### 1.1.1 Mesure et description du flot optique

#### Mesure du mouvement apparent

Mesurer le flot optique consiste à estimer le mouvement des points d'une image. Pour cela, différentes méthodes ont été explorées, dont la plupart sont exposées dans [Barron 94]. Les méthodes par appariement de blocs consistent à maximiser l'inter-corrélation de régions de deux images acquises à deux instants successifs, à minimiser la somme des carrés des différences entre les régions, ou encore à minimiser la somme des valeurs absolues des différences. Les méthodes basées énergie utilisent le domaine fréquentiel. Néanmoins, les techniques les plus répandues sont les méthodes différentielles [Horn 81, Lucas 81], souvent moins coûteuses en temps de calcul. L'approche différentielle fait l'hypothèse que l'intensité lumineuse  $I$ , d'un point  $p$  de l'image, se conserve :

$$\frac{dI}{dt}(p, t) \equiv 0$$

Ceci se traduit par

$$\nabla I(p, t)\dot{p} + \frac{\partial I}{\partial t}(p, t) \equiv 0 \quad (1.1)$$

Notons que le flot optique est généralement estimé sur la surface image d'une caméra. En particulier, lorsqu'il s'agit d'une surface plane,  $\dot{p}$  n'a que deux composantes  $\dot{p}_x$  et  $\dot{p}_y$ . On remarque ainsi que deux inconnues sont à estimer pour déterminer  $\dot{p}$ . L'équation scalaire (1.1), appelée équation de contrainte du flot optique, ne suffit donc pas pour déterminer le flot optique, le problème est mal posé (une équation pour deux inconnues). Ce dernier, connu sous le nom de problème d'ouverture (*aperture problem* en anglais) implique que seule la composante colinéaire à  $\nabla I$  du déplacement  $\dot{p}$  est mesurable. Pour que l'équation (1.1) ait une solution unique, il est alors nécessaire d'ajouter une contrainte sur le flot optique  $\dot{p}$ . Dans [Horn 81], une contrainte globale de régularité est ajoutée, l'algorithme consiste alors à minimiser la fonction suivante :

$$\int_D \left[ \left( \nabla I(p, t)\dot{p} + \frac{\partial I}{\partial t}(p, t) \right)^2 + \alpha^2 (\|\nabla \dot{p}_x\|^2 + \|\nabla \dot{p}_y\|^2) \right] dp$$

La fonction est définie sur un domaine  $D$  et  $\alpha$  représente l'influence du terme de régularité. Dans [Lucas 81], on suppose simplement que le flot optique est constant sur un voisinage  $V$  du point de calcul et on minimise la fonction suivante :

$$\int_V W^2(p) \left( \nabla I(p, t) \dot{p}_0 + \frac{\partial I}{\partial t}(p, t) \right)^2 dp$$

$W$  est une fenêtre qui donne plus d'importance aux points proches du centre du voisinage  $V$  qu'à ceux proches de la périphérie. Si les méthodes différentielles sont sensibles aux changements d'illumination et aux bruits de calcul des dérivées partielles, elles présentent deux autres inconvénients. Les méthodes différentielles font l'hypothèse que le champ de mouvement est continu alors que deux objets proches sur l'image peuvent avoir des mouvements différents (en se trouvant à des profondeurs différentes par exemple). Les méthodes différentielles ont également l'inconvénient de ne mesurer que de faibles déplacements. Ce phénomène, connu sous le nom d'*aliasing* temporel, est dû au fait que, sur un voisinage donné, un motif visible à un instant  $t$  ne l'est pas nécessairement à l'instant  $t + dt$ . Pour pallier cela, il existe des méthodes multi-résolutions qui consistent à estimer le flot optique sur des résolutions plus faibles et à revenir progressivement vers la résolution initiale afin d'affiner l'estimation [Bouguet 99]. Il existe également des techniques mixtes utilisant l'appariement de blocs et les méthodes différentielles [Beghdadi 03], ce qui permet d'allier les avantages des deux méthodes.

### Flot optique et champ de déplacement

Nous avons vu, à travers les méthodes différentielles, que le flot optique ne mesurait pas le mouvement relatif exact des objets. Par exemple, en observant un objet totalement uniforme, aucun gradient ne sera mesuré dans l'image et le flot optique sera considéré comme nul quel que soit le mouvement de l'objet ou de la caméra. Néanmoins, considérons que nous sommes dans le cas idéal (les objets observés sont texturés) et que le flot optique mesure bel et bien la projection 2-D du mouvement relatif 3-D de l'observateur par rapport à l'objet. Par exemple, en projection sphérique, le mouvement  $\dot{p}$  d'un point  $p$  sur la sphère unité s'écrit alors [Koenderink 87]

$$\dot{p} = -(\Omega \times p) - (I - pp^\top) \frac{V_r}{\rho} \quad (1.2)$$

où  $\rho$  correspond à la distance entre le centre de la sphère et l'objet observé dans la direction  $p$ ; et  $(\Omega, V_r)$  correspondent respectivement à la vitesse de rotation de l'observateur et la vitesse de translation relative. On remarque donc que le flot optique dépend à la fois de la vitesse de rotation de l'observateur et du déplacement relatif entre l'observateur et l'objet. On remarque également que le terme  $(\Omega \times p)$  ne dépend pas de la distance  $\rho$  alors que le terme  $(I - pp^\top)V_r/\rho$  est inversement proportionnel à  $\rho$ . Deux propriétés intéressantes doivent être soulignées à propos de ce dernier terme.

- On remarque que si la vitesse de rotation est nulle, le flot optique est nul si  $p$  est colinéaire à  $V_r$ . Tout point de l'image vérifiant  $\langle p, V_r \rangle = \|V_r\|$  est appelé foyer

d'expansion (*Focus Of Expansion* en anglais). De même, le point  $p$  de l'image vérifiant  $\langle p, V_r \rangle = -\|V_r\|$  est appelé foyer de contraction. Si tous les objets de l'environnement sont statiques, il n'y a qu'un seul foyer d'expansion et un seul foyer de contraction sur toute l'image.

- Le facteur  $\|V_r\|/\rho$  est homogène à l'inverse d'un temps et représente la proximité (en temps) de l'objet. Dans la direction du foyer d'expansion,  $\|V_r\|/\rho = |\dot{\rho}|/\rho = 1/\tau$  est l'inverse du temps qu'il reste avant une collision avec l'obstacle si la vitesse  $V_r$  est constante. Ce temps est appelé temps à collision ou temps avant contact.

Il est clair que la vitesse de rotation a un effet indésirable pour l'observation du foyer d'expansion et du temps à collision, c'est pour cela qu'on cherche bien souvent à annuler ce terme. On a d'ailleurs observé que les insectes privilégient les déplacements en translation (mouvements très rapides en rotation), sans doute pour éviter au maximum ce genre de perturbations [Collett 75].

Pour conclure, dans cette thèse, nous supposons que le flot optique est équivalent au champ de déplacement pour nos développements théoriques. Pour compenser la composante du flot optique due à la vitesse de rotation de l'observateur, nous utiliserons des capteurs gyroscopiques, ce qui nous permettra de nous intéresser à la seule composante en translation.

### 1.1.2 Estimation de l'*ego-motion*

L'*ego-motion*, littéralement "le mouvement propre", peut être défini comme le mouvement 3-D de l'observateur relativement à son environnement. Si on suppose que les objets de l'environnement sont statiques, estimer l'*ego-motion* consiste à déterminer le mouvement de l'observateur lui-même. Dans le cas où certains objets sont mobiles, leurs mouvements doivent être pris en compte dans l'estimation. Lorsqu'on utilise le flot optique pour le calcul d'*ego-motion*, le foyer d'expansion fait partie des informations qu'on cherche à extraire. Plus généralement, le calcul d'*ego-motion* consiste à estimer la vitesse de rotation  $\Omega$  ainsi que la vitesse de translation  $V_r$ .

De l'expression du flot optique (1.2), on remarque qu'il n'est pas possible d'estimer l'amplitude de  $V_r$ . En effet, si on multiplie vitesse et distance à l'objet d'un même facteur  $k$ , alors le flot optique aura la même expression car

$$\frac{V_r}{\rho} = \frac{kV_r}{k\rho}$$

En raison de cette ambiguïté, seule la direction de  $V_r$ , c'est-à-dire le foyer d'expansion, est observable. L'estimation du foyer d'expansion ainsi que de la vitesse de rotation a beaucoup intéressé les chercheurs en vision, le lecteur peut se référer à l'article [Tian 96] qui compare plusieurs méthodes classiques. Nous détaillons ici l'une d'entre elles. L'algorithme d'estimation par moindres carrés développé dans [Bruss 83] utilise une contrainte bilinéaire et suppose que l'environnement est totalement statique. De l'équation (1.2), on déduit que

$$V_r^\top [p \times (\dot{p} + \Omega \times p)] = 0 \quad (1.3)$$

La méthode est itérative et consiste à déterminer  $\Omega$  en fonction de  $V_r$  avec un estimateur par moindres carrés à partir de l'équation (1.3). Le résultat est réinjecté dans l'équation (1.3), ce qui permet d'obtenir une contrainte non-linéaire sur  $V_r$ . Une minimisation non-linéaire basée sur cette contrainte permet d'estimer la direction de  $V_r$  en considérant que  $\|V_r\| = 1$ . Lorsque  $V_r \equiv 0$ , l'équation (1.3) n'est pas exploitable. Dans ce cas particulier, une simple estimation par moindres carrés permet d'extraire  $\Omega$ . Il est également intéressant de considérer le cas où la vitesse de rotation est compensée avec l'utilisation d'un autre capteur. Dans ce cas, le mouvement résultant est équivalent à une translation pure et l'estimation consiste simplement à trouver le vecteur propre associé à la plus petite valeur propre d'une matrice symétrique définie positive. D'autres méthodes, décrites dans [Tian 96], sont basées sur la parallaxe de mouvement en remarquant que la différence de deux vecteurs de flot optique donne une contrainte ne dépendant que de la vitesse de translation, ou utilisent des estimations linéaires basées sur la contrainte épipolaire.

### 1.1.3 Estimation des paramètres 2-D de transformation

Il existe des méthodes de calcul des paramètres de transformation (rotation, translation et facteur d'échelle) entre deux ensembles de points définis dans l'espace 3-D [Horn 87]. Ces méthodes ont été améliorées et adaptées par la suite pour l'estimation de quatre paramètres 2-D (translation, échelle et rotation sur l'axe optique) entre deux ensembles de points définis sur la surface image [Umeyama 91]. Plaçons nous dans le cas où la surface image est un plan (projection planaire) et supposons que l'environnement est statique. Pour estimer les paramètres 2-D, la méthode consiste à minimiser l'erreur suivante :

$$\varepsilon^2(R, t, c) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \|p'_i - (sRp_i + T)\|^2$$

où  $\{p_i\}$ ,  $\{p'_i\}$  sont les deux ensembles de points dans le plan image,  $R$  est la rotation autour de l'axe optique,  $T$  est la translation dans le plan image et  $s$  est le facteur d'échelle. Une décomposition en valeurs singulières de la matrice de corrélation permet alors d'estimer les paramètres. Lorsqu'on utilise le flot optique, la technique consiste à déterminer les paramètres de transformation qui permettent le passage de l'ensemble des points  $p_i$  à l'ensemble des points  $p'_i = (p_i + \dot{p}_i dt)$ . Cette méthode ne peut être considérée comme une méthode d'estimation d'*ego-motion* que dans le cas où le plan image de la caméra est parallèle à un objet plan. Ceci exclut toute rotation de type tangage et roulis. Cependant, elle peut être très utile pour déterminer des points où le flot optique prend des valeurs aberrantes. En effet, un point aberrant peut être déterminé en constatant que le flot optique en ce point ne satisfait pas "suffisamment" aux paramètres de transformation.



### 1.1.4 Estimation de paramètres 2-D du mouvement

Certaines méthodes basées modèle permettent d'estimer des paramètres 2-D du mouvement à partir d'un nombre limité de points dans l'image. Dans [Odobez 95], un objet observé sur une fenêtre donnée est supposé localement plan, ce qui permet de considérer un modèle affine simplifié ou un modèle quadratique complet du flot optique  $\dot{p}$  en fonction de  $p$ . L'algorithme utilise alors une technique multi-résolution par moindres carrés itératifs, basée sur la minimisation de la contrainte du flot optique (1.1). Les paramètres obtenus sont fonction de  $\Omega$ , de l'orientation de l'objet et de la vitesse réduite  $V_r/d$ , où  $d$  est la distance minimale à l'objet plan. Tout comme dans le cas précédent, ces paramètres peuvent être utilisés pour éliminer des points aberrants. Cependant, il n'est pas judicieux de faire appel deux fois à l'équation de contrainte du flot optique. Si on sait par avance que les objets observés sont des plans, les paramètres 2-D permettent néanmoins d'obtenir une bonne estimation du flot optique en tout point du plan. Ceci permet de limiter le nombre de calculs pour obtenir un champ dense du mouvement. L'algorithme ne permet cependant pas d'estimer l'*ego-motion* en raison des ambiguïtés sur l'interprétation d'un plan en mouvement [LonguetHiggins 84]. Dans [Irani 94], un modèle quadratique est utilisé pour l'élimination de la composante dépendant de la vitesse de rotation, avant d'estimer l'*ego-motion* de façon robuste. On peut également remarquer que si  $\Omega$  est nulle, le foyer d'expansion ainsi que le temps à collision peuvent être estimés sans ambiguïté à partir des paramètres 2-D. Une dernière application consiste à utiliser les paramètres 2-D pour commander un robot [Crétual 01].

Dans [Humbert 10], le flot optique est préalablement calculé avant d'être décomposé en série de Fourier. Le calcul des coefficients de Fourier permet d'extraire des informations sur le mouvement du véhicule en supposant que les objets observés sont plans. Les paramètres obtenus permettent d'interpréter le mouvement de l'observateur par rapport à son environnement et sont utilisés pour l'élaboration de la commande de robots mobiles ou aériens.

### 1.1.5 Détection d'objets mobiles

La présence d'objets mobiles dans le champ de vision de la caméra entraîne des difficultés supplémentaires pour obtenir des informations sur le mouvement propre de l'observateur par rapport à son environnement. L'hypothèse classiquement utilisée consiste à supposer que les objets mobiles n'occupent que de petites parties de l'image. Les méthodes consistent alors à discriminer le mouvement de l'observateur par rapport au mouvement des objets mobiles, soit en détectant les contours des régions mobiles à partir du flot optique [Odobez 97, Nagel 94], soit en compensant le mouvement global qui constitue la plus grande partie de l'image [Irani 92]. Notons toutefois que ces algorithmes ne fonctionnent pas en temps réel. Dans le cadre de cette thèse, nous n'utiliserons pas de méthode de détection d'objets mobiles. Nous supposerons soit que l'environnement est totalement statique, soit que c'est le mouvement relatif entre l'ob-

servateur et l'objet mobile qui nous intéresse.

## 1.2 Les systèmes de vision pour la mesure du flot optique

### 1.2.1 Œil humain et œil d'insecte

Par des expériences, il a été établi que l'œil des abeilles n'observe pas l'environnement avec autant de détails que l'œil humain. De plus, plus l'objet est loin, moins les facettes le voient, ce qui le rend plus difficile à déchiffrer. C'est la complexité de l'œil qui lui interdit toutes possibilités de précision. On sait que si l'homme avait un œil aussi complexe que celui de l'abeille, il devrait avoir un mètre de diamètre. Inversement, si l'abeille possédait des yeux comme les nôtres, pour un résultat égal à celui des yeux à facettes, ceux-ci seraient beaucoup plus lourds que l'insecte lui-même.



FIGURE 1.1 – Les yeux à facettes d'une libellule

L'œil d'insecte est plus spécifiquement adapté à la détection du flot optique. Dès qu'un objet se déplace dans le champ de vision de l'abeille (ou de tout autre insecte), les ommatidies (contenant des récepteurs visuels [Franceschini 75]) sont actionnées ou éteintes à tour de rôle. Le résultat est que les insectes peuvent mieux que nous estimer si un objet est en mouvement ou non. Le décryptage de l'image est également beaucoup plus efficace avec un œil complexe d'insecte car il procure une plus grande fréquence d'analyse. Chez l'abeille, cette fréquence est supérieure à cent traitements par seconde, tandis que chez l'homme elle ne s'élève qu'à vingt-quatre traitements par seconde. De plus on remarque que la vision chez l'insecte est floue, ce qui contribue à l'efficacité de l'œil pour l'estimation de mouvements. Les insectes vivant de pillage peuvent, par exemple, traverser une forêt sans se cogner et capturer d'autres insectes qui volent à

grande vitesse ou inversement, leur échapper. Les yeux complexes sont plus appropriés et plus aptes à constater de très faibles modifications d'une image ou d'un mouvement en un instant très court. Le plus important chez l'abeille et les insectes est d'apercevoir à temps les objets en mouvement.

Reproduire la vision de l'insecte pour mesurer le flot optique à l'aide d'un capteur semble donc bien plus approprié. Utiliser une caméra classique mène au même problème que la vision humaine, la fréquence de vision est faible et l'analyse de l'image peut être longue et complexe. Imiter la vision à facette de l'insecte en utilisant une multitude de petits capteurs indépendants pourrait être une bonne solution mais elle serait relativement complexe si on veut couvrir un large champ de vision. Il nous faut donc bien analyser les contraintes dues à l'estimation du flot optique avant de faire le choix d'une solution satisfaisant à nos besoins.

### 1.2.2 Utilisation de Caméras matricielles CMOS ou CCD

Pour les caméras, la technologie CMOS (Complementary Metal Oxide Semiconductor) a l'avantage de permettre le traitement des données au plus près des récepteurs et de procurer une meilleure vitesse de lecture, contrairement à la technologie CCD (Charge Coupled Device). De plus, la possibilité de miniaturiser les technologies CMOS est plus grande, ce qui fait que les caméras CMOS sont plus utilisées pour les systèmes embarqués. Les caméras matricielles sont un peu à l'image de l'œil humain, leur grande résolution apporte une grande richesse d'informations mais les temps d'acquisition ainsi que les temps de traitement des images peuvent être très coûteux. Pour augmenter les fréquences de calcul du flot optique, on a souvent cherché à réduire le nombre de pixels à une seule ligne au lieu d'une matrice à deux dimensions. Toutefois, la faible résolution ne permet de traiter que des problèmes spécifiques de commande. La solution la mieux adaptée reste en effet la matrice à deux dimensions avec un large angle de vision mais cela demande une grande résolution et entraîne augmentation des temps de calcul en raison des temps d'acquisition et de la lourdeur des traitements.

- Les caméras de **résolution classique** ( $640 \times 480$ , *etc.*) sont encore très utilisées pour calculer le flot optique. La faible fréquence d'acquisition peut être compensée par un traitement hiérarchique des images (méthode de Lucas-Kanade pyramidale par exemple) en profitant de la haute résolution de l'image. Elle permet de plus d'observer l'environnement avec un large champ de vision en utilisant une optique grand angle, de type fish-eye ou omnidirectionnelle (voir figure 1.2).
- Utilisée par l'équipe de Zufferey [Zufferey 03, Zufferey 06, Zufferey 05], **la matrice ligne** (voir figure 1.3) permet une haute fréquence d'acquisition (environ 1000Hz) mais la résolution est trop faible pour des véhicules se déplaçant dans l'espace 3-D. Le flot optique est calculé sur une dimension par un algorithme proche de la méthode de Lucas-Kanade. Ce capteur est surtout utilisé pour l'évitement d'obstacles en observant le flot optique à droite et à gauche d'un véhicule à voilure fixe de type avion.
- La **technologie VLSI** (*analog Very Large Scale Integration*) permet d'implé-



(a) Objectif fish-eye



(b) caméra omnidirectionnelle

FIGURE 1.2 – Objectifs grands angles



FIGURE 1.3 – Capteur 1-D TSL3301 utilisé pour la mesure du flot optique [Zufferey 03]

menter des circuits de traitement au plus près du capteur photosensible. Plusieurs prototypes ont été conçus [Barrows 00, Zufferey 03, Stocker 06] et brevetés. L'énorme avantage est que le flot optique est calculé de façon analogique. On sait que la méthode de Lucas-Kanade ne fonctionne que pour des mouvements de faibles amplitude, mais si le traitement est analogique, il n'y a plus ce problème d'*aliasing* temporel. Ainsi, il n'est pas nécessaire de mémoriser les images, ce qui entraîne également une économie de stockage mémoire. Les résolutions sont cependant encore un peu faibles ( $30 \times 30$  pixels) pour ce genre de capteurs. De plus, les traitements étant analogiques, ils sont très sensibles aux bruits, une alimentation peu stable peut donc réduire significativement le rapport signal à bruit.

### 1.2.3 Utilisation de Photo-récepteurs

Le flot optique étant homogène à une vitesse de rotation, l'utilisation de deux photo-récepteurs déphasés d'un angle  $\Delta\phi$  permet le calcul du flot optique en estimant l'écart de temps  $\Delta t$  entre les détections successives d'un contraste par chacun des récepteurs (voir figure 1.5) [Ruffier 03a, Ruffier 03b, Pudas 07]. Le flot optique dans la direction  $p$ , correspondant à la direction des photo-récepteurs, est alors donné par

$$\dot{p} = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

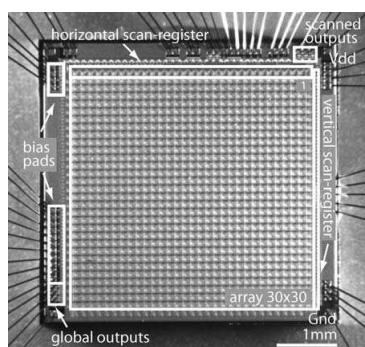


FIGURE 1.4 – Capteur VLSI de flot optique [Stocker 06]

Cet appareil visuel élémentaire bio-inspiré utilise certainement la technique la plus proche de celle utilisée par l'œil d'insecte [Franceschini 86]. La fréquence de mesure peut être très élevée mais on manque cruellement de résolution. Il faudrait un système avec une multitude de dispositifs comme celui-ci pour obtenir un bon champ de vision. A titre de comparaison, une abeille possède en moyenne 4000 facettes par œil.

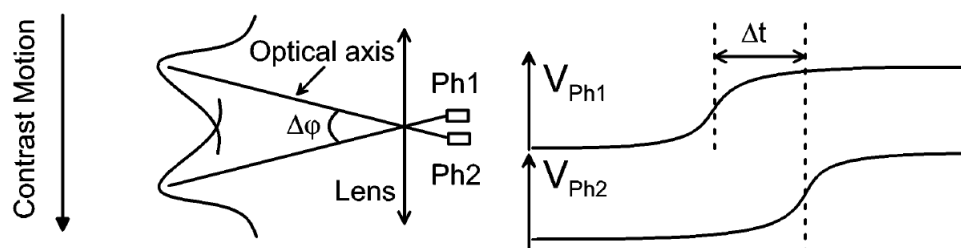
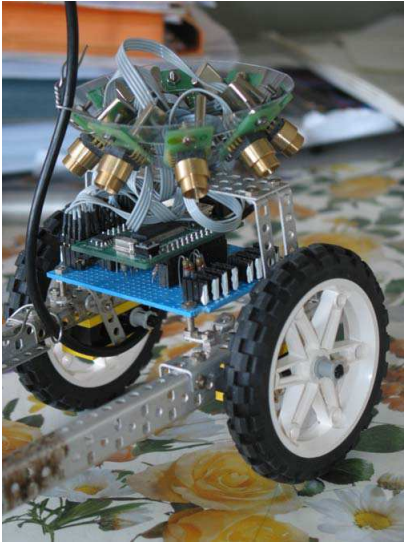


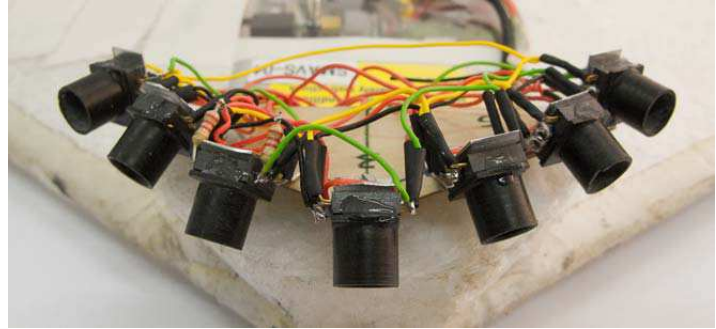
FIGURE 1.5 – Principe de l'Elementary Motion Detector [Ruffier 03b]

#### 1.2.4 Utilisation de capteurs de souris

Les capteurs de souris sont des capteurs bas coût, légers et très rapides (environ 1500 mesures par seconde) qui fournissent directement une mesure du flot optique. Un capteur de souris est constitué de photo-diodes ( $18 \times 18$  pixels typiquement) qui détectent les mouvements relatifs par appariement de blocs. Cependant les champs de vision sont très restreints et le capteur ne fournit qu'une seule mesure du flot optique. Pour une possible application, il est donc nécessaire d'utiliser plusieurs exemplaires (voir figure 1.6) [Beyeler 09b, Barber 05, Dahmen 09].



(a) 8 capteurs de souris embarqués sur un robot mobile [Dahmen 09]



(b) 7 capteurs de souris embarqués sur un robot aérien [Beyeler 09b]

FIGURE 1.6 – Capteurs de souris utilisés sur des robots

## 1.3 Applications en robotique

La richesse de l'information contenue dans le flot optique intéresse depuis longtemps la robotique dont le but est d'interagir de façon autonome avec l'environnement. L'observation du comportement des insectes montre d'ailleurs que ce champ de déplacement est essentiel pour la navigation dans un environnement naturel texturé. La mesure du foyer d'expansion permet de connaître la direction de déplacement à chaque instant, ce qui permet de la contrôler. La mesure du temps à collision permet de détecter la proximité des obstacles et de contrôler cette proximité. Ceci permet de s'approcher des obstacles en toute sécurité ou encore de les éviter. L'information de vitesse étant incluse dans le flot optique, cela permet de stabiliser le mouvement du robot par rapport à son environnement, *etc.*

Dans la suite de cette section, nous présentons de façon plus détaillée, mais non exhaustive, un état de l'art des applications qui utilisent le flot optique comme information pour la commande de robots. La section est divisée en trois domaines d'applications : les applications sur les robots manipulateurs pour des tâches de positionnement ou de suivi de cibles, les applications en robotique mobile et les applications majeures en robotique aérienne qui nous intéresseront plus particulièrement dans cette thèse.

### 1.3.1 Les applications sur robots manipulateurs

Le flot optique est très utilisé pour des applications de suivi de points d'intérêt dans une scène. Le champ de vision des caméras étant limité, on a naturellement pensé à

associer un élément robotique (du type tête articulée *pan-tilt*) pour détecter et suivre un objet mobile dans une scène (voir les références dans [Crétual 01]). Les applications sont nombreuses, on peut par exemple citer la surveillance et le suivi automatique de piétons. Dans ces cas de figure, la commande du robot consiste souvent à faire en sorte que le mouvement de l'objet dans l'image soit nul.

Pour les applications sur robots manipulateurs, ce sont généralement les tâches de positionnement de l'effecteur par rapport à un objet qui intéressent la communauté des roboticiens. Pour le positionnement du robot par rapport à un objet, une position relative ou une image désirée à atteindre est prédéfinie. Les techniques d'asservissement visuel permettent alors d'assurer la convergence vers le point désiré. La commande n'est cependant pas robuste lorsque l'objet observé est mobile, une erreur de traînage dépendant de la dynamique de l'objet perturbe la convergence. En effet, la commande est de la forme :

$$V_R = -k\tilde{X}$$

où  $V_R$  est la vitesse du robot et  $\tilde{X} = X_R - X_O$  est l'erreur de position entre le robot et l'objet. Lorsque l'équilibre est atteint,  $V_R = V_O$  et donc  $\tilde{X} = -V_O/k \neq 0$ . Le flot optique est souvent utilisé en complément pour compenser ces perturbations en estimant le mouvement  $V_O$  de l'objet et ainsi limiter l'erreur de positionnement [Chaumette 93, Bensalah 95, Wilson 94, Feddema 93]. D'autres travaux utilisent le flot optique pour positionner le robot en poursuivant une trajectoire désirée [Colombo 95, Grosso 96].

Plutôt que d'utiliser le flot optique comme simple terme de compensation dans les boucles de commande, une autre approche consiste à réguler le flot optique ou, plus précisément, les paramètres du mouvement extraits du flot optique. Dans [Crétual 01a], les mouvements de quelques points de l'image sont intégrés et un asservissement visuel est appliqué, ceci permet de suivre un objet mobile dans une scène. Cependant, cette méthode ne diffère pas d'un asservissement visuel géométrique classique, seule la manière d'obtenir la position des points change. Une application plus intéressante consiste à réguler le temps avant contact  $\tau$  obtenu à partir de l'estimation des paramètres d'un modèle affine du mouvement [Questa 95, Cipolla 97a, Cipolla 97b]. L'idée, théorisée la première fois par [Lee 76], est de freiner le robot dans la direction de l'axe optique de façon à ne pas entrer en collision avec l'objet planaire observé. Dans [Questa 95], le flot optique est également utilisé pour aligner le plan image avec le plan objet en utilisant le fait que les paramètres affines du mouvement sont fonction de l'orientation du plan objet. Dans [Crétual 01b], une approche plus robuste est développée en utilisant un modèle quadratique du mouvement. Dans ce dernier papier, les paramètres affines sont également utilisés pour suivre une trajectoire parallèlement à une surface plane.

### 1.3.2 Les applications en robotique mobile

Si l'utilisation du flot optique pour les robots manipulateurs se limite souvent à des tâches de positionnement ou de suivi de cibles, les applications potentielles en robotique mobile sont plus importantes en raison des nombreux défis à relever dans ce domaine. En effet, l'environnement dans lequel évolue un robot mobile est souvent peu ou mal

connu, et souvent complexe. De plus, la mesure de l'état du robot est souvent imparfaite en raison du glissement des roues par exemple. Ces incertitudes posent problème pour la navigation sans collision. En estimant le temps à collision ou le foyer d'expansion, le flot optique peut permettre d'élaborer des fonctions réactives qui garantissent la sécurité de l'engin.

### Amarrage automatique

L'idée de freiner le robot en utilisant la mesure du temps à collision a été reprise en robotique mobile pour des applications d'amarrage automatique (*docking* en anglais). Dans [SantosVictor 97], le temps à collision, mesuré à partir d'un modèle affine du mouvement, est utilisé pour le contrôle du déplacement face à une surface plane. On parle d'"*ego-docking*" si la caméra est embarquée sur l'engin et d'"*eco-docking*" si elle est fixée sur la plateforme d'amarrage. Dans [McCarthy 08], une approche plus robuste, basée sur la détection du foyer d'expansion, est proposée en partant du principe que la plateforme n'est pas nécessairement alignée avec le robot et que la vitesse de rotation du véhicule peut perturber la détection du temps à collision. Le principe de la commande est alors le suivant : en régulant le temps à collision  $\tau = \rho / |\dot{\rho}|$  (voir section 1.1.1) autour d'une valeur constante  $\tau^*$ , la distance  $\rho$  avec la plateforme converge vers 0. La loi de commande proposée dans [McCarthy 08] pour atteindre cet objectif est de la forme

$$U = -k \left( \frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau^*} \right)$$

et la dynamique s'écrit  $m\dot{V}_R = -m\dot{\rho} = U$ , où  $V_R$  est la vitesse du robot. Les auteurs montrent qu'il existe un temps  $T$  tel que la distance  $\rho$  et la vitesse  $V_R$  du robot convergent vers 0 lorsque  $t \rightarrow T$ , mais il n'est pas montré que la convergence est effectivement exponentielle. Néanmoins, le contrôleur assure un amarrage en douceur puisque la vitesse du robot décroît lorsque celui-ci s'approche de la plateforme.

### Navigation dans un couloir

Une des utilisations majeures du flot optique en robotique mobile concerne le suivi de couloirs ou, plus généralement, l'évitement d'obstacles dans un environnement structuré. Le défi principal est d'éviter la collision avec les murs des couloirs. Pour cela, beaucoup de travaux s'inspirent du vol des insectes. Dans [Kirchner 89], les auteurs montrent que les abeilles ont tendance à voler au centre d'un couloir étroit. Ils supposent alors que les insectes sont capables d'équilibrer le flot optique perçu par leurs deux yeux. Beaucoup de travaux utilisent ce principe de centrage pour la navigation des robots mobiles. Dans [Coombs 92, SantosVictor 95, Weber 97, Carelli 02, Hrabar 05], deux caméras latérales sont utilisées de façon à observer les deux murs simultanément. Le principe de la commande est alors d'équilibrer le flot optique perçu par les deux caméras comme le font les insectes. Dans [Dev 97, Duchon 98, Argyros 04, Humbert 10],



un système grand angle ou panoramique est utilisé de façon à observer les deux murs avec une seule caméra.

Malgré les résultats encourageants obtenus avec l'approche par centrage, une autre technique a été étudiée suite à l'observation d'un autre comportement chez les abeilles. Dans [Serres 07, Ruffier 07], les auteurs montrent que les abeilles ne se centrent pas nécessairement, mais elles préfèrent parfois suivre l'un des 2 murs du couloir, notamment lorsqu'il est large. L'observation de ce comportement chez l'abeille montre bien que les insectes ont besoin de percevoir du flot optique pour naviguer. Or lorsque le couloir est large, le flot optique perçu au centre est faible, l'insecte préfère alors se rapprocher de l'un des deux murs. On ne parle alors plus de suivi de couloirs mais de suivi de murs. On remarque également que si l'un des deux murs du couloir est retiré, les insectes continuent de suivre le mur opposé. Pour valider cette observation, un régulateur est proposé dans [Serres 08] pour la commande d'un aéroglisseur en utilisant deux capteurs latéraux. Le principe est de réguler le flot optique perçu sur l'un des deux murs à une valeur constante, le mur choisi étant celui qui est le plus proche à l'instant initial (celui sur lequel on perçoit le plus de flot optique). Ainsi, le flot optique étant fonction du rapport entre la vitesse du véhicule et la distance à l'objet observé, la distance au mur se stabilise à une valeur dépendant de la consigne de flot optique et de la vitesse d'avance de l'engin. De plus, on a observé que l'abeille a tendance à ralentir lorsque le couloir se rétrécit, un second contrôleur est donc utilisé pour réguler la vitesse d'avance en fonction du flot optique total perçu sur les deux murs.

En résumé, lorsque le couloir est étroit, le centrage semble plus adapté et lorsque le couloir est plus large, c'est le suivi de mur qui semble le plus adapté. Notons que les méthodes de centrage ou de suivi de murs peuvent très bien s'appliquer à des environnements plus complexes (labyrinthes, environnements encombrés). Dans ce cas, on parle plutôt d'évitement d'obstacles [Coombs 92, SantosVictor 95]. Cependant, contrairement au cas particulier du suivi de couloir, l'utilisation de deux capteurs latéraux ne suffit pas. En effet, pour éviter des obstacles frontaux, les capteurs doivent également pointer vers l'avant. La partie suivante, dédiée aux applications en robotique aérienne, décrit cela plus en détail.

### 1.3.3 Les applications en robotique aérienne

Plus encore qu'en robotique mobile, l'utilisation du flot optique connaît un grand succès dans le domaine de la robotique aérienne. En effet, il n'est pas toujours catastrophique qu'un robot mobile entre en collision avec un objet à basse vitesse. Cependant, pour un véhicule aérien, il est important d'éviter tout contact avec les obstacles environnants. De plus, le fait qu'un véhicule aérien se déplace dans l'espace 3-D représente un défi plus important, d'autant plus que la mesure de vitesse n'est généralement pas disponible sur un tel engin.

Dans le domaine de la robotique aérienne, de nombreux travaux utilisant le flot optique s'inspirent du comportement des insectes. En effet, on a observé que les insectes utilisent le flot optique pour éviter les obstacles [Collett 80, Wagner 82, Tammero 02],

pour stabiliser leur vol [Collett 75] et pour atterrir [Srinivasan 96, Srinivasan 00]. Des algorithmes de commande ont alors été élaborés et utilisés sur des robots pour valider les observations.

### Atterrissage automatique

Dans [Srinivasan 00], les auteurs montrent que les abeilles atterrissent avec un angle approximativement constant en conservant un flot optique constant. Ils observent également que la vitesse d'avance est proportionnelle à la vitesse de descente pendant l'atterrissage. Ils vérifient alors que ce comportement assure un atterrissage en douceur puisque la vitesse de l'insecte décroît exponentiellement en s'approchant du sol. Dans [Netter 99], une idée similaire est proposée pour la commande d'un véhicule aérien en utilisant un capteur constitué de deux photo-récepteurs (voir paragraphe 1.2.3) dirigés vers le sol. Le principe est alors de réguler le flot optique à une valeur constante tout en réduisant la vitesse d'avance de l'engin. Ainsi, le flot optique étant fonction du rapport entre la vitesse du véhicule et la distance au sol, la distance diminue proportionnellement à la vitesse. Cependant, dans cette approche, la vitesse d'avance n'est pas régulée directement, seul l'angle de tangage est contrôlé. Pour réduire la vitesse d'avance, l'angle de tangage est réduit [Ruffier 04, Ruffier 05]. Une approche similaire est proposée dans [Beyeler 09a] pour la commande d'un engin à voilure fixe. La mesure du flot optique est utilisée pour contrôler l'assiette du véhicule. Pour cela, des capteurs de souris sont disposés uniformément en plusieurs points dirigés vers le sol et vers l'avant (voir figure 1.6b). Des poids sont associés à chaque capteur et pour chaque entrée de commande (roulis et tangage). Pour l'atterrissage, les moteurs sont coupés, ce qui ralentit progressivement le véhicule. Le flot optique perçu diminue donc également, ce qui joue sur la commande de tangage et entraîne l'atterrissage en douceur.

### Suivi de terrain

On a vu que le principe de l'atterrissage automatique consistait à conserver le flot optique constant et à réduire la vitesse d'avance. Cependant, si la vitesse d'avance est également régulée à une valeur constante, on remarque que le véhicule est capable de suivre le sol à distance constante. Cette approche est utilisée dans les travaux cités précédemment [Ruffier 05, Beyeler 09b]. Dans [Ruffier 05], un capteur dirigé vers le sol est utilisé pour suivre un terrain plat ou un terrain pentu. Cependant, les auteurs ont remarqué que le contrôleur ne fonctionne que pour un terrain de pente faible. Pour améliorer la technique, un deuxième capteur, dirigé vers l'avant du véhicule, a été ajouté [Ruffier 08]. En combinant les deux signaux acquis par les deux capteurs, le contrôleur d'altitude permet de suivre des terrains plus raides. Dans [Humbert 05b, Humbert 06], le flot optique est décomposé en série de Fourier et les coefficients de Fourier sont utilisés pour contrôler l'orientation et l'altitude du véhicule, la vitesse d'avance étant régulée séparément. Le flot optique étant calculé sur un champ de vision large, le contrôleur permet en théorie de suivre des terrains très pentus. Cependant, l'analyse de stabilité

n'est réalisée qu'autour du point d'équilibre lorsque le terrain est plat. De plus, la robustesse du contrôleur n'est évaluée qu'en simulation.

D'autres approches utilisent la mesure de la vitesse du véhicule pour estimer la distance avec le terrain à partir du flot optique. Dans [Garratt 08], un estimateur de distance basé sur la fusion des mesures inertielles et de la mesure du flot optique est réalisé et une loi de commande est élaborée pour contrôler la distance au terrain. Cependant, à faible vitesse, le flot optique est faible et, par conséquent, l'estimateur de distance est très bruité. Ceci peut entraîner des instabilités dans le système.

### Evitement d'obstacles

Le suivi de couloir discuté précédemment et l'évitement d'obstacles sont des fonctions relativement proches et de nombreux travaux reprennent l'idée d'utiliser des capteurs latéraux pour éviter les obstacles [Zufferey 06, Green 08]. Cependant, les capteurs doivent également être dirigés vers l'avant pour détecter des obstacles frontaux (voir figure 1.7). Le flot optique détecté à droite est comparé au flot optique détecté à gauche du véhicule et le contrôleur permet de diriger le véhicule du côté où il y a le moins de flot optique. La comparaison du flot optique à droite et à gauche revient en quelque sorte à estimer la divergence du flot optique. En effet, dans [Nelson 89], les auteurs montrent que le calcul d'une divergence directionnelle permet de déterminer la proximité d'obstacles.

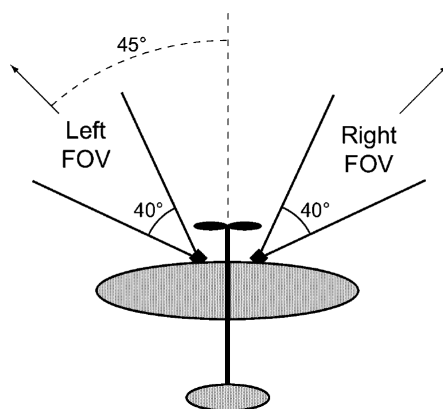


FIGURE 1.7 – Système de vision pour l'évitement d'obstacles [Zufferey 06]

Dans [Zufferey 06], des mouvements rapides de rotation, appelés “saccades”, sont déclenchés lorsque le flot optique dépasse un certain seuil. La direction des saccades est choisie en comparant le flot optique perçu à droite et à gauche du véhicule. Le principe de la saccade vient de l'observation des insectes [Wagner 82, Tammero 02]. On remarque que seule la composante du flot optique dépendant de la vitesse de translation peut être utilisée pour détecter la proximité des obstacles. Ainsi, lorsque les insectes changent leur direction de déplacement, le flot optique ne peut être utilisé,

c'est pourquoi ils réalisent des mouvements rapides de rotation. Une approche similaire est utilisée dans [Green 08].

Dans [Muratet 05], c'est un comportement de centrage qui est recherché en équilibrant le flot optique à droite et à gauche du véhicule. Pour compenser l'effet de la vitesse de rotation du véhicule sur la mesure du flot optique, des mesures inertielles sont utilisées. De plus, une estimation du temps à collision est utilisée pour détecter la présence d'un obstacle frontal. Lorsque le temps à collision devient inférieur à un certain seuil, le véhicule exécute un demi-tour.

Dans [Beyeler 09b], un *OptiPilot* est développé. Le système de vision est constitué de plusieurs capteurs de souris (voir figure 1.6b) et des gyroscopes sont utilisés pour compenser l'effet de la vitesse de rotation. Les capteurs sont disposés de manière optimale à  $45^\circ$  de la direction de déplacement du véhicule. Ils permettent de percevoir des mouvements à droite, à gauche, mais aussi en bas du véhicule. Ainsi, l'engin peut non seulement éviter des obstacles latéraux par des mouvements de roulis, mais aussi des obstacles frontaux par des mouvements de tangage. Notons que ce système permet également d'effectuer du suivi de sol et d'atterrir automatiquement (voir paragraphe précédent à propos de l'atterrissage automatique).

### 1.3.4 Conclusion

Dans cette section, nous avons montré l'intérêt du flot optique pour la robotique, tout d'abord pour des applications sur robots manipulateurs, puis sur robots mobiles et enfin sur robots aériens. On remarque que pour chaque domaine d'application, le flot optique est utilisé pour des fonctions différentes. Pour les robots manipulateurs, ce sont plutôt des tâches de suivi ou de positionnement qui sont visées. En robotique mobile, ce sont le suivi de couloirs ou l'amarrage automatique qui intéressent la recherche. En robotique aérienne, on cherche avant tout à assurer la non-collision avec les obstacles et à atterrir automatiquement. Néanmoins, on remarque que des principes similaires sont utilisés dans plusieurs applications.

Dans les trois domaines d'application, le temps à collision est utilisé pour freiner le robot à l'approche des obstacles et ne pas entrer en collision avec eux. En régulant ce temps à collision, il est possible de réaliser des manœuvres d'amarrage ou d'atterrissage automatique suivant le type de robot utilisé. La plupart des travaux traitant de ce sujet ne considèrent que la cinématique du système et ne fournissent généralement pas de preuve de stabilité et de convergence [Questa 95, Cipolla 97a, Cipolla 97b, SantosVictor 97]. Certains travaux traitant de l'atterrissage automatique n'analysent le comportement du système qu'en boucle ouverte. Le seul travail qui fournit une analyse théorique se limite à la convergence asymptotique de la tâche d'amarrage [McCarthy 08]. Dans le chapitre 4, c'est la fonction d'atterrissage automatique vertical d'un drone de type hélicoptère qui nous intéressera.

Comme on peut le voir dans [Beyeler 09b], les notions d'évitement d'obstacles, de suivi de terrain et de suivi de couloirs sont étroitement liées. Bien évidemment, ces tâches nécessitent d'être robustes. Toutefois, dans de nombreux travaux, l'analyse

de la robustesse se résume souvent à une étude statistique de l'efficacité des algorithmes [Beyeler 09b, Muratet 05]. Quelques résultats analysent la stabilité du système en utilisant seulement le linéarisé de la dynamique autour du point d'équilibre [Humbert 05b, Ruffier 05, Conroy 09], et d'autres n'exploitent pas les non-linéarités inhérentes à l'utilisation du flot optique [Garratt 08]. Dans [Humbert 10] une analyse de stabilité du système non-linéaire est fournie. Cependant, seule la cinématique du véhicule est prise en compte. Dans le chapitre 5, nous proposerons une approche pour le suivi de terrain et l'évitement d'obstacles, toujours pour un engin de type hélicoptère.

Dans les travaux s'inspirant du comportement des insectes, l'analyse de stabilité des algorithmes de commande est rarement traitée. Pourtant, le régime de vol des insectes est très amorti du fait d'un ratio élevé entre leur traînée et leur masse. Les stratégies de commande qui ont été observées dans diverses études biologiques ne se généralisent pas nécessairement aux véhicules présentant une grande inertie et une faible traînée. Dans un premier temps, dans le chapitre 2, nous nous intéresserons aux véhicules aériens de type hélicoptère et aux techniques de commande associées à ces engins sous-actionnés.

---

# La commande de drones à voilure tournante de type VTOL

---

Imiter ou tout du moins s'inspirer de la nature n'est pas une idée nouvelle dans le domaine de l'aéronautique. Bien avant de s'intéresser aux techniques de perception de l'environnement par les animaux, nous avons cherché à assouvir un vieux rêve de l'Homme, celui de voler. Il est certain que les oiseaux et les insectes volants, qui ont été "gâtés" par la nature sur ce point, sont responsables de cette envie de s'élever dans les airs. Léonard de Vinci fut l'un des premiers à dessiner les plans d'une machine volante plus lourde que l'air vers 1500 mais il ne posa jamais le problème de la force motrice nécessaire à l'entraînement de la machine. Après plusieurs vols sans voyageurs effectués avec des planeurs, c'est autour de 1900 que les premiers vols motorisés sont réalisés. Grâce aux avancées scientifiques et technologiques du siècle dernier, nous sommes aujourd'hui capables de voler à bord d'engins à voilure fixe comme l'avion ou à bord d'engins à voilure tournante comme l'hélicoptère. Bien sûr, des recherches restent à mener avant d'être capable de voler sur une machine à ailes battantes de manière efficace, néanmoins, à l'image du robot mouche développé à l'université d'Harvard<sup>1</sup>, nous avons toutes les raisons de penser que l'observation de la nature peut encore apporter beaucoup.

Ces dernières années, la miniaturisation des capteurs embarqués a suscité un regain d'intérêt pour les véhicules aériens de type VTOL (*Vertical Take-Off and Landing*) capables de décoller et d'atterrir verticalement. Ceci a conduit à s'intéresser à l'automatisation complète de ces petits véhicules. Ces drones aériens, ou véhicules aériens sans pilote, sont des solutions potentielles idéales pour des applications intérieures ou extérieures qui présentent actuellement un danger pour l'Homme ou pour la sécurité du matériel, telles que, par exemple, l'inspection d'ouvrages d'arts comme les ponts ou

---

1. <http://micro.seas.harvard.edu/index.html>

les lignes hautes tensions, l'exploration d'environnements dangereux, *etc.*

Dans ce chapitre, nous présentons l'état de l'art sur la commande de drones à voilure tournante de type VTOL. Nous présentons dans un premier temps les différents véhicules de ce type ainsi que les équations générales modélisant leur mouvement. Nous nous intéresserons ensuite aux technologies de capteurs existantes, puis aux techniques de commande de ces engins. Enfin, nous nous intéresserons plus particulièrement à la commande référencée vision.

## 2.1 Présentation et modèle général des véhicules de type VTOL

On peut se demander comment est venue l'idée de l'hélicoptère, ce véhicule capable de vol stationnaire. Peut-être l'inventeur était-il inspiré par le fruit de l'érable, la samare (voir figure 2.1), qui tourne autour de lui-même en tombant afin de se disséminer dans la nature. La force d'élévation de ce type de véhicules est générée par les pales des hélices tournant sur l'axe d'un rotor. Cette force est fonction de l'angle d'attaque des pales et de la vitesse de rotation du (ou des) rotor(s), ce qui procure deux moyens de contrôler la poussée. Ce principe est utilisé par tous les modèles de cette catégorie de véhicules aériens. Ce sont les techniques permettant de générer les couples nécessaires au contrôle de l'orientation du véhicule et les techniques permettant de contrer le couple de réaction qui diffèrent principalement entre les différents modèles. Dans ce qui suit, nous présentons plusieurs types de véhicules à voilure tournante en commençant par le plus célèbre, l'hélicoptère. Nous présentons ensuite le modèle général utilisé pour la commande de ces véhicules.



FIGURE 2.1 – La samare, fruit de l'érable

### 2.1.1 Les véhicules aériens à voilure tournante de type VTOL

#### Les hélicoptères avec un seul rotor principal

L'hélicoptère est constitué d'un rotor principal permettant le contrôle du véhicule et d'un système anti-couple permettant de contrer le couple de réaction.

### Le rotor principal

Le rotor principal est constitué d'un moyeu faisant tourner les pales et le plateau cyclique. La rotation de ce rotor génère la poussée d'élévation. Il existe trois sortes de rotors : les rotors articulés, les rotors rigides et les rotors semi-rigides, permettant ou non les variations d'angles de battement de traînée (figure 2.2). La commande de pas collectif permet de modifier l'angle de pas de toutes les pales de la même valeur. Ceci permet de faire varier la magnitude de la poussée sans modifier sa direction. La commande de pas cyclique permet quant à elle de modifier l'orientation de la poussée en réglant le pas de chaque pale en fonction de l'endroit où elle se trouve à un instant donné (à gauche, à droite, devant ou derrière l'hélicoptère). Ces mouvements sont appelés mouvements de pas cyclique.

De la rotation des pales autour du rotor, il en résulte un couple parasite appelé couple de réaction qui tend à faire tourner l'hélicoptère sur lui-même. Il existe alors diverses méthodes permettant de générer un anti-couple.

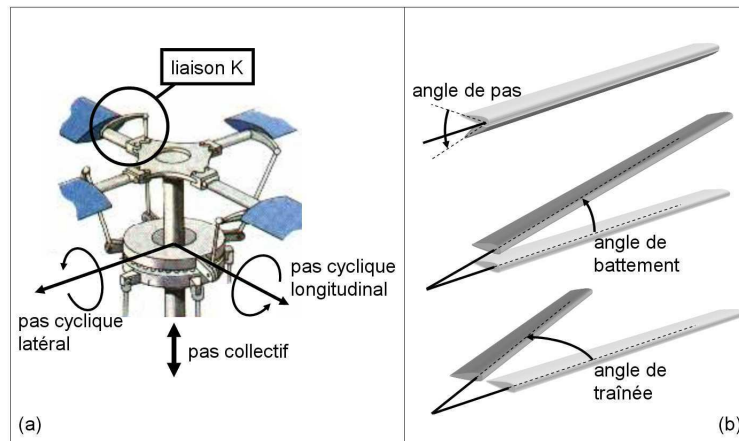


FIGURE 2.2 – Les articulations de pale d'un hélicoptère [Pflimlin 06b]

### L'anti-couple

Pour créer un anti-couple, il existe plusieurs techniques que nous décrivons ici. La méthode la plus commune est d'ajouter un second rotor monté verticalement sur la queue de l'hélicoptère, ce qui permet de compenser le couple de réaction et de contrôler le lacet du véhicule (figure 2.3a). Cette solution présente néanmoins l'inconvénient de fragiliser le véhicule, les risques de panne du rotor arrière n'étant pas négligeables. Une autre solution, le système sans rotor de queue (*NO Tail Rotor*), consiste à prélever les gaz d'échappement de la turbine et à les amener en bout de poutre de queue pour compenser le couple du rotor principal en utilisant l'effet Coanda (figure 2.3b). Ce système est intéressant car il permet d'économiser une partie de la puissance mécanique normalement prélevée par un rotor anti-couple. Une autre alternative consiste à utiliser une soufflante canalisée, ce système est appelé le fenestron ou le FANTAIL (figure 2.3c).





(a) Hélicoptère à rotor de queue



(b) Hélicoptère de type NOTAR



(c) Hélicoptère de type FANTAIL

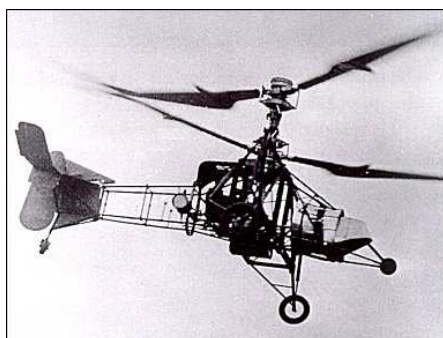
FIGURE 2.3 – Différents types d'hélicoptères à 1 rotor principal

### Les hélicoptères avec rotors contrarotatifs

Une deuxième classe d'hélicoptères possède plusieurs rotors contrarotatifs, c'est-à-dire tournant en sens inverse, afin de compenser le couple de réaction. On trouve plusieurs types d'hélicoptères contrarotatifs comme les hélicoptères à rotors coaxiaux, les hélicoptères à rotors en tandem ou encore les quadrirotors. La mécanique de ce genre d'engins est généralement plus complexe que pour l'hélicoptère à un rotor principal mais permet souvent un vol stationnaire plus stable et un encombrement réduit.

#### Les hélicoptères à rotors coaxiaux

Ce type d'hélicoptère est constitué de deux rotors de sustentation coaxiaux (tournant autour du même axe). Les appareils du constructeur russe Kamov ou les prototypes Breguet (figure 2.4) sont des exemples de telles machines. Cette configuration coaxiale est certes complexe, mais permet une très grande stabilité de vol en stationnaire ou à basse vitesse et un encombrement de rotor réduit, c'est ce qui explique son succès auprès des entreprises de travaux aériens lourds qui utilisent fréquemment des hélicoptères russes Kamov.



(a) Gyroplane de Louis Charles Bre-  
guet



(b) Hélicoptère Kamov

FIGURE 2.4 – Hélicoptères à rotors coaxiaux

#### Les hélicoptères à rotors en tandem

Ce type d'hélicoptère est constitué de deux rotors de sustentation en tandem (l'un derrière l'autre). Ce système, dans lequel les rotors tournent en sens inverse, permet d'annuler le couple de réaction du rotor sur la cellule. Ils sont utilisés essentiellement pour transporter des charges lourdes.



FIGURE 2.5 – Hélicoptère à rotors en tandem

#### Les quadrirotors

Le quadrirotor est constitué de 4 rotors positionnés aux extrémités d'une structure en forme de croix. Sa mécanique est très simple en comparaison avec les autres hélicoptères car il suffit de jouer sur les vitesses de rotation de rotor pour contrôler la

magnitude et l'orientation de la poussée. Ces engins ne nécessitent donc pas de plateau cyclique, ni de mécanisme de changement d'angle de pas des pales. Même si les premiers prototypes n'ont pas convaincu, les quadrirotors connaissent de nos jours un regain d'intérêt dans le domaine de la robotique (figure 2.6). Beaucoup de travaux ont d'ailleurs récemment été menés sur la modélisation et la commande de tels engins [Hamel 02b, Guenard 07, Pounds 06, Defara 06, Bristeau 09]. Ce type d'hélicoptère est très adapté au vol stationnaire en intérieur. Cependant, étant très léger, il est peu approprié au vol extérieur à grande vitesse et en présence de vent. C'est un quadrirotor développé au CEA LIST que nous utiliserons pour nos expérimentations (voir le chapitre 6).



(a) Quadrirotor de la société AirRobot®



(b) Quadrirotor de la société Parrot

FIGURE 2.6 – Hélicoptères quadrirotors

#### Les hélicoptères avec plus de 4 rotors

Il n'y a pas réellement de limite au nombre de rotors utilisés sur un hélicoptère, des prototypes d'hexa-coptères et d'octo-coptères ont également été conçus (voir figures 2.7). En ajoutant des rotors, la puissance de l'hélicoptère est augmentée, la poussée totale étant la somme des poussées de chaque rotor. Ainsi, l'engin est capable de transporter des charges plus lourdes. De plus, il est possible d'actionner complètement l'hélicoptère en ajoutant des rotors latéraux [Romero 09]. Cependant, l'ajout de rotors présente l'inconvénient de fragiliser le véhicule, le risque de panne étant augmenté. En outre, plus le véhicule a de rotors, plus son envergure est grande et plus son aérodynamisme est complexe. Pour conclure, le choix du nombre de rotors est histoire de compromis et de cahier des charges. Du point de vue de la commande, ce paramètre n'est en tout cas pas contraignant.



(a) Hexa-coptère



(b) Octo-coptère

FIGURE 2.7 – hélicoptères avec plus de 4 rotors

### Les “Tail-sitters”

Littéralement, ce type de configuration décolle et atterrit sur sa queue (figure 2.8). Comme les quadrirotors, ces engins ont connu leur essor dans le domaine de la robotique et ont été largement étudiés [Lipera 01, Graf 05, Pflimlin 06b, Ko 07, Zhao 08, Naldi 08]. Ils sont constitués d’un rotor ou deux rotors coaxiaux et de gouvernes de direction. Pour les configurations avec 2 rotors coaxiaux, les gouvernes permettent de contrôler l’assiette du véhicule alors que pour les configurations avec 1 rotor, une deuxième couche de gouvernes est nécessaire pour contrôler le lacet.



(a) Le iSTAR [Lipera 01]



(b) Le HoverEye de la société Bertin technologies

FIGURE 2.8 – “Tail-sitters”

### 2.1.2 Modèle général pour la commande

Cette thèse ne se focalisant pas sur la modélisation des véhicules aériens, nous présenterons seulement les équations générales qui modélisent leurs mouvements. Pour plus de détails sur la modélisation, le lecteur peut par exemple se référer à [Vilchis 01, Pflimlin 06b, Guenard 07, Martini 08]. Dans ces travaux, on remarque que les équations du mouvement peuvent se mettre sous une forme commune pour tous les types d'hélicoptères. Nous nous intéressons donc aux véhicules de type VTOL vus précédemment en considérant que ce sont des corps rigides évoluant dans l'air. Pour décrire le mouvement du véhicule, 2 repères sont introduits : un repère inertiel  $\mathcal{I}$  associé à la base  $\{e_1, e_2, e_3\}$ , où  $e_3$  pointe vers le centre de la terre ; et un repère mobile  $\mathcal{B}$  au centre de masse du véhicule, associé à la base  $\{e_1^b, e_2^b, e_3^b\}$  (voir figure 2.9). Le contrôle de ces véhicules est effectué par la poussée  $T \in \mathbb{R}$  agissant au centre de gravité dans la direction  $e_3^b$  pour le mouvement de translation et par le couple  $\Gamma \in \mathbb{R}^3$  pour la dynamique de rotation. Les forces extérieures appliquées aux véhicules (traînée, vent, *etc.*) sont regroupées dans le vecteur  $F_e$ , excepté la pesanteur qui agit dans la direction  $e_3$ . La résultante des forces agissant sur le véhicule s'écrit alors  $F = -Te_3^b + F_e + mge_3$ . En utilisant les théorèmes de la mécanique de Newton et Euler, les équations du mouvement peuvent s'écrire de la façon suivante :

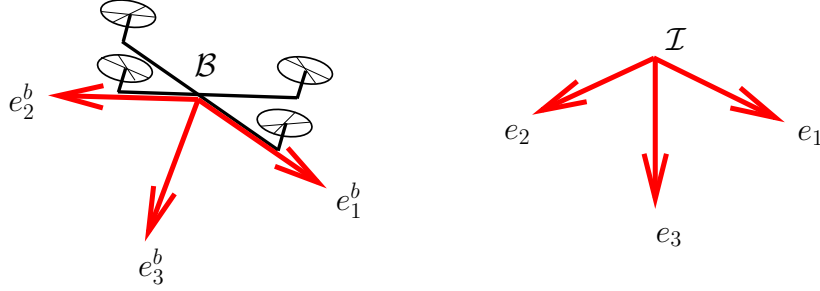


FIGURE 2.9 – Repères du drone

$$\dot{\xi} = v \quad (2.1)$$

$$m\dot{v} = -Te_3^b + mge_3 + R\Sigma_R\Gamma + F_e \quad (2.2)$$

$$\dot{R} = R\Omega_\times \quad (2.3)$$

$$\mathbf{I}\dot{\Omega} = -\Omega \times \mathbf{I}\Omega + \Gamma + T\Sigma_T e_3 + \Gamma_e \quad (2.4)$$

où  $\xi = (x, y, z)^T$  et  $v = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T$  représentent respectivement la position et la vitesse de translation dans le repère inertiel  $\mathcal{I}$ .  $m$  est la masse du véhicule et  $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  correspond à la matrice d'inertie évaluée au centre de gravité et exprimée dans le repère  $\mathcal{B}$  de l'engin.  $R \in SO(3)$  est la matrice de rotation du repère du véhicule par rapport au repère inertiel. Elle est usuellement paramétrée par les angles d'Euler regroupés dans

le vecteur  $\nu = (\phi, \theta, \psi)$  (roulis, tangage et lacet) et s'écrit <sup>2</sup>

$$R = \begin{pmatrix} c_\theta c_\psi & s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi & c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi \\ c_\theta s_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi \\ -s_\theta & s_\phi c_\theta & c_\phi c_\theta \end{pmatrix}$$

$\Omega$  est la vitesse de rotation du véhicule exprimée dans le repère  $\mathcal{B}$ .  $\Omega_\times$  représente la matrice antisymétrique associée à  $\Omega$  telle que  $\forall x \in \mathbb{R}^3$ ,  $\Omega_\times x = \Omega \times x$ . Il existe une relation simple entre  $\Omega$  et  $\dot{\nu}$  [Murray 94] :

$$\Omega = \begin{pmatrix} c_\theta c_\phi & -s_\phi & 0 \\ c_\theta s_\phi & c_\phi & 0 \\ -s_\theta & 0 & 1 \end{pmatrix} \dot{\nu}$$

$\Gamma_e$  est le vecteur regroupant tous les couples extérieurs s'appliquant au véhicule.  $\Sigma_R$  et  $\Sigma_T \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  représentent des couplages parasites entre les dynamiques de translation et de rotation. Par exemple, si la poussée  $T$  ne s'applique pas exactement au centre de masse du véhicule,  $\Sigma_T$  ne sera pas nul mais son action pourra être compensée par la commande. Excepté le cas du quadricoptère,  $\Sigma_R$  n'est généralement pas nul et plus problématique, même si le terme  $\Sigma_R \Gamma$  peut souvent être négligé pour l'élaboration des lois de commande faisant intervenir la dynamique de translation. La complexité des effets aérodynamiques rend la modélisation des efforts extérieurs ( $F_e$  et  $\Gamma_e$ ) très difficile. Cependant, même si l'évaluation de la robustesse en boucle fermée est nécessaire en simulation ou même en vol, la connaissance précise de ces efforts n'est pas nécessaire à la conception des lois de commande. Il est souvent possible d'utiliser une approximation ou même une estimation en ligne de  $F_e$  et  $\Gamma_e$  afin de les considérer dans la boucle de commande.

## 2.2 Les capteurs embarqués

Comme dans le monde animal, il ne suffit pas d'une mécanique *Ad Hoc* et d'une force motrice pour commander un véhicule aérien tel que le VTOL. Des informations sur son état (position, vitesse, orientation, *etc.*) ainsi que sur son environnement (proximité des obstacles, force du vent, *etc.*) sont également nécessaires pour le piloter. Avec leurs balanciers, les mouches sont capables de mesurer leur assiette et ainsi de stabiliser leur vol. Avec leur technique de perception du flot optique, ces mêmes insectes sont capables de détecter des obstacles et de les éviter. On comprend donc que des capteurs doivent être embarqués sur le véhicule afin de le contrôler efficacement. Dans cette section, nous allons explorer quelques capteurs utilisés sur les véhicules sans pilote.

### 2.2.1 La centrale inertielle

La centrale inertielle constitue l'un des éléments majeurs pour un véhicule aérien. Cet ensemble regroupe 3 accéléromètres et 3 gyromètres permettant de mesurer les

<sup>2</sup>. pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $s_x = \sin(x)$ ,  $c_x = \cos(x)$ ,  $t_x = \tan(x)$

accélérations non-gravitationnelles ainsi que les vitesses de rotation sur les 3 axes du repère mobile par rapport au repère inertiel. En outre, des magnétomètres sont généralement inclus dans les centrales inertielles.

### Accéléromètres

La mesure de l'accélération non-gravitationnelle (ou spécifique) repose sur la mesure de la position d'une masse  $M$  fixée à la structure par un ressort de raideur  $k$ . L'utilisation de 3 accéléromètres embarqués permet alors de mesurer l'accélération spécifique subie par le véhicule dans les 3 axes du repère mobile. Plus précisément, le principe fondamental de la dynamique appliqué à la masse peut s'écrire  $MA = kX + MG$  où  $A \in \mathcal{B}$  correspond à l'accélération du véhicule exprimée dans le repère mobile,  $G \in \mathcal{B}$  correspond à l'accélération gravitationnelle et  $X \in \mathcal{B}$  est la position du ressort par rapport à la position d'équilibre. En mesurant  $X$ , on est alors capable de mesurer  $A - G$ . Les accéléromètres sont utilisés pour plusieurs applications :

- Ils peuvent être utilisés pour la navigation inertielle en utilisant la mesure de la vitesse et la position du véhicule par intégration de l'accélération. Cependant, ces estimations divergent au cours du temps, ce qui nécessite d'utiliser des capteurs précis et donc plus chers. Dans ce cas, les mesures peuvent être recalées en les fusionnant avec les mesures d'un autre capteur comme le GPS par exemple.
- Lorsque les accélérations subies sont faibles relativement à la gravité, les accéléromètres mesurent la gravité  $G$  et peuvent donc être utilisés comme inclinomètre.
- Les accéléromètres peuvent également être utilisés pour mesurer des forces extérieures agissant sur le véhicule afin de les compenser dans la commande [Hua 09c].

Il existe beaucoup de technologies actuellement commercialisées mais pour les applications robotique, la technologie MEMS (*Micro Electro-Mechanical Systems*) est la plus utilisée, les capteurs étant simples, petits et peu chers. Ils ne sont pas suffisamment précis pour la navigation inertielle mais sont principalement utilisés comme inclinomètre en fusionnant avec les mesures gyroscopiques [Pflimlin 05, Hamel 06]. La fusion avec des magnétomètres permet d'obtenir la matrice de rotation  $R$  complète.

### Gyromètres

Les gyromètres fournissent la mesure de la vitesse de rotation autour d'un axe. Une nouvelle fois, il suffit d'utiliser trois gyromètres pour mesurer la vitesse de rotation  $\Omega$  sur les trois axes du repère mobile. Ces capteurs utilisent l'effet gyroscopique pour obtenir ces mesures. Il existe plusieurs technologies dont le gyroscope à fibre optique. Ce dernier mesure le déphasage entre deux faisceaux laser parcourant en sens inverse un enroulement de fibre optique, ce qui fournit une mesure précise de la vitesse de rotation autour de l'axe. Cependant, encore une fois, ce sont les technologies MEMS qui sont les plus légères et les moins chères même si les mesures sont moins précises (biais de mesure et bruit). La fusion avec d'autres capteurs comme les accéléromètres permet de recalibrer les mesures de vitesse de rotation et d'estimer la matrice de rotation  $R$ .

## Les magnétomètres

Le magnétomètre sert principalement à mesurer le champ magnétique terrestre. En indiquant le Nord magnétique, il est possible de contrôler le cap d'un véhicule aérien. Ces capteurs présentent l'inconvénient majeur d'être facilement perturbés par des éléments magnétiques extérieurs comme le champ créé par un moteur électrique pour ne citer qu'un exemple. Il est donc difficile de les utiliser à l'intérieur d'un bâtiment.

## Les centrales inertielles

On distingue deux principaux types de centrales inertielles : les centrales à composants liés (*strap-down*) et les centrales à plateforme stabilisée.

- Pour les centrales strap-down, les capteurs sont liés à la structure et donc liés au véhicule. Cet ensemble comporte toujours 3 accéléromètres et 3 gyromètres. Ces centrales sont les plus faciles à miniaturiser et à embarquer mais elles n'atteignent pas des niveaux de performance comparables aux centrales à plateforme stabilisée.
- Pour les centrales à plateforme stabilisée, les capteurs sont suspendus sur une plateforme stabilisée grâce aux mesures des gyromètres. Ainsi, l'orientation initiale de la plateforme est conservée en commandant des moteurs. La mesure de l'assiette est obtenue directement et la position du véhicule peut être obtenue en intégrant les accéléromètres. L'inconvénient de ce genre de centrale réside dans leur poids, leur prix et leur encombrement, ce qui les rend inutilisables sur un drone miniature.

En plus des accéléromètres, des gyromètres et des magnétomètres, les centrales inertielles intègrent généralement des sondes de température (pour les technologies MEMS notamment) afin de corriger les biais des capteurs.

### 2.2.2 Le GPS

Le Global Positioning System, qu'on peut traduire en français par "système de positionnement mondial", est un système de géolocalisation utilisant des satellites. Il a initialement été conçu pour des applications militaires et mis en service par le département de la défense des Etats-Unis. Actuellement, il est largement utilisé pour des applications civiles (géodésie, localisation de mobiles, *etc.*). Le GPS comprend au moins 24 satellites orbitant à 20200km d'altitude de sorte qu'en tout point du globe, on peut en observer simultanément 4 à 8. Ces satellites émettent en permanence sur deux fréquences un signal complexe, constitué de données numériques et d'un ensemble de codes pseudo-aléatoires, datés précisément grâce à leur horloge atomique. Ainsi, un récepteur GPS qui capte les signaux d'au moins 3 + 1 satellites peut, en calculant les temps de propagation de ces signaux entre les satellites et lui-même, connaître sa distance par rapport à ceux-ci et, par trilatération, situer précisément en trois dimensions n'importe quel point visible par les satellites, avec une précision de 15 à 100 mètres pour le système standard. La quatrième mesure est utilisée pour tenir compte de la non-synchronisation des horloges embarquées et de celle du récepteur. Le GPS est



ainsi utilisé pour localiser des véhicules roulants, des navires, des avions, des missiles et même des satellites évoluant en orbite basse. Les erreurs dans le positionnement absolu sont dues à la propagation du message satellite dans l'atmosphère terrestre, et peuvent rarement descendre en dessous de 5m. Pour obtenir de meilleures précisions, il faut utiliser un mode de positionnement relatif, c'est-à-dire la position d'un récepteur GPS par rapport à un second récepteur GPS. C'est ce qu'on appelle le GPS différentiel ou DGPS. Les perturbations étant les mêmes pour les deux récepteurs, elles se retranchent lors du calcul de la position relative, et l'information de localisation du récepteur mobile par rapport à un récepteur fixe peut alors être précise au centimètre. Cependant ces systèmes DGPS sont onéreux. Les GPS bon marché sont donc souvent peu précis et ne fournissent des mesures qu'à basse fréquence, de 4 à 10Hz pour des systèmes embarqués sur des mini-drones.

### 2.2.3 Les caméras

La miniaturisation des caméras ces dernières années permet aujourd'hui de les embarquer sur des véhicules de petite taille. Ces capteurs passifs ont l'avantage d'être légers, peu onéreux et surtout riches en informations sur l'environnement qui entoure le véhicule. Cependant, on reproche souvent aux caméras d'être sensibles aux changements d'illumination. De plus, pour certaines applications, les caméras nécessitent d'être correctement calibrées. En outre, l'utilisation des caméras classiques de grande résolution implique des traitements d'images complexes et gourmands en temps de calcul. Pour pallier cela, on préfère parfois utiliser des capteurs dédiés, comme les capteurs de flot optique (voir la partie 1.2).

Contrairement au GPS qui donne une mesure absolue de la position et de la vitesse du véhicule, l'utilisation de caméras permet d'obtenir des mesures relatives aux objets observés. Les caméras peuvent donc être utilisées pour positionner le véhicule relativement à des objets. Pour cela, il existe des techniques utilisant plusieurs caméras afin d'obtenir la pose relative du véhicule comme, par exemple, l'utilisation de caméras stéréo. Une autre méthode consiste à utiliser une seule caméra combinée avec la mesure d'autres capteurs ou alors avec la connaissance *a priori* de la géométrie de l'objet observé.

D'autres méthodes de commande n'utilisent que les informations 2-D des images sans reconstruire la pose du véhicule. Ces méthodes sont généralement plus robustes aux erreurs de calibration mais le comportement du véhicule dans l'espace 3-D n'est pas toujours idéal et prévisible. Une autre approche bio-inspirée utilise le flot optique comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent. Les techniques de commande par vision seront discutées plus en détail dans la section 2.4.

## 2.2.4 Autres capteurs extéroceptifs

### Les gyrocompas

Le gyrocompas est similaire à un gyroscope, il utilise une toupie tournant à grande vitesse et les forces de frottement pour exploiter la rotation de la Terre. Les gyrocompas ont l'avantage de mesurer le vrai Nord (l'axe de rotation de la Terre) qui est différent du Nord magnétique. Ils sont également moins sensibles aux champs magnétiques extérieurs. Néanmoins, ils sont plus lourds et plus onéreux que les compas magnétiques et ne sont donc pas encore suffisamment miniaturisés pour une application sur mini-drones.

### Les altimètres barométriques

L'altimètre barométrique est un appareil permettant d'estimer l'altitude, en se basant sur le fait que la pression atmosphérique diminue d'environ 0.12mbar par mètre d'altitude. À condition de connaître la pression et l'altitude d'un point de référence, il est possible de déterminer l'altitude en mesurant la pression. Cependant, il est nécessaire de le régler chaque jour en fonction des variations de pression dues aux phénomènes atmosphériques. De plus, la mesure est très sensible aux changements brutaux des conditions atmosphériques (rafales de vent). On préfère généralement utiliser ces capteurs pour des applications intérieures.

### Les tubes de Pitot

Le tube de Pitot est un système de mesure de vitesse des fluides. Un tube de Pitot est constitué de deux tubes coudés concentriques dont les orifices, en communication avec le fluide dont nous voulons mesurer la vitesse, sont disposés de façon particulière. Le tube extérieur s'ouvre perpendiculairement à l'écoulement du fluide. La pression à l'intérieur de ce tube est donc égale à la pression ambiante ou pression statique. Le tube intérieur est parallèle à l'écoulement du fluide, et est ouvert en son bout, face au flux. La pression à l'intérieur de celui-ci est donc la pression totale, somme de la pression statique et de la pression dynamique. Un manomètre mesure la différence de pression entre les deux tubes, c'est-à-dire la pression dynamique, et permet donc de calculer la vitesse d'écoulement du fluide autour du tube. Cette vitesse correspond au vent relatif et est, en aéronautique, une des informations primordiales pour le pilote qui doit toujours maintenir son appareil au-dessus de sa vitesse de décrochage, et au-dessous de sa vitesse maximale. Elle permet en outre, connaissant la vitesse du vent, de calculer la vitesse sol et la consommation de l'aéronef. Pour les véhicules de type VTOL, ces capteurs sont néanmoins moins primordiaux et rarement utilisés, sans oublier qu'ils sont généralement lourds et encombrants.

### Les télémètres

Le télémètre est un capteur actif permettant de mesurer la distance avec un objet. Différents signaux (laser, ultrasons, ondes radios) peuvent être utilisés pour cela. Le

principe est de transmettre un signal à l'objet qui le renvoie par réflexion. La distance est déduite à partir des mesures. Pour les lasers, on utilise la mesure du temps de vol ou la mesure du déphasage par interférométrie. Les systèmes radars et les sonars utilisent quant à eux la mesure du temps de vol. Les sonars ont une portée limitée et ne sont généralement utilisés que pour l'atterrissage automatique des véhicules de type VTOL. Les radars et les lasers, qui sont également capables de mesurer la vitesse relative avec l'objet par effet Doppler, ont quant à eux une longue portée. En les plaçant sur une plateforme tournante, ils peuvent être utilisés pour de l'évitement d'obstacles ou de la localisation et de la cartographie.

## 2.3 Les différentes stratégies de commande

La commande de véhicules de type VTOL a longuement intéressé les automaticiens en raison des nombreux défis à relever sur ce type de systèmes sous-actionnés et non-linéaires. Pour la dynamique de translation, la difficulté réside au niveau du couplage non-linéaire  $TRe_3$  entre la poussée  $T$  et l'orientation  $R$ . Dans cette section, nous faisons un panorama des techniques de commande explorées pour la dynamique (2.1)-(2.4) en utilisant des extraits de l'article [Hua 09a]. Nous débuterons par les techniques linéaires autour du vol quasi-stationnaire, puis nous parcourrons les techniques de commande non-linéaires.

### 2.3.1 Linéarisation autour du vol quasi-stationnaire

Nous considérons dans cette partie le linéarisé du modèle dynamique du véhicule autour du vol quasi-stationnaire, c'est-à-dire autour du vol pour lequel  $v$  et  $\Omega$  sont faibles. Nous faisons l'hypothèse que les efforts extérieurs  $F_e$  et  $\Gamma_e$  sont nuls, ce qui signifie que nous négligeons le vent et tous les efforts aérodynamiques qui sont principalement des termes d'ordre 2. Nous supposons de plus que  $\Sigma_T \equiv 0$ . Pour la matrice  $\Sigma_R$ , nous nous référons au modèle d'un VTOL de type "tail-sitters", l'Hovereye [Pflimlin 06b]. La matrice  $\Sigma_R$  s'écrit

$$\Sigma_R = \frac{1}{L}(e_3)_\times$$

où  $L$  représente la distance entre les gouvernes et le centre de masse. L'utilisation des angles d'Euler  $(\phi, \theta, \psi)$  permet alors de découpler le système linéarisé en 4 sous-systèmes monoentrée-monosortie autour du point d'équilibre ( $\xi = 0, v = 0, \nu = 0, \Omega = 0, T = mg, \gamma = 0$ ) :

$$m\ddot{z} = -(T - mg) \quad (2.5)$$

$$\mathbf{I}_3\ddot{\psi} = \Gamma_3 \quad (2.6)$$

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -mg\theta + \frac{1}{L}\Gamma_2 \\ \mathbf{I}_2\ddot{\theta} = \Gamma_2 \end{cases} \quad (2.7)$$

$$\begin{cases} m\ddot{y} = mg\phi - \frac{1}{L}\Gamma_1 \\ \mathbf{I}_1\ddot{\phi} = \Gamma_1 \end{cases} \quad (2.8)$$

Les 4 systèmes sont indépendants et commandables, les techniques de commande linéaire peuvent donc être utilisées facilement. On peut citer les techniques de commande par retour de sortie (PID), par retour d'état (placement de pôle, LQR, LQG) après reconstruction avec un estimateur, ou encore les techniques de commande robustes ( $H_2$ ,  $H_\infty$ , QFT). Le praticien préfère bien souvent décomposer les systèmes et traiter le problème de commande en cascade. Par exemple, il est possible de considérer séparément le contrôle de la rotation (pilotage) et de la position (guidage) du véhicule. Cette préférence pour la hiérarchisation est principalement liée aux cadences d'acquisition des mesures mais aussi aux cadences de commande qui diffèrent pour ces deux boucles de commande, ce qui se caractérise par l'utilisation de grands gains pour la boucle de pilotage par rapport aux gains de la boucle de guidage.

A partir de ces méthodes de base pour la commande, différentes techniques ont été expérimentées sur les VTOL. La loi de commande la plus classique est le PID (Proportionnel Intégral Dérivé), utilisée par exemple sur des "tail-sitters" [Lipera 01, Pflimlin 07] et des quadrirotors [Castillo 05, Guenard 07] pour contrôler l'orientation du véhicule. Les techniques optimales, plus modernes, ont permis de déterminer des gains optimaux en terme de robustesse aux perturbations, rejet de perturbations, *etc.* La méthode de commande LQR (Linéaire quadratique) a été expérimentée pour la commande de l'assiette d'un quadrirotor et comparée à un PID [Bouabdallah 04]. La commande LQG (linéaire quadratique gaussienne) a été utilisée pour la commande d'hélicoptères [Benallegue 06]. Enfin, les techniques de commande robuste  $H_2$  et  $H_\infty$  ont également été largement utilisées [Mammar 92, Bendotti 95, Luo 03].

Les techniques de commande linéaire présentent bien sûr l'inconvénient de n'assurer que la stabilité locale autour du vol quasi-stationnaire, ce qui contraint les trajectoires admissibles (trajectoires à faible vitesse). La commande  $H_\infty$  permet généralement d'étendre le domaine de stabilité autour du point d'équilibre, mais cela se fait au détriment des performances. Une autre solution consiste à élaborer des lois de commande en plusieurs points de fonctionnement dans le domaine de vol souhaité et à tabuler les gains en fonction de ce domaine de vol. Cette méthode, appelée *gain scheduling* permet d'étendre les domaines de vol en assurant de bonnes performances en chaque point d'équilibre. Cependant, même si cette méthode a fait ses preuves en pratique, il est difficile d'assurer la stabilité du système aux transitions entre les différents points de fonctionnement. De plus, la mise en œuvre reste laborieuse et certains problèmes se posent toujours : les efforts aérodynamiques doivent être déterminés finement autour des points d'équilibre, ce qui peut s'avérer difficile et coûteux ; les effets aérodynamiques perturbent la dynamique qui est alors susceptible de fonctionner loin de l'équilibre ; la

linéarisation nécessite de paramétrer la matrice de rotation  $R$ , ce qui peut introduire des singularités qui limitent le domaine de stabilité. C'est pour ces différentes raisons que les techniques de commande non-linéaire sont aujourd'hui utilisées.

### 2.3.2 Les approches non-linéaires

La commande non-linéaire des drones fait l'objet de travaux de recherche récents et encore d'actualité. Le but est d'améliorer les performances et la robustesse par rapport à des techniques linéaires en compensant les effets non-linéaires sur la dynamique.

Une première technique consiste à linéariser la dynamique de translation par extension (ou inversion) dynamique du système en considérant  $TRe_3$  comme un état du système. Pour comprendre le principe simplement, supposons que les efforts extérieurs sont négligeables ( $F_e \equiv 0$ ,  $\Gamma_e \equiv 0$ ) et ignorons les couplages parasites ( $\Sigma_T \equiv 0$ ,  $\Sigma_R \Gamma \equiv 0$ ). En considérant l'état  $(X_1, X_2, X_3, X_4) = (\xi, mv, -TRe_3 + mge_3, -R\delta)$ ,  $\delta = (T\Omega_2, -T\Omega_1)$  et la commande

$$U = -R \left( \ddot{T}e_3 - T(e_3)_\times \mathbf{I}^{-1} \Gamma - 2\dot{T}(e_3)_\times \Omega + T(\Omega_\times)^2 e_3 + T(e_3)_\times \mathbf{I}^{-1} \Omega_\times \mathbf{I} \Omega \right)$$

on déduit directement que

$$\dot{X}_1 = \frac{1}{m} X_2 \quad (2.9)$$

$$\dot{X}_2 = X_3 \quad (2.10)$$

$$\dot{X}_3 = X_4 \quad (2.11)$$

$$\dot{X}_4 = U \quad (2.12)$$

En utilisant  $\ddot{T}$  comme variable de commande et en supposant que  $T \neq 0$ , l'application  $(\ddot{T}, \Gamma)$  est surjective, ce qui permet de considérer  $U$  comme une variable de commande à part entière. Le nouveau système est linéaire et commandable, la stabilisation de  $\xi$  est alors obtenue sans difficulté. Cette idée s'inspire de premiers travaux [Hauser 92] pour le contrôle d'un avion à décollage et atterrissage vertical (PVTOL) qui ont été généralisés par la suite au cas 3-D [Koo 98]. Malheureusement, même si elle semble attrayante au premier abord, cette approche pose problème pour sa mise en pratique.

- Lorsque  $\ddot{T}$  est la variable de commande, cette grandeur nécessite d'être générée physiquement, ce qui entraîne l'intégration de la dynamique des moteurs dans la synthèse du contrôleur puisque  $T$  est fonction de la vitesse des moteurs. De plus,  $U$  étant fonction de  $T$  et  $\dot{T}$ , ces variables doivent être mesurées pour le calcul de la commande  $(\ddot{T}, \Gamma)$ , ce qui est généralement difficile car l'estimateur associé nécessite les mesures de position qui ne peuvent être obtenues qu'à faible fréquence.
- La commande n'est définie que pour  $T \neq 0$ , ce qui n'est pas garanti puisque  $T$  devient un état interne du système.
- Pour prendre en compte les efforts aérodynamiques, l'approche nécessite une expression analytique de ces effets qui est souvent très difficile à obtenir.

- La prise en compte du terme  $\Sigma_R \Gamma$  n'est pas triviale.

Une deuxième technique reprend l'idée du guidage/pilotage. Il s'agit d'assurer que  $TRe_3$  converge vers une valeur désirée  $(TRe_3)^d$  afin de stabiliser la dynamique de translation. Toujours en considérant les forces extérieures et les couplages négligeables, la commande en translation se réduit à

$$m\dot{v} = -TRe_3 + mge_3 \quad (2.13)$$

Pour stabiliser la position du véhicule, on peut choisir par exemple  $u = (TRe_3)^d = k_1 v + k_2 \xi + mge_3$ .  $u$  peut également correspondre à la commande envoyée par un opérateur *via* un joystick [Guenard 06]. Le challenge consiste alors à garantir le plus efficacement possible la convergence de  $TRe_3$  vers  $u$  pour obtenir le comportement voulu en translation. En remarquant que  $Re_3$  est un vecteur unitaire, on détermine aisément la poussée et la direction désirées :

$$T^d = \|u\| \quad (2.14)$$

$$(Re_3)^d = \frac{u}{\|u\|} \quad (2.15)$$

On déduit donc simplement la consigne de poussée et la consigne d'assiette. La hiérarchisation de la commande et l'utilisation de "grands gains" pour la boucle de pilotage permettent de justifier l'élaboration de lois de commande pour la dynamique de translation en négligeant la dynamique de la consigne d'assiette. Ce principe de base étant introduit, les approches qu'on trouve dans la littérature diffèrent par la modélisation utilisée (matrice de rotation, angles d'Euler, quaternions), le type de mission (positionnement GPS, asservissement visuel), les capteurs utilisés, *etc.* Par exemple, la technique de *Backstepping* [Mahony 04, Guenard 08] peut être utilisée 2 fois pour les 2 boucles de commande (interne et externe) et la stabilité du système complet est analysée en utilisant la théorie des perturbations singulières [Pflimlin 06a]. L'avantage de cette méthode mixte est qu'elle ne fait pas intervenir  $T$  et  $\dot{T}$  comme variables d'état pour la commande, contrairement à la technique de *Backstepping* classique. De manière générale, la théorie des perturbations singulières permet d'étudier les deux sous-systèmes séparément, puis d'analyser la stabilité du système global [Pflimlin 06b, Guenard 07].

D'autres travaux s'intéressent à la robustesse aux perturbations de tout type (variation de masse, rafales de vent), intègrent la saturation de la commande des actionneurs en se basant souvent sur la technique des saturations imbriquées [Teel 96], explorent les apports possibles du contrôle par mode glissant [Bouabdallah 05] ou la commande prédictive [Bertrand 06]. Cependant, dans la plupart des travaux, les efforts aérodynamiques sont négligés, ce qui limite l'utilisation au vol quasi-stationnaire. Une méthode de commande innovante a récemment été proposée [Hua 09b] pour pallier cela. Cette approche prend en compte les efforts aérodynamiques et permet d'améliorer la robustesse vis-à-vis des perturbations.  $T$  et  $\Omega$  sont les variables de commande et on se ramène à la commande du système suivant :

$$m\dot{v} = -TRe_3 + mge_3 + F_e(v, t) \quad (2.16)$$

$$\dot{R} = R\Omega_\times \quad (2.17)$$

en considérant que  $\Sigma_R \Gamma$  est négligeable et que la dynamique (2.4) est contrôlée *via* un contrôleur “grands gains”. Les premiers travaux se sont focalisés sur la stabilisation de la vitesse et la commande en position à partir des mesures de  $v$  et  $\xi$ . Les couplages et non-linéarités, qui peuvent intervenir sur la dynamique de translation dans le cadre de la commande référencée vision (par exemple, le flot optique dépend du rapport entre  $v$  et la distance à l’objet observé), restent encore un sujet à explorer en détail.

## 2.4 La commande référencée vision

La commande référencée vision consiste à contrôler un robot à partir d’informations visuelles extraites des images [Samson 91, Espiau 92]. Initialement, la commande par vision a essentiellement concerné les robots manipulateurs [Hutchinson 96] et robots mobiles [Ma 99]. En raison des nombreuses applications potentielles (inspection, exploration, *etc.*) et de la richesse d’informations des images, l’utilisation de la vision pour la commande de drones VTOL intéresse particulièrement la communauté des chercheurs, certaines applications sont d’ailleurs déjà développées ou en cours de développement [Frazzoli 02, Hamel 02a, Shakernia 99].

L’asservissement visuel est une technique de commande entrées-sorties. Pour la commande de bras manipulateurs, six entrées de commande sont généralement à disposition (les six axes d’un robot articulé par exemple) et six sorties peuvent être mesurées (les trois positions et les trois orientations). Pour les robots mobiles non-holonomes, deux entrées de commande (vitesse linéaire et vitesse de rotation) sont disponibles pour trois sorties (deux positions et une orientation). Pour un VTOL sous-actionné, seules quatre commandes sont disponibles pour les six sorties. Tous les objectifs de commande ne sont donc pas admissibles. Le couplage entre le déplacement longitudinal et le tangage  $\theta$  ne permet pas de les commander indépendamment, de même pour le déplacement latéral et le roulis  $\phi$ . Considérons les variables d’état regroupées dans les deux vecteurs  $\nu = (\phi, \theta, \psi)$  et  $\mu = (\mu_x, \mu_y, \mu_z)$ , où les trois composantes de  $\mu$  peuvent désigner à la fois la vitesse linéaire ou la position. La commande du lacet complexifie inutilement la compréhension du problème et n’apporte rien pour l’élaboration des lois de commande. Sans perdre en généralités, on considère le lacet  $\psi$  nul dans la suite de cette discussion. Quatre objectifs de commande sont alors admissibles :  $(\mu_x, \mu_y, \mu_z)$ ,  $(\theta, \mu_y, \mu_z)$ ,  $(\mu_x, \phi, \mu_z)$  ou  $(\theta, \phi, \mu_z)$ . La commande des trois composantes de  $\mu$  correspond à la stabilisation du système autour d’un point d’équilibre ou à la commande en vitesse du véhicule, c’est principalement cet objectif de commande qui est considéré en asservissement visuel.

En robotique mobile ou en commande de robots manipulateurs, la mesure de vitesse est généralement disponible. Des tâches de positionnement et de suivi de trajectoire ont alors été effectuées par commande en vitesse. Malheureusement, sur des véhicules aériens, cette mesure n’est généralement pas disponible, surtout dans les environnements intérieurs où les signaux GPS ne sont pas reçus. Pourtant, un retour de vitesse est nécessaire pour garantir la stabilité asymptotique des lois de commande. Il est

possible d'obtenir une mesure de vitesse en reconstruisant la pose du véhicule lorsque l'environnement est connu ou partiellement connu. Néanmoins, ces méthodes sont peu robustes car elles dépendent des paramètres intrinsèques de la caméra ainsi que de la connaissance précise de la géométrie de l'environnement. Une autre approche consiste à utiliser le flot optique, plus particulièrement les paramètres du mouvement issus de la mesure du flot optique, pour remplacer la mesure de vitesse. Dans cette section, nous faisons un bref rappel des méthodes de commande par vision utilisées pour des applications sur des VTOL, puis nous discutons les apports potentiels du flot optique.

### 2.4.1 Positionnement par reconstruction 3-D de la pose

En asservissement visuel 3-D, la position relative entre le véhicule et la cible est reconstruite dans l'espace 3-D à partir des images acquises par le véhicule. Pour cela, la géométrie de la cible ainsi que les paramètres intrinsèques de la caméra doivent être connus, ce qui nécessite une bonne calibration de la caméra [Hutchinson 96]. Si  $\xi$  est la position relative du drone par rapport à la cible et  $\xi_d$  la position désirée, la fonction erreur est alors du type  $\tilde{\xi} = (\xi - \xi_d)$  [Guenard 07]. En supposant que la mesure de vitesse est disponible, la commande  $U$  du véhicule ne dépend que de la position et de la vitesse linéaire, ainsi que de  $R$  et  $\Omega$ .

$$U = f(\tilde{\xi}, v, R, \Omega) \quad (2.18)$$

Ce type de commande a été utilisé dans beaucoup de travaux [Shakernia 99, Roberts 02] et expérimenté sur des quadrirotors [Guenard 07, Altug 02, Teuliere 10] pour stabiliser le véhicule au-dessus d'une cible ou pour suivre la cible. Ces méthodes sont néanmoins peu robustes et très sensibles aux problèmes de calibration, ce qui entraîne une perte de performances [Chaumette 98].

### 2.4.2 Positionnement par asservissement visuel basé image

L'asservissement visuel 2-D est basé image, ce qui signifie que le contrôleur agit directement dans l'espace image. On considère une fonction  $s$  issue d'informations visuelles extraites de l'image et on cherche à atteindre le vecteur de sortie  $s^*$ , la fonction tâche  $\delta$  dépend alors de l'erreur ( $s - s^*$ ) [Samson 91, Espiau 92]. En supposant que la mesure de vitesse est disponible, la commande  $U$  du véhicule dépend de  $\delta$  et de la vitesse linéaire, ainsi que de  $R$  et  $\Omega$ .

$$U = f(\delta, v, R, \Omega) \quad (2.19)$$

L'avantage de cette technique tient au fait que la position 3-D du véhicule n'a pas besoin d'être reconstruite. L'un des inconvénients est que le comportement du robot dans l'espace 3-D n'est pas toujours désirable du fait des couplages, ce qui se caractérise par le fait que la matrice d'interaction  $L_s$  reliant la dérivée de  $\delta$  et  $(v, \Omega)$  ( $\dot{\delta} = L_s(v, \Omega)^\top$ ) n'est généralement pas diagonale. Le challenge consiste alors à trouver les informations visuelles qui offrent le meilleur découplage. Relativement peu de



travaux utilisent l’asservissement visuel 2-D pour la commande de véhicules aériens sous-actionnés [Hamel 02a, Mahony 05, Mejias 06, Hamel 07]. Certains travaux ont expérimenté la méthode de la centroïde [Bourquardez 09, Guenard 08] ou celle des moments [Bourquardez 09] pour la stabilisation d’un quadrirotor au-dessus d’une cible. Notons que dans [Mahony 05], l’objectif est de suivre des lignes. L’objectif est de la forme  $(\mu_x, \mu_y, \mu_z) = (\mathbf{v}_x, y, z)$ , la vitesse longitudinale  $v_x$  étant commandée indépendamment de la vision.

Une autre méthode d’asservissement visuel, basée sur l’estimation de l’homographie [Malis 00], utilise des informations partielles sur la pose du robot ainsi que des informations dans l’espace image. Cette approche allie les avantages de l’asservissement visuel 3-D et de l’asservissement visuel 2-D, un modèle approximatif de l’environnement est suffisant et les singularités sont évitées. Dans cette approche, la vitesse de translation du véhicule est estimée à un facteur constant près. Une estimation adaptative de ce facteur peut alors être réalisée si celui-ci est inconnu [Metni 07]. L’approche par homographie a déjà été utilisée pour la commande de quadrirotors [Chitrakaran 06, Courbon 09].

### 2.4.3 Utilisation du flot optique pour l’asservissement

Lorsque la mesure de la vitesse linéaire  $v$  n’est pas disponible, le flot optique peut être utilisé en remplacement. En supposant que la mesure de  $v/d$  extraite du flot optique est disponible (voir chapitre suivant),  $d$  étant la distance à la cible observée, on peut choisir la commande

$$U = f\left(\delta, \frac{v}{d}, R, \Omega\right) \quad (2.20)$$

$v/d$  est utilisé comme terme de dissipation dans la commande. En outre, il a été démontré que l’utilisation de  $v/d$  permet également de garantir la non-collision avec la cible [Mahony 08] grâce au facteur  $1/d$  qui devient grand lorsque  $d$  devient faible. Ce type de loi de commande a rarement été utilisé pour l’asservissement visuel. Notons toutefois qu’un contrôleur exploitant la mesure de  $v/d$  a été expérimenté sur un “Tail-sitters” pour la stabilisation relativement à une cible [Le Bras 06].

### 2.4.4 Conclusion

Le manque d’informations disponibles sur l’état, et en particulier sur la vitesse des véhicules aériens ainsi que sur la géométrie de l’environnement nécessite parfois d’utiliser des informations uniquement visuelles. C’est en cela que le flot optique s’avère utile puisqu’il fournit à la fois une information de vitesse permettant la stabilisation et une information de profondeur permettant l’anti-collision. Nous avons vu que  $v/d$  pouvait être utilisé pour positionner le véhicule relativement à une cible. Il serait intéressant d’étudier les objectifs réalisables en utilisant uniquement la mesure du flot optique. Dans cette optique, nous considérerions une commande du type

$$U = f\left(\frac{v}{d}, R, \Omega\right) \quad (2.21)$$

Nous savons qu'un contrôleur de type PI (Proportionnel Intégral) sur la vitesse linéaire  $v$  permet de stabiliser la position du véhicule. Est-il possible d'obtenir des performances comparables en utilisant  $v/d$ ? La composante de  $v/d$  dans la direction de l'obstacle ( $\dot{d}/d$ ) peut-elle être exploitée? Une première réponse peut être trouvée dans [McCarthy 08], les auteurs utilisent le flot optique divergent pour une manœuvre d'amarrage robuste. Enfin, si la vitesse linéaire est connue, la distance  $d$  à l'obstacle peut être extraite et régulée [Garratt 08] pour suivre le relief d'un terrain. Est-il possible de proposer une loi de commande qui n'exige pas d'extraire la distance?

Dans les chapitres suivants, nous proposons des lois de commande qui tentent de répondre à ces questions. Une analyse théorique rigoureuse de la dynamique du véhicule sera également fournie.



# Le système de commande par flot optique

---

Comme nous avons pu le voir dans le chapitre introductif 1, le calcul du flot optique fournit des informations locales sur le mouvement relatif du véhicule par rapport à son environnement. Cependant, pour la commande, nous avons besoin d'informations plus globales. Il est donc nécessaire d'effectuer une tâche préliminaire d'intégration du flot optique. Dans la littérature, plusieurs méthodes ont été explorées pour obtenir ce qu'on appelle les paramètres du mouvement. Dans [Umeyama 91], une estimation par moindres carrés permet d'obtenir quatre paramètres de transformation (rotation sur l'axe optique et translation) entre deux ensembles de points. Dans [Odobez 95, SantosVictor 96], un modèle polynomial du flot optique est utilisé et une estimation itérative par moindres carrés est effectuée en se basant directement sur l'équation de contrainte du flot optique 1.1. Dans [Humbert 10], le flot optique est décomposé en série de Fourier et les coefficients de Fourier représentent les paramètres du mouvement utilisés pour la commande. La décomposition en série de Fourier nécessite cependant d'observer l'ensemble de l'environnement, c'est-à-dire sur la sphère entière (pour des mouvements 3-D) ou sur un cercle entier (pour des mouvements 2-D). De plus, les coefficients de Fourier dépendent fortement de la géométrie de l'environnement alors que la plupart des autres méthodes estiment des paramètres locaux, ce qui permet de faire l'hypothèse classique que l'objet est localement plan.

Dans le cadre de cette thèse, nous proposons de nous intéresser à l'intégration du flot optique en coordonnées sphériques autour d'une direction d'observation donnée, en supposant que l'objet observé dans cette direction est planaire ou localement planaire. Cette opération permet d'extraire un vecteur, que nous appellerons le flot optique moyen, composé de 3 paramètres du mouvement. De plus, en supposant que la vitesse de rotation de la caméra est connue (mesurée par une centrale inertielle par exemple)

et compensée sur la mesure du flot optique, le flot optique moyen donne uniquement des informations sur le mouvement relatif de translation.

Le chapitre est organisé en deux sections : la section 3.1 présente le flot optique moyen et la section 3.2 présente le système de commande par flot optique sur lequel se base la suite du document.

## 3.1 Le flot optique moyen

Le calcul du flot optique est l'un des problèmes majeurs en vision par ordinateur. Ce domaine a été étudié de façon intensive par les chercheurs et différentes méthodes ont été proposées [Barron 94]. Dans cette section, nous définissons le flot optique moyen calculé à partir du flot optique estimé en chaque point de l'image par l'une de ces méthodes. Les données fournies par la centrale inertielle sont également utilisées pour la "dérotation" du flot.

Les caméras utilisées sont supposées être placées au centre de gravité du véhicule de sorte que leur point focal coïncide avec l'origine du repère  $\mathcal{B}$  lié au drone. Les caméras étant liées au drone, nous choisirons également le repère  $\mathcal{B}$  comme repère commun à toutes les caméras.

### 3.1.1 Définition du flot optique sphérique

Dans cette partie, nous rappelons dans un premier temps les équations du flot optique exprimées dans le plan image pour une projection planaire. Ensuite, nous exprimons ces équations sur une surface sphérique.

#### Cinématique d'un point image en projection planaire

Définissons  $P \in \mathbb{R}^3$  comme étant un point cible exprimé dans le repère  $\mathcal{B}$ . Le point image observé par la caméra est noté  $p_{\mathcal{P}}$ , il correspond à la projection de  $P$  sur le plan image  $\mathcal{P}$ . Ainsi,

$$p_{\mathcal{P}} = f \frac{P}{|\langle \eta_{\mathcal{P}}, P \rangle|} \quad (3.1)$$

où  $\eta_{\mathcal{P}}$  désigne le vecteur unitaire normal au plan image exprimé dans le repère  $\mathcal{B}$  et  $f$  est la longueur focale. La dérivée temporelle  $\dot{p}_{\mathcal{P}}$  correspond à la cinématique du point image  $p_{\mathcal{P}}$ , les équations qui en résultent sont appelées équations du flot optique. Elles s'expriment de la façon suivante [Hamel 02a] :

$$\dot{p}_{\mathcal{P}} = - \left( I_3 - \frac{1}{f} p_{\mathcal{P}} \eta_{\mathcal{P}}^{\top} \right) (\Omega \times p_{\mathcal{P}}) - f \left( I_3 - \frac{1}{f} p_{\mathcal{P}} \eta_{\mathcal{P}}^{\top} \right) \frac{(V - V_P)}{|\langle \eta_{\mathcal{P}}, P \rangle|} \quad (3.2)$$

où les vecteurs  $V = R^{\top} v$  et  $V_P = \dot{P}$  sont exprimés dans le repère lié au drone et représentent respectivement la vitesse de translation de la caméra et la vitesse du point  $P$ . On remarque que la valeur de  $\dot{p}_{\mathcal{P}}$  dépend de  $\eta_{\mathcal{P}}$ , ce qui signifie que la valeur

du flot optique au point  $p_{\mathcal{P}}$  dépend de l'orientation de la caméra. Nous préférons donc exprimer le flot optique sur une surface sphérique pour simplifier les calculs.

### Cinématique d'un point image en projection sphérique

Dans ce paragraphe, nous exprimons le flot optique sur une surface sphérique, l'avantage étant que la valeur du flot optique en chaque point est indépendante de l'orientation de la caméra. Le point image observé par la caméra sphérique virtuelle est noté  $p$ , il correspond à la projection de  $P$  sur la surface sphérique  $\mathcal{S}$  (Figure 3.1) :  $p = fP/\|P\|$ . Les équations du flot optique sphérique s'expriment ainsi [Koenderink 87, Hamel 02a] :

$$\dot{p} = -(\Omega \times p) - f \frac{I_3 - \frac{1}{f^2} p p^\top}{\|P\|} (V - V_P) \quad (3.3)$$

Remarquons que le flot optique sphérique peut être calculé numériquement à partir du flot optique planaire (3.2). Dans [Vassallo 02], il est montré qu'il existe une matrice jacobienne  $J$  permettant d'exprimer les dérivées temporelles en coordonnées sphériques à partir des dérivées temporelles en coordonnées planaires :

$$\dot{p} = (R_{\mathcal{P}} J R_{\mathcal{P}}^\top) \dot{p}_{\mathcal{P}} = R_{\mathcal{P}} \begin{pmatrix} (1 - X^2) Z & -XYZ \\ -XYZ & (1 - Y^2) Z \\ -XZ^2 & -YZ^2 \end{pmatrix} R_{\mathcal{P}}^\top \dot{p}_{\mathcal{P}} \quad (3.4)$$

où  $(X, Y, Z)^\top = R_{\mathcal{P}}^\top p / f$ ,  $R_{\mathcal{P}}$  correspondant à l'orientation de la caméra planaire par rapport au repère  $\mathcal{B}$  du véhicule, ce qui signifie que  $(X, Y, Z)^\top = (0, 0, 1)^\top$  pour  $p = f\eta_{\mathcal{P}}$ . Motivés par cette discussion, nous ferons l'hypothèse dans toute la suite que la surface image de la caméra est sphérique avec un rayon unitaire ( $f=1$ ). Les équations du flot optique s'exprimeront alors comme suit :

$$\dot{p} = -\Omega \times p - \frac{\pi_p}{\|P\|} (V - V_P) \quad (3.5)$$

où  $\pi_p = (I_3 - p p^\top)$  est la projection  $\pi_p : \mathbb{R}^3 \rightarrow T_p \mathcal{S}^2$ , le plan tangent à la sphère  $\mathcal{S}^2$  au point  $p \in \mathcal{S}^2$ .

Supposons maintenant que la caméra observe un plan et notons  $\eta \in \mathcal{I}$  le vecteur unitaire normal au plan cible observé [Mahony 08], exprimé dans le repère inertiel  $\mathcal{I}$ . On définit également  $d := d(t)$  la distance entre le plan cible et l'origine du repère drone  $\mathcal{B}$  (Figure 3.1). Pour tout point  $P$  sur le plan cible, on a

$$d(t) = \langle P, R^\top \eta \rangle$$

où  $P$  est exprimé dans le repère caméra  $\mathcal{B}$  et  $\eta$  est exprimé dans le repère inertiel  $\mathcal{I}$ . Si l'origine du repère inertiel est sur le plan cible, on peut également écrire  $d(t) = -\langle \eta, \xi \rangle$  où  $\xi$  est la position de la caméra. Pour un point sur la cible, on a

$$\|P\| = \frac{d(t)}{\langle p, R^\top \eta \rangle} = \frac{d(t)}{\cos(\theta)}$$

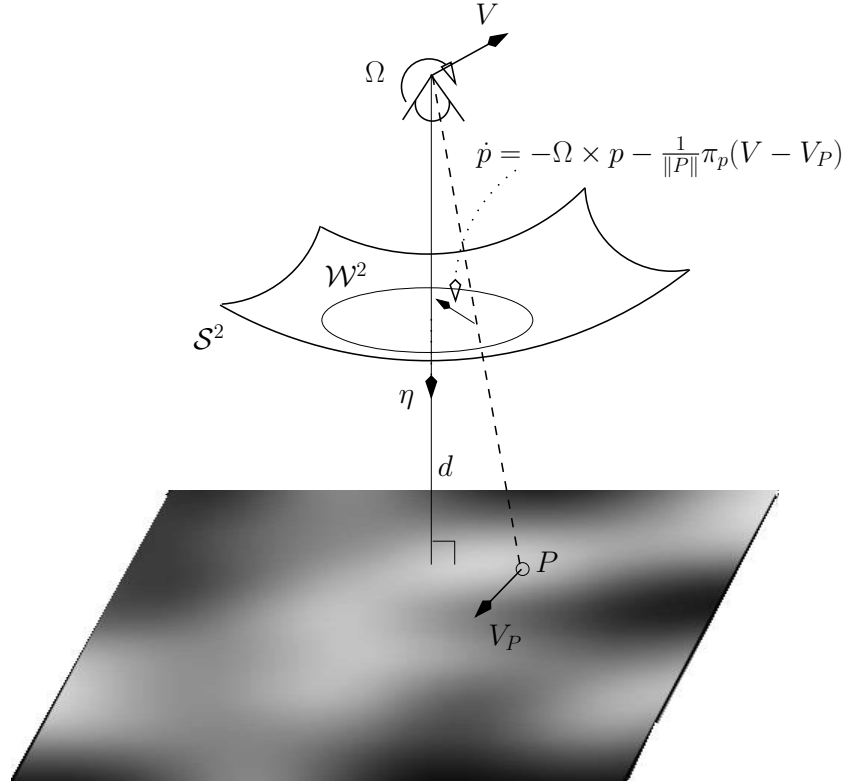


FIGURE 3.1 – Cinématique d'un point image projeté sur la sphère unité

où  $\theta$  est l'angle entre la normale  $\eta$  et le point image  $p$ . En substituant cette relation dans l'équation (3.5), on obtient

$$\dot{p} = -\Omega \times p - \frac{\cos(\theta)}{d(t)} \pi_p(V - V_P) \quad (3.6)$$

Dans ce cas précis, on vérifie que  $V_P = V_t + \Omega_t \times (P - P_0)$ , où  $V_t \in \mathcal{B}$  et  $\Omega_t \in \mathcal{B}$  sont respectivement les vitesses de translation et de rotation du plan, et  $P_0 \in \mathcal{B}$  est le centre de rotation du plan.

### 3.1.2 Flot optique moyen sur une surface plane

La mesure du flot optique est une étape essentielle pour l'implémentation pratique des lois de commande proposées dans la suite. Le flot optique  $\dot{p}$  peut être calculé en chaque point  $p$  en utilisant l'un des nombreux algorithmes existants (techniques différentielles, techniques basées corrélation, techniques basées énergie, *etc.*) [Barron 94, McCarthy 04]. On remarque qu'il dépend à la fois de la vitesse de rotation et de la vitesse de translation de la caméra (équation (3.6)) [Koenderink 87].

Pour élaborer les lois de commande, nous avons cependant besoin d'une information globale issue des mesures du flot optique  $\dot{p}$  en chaque point  $p$ . Pour cela, nous définissons

un flot optique moyen, exprimé dans le repère inertiel, par l'intégrale du flot optique sur une ouverture de la caméra autour d'une direction d'observation donnée, dont nous compensons l'effet de la vitesse de rotation. De cette intégration sur une ouverture de la caméra, correspondant dans notre cas à un angle solide de la sphère unité, nous obtenons des informations sur la vitesse du véhicule.

Dans cette partie et dans le reste de ce manuscrit, nous supposons que la cible observée est un plan texturé se déplaçant avec la vitesse de translation  $V_t \in \mathcal{B}$  (pas de vitesse de rotation :  $\Omega_t = 0$ ). Ainsi, pour chaque point  $P$  du plan cible,  $V_P = V_t$ .

### Intégration du flot optique autour de la normale au plan observé

Dans ce paragraphe, on suppose que la normale  $\eta$  est connue. Les données disponibles sont les vecteurs  $\dot{p}$  en chaque point  $p$ , la matrice d'orientation du drone  $R$  et la vitesse de rotation du drone  $\Omega$ .  $R$  et  $\Omega$  sont estimés à partir des données de la centrale inertielle [Metni 05]. Le flot optique moyen est obtenu en intégrant le flot optique sur un angle solide  $\mathcal{W}^2$  de la sphère unité autour de la normale  $\eta$  (fig. 3.1). Cette intégrale est donnée par (voir l'annexe A pour plus de détails) :

$$\phi = \iint_{\mathcal{W}^2} (\dot{p} + \Omega \times p) dp = -\frac{Q}{d}(V - V_t), \quad (3.7)$$

où la matrice  $Q$  dépend de l'angle solide  $\mathcal{W}^2$ . On peut vérifier que  $Q = R^\top (R_t \Lambda R_t^\top) R$  est une matrice symétrique et définie positive. La matrice  $\Lambda$  est une matrice diagonale constante, dépendant des paramètres de l'angle solide  $\mathcal{W}^2$ .  $R_t$  représente la matrice d'orientation de la cible par rapport au repère inertiel, ce qui signifie en particulier que  $\eta = R_t e_3$ . Notons que si la normale  $\eta$  est connue, la matrice  $R_t$  est également connue. Par exemple, si  $\mathcal{W}^2$  est l'hémisphère centré en  $\eta$ , ce qui correspond à l'image du plan cible complet, on montre que [Mahony 08]

$$\Lambda = \frac{\pi}{4} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

A partir de l'équation (3.7), on obtient facilement une mesure  $w$  dépendant uniquement de la vitesse de translation  $v$  de la camera :

$$w = -(R_t \Lambda^{-1} R_t^\top) R \phi$$

On vérifie alors que

$$w = \frac{v - v_t}{d} + \text{bruit} \quad (3.9)$$

où  $v_t = R V_t$ . Le bruit exprimé dans l'équation (3.9) regroupe l'ensemble des bruits de mesure. On obtient ainsi une mesure de la vitesse relative de la caméra au facteur d'échelle  $d$  près. Notons que la composante normale de  $w$  est équivalente à l'inverse du temps à collision :

$$\langle w, \eta \rangle = -\frac{\dot{d}}{d}$$



### Intégration du flot optique autour d'une direction quelconque

Contrairement au paragraphe précédent, on suppose ici que la normale au plan cible  $\eta$  est inconnue. On observe donc le plan cible dans une direction quelconque qu'on note  $\hat{\eta}$ . De façon analogue, on peut calculer un flot optique moyen  $\hat{w}$  à partir de l'intégrale du flot optique sur une même fenêtre  $\mathcal{W}^2$  de la sphère unité autour de la direction d'observation  $\hat{\eta} \neq \eta$  :

$$\hat{w} = -(\hat{R}_t \Lambda^{-1} \hat{R}_t^\top) R \hat{\phi} \quad (3.10)$$

On vérifie que

$$\hat{w} = \hat{R}_t \Lambda^{-1} \hat{\Lambda} \hat{R}_t^\top \frac{v - v_t}{d} + \text{bruit} \quad (3.11)$$

où  $\hat{R}_t$  et  $\hat{\phi}$  sont définis de façon analogue par rapport à  $\hat{\eta} = \hat{R}_t e_3$  (voir l'annexe A pour plus de détails). Comme  $\hat{\Lambda} \neq \Lambda$  est une matrice inconnue dépendant de  $\eta$  et  $\hat{\eta}$ , il est impossible d'inverser  $\hat{R}_t \Lambda^{-1} \hat{\Lambda} \hat{R}_t^\top$  pour estimer  $w = (v - v_t)/d$  à partir de  $\hat{w}$ .

### Conclusion

En pratique, excepté pour certaines applications très spécifiques comme l'atterrissage automatique, les plans observés ne sont pas connus *a priori*. Deux solutions sont alors envisageables pour pallier le problème :

- La première solution consiste à estimer les paramètres du plan observé afin d'obtenir la mesure désirée (3.9).
- La seconde solution consiste à élaborer des lois de commande robustes aux incertitudes sur l'environnement observé. Cette solution présente également l'avantage de ne pas nécessiter que la cible observée soit plane si la commande est suffisamment robuste.

En conclusion, c'est le type d'application envisagé qui déterminera la solution à retenir. Si la commande doit permettre d'atteindre précisément l'objectif désiré, l'estimation sera la meilleure solution. Au contraire, si la robustesse est prioritaire, la seconde solution sera plus appropriée. Dans la partie suivante, on montre comment on peut estimer  $w$  et  $\eta$  à partir de  $\hat{w}$ .

#### 3.1.3 Estimation des paramètres du plan observé

Pour estimer les paramètres du mouvement, il existe des méthodes basées modèle comme l'estimation par moindres carrés [SantosVictor 96] où l'algorithme RMRm, plus robuste [Odohez 95]. Ces techniques permettent également d'estimer  $\eta$  et  $w = (v - v_t)/d$  à partir des paramètres du mouvement. Dans [SantosVictor 96], il s'agit de considérer un modèle affine du mouvement. Illustrons cette technique en utilisant les coordonnées sphériques. Soit  $\hat{\eta}$  la direction autour de laquelle on souhaite calculer les paramètres du modèle affine. Considérons le vecteur  $q$  associé au point  $p$  par la relation

$$q = \hat{R}_t^\top R p$$

où  $\hat{R}_t$  est la matrice de rotation telle que  $\hat{\eta} = \hat{R}_t e_3$ . La dérivée de  $q$  s'exprime

$$\dot{q} = \hat{R}_t^\top R (\dot{p} + \Omega \times p)$$

On vérifie également que

$$\dot{q} = \langle q, \eta_t \rangle \pi_q w_t \quad (3.12)$$

où  $w_t = \hat{R}_t^\top w$  et  $\eta_t = \hat{R}_t^\top \eta$ . Modélisons le mouvement  $\dot{q}$  autour du vecteur  $e_3$  de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \dot{q} &= m + M (q - e_3) \\ &= \dot{q}|_{q=e_3} + \text{grad}(\dot{q})|_{q=e_3} (q - e_3) \end{aligned}$$

où  $m$  est un vecteur et  $M$  est une matrice de paramètres à estimer. Les termes d'ordre 2 et d'ordres supérieurs sont généralement négligés si on ne considère que des points proches de la direction d'observation  $\hat{\eta}$ . A partir de l'équation (3.12), on remarque néanmoins que pour être exact, le modèle doit être d'ordre 3 alors qu'en coordonnées planaires, le modèle exact est d'ordre 2. Avec l'équation (3.12), on vérifie aisément que

$$\begin{aligned} m &= \eta_{tz} \begin{pmatrix} w_{tx} \\ w_{ty} \\ 0 \end{pmatrix} \\ M &= \begin{pmatrix} w_{tx}\eta_{tx} - w_{tz}\eta_{tz} & w_{tx}\eta_{ty} & w_{tx}\eta_{tz} \\ w_{ty}\eta_{tx} & w_{ty}\eta_{ty} - w_{tz}\eta_{tz} & w_{ty}\eta_{tz} \\ -w_{tx}\eta_{tz} & -w_{ty}\eta_{tz} & -2w_{tz}\eta_{tz} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

A partir de l'équation de contrainte du flot optique (1.1), la technique consiste à estimer  $m$  et  $M$  par la méthode des moindres carrés itératifs. On voit clairement que si  $w_{tx} \equiv w_{ty} \equiv 0$ , seul  $w_{tz}\eta_{tz}$  peut être déterminé. Pour déterminer  $w_t$  et  $\eta_t$ , il est nécessaire que  $w_{tx}$  ou  $w_{ty}$  soit non nul. Sans perte de généralité, supposons que  $w_{tx} \neq 0$  alors,

$$\begin{aligned} \frac{\eta_{ty}}{\eta_{tz}} &= \frac{M_{12}}{m_1} \\ \frac{\eta_{tx}}{\eta_{tz}} &= \begin{cases} \frac{M_{21}}{m_2}, & \text{si } m_2 \neq 0 \\ \frac{M_{11} - M_{22}}{m_1}, & \text{sinon} \end{cases} \end{aligned}$$

Sachant que  $\|\hat{\eta}_t\| = 1$ , on obtient facilement  $\eta_t$  et  $w_t$  et on en déduit  $\eta = \hat{R}_t \eta_t$  et  $w = \hat{R}_t w_t$ . Pour estimer  $\eta$  et  $w$  dans tous les cas, il est nécessaire de considérer les termes d'ordre 2 dans le modèle. Une autre solution serait de calculer les paramètres  $m$  et  $M$  du modèle affine en plusieurs directions d'observation indépendantes. Cette dernière méthode est intéressante si on possède plusieurs caméras à faible champ de vision.

Une autre méthode peut également être envisagée dans notre cas en estimant  $\eta$  et  $w$  à partir du flot optique moyen  $\hat{w}$  calculé dans trois directions d'observation indépendantes. Rappelons l'expression (3.11) du flot optique moyen calculé dans une direction  $\hat{\eta}$  quelconque :

$$\hat{w} = \hat{R}_t \Lambda^{-1} \hat{\Lambda} \hat{R}_t^\top \frac{v - v_t}{d} + \text{bruit}$$

$\Lambda^{-1} \hat{\Lambda}$  s'écrit de la façon suivante (voir l'annexe A) :

$$\Lambda^{-1} \hat{\Lambda} = \begin{pmatrix} a & 0 & -\lambda b \\ 0 & a & -\lambda c \\ -\frac{1}{2}b & -\frac{1}{2}c & a \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

où  $\lambda$  dépend de l'angle solide  $\mathcal{W}^2$  et  $(a, b, c)$  dépendent des angles paramétrant  $\eta$  ( $\alpha_e$  et  $\alpha_a$ ) et des angles paramétrant  $\hat{\eta}$  ( $\hat{\alpha}_e$  et  $\hat{\alpha}_a$ ). On montre qu'il est possible d'extraire  $w$  et  $(\alpha_e, \alpha_a)$  à partir du calcul de  $\hat{w}$  dans trois directions indépendantes  $\hat{\eta}_1, \hat{\eta}_2, \hat{\eta}_3$ . Le calcul est cependant fastidieux dans le cas général. Prenons un exemple en faisant l'hypothèse que les trois vecteurs  $\hat{\eta}_1, \hat{\eta}_2, \hat{\eta}_3$  sont orthogonaux et forment un trièdre direct. Sans perdre en généralité, on peut de plus supposer que  $\hat{\eta}_1 = e_3$ , c'est-à-dire  $(\hat{\alpha}_{e1}, \hat{\alpha}_{a1}) = (0, 0)$  et  $\hat{R}_{t1} = I_3$ . Le calcul de  $\hat{w}_{t1} = \hat{R}_{t1}^\top \hat{w}$  dans les trois directions donne alors<sup>1</sup>

$$\begin{aligned} \hat{w}_{t1} &= \begin{pmatrix} c(\alpha_e) & 0 & -\lambda s(\alpha_e) c(\alpha_a) \\ 0 & c(\alpha_e) & -\lambda s(\alpha_e) s(\alpha_a) \\ -\frac{1}{2} s(\alpha_e) c(\alpha_a) & -\frac{1}{2} s(\alpha_e) s(\alpha_a) & c(\alpha_e) \end{pmatrix} w \\ \hat{w}_{t2} &= \begin{pmatrix} \lambda c(\alpha_e) & 0 & -s(\alpha_e) c(\alpha_a) \\ -\lambda s(\alpha_e) s(\alpha_a) & s(\alpha_e) c(\alpha_a) & 0 \\ s(\alpha_e) c(\alpha_a) & -\frac{1}{2} s(\alpha_e) s(\alpha_a) & -\frac{1}{2} c(\alpha_e) \end{pmatrix} w \\ \hat{w}_{t3} &= \begin{pmatrix} 0 & \lambda c(\alpha_e) & -s(\alpha_e) s(\alpha_a) \\ -s(\alpha_e) s(\alpha_a) & \lambda s(\alpha_e) c(\alpha_a) & 0 \\ -\frac{1}{2} s(\alpha_e) c(\alpha_a) & s(\alpha_e) s(\alpha_a) & -\frac{1}{2} c(\alpha_e) \end{pmatrix} w \end{aligned}$$

On obtient ainsi 9 équations dont on peut extraire  $(\alpha_e, \alpha_a)$  et  $w$  à la condition que  $\|v - v_t\| > 0$ . En effet, comme  $\lambda < 1/3$  (voir annexe A), les 6 équations provenant des 2 premières lignes de chacune des 3 égalités précédentes sont indépendantes, ce qui permet d'extraire les 6 variables  $c(\alpha_e)w_x, s(\alpha_e)s(\alpha_a)w_x, c(\alpha_e)w_y, s(\alpha_e)c(\alpha_a)w_y, s(\alpha_e)s(\alpha_a)w_z$  et  $s(\alpha_e)c(\alpha_a)w_z$ . Les indéterminations restantes, lorsque l'une des inconnues  $w_x, w_y$  où  $w_z$  est nulle, peuvent être levées en utilisant les 3 équations qui n'ont pas encore été prises en compte.

## 3.2 Le système de commande

Dans cette section, le système de commande utilisant le flot optique comme mesure est décrit. Le modèle mathématique de la dynamique du véhicule est décrit et nous

1. pour tout  $x \in \mathbb{R}, s(x) = \sin(x), c(x) = \cos(x), t(x) = \tan(x)$

justifions l'utilisation d'une commande hiérarchique. La dynamique utilisée dans la suite du document pour analyser la stabilité des lois de commande est alors réduite à la seule dynamique de translation.

### 3.2.1 Séparation des dynamiques de rotation et de translation

Dans cette partie, nous modélisons la dynamique du véhicule et nous justifions l'utilisation d'une commande hiérarchique pour réduire l'étude de la dynamique du système à la seule dynamique de translation.

#### Modélisation

Dans le cadre de cette thèse, nous considérons une version simplifiée du modèle général (2.1)-(2.4). Nous supposons que les couples extérieurs  $\Gamma_e$  sont nuls et que les couplages  $\Sigma_R\Gamma$  et  $\Sigma_T$  sont négligeables. Concernant les forces extérieures  $F_e$ , nous ne prendrons en compte que la force de traînée  $F_T(v)$  et une force  $F_0$  non colinéaire à  $mg$  et de faible amplitude de sorte que les entrées du système puissent les compenser :

$$F_e = F_T(v) + F_0$$

Dans le cas où l'engin est sphérique, on montre que  $F_T = -\sigma_v \|v\| v$ , où  $\sigma_v$  est le coefficient de traînée. Le drone étant susceptible de s'approcher du sol, il est nécessaire de prendre en compte l'effet de sol. Ce phénomène de portance modifie la relation entre la vitesse de rotation des rotors de l'hélicoptère et la poussée totale générée. Si la commande est la variable  $T$ , la poussée totale peut s'écrire  $bT$ , où  $b$  représente l'effet de sol. Bien évidemment, lorsque le véhicule est loin du sol,  $b \equiv 1$ . Dans le cas contraire,  $b$  est fonction de la hauteur  $h$  avec le sol. Une modélisation possible peut être trouvée dans [Guenard 07, Mahony 04] pour un quadrirotor :

$$\frac{1}{b(t)} = 1 - \left( \frac{D_0}{h(t) + l_0} \right)^2 \quad (3.14)$$

où  $l_0 > D_0$  de sorte que  $b > 1$  lorsque  $h = 0$  (voir figure 3.2). Remarquons que  $\max(b(t)) = b_{\max}$  est obtenu lorsque  $h = 0$ . Ces paramètres de modélisation étant introduits, le modèle mathématique utilisé s'écrit alors

$$\dot{\xi} = v \quad (3.15)$$

$$m\dot{v} = -bTRe_3 + mge_3 + F_T(v) + F_0 \quad (3.16)$$

$$\dot{R} = R\Omega_\times \quad (3.17)$$

$$\mathbf{I}\dot{\Omega} = -\Omega \times \mathbf{I}\Omega + \Gamma \quad (3.18)$$

#### Hiérarchisation de la commande

Les travaux développés dans cette thèse se focalisent sur la dynamique de translation, c'est-à-dire sur la boucle de guidage du véhicule aérien. On cherche donc à

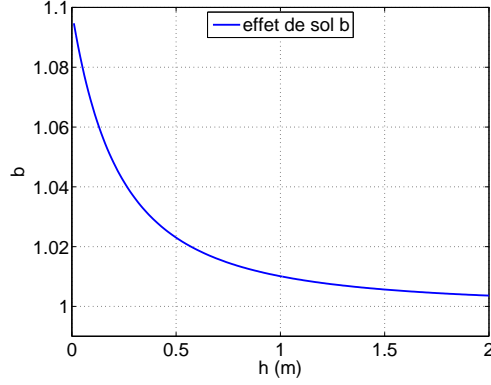


FIGURE 3.2 – Effet de sol  $b$  avec  $l_0 = 0.5m$  et  $D_0 = 0.15m$

hiérarchiser la commande en deux boucles de guidage et pilotage. Pour cela, on introduit le paramètre  $0 < \epsilon < 1$  pour séparer les échelles de temps entre la dynamique de translation et la dynamique de rotation, ce qui signifie que la dynamique de rotation du VTOL est compensée à l'aide d'un contrôleur “grand gain”. La dynamique s'écrit alors

$$\begin{aligned}
 \dot{\xi} &= v \\
 m\dot{v} &= -bTRe_3 + mge_3 + F_T(v) + F_0 \\
 \epsilon\dot{R} &= R\bar{\Omega}_\times, & \bar{\Omega} &= \epsilon\Omega \\
 \epsilon\mathbf{I}\dot{\bar{\Omega}} &= -\bar{\Omega} \times \mathbf{I}\bar{\Omega} + \bar{\Gamma}, & \bar{\Gamma} &= \epsilon^2\Gamma
 \end{aligned}$$

La commande  $\Gamma = \bar{\Gamma}/\epsilon^2$  permet de compenser la dynamique de rotation. La séparation d'échelle de temps entre la dynamique de translation (échelle de temps lente) et la dynamique de rotation (échelle de temps rapide) peut ainsi être utilisée pour élaborer les lois de commandes avec des hypothèses simplificatrices. Cependant, bien que des sous-systèmes d'ordre réduit peuvent être considérés pour l'élaboration de la commande, la stabilité doit être analysée en considérant la boucle de commande complète du système [Bertrand 08]. Néanmoins, cette approche est classique en pratique et peut être justifiée théoriquement en utilisant la théorie des perturbations singulières [Khalil 96]. De nombreux travaux utilisent cette approche [Guenard 07, Pflimlin 06b], la méthode consiste à élaborer les lois de commande séparément, puis à analyser la stabilité du système inter-connecté. Dans cette thèse, nous ne nous intéresserons donc qu'à la dynamique de translation, sachant également que les travaux présentés peuvent très bien s'appliquer à des systèmes totalement actionnés.

Ainsi, dans la suite, le terme  $TRe_3$  sera considéré comme entrée de commande pour la dynamique de translation. Nous assignerons la valeur désirée  $u \equiv (TRe_3)^d = T^d R^d e_3$ . En considérant de plus que la dynamique des actionneurs peut être négligée, la valeur  $T^d$  sera supposée atteinte instantanément par  $T$ . Pour la dynamique de rotation, un contrôleur “grand gain” est utilisé pour s'assurer que l'orientation  $R$  du véhicule

converge bel et bien vers l'orientation désirée  $R^d$ . Finalement, le problème de commande résultant est le suivant

$$\dot{\xi} = v, \quad m\dot{v} = -bu + mge_3 + F_T(v) + \Delta \quad (3.19)$$

$u$  est l'entrée de commande que nous considérerons par la suite.  $\Delta$  est un paramètre constant (ou variant lentement) regroupant la force  $F_0$  ainsi que toute autre force constante non modélisée. Typiquement, si un biais intervient sur les mesures inertielles, la matrice  $R^d$  ne sera pas exactement atteinte par  $R$ . De la même façon, une perturbation interviendra si la masse  $m$  du véhicule est mal connue et donc mal compensée.

### 3.2.2 Le schéma de commande

Nous résumons ici le dispositif de commande par flot optique utilisé dans les chapitres suivants. Sur la figure 3.3, la boucle de pilotage est séparée de la boucle de vision. Le principe de la boucle externe est de calculer, à partir des images acquises par les caméras, le flot optique moyen  $\hat{w}_i$  en chaque direction  $\hat{\eta}_i$  prédéfinie et en utilisant les informations inertielles  $(R, \Omega)$  pour la "dérotation" du flot. Le contrôleur utilise alors ces informations pour calculer la commande  $u = (TRe_3)^d$ . Comme nous le verrons dans le chapitre 5, une mesure de la vitesse linéaire  $v$  est parfois utilisée pour réguler la vitesse de déplacement dans une direction donnée. La mesure de  $v$  peut provenir d'un GPS par exemple.

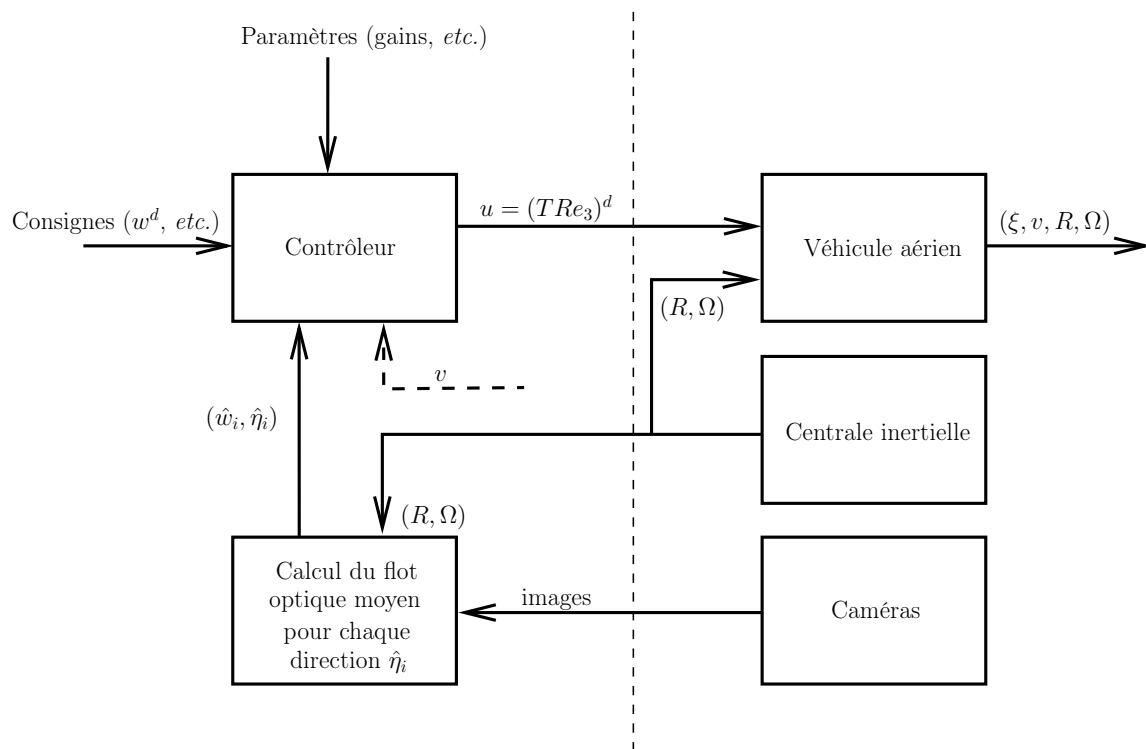


FIGURE 3.3 – Schéma de commande par flot optique

# Stabilisation et atterrissage automatique

---

## 4.1 Introduction

Lors de précédents travaux menés au CEA LIST [Guenard 07], l'utilisation d'une centrale inertielle a permis de stabiliser le vol d'un quadrirotor. En effet, la centrale inertielle permettant de mesurer la direction de la gravité, il suffit de contrôler l'attitude de l'engin pour que la direction de la poussée coïncide avec la direction de la gravité. Cependant, on a remarqué que la stabilisation n'est pas parfaite et que le drone dérive toujours, il est alors nécessaire qu'un opérateur agisse sur les commandes pour stabiliser manuellement le véhicule. Les biais de mesure ainsi que les perturbations aérodynamiques sont des facteurs possibles pour expliquer cette dérive. Pour remédier à cela, des techniques d'asservissement visuel sur une cible ont été proposées [Guenard 08, Bourquardez 09]. Cependant, ces méthodes supposent une connaissance *a priori* de la cible alors que l'engin est susceptible de naviguer dans un environnement totalement inconnu.

La capacité de faire atterrir le véhicule de façon automatique présente également un intérêt majeur pour beaucoup d'applications. Par exemple, l'atterrissage d'urgence sur un terrain inconnu [Meingast 04] pour cause de panne est évidemment de premier intérêt pour les drones. L'atterrissage sur une plateforme mobile comme le pont d'un navire maritime est un autre exemple d'application très important. L'atterrissage automatique des véhicules aériens sur des plateformes mobiles a déjà été étudié et différentes méthodes ont été proposées. Certaines méthodes utilisent une prédiction ou un modèle du mouvement vertical de la plateforme mobile [Marconi 02, Yang 08], une autre technique consiste à utiliser un guide reliant la plateforme au véhicule [Oh 06] alors que d'autres méthodes supposent que le mouvement de la plateforme est connu



ou estimé [Saripalli 03, Sharp 01]. L'idée principale de ces travaux est basée sur la prédiction du mouvement de la plateforme afin de fournir un terme de compensation dans la commande. Cette approche a l'avantage qu'avec une bonne prédiction du mouvement de la plateforme, les performances pour la manœuvre d'atterrissage sont très bonnes. L'approche présente cependant l'inconvénient qu'il est difficile de déterminer un modèle prédictif fiable du mouvement de la plateforme. Cette difficulté vient soit du fait que le mouvement de la plateforme est essentiellement stochastique et aucun modèle de prédiction n'est valide, soit du fait du nombre limité de données disponibles sur le véhicule lors de la manœuvre. Dans de tels cas, il est préférable de se rabattre sur une stratégie de commande par rétroaction. Une approche provenant de l'observation du comportement des insectes volants et des animaux utilise le flot optique [Lee 76, Srinivasan 00] pour le contrôle des véhicules lorsque ceux-ci évoluent près de l'environnement. Comme le flot optique fournit des informations sur la vitesse relative et la proximité avec l'environnement [Koenderink 87], ce signal est idéal pour exécuter une manœuvre d'atterrissage [Srinivasan 00, Chahl 04, Ruffier 04]. Les obstacles mobiles sont néanmoins rarement considérés dans les travaux précédents utilisant le flot optique, alors qu'il est bien connu que les insectes montrent une grande aptitude pour s'approcher et se poser sur des obstacles mobiles comme, par exemple, une abeille se posant sur une fleur. De plus, l'analyse complète de la dynamique est rarement discutée dans la majorité des travaux analysant le comportement des insectes. En effet, le régime de vol des insectes est très amorti du fait d'un ratio élevé entre leur traînée et leur masse. Les stratégies de commande qui ont été observées dans diverses études biologiques ne se généralisent pas nécessairement aux véhicules présentant une grande inertie et une faible traînée.

Dans ce chapitre, nous proposons donc de nous intéresser à la stabilisation et l'atterrissage automatique d'un véhicule aérien de type VTOL. Une loi de commande utilisant la mesure du flot optique moyen est élaborée pour la stabilisation et l'atterrissage automatique sur une plateforme mobile. Un contrôleur non-linéaire de type PI (Proportionnel Intégral) est proposé pour la stabilisation alors qu'un autre contrôleur, exploitant le flot optique normal (similaire au flot optique divergent) comme information de rétroaction, est proposé pour l'atterrissage vertical. Il sera nécessaire de supposer que la dynamique de la plateforme mobile est bornée. Cependant, aucun modèle prédictif du mouvement de la plateforme n'est requis pour obtenir les performances désirées. Une analyse théorique de la stabilité du système en boucle fermée est également effectuée.

Pour les développements théoriques, nous ne considérerons que la dynamique de translation, un contrôleur "grand gain" étant utilisé pour stabiliser la dynamique de rotation du drone (voir section 3.2). On suppose qu'on est toujours autour du vol stationnaire, on néglige donc la force de traînée  $F_T(v)$ . Par conséquent, nous considérerons la dynamique de translation suivante :

$$\dot{\xi} = v, \quad m\dot{v} = -b(t)u + mge_3 + \Delta(t) \quad (4.1)$$

où  $u$  représente toujours la commande.

## 4.2 Stabilisation du vol

Le problème considéré est la stabilisation de la position du véhicule par rapport à une cible texturée plane tout en garantissant la non-collision, c'est-à-dire  $d(t) > 0$ ,  $\forall t \geq 0$ . Pour cela, un contrôleur non-linéaire de type PI, dépendant du vecteur  $w$  (3.9) mesuré dans la direction de la normale  $\eta$  au plan cible, est développé pour la dynamique de translation (4.1).

Dans cette section, l'effet de sol représenté par le paramètre  $b$  ainsi que les forces non-modélisées représentées par le paramètre  $\Delta$  seront supposés constants. On suppose également que la vitesse  $v_t$  de la cible est constante. Le problème étant le même quelle que soit la vitesse constante  $v_t$ , nous supposons que  $v_t = 0$  dans la suite de cette section. L'équation (3.9) devient alors

$$w = \frac{v}{d} + \text{bruit}$$

### 4.2.1 Commande basée sur l'estimation de la distance $d$

Une première idée consiste à extraire un signal ne dépendant que de la vitesse  $v$  à partir du flot optique moyen  $w = v/d$  afin d'élaborer une loi de commande linéarisante. Pour cela, considérons la variable  $v_{d_0}$  définie par

$$v_{d_0} := \hat{d}w \quad (4.2)$$

avec  $\hat{d}$  défini par

$$\dot{\hat{d}} = -\langle w, \eta \rangle \hat{d}, \quad \hat{d}_0 = 1 \quad (4.3)$$

Puisque  $\langle w, \eta \rangle = -\dot{d}/d$ , on vérifie aisément que  $\hat{d} = d/d_0$ , et donc  $v_{d_0} = v/d_0$ . Une loi de commande de type PI permet alors de stabiliser le véhicule. On obtient la proposition suivante :

**Proposition 4.2.1** *Considérons un véhicule volant au voisinage d'une surface plane statique dont la normale  $\eta$  est connue. Considérons de plus la dynamique du véhicule (4.1) en supposant  $b$  et  $\Delta$  constants. Choisissons la commande  $u$  comme suit*

$$u = k_P v_{d_0} + k_I \int_0^t v_{d_0}(\tau) d\tau + mge_3 \quad (4.4)$$

avec

$$\begin{aligned} v_{d_0} &= \hat{d}w, \quad \text{et} \\ \dot{\hat{d}} &= -\langle w, \eta \rangle \hat{d}, \quad \hat{d}_0 = \hat{d}(0) = 1 \end{aligned}$$

$k_P$  et  $k_I$  sont des paramètres positifs. Alors, pour toute condition initiale telle que  $d(0) = d_0 > 0$ , la trajectoire en boucle fermée existe tant que  $d(t) > 0$ ,  $\forall t \geq 0$  est satisfait. De plus,  $v$  converge vers 0 et  $\xi$  converge exponentiellement vers  $\xi_0 + \frac{d_0}{k_I b}(\Delta - mg(b-1)e_3)$ .

**Preuve :** Il suffit d'écrire la dynamique du système (4.1) en injectant la commande  $u$  (4.4) pour s'apercevoir qu'on est en présence d'un système linéaire :

$$m\dot{v} = -\frac{k_P b}{d_0}v - \frac{k_I b}{d_0} \int_0^t v(\tau) d\tau + \Delta + mg(1-b)e_3$$

La preuve est alors évidente. □

Avec ce contrôleur, la stabilité du système est assurée tant que la distance  $d$  est positive. Cependant, la distance  $d$  n'est pas observable et est obtenue, à un facteur près, à partir de l'intégrale de  $\langle w, \eta \rangle$ . La commande n'est donc pas robuste aux erreurs de mesure. De plus, avec le contrôleur (4.4), rien n'empêche le véhicule de rentrer en collision avec la cible. En effet, si les gains  $k_P$  et  $k_I$  sont faibles, la distance  $d$  peut théoriquement atteindre 0 avec une vitesse non nulle. Cette méthode ne semble donc pas être la plus adaptée. Dans la partie suivante on propose un contrôleur permettant de pallier le problème.

## 4.2.2 Commande non-linéaire assurant la non-collision

Dans cette partie, on propose un contrôleur non-linéaire de type PI dépendant seulement de la variable mesurée  $w = v/d$ . Il est présenté dans le théorème suivant.

**Théorème 4.2.2** *Considérons un véhicule volant au voisinage d'une surface plane statique dont la normale  $\eta$  est connue. Considérons de plus la dynamique du véhicule (4.1) en supposant  $b$  et  $\Delta$  constants. Choisissons la commande  $u$  comme suit*

$$u = k_P w + k_I \int_0^t w(\tau) d\tau + mge_3 \quad (4.5)$$

où  $k_P$  et  $k_I$  sont des paramètres positifs. Alors, pour toute condition initiale telle que  $d(0) = d_0 > 0$ , la trajectoire en boucle fermée existe à tout instant et satisfait  $d(t) > 0$ ,  $\forall t$ . De plus,  $v$  converge vers 0. Plus précisément,

1.  $\dot{d} = -\langle v, \eta \rangle$  converge vers 0 et  $d(t) > 0$ ,  $\forall t \geq 0$ .
2. La vitesse horizontale  $v^\parallel = \pi_\eta v$  converge vers 0.

**Preuve :** Preuve de l'item 1 :

Reprenons la dynamique du véhicule (4.1) et considérons la composante  $v^\perp = \langle v, \eta \rangle = -\dot{d}$  de la vitesse  $v$  dans la direction  $\eta$ . En injectant la commande (4.5), il vient :

$$m\dot{v}^\perp = -k_P b \frac{v^\perp}{d} - k_I b \int_0^t \frac{v^\perp(\tau)}{d(\tau)} d\tau + \langle \Delta, \eta \rangle + mg(1-b) \langle e_3, \eta \rangle \quad (4.6)$$

En remarquant que  $v^\perp = -\dot{d}$ , l'équation (4.6) peut aussi s'écrire en fonction de  $d$  de la façon suivante :

$$m\ddot{d} = -k_P b \frac{\dot{d}}{d} - k_I b \int_0^t \frac{\dot{d}(\tau)}{d(\tau)} d\tau - \langle \Delta, \eta \rangle - mg(1-b) \langle e_3, \eta \rangle \quad (4.7)$$

$$= -k_P b \frac{\dot{d}}{d} - k_I b \ln \left( \frac{d}{d_\infty} \right) \quad (4.8)$$

où

$$d_\infty = d_0 \exp \left( \frac{mg(b-1) \langle e_3, \eta \rangle - \langle \Delta, \eta \rangle}{k_I b} \right)$$

La loi de commande est bien définie tant que  $d(t) > 0$ . Pour toute condition initiale telle que  $d_0 = d(0) > 0$ , définissons la fonction de Lyapunov candidate  $\mathcal{L}_\eta$ , pour la dynamique verticale, par

$$\mathcal{L}_\eta = \frac{m}{2d_\infty} \dot{d}^2 + k_I b \left[ \frac{d}{d_\infty} \left( \ln \left( \frac{d}{d_\infty} \right) - 1 \right) + 1 \right] \quad (4.9)$$

On vérifie aisément que  $\mathcal{L}_\eta \geq 0$  en remarquant que la fonction  $u \mapsto (u \ln u - 1) + 1 \geq 0, \forall u > 0$ . En dérivant  $\mathcal{L}_\eta$  et en utilisant l'équation (4.8), il vient

$$\dot{\mathcal{L}}_\eta = -k_P b \frac{\dot{d}^2}{d d_\infty} \quad (4.10)$$

Cela implique que  $\mathcal{L}_\eta < \mathcal{L}_\eta(0)$  tant que  $d(t) > 0$ . Deux cas peuvent se produire selon la valeur initiale de  $\mathcal{L}_\eta$  :  $\mathcal{L}_\eta(0) < k_I b$  et  $\mathcal{L}_\eta(0) \geq k_I b$ . A partir de l'expression de la fonction de Lyapunov (4.9), le premier cas ( $\mathcal{L}_\eta(0) < k_I b$ ) implique qu'il existe  $\varepsilon > 0$  tel que  $d(t) > \varepsilon > 0, \forall t$ . Par conséquent,  $d$  reste strictement positif et l'équation (4.8) est bien définie pour tout instant. L'application du principe de LaSalle montre alors que l'ensemble invariant est contenu dans l'ensemble défini par  $\dot{\mathcal{L}} = 0$ . Ceci implique que  $\dot{d} \equiv 0$  dans l'ensemble invariant. En reprenant (4.8), on montre facilement que  $d$  converge asymptotiquement vers  $d_\infty$ .

Pour la deuxième situation ( $\mathcal{L}_\eta(0) \geq k_I b$ ), on doit montrer que  $d(t) > 0, \forall t \geq 0$ , et ne s'annule jamais.. Pour cela, considérons la situation où le véhicule se dirige vers la cible : supposons qu'il existe un instant  $t_1$  tel que  $\dot{d}(t_1) < 0$  et  $0 < d(t_1) < d_\infty$ . Si on montre qu'il existe un instant  $t_2 > t_1$  tel que  $\dot{d}(t_2) = 0$  et  $d(t_2) > 0$ , alors,  $\mathcal{L}_\eta(t_2) < k_I b$  et les conditions du premier cas seront vérifiées. Par conséquent,  $d(t) > 0, \forall t > t_2$  et donc  $d(t) > 0, \forall t \geq 0$ . On procède par l'absurde. Supposons que pour tout instant  $t > t_1, \dot{d}(t) < 0$ . Ceci entraîne que  $d(t) < d(t_1) < d_\infty, \forall t > t_1$ . Ainsi, en reprenant l'équation (4.8), il s'en suit qu'il existe  $\varepsilon > 0$  tel que  $\dot{d}(t) > \varepsilon > 0, \forall t > t_1$ . Par suite, il existe un instant  $t_2 > t_1$  tel que  $d$  converge vers 0 ( $d \geq 0$ ) lorsque  $t \rightarrow t_2$ . En reprenant (4.8), il vient alors

$$\ddot{d} > -\frac{k_P b \dot{d}}{m d} > 0, \forall t > t_1 \quad (4.11)$$

En intégrant cette équation, on obtient

$$\dot{d} - \dot{d}(t_1) > -\frac{k_P b}{m} \ln \left( \frac{d}{d(t_1)} \right), \quad \forall t > t_1 \quad (4.12)$$

Puisque  $d$  converge vers 0,  $\dot{d}$  converge vers  $+\infty$ . Ceci contredit le fait que  $\dot{d} < 0, \forall t > t_1$  et, par conséquent,  $d(t) > 0, \forall t$  et  $d(t) \rightarrow d_\infty$ .

*Preuve de l'item 2 :*

Considérons  $v^\parallel$ , la vitesse latérale  $\pi_\eta v \in \mathcal{I}$ . A partir de la loi de commande (4.5) exprimée dans le plan normal à  $\eta$ , on a

$$u^\parallel = \pi_\eta u = k_P \frac{v^\parallel}{d} + k_I \int_0^t \frac{v^\parallel(\tau)}{d(\tau)} d\tau + mg\pi_\eta e_3 \quad (4.13)$$

A partir de la dynamique du système, il vient

$$m\dot{v}^\parallel = -k_P b \frac{v^\parallel}{d} - k_I b \int_0^t \frac{v^\parallel(\tau)}{d(\tau)} d\tau + \Delta^\parallel + mg(1-b)\pi_\eta e_3 \quad (4.14)$$

où  $\Delta^\parallel = \pi_\eta \Delta$ . Soit  $\delta_1$ , la variable suivante

$$\delta_1 = \int_0^t \frac{v^\parallel(\tau)}{d(\tau)} d\tau - \frac{\Delta^\parallel}{k_I b} - mg(1-b) \frac{\pi_\eta e_3}{k_I b} \quad (4.15)$$

En dérivant  $\delta_1$ , on obtient

$$\dot{\delta}_1 = \frac{v^\parallel}{d} \quad (4.16)$$

Considérons maintenant la fonction de Lyapunov candidate suivante

$$\mathcal{L}_{\pi_\eta} = \frac{m}{2} \|\delta_2\|^2 + \frac{k_I b}{2} \|\delta_1\|^2 \quad (4.17)$$

où  $\delta_2 = v^\parallel / \sqrt{d}$ . En dérivant  $\delta_2$ , on obtient :

$$\dot{\delta}_2 = -\frac{k_P b}{m d} \delta_2 - \frac{k_I b}{m \sqrt{d}} \delta_1 - \frac{1}{2} \frac{\dot{d}}{d} \delta_2 \quad (4.18)$$

En reprenant (4.14), la dérivée de  $\mathcal{L}_{\pi_\eta}$  s'écrit alors

$$\dot{\mathcal{L}}_{\pi_\eta} = -\|\delta_2\|^2 \frac{(k_P b + m\dot{d}/2)}{d} \quad (4.19)$$

En utilisant le fait que  $(d, \dot{d})$  converge vers  $(d_\infty, 0)$ , on peut garantir qu'il existe un instant  $T > 0$  et  $\varepsilon > 0$  tels que

$$\frac{(k_P b + m\dot{d}/2)}{d} > \varepsilon > 0, \quad \forall t > T$$

Par conséquent  $\dot{\mathcal{L}}_{\pi_\eta} < -\varepsilon \|\delta_2\|^2$ ,  $\forall t > T$ . De plus, il est facile de vérifier que  $\mathcal{L}_{\pi_\eta}$  reste borné sur  $[0, T]$  en remarquant que

$$\dot{\mathcal{L}}_{\pi_\eta} < \frac{|d|_{\max}}{d_{\min}} \mathcal{L}_{\pi_\eta}, \quad \forall t \in [0, T]$$

Ceci implique que  $\mathcal{L}_{\pi_\eta}(t) < \mathcal{L}_{\pi_\eta}(T)$ ,  $\forall t > T$ . Pour montrer que  $\delta_2$  converge vers 0, on a besoin de montrer que la fonction  $\dot{\mathcal{L}}_{\pi_\eta}$  est uniformément continue afin d'appliquer le Lemme de Barbalat [Khalil 96]. Pour cela, montrons que la dérivée de  $\dot{\mathcal{L}}_{\pi_\eta}$  est bornée. Comme  $\dot{d}$  et  $\ddot{d}$  sont bornés, il suffit de montrer que  $\delta_2$  et  $\dot{\delta}_2$  sont bornés.  $\delta_1$  et  $\delta_2$  sont bornés puisque  $\mathcal{L}_{\pi_\eta}$  est borné. En outre, à partir de l'équation (4.18), on vérifie que  $\dot{\delta}_2$  est borné. Ainsi,  $\dot{\mathcal{L}}_{\pi_\eta}$  est uniformément continue, d'où  $\delta_2$  converge vers 0. De même, il est facile de vérifier que  $\dot{\delta}_2$  est uniformément continu. Ainsi, comme  $\delta_2$  converge, on montre aisément que  $\dot{\delta}_2$  converge vers 0 en appliquant une nouvelle fois le Lemme de Barbalat. Par conséquent,  $\delta_1$  converge également vers 0 d'après l'équation (4.18).

Finalement, en utilisant le fait que  $v = v^\perp \eta + v^\parallel$ , on peut garantir que  $v$  converge vers 0.  $\square$

Le correcteur (4.5) permet de stabiliser le vol du véhicule relativement à une surface texturée tout en garantissant la non-collision avec la surface. Cet algorithme permet également de compenser les forces additives non-modélisées regroupées dans le terme  $\Delta$  grâce au terme intégral. Cependant, avec ce contrôleur, la position du véhicule n'est pas asservie à une position désirée alors qu'il peut être intéressant de stabiliser le vol relativement à une cible prédéfinie, comme une plateforme d'atterrissage par exemple. Nous allons donc nous intéresser à l'asservissement sur une cible dans la prochaine partie.

**Remarque 4.2.3** Il est beaucoup plus délicat de montrer la stabilité du système avec le contrôleur (4.5) lorsque les paramètres  $b(t)$  et  $\Delta(t)$  dépendent du temps ou lorsque la dynamique de la cible  $\dot{v}_t$  est non-nulle. Nous n'avons pas de preuve formelle de la stabilité dans ce cas là. Néanmoins, si ces variables varient suffisamment lentement ( $\dot{b}(t) \approx 0$ ,  $\dot{\Delta}(t) \approx 0$  et  $\dot{v}_t \approx 0$ ), la robustesse du contrôleur présenté dans le Théorème 4.2.2 garantit la stabilité autour du point d'équilibre. Caractériser les conditions de stabilité est un problème difficile qui reste pour le moment ouvert.  $\triangle$

### 4.2.3 Asservissement sur une cible

Le contrôleur précédent permet de stabiliser la position du véhicule mais ne permet pas de le positionner par rapport à une cible prédéfinie. Pour pallier le problème, il suffit de remplacer le terme intégral  $k_I \int_0^t w$  par une fonction erreur (ou tâche)  $\delta(t) \in \mathcal{I}$  dépendant de la position relative du véhicule par rapport à la cible. Le contrôleur peut s'écrire ainsi :

$$u = k_1 f_1(w) + k_2 f_2(\delta) + m g e_3 \quad (4.20)$$

où  $f_1(w)$  est une fonction ne dépendant que du flot optique moyen  $w$  et  $f_2(\delta)$  ne dépend que de  $\delta$ .  $k_1$  et  $k_2$  sont des paramètres positifs. Cette écriture est générale, elle inclut également le contrôleur (4.5) avec  $f_1(w) = w$  et  $f_2(\delta) = \int_0^t w(\tau) d\tau$ . Il existe deux principales techniques pour asservir un véhicule relativement à une cible à l'aide de la vision : l'asservissement visuel 3-D et l'asservissement visuel 2-D. Dans les deux cas,  $\delta$  représente une fonction erreur entre la position courante et la position désirée (position absolue pour l'asservissement 3-D ou position dans l'image pour l'asservissement 2-D). Le terme  $f_1(w)$ , dépendant du flot optique moyen  $w$ , a pour but de jouer un double rôle dans le contrôle. Le premier rôle est d'assurer la stabilité asymptotique du système de façon identique à la mesure de vitesse utilisée comme terme d'amortissement dans les lois de commande classiques. Le second rôle est d'assurer la non-collision avec la cible. Il paraît donc plus avantageux d'utiliser la mesure  $w$  du flot optique moyen plutôt que la mesure de la vitesse  $v$  seule, d'autant plus que  $w$  est mesurable sur toute cible présentant des contrastes, même inconnue, alors que pour mesurer la vitesse  $v$ , on a besoin de connaître la géométrie de la cible.

[Mahony 08] propose un contrôleur de type (4.20) en utilisant la centroïde comme information visuelle et en utilisant le flot optique moyen pour permettre au système d'atteindre asymptotiquement la centroïde désirée tout en assurant la non-collision avec la cible. Cependant, cette commande adaptative est complexe, et ce principalement parce que la dérivée de  $\delta$  induit des couplages et qu'elle dépend de la distance à la cible  $d$ . En effet, la dérivée de  $\delta$  peut s'écrire

$$\dot{\delta} = Qw$$

où  $Q$  est une matrice symétrique et définie positive, mais non-diagonale.

Dans cette partie, nous nous intéressons à une classe moins générale que le contrôleur (4.20) en considérant que  $\delta$  est tel que sa dérivée s'écrit de la forme  $\dot{\delta} = \lambda^*v$  où  $\lambda^*$  est une constante positive. On a ce type de propriété lorsqu'on utilise l'asservissement visuel 3-D ( $\delta = (\xi - \xi_d)$  et  $\lambda^* = 1$ ) ou dans certains cas particuliers avec l'asservissement visuel 2-D hybride comme, par exemple, l'asservissement visuel basé homographie [Malis 99].

**Théorème 4.2.4** *Considérons un véhicule volant au voisinage d'une surface plane statique dont la normale  $\eta$  est connue. Considérons de plus la dynamique du véhicule (4.1) en supposant  $b \equiv 1$  et  $\Delta \equiv 0$ . Choisissons la commande  $u$  comme suit*

$$u = k_1w + k_2\delta + mge_3 \quad (4.21)$$

où  $k_1$  et  $k_2$  sont des paramètres positifs et  $\delta$  est une fonction erreur telle que  $\dot{\delta} = \lambda^*v$ ,  $\lambda^*$  étant une constante positive. Alors, pour toute condition initiale telle que  $d(0) = d_0 > 0$ , la trajectoire en boucle fermée existe à tout instant et satisfait  $d(t) > 0, \forall t$ . De plus,  $v$  converge vers 0.

**Preuve :** La preuve de ce théorème est très similaire à la preuve du théorème

4.2.2 en considérant séparément les deux fonctions de Lyapunov suivantes :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_\eta &= \lambda^* \frac{m}{2} \dot{d}^2 + k_2 b \delta_\eta^2 \geq 0 \\ \mathcal{L}_{\pi_\eta} &= \lambda^* \frac{m}{2} \|v^\parallel\|^2 + \frac{k_2 b}{2} \|\delta_{\pi_\eta}\|^2 \geq 0\end{aligned}$$

où  $\delta_\eta = \langle \delta, \eta \rangle$ ,  $\delta_{\pi_\eta} = \pi_\eta \delta$  et  $v^\parallel = \pi_\eta v$ . □

**Remarque 4.2.5** Cette loi de commande ne permet pas de compenser le paramètre constant  $\Delta$ , ce qui peut induire une erreur de positionnement. On peut donc imaginer utiliser le contrôleur (4.5) en complément pour estimer et compenser  $\Delta$  dans un premier temps, puis utiliser un asservissement 2-D ou 3-D pour asservir efficacement le véhicule par rapport à la cible. △

### 4.3 Atterrissage et Appontage

Le problème de stabilisation du vol étant traité, la question de l'atterrissage automatique se pose alors naturellement pour un véhicule aérien de type VTOL. Pour ce type de tâche, le flot optique s'avère encore être une mesure très intéressante, comme nous allons le voir.

Dans cette section, on supposera que la cible (la plateforme d'atterrissage) appartient au plan  $x-y$  du repère inertiel. Ainsi,  $d \equiv h$  représente la hauteur du véhicule par rapport à la plateforme. Le flot optique moyen  $w = (v - v_t)/h$  (3.9) est mesuré dans la direction de la normale  $\eta = e_3$  au plan cible. On supposera également que la composante horizontale  $\pi_{e_3} u$  d'un contrôleur de type (4.20) ou du contrôleur (4.5) est utilisée pour stabiliser la position horizontale du véhicule relativement à la cible. Il ne reste ainsi qu'à contrôler la hauteur  $h$  du véhicule pour l'atterrissage. Pour cela, on définit  $\omega^* > 0$  comme étant la consigne pour le flot optique normal  $w_z = \langle w, e_3 \rangle$ . A partir de l'équation (3.9), sachant que  $\dot{h} = (-v_z + \langle v_t, e_3 \rangle)$ , on vérifie aisément que

$$w_z = \langle w, e_3 \rangle = -\frac{\dot{h}}{h} + \text{bruit} \quad (4.22)$$

On en déduit facilement que si  $w_z = \omega^*$ , alors  $h(t) = h_0 \exp(-\omega^* t)$ . La convergence exponentielle de  $h$  vers 0 assure donc un atterrissage en douceur. Cependant, en pratique, il est impossible de suivre exactement  $\omega^*$ . Il est donc nécessaire d'implémenter un système rétroactif. Par conséquent, on cherche une loi de commande permettant la régulation de  $(\dot{h}/h + \omega^*)$  autour de 0.

#### 4.3.1 Atterrissage sur une plateforme statique

Dans cette partie, on s'intéresse à l'atterrissage sur une plateforme horizontale statique. Ainsi, le flot optique moyen  $w$  s'écrit

$$w = \frac{v}{d} + \text{bruit}$$



De plus, les paramètres  $b$  et  $\Delta$  sont supposés constants.

**Proposition 4.3.1** *Considérons un véhicule volant au-dessus d'une plateforme statique plane dont la normale est  $\eta = e_3$ . Considérons de plus la troisième composante de la dynamique du véhicule (4.1) en supposant  $b$  et  $\Delta$  constants :*

$$m\dot{v}_z = -bu_z + mg + \Delta_z \quad (4.23)$$

Choisissons la troisième composante  $u_z$  de la commande comme suit

$$u_z = mk(w_z - \omega^*) + mg \quad (4.24)$$

où  $k$  est un paramètre positif choisi de sorte que

$$k > \frac{|\Delta_z|_{\max} + mg |b_{\max} - 1|}{m\omega^*} \quad (4.25)$$

Alors, pour toute condition initiale telle que  $h(0) = h_0 > 0$ , la trajectoire en boucle fermée existe à tout instant et satisfait  $h(t) > 0$ ,  $\forall t$ . De plus,  $h(t)$  converge exponentiellement vers 0.

**Preuve :** Ce qui suit donne des éléments de preuve qui permettront de mieux comprendre la preuve générale de la partie suivante. La composante normale de la dynamique étant indépendante de la composante horizontale, on peut l'étudier indépendamment. A partir de (4.23) et (4.24), on a :

$$m\ddot{v}_z = -mkb(w_z - \omega^*) - (b-1)mg + \Delta_z$$

Sachant que  $w_z = -\dot{h}/h$ , la dynamique de  $h$  s'écrit alors :

$$m\ddot{h} = mkb(w_z - \omega^*) + (b-1)mg - \Delta_z \quad (4.26)$$

$$= -mkb \left( \frac{\dot{h}}{h} + \omega^* \right) + (b-1)mg - \Delta_z \quad (4.27)$$

$$= -mkb \left( \frac{\dot{h}}{h} + \alpha \right) \quad (4.28)$$

où,

$$\alpha = \left( \omega^* + \frac{\Delta_z}{mkb} - (b-1)\frac{g}{kb} \right)$$

La condition (4.25) permet d'assurer que  $\alpha > 0$ . La loi de commande est bien définie tant que  $h(t) > 0$ , par conséquent, il existe un instant  $T_{\max} > 0$ , pouvant être infini, tel que  $(h, \dot{h})$  est bien défini sur  $[0, T_{\max})$ . Montrons premièrement que la hauteur  $h(t)$  reste positive à chaque instant. Définissons pour cela l'état virtuel suivant sur  $[0, T_{\max})$  :

$$\zeta = h \exp \left( \frac{\dot{h}(t)}{kb} \right) \quad (4.29)$$

A partir de (4.28), la dérivée de  $\zeta$  donne :

$$\dot{\zeta} = -\alpha\zeta \quad (4.30)$$

Par conséquent, comme  $h_0 > 0$ ,  $\zeta(t) = \zeta_0 \exp(-\alpha t)$  et donc  $h(t) > 0$ ,  $\forall t \geq 0$ . Il reste à montrer que  $\dot{h}$  est bornée sur  $[0, T_{\max})$  pour assurer, en utilisant (4.29), que  $T_{\max} = \infty$  et que  $h(t)$  converge exponentiellement vers 0. Montrons tout d'abord que  $\dot{h}$  est bornée sur  $[0, T_{\max})$ . Pour cela, définissons la fonction de stockage suivante :

$$\mathcal{J} = \frac{\dot{h}^2}{2} + kb\alpha h \geq 0 \quad (4.31)$$

La dérivée de  $\mathcal{J}$  donne

$$\dot{\mathcal{J}} = -kb\frac{\dot{h}^2}{h} < 0 \quad (4.32)$$

Ceci montre que  $\mathcal{J}(t) < \mathcal{J}(0)$ , par conséquent,  $\dot{h}$  est bornée sur  $[0, T_{\max})$ , et il s'en suit que  $h$  reste strictement positive et est exponentiellement décroissante sur  $[0, T_{\max})$  en utilisant le fait que  $\zeta$  converge exponentiellement vers 0. Maintenant, nous prouvons que  $T_{\max} = \infty$  et donc que  $\zeta$  est bien définie sur  $[0, \infty)$ . Si  $T_{\max} \neq \infty$ , alors il existe un scalaire positif  $\delta$  tel que, sur  $[T_{\max}, T_{\max} + \delta)$ ,  $h(t) > 0$  par continuité ( $h(T_{\max}) > 0$ ) et tel que  $\dot{h}$  n'est pas bornée. Ceci vient contredire les discussions précédentes, par conséquent,  $T_{\max} = \infty$  et  $h$  converge exponentiellement vers 0. De plus, il est facile de vérifier qu'il existe  $\varepsilon > 0$  tel que

$$\dot{\mathcal{J}} = -\varepsilon\dot{h}^2 < 0 \quad (4.33)$$

L'application du théorème de Lyapunov permet de conclure que  $\dot{h}$  converge également vers 0.  $\square$

Ce résultat montre que le contrôleur (4.24) permet bel et bien l'atterrissage en douceur du véhicule sur une plateforme statique. Il suppose que l'effet de sol est constant alors qu'en s'approchant du sol,  $b$  augmente. De plus, sur une plateforme maritime telle que le pont d'un navire, la dynamique de la cible n'est généralement pas nulle du fait du mouvement des vagues. Le résultat de la Proposition 4.3.1 n'est donc pas suffisant en présence de telles perturbations. La partie suivante présente un résultat plus général avec une analyse plus complète de la dynamique.

Stabilité du contrôleur (4.5) pendant la manœuvre d'atterrissage

Nous avons montré dans la partie 4.2.2, que la composante horizontale du contrôleur (4.5) était stable. Pour cela, nous avons d'abord montré que la dynamique verticale était stable et asymptotiquement convergente, puis nous avons montré que la dynamique horizontale l'était aussi. Cependant, contrairement au cas de la stabilisation du véhicule au-dessus d'une cible, lors de la manœuvre d'atterrissage, la distance  $h$  au sol converge vers 0. Par conséquent, la deuxième partie de la démonstration du théorème 4.2.2 n'est

pas applicable. Dans ce qui suit, nous présentons donc une autre preuve de la stabilité du contrôleur

$$u^{\parallel} = k_P w^{\parallel} + k_I \int_0^t w^{\parallel}(\tau) d\tau \quad (4.34)$$

où  $\eta = e_3$  et  $w^{\parallel} = \pi_{e_3} w$ .

*Preuve :* A partir de la dynamique du système, il vient

$$m\dot{v}^{\parallel} = -k_P b \frac{v^{\parallel}}{h} - k_I b \int_0^t \frac{v^{\parallel}(\tau)}{h(\tau)} d\tau + \Delta^{\parallel} + mg(1-b)\pi_{\eta} e_3 \quad (4.35)$$

où  $\Delta^{\parallel} = \pi_{\eta} \Delta$ . Soit  $\delta_1$ , la variable suivante

$$\delta_1 = \int_0^t \frac{v^{\parallel}(\tau)}{h(\tau)} d\tau - \frac{\Delta^{\parallel}}{k_I b} - mg(1-b) \frac{\pi_{\eta} e_3}{k_I b} \quad (4.36)$$

Considérons maintenant la fonction de Lyapunov candidate suivante

$$\mathcal{L}_{\pi_{\eta}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \delta_1 \\ v^{\parallel} \end{pmatrix}^{\top} S_0 \begin{pmatrix} \delta_1 \\ v^{\parallel} \end{pmatrix} \quad (4.37)$$

$$S_0 = \begin{pmatrix} \frac{k_P b}{m} I_3 & I_3 \\ I_3 & \frac{2m}{k_P b} I_3 \end{pmatrix} > 0 \quad (4.38)$$

En reprenant (4.35), la dérivée de  $\mathcal{L}_{\pi_{\eta}}$  s'écrit alors

$$\dot{\mathcal{L}}_{\pi_{\eta}} < -\frac{k_I}{k_P} \begin{pmatrix} \delta_1 \\ v^{\parallel} \end{pmatrix}^{\top} S_1 \begin{pmatrix} \delta_1 \\ v^{\parallel} \end{pmatrix} \quad (4.39)$$

$$S_1(h) = \begin{pmatrix} \frac{k_P b}{m} I_3 & I_3 \\ I_3 & \frac{k_P}{k_I h} I_3 \end{pmatrix} \quad (4.40)$$

En utilisant le fait que  $h$  converge vers 0, on peut garantir qu'il existe un instant  $T > 0$  tel que  $k_P^2 b > mh(T)k_I$  et

$$k_P^2 b > mh(t)k_I, \quad \forall t > T$$

Ainsi,

$$\dot{\mathcal{L}}_{\pi_{\eta}} < -\frac{k_I}{k_P} \begin{pmatrix} \delta_1 \\ v^{\parallel} \end{pmatrix}^{\top} S_2 \begin{pmatrix} \delta_1 \\ v^{\parallel} \end{pmatrix}, \quad \forall t > T \quad (4.41)$$

$$S_2 = \begin{pmatrix} \frac{k_P b}{m} I_3 & I_3 \\ I_3 & \frac{k_P}{k_I h(T)} I_3 \end{pmatrix} > 0 \quad (4.42)$$

De plus, il est facile de vérifier que  $\mathcal{L}_{\pi_{\eta}}$  reste bornée sur  $[0, T]$ . Ceci implique que  $\mathcal{L}_{\pi_{\eta}}(t) < \mathcal{L}_{\pi_{\eta}}(T)$ ,  $\forall t > T$ . Le théorème de Lyapunov permet alors de conclure que  $(\delta_1, v^{\parallel})$  converge exponentiellement vers 0.  $\square$

### 4.3.2 Atterrissage sur une plateforme mobile

Dans cette partie, on considère la manœuvre d'atterrissage du véhicule aérien sur une plateforme horizontale se déplaçant verticalement. L'idée de s'intéresser à ce problème vient de l'expérimentation de l'atterrissage sur une plateforme statique. Lorsque le drone s'approche du sol, le tissu texturé posé sur le sol se soulève parfois sous l'effet des perturbations aérodynamiques. Nous avons alors remarqué que le véhicule réagissait de façon satisfaisante et robuste en s'élevant également. Le but principal est de répondre au problème d'atterrissage sur une plateforme mobile dont la dynamique est inconnue. L'application la plus importante concerne l'appontage sur le pont d'un navire en présence de mauvais temps et d'une mer agitée [Marconi 02, Oh 06, Saripalli 03, Sharp 01]. Un modèle commun utilisé pour le mouvement vertical  $z_G$  de la plateforme induit par le mouvement des vagues est le suivant [Marconi 02] :

$$z_G = \sum_{i=1}^n a_i \cos(\omega_i t + \phi_i) \quad (4.43)$$

où  $a_i$ ,  $\omega_i$ ,  $\phi_i$  sont des constantes du mouvement inconnues. Les approches classiques proposent d'estimer les paramètres du mouvement et de les utiliser pour ajouter une compensation dans la commande. Dans ce travail, on propose de considérer une classe plus générale pour le mouvement  $z_G$  de la plateforme mobile. On suppose seulement que  $z_G$  est une fonction régulière de classe  $\mathcal{C}^2$  ( $z_G$  et  $\dot{z}_G$  sont des fonctions continues du temps) et que  $\ddot{z}_G$  est bornée et uniformément continue. Le contrôleur est présenté dans le théorème suivant. Le résultat est une généralisation du théorème présenté dans [McCarthy 08] avec une preuve plus complète de la stabilité et de la convergence exponentielle du couple  $(h, \dot{h})$  vers  $(0, 0)$ .

**Théorème 4.3.2** *Considérons un véhicule volant au-dessus d'une plateforme mobile plane dont la normale est  $\eta = e_3$ . Considérons de plus la troisième composante (4.44) de la dynamique du véhicule (4.1) où  $b(t)$  et  $\Delta(t)$  sont des fonctions du temps :*

$$m\dot{v}_z = -b(t)u_z + mg + \Delta_z(t) \quad (4.44)$$

Choisissons la troisième composante  $u_z$  de la commande comme suit

$$u_z = mk(w_z - \omega^*) + mg \quad (4.45)$$

Supposons que l'altitude  $z_G$  de la plateforme est au moins  $\mathcal{C}^2$ , que  $\ddot{z}_G$  et  $\Delta(t)$  sont bornées et uniformément continues, et supposons que  $b(t) \geq 1$ ,  $\forall t \geq 0$ . Choisissons le gain  $k$  de sorte que :

$$k > \frac{|\Delta_z|_{\max} + m|\ddot{z}_G|_{\max} + mg|b_{\max} - 1|}{m\omega^*} \quad (4.46)$$

Alors, pour toute condition initiale telle que  $h(0) = h_0 > 0$  ( $h_0 \equiv |z(0) - z_G(0)|$ )

1. l'équation différentielle (4.44) est régulière et non-singulière, ce qui implique que la solution  $(h(t), \dot{h}(t))$  est bien définie pour tout instant  $t \geq 0$ .
2.  $h(t) > 0$  reste positive et  $(h, \dot{h})$  converge exponentiellement vers  $(0, 0)$ .
3. la loi de commande (4.45) est bornée à chaque instant et  $\ddot{h} \rightarrow 0$ .

**Preuve :** On procède item par item. Dans un premier temps, nous montrerons que la troisième composante de l'équation différentielle (4.44), en considérant la commande (4.45), est régulière et non-singulière tant que  $h(t) > 0$ . Cela implique qu'il existe un instant  $T_{\max} > 0$  tel que la solution  $(h(t), \dot{h}(t))$  existe pour  $t \in [0, T_{\max})$ . Dans un second temps, nous prouverons l'item 2 en prouvant également que  $T_{\max} = \infty$  et finalement nous montrerons l'item 3.

*Preuve de l'item 1 pour  $t \in [0, T_{\max})$  :*

Premièrement, rappelons que la composante normale de la dynamique est indépendante de la composante latérale, on peut donc l'étudier séparément. A partir de (4.44) et (4.45), on a :

$$m\dot{v}_z = -mkb(w_z - \omega^*) - (b-1)mg + \Delta_z$$

Sachant que  $\dot{h} = -(v_z - \dot{z}_G)$  et  $w_z = -\dot{h}/h$ , la dynamique de  $h$  s'écrit alors :

$$m\ddot{h} = mkb(t)(w_z - \omega^*) - \Delta_z + (b(t) - 1)mg + m\ddot{z}_G \quad (4.47)$$

$$= -mkb(t) \left( \frac{\dot{h}}{h} + \alpha(t) \right) \quad (4.48)$$

où,

$$\alpha = \left( \omega^* + \frac{\Delta_z}{mkb} - (b(t) - 1) \frac{g}{kb} - \frac{\ddot{z}_G}{kb} \right)$$

Les hypothèses du théorème ainsi que la condition (4.46) permettent d'assurer que  $\alpha(t)$  est une fonction strictement positive et bornée. La dynamique (4.48) est bien définie tant que  $h(t) > 0$ , par conséquent, il existe un instant  $T_{\max} > 0$ , pouvant être infini, tel que  $(h, \dot{h})$  est bien défini sur  $[0, T_{\max})$ .

*Preuve de l'item 2 pour  $t \in [0, T_{\max})$  :*

Définissons pour cela l'état virtuel suivant sur  $[0, T_{\max})$  :

$$\zeta(t) = h \exp \left( \int_0^t \frac{\ddot{h}(\tau)}{kb(\tau)} d\tau \right) \quad (4.49)$$

A partir de (4.48), la dérivée de  $z$  donne :

$$\dot{\zeta} = -\alpha(t)\zeta \quad (4.50)$$

Comme  $\zeta_0 = h_0$ , il s'en suit que

$$h_0 \exp(-\alpha_{\max} t) < \zeta(t) < h_0 \exp(-\alpha_{\min} t)$$

Il reste à montrer que  $\left| \int_0^t \frac{\ddot{h}(\tau)}{kb(\tau)} d\tau \right|$  est borné sur  $[0, T_{\max})$  pour assurer, en utilisant (4.49), qu'il existe  $\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0$  tels que

$$\varepsilon_1 h_0 \exp(-\alpha_{\max} t) < h(t) < \varepsilon_2 h_0 \exp(-\alpha_{\min} t), \quad \forall t \in [0, T_{\max}) \quad (4.51)$$

Par continuité, nous montrerons alors que  $T_{\max} = \infty$ . Cela assure que  $(h, \dot{h})$  est bien défini sur  $[0, \infty)$ , et que  $h(t)$  converge exponentiellement vers 0.

On prouve que  $\left| \int_0^t \frac{\ddot{h}(\tau)}{kb(\tau)} d\tau \right|$  est borné en étudiant les fonctions  $\dot{h}$  et  $\ddot{h}$ .

*Preuve que le signe de  $\dot{h}(t)$  change au plus une fois et que  $|\dot{h}(t)|$  est bornée.* Deux situations peuvent se produire :

- $\dot{h}(0) \geq 0$  : pour montrer qu'il existe un instant  $T$  sur  $[0, T_{\max})$  tel que  $\dot{h}(T) < 0$ , supposons le contraire ; c'est-à-dire,  $\dot{h}(t) \geq 0, \forall t \in [0, T_{\max})$ . Ainsi, à partir de (4.48) où  $\alpha(t) > 0, \ddot{h}(t) < 0$  et donc, en exploitant (4.49) où  $b \geq 1$  (voir l'équation (3.14)),

$$\zeta(t) \geq h \exp\left(\frac{\dot{h}(t) - \dot{h}_0}{k}\right) \geq h_0 \exp\left(-\frac{\dot{h}_0}{k}\right)$$

Comme  $\zeta$  est exponentiellement décroissante, il s'en suit que  $\dot{\zeta} < -\alpha_{\min} \zeta$ . Par suite, il existe un instant  $T \in [0, T_{\max})$  tel que  $\zeta(T) < h_0 \exp(-\dot{h}_0/k)$ . Ceci vient contredire l'hypothèse.

- $\dot{h}(0) < 0$  : pour montrer que  $\dot{h}(t) < 0, \forall t \in [0, T_{\max})$ , supposons le contraire ; c'est-à-dire, il existe  $T$  sur  $[0, T_{\max})$  tel que  $\dot{h}(T) = 0$  et  $h(t) < 0, \forall t < T$ . Comme  $\dot{h}$  est continue, à partir de (4.48), il est facile de voir qu'il existe  $\delta > 0$  et  $\varepsilon > 0$  tels que  $\ddot{h}(t) < -\varepsilon, \forall t \in [T - \delta, T]$ . En rappelant (4.49), il vient :

$$\zeta(t) = h(t) \exp\left(\int_0^{T-\delta} \frac{\ddot{h}(\tau)}{kb(\tau)} d\tau + \int_{T-\delta}^t \frac{\ddot{h}(\tau)}{kb(\tau)} d\tau\right)$$

En utilisant le fait que  $\ddot{h}(t) < -\varepsilon, \forall t \in [T - \delta, T]$ , il s'en suit que

$$\zeta(t) < h(t) \exp\left(\int_0^{T-\delta} \frac{\ddot{h}(\tau)}{kb(\tau)} d\tau\right), \quad \forall t \in [T - \delta, T]$$

De plus, comme  $b(t) \geq 1, \forall t \in [0, T_{\max})$ ,

$$\begin{aligned} \zeta(t) &\geq h(t) \exp\left(\int_0^{T-\delta} \frac{\ddot{h}(\tau)}{kb(\tau)} d\tau + \int_{T-\delta}^t \frac{\ddot{h}(\tau)}{k} d\tau\right) \\ &\geq h(t) \exp\left(\int_0^{T-\delta} \frac{\ddot{h}(\tau)}{kb(\tau)} d\tau\right) \exp\left(\frac{\dot{h}(t)}{k}\right) \end{aligned}$$

En utilisant le fait que  $\dot{h}(T) = 0$ , on obtient finalement :

$$\zeta(T) \geq h(T) \exp \left( \int_0^{T-\delta} \frac{\ddot{h}(\tau)}{kb(\tau)} d\tau \right)$$

d'où la contradiction.

Pour montrer que  $\dot{h}$  est minorée, considérons la fonction de stockage suivante :

$$\mathcal{J} = \frac{1}{2} \dot{h}^2 \quad (4.52)$$

En dérivant  $\mathcal{J}$  et en reprenant l'équation (4.48), il vient :

$$\dot{\mathcal{J}} = -kb \frac{\dot{h}}{h} \left( \dot{h} + \alpha h \right) \quad (4.53)$$

Par conséquent, la fonction  $\mathcal{J}$  est négative tant que  $|\dot{h}| > \alpha h$ . En utilisant le fait que  $h(t) > 0$  est majorée sur  $[0, T_{\max})$ , il s'en suit que  $\dot{h}$  est bornée. Du fait que  $b(t)$  est une fonction dépendant du temps, il ne suffit pas que  $\dot{h}$  soit bornée pour conclure que  $\left| \int_0^t \frac{\ddot{h}(\tau)}{kb(\tau)} d\tau \right|$  est bornée. Par conséquent, il est nécessaire d'étudier la fonction  $\ddot{h}$ .

*Preuve que le signe de  $\ddot{h}$  change également au plus une fois.* Dans la suite, on suppose sans perte de généralité que  $\dot{h}_0 < 0$ , par conséquent,  $\dot{h}(t) < 0, \forall t \geq 0$ .

- $\ddot{h}(0) \leq 0$  : pour montrer qu'il existe un instant  $T$  tel que  $\dot{h}(T) > 0$ , supposons le contraire ; c'est-à-dire,  $\ddot{h} \leq 0, \forall t \geq 0$ . Ainsi, du fait que  $\dot{h}$  est négative et décroissante, il s'en suit que  $h$  est strictement décroissante et ne peut pas avoir de limite positive. Par conséquent, il existe un instant  $T$  tel que  $\dot{h}(T)/h(T) < -\alpha$ . D'où  $\ddot{h}(T) > 0$ , et la contradiction.
- $\ddot{h}(0) > 0$  : pour montrer que  $\ddot{h}(t) \geq 0, \forall t \geq 0$ , supposons encore le contraire ; c'est-à-dire, il existe  $T$  et  $\delta > 0$  tels que  $\dot{h}(T - \delta) = 0$  et  $\dot{h} < 0, \forall t \in (T - \delta, T]$ . Ceci implique que  $(\dot{h}/h)(T - \delta) = -\alpha$  et  $\dot{h}/h > -\alpha, \forall t \in (T - \delta, T]$ . En utilisant le fait que  $\dot{h}/h = -\alpha$  à l'instant  $(T - \delta)$  et le fait que  $|\dot{h}/h| < \alpha, \forall t \in (T - \delta, T]$  alors que  $\dot{h}$  est négative et décroissante, et que  $h$  est positive et décroissante, il s'en suit que l'hypothèse de départ est contredite.

En utilisant le fait qu'il existe un instant  $T \in [0, T_{\max})$  à partir duquel  $\dot{h} < 0$  est bornée et  $\ddot{h} \geq 0, \forall t \in [T, T_{\max})$ , il est facile de vérifier que  $\left| \int_0^t \frac{\ddot{h}(\tau)}{kb(\tau)} d\tau \right|$  est bornée sur  $[T, T_{\max})$ , et donc, en utilisant le fait que  $\zeta$  est exponentiellement décroissante, on peut assurer que  $h$  reste strictement positive et exponentiellement décroissante sur  $[T, T_{\max})$ .

Maintenant, nous prouvons que  $T_{\max} = \infty$  et donc que  $\zeta$  est bien définie sur  $[0, \infty)$ . Si  $T_{\max} \neq \infty$ , alors il existe un nombre positif  $\delta$  tel que, sur  $[T_{\max}, T_{\max} + \delta)$ ,  $h(t) > 0$  par continuité (voir (4.51)) et  $\left| \int_0^t \frac{\ddot{h}(\tau)}{kb(\tau)} d\tau \right|$  n'est pas bornée. Ceci vient contredire les discussions précédentes, par conséquent,  $T_{\max} = \infty$  et  $h$  converge exponentiellement vers 0. De plus, en utilisant (4.52) et (4.53) et en appliquant la stabilité Entrée-à-Etat (*Input-to-State-Stability : ISS* [Sontag 95]), on vérifie aisément que  $\dot{h}$  est exponentiellement stable.

*Preuve de l'item 3 pour  $t \in [0, \infty)$*  On prouve ici que le contrôleur (4.45) est borné en montrant que  $\ddot{h} \rightarrow 0$ . La difficulté réside dans le fait que  $\dot{h}/h$  est indéterminé lorsque  $t \rightarrow \infty$  puisque  $(h, \dot{h})$  converge vers  $(0, 0)$ . De façon analogue à la preuve du Lemme de Barbalat [Khalil 96], on procède par l'absurde. Supposons que  $\dot{h}$  ne converge pas vers 0. Comme  $\int_0^t (\ddot{h}/kb)(\tau) d\tau$  et  $b(t)$  sont bornés et qu'il existe un instant  $T$  tel que  $\ddot{h} \geq 0$ ,  $\forall t > T$ , il s'en suit qu'il existe  $\epsilon > 0$  et deux suites  $(T_n)_{n \geq 1} \in \mathbb{R}_+$  et  $(\delta_n)_{n \geq 1} \in \mathbb{R}_+^*$  telles que

- (i)  $T_n \rightarrow +\infty$  lorsque  $n \rightarrow +\infty$ ,
- (ii)  $\frac{\dot{h}}{kb}(T_n - \delta_n) = \epsilon/2$  et  $\frac{\dot{h}}{kb}(T_n) = \epsilon$ ,
- (iii)  $\epsilon/2 \leq \frac{\ddot{h}}{kb}(t) \leq \epsilon$ ,  $\forall t \in [T_n - \delta_n, T_n]$ .

Montrons qu'alors  $(\delta_n)_{n \geq 1}$  est une suite minorée par un réel strictement positif. En utilisant le fait que  $\dot{h}/kb \leq \epsilon \forall t \in [T_n - \delta_n, T_n]$  et en rappelant (4.48), on a

$$\left( \frac{\dot{h}}{h} + \alpha(t) \right) \geq -\epsilon$$

En intégrant cette dernière inégalité sur  $[T_n - \delta_n, T_n]$ , on obtient

$$\ln \left( \frac{h(t)}{h(T_n - \delta_n)} \right) \geq - \int_{T_n - \delta_n}^t (\alpha(t) + \epsilon) d\tau$$

Sachant que

$$- \int_{T_n - \delta_n}^t (\alpha + \epsilon) d\tau \geq - \int_{T_n - \delta_n}^t (\alpha_{\max} + \epsilon) d\tau,$$

il vient

$$\ln \left( \frac{h(t)}{h(T_n - \delta_n)} \right) \geq - \int_{T_n - \delta_n}^t (\alpha_{\max} + \epsilon) d\tau \geq - (\alpha_{\max} + \epsilon) \delta_n$$

D'où,  $h(t) \geq h(T_n - \delta_n) \exp(-(\alpha_{\max} + \epsilon)\delta_n)$ ,  $\forall t \in [T_n - \delta_n, T_n]$  et donc, en utilisant le fait que  $\dot{h} < 0$  est croissante ( $\ddot{h} \geq 0$ ),

$$\frac{\dot{h}}{h} \geq \frac{\dot{h}}{h(T_n - \delta_n)} \exp((\alpha_{\max} + \epsilon)\delta_n) \geq \frac{\dot{h}(T_n - \delta_n)}{h(T_n - \delta_n)} \exp((\alpha_{\max} + \epsilon)\delta_n) \quad (4.54)$$

En utilisant (ii), on a de plus

$$\begin{aligned} \frac{\dot{h}}{h}(T_n) &= -\epsilon - \alpha(T_n) \\ \frac{\dot{h}}{h}(T_n - \delta_n) &= -\frac{\epsilon}{2} - \alpha(T_n - \delta_n) \end{aligned}$$



En rappelant l'inégalité (4.54), on vérifie ainsi que

$$\exp((\alpha_{\max} + \epsilon) \delta_n) \geq \frac{\epsilon + \alpha(T_n)}{\epsilon/2 + \alpha(T_n - \delta_n)}$$

Dans la suite du raisonnement, on a besoin de l'uniforme continuité de  $\alpha(t)$ . Pour obtenir cela,  $b(t)$  doit également être uniformément continue. Ce résultat est facilement vérifié en utilisant l'équation (3.14) et le fait que le couple  $(h, \dot{h})$  converge exponentiellement vers  $(0, 0)$ . Les hypothèses du théorème et l'expression de  $\alpha(t)$  permettent alors de conclure que  $\alpha(t)$  est uniformément continue. Par suite, comme  $\alpha(t)$  est une fonction uniformément continue, il existe  $\gamma > 0$  tel que

$$\forall n \geq 1, |T_n - t| \leq \gamma \Rightarrow |\alpha(T_n) - \alpha(t)| \leq \epsilon/4$$

Ainsi, si  $\delta_n < \gamma$ ,  $\alpha(T_n) \geq \alpha(T_n - \delta_n) - \epsilon/4$  et, par conséquent,

$$\exp((\alpha_{\max} + \epsilon) \delta_n) \geq \frac{3\epsilon/4 + \alpha(T_n - \delta_n)}{\epsilon/2 + \alpha(T_n - \delta_n)}$$

Comme  $\alpha(t)$  est bornée, on vérifie facilement que

$$\frac{3\epsilon/4 + \alpha(t)}{\epsilon/2 + \alpha(t)} \geq \frac{3\epsilon/4 + \alpha_{\max}}{\epsilon/2 + \alpha_{\max}}, \quad \forall t \geq 0$$

Ceci implique que

$$\exp((\alpha_{\max} + \epsilon) \delta_n) \geq \frac{3\epsilon/4 + \alpha_{\max}}{\epsilon/2 + \alpha_{\max}} > 1, \quad \forall n \geq 1$$

Par suite, il existe  $\delta > 0$  tel que  $\delta_n \geq \delta$  pour tout  $n \geq 1$ . L'étape suivante de la preuve est une application directe de la preuve du Lemme de Barbalat. En rappelant (ii) et (iii), pour tout  $t \in [T_n - \delta_n, T_n]$  et pour tout  $n \geq 1$ , on a

$$\begin{aligned} \left| \frac{\ddot{h}}{kb}(t) \right| &= \left| \frac{\ddot{h}}{kb}(T_n) - \left( \frac{\ddot{h}}{kb}(T_n) - \frac{\ddot{h}}{kb}(t) \right) \right| \\ &\geq \left| \frac{\ddot{h}}{kb}(T_n) \right| - \left| \left( \frac{\ddot{h}}{kb}(T_n) - \frac{\ddot{h}}{kb}(t) \right) \right| \\ &\geq \epsilon - \frac{\epsilon}{2} \\ &\geq \frac{\epsilon}{2} \end{aligned}$$

Par conséquent,  $\int_0^t (\ddot{h}/kb)(\tau) d\tau$  converge vers  $+\infty$ , ce qui contredit l'hypothèse de départ. En utilisant le fait que  $\ddot{h}(t)$  converge vers 0, il est finalement facile de vérifier que :

- $\dot{h}/h \equiv -\alpha(t)$  lorsque  $t \rightarrow +\infty$ .
- la loi de commande (4.45) est bornée.

□

Le résultat montre bel et bien que le contrôleur (4.45) permet un atterrissage en douceur tant que la condition (4.46) est respectée. La preuve du théorème montre de plus qu'il existe un instant  $T > 0$  à partir duquel la descente est strictement monotone ( $\dot{h}(t) < 0, \forall t > T$ ), ce qui n'est pas nécessairement vrai si la condition (4.46) n'est pas vérifiée à chaque instant. Autrement dit, si la dynamique de la plateforme est temporairement très élevée et que (4.46) n'est pas vérifiée durant une petite période de temps, il est possible que le drone s'éloigne temporairement de la plateforme ( $\dot{h}(t) > 0$ ). La vitesse de descente dépend également du gain  $k$ . En effet, si le gain  $k$  est très élevé par rapport aux paramètres  $\ddot{z}_G$  ou  $\Delta_z$ , alors la constante  $\omega^*$  est asymptotiquement atteinte ( $\dot{h}/h \cong \omega^*$ ) et l'atterrissage s'effectue à vitesse désirée. Dans le cas contraire, la vitesse de descente est plus incertaine. Pour limiter ces deux problèmes, il est possible d'augmenter la précision du contrôleur en ajoutant un terme intégral, la loi de commande devient alors :

$$u_z = mk(w_z - \omega^*) + mk_I \int_0^t (w_z(\tau) - \omega^*) d\tau + mg \quad (4.55)$$

La dynamique non-linéaire du système est alors bien plus complexe à étudier mais nous pensons que la stabilité est encore garantie. Le terme intégral permet de compenser les paramètres inconnus  $\ddot{z}_G$ ,  $\Delta_z$  et  $b$ . Dans le cas particulier où ces paramètres sont constants, la constante de descente  $\omega^*$  est asymptotiquement atteinte :  $\dot{h}/h \equiv \omega^*$ . En pratique, le terme intégral peut cependant sévèrement déstabiliser la commande lorsque le véhicule se rapproche du sol, il est donc nécessaire de saturer ce terme en utilisant, par exemple, un intégrateur non-linéaire borné [Hua 09c].

## 4.4 Résultats de simulation

Dans cette section, on présente quelques résultats de simulation pour la stabilisation et l'atterrissage automatique. Dans un premier temps, on présente des résultats pour l'atterrissage automatique en ne simulant que la dynamique verticale du véhicule avec Matlab. La dynamique complète du véhicule (translation et rotation) est ensuite simulée. On utilise pour cela un simulateur 3-D développé lors de la thèse afin de simuler à la fois le calcul du flot optique dans un environnement virtuel et la dynamique complète du drone.

### 4.4.1 Simulation de la dynamique de translation seule

Afin d'évaluer l'efficacité de notre approche, quelques résultats de simulations sont présentés pour l'atterrissage automatique. Seule la dynamique de translation idéalisée

(4.1) est utilisée dans cette partie. Pour chacun des résultats présentés, la masse du véhicule est  $m = 0.85\text{kg}$ ; cela correspond à la masse identifiée sur le système réel utilisé pour les expérimentations (voir chapitre 6). Les 2 contrôleurs (4.45) et (4.55) sont simulés, le gain  $k$  est fixé à 10 dans les deux cas et le gain intégral  $k_I$  est fixé à 20 pour le contrôleur (4.55). La consigne  $\omega^*$  de flot optique normal est fixée à 0.5. Pour le paramètre  $b$  (3.14) représentant l'effet de sol, on choisit  $l_0 = 0.5\text{m}$  et  $D_0 = 0.15\text{m}$ . Pour les figures 4.1a et 4.1b, la plateforme est statique et on choisit  $\Delta_z = -0.3$ . A

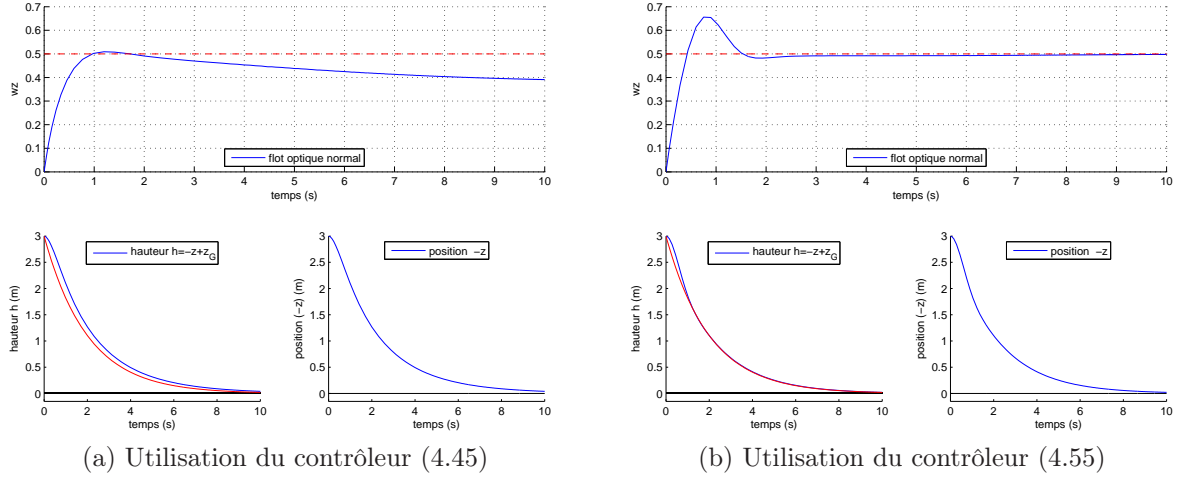


FIGURE 4.1 – Atterrissage sur une plateforme statique

partir des différents paramètres choisis, on vérifie aisément que la condition (4.46) est respectée, donc, le Théorème 4.3.2 s'applique. Les résultats montrent les trajectoires en boucle fermée du mouvement vertical du véhicule ainsi que le flot optique normal pour les conditions initiales  $(h_0, \dot{h}_0) = (3, 0)$ . Sur la figure 4.1a, on vérifie qu'avec le contrôleur (4.45), le flot optique normal reste positif à chaque instant même si la consigne  $\omega^*$  n'est pas atteinte et la hauteur  $h = -z + z_G$  converge exponentiellement vers 0. Sur la figure 4.1b, on vérifie que l'utilisation du terme intégral permet de compenser les perturbations, le flot optique normal converge autour de  $\omega^*$  et la trajectoire du véhicule se rapproche de la trajectoire désirée (en rouge sur la figure).

Pour les figures 4.2a et 4.2b, la plateforme est mobile. On choisit toujours  $\Delta_z = -0.3$  et le mouvement vertical de la plateforme est choisi comme suit :

$$z_G = a_G \sin(2\pi f_G t) \text{ avec } a_G = 0.1\text{m} \text{ et } f_G = 0.3\text{s}^{-1}$$

On vérifie que la condition (4.46) est encore respectée. Sur la figure 4.2a, on observe qu'avec le contrôleur (4.45), le flot optique normal reste encore positif à chaque instant et la hauteur  $h$  converge exponentiellement vers 0. Sur la figure 4.2b, on observe que le terme intégral permet de compenser la perturbation  $\Delta_z$ , le flot optique normal oscille autour de  $\omega^*$  et la trajectoire du véhicule se rapproche de la trajectoire désirée.

Pour les figures 4.3a et 4.3b, la plateforme est toujours mobile mais les perturbations

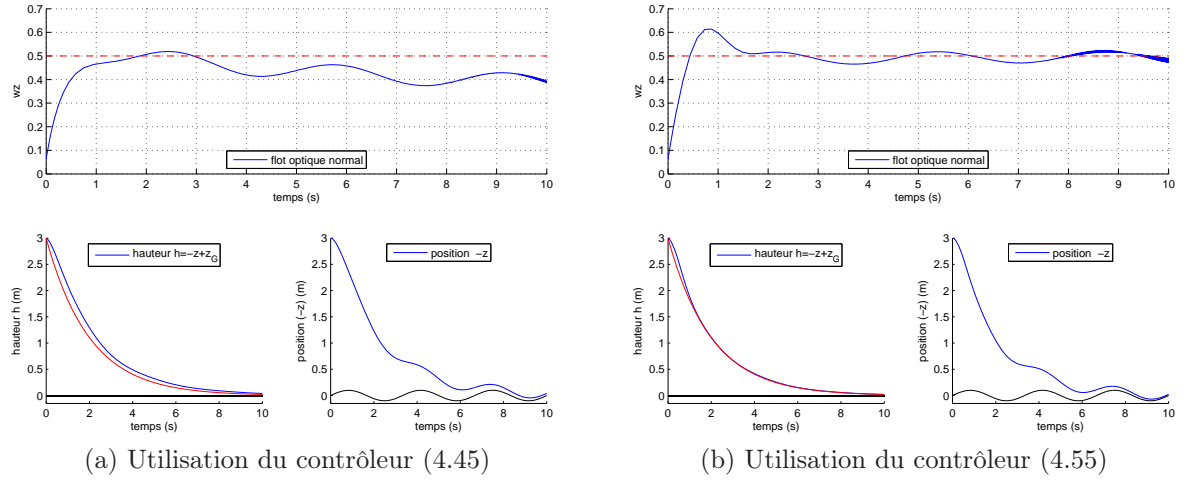


FIGURE 4.2 – Atterrissage sur une plateforme oscillante

sont plus importantes. On choisit  $\Delta_z = -2$  et le mouvement vertical de la plateforme est choisi comme suit :

$$z_G = a_G \sin(2\pi f_G t) \text{ avec } a_G = 0.4\text{m et } f_G = 0.5\text{s}^{-1}$$

La condition (4.46) n'est alors pas respectée à chaque instant. Sur la figure 4.3a, on observe qu'avec le contrôleur (4.45), le flot optique normal n'est pas positif à chaque instant. Néanmoins, on remarque que la hauteur  $h$  reste positive et converge vers 0 malgré les oscillations. Sur la figure 4.2b, on constate que le terme intégral permet de compenser la perturbation  $\Delta_z$  et d'atténuer les oscillations, le flot optique normal oscille autour de  $\omega^*$  tout en restant positif et la trajectoire du véhicule se rapproche de la trajectoire désirée.

## 4.4.2 Simulation de la dynamique complète

### Présentation du simulateur 3-D

L'utilisation d'un logiciel de type Matlab est très utile pour simuler rapidement et efficacement un algorithme de commande. Cependant, lorsque l'algorithme est basé vision, l'utilisation de ces logiciels présente 2 inconvénients majeurs :

- il est très difficile et fastidieux de modéliser complètement un environnement 3-D complexe.
- les algorithmes de traitement d'image ne sont pas simulés.

Il n'est donc pas possible de valider la boucle de commande complète du système, ce qui est pourtant nécessaire pour évaluer les performances et la robustesse de l'approche. La solution est donc d'acquérir des images artificielles à partir d'un environnement 3-D simulé, ce que permettent les bibliothèques graphiques comme *OpenGL*. La figure 4.4

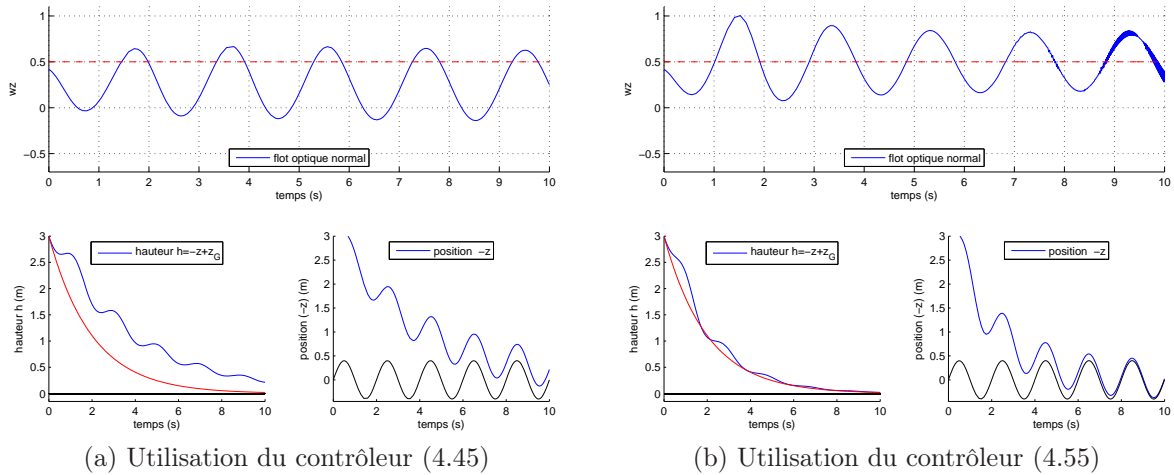


FIGURE 4.3 – Atterrissage sur une plateforme oscillant fortement

présente l'architecture logicielle du simulateur développé et implémenté en C++ au CEA LIST. Le diagramme présenté utilise le formalisme UML<sup>1</sup>.

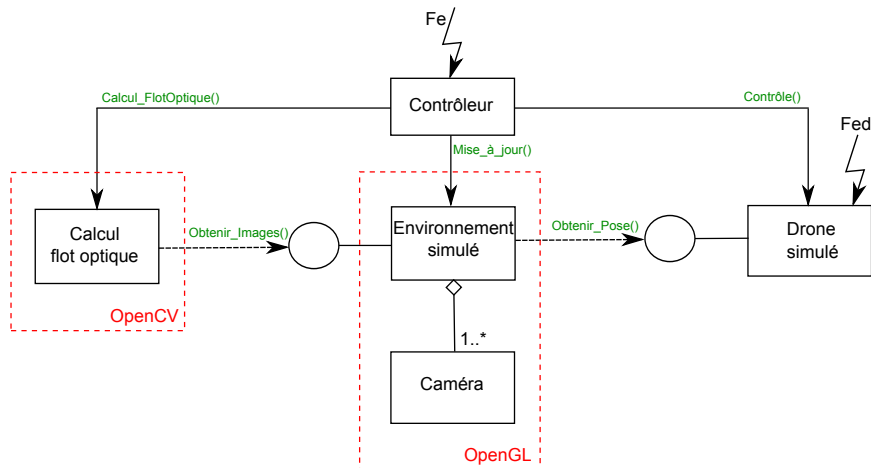


FIGURE 4.4 – Architecture du simulateur 3-D

4 classes principales décrivent l'application :

- **Pour la simulation du drone**, on utilise une modélisation simplifiée de la dynamique. En effet, on ne modélise les dynamiques du système que par des premiers ordres en supposant qu'il n'est pas nécessaire d'aller plus loin. En accord avec la stratégie de commande décrite dans la section 3.2, les entrées de commande sont la poussée  $T$ , l'orientation  $(\phi, \theta)$  (roulis et tangage) et pour le lacet, la vitesse

1. *Unified Modeling Language* [Rumbaugh 04]

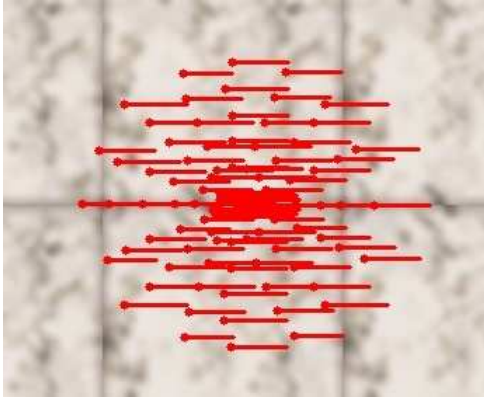
de rotation  $\omega_z$ . Le temps de réponse pour la poussée  $T$  est fixé à 0.1s et le temps de réponse pour l'orientation  $(\phi, \theta)$  du véhicule est fixé à 0.5s. Pour le lacet, on fixe le temps de réponse à 0.2s pour la vitesse de rotation  $\omega_z$ . La masse  $m$  du véhicule est quant à elle fixée à 0.85kg. Ces différentes constantes sont celles identifiées sur le système physique utilisé pour les expérimentations (voir chapitre 6). Ces paramètres étant fixés, la dynamique du véhicule est simulée à la fréquence d'échantillonnage  $Fe_d = 166\text{Hz}$  et la pose (position et orientation) du véhicule est calculée.

- **L'environnement 3-D est simulé** en utilisant la bibliothèque *OpenGL*. La géométrie de l'environnement est préalablement paramétrée de même que les textures utilisées. L'environnement simulé contient plusieurs caméras virtuelles orientées différemment selon l'application visée. Afin de positionner les caméras par rapport à l'environnement, la classe <environnement simulé> interagit avec l'interface de la classe <drone simulé> pour obtenir la pose du drone. Les images peuvent alors être acquises par les caméras.
- **L'unité de calcul du flot optique** <Calcul flot optique> contient les méthodes de traitement d'image permettant d'extraire le flot optique moyen décrit dans la section 3.1 à partir des images acquises. Pour cela on utilise la bibliothèque *OpenCV*.

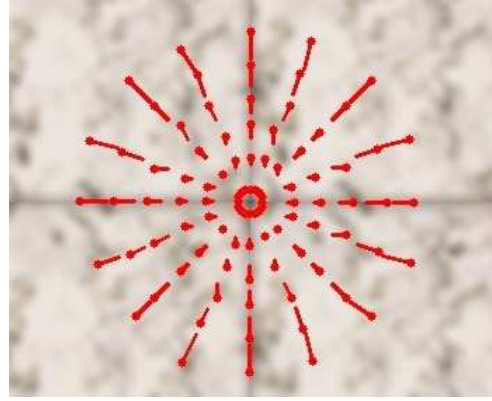
Cette classe interagit avec l'interface de la classe <environnement simulé> pour obtenir les images acquises. On utilise alors la version pyramidale de l'algorithme de Lucas-Kanade [Lucas 81] pour estimer le flot optique  $\dot{p}_{\mathcal{P}}$  (équation (3.2)) en plusieurs points d'une ouverture  $\mathcal{W}^2$  autour de chacune des directions d'observation  $\hat{\eta}$  définies pour la simulation. Le passage du flot optique exprimé dans le plan image  $\dot{p}_{\mathcal{P}}$  au flot optique sphérique  $\dot{p}$  est effectué numériquement à partir de la jacobienne  $J$  entre les deux surfaces (voir équation (3.4)). Pour que le calcul du flot optique moyen  $\hat{w}$  (équation (3.10)) soit possible, les points de calcul du flot optique doivent être répartis de façon homogène et symétrique sur l'ouverture. La figure 4.5 montre le flot optique  $\dot{p}_{\mathcal{P}}$  typiquement obtenu pour un mouvement horizontal ou vertical par rapport à une cible plane.

Afin d'éliminer les possibles valeurs aberrantes en certains points et ainsi améliorer l'estimation de  $\hat{w}$ , un estimateur des moindres carrés est utilisé pour extraire les 4 paramètres de transformation de l'image (2 translations, le facteur d'échelle et la rotation sur l'axe optique) [Umeyama 91]. Si le vecteur  $(\dot{p}_i + \Omega_{\times} p_i)$  en un point  $i$  est aberrant, c'est-à-dire si ce vecteur est en contradiction avec le mouvement global dans l'image, celui-ci est remplacé par un vecteur construit à partir des paramètres de transformation. Le flot optique moyen  $\hat{w}$  (3.10) est alors calculé numériquement à partir du champ de vecteurs obtenu en utilisant la méthode décrite dans la section 3.1. Le nombre de points de calcul ainsi que l'angle solide  $\mathcal{W}^2$  sont fixés avant le lancement de la simulation.

- **Le contrôleur** permet d'orchestrer la simulation à la fréquence d'échantillonnage  $Fe$ . Notons que cette fréquence peut être différente de la fréquence  $Fe_d$  de commande du drone. Lors d'un cycle, la mise à jour de l'environnement 3-D est



(a) Flot optique pour un mouvement horizontal



(b) Flot optique pour un mouvement vertical

FIGURE 4.5 – Flot optique calculé en plusieurs points

d'abord effectuée afin de positionner les caméras. On procède ensuite au calcul du flot optique moyen utilisé comme mesure pour le calcul de la commande envoyée au drone.

## Résultats

On souhaite ici simuler une phase d'atterrissage automatique sur une surface plane supposée horizontale, c'est-à-dire dont la normale à la cible est telle que  $\eta = e_3$ . On utilise le simulateur 3-D décrit précédemment. Pour cela, on définit préalablement les paramètres de simulation. Comme dans la partie précédente, la masse du véhicule est  $m = 0.85\text{kg}$  et les paramètres modélisant l'effet de sol  $b$  (3.14) sont fixés à  $l_0 = 0.5\text{m}$  et  $D_0 = 0.15\text{m}$ . On suppose qu'on est en présence d'un vent constant modélisé par le paramètre  $\Delta = (0.5, -0.1, -0.3)$ . La position initiale du véhicule est fixée à  $\xi_0 = (0, 0, -3)^\top$  (ainsi,  $h_0 = 3\text{m}$ ) et la vitesse initiale est fixée à  $\dot{\xi}_0 = (1, 2, 1)^\top$ . Pour le calcul du flot optique moyen, on utilise une seule direction d'observation  $\hat{\eta} = \eta = e_3$ . La demi-ouverture de l'angle solide  $\mathcal{W}^2$  autour de la direction  $\hat{\eta}$  est fixée à  $\theta_0 = 30^\circ$  et on calcule le flot optique en 210 points repartis sur cette ouverture. Un bruit de mesure est ajouté au flot optique moyen, on le modélise par une loi uniforme définie dans l'intervalle  $[-N_{\max}, N_{\max}]$  avec  $N_{\max} = 0.1$ . Pour l'atterrissage, la consigne  $\omega^*$  de flot optique normal est fixée à 0.5. La fréquence d'échantillonnage  $Fe = 15\text{Hz}$  du système de commande est fixée, elle correspond à la fréquence utilisée pour nos expérimentations (voir chapitre 6).

Le scénario se déroule en 2 phases : la phase de stabilisation, qui permet de positionner le véhicule relativement à la cible, et la phase d'atterrissage.

### Stabilisation au-dessus de la cible

On utilise le contrôleur (4.5) pour la phase de stabilisation ( $t \in [0, 60]$  sur les figures). Les gains  $k_P$  et  $k_I$  sont choisis de sorte que  $k_P = 2$  et  $k_I = 1$ . Les figures 4.6 présentent le

résultat de simulation lorsque la cible est statique. La figure 4.6a représente la position du véhicule, la figure 4.6b représente la mesure du flot optique moyen et la figure 4.6c représente l'orientation du véhicule par les angles de roulis et tangage. On remarque que la position converge autour d'un point d'équilibre et que le flot optique moyen, et donc la vitesse du véhicule, converge vers 0. On remarque également que pour compenser le vent, l'orientation  $(\phi, \theta)$  du véhicule se stabilise à une valeur non-nulle.

Les figures 4.7 présentent les résultats dans le cas où la cible est mobile. La plateforme

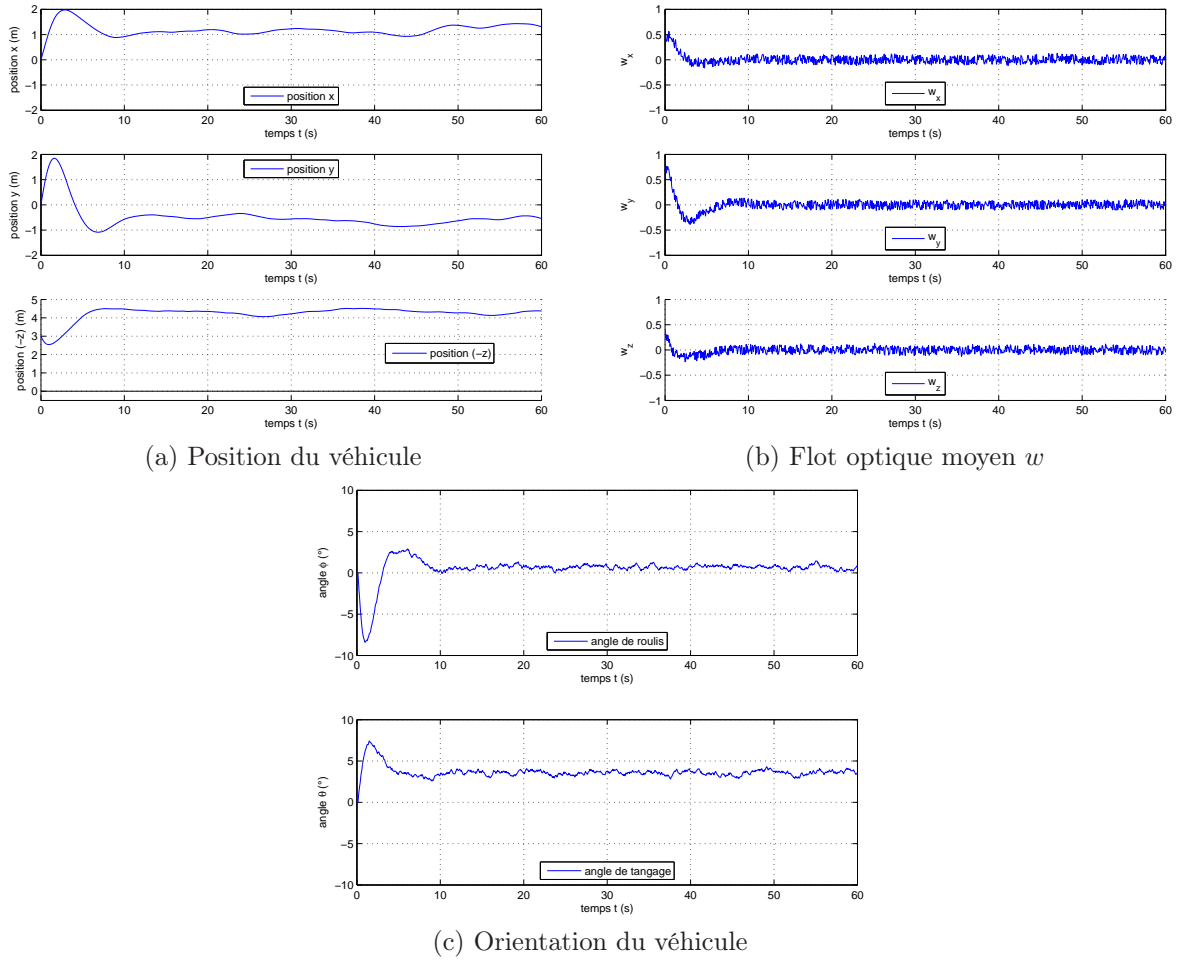


FIGURE 4.6 – Stabilisation au-dessus d'une plateforme statique

oscille verticalement de la même façon que dans la section précédente 4.4.1 :

$$z_G = a_G \sin(2\pi f_G t) \text{ avec } a_G = 0.1\text{m et } f_G = 0.3\text{s}^{-1}$$

On observe sensiblement le même comportement que dans le cas d'une cible statique, ceci est principalement dû au fait que le véhicule est loin de la cible et que les oscillations sont relativement faibles. On remarque tout de même une faible oscillation du flot optique normal  $w_z$ .



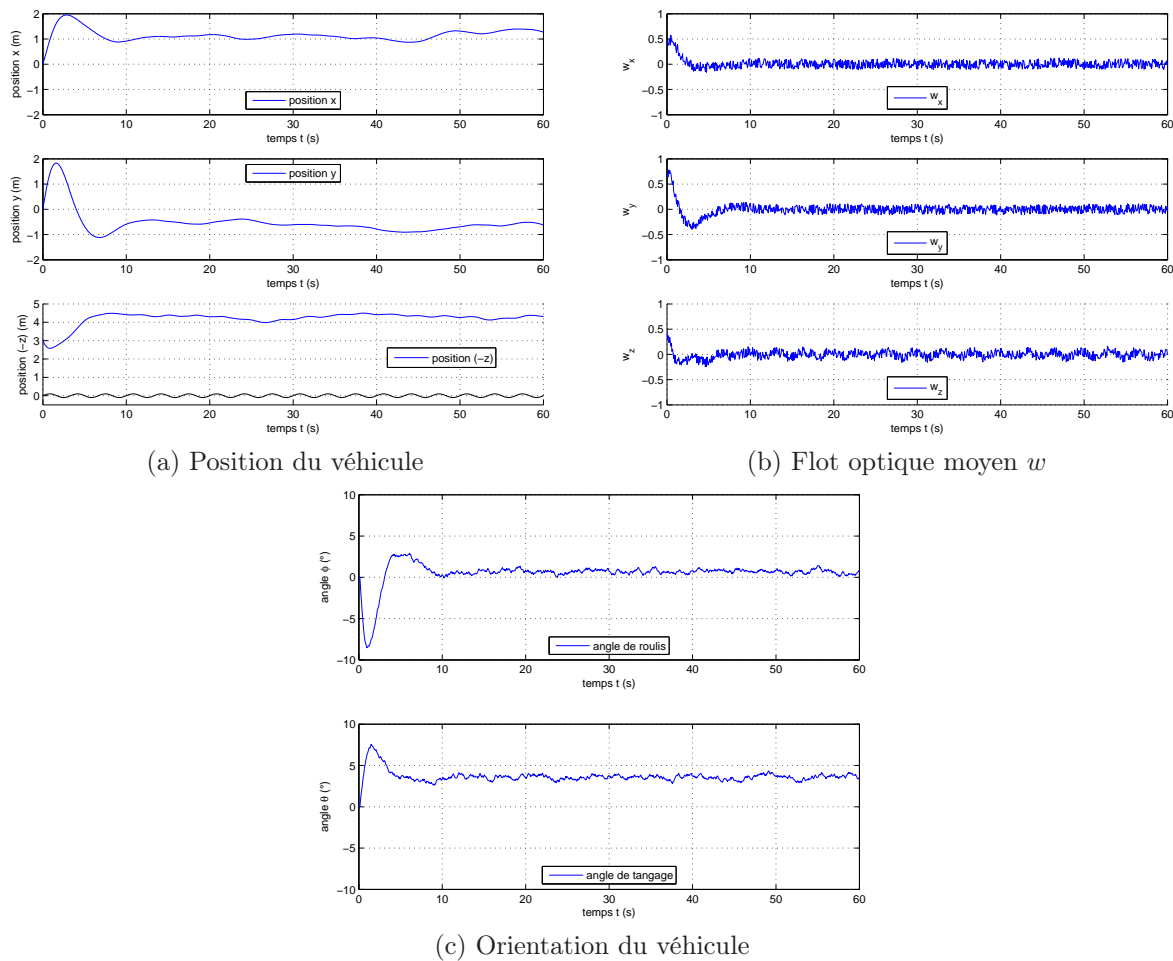


FIGURE 4.7 – Stabilisation au-dessus d'une plateforme mobile

### Atterrissage automatique

La stabilisation préalable du véhicule dans la première phase ( $t \in [0, 60]$ ) a permis d'estimer et de compenser la perturbation  $\Delta$  en supposant que  $b \equiv 1$  pendant cette phase. Pour la phase d'atterrissage ( $t > 60$ s), on utilise le contrôleur (4.45) auquel on ajoute le paramètre constant  $\Delta_z^- = \Delta_z(60)$  estimé préalablement lors de la phase de stabilisation :

$$u_z = mk(w_z - \omega^*) + mg + \Delta_z^-$$

Notons que si la perturbation  $\Delta_z$  varie pendant la phase d'atterrissage (si la force du vent varie par exemple), la compensation ne sera plus assurée. Pour pallier cela, on a vu qu'il est également possible d'ajouter un terme intégral (voir contrôleur (4.55)). Pour respecter la condition (4.46), le gain  $k$  du contrôleur doit être choisi de sorte que  $k > 2.7$  en tenant compte de l'effet de sol et des oscillations de la plateforme lorsque celle-ci est mobile. On choisit donc  $k = 3$ . Pour stabiliser le mouvement horizontal du

véhicule pendant l'atterrissage, on utilise toujours le contrôleur (4.5) appliqué seulement dans les directions  $x - y$ . Les figures 4.8 présentent le résultat dans le cas où la cible est statique alors que les figures 4.9 présentent le résultat dans le cas où la cible est mobile. On observe bel et bien un atterrissage en douceur dans les deux cas. La même simulation a été effectuée pour  $k = 7$ . En observant le flot optique  $w$  sur la figure 4.10, on s'aperçoit que celui-ci se déstabilise lorsque le véhicule se rapproche du sol. Ce phénomène, qui n'est pas observé sur les simulations Matlab précédentes, est dû à la fréquence d'échantillonnage limitée à 15Hz. En effet, lorsque  $h = (-z + z_G)$  est faible, le contrôleur est équivalent à un contrôleur grand gain, il peut s'écrire ainsi en fonction de  $h$  :

$$u_z = -m \frac{k}{h} (\dot{h} - \omega^* h) + mg + \Delta_z^-$$

Il est bien connu que pour les systèmes échantillonnés, plus le gain est élevé plus la fréquence d'échantillonnage doit être élevée, sans quoi la stabilité n'est pas garantie. Dans notre cas, la fréquence d'échantillonnage imposée limite le choix du gain  $k$ . Par voie de conséquence, ceci limite également les performances du contrôleur en présence de fortes oscillations. Le choix du gain dépendra donc des spécifications du matériel utilisé, en faisant un compromis entre stabilité et performance.

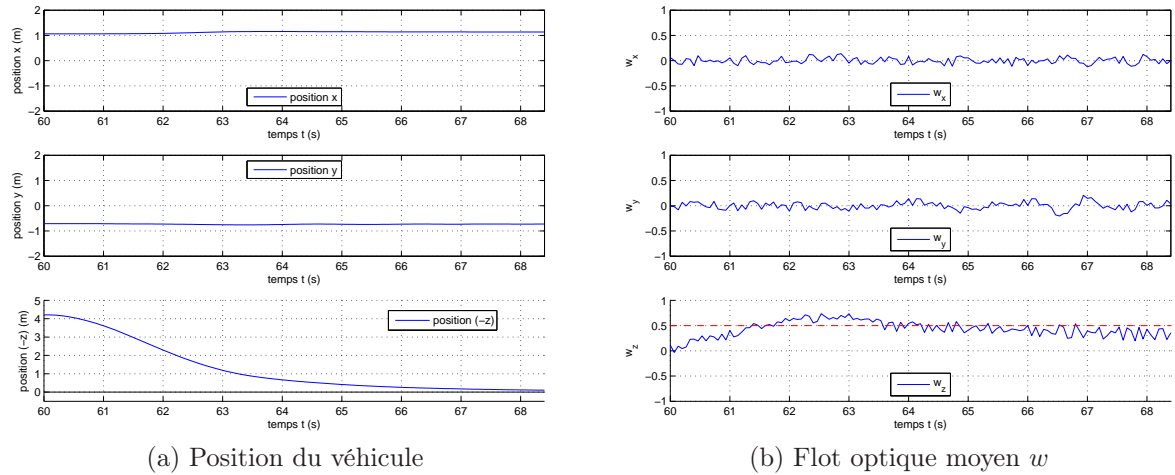


FIGURE 4.8 – Atterrissage sur une plateforme statique

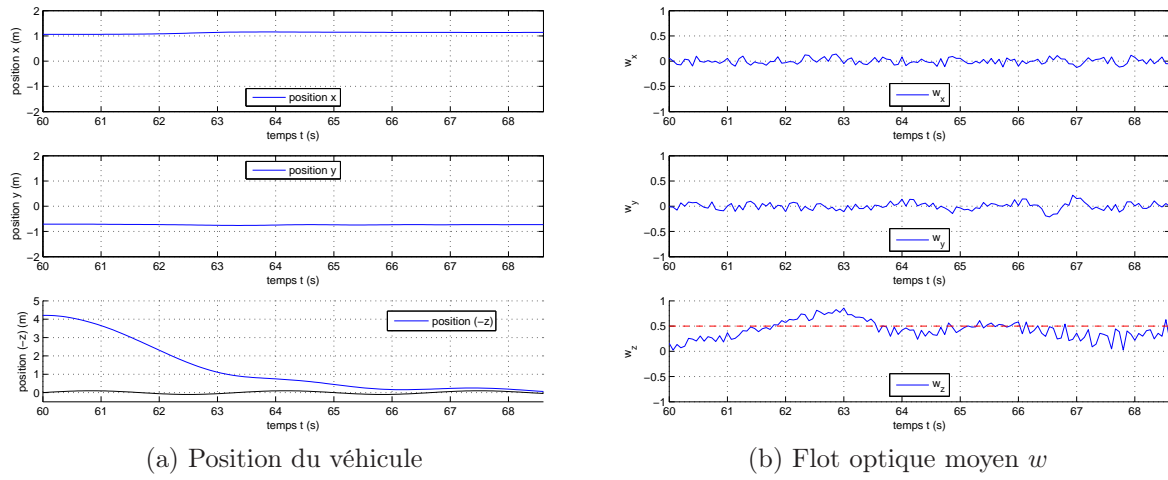


FIGURE 4.9 – Atterrissage sur une plateforme mobile avec  $k = 3$

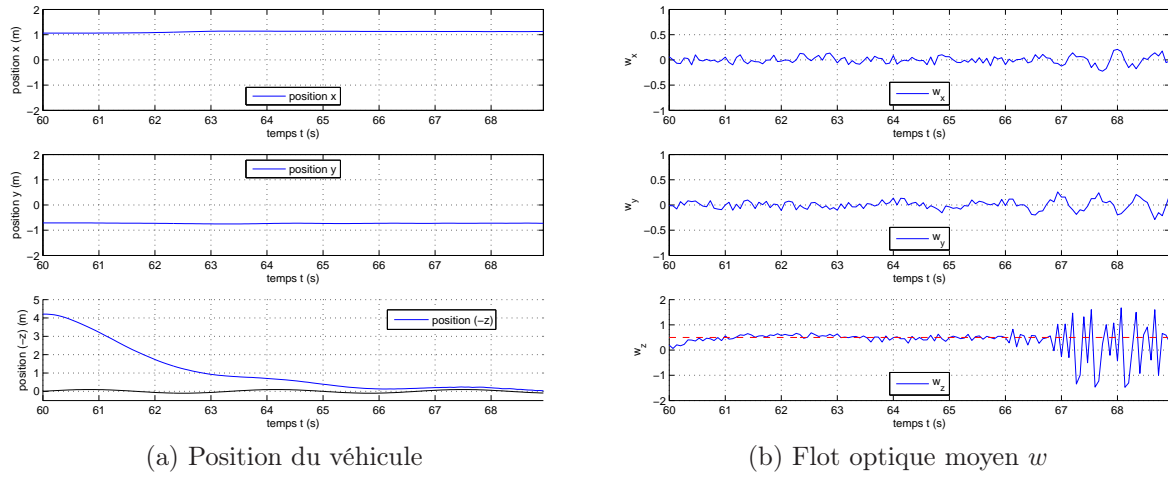


FIGURE 4.10 – Atterrissage sur une plateforme mobile avec  $k = 7$

## 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, une approche basée sur la mesure du flot optique moyen a été présentée pour la stabilisation du véhicule et l'atterrissage automatique sur une cible statique ou mobile. On a montré que la régulation du flot optique moyen à 0 permet la stabilisation de la position du véhicule et que la régulation du flot optique normal autour d'une constante positive  $\omega^*$  permet l'atterrissage en douceur. L'analyse théorique montre également que la non-collision avec la cible est toujours assurée. Si plusieurs simulations ont permis de valider l'approche dans plusieurs scénarios, elles ont également permis de montrer les limites de notre contrôleur lorsqu'il est utilisé sur un système physique réaliste. Le chapitre 6 présente quelques expérimentations de notre approche sur un drone de type quadrirotor développé au CEA LIST.



---

# Suivi de terrain et évitement d'obstacles

---

## 5.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la fonction de suivi de terrain basée sur la mesure du flot optique. La tâche de suivi de terrain consiste classiquement à faire naviguer le véhicule à distance constante au-dessus du sol en combinant régulation de la vitesse d'avance et régulation du flot optique [Ruffier 05]. Ceci permet par exemple de conserver une distance de sécurité avec un sol qui n'est généralement pas plat [Garratt 08]. Lorsque le véhicule évolue près du terrain, la fonction d'évitement d'obstacles, c'est-à-dire la non-collision avec l'environnement, est également nécessaire [Ruffier 08, Beyeler 09b]. Ceci permet en outre de s'intéresser à des environnements plus complexes et généralement encombrés tels que des couloirs par exemple [Serres 08, Humbert 10]. Cependant, dans les travaux précédents, seules des méthodes linéaires de commande sont généralement considérées :

- soit en utilisant la mesure de la distance au terrain extraite du flot optique [Garratt 08], la fonction d'évitement d'obstacles n'étant alors pas assurée.
- soit en utilisant le linéarisé de la dynamique autour de l'équilibre sans analyser globalement la stabilité du système non-linéaire [Humbert 05b, Ruffier 05, Conroy 09].

A l'exception de quelques travaux qui fournissent une analyse de stabilité du système non-linéaire pour un modèle cinématique du véhicule [Humbert 10], il y a peu de résultats qui considèrent la dynamique non-linéaire complète du système et fournissent une analyse rigoureuse de la stabilité en boucle fermée.

De ce fait, une stratégie générale, utilisant le flot optique moyen calculé dans différentes directions d'observation, est proposée dans ce chapitre. Dans un premier temps,

une approche pour le suivi de terrain classique utilisant une direction d'observation est proposée. Une loi de commande non-linéaire est élaborée pour la dynamique de translation et la stabilité est analysée. L'approche générale se base ensuite sur ce premier travail et la robustesse de la loi de commande élaborée est analysée théoriquement.

Dans ce chapitre, l'environnement sera supposé statique, ce qui signifie que le flot optique moyen ne dépend que du mouvement du véhicule ( $w = v/d$ ).

Pour les développements théoriques, nous ne considérerons que la dynamique de translation, un contrôleur "grand gain" étant utilisé pour stabiliser la dynamique de rotation du drone (voir section 3.2). De plus, sachant que les perturbations extérieures seront analysées dans la partie 5.3.3 dédiée à la robustesse, nous considérerons dans un premier temps la dynamique de translation simplifiée suivante :

$$\dot{\xi} = v, \quad m\dot{v} = -u + mge_3 \quad (5.1)$$

où  $u$  représente toujours la commande.

## 5.2 Suivi de terrain avec une direction d'observation

Le problème considéré est la stabilisation de la distance  $d$  au sol (ou, par extension, à une paroi quelconque) autour d'une distance désirée  $d^*$  tout en garantissant la non-collision. Pour cela, un contrôleur non-linéaire, dépendant du vecteur  $\hat{w}$  (3.11) mesuré dans une seule direction, est développé pour la dynamique de translation (5.1).

### 5.2.1 Le terrain observé est connu

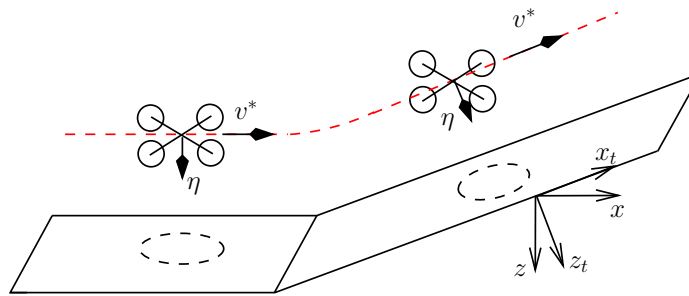


FIGURE 5.1 – Suivi de terrain

Dans cette partie, la normale  $\eta$  au plan observé est supposée connue (voir Figure 5.1). D'après ce qui a été décrit dans la section 3.1, le flot optique moyen calculé dans la direction  $\eta$  s'exprime alors  $w = v/d$  (3.9). On définit la consigne  $\omega^* > 0$  pour le flot optique longitudinal  $w^{\parallel} = \pi_{\eta}w$  (le flot optique parallèle au plan). Notons  $v^r$  la vitesse d'avance désirée perpendiculaire à  $\eta$  telle que  $\|v^r\| = v^* > 0$ . Si on suppose

que la vitesse d'avance  $v^{\parallel} = \pi_{\eta}v$  est régulée autour de  $v^r$ , la régulation de  $\|w^{\parallel}\| \rightarrow \omega^*$  garantit que  $d \rightarrow v^*/\omega^* = d^*$ . En outre, la composante de  $w$  dans la direction  $\eta$  est analogue au flot divergent :

$$w^{\perp} = \langle w, \eta \rangle = \frac{\langle v, \eta \rangle}{d} = -\frac{\dot{d}}{d}$$

$w^{\perp}$ , dépendant de  $\dot{d}$ , peut donc être utilisé comme terme d'amortissement pour la loi de commande. On considère alors la consigne  $\omega^*$  pour le flot normal à  $\eta$  et on recherche une loi de commande qui permet la convergence de  $d$  autour de  $d^*$ . Dans cette section, on considèrera que la vitesse d'avance est parfaitement régulée :  $\|v^{\parallel}\| = v^*$ ,  $\forall t$ . Alors, la dynamique du véhicule dans la direction  $\eta$  est découplée du mouvement d'avance. En pratique, une vitesse d'avance constante peut être obtenue avec un système de positionnement (GPS pour des missions extérieures et vision + centrale inertielle pour des applications en intérieur).

**Proposition 5.2.1** *Considérons un véhicule volant au voisinage d'une surface plane dont la normale  $\eta$  est connue. Supposons que ce véhicule se déplace dans une direction parallèle à ce plan avec une vitesse de référence  $v^r$  de norme constante  $v^* > 0$ . Supposons de plus qu'une consigne de distance  $d^*$  est donnée. Considérons la dynamique du véhicule (5.1) projetée sur la direction  $\eta$  normale au plan*

$$m\dot{v}^{\perp} = -u^{\perp} + mg \langle e_3, \eta \rangle \quad (5.2)$$

où  $v^{\perp} = \langle v, \eta \rangle$  et  $u^{\perp} = \langle u, \eta \rangle$ . Choisissons  $u^{\perp}$  comme suit

$$u^{\perp} = k_P \left( \frac{\langle w^{\parallel}, v^{\parallel} \rangle}{\|v^{\parallel}\|} - \omega^* \right) + k_D w^{\perp} + mg \langle e_3, \eta \rangle \quad (5.3)$$

où  $k_P$  et  $k_D$  sont des paramètres positifs,  $w^{\parallel} = \pi_{\eta}w$ ,  $w^{\perp} = \langle w, \eta \rangle$  et  $\omega^* = v^*/d^*$ . Alors, pour toute condition initiale telle que  $d(0) = d_0 > 0$ , la trajectoire en boucle fermée existe à tout instant et satisfait  $d(t) > 0$ ,  $\forall t$ . De plus,  $d(t)$  converge asymptotiquement vers  $d^*$ .

**Preuve :** Comme les dynamiques du système considéré sont découplées, rappelons la dynamique (5.2) en utilisant  $\langle v, \eta \rangle = -\dot{d}$

$$m\ddot{d} = k_P \left( \frac{v^*}{d} - \omega^* \right) - k_D \frac{\dot{d}}{d} \quad (5.4)$$

$$= -k_P v^* \frac{d - d^*}{d^* d} - k_D \frac{\dot{d}}{d} \quad (5.5)$$

$$= -k_P \omega^* \frac{\tilde{d}}{d} - k_D \frac{\dot{d}}{d} \quad (5.6)$$



Définissons la fonction de Lyapunov candidate  $\mathcal{L}$  par

$$\mathcal{L} = \frac{m}{2}\dot{d}^2 + k_P v^* g\left(\frac{d}{d^*}\right) \geq 0 \quad (5.7)$$

où,

$$\begin{aligned} g: \mathbb{R}_+^* &\longrightarrow \mathbb{R}_+ \\ u &\longmapsto u - \ln u - 1 \end{aligned}$$

Il est facile de vérifier que pour tout  $u \in \mathbb{R}_+^*$  et  $u \neq 1$ ,  $g(u) > 0$  et  $g(1) = 0$ . De plus,  $g$  tend vers  $+\infty$  lorsque  $u$  tend vers 0 ou  $+\infty$ . En dérivant  $\mathcal{L}$  et en rappelant l'équation (5.6), on obtient

$$\dot{\mathcal{L}} = -k_D \frac{\dot{d}^2}{d} \quad (5.8)$$

Ceci implique que  $0 < \mathcal{L} < \mathcal{L}(0)$  tant que  $d(t) > 0$ . Or, à partir de l'expression de la fonction de Lyapunov, Eq. (5.7),  $\mathcal{L} < \mathcal{L}(0)$  implique qu'il existe  $\varepsilon > 0$  tel que  $d(t) > \varepsilon > 0$ . Il s'en suit que  $d(t) > \varepsilon > 0$ ,  $\forall t$ . De plus, l'application du principe d'invariance de LaSalle montre que l'ensemble invariant est contenu dans l'ensemble défini par  $\dot{\mathcal{L}} = 0$ . Par conséquent  $\dot{d} \equiv 0$  dans l'ensemble invariant. A partir de (5.6), il est alors facile de vérifier que  $\tilde{d}$  converge asymptotiquement vers 0, c'est-à-dire que  $d$  converge vers  $d^*$ .  $\square$

En garantissant que la distance  $d(t)$  reste positive, l'*anti-collision* est assurée lors du suivi de terrain. Ce résultat, indispensable lorsque le véhicule navigue près des obstacles, ne serait pas vérifié en élaborant une loi de commande linéaire standard à partir de la mesure de la distance  $d$  extraite du flot optique  $w = v/d$  par l'opération  $d = \|v\| / \|w\|$ , en supposant que  $\|v\| > v_{\min} > 0$ . En effet la loi de commande

$$u^\perp = k_P (d^* - d) + k_D v^\perp + mg \langle e_3, \eta \rangle$$

n'empêche pas la distance  $d$  de prendre la valeur 0.

Les résultats obtenus ici supposent que la direction normale  $\eta$  est connue, la vitesse d'avance est constante et les mesures sont parfaites. Il s'agira dans la suite de ce chapitre d'analyser la robustesse du contrôleur lorsque ces hypothèses ne sont pas vérifiées. La prochaine partie s'intéresse plus particulièrement aux limites de notre approche lorsque  $\eta$  est inconnue et lorsque le flot normal  $w^\perp$  est dominé par le flot optique longitudinal  $w^\parallel$ .

### 5.2.2 Le terrain n'est pas connu *a priori*

Dans cette partie,  $\eta$  est supposée inconnue. On considère néanmoins que le plan cible est visible dans la direction d'observation  $\hat{\eta}$ , c'est-à-dire que  $\hat{\eta}$  est relativement proche de  $\eta$ . De façon analogue, on élabore une loi de commande qui agit dans la

direction  $\hat{\eta}$ . La vitesse d'avance  $v^{\parallel} = \pi_{\hat{\eta}}v$  est régulée dans le plan perpendiculaire à  $\hat{\eta}$  de sorte que  $v^{\parallel} = v^r, \forall t$ . En rappelant (3.11), on choisit  $u^{\perp} = \langle u, \hat{\eta} \rangle$  de sorte que

$$u^{\perp} = k_P \left( \frac{\langle \hat{w}^{\parallel}, v^{\parallel} \rangle}{\|v^{\parallel}\|} - \omega^* \right) + k_D \hat{w}^{\perp} + mg \langle e_3, \hat{\eta} \rangle \quad (5.9)$$

où  $\hat{w}^{\parallel} = \pi_{\hat{\eta}}\hat{w}$  et  $\hat{w}^{\perp} = \langle \hat{w}, \hat{\eta} \rangle$ . A partir de l'équation (3.11), on s'aperçoit que  $\hat{w}^{\parallel}$  et  $\hat{w}^{\perp}$  sont couplés, la stabilité du système n'est donc pas évidente. Cependant, après quelques calculs fastidieux, on peut vérifier que lorsque  $\hat{\eta} \neq \eta$ , la dynamique (5.1) projetée sur la direction  $\hat{\eta}$  s'écrit ( $\|v^{\parallel}\| = \|\pi_{\hat{\eta}}v\| = v^*$ )

$$m\ddot{d} = -k_P\omega^*\gamma\frac{d - \chi d^*}{d} - k_D\delta\frac{\dot{d}}{d} \quad (5.10)$$

où  $\gamma = a$  est un paramètre décrit dans l'annexe A.  $\chi$  et  $\delta$  sont des constantes dépendant de  $k_P, k_D, \eta$  et  $\hat{\eta}$ . On peut vérifier que :

$$\chi = a + \lambda \frac{(bc(\theta_v) + cs(\theta_v))^2}{a} - \frac{3k_D}{2k_P} (bc(\theta_v) + cs(\theta_v)) \quad (5.11)$$

$$\delta = a - \lambda \frac{k_P}{k_D} (bc(\theta_v) + cs(\theta_v)) \quad (5.12)$$

où  $b$  et  $c$  sont également décrits dans l'annexe A et  $\theta_v$  correspond à l'orientation de la vitesse d'avance  $v^{\parallel}$  autour de la direction  $\hat{\eta}$ .

**Lemme 5.2.2** *Considérons la dynamique (5.10) et supposons que la cible est visible dans l'angle solide spécifié  $\mathcal{W}^2$ . Choisissons  $k_P$  et  $k_D$  tels que*

$$\frac{2}{3} \left( \left| \frac{a}{bc(\theta_v) + cs(\theta_v)} \right| + \lambda \left| \frac{bc(\theta_v) + cs(\theta_v)}{a} \right| \right) > \frac{k_D}{k_P} > \lambda \left| \frac{bc(\theta_v) + cs(\theta_v)}{a} \right| \quad (5.13)$$

*Alors, pour toute condition initiale telle que  $d(0) = d_0 > 0$ , la trajectoire en boucle fermée existe à tout instant et satisfait  $d(t) > 0, \forall t$ . De plus,  $d(t)$  converge asymptotiquement vers  $\chi d^*$ .*

**Preuve :** L'équation (5.10) peut être réécrite de la façon suivante

$$m\ddot{d} = -k'_P\omega^*\frac{d - \bar{d}^*}{d} - k'_D\frac{\dot{d}}{\bar{d}} \quad (5.14)$$

où  $k'_P = k_P\gamma, k'_D = k_D\delta$  et  $\bar{d}^* = \chi d^*$ . En utilisant la condition (5.13), il est facile de vérifier que  $k'_P, k'_D, \bar{d}^* > 0$ . Par conséquent, l'application directe de la Proposition 5.2.1 montre le résultat.  $\square$

Remarquons que la contrainte (5.13) montre que  $|a/(bc(\theta_v) + cs(\theta_v))|$  doit être plus grand que  $\sqrt{\lambda/2}$ . Ainsi, pour assurer à la fois la visibilité du plan cible et la stabilité du système, les angles  $\tilde{\alpha}_e$  et  $\tilde{\alpha}_a$  doivent être suffisamment faibles. Par exemple, si  $\tilde{\alpha}_a = 0$ ,

on montre que  $|\tilde{\alpha}_e|$  doit être plus petit que  $(\pi/2 - \theta_0)$  (où  $\theta_0$  correspond à la demi-ouverture de  $\mathcal{W}^2$ ) et  $\arctan(\sqrt{2/\lambda})$ . Le résultat du lemme montre également que si les gains sont choisis tels que  $k_D/k_P = \sqrt{2\lambda}$ , alors l'algorithme de commande est stable pour toutes les orientations possibles du terrain. Cependant, comme  $\lambda$  est très faible pour des petites ouvertures ( $\theta_0$  faible), cela implique que l'amortissement doit être choisi très grand par rapport au gain proportionnel. Un tel choix entraînerait de très mauvaises performances de l'algorithme et n'est donc pas souhaitable.

### 5.2.3 Robustesse à la mesure du flot optique normal

Le flot optique normal (analogue au flot optique divergent)  $w^\perp$  est généralement dominé par le flot optique longitudinal  $w^\parallel$ . Cela se voit simplement sur la matrice  $\Lambda$  (voir l'annexe A)

$$\Lambda = \frac{\pi (\sin \theta_0)^4}{4} \begin{pmatrix} \frac{1}{\lambda} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda} & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

où  $\lambda < 1/3$  est très faible pour les petites ouvertures. Si les vitesses normale et horizontale sont égales, le rapport entre le flot normal et le flot longitudinal est donc de l'ordre de  $2\lambda < 2/3$ . Par exemple, pour une demi-ouverture  $\theta_0 = 20^\circ$ , ce rapport vaut  $0.063 \ll 1$ , ce qui est en effet très faible. Une solution à ce problème consiste à ajouter un second terme d'amortissement à la commande.

**Proposition 5.2.3** *Considérons un véhicule volant au voisinage d'une surface plane dont la normale  $\eta$  est connue. Supposons que ce véhicule se déplace dans une direction parallèle à ce plan avec une vitesse de référence constante  $v^* > 0$ . Supposons de plus qu'une consigne de distance  $d^*$  est donnée. Considérons la dynamique du véhicule (5.1) projetée sur la direction  $\eta$  normale au plan*

$$m\dot{v}^\perp = -u^\perp + mg \langle e_3, \eta \rangle$$

où  $v^\perp = \langle v, \eta \rangle$  et  $u^\perp = \langle u, \eta \rangle$ . Choisissons  $u^\perp$  comme suit

$$u^\perp = k_P \left( \frac{\langle w^\parallel, v^\parallel \rangle}{\|v^\parallel\|} - \omega^* \right) + k_{D_1} w^\perp - k_{D_2} \left( \frac{\langle w^\parallel, v^\parallel \rangle}{\|v^\parallel\|} \right)^2 \left( \zeta - \frac{\langle w^\parallel, v^\parallel \rangle}{\|v^\parallel\|} \right) + mg \langle e_3, \eta \rangle \quad (5.15)$$

$$\dot{\zeta} = -k_\zeta \left( \zeta - \frac{\langle w^\parallel, v^\parallel \rangle}{\|v^\parallel\|} \right) \quad (5.16)$$

où  $k_\zeta$ ,  $k_P$ ,  $k_{D_1}$  et  $k_{D_2}$  sont des paramètres positifs,  $w^\parallel = \pi_\eta w$ ,  $w^\perp = \langle w, \eta \rangle$  et  $\omega^* = v^*/d^*$ . Alors, pour toute condition initiale telle que  $d(0) = d_0 > 0$ , la trajectoire en boucle fermée existe à tout instant et satisfait  $d(t) > 0$ ,  $\forall t$ . De plus,  $d(t)$  converge asymptotiquement vers  $d^*$ .

**Preuve :** La preuve est similaire à la preuve de la Proposition 5.2.1 en considérant la fonction de Lyapunov suivante

$$\mathcal{L} = \frac{m}{2} \dot{d}^2 + k_P v^* g\left(\frac{d}{d^*}\right) + \frac{k_{D_2}}{2} v^* \left( \zeta - \frac{\langle w^\parallel, v^\parallel \rangle}{\|v^\parallel\|} \right)^2 \geq 0$$

où,

$$\begin{aligned} g : \mathbb{R}_+^* &\longrightarrow \mathbb{R}_+ \\ u &\longmapsto u - \ln u - 1 \end{aligned}$$

□

Remarquons que le terme additionnel peut être vu comme un terme proportionnel à la dérivée filtrée de  $\langle w^\parallel, v^\parallel \rangle / \|v^\parallel\| = v^*/d$ . Le rôle du terme additionnel consiste donc à fournir un second terme d'amortissement lorsque le flot optique longitudinal  $w^\parallel$  est dominant. Ainsi, si le flot optique normal  $w^\perp$  vérifie  $|w^\perp| \ll |\langle w^\parallel, v^\parallel \rangle| / \|v^\parallel\|$ , le second terme devient prédominant.

### 5.3 Suivi de terrain avec plusieurs directions d'observation

Dans cette section, une généralisation du contrôleur précédent est présentée en utilisant plusieurs directions d'observation. En effet, les travaux existants ont montré la nécessité d'observer l'environnement dans plusieurs directions afin d'accomplir des tâches complexes telles que le suivi de couloir [Serres 08, Humbert 10], le suivi de reliefs pentus [Ruffier 08] ou l'évitement d'obstacles [Yuan 09, Beyeler 09b].

Pour être le plus général possible, on supposera que la normale aux plans observés est inconnue. Cependant, on supposera qu'une direction d'observation  $\hat{\eta}$  est toujours proche de la normale  $\eta$  au plan observé dans cette direction. Quand  $\hat{\eta}$  est proche de  $\eta$ , on peut montrer que (voir l'équation (3.11))

$$\hat{R}_t \Lambda^{-1} \hat{\Lambda} \hat{R}_t^\top \cong \cos(\langle \eta, \hat{\eta} \rangle) I_3 \quad (5.17)$$

L'approche proposée dans cette section consiste à développer la commande en se basant sur l'hypothèse que l'approximation (5.17) est toujours vraie. Ainsi, à partir de (3.11), on considérera  $\hat{w} = v/\rho$  avec  $\rho = d/\cos(\langle \eta, \hat{\eta} \rangle)$ . Dans un second temps, l'analyse de robustesse aux erreurs de modèle du système en boucle fermée sera effectuée dans le paragraphe 5.3.3. Pour la prochaine partie, on supposera

$$\hat{w} \cong \frac{v}{\rho} + \text{bruit} \quad (5.18)$$

### 5.3.1 Approche générale et notion de *pseudo distance*

Le problème considéré est la stabilisation d'une *pseudo distance*  $d$  autour d'une consigne  $d^*$  tout en garantissant la non-collision. Les mesures du flot optique moyen dans  $n$  directions non-colinéaires sont considérées. Soit  $\hat{\eta}_i$  la  $i$ ème direction d'observation et  $\hat{w}_i = v/\rho_i$  (5.18) le flot optique moyen associé à cette direction. Remarquons que les directions  $\hat{\eta}_i$  peuvent pointer vers différents obstacles (une direction vers le sol et une autre vers un mur par exemple) et que  $\hat{\eta}_i$  ne coïncide pas nécessairement avec la normale  $\eta_i$  au plan observé dans cette direction ( $\hat{\eta}_i \neq \eta_i$ ).

Définissons  $\beta$  comme le vecteur unitaire colinéaire à la somme de toutes les directions d'observation  $\hat{\eta}_i$  pondérées par leur flot optique  $\hat{w}_i$  associé. Soit

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^n \|\hat{w}_i\| \hat{\eta}_i}{\|(\sum_{i=1}^n \|\hat{w}_i\| \hat{\eta}_i)\|} = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{\eta}_i / \rho_i}{\|\sum_{i=1}^n \hat{\eta}_i / \rho_i\|} \quad (5.19)$$

Notons qu'une direction  $\hat{\eta}_i$  pour laquelle l'obstacle observé engendre un flot optique moyen plus grand et, par conséquent, est plus près de la caméra, a un plus grand poids que les autres. La direction  $\beta$  est donc dirigée vers les obstacles les plus proches. A partir des mesures, on extrait également le flot optique moyen suivant

$$w_\beta = \sum_{i=1}^n \langle \hat{\eta}_i, \beta \rangle \hat{w}_i \quad (5.20)$$

Ce que représente  $w_\beta$  n'est pas évident. Néanmoins, en développant  $w_\beta$  à partir de (5.18) et (5.19), on obtient

$$w_\beta = \sum_{i=1}^n (\hat{\eta}_i^\top \beta) \frac{v}{\rho_i} = \left( \sum_{i=1}^n \frac{\hat{\eta}_i^\top \beta}{\rho_i} \right) v = \left( \left\| \sum_{i=1}^n \hat{\eta}_i / \rho_i \right\| \beta^\top \beta \right) v = \frac{v}{d}$$

où  $d = \|\sum_{i=1}^n \hat{\eta}_i / \rho_i\|^{-1}$  est appelée la *pseudo distance*.  $w_\beta$  peut être interprété comme le flot optique moyen mesuré dans la direction  $\beta$  en utilisant une seule caméra qui observe un obstacle virtuel dont la distance avec la caméra est  $d$ . On définit 2 composantes de  $w_\beta$  qu'on nomme le flot optique normal  $w_\beta^\perp$  et le flot optique longitudinal  $w_\beta^\parallel$  comme il suit

$$w_\beta^\perp = \langle \beta, w_\beta \rangle \quad (5.21)$$

$$w_\beta^\parallel = \pi_\beta w_\beta \quad (5.22)$$

De façon analogue à la section précédente, la stratégie proposée consiste à appliquer une commande  $u$  qui permet la régulation du flot optique longitudinal vers une constante  $\omega^*$  tout en maintenant la norme de la vitesse d'avance  $v^\parallel = \pi_\beta v$  à une valeur constante  $v^*$ . Notons  $v^r$  la vitesse d'avance désirée perpendiculaire à  $\beta$ . Comme sa norme est supposée constante ( $\|v^r\| = v^* > 0$ ), seule son orientation est fonction

du temps du fait de la variation de  $\beta$  avec le temps ( $v^r = \pi_\beta v^r$ ). On définit alors  $\Omega_v$  comme la vitesse angulaire de la vitesse de référence  $v^r$  telle que  $\langle \Omega_v, v^r \rangle = 0$ . Ainsi,

$$\dot{v}^r = \frac{dv^r}{dt} = \Omega_v \times v^r$$

On a également

$$\dot{\beta} = \Omega_v \times \beta$$

Avec les objectifs définis ci-dessus, le contrôleur est divisé en 2 parties. Le premier contrôleur assure la régulation de  $(v - v^r)$  dans le plan normal à  $\beta$  :

$$u^\parallel = k_v (v^\parallel - v^r) - m\pi_\beta (\Omega_v \times v) + mg\pi_\beta e_3 \quad (5.23)$$

où  $v^\parallel = \pi_\beta v$  et  $k_v$  est un paramètre positif. Le second contrôleur a pour but de réguler le flot optique longitudinal  $w_\beta^\parallel$  autour d'une consigne constante  $\omega^*$  en utilisant le flot optique normal  $w^\perp$  comme terme d'amortissement :

$$u^\perp = k_P \left( \frac{\langle w_\beta^\parallel, v^\parallel \rangle}{\|v^\parallel\|} - \omega^* \right) + k_D w_\beta^\perp - m\langle \Omega_v \times v, \beta \rangle + mg\langle e_3, \beta \rangle \quad (5.24)$$

où  $k_D$  et  $k_P$  sont des paramètres positifs. Comme la vitesse d'avance doit toujours rester proche de la référence  $v^r$  pour garantir la bonne détection du flot optique, le gain de commande  $k_v$  doit être choisi tel que  $k_v \gg k_P, k_D$ . Le terme  $\Omega_v \times v$  est utilisé pour compenser les variations de  $v^r$ . Remarquons que si la régulation est atteinte,  $\left| \frac{\langle w_\beta^\parallel, v^\parallel \rangle}{\|v^\parallel\|} \right| \equiv \omega^*$ . Cela signifie que si  $\left| \frac{\langle w_\beta^\parallel, v^\parallel \rangle}{\|v^\parallel\|} \right|$  converge vers  $\omega^*$ ,  $d$  converge vers  $d^* = v^*/\omega^*$ .

En incorporant ces deux contrôleurs (5.23-5.24) dans la dynamique (5.1), on obtient

$$m \frac{d}{dt} (v^\parallel - v^r) = -k_v (v^\parallel - v^r) + m\Omega_v \times (v^\parallel - v^r) \quad (5.25)$$

$$m \frac{d}{dt} v^\perp = -k_P \left( \frac{\langle w_\beta^\parallel, v^\parallel \rangle}{\|v^\parallel\|} - \omega^* \right) - k_D w_\beta^\perp \quad (5.26)$$

où  $v^\perp = \langle v, \beta \rangle$  et  $v^\parallel = \pi_\beta v$ . La stabilité du système (5.25) est évidente. Notons cependant que  $v^r$  n'est pas contraint et peut être choisi librement dans le plan perpendiculaire à  $\beta$ . Si aucune tâche de haut niveau (navigation GPS, *etc.*) n'est planifiée pour le vol, un choix naturel est d'orienter la direction de déplacement  $v^r$  afin que  $\langle v^r, \beta \rangle = 0$ , sans tourner autour de  $\beta$ . Cela signifie que  $\Omega_v$  est choisie de sorte que  $\langle v^r, \beta \rangle = 0$  et  $\langle \Omega_v, \beta \rangle = 0, \forall t \geq 0$ . Dans ce cas, lorsque la régulation de  $v^\parallel$  vers  $v^r$  est atteinte, la vitesse d'avance  $v^\parallel$  ne varie plus dans le plan normal à  $\beta$  :

$$\pi_\beta \frac{d}{dt} (v^\parallel - v^r) \equiv \pi_\beta \frac{dv^\parallel}{dt} \equiv 0$$

La trajectoire du véhicule suit alors une géodésique de la surface définie par  $d = d^*$ . En outre, l'équation (5.26) montre que l'approche générale avec plusieurs directions d'observation est en accord avec la stratégie n'en utilisant qu'une seule. Cependant, contrairement au cas précédent,  $v^\perp$  est généralement différente de  $-\dot{d}$ . Cela signifie que la stabilité du système n'est pas garantie par la Proposition 5.2.1. Néanmoins on peut montrer que lorsque la régulation de la vitesse d'avance est atteinte ( $v^\parallel \equiv v^r$ ), la dynamique du système dans la direction opposée au gradient de  $d$  peut s'écrire

$$m\dot{v}_d = m \frac{dv_d}{dt} = k_P \omega^* \gamma(t) \left( 1 - \frac{d^*}{d} \chi(t) \right) - k_D \frac{v_d}{d} \quad (5.27)$$

où  $v_d = -\dot{d} / \|\nabla d\|$  dénote la vitesse du véhicule dans la direction opposée au gradient de  $d$  et

$$\gamma(t) = -\frac{\langle \beta, \nabla d \rangle}{\|\nabla d\|} > 0 \quad (5.28)$$

$$\chi(t) = \left( 1 - \frac{1}{v^*} \frac{\langle v^r, \nabla d \rangle k_D}{\langle \beta, \nabla d \rangle k_P} \right) \quad (5.29)$$

Il est alors facile de vérifier qu'il existe un jeu de gains  $(k_P, k_D)$  tel que  $\gamma(t)$  et  $\chi(t)$  sont des fonctions du temps positives et bornées. Avant d'analyser la robustesse du schéma de contrôle proposé, quelques exemples illustratifs sont traités.

**Remarque 5.3.1** Le contrôleur présenté ici permet d'atteindre une *pseudo distance* désirée  $d^*$  à condition que la vitesse d'avance soit également régulée à une valeur constante  $v^*$ . Cependant, il peut également être intéressant d'asservir  $d$  même si la vitesse d'avance n'est pas constante. Pour cela, il suffit d'extraire  $1/d$  à partir de  $w_\beta^\parallel$  et de considérer le contrôleur suivant :

$$u^\perp = k_P \left( \frac{\langle w_\beta^\parallel, v^\parallel \rangle}{\|v^\parallel\|^2} - \frac{1}{d^*} \right) + k_D w_\beta^\perp - m \langle \Omega_v \times v, \beta \rangle + m \langle g_{e_3}, \beta \rangle$$

On vérifie aisément que

$$\frac{\langle w_\beta^\parallel, v^\parallel \rangle}{\|v^\parallel\|^2} = \frac{1}{d}$$

La dynamique résultante est équivalente au facteur  $v^*$  près. △

## 5.3.2 Exemples illustratifs

### Évitement de coin 3-D

Le problème décrit dans ce paragraphe est d'éviter le coin d'une pièce pendant la tâche de suivi de terrain. On suppose que 3 directions d'observation  $\eta_1, \eta_2$  et  $\eta_3$  pointent

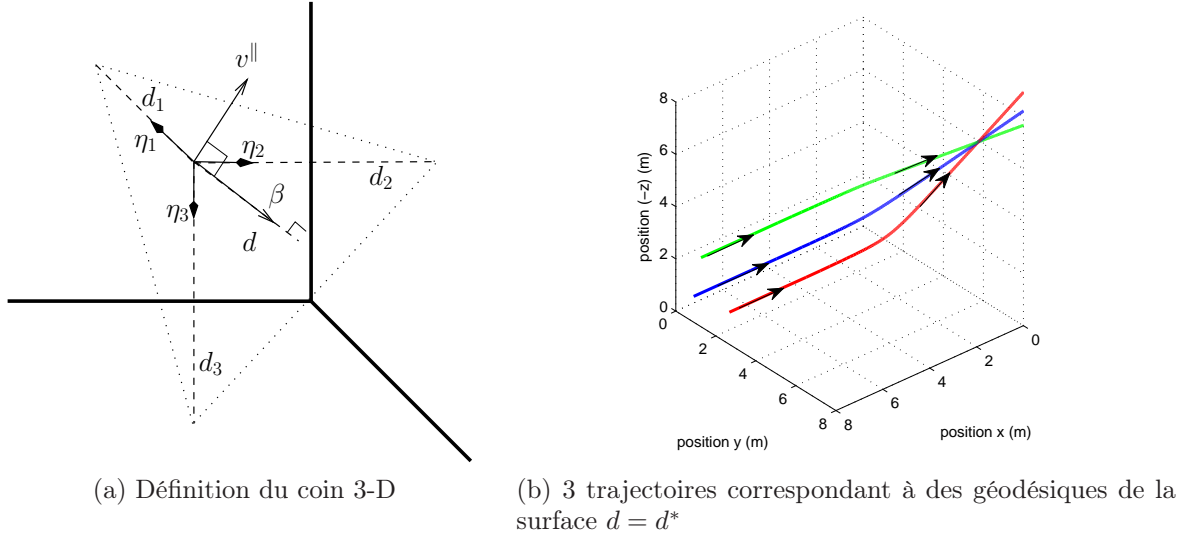


FIGURE 5.2 – Evitement de coin 3-D

dans la direction normale aux 3 plans perpendiculaires du coin (Figure 5.2a). A partir des équations (5.19) et (5.20), il est immédiat de vérifier que

$$\beta = \left( \frac{d}{d_1}, \frac{d}{d_2}, \frac{d}{d_3} \right)^\top \quad (5.30)$$

$$w_\beta = \frac{v}{d} \quad (5.31)$$

où  $d_1$ ,  $d_2$  et  $d_3$  sont les 3 distances minimales entre le véhicule et les 3 obstacles ; et

$$d = \frac{d_1 d_2 d_3}{\sqrt{(d_1 d_2)^2 + (d_1 d_3)^2 + (d_2 d_3)^2}} \quad (5.32)$$

$d$  représente la distance du véhicule avec le plan virtuel défini par les 3 distances  $d_1$ ,  $d_2$  et  $d_3$  (voir Figure 5.2a). On remarque que  $d_i > d$ ,  $\forall i$ . On constate également que lorsqu'une distance  $d_i$  est très faible par rapport aux autres, alors,  $d \cong d_i$ . La figure 5.2b représente 3 trajectoires possibles. Elles correspondent à des géodésiques de la surface définie par  $d = d^*$  avec  $d^* = 0.2\text{m}$ . Seule la position initiale du véhicule diffère entre ces 3 courbes.

Remarquons que la fonction  $d$  est définie par rapport à un plan virtuel qui lui-même dépend de la géométrie locale et de la position du véhicule. Par conséquent, la *pseudo distance*  $d$  est une fonction extrêmement non-linéaire de la position. En particulier, les gradients de  $d$  et  $\beta$  ne sont pas colinéaires. Après calcul, on vérifie que

$$\nabla d = - \left( \left( \frac{d}{d_1} \right)^3, \left( \frac{d}{d_2} \right)^3, \left( \frac{d}{d_3} \right)^3 \right)^\top \quad (5.33)$$



alors que  $\beta$  est donné par l'équation (5.30). A partir de la dynamique du système (5.1) dans la direction  $\beta$  et la loi de commande (5.24), on obtient :

$$m\dot{v}^\perp = -k_D \frac{v^\perp}{d} - k_P \left( \frac{\|v^\perp\|}{d} - \omega^* \right) \quad (5.34)$$

où  $\dot{v}^\perp = dv^\perp/dt$ . Soit  $v_d$  la vitesse du véhicule dans la direction opposée à  $\nabla d$  :

$$v_d = -\frac{\langle v, \nabla d \rangle}{\|\nabla d\|} = -\frac{\dot{d}}{\|\nabla d\|}$$

Lorsque la régulation de la vitesse d'avance est atteinte, la dynamique du système dans cette direction peut s'écrire comme suit :

$$m\dot{v}_d = m \frac{dv_d}{dt} = k_P \omega^* \gamma \left( 1 - \frac{d^*}{d} \chi \right) - k_D \frac{v_d}{d} \quad (5.35)$$

où

$$\gamma = -\frac{\langle \beta, \nabla d \rangle}{\|\nabla d\|} > 0$$

$$\chi = \left( 1 - \frac{1}{v^*} \frac{\langle v^r, \nabla d \rangle}{\langle \beta, \nabla d \rangle} \frac{k_D}{k_P} \right)$$

Les gains  $k_P$  et  $k_D$  doivent être choisis de sorte que la fonction  $\chi$  soit bornée et positive. On peut montrer numériquement que  $\gamma > 0.9$  pour toutes les configurations. Ceci garantit que la direction  $\beta$  reste toujours proche de la direction opposée à  $\nabla d$  et que le contrôleur agit dans une direction toujours proche de la direction opposée à  $\nabla d$ .

## Evitement de coin 2-D

Le problème est d'éviter le coin d'une pièce ou un obstacle frontal pendant la tâche de suivi de terrain. On suppose que 2 directions d'observation  $\eta_1$  et  $\eta_2$  pointent dans la direction normale aux 2 plans perpendiculaires du coin (Figure 5.3a). A partir des équations (5.19) et (5.20), il est immédiat de vérifier que

$$\beta = \left( \frac{d}{d_1}, \frac{d}{d_2}, 0 \right)^\top \quad (5.36)$$

$$w_\beta = \frac{v}{d} \quad (5.37)$$

où  $d_1$  et  $d_2$  sont les 2 distances minimales entre le véhicule et les 2 obstacles ; et

$$d = \frac{d_1 d_2}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2}} \quad (5.38)$$

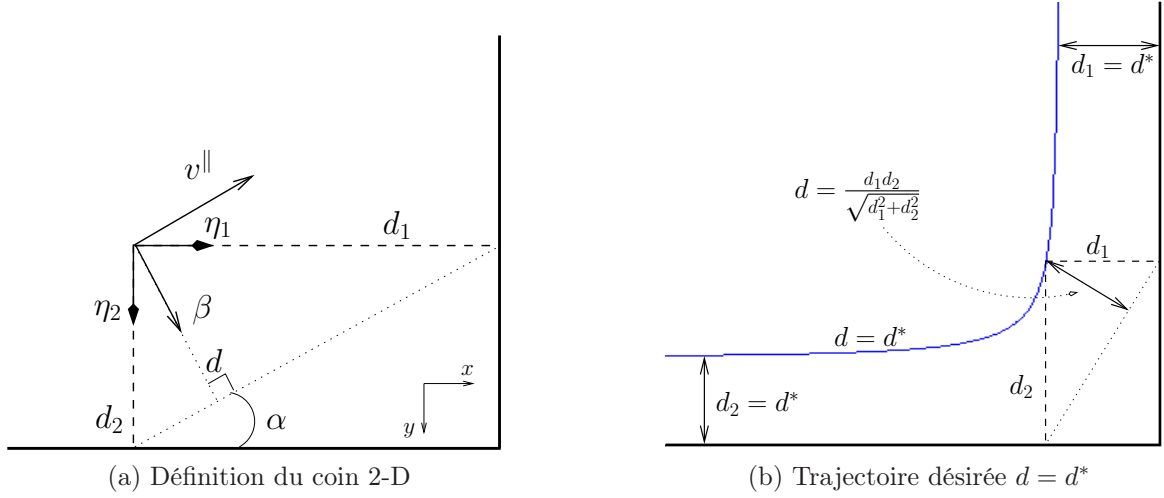


FIGURE 5.3 – Evitement de coin 2-D

$d$  représente la distance du véhicule avec le plan virtuel défini par les 2 distances  $d_1$  et  $d_2$  (voir Figure 5.3a). A partir de l'expression de  $d$  (5.32), on remarque que le cas 2-D est bel et bien un cas particulier du cas 3-D lorsque  $d_3 \rightarrow \infty$ . La figure 5.3b représente la trajectoire désirée  $d = d^*$ . Après calcul, on vérifie également que

$$\nabla d = - \left( \left( \frac{d}{d_1} \right)^3, \left( \frac{d}{d_2} \right)^3, 0 \right)^\top \quad (5.39)$$

alors que  $\beta$  est donnée par l'équation (5.36). De la même façon que dans le cas 3-D, lorsque la régulation de la vitesse d'avance est atteinte, la dynamique du système dans la direction opposée à  $\nabla d$  s'écrit

$$m\dot{v}_d = k_P \omega^* \gamma \left( 1 - \frac{d^*}{d} \chi \right) - k_D \frac{v_d}{d} \quad (5.40)$$

avec la même définition pour  $v_d$ ,  $\gamma$  et  $\chi$ . Soit  $\alpha'$  l'angle défini par  $\tan \alpha' = \tan(\alpha)^3$ . Alors, dans le cas 2-D,  $\gamma$  et  $\chi$  peuvent également s'écrire

$$\begin{aligned} \gamma &= \cos(\alpha - \alpha') > 0 \\ \chi &= \left( 1 + \tan(\alpha - \alpha') \frac{k_D}{k_P} \right) \end{aligned}$$

Les gains  $k_P$  et  $k_D$  doivent être choisis de sorte que  $\chi$  soit positive. On peut théoriquement montrer que  $\gamma \geq 2\sqrt{2}/3$  ( $\gamma > 0.94$ ) pour toutes les configurations. Ceci garantit que la direction  $\beta$  reste toujours proche de la direction opposée à  $\nabla d$  et donc que le contrôleur agit dans une direction toujours proche de la direction opposée à  $\nabla d$ .

**Preuve :** Preuve que  $\gamma(d_1, d_2) \geq \frac{2\sqrt{2}}{3}$ ,  $\forall (d_1, d_2)$ .

A partir des équations (5.36), (5.39) et des expressions de  $d$  et  $\gamma$ , on vérifie aisément que

$$\gamma(d_1, d_2) = \frac{d_1^4 + d_2^4}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2} \sqrt{d_1^6 + d_2^6}}$$

Notons  $d_2 = rd_1$ ,  $r \in \mathbb{R}_+$ . Il est alors immédiat de vérifier que

$$\gamma(d_1, d_2) = \gamma(r) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{r(1-r^2)}{1+r^4}\right)^2}}$$

Par conséquent, trouver le minimum de la fonction  $\gamma$  revient à trouver les extremums de la fonction

$$\begin{aligned} g : \mathbb{R}_+ &\longrightarrow \mathbb{R} \\ r &\longmapsto \frac{r(1-r^2)}{1+r^4} \end{aligned}$$

Remarquons que  $g(r) = -g(1/r)$ . Pour déterminer les extremums de  $g$ , on calcule sa dérivée.  $g$  admet un extremum en  $r_0$  si  $g'(r_0) = 0$ . On montre ainsi qu'il suffit de résoudre l'équation

$$r^6 - 3r^4 - 3r^2 + 1 = (r^2 + 1)(r^2 - (2 + \sqrt{3}))(r^2 - (2 - \sqrt{3})) = 0$$

Il existe donc deux extremums aux points  $r_1 = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$  et  $r_2 = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$  ( $r_2 = 1/r_1$ ). Après quelques calculs fastidieux, on peut vérifier que

$$\gamma(r_1) = \gamma(r_2) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

□

## Suivi de couloir

Le problème considéré ici est le suivi de couloir. On suppose que 2 directions d'observation  $\eta_1$  et  $\eta_2$  pointent dans la direction normale aux 2 plans parallèles du couloir (Figures 5.4a et 5.4b). Notons au passage que  $\eta_2 = -\eta_1$ . A partir des équations (5.19) et (5.20), il est facile de vérifier que

$$\beta = \frac{d_2 - d_1}{|d_1 - d_2|} \eta_1 = \text{signe}(d_2 - d_1) \eta_1 \quad (5.41)$$

$$w_\beta = \frac{v}{d} \quad (5.42)$$

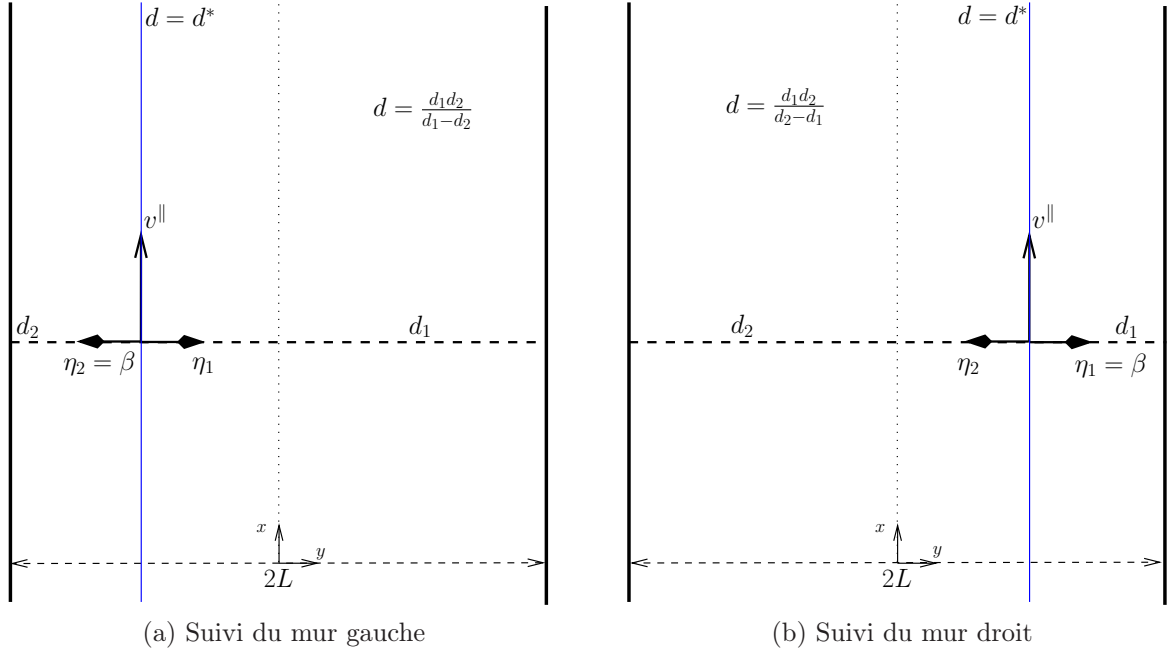


FIGURE 5.4 – Suivi de couloir

où  $d_1$  et  $d_2$  sont les 2 distances minimales entre le véhicule et les 2 obstacles ; et

$$d = \frac{d_1 d_2}{|d_1 - d_2|} \quad (5.43)$$

On peut vérifier qu'il existe deux trajectoires possibles pour une même consigne  $d^*$  :

$$d_1 = (L + d^*) - \sqrt{L^2 + (d^*)^2} \quad \text{et} \quad d_2 = (L + d^*) + \sqrt{L^2 + (d^*)^2} \quad (5.44)$$

où  $L$  est la demi largeur du couloir. Ces deux trajectoires sont symétriques par rapport au centre du couloir. Lorsque le couloir est très étroit, c'est-à-dire lorsque  $L \ll d^*$ , on remarque que le véhicule navigue près du centre du couloir ( $d_1 \cong L$  ou  $d_2 \cong L$ ). Au contraire, lorsque le couloir est très large, c'est-à-dire lorsque  $L \gg d^*$ , on remarque que le contrôleur se comporte comme s'il n'y avait qu'un seul mur ( $d_1 \cong d^*$  ou  $d_2 \cong d^*$ ). On peut voir cela d'une autre manière en remarquant que  $d_1 \gg d_2 \Rightarrow d \cong d_2$  et  $d_2 \gg d_1 \Rightarrow d \cong d_1$ .

Il est certain que ces résultats sont inhérents à la méthode générale développée dans cette section et qu'une autre méthode aurait pu mener à des résultats différents. Néanmoins, on constate une certaine cohérence de cette approche avec les méthodes développées dans les travaux antérieurs et avec ce qui a été observé chez les insectes. Même si le comportement de centrage a pu être observé chez les insectes [Kirchner 89], on a pu montrer que ce comportement n'était pas systématique et que les insectes peuvent en fait suivre l'un des deux murs [Serres 07, Ruffier 07]. Des contrôleurs basés sur l'une des deux hypothèses ont été élaborés et expérimentés sur des robots mobiles

[SantosVictor 95, Humbert 10] ou des aéroglisseurs [Humbert 05a, Serres 08]. Notre approche montre également qu'en fonction du rapport entre la largeur  $L$  du couloir et la distance désirée  $d^*$ , les deux comportements sont possibles. Ainsi, si le couloir est étroit ( $L/d^* \ll 1$ ), le véhicule se centre. Au contraire, si le couloir est large ( $L/d^* \gg 1$ ), le véhicule suit l'un des deux murs du couloir.

Après calcul, on vérifie également que le gradient de  $d$  s'écrit

$$\nabla d = -\frac{d_1^2 + d_2^2}{(d_1 - d_2)^2} \beta \quad (5.45)$$

De la même façon que précédemment, lorsque la régulation de la vitesse d'avance est atteinte, la dynamique du système dans la direction opposée à  $\nabla d$  s'écrit

$$m\dot{v}_d = k_P \omega^* \left(1 - \frac{d^*}{d}\right) - k_D \frac{v_d}{d} \quad (5.46)$$

avec la même définition pour  $v_d$ . Ici, le contrôleur agit toujours dans la direction opposée à  $\nabla d$ .

### 5.3.3 Robustesse aux incertitudes

#### Incertitudes sur la dynamique de la *pseudo distance*

Dans ce paragraphe, une analyse de la robustesse du contrôleur précédent est réalisée. Plus précisément, on s'intéresse au fait que  $v^\perp \neq -\dot{d}$  lorsqu'on utilise plusieurs directions d'observation. Dans la partie précédente, on a vu que la dynamique de  $v_d = -\dot{d}/\|\nabla d\|$  peut s'écrire de différentes façons (5.35), (5.40), (5.46). De manière plus générale, on a montré qu'il est possible de choisir un jeu de gains ( $k_P, k_D$ ) tel que la dynamique du système dans la direction opposée au gradient de  $d$  s'écrit (5.27) :

$$m\dot{v}_d = m \frac{dv_d}{dt} = k_P \omega^* \gamma(t) \left(1 - \frac{d^*}{d} \chi(t)\right) - k_D \frac{v_d}{d}$$

où  $v_d = -\dot{d}/\|\nabla d\|$  est la vitesse du véhicule dans la direction opposée au gradient de  $d$ .  $\gamma$  et  $\chi$  sont des fonctions du temps positives et bornées. L'analyse de stabilité de ce système non-linéaire à paramètres variants dans le temps n'est pas évidente. Cependant, sa robustesse peut être analysée dans certains cas. Le théorème suivant montre que lorsque les paramètres  $\gamma$ ,  $\chi$  et  $\|\nabla d\|$  sont positifs et bornés, alors il existe un attracteur global pour le système.

**Théorème 5.3.2** *Considérons le système suivant*

$$m\dot{v}_d = m \frac{dv_d}{dt} = k_P \omega^* \gamma(t) \left(1 - \frac{d^*}{d} \chi(t)\right) - k_D \delta(t) \frac{v_d}{d} \quad (5.47)$$

où  $v_d = -\dot{d}/\|\nabla d\|$  et supposons que  $\|\nabla d\|$  est borné sur tout l'espace. Supposons également que  $\gamma$ ,  $\chi$  et  $\delta$  sont des fonctions positives et bornées du temps, et définissons les paramètres suivants :

$$\begin{aligned}\underline{d} &= d^* \chi_{\min} \\ \bar{d} &= d^* \chi_{\max}\end{aligned}$$

et,

$$\begin{aligned}\mu^+ &= \frac{k_P}{k_D} \frac{(\gamma\chi)_{\max}}{\delta_{\min}} v^*, & \bar{\bar{d}} &= \bar{d} \exp\left(\frac{m \|\nabla d\|_{\max}}{k_D \delta_{\min}} \mu^+\right) > \bar{d} \\ \mu^- &= -\frac{k_P}{k_D} \omega^* \frac{\gamma_{\max}}{\delta_{\min}} \bar{d}, & \underline{\underline{d}} &= \underline{d} \exp\left(\frac{m \|\nabla d\|_{\max}}{k_D \delta_{\min}} \mu^-\right) < \underline{d}\end{aligned}$$

Alors, pour toute condition initiale vérifiant  $d_0 > 0$ , la trajectoire en boucle fermée existe à chaque instant,  $d(t) > 0$  reste strictement positive et  $(d, \dot{d})$  reste borné. De plus, le domaine  $\mathcal{D}$  défini sur la Figure 5.5 représente l'attracteur global du système, ce qui signifie que  $\mathcal{D}$  est un sous-ensemble invariant de l'espace d'état  $(d, v_d)$  et que pour toute condition initiale  $(d_0 > 0, v_d(0))$ , il existe un instant  $T$  tel que  $(d, v_d) \in \mathcal{D}$  pour tout  $t > T$ .

**Preuve :** La preuve figure en annexe B. □

Le théorème 5.3.2 n'est applicable que lorsque le gradient de la *pseudo distance*  $\nabla d$  est borné, ce qui est le cas pour l'évitement de coin étudié dans la partie 5.3.2. En effet, dans le cas de l'évitement de coin 3-D, à partir de l'équation (5.33), on a

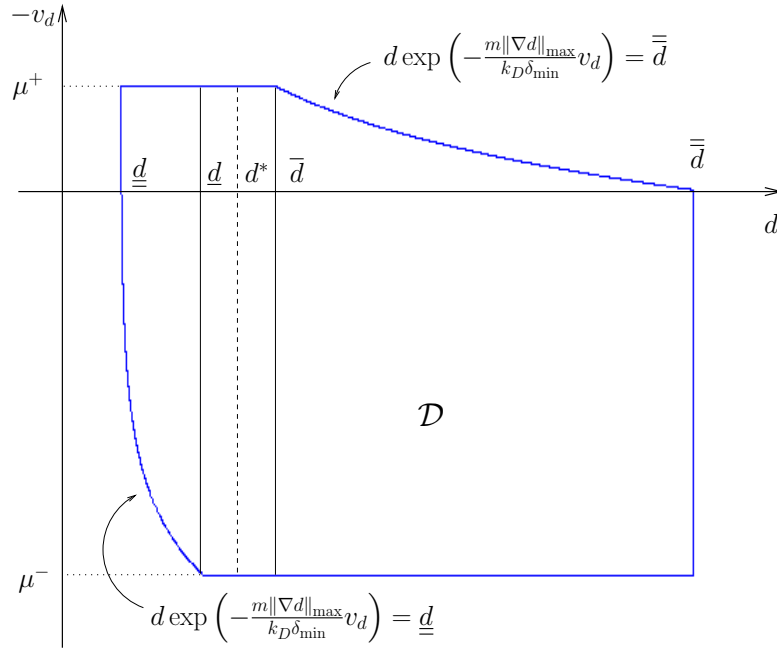
$$\|\nabla d\| = \sqrt{\left(\frac{d}{d_1}\right)^6 + \left(\frac{d}{d_2}\right)^6 + \left(\frac{d}{d_3}\right)^6} \leq \sqrt{3}$$

puisque  $d < d_i$  pour  $i \in \{1, 2, 3\}$ . Dans l'exemple du suivi de couloir, cela n'est pas le cas. En effet, avec l'équation (5.45), on a

$$\|\nabla d\| = \frac{d_1^2 + d_2^2}{(d_1 - d_2)^2}$$

Lorsque le véhicule se rapproche du centre du couloir,  $\|\nabla d\|$  tend donc vers l'infini. L'analyse de robustesse est plus délicate dans ce cas mais on peut montrer de façon similaire au Théorème 5.3.2 que la *pseudo distance*  $d(t)$  est minorée par un nombre strictement positif, ce qui signifie que  $d_1(t)$  et  $d_2(t)$  sont également minorées. Ceci prouve que la non-collision avec les murs du couloir est garantie.

**Remarque 5.3.3** Ce résultat montre la robustesse mais également les limites de notre contrôleur. Tant que les perturbations sont faibles, le système est stable autour du

FIGURE 5.5 – Attracteur global  $\mathcal{D}$ 

point d'équilibre et la *pseudo distance*  $d$  reste strictement positive. Au contraire, de fortes perturbations nécessitent de choisir des gains  $k_P$  et  $k_D$  plus élevés, sans quoi les paramètres  $\gamma$  ou  $\chi$  pourraient être négatifs ou relativement élevés et le véhicule pourrait rentrer en collision avec l'environnement. Cependant, il est bien connu que des gains élevés tendent à déstabiliser un système échantillonné comme le nôtre (voir chapitre 6). Un travail d'analyse des incertitudes du système est donc nécessaire afin de trouver un bon compromis entre performance et stabilité.  $\triangle$

### Autres incertitudes

- **Le bruit de mesure** peut être modélisé par une variable bornée  $N(t)$ , ce qui implique que  $w_\beta$  peut s'écrire :

$$w_\beta = \frac{v}{d} + N(t) \quad (5.48)$$

Soit  $N_1$  la composante de  $N$  dans la direction de  $v^\parallel$  et  $N_2$  la composante de  $N$  dans la direction  $\beta$ . Alors, en réitérant les développements précédents, il est facile de vérifier que la dynamique (5.27) du système dans la direction opposée au gradient de  $d$  peut se réécrire comme suit :

$$m\dot{v}_d = k_P \omega^* \gamma'(t) \left( 1 - \frac{d^*}{d} \chi'(t) \right) - k_D \frac{v_d}{d}$$

où

$$\begin{aligned}\gamma' &= \gamma - \frac{\gamma}{\omega^*} \left( N_1(t) + \frac{k_D}{k_P} N_2(t) \right) \\ \chi' &= \frac{\chi \gamma}{\gamma'}\end{aligned}$$

et le couple  $(\gamma, \chi)$  vérifie (5.28-5.29). Alors, en choisissant  $k_P$ ,  $k_D$  et  $\omega^*$  tels que  $\gamma'(t)$  soit positif et en appliquant le Théorème 5.3.2, pour toute condition initiale telle que  $d_0 > 0$ , la trajectoire en boucle fermée existe  $\forall t \geq 0$ ,  $d(t) > 0$  reste strictement positif et le couple  $(d, \dot{d})$  reste borné.

- **La vitesse d'avance**  $v^{\parallel}$  peut également avoir une influence sur le système si sa norme n'est pas constante  $\|v^{\parallel}\| \neq v^*$ . Néanmoins, si la vitesse d'avance est bornée :  $v_{\max} \geq \|v^{\parallel}\| \geq v_{\min} > 0$ , alors la dynamique du système dans la direction opposée au gradient de  $d$  peut s'écrire

$$m\dot{v}_d = k_P \omega^* \gamma(t) \left( 1 - \frac{d^*}{d} \chi'(t) \right) - k_D \frac{v_d}{d}$$

où

$$\chi'(t) = \chi \frac{\|v^{\parallel}\|}{v^*}$$

et le couple  $(\gamma, \chi)$  vérifie (5.28-5.29). Le Théorème 5.3.2 permet alors de conclure quant à la stabilité du système. Ce résultat montre en particulier qu'il n'est pas nécessaire de réguler la vitesse  $v^{\parallel}$ . En effet, il peut suffire d'assurer un déplacement minimum. Par exemple, si la vitesse n'est pas mesurée, il est possible dans certains cas d'appliquer une poussée constante dans la direction de déplacement désirée. Ceci assure un déplacement minimum et la force de trainée opposée au mouvement du véhicule limite la vitesse d'avance.

- **Les incertitudes sur l'environnement** peuvent jouer un rôle sur la dynamique du système. L'hypothèse que l'environnement est constitué d'une concaténation de surfaces planaires n'est en effet qu'une approximation. L'approche générale proposée dans cette section permet également d'analyser ces incertitudes. En effet, quelle que soit la forme du terrain, si on est capable de mesurer le flot optique moyen  $\hat{w}_i \cong v/\rho_i$  dans chaque direction d'observation  $\hat{\eta}_i$ , les développements de la partie 5.3.1 restent inchangés et la dynamique peut s'écrire comme l'équation (5.27) dans tous les cas.
- **Les erreurs de modèle sur la dynamique du véhicule** dues aux simplifications faites en début de chapitre peuvent encore être analysées de la même façon. La dynamique de translation du véhicule s'écrit de façon générale (voir l'équation 3.19)

$$\dot{\xi} = v, \quad m\dot{v} = -b(t)u + mge_3 + \Delta(t)$$



où  $b$  et  $\Delta$  correspondent respectivement à l'effet de sol et aux forces non modélisées. La dynamique du système dans la direction opposée au gradient de  $d$  peut alors s'écrire

$$m\dot{v}_d = k_P \omega^* \gamma'(t) \left( 1 - \frac{d^*}{d} \chi'(t) \right) - k_D \delta'(t) \frac{v_d}{d}$$

où

$$\begin{aligned} \gamma' &= b(t)\gamma - \frac{\gamma}{k_P \omega^*} \left( mg(b(t) - 1) \frac{\langle \nabla d, e_3 \rangle}{\langle \nabla d, \beta \rangle} - \langle \beta, \Delta \rangle \right) \\ \chi' &= \frac{\chi \gamma}{\gamma'} \\ \delta' &= b(t) \end{aligned}$$

et le couple  $(\gamma, \chi)$  vérifie (5.28-5.29). En choisissant  $k_P$ ,  $k_D$  et  $\omega^*$  tels que  $\gamma'(t)$ ,  $\chi'(t)$  et  $\delta'(t)$  soient positifs et en appliquant le Théorème 5.3.2, pour toute condition initiale telle que  $d_0 > 0$ , la trajectoire en boucle fermée existe  $\forall t \geq 0$ ,  $d(t) > 0$  reste strictement positif et le couple  $(d, \dot{d})$  reste borné.

- **Les erreurs de modèle** liées au calcul du flot optique sont les plus difficiles à analyser. S'il est possible de les étudier lorsqu'on ne considère qu'une direction d'observation dirigée vers un seul plan (voir la partie 5.2.2), lorsque plusieurs surfaces (non nécessairement planes) sont observées dans différentes directions de l'espace, la tâche est plus délicate. En effet, l'égalité  $\hat{w} = v/\rho$  (5.18) n'est pas vraie en général et les expressions de  $\beta$  (5.19) et  $w_\beta$  (5.20) peuvent donc être très complexes. Seule une étude en simulation peut alors permettre de vérifier que la dynamique du système dans la direction opposée au gradient de  $d$  s'écrit bel et bien

$$m\dot{v}_d = k_P \omega^* \gamma'(t) \left( 1 - \frac{d^*}{d} \chi'(t) \right) - k_D \delta'(t) \frac{v_d}{d}$$

avec  $\gamma'(t)$ ,  $\chi'(t)$  et  $\delta'(t)$  positifs et bornés pour un jeu de gain  $(k_P, k_D)$  bien choisi.

- **La robustesse à la mesure du flot optique normal** correspond à la même problématique que dans la section 5.2. Pour pallier le problème, il est possible de rajouter le même terme d'amortissement au contrôleur (5.24), c'est-à-dire le terme

$$-k_{D_2} \left( \frac{\langle w_\beta^\parallel, v^\parallel \rangle}{\|v^\parallel\|} \right)^2 \left( \zeta - \frac{\langle w_\beta^\parallel, v^\parallel \rangle}{\|v^\parallel\|} \right)$$

avec,

$$\dot{\zeta} = -k_\zeta \left( \zeta - \frac{\langle w_\beta^\parallel, v^\parallel \rangle}{\|v^\parallel\|} \right)$$

## 5.4 Résultats de simulation

Dans cette section, on présente quelques résultats de simulation pour différents exemples de suivi de terrain et d'évitement d'obstacles. De même que dans le chapitre précédent, on utilisera le simulateur 3-D développé lors de la thèse afin de simuler à la fois le calcul du flot optique dans un environnement complexe et la dynamique complète du drone. On définit préalablement les paramètres de simulation. La masse du véhicule est fixée à 0.85kg. L'ouverture de l'angle solide  $\mathcal{W}^2$  autour des différentes directions d'observation est fixée à  $\theta_0 = 20^\circ$  et on calcule le flot optique en 210 points repartis dans cette ouverture. La fréquence d'échantillonnage  $Fe = 15\text{Hz}$  du système de commande est fixée. Les autres paramètres sont définis selon les simulations effectuées par la suite.

### 5.4.1 Simulations avec une direction d'observation

#### Le terrain observé est connu

Dans ce paragraphe, on suppose que le terrain est connu, c'est-à-dire que son profil  $\eta(t)$  est connu. La direction d'observation peut donc être choisie  $\hat{\eta} = \eta(t)$ . On suppose également que la vitesse d'avance  $v^{\parallel}$  perpendiculaire à la direction d'observation  $\eta$  est régulée de sorte que  $\|v^{\parallel}\| = v^*$  en utilisant un régulateur linéaire classique. La loi de commande (5.3) appliquée dans la direction  $\eta$  est alors utilisée pour le suivi de terrain. Pour cette simulation, le véhicule se déplace dans le plan 2-D  $x - z$ . On considère le terrain représenté sur la première courbe de la figure 5.6 en trait rouge. La pente du terrain est de 25%, soit  $14^\circ$ . La consigne  $v^*$  vaut  $0.5\text{ms}^{-1}$  et  $\omega^*$  vaut  $0.1\text{s}^{-1}$ , ainsi  $d^* = 5\text{m}$ . La figure 5.6 montre le résultat obtenu. La première courbe de la figure représente la trajectoire du véhicule alors que la deuxième courbe représente le profil de la distance minimale  $d$  aux plans observés. Le résultat montre que la loi de commande est bel et bien performante et robuste durant les phases transitoires.

#### Le terrain observé est inconnu

Contrairement au paragraphe précédent, on suppose ici que le terrain est inconnu. La vitesse d'avance  $v^{\parallel}$  perpendiculaire à la direction d'observation  $\hat{\eta}$  est toujours supposée être régulée de sorte que  $\|v^{\parallel}\| = v^*$  et la loi de commande (5.9) est utilisée pour le suivi de terrain.

On se place dans les mêmes conditions que dans le paragraphe précédent, le véhicule se déplace dans le plan 2-D  $x - z$ , le profil du terrain est le même et les consignes  $v^* = 0.5\text{ms}^{-1}$  et  $\omega^* = 0.1\text{s}^{-1}$  sont fixées aux mêmes valeurs. La direction d'observation  $\hat{\eta}$  est toujours dirigée vers le bas ( $\hat{\eta} = e_3$ ). Cependant, on fait varier la pente du terrain entre  $19^\circ$  et  $56^\circ$  pour évaluer la robustesse du contrôleur lorsque le terrain est inconnu. Les résultats de la partie 5.2.2 montrent que si les gains  $k_P$  et  $k_D$  sont bien choisis, alors le système est stable quelle que soit la pente. On se place donc dans ces conditions. La

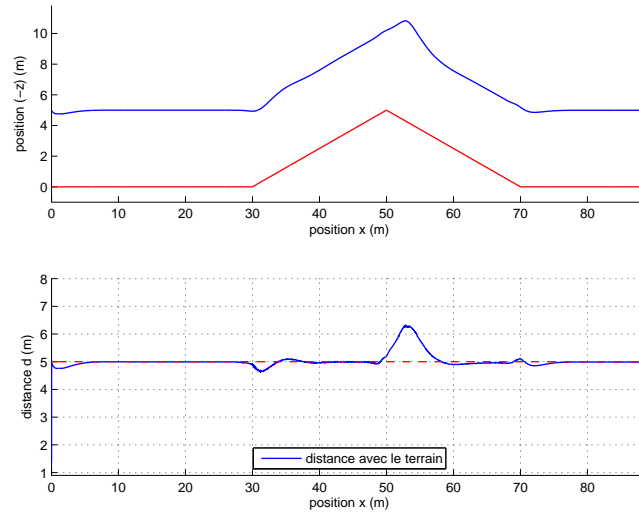
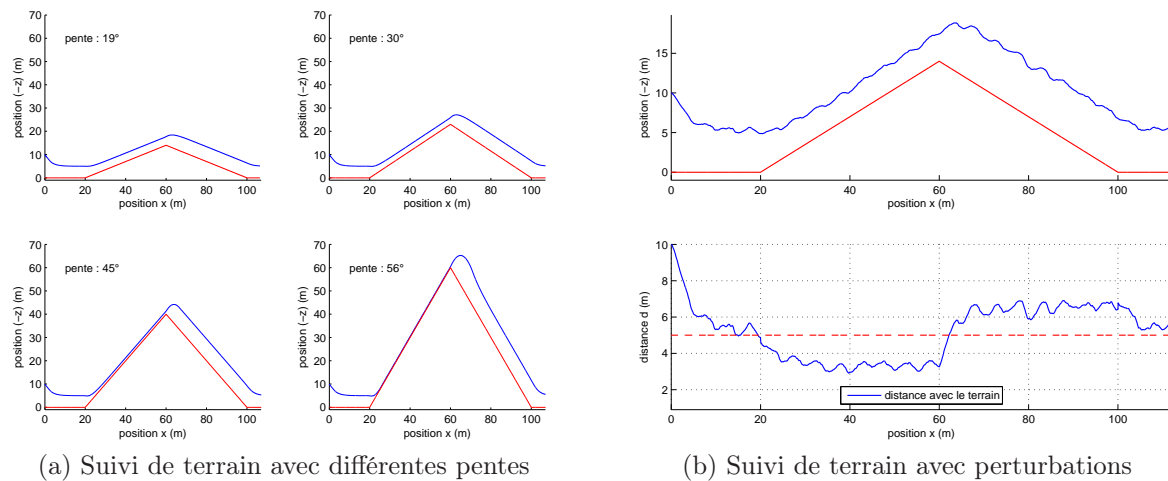
FIGURE 5.6 – *Suivi de terrain avec pente connue*

figure 5.7a montre 4 courbes pour 4 pentes différentes. Le système se stabilise bel et bien et le suivi de terrain est assuré quelle que soit la pente. Cependant, les courbes montrent que si la pente est trop élevée, c'est-à-dire si  $\langle \eta, \hat{\eta} \rangle$  est trop faible, le véhicule s'éloigne beaucoup de la distance désirée et se rapproche dangereusement des pentes montantes.

La robustesse du contrôleur aux bruits et aux variations de la vitesse d'avance est également évaluée en simulation. La figure 5.7b représente la trajectoire du véhicule lorsque la vitesse d'avance oscille et en présence de bruit de mesure  $N$  sur le flot optique. Le rapport signal sur bruit  $\omega^*/N_{\max}$  est fixé à 2 et la vitesse d'avance oscille entre  $0.4\text{ms}^{-1}$  et  $0.6\text{ms}^{-1}$ .



(a) Suivi de terrain avec différentes pentes

(b) Suivi de terrain avec perturbations

FIGURE 5.7 – *Suivi de terrain avec pente inconnue*

### 5.4.2 Simulations avec plusieurs directions d'observation

#### Le cas de la pente raide

On a vu dans la partie précédente que, lorsque le terrain est inconnu, l'utilisation d'une seule direction d'observation présente des limitations. Dans ce paragraphe, on propose d'utiliser deux directions d'observation, l'une étant dirigée vers le bas et l'autre vers l'avant. Pour cela, on applique la loi de commande (5.24) décrite dans la section 5.3. On suppose que la vitesse d'avance  $v^{\parallel}$  perpendiculaire à la direction  $\beta$  est régulée de sorte que  $\|v^{\parallel}\| = v^*$ .

Le problème est le suivant : on suppose que 2 directions d'observation perpendiculaires

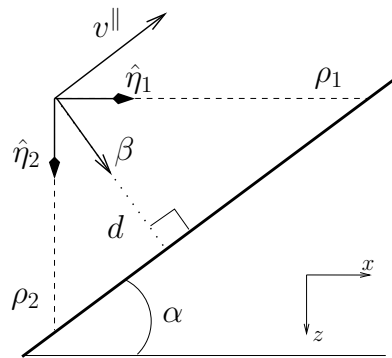


FIGURE 5.8 – Suivi d'un plan

$\hat{\eta}_1$  et  $\hat{\eta}_2$  pointent vers un plan (Figure 5.8). A partir des équations (5.19) et (5.20), on vérifie facilement que

$$\beta = \eta \quad (5.49)$$

$$w_\beta = \frac{v}{d} \quad (5.50)$$

où  $\eta$  est la normale au plan et la *pseudo distance*  $d$  est équivalente à la distance minimale au plan. Le problème est alors identique à celui du suivi d'un terrain connu décrit dans la section 5.2. La Proposition 5.2.1 peut donc s'appliquer ici : pour toute condition initiale telle que  $d(0) = d_0 > 0$ , la trajectoire en boucle fermée existe à tout instant et satisfait  $d(t) > 0, \forall t$ . De plus,  $d(t)$  converge asymptotiquement vers  $d^*$ . On remarque donc que contrairement au cas où on utilise une seule direction d'observation, le contrôleur est stable quelle que soit la pente  $\alpha$  du terrain entre 0 et  $\pi/2$  et quels que soient les gains positifs  $k_P, k_D$ . La robustesse de notre approche est donc améliorée en ajoutant une deuxième direction d'observation.

Les simulations 5.9a et 5.9b présentent une comparaison entre l'utilisation d'une ou deux directions d'observation. Comme pour la partie précédente, le véhicule se déplace dans le plan 2-D  $x - z$ , le profil du terrain est le même et les consignes  $v^* = 0.5\text{ms}^{-1}$  et

$\omega^* = 0.1s^{-1}$  sont fixées aux mêmes valeurs. Les courbes en bleu présentent les résultats avec 2 directions d'observation alors que les courbes en vert présentent les résultats avec une direction d'observation (voir les flèches sur la figure). La troisième courbe de chaque figure, qui présente la mesure de l'angle d'élévation du vecteur  $\beta$ , montre que le contrôleur est capable de prédire l'arrivée de la pente et d'agir avant de l'atteindre. De cette façon, l'utilisation de 2 caméras améliore les performances, bien que la *pseudo distance* ne converge toujours pas vers la distance désirée  $d^*$ . Ce problème, discuté dans le paragraphe 5.3.3, est dû au terme inconnu  $\hat{R}_t \Lambda^{-1} \hat{\Lambda} \hat{R}_t^\top$  (5.17) impactant sur le calcul de  $\beta$  et  $w_\beta$ .

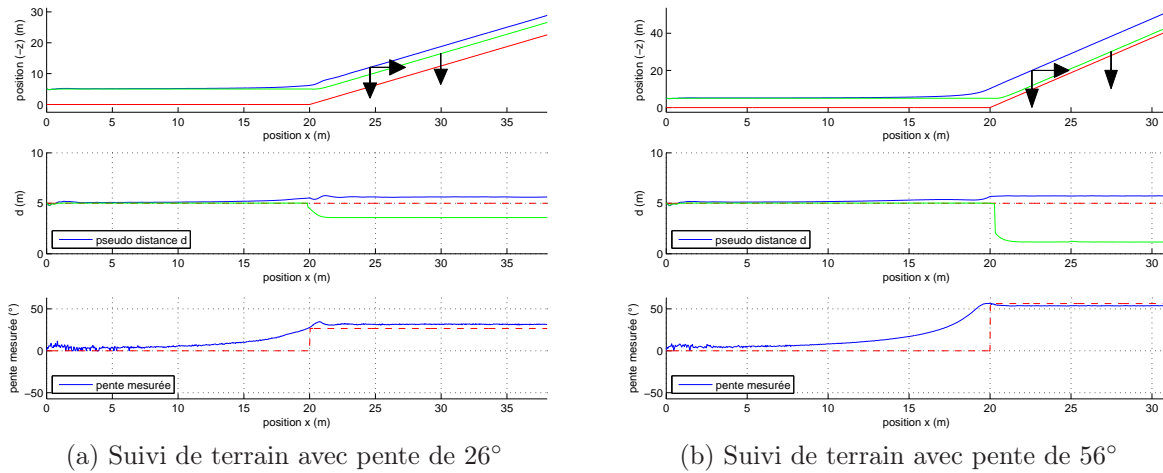


FIGURE 5.9 – Suivi de terrain avec 2 directions d'observation

### Le cas du coin 3-D

Dans ce paragraphe, on propose de simuler l'évitement de coin 3-D décrit dans la partie 5.3.2. Pour cela, on applique la loi de commande (5.24) décrite dans la section 5.3. On utilise 3 directions d'observation, l'une dirigée vers le bas, la deuxième vers l'avant et la troisième sur le côté et on suppose que la vitesse d'avance  $v^{\parallel}$  perpendiculaire à la direction  $\beta$  est régulée de sorte que  $\|v^{\parallel}\| = v^*$ .

Le véhicule se déplace dans l'espace 3-D et les consignes sont toujours fixées de sorte que  $v^* = 0.5ms^{-1}$  et  $\omega^* = 0.1s^{-1}$ . Les deux rangées de la figure 5.10 présentent deux simulations avec les mêmes positions initiales mais des vitesses initiales différentes. La vitesse de référence  $v^r$  est régulée de sorte que le véhicule suive une géodésique de la surface définie par  $d = d^*$ . On remarque que la *pseudo distance* reste toujours proche de la distance désirée  $d^*$ , et ce, même dans les phases transitoires.

### Le cas du coin 2-D

On s'intéresse ici à l'évitement de coin 2-D. De la même façon que précédemment, on utilise la loi de commande (5.24) en utilisant seulement 2 directions d'observation,

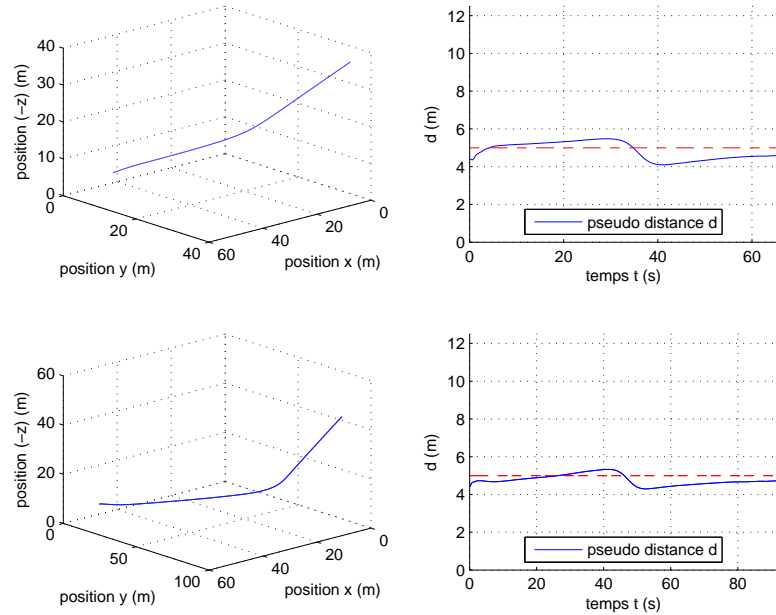


FIGURE 5.10 – Evitement d'un coin 3-D

l'une dirigée vers le bas et l'autre vers l'avant.

Le véhicule se déplace dans le plan 2-D  $x - z$  et les consignes sont fixées de sorte que  $v^* = 0.5\text{ms}^{-1}$  et  $\omega^* = 0.1\text{s}^{-1}$ . Le profil du coin est représenté en trait rouge sur la première colonne de la figure 5.11. Les deux rangées de la figure présentent deux simulations avec les mêmes conditions initiales, avec ou sans perturbations. Pour la deuxième rangée, le rapport signal sur bruit  $\omega^*/N_{\max}$  est fixé à 2 et la vitesse d'avance oscille entre  $0.4\text{ms}^{-1}$  et  $0.6\text{ms}^{-1}$ .

### Le cas du couloir

On considère le problème de suivi de couloir décrit dans la partie 5.3.2. On utilise toujours la loi de commande (5.24) en utilisant seulement 2 directions d'observation, l'une dirigée vers la droite et l'autre vers la gauche.

Le véhicule se déplace dans le plan 2-D  $x - y$  et la consigne  $v^*$  est fixée à  $0.5\text{ms}^{-1}$ . Le profil du couloir est représenté en trait rouge sur les figures 5.12a et 5.12b. Les deux figures présentent deux simulations avec les mêmes conditions initiales, seule la consigne  $\omega^*$  est différente. La largeur du couloir est de 20m. Pour la première simulation,  $\omega^* = 0.1\text{s}^{-1}$ , ce qui signifie que le véhicule doit se stabiliser autour de  $y = 6.18\text{m}$  d'après (5.44). Le résultat de la figure 5.12a montre bel et bien que  $y$  se stabilise à 6.18m. Pour la deuxième simulation,  $\omega^* = 0.025\text{s}^{-1}$ , ce qui signifie que le véhicule doit se stabiliser autour de  $y = 2.36\text{m}$ . Le résultat de la figure 5.12b montre bel et bien que  $y$  se stabilise autour de 2.36m, cependant, le véhicule oscille beaucoup plus autour de ce point. Cela vient du fait que la *pseudo distance* se rapproche de l'infini près du centre du couloir, ce

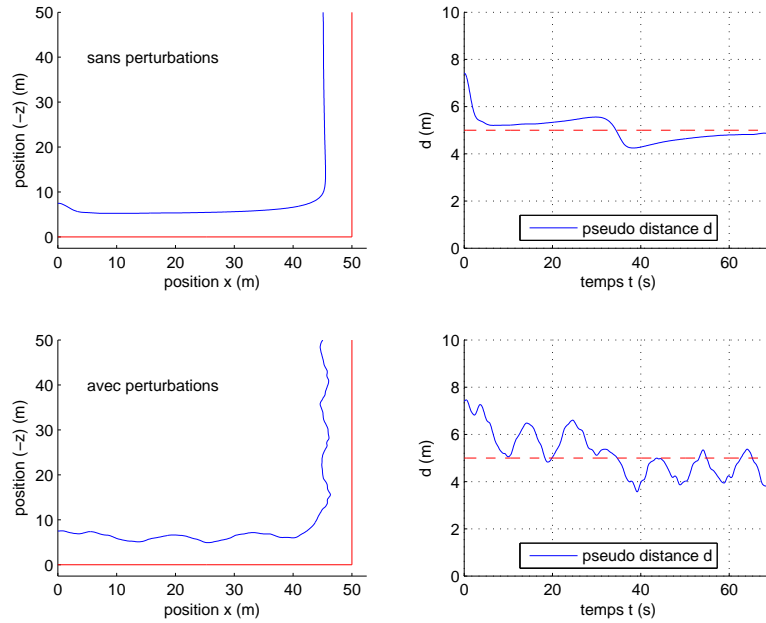


FIGURE 5.11 – Evitement d'un coin 2-D

qui implique que le flot optique moyen  $w_\beta$  devient très faible près du centre du couloir. En particulier, le terme  $w_\beta^\perp$  utilisé comme amortissement dans la loi de commande (5.24) est très faible. Une solution possible pour pallier le problème d'amortissement consiste à utiliser directement la mesure  $w_1^\perp = v^\perp/d_1$  du flot optique moyen dans la direction  $\eta_1$  ou la mesure  $w_2^\perp = v^\perp/d_2$  du flot optique moyen dans la direction  $\eta_2$ . Une alternative consiste à utiliser directement la mesure de la vitesse  $v^\perp$  si elle est disponible.

### Suivi d'une surface non-planaire

On cherche ici à évaluer le comportement du contrôleur (5.24) lorsque la surface observée n'est pas plane. On s'intéresse donc au suivi d'un cylindre en utilisant 2 directions d'observation  $\hat{\eta}_1$  et  $\hat{\eta}_2$  (voir les flèches sur la figure 5.13 pour l'orientation). Le véhicule se déplace dans le plan 2-D  $x-y$  et les consignes  $v^* = 0.5\text{ms}^{-1}$  et  $\omega^* = 0.2\text{s}^{-1}$  sont fixées. Le profil du cylindre est représenté en trait rouge sur la figure 5.13. De façon à ce que la surface soit toujours visible dans les deux directions d'observation, un contrôleur en lacet basé sur la mesure de  $\beta$  est utilisé. La vitesse de rotation du lacet  $\omega_z$  est contrôlée de façon à aligner  $\beta$  et  $(\hat{\eta}_1 + \hat{\eta}_2)$ , on choisit donc naturellement la commande

$$\omega_z = k_z \langle \beta, e_3 \times (\hat{\eta}_1 + \hat{\eta}_2) \rangle$$

La figure montre que le véhicule est bel et bien capable de tourner autour du cylindre.

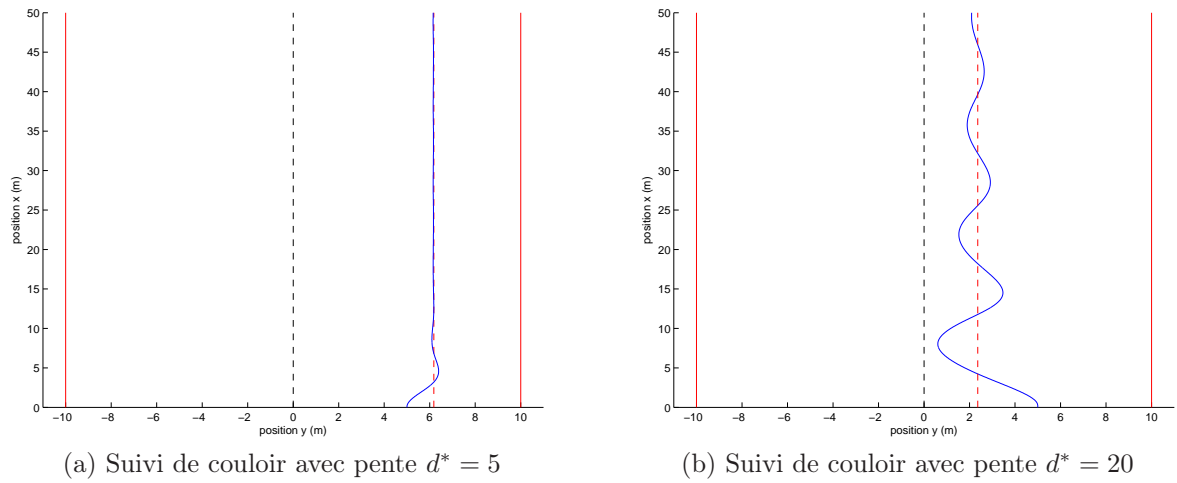


FIGURE 5.12 – Suivi de couloir avec 2 directions d'observation

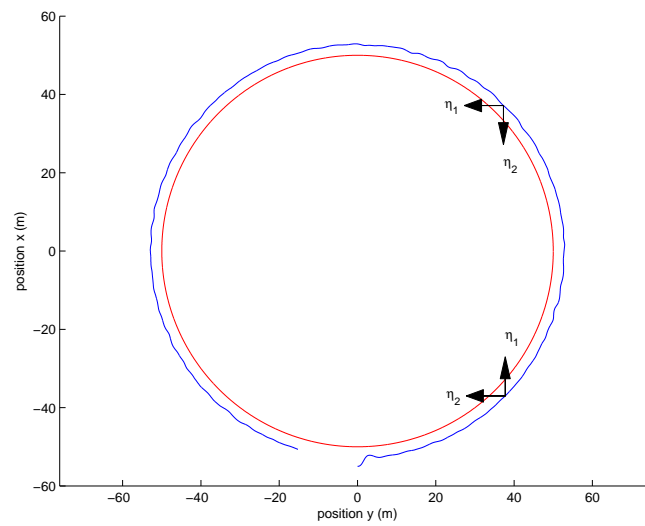


FIGURE 5.13 – Suivi d'un cylindre



## 5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, un contrôleur basé sur la mesure du flot optique moyen dans plusieurs directions d'observation a été présenté pour le suivi de terrain. On a montré que notre approche générale permet d'apporter une solution pour l'évitement d'obstacles tels que des coins. La méthode permet également de considérer d'autres problèmes traités différemment dans la littérature. Le système en boucle fermée ainsi que les limites du contrôleur ont été théoriquement analysés et discutés. Ceci a permis, en particulier, de montrer que la non-collision avec l'environnement peut être garantie. Différentes simulations ont permis de valider l'approche dans plusieurs scénarios. Le chapitre 6 présente des résultats d'expérimentations sur le quadrirotor développé au CEA LIST.

# Résultats expérimentaux

---

Le savant qui ne met pas en  
pratique son savoir est une  
abeille qui ne donne pas de miel.

---

Proverbe persan

Dans ce chapitre, les algorithmes de commande développés dans les deux chapitres précédents sont expérimentés sur un drone de type quadrirotor développé au CEA LIST. Dans un premier temps, nous présentons le drone “X4-flyer” construit au CEA LIST, l’architecture logicielle du poste au sol et le dispositif expérimental. Nous nous intéressons ensuite à l’expérimentation de la stabilisation et l’atterrissage automatique sur une plateforme statique et mobile. Enfin, nous présentons les résultats obtenus pour le suivi de terrain et l’évitement d’obstacles dans plusieurs cas de figure.

## 6.1 Présentation du X4-flyer

Le “X4-flyer” construit au CEA LIST est un drone de type quadrirotor constitué de quatre hélices à pas fixe situées aux extrémités d’une structure rigide en forme de croix (figure 6.1) de 80cm d’envergure. Les pâles sont entraînées par des moteurs sans balais développés par la société AirRobot<sup>®</sup><sup>1</sup>. Le poids du véhicule est d’environ 850g avec sa batterie *Lithium-Polymère*, l’électronique et deux caméras embarquées. Son autonomie en vol stationnaire est d’environ 20 minutes avec une batterie neuve.

---

1. <http://www.airrobot.de>



FIGURE 6.1 – Le quadrirotor développé au CEA LIST

### 6.1.1 Principe de fonctionnement

La somme des poussées générées par les quatre hélices permet la sustentation du véhicule. Les deux paires d'hélices diamétralement opposées tournent en sens inverse afin de pouvoir réguler la somme des couples résistants et ainsi réguler la vitesse de rotation du lacet (figure 6.2). Tant que cette somme est nulle, c'est-à-dire tant que les deux paires d'hélices tournent à la même vitesse, la vitesse de rotation est nulle. Pour le déplacement horizontal, on joue sur la différence de poussée entre les hélices. La différence de poussée entre deux hélices diamétralement opposées permet de produire les couples de roulis et de tangage.

La poussée  $T$  et le couple  $\Gamma$ , intervenant dans les équations de la dynamique du véhicule (voir la partie 2.1.2) [Hamel 02b, Guenard 07], s'écrivent donc

$$\begin{pmatrix} T \\ \Gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -b_t & -b_t & -b_t & -b_t \\ 0 & db_t & 0 & -db_t \\ db_t & 0 & -db_t & 0 \\ \kappa & -\kappa & \kappa & -\kappa \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varpi_1^2 \\ \varpi_2^2 \\ \varpi_3^2 \\ \varpi_4^2 \end{pmatrix}$$

où  $\varpi_i$  correspond à la vitesse de rotation du rotor  $i$ ,  $d > 0$  est la distance entre les axes des rotors et le centre de masse et  $b_t, \kappa > 0$  sont des paramètres aérodynamiques. La matrice reliant les vitesses de rotation des moteurs et le vecteur  $(T, \Gamma)^\top$  étant inversible, on déduit directement les consignes moteur en fonction de la commande désirée  $(T^d, \Gamma^d)$ .

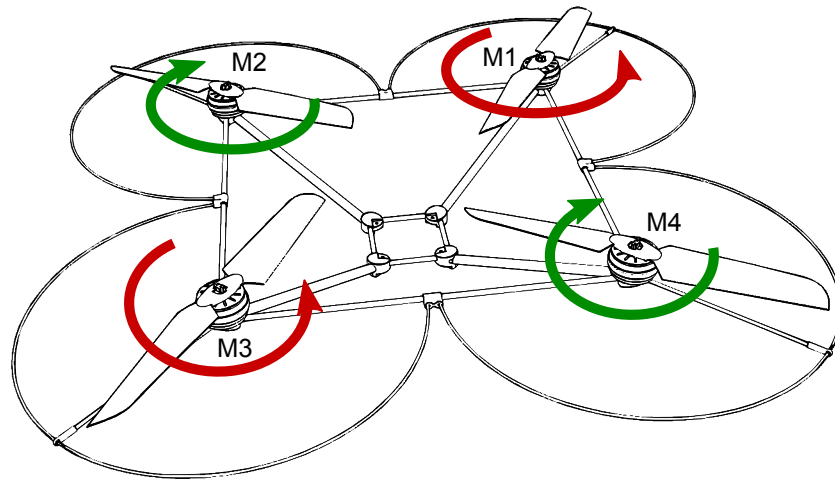


FIGURE 6.2 – Principe de fonctionnement du “X4-flyer”

### 6.1.2 Les capteurs et l’électronique embarqués

Dans cette partie, on décrit les différents éléments embarqués sur le drone (voir figure 6.3). Le “X4-flyer” est équipé de cinq cartes électroniques incluant chacune un micro-contrôleur :

- **La carte moteur** a deux fonctions. Sa première fonction est de mettre en forme les différentes tensions redistribuées sur les autres cartes électroniques. La deuxième fonction est d’envoyer les commandes aux quatre moteurs afin d’assurer la régulation de leur vitesse de rotation.
- **La carte centrale inertielle** est composée de capteurs inertiels. Trois gyro-mètres et trois accéléromètres permettent la mesure de l’accélération et de la vitesse de rotation du véhicule sur les trois axes du repère mobile  $\mathcal{B}$ . Après filtrage anti-repliement, les mesures sont reçues par le DSP.
- **La carte capteurs** permet d’acquérir les mesures d’autres capteurs dont on a besoin pour nos applications, comme un baromètre, des capteurs ultrasons ou des capteurs infrarouges.
- **La carte transmission HF** est équipée d’un module de communication HF utilisant le protocole *ZigBee*. Cette carte permet de recevoir les commandes à distance (poussée, assiette, lacet, vitesse de translation) mais aussi d’envoyer les données inertielles vers le poste au sol (vitesse de rotation et assiette courante).
- **La carte DSP** est l’organe de commande du drone. Elle dialogue avec les autres cartes afin de récupérer les données inertielles, les mesures d’autres capteurs et afin d’envoyer les consignes à la carte moteur. Elle est équipée d’un DSP cadencé à 150MHz offrant la capacité de calcul nécessaire à la commande du véhicule. Ce DSP intègre notamment les algorithmes d’estimation de l’orientation du drone

avec un filtre complémentaire [Metni 05] ainsi que les algorithmes de commande en assiette [Guenard 06, Guenard 07]. Des algorithmes de régulation de la vitesse de translation peuvent également être intégrés lorsque la mesure de vitesse est disponible.

Cette carte communique avec la carte HF afin de permettre la commande à distance du drone.

Les images acquises par les caméras grand angle ( $70^\circ$  d'ouverture et résolution de  $640 \times 480$ ) ne sont pas traitées par le DSP embarqué sur le véhicule, celui-ci ayant des capacités de calcul limitées. La vidéo est donc envoyée à la station au sol via une liaison HF analogique 2.4GHz.

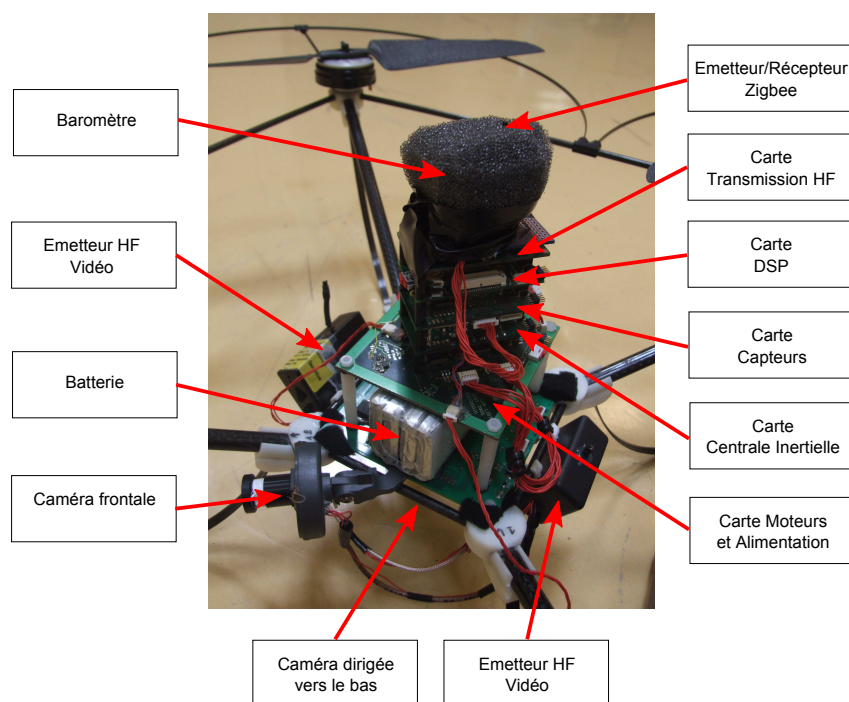


FIGURE 6.3 – L'équipement du drone

## 6.2 Le poste au sol

L'architecture électronique et informatique du prototype expérimental nous empêche d'effectuer les traitements d'images et le calcul des commandes directement en embarqué. Il est donc nécessaire d'utiliser une station au sol pour nos algorithmes de commande basés vision. Cette station (voir figure 6.4) est constituée

- d'un **PC** pour les différents traitements à effectuer,
- d'un **joystick** pour la téléopération du drone en mode manuel,

- **d'un émetteur/récepteur** utilisant le protocole *ZigBee* et permettant la communication entre le drone et le poste au sol,
- **d'un récepteur HF** et un convertisseur analogique numérique *GrabBeeX* permettant la réception des images acquises par les caméras analogiques embarquées sur le drone.

L'architecture logicielle de l'application (figure 6.5) diffère de celle de notre simulateur présenté dans la section 4.4 par le fait que le drone et les caméras embarquées ne sont pas connus du contrôleur mais communiquent avec celui-ci via les deux interfaces de communication. Pour la réception et la mise en forme des images, on utilise la bibliothèque *VideoInput*<sup>2</sup>. Pour le calcul du flot optique moyen, on procède de la même manière que pour le simulateur 3-D en utilisant la bibliothèque *OpenCV*. Le contrôleur, cadencé à  $F_e = 15\text{Hz}$ , réceptionne les données (notamment l'orientation du véhicule) et envoie les commandes de poussée  $T$ , d'orientation  $(\phi, \theta)$ , de vitesse de rotation en lacet  $\omega_z$  mais aussi des consignes de vitesse de translation ( $v$ ) nécessaires pour le suivi de terrain 6.5. Le drone est quant à lui cadencé à  $F_{e_d} = 166\text{Hz}$ .

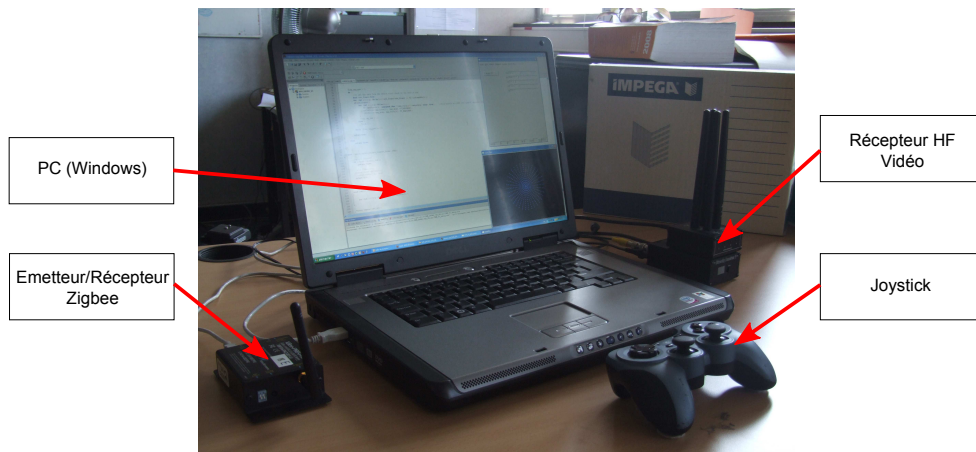


FIGURE 6.4 – La station au sol

## 6.3 Le dispositif expérimental

Le fonctionnement du “X4-flyer” et du poste au sol étant détaillé, on décrit maintenant le dispositif expérimental (figure 6.6). On a vu que le contrôleur embarqué sur le drone fonctionne à haute cadence ( $F_{e_d} = 166\text{Hz}$ ), ce qui permet de choisir des ‘grands gains’ pour la commande de l’orientation du véhicule. Cependant, les algorithmes de vision doivent être déportés au sol, ce qui explique que la seconde boucle de commande (boucle externe) fonctionne à une cadence faible ( $F_e \approx 15\text{Hz}$ ). Sur un cycle de la boucle externe, la station au sol reçoit parallèlement les données inertielles du drone

2. <http://muonics.net/school/spring05/videoInput>

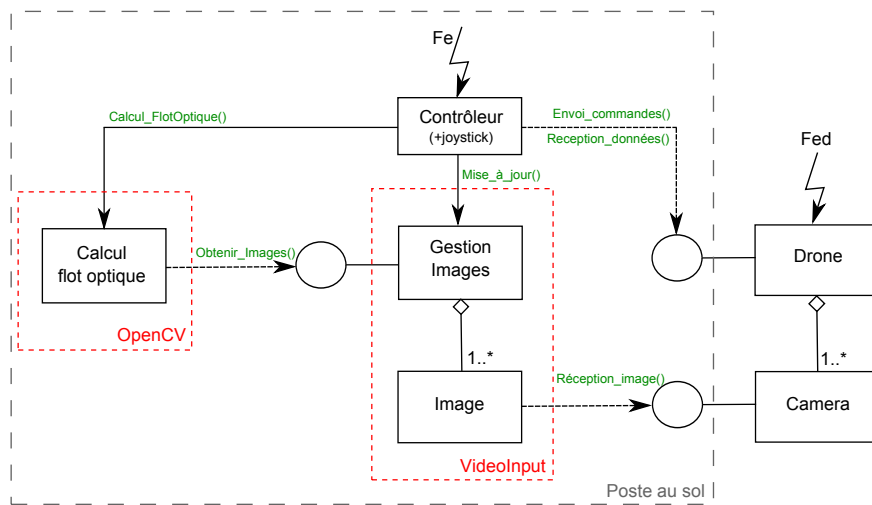
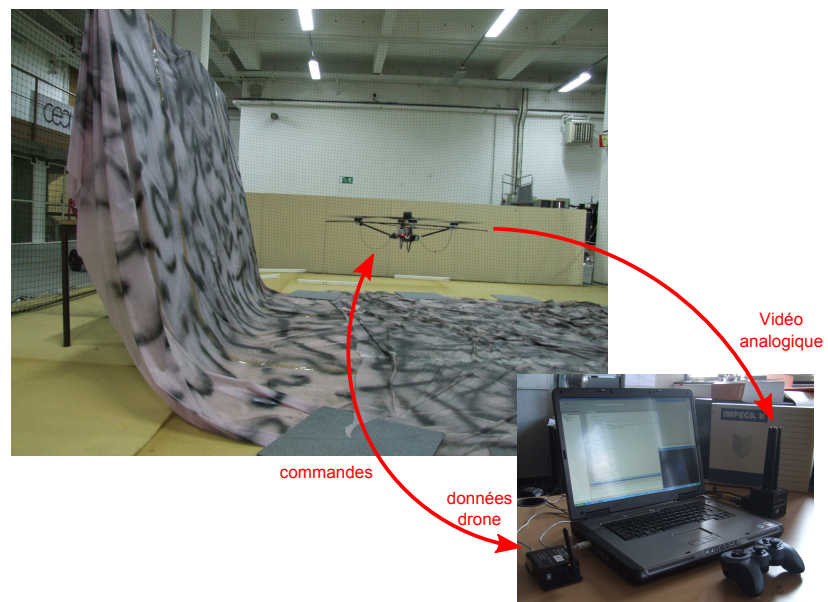


FIGURE 6.5 – Architecture du poste au sol

et les images des caméras. Les images sont traitées sur le PC au sol et les entrées de commande sont calculées avant d'être envoyées au drone via la liaison HF numérique. Ce dispositif permet d'effectuer des calculs complexes sur le PC au sol. Cependant, du point de vue de la commande, cela présente des inconvénients. En effet, les temps d'acheminement des données avec le drone sont relativement élevés, ce qui induit des retards non négligeables. De plus, comme la liaison avec le drone est asynchrone, ces retards sont variables et inconnus. En outre, les données inertielles ne sont pas synchronisées avec les données images, ce qui induit des erreurs dans la commande. Ce genre d'incertitudes est très limitant pour nos lois de commande et il n'est donc pas possible d'imposer des dynamiques rapides à notre système, sans quoi la stabilité ne serait pas assurée. L'unique solution consiste donc à choisir des gains de commande relativement faibles. Ceci complique les réglages pour trouver le traditionnel compromis entre stabilité et performance.

FIGURE 6.6 – *Le dispositif expérimental*



## 6.4 Résultats pour la stabilisation et l'appontage



FIGURE 6.7 – Vol stationnaire au-dessus de la plateforme d'atterrissage

Dans cette section, les algorithmes de commande développés dans le chapitre 4 sont expérimentés sur le drone du CEA LIST. La plateforme utilisée est recouverte d'une surface peinte avec des contrastes aléatoires. Cette texture artificielle permet une bonne détection du flot optique. Pour le calcul, on considère une demi-ouverture  $\theta_0 = 30^\circ$  autour de la direction d'observation  $\eta = e_3$  et le flot optique est calculé en 210 points répartis sur cette ouverture. Le flot optique moyen  $w$  est calculé de façon robuste à partir des vecteurs obtenus en utilisant la méthode décrite dans le paragraphe 4.4.2. Le flot optique vertical  $w_z$  ayant une magnitude relativement faible par rapport au flot optique longitudinal [Chahl 04] et comme seul  $w_z$  est utilisé pour l'atterrissage, la manœuvre d'atterrissage est divisée en deux phases successives. Dans la première phase, le véhicule est stabilisé au-dessus de la plateforme en utilisant le contrôleur (4.5). Une fois que la position est stabilisée, la phase d'atterrissage est engagée en utilisant les contrôleurs (4.45) et (4.55). Durant l'expérimentation, le lacet est constamment réglé à 0.

La position du véhicule ne peut être calculée à partir de la mesure du flot optique, cependant, il est possible d'extraire une position relative de la façon suivante :

$$\frac{\tilde{\xi} - \tilde{\xi}_0}{h_0} = \int_0^t w \gamma(\tau) d\tau = \int_0^t w \exp\left(-\int_0^\tau w_z d\delta\right) d\tau \quad (6.1)$$

où  $\tilde{\xi}$  représente la position relative entre le drone et la plateforme :  $\tilde{\xi} = \xi - \xi_G$ . Remar-

quons que

$$\gamma(\tau) = \exp\left(-\int_0^\tau w_z d\delta\right) = \exp\left(\int_0^\tau \frac{\dot{h}}{h} d\delta\right) = \frac{h(\tau)}{h_0}$$

On utilisera ces mesures pour la présentation des résultats.

### 6.4.1 Stabilisation et atterrissage sur une plateforme statique

On s'intéresse ici à la stabilisation et à l'atterrissage lorsque la plateforme est statique. La figure 6.8 présente le résultat de stabilisation dans les trois directions. Sur la figure, les positions relatives  $x/h_0$ ,  $y/h_0$  et  $h/h_0$  sont présentées en utilisant l'équation (6.1) et en considérant que  $\xi_G(0) = (0, 0, 0)$ ,  $\xi(0) = (0, 0, -h_0)$ . On vérifie que la position se stabilise bel et bien et que le flot optique reste autour de 0. On remarque que la hauteur a augmenté par rapport à la hauteur initiale, ce qui indique que la perturbation  $\Delta_z$  n'est pas nulle. Ceci se produit typiquement lorsque la masse du véhicule est mal évaluée et donc, que le poids est mal compensé. Cet algorithme de commande peut donc s'avérer très utile pour compenser des perturbations statiques dues aux erreurs de modélisation, aux erreurs statiques ou encore à des biais de mesure.

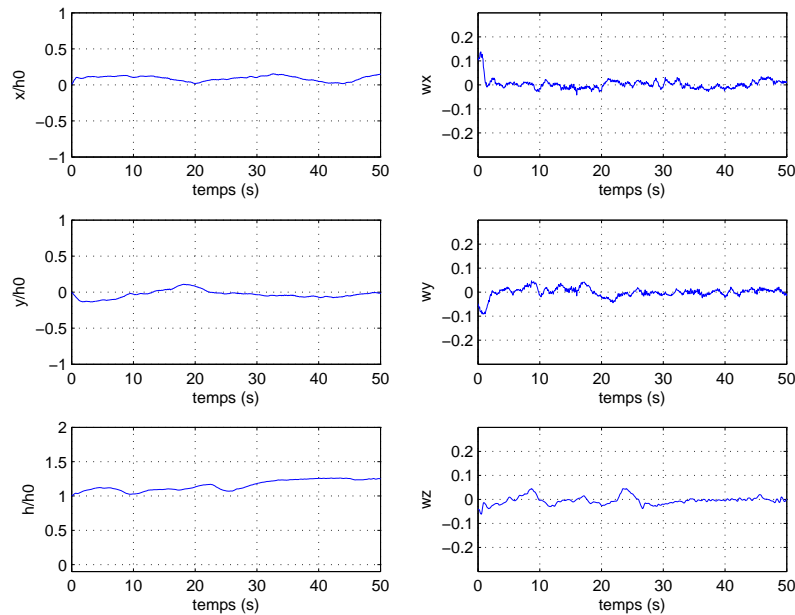


FIGURE 6.8 – Stabilisation au-dessus d'une plateforme statique

Une fois le véhicule stabilisé et les erreurs statiques compensées, on s'intéresse à l'atterrissage automatique sur une plateforme statique inconnue. Pour le mouvement horizontal, on utilise toujours l'algorithme de stabilisation afin d'atterrir verticalement. Pour le mouvement vertical, les deux algorithmes (avec et sans terme intégral) sont

comparés. On choisit la consigne  $\omega^* = 0.04s^{-1}$ , ce qui assure une descente en approximativement 50s. La figure 6.9a présente le résultat sans utiliser de terme intégral contrairement au résultat de la figure 6.9b. On remarque dans les deux cas que la hauteur  $h$  converge vers 0 de façon exponentielle. Cependant, on constate que si l'action intégrale est prise en compte, la descente est plus rapide. Ceci est dû au fait que, même si  $\Delta_z$  a été compensé dans la phase de stabilisation, l'effet de sol tend à ralentir la descente du véhicule. En utilisant une action intégrale, l'effet de sol peut être compensé et le véhicule peut descendre à la vitesse désirée. Il est important de remarquer que la position finale du véhicule n'est pas  $h \equiv 0$ , ce qui est dû au train d'atterrissage qui est excentré de 20cm par rapport à la caméra.

En observant le flot optique vertical, on remarque que lorsque le véhicule s'approche de la plateforme,  $w_z$  se déstabilise. Deux phénomènes peuvent expliquer cela. Le premier phénomène, qui a été discuté précédemment en simulation, est dû à la fréquence d'échantillonnage fixée à 15Hz qui entraîne des retards dans la boucle de commande. Le deuxième phénomène est dû au fait que la caméra est focalisée à l'infini et donc, lorsqu'elle se rapproche du sol, la mise au point n'est plus correcte et la mesure du flot optique devient très bruitée. Néanmoins, lorsque le véhicule est proche du sol, sa vitesse est faible et le choc lors de l'atterrissage est faible. En effet, la distance entre le train d'atterrissage et la caméra étant de 20cm, la vitesse lors du contact est de l'ordre de  $|\dot{h}| \cong \omega^* h \approx 0.8cm.s^{-1}$ .

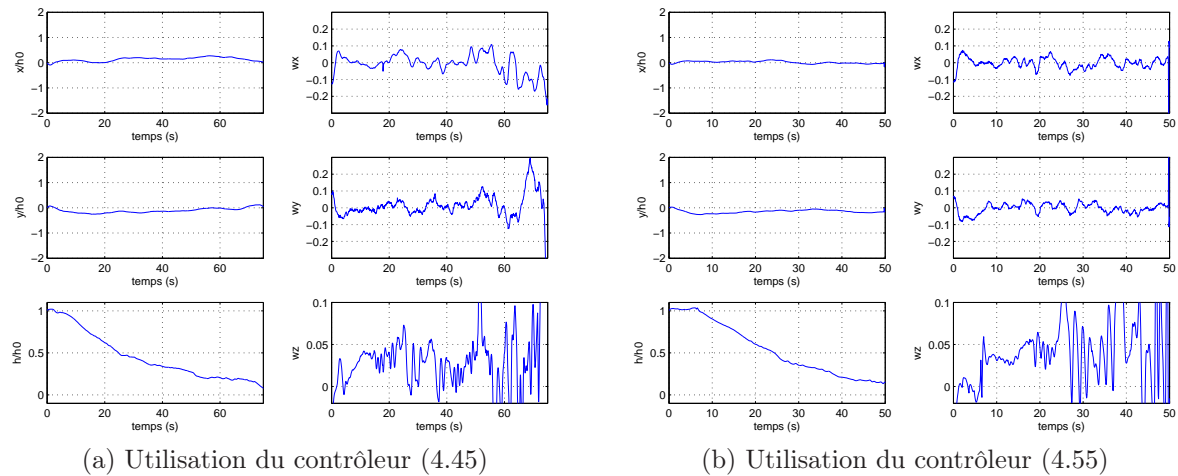


FIGURE 6.9 – Atterrissage sur une plateforme statique

## 6.4.2 Stabilisation et appontage sur une plateforme mobile

On s'intéresse ici à la stabilisation et à l'atterrissage lorsque la plateforme est mobile. Pour la phase d'atterrissage, on utilise uniquement le contrôleur (4.45) sans action intégrale. De même que précédemment, les positions relatives  $x/h_0$ ,  $y/h_0$  et  $h/h_0$  sont

présentées en utilisant l'équation (6.1) et en considérant que  $\xi_G(0) = (0, 0, 0)$ ,  $\xi(0) = (0, 0, -h_0)$ .

La figure 6.10 présente le résultat d'une phase complète d'atterrissage. Le contrôleur (4.55) est utilisé pour la stabilisation du "X4-flyer" par rapport à la plateforme de 0s à 140s et le contrôleur (4.45) est utilisé pour la manœuvre d'atterrissage pour  $t \geq 140$ s. Pour la stabilisation, la plateforme se déplace d'abord latéralement dans la direction  $y$  (de 0s à 100s) puis verticalement (de 100s à 140s). Durant la manœuvre d'atterrissage, la plateforme se déplace uniquement verticalement. La figure 6.10 montre que la hauteur converge bel et bien vers 0 et que la position horizontale reste stable. On remarque que la position relative  $(y - y_G)/h_0$  converge autour de  $-1$ , ce n'est pas dû au fait que la plateforme se déplace dans la direction  $y$  mais à un biais initial des mesures inertielles dans la direction  $y$  qui a été compensé par le terme intégral du contrôleur (4.55). On remarque également que, contrairement à ce qui était attendu, la hauteur  $h$  oscille légèrement pendant la phase d'atterrissage. Ceci implique que la condition (4.46) n'est pas vérifiée à chaque instant. Ce problème est principalement dû aux contraintes expérimentales discutées précédemment (retards, latences) qui nous empêchent de choisir un gain  $k$  qui respecte strictement la condition.

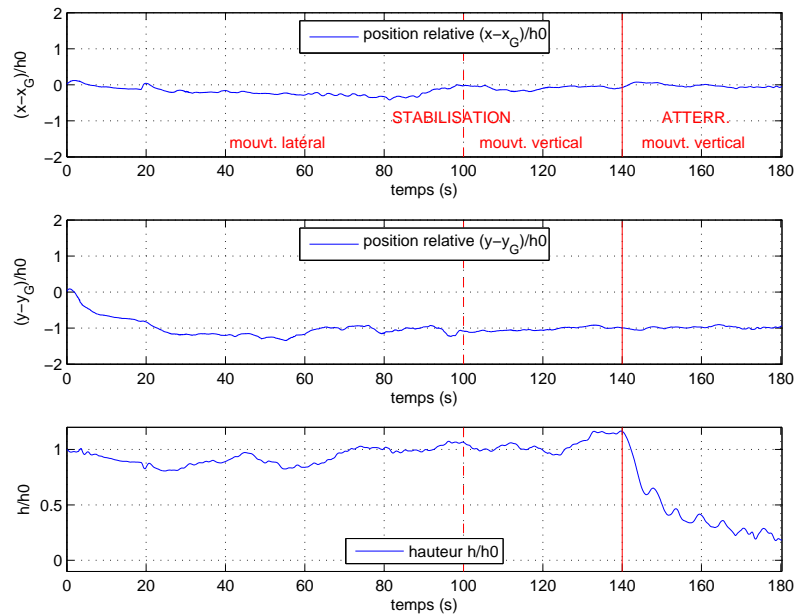


FIGURE 6.10 – Atterrissage sur une plateforme mobile

La figure 6.11 présente le résultat d'une phase d'atterrissage lorsque la plateforme oscille fortement. La stabilisation relativement à la plateforme est assurée de 0s à 55s et l'atterrissage est engagé à partir de  $t = 55$ s alors que les oscillations commencent à partir de  $t = 30$ s. Durant la phase d'atterrissage, on remarque que la hauteur  $h$  oscille fortement, ce qui signifie que le gain  $k$  n'est pas assez élevé pour compenser totalement les oscillations. Néanmoins, la distance avec la plateforme reste positive, ce

qui assure la non-collision avec la cible et le drone est même capable d'atterrir avec un comportement satisfaisant.<sup>3</sup>

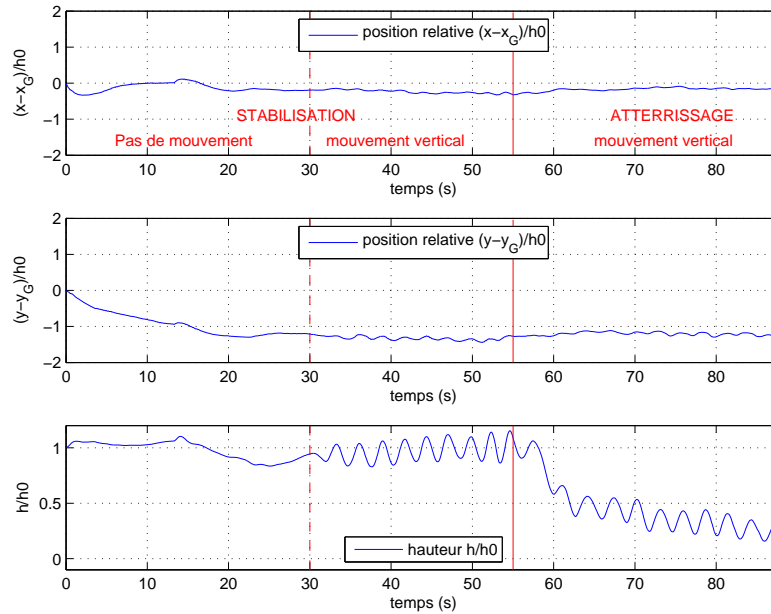


FIGURE 6.11 – Atterrissage sur une plateforme oscillant fortement

3. La vidéo des deux expérimentations présentées dans cette partie peut être regardée à l'adresse internet suivante : <http://www.youtube.com/watch?v=hl18Fykax8M>.

## 6.5 Résultats pour le suivi de terrain et l'évitement d'obstacles

Dans cette section, la stratégie de commande pour le suivi de terrain et l'évitement d'obstacles décrite dans le chapitre 5 est expérimentée sur le drone du CEA LIST dans plusieurs cas de figure. Le terrain doit être texturé afin de permettre une bonne détection du flot optique. Cependant, contrairement aux environnements extérieurs, les environnements intérieurs présentent généralement peu de contrastes. Pour les expérimentations, on recouvre donc le terrain d'une texture artificielle composée de contrastes aléatoires. Comme la charge utile du drone et les temps de calculs sont limités, seules deux caméras sont embarquées. On utilisera donc une ou deux caméras pour nos expérimentations, une caméra dirigée vers le bas pour la direction d'observation  $\hat{\eta}_1 = e_3$  sera systématiquement utilisée et une caméra dirigée vers l'avant pour la direction d'observation  $\hat{\eta}_2 = e_1$  sera utilisée suivant le cas de figure. Seules des expérimentations 2-D dans le plan  $x - z$  sont donc considérées dans la suite. On utilise une demi ouverture  $\theta_0 = 20^\circ$  autour de chaque direction d'observation et le flot optique est calculé en 210 points répartis sur cette ouverture. Les vecteurs  $\hat{w}_1$  et  $\hat{w}_2$  sont calculés de façon robuste à partir des vecteurs obtenus en utilisant la méthode décrite dans le paragraphe 4.4.2. Le mouvement latéral (dans la direction  $y$ ) n'étant pas considéré pour les expérimentations, la vitesse latérale  $v_y$  est stabilisée en utilisant l'algorithme de stabilisation (4.5) développé dans le chapitre 4.

L'approche consiste à réguler la vitesse d'avance  $v^{\parallel}$  à partir de la mesure de vitesse  $v$  du véhicule et à contrôler le suivi de terrain dans la direction  $\beta$  à partir des mesures  $\hat{w}_1$  et  $\hat{w}_2$ . Pour mesurer la vitesse  $v$ , on utilisera un altimètre barométrique pour la mesure verticale et une méthode faisant l'objet d'un dépôt de brevet<sup>4</sup> pour la mesure horizontale. Cette méthode est basée sur la mesure de la force de traînée opposée au mouvement du véhicule à partir des données de la centrale inertielle. En effet, en rappelant la dynamique de translation (équation 3.19), on a

$$m\dot{v} = -u + mge_3 + F_T(v) + \Delta$$

en considérant que l'effet de sol est négligeable ici. La mesure de  $F_T(v)$  permet donc d'extraire  $v$ . Il est important de noter que la méthode est très sensible aux perturbations modélisées par le paramètre  $\Delta$ . Si  $\Delta$  est constant, alors il suffit de le prédéterminer au début du vol, en utilisant par exemple la méthode de stabilisation décrite dans le chapitre 4, et de le compenser dans la commande. Cependant, en cas de vent par exemple,  $\Delta$  peut varier avec le temps et la méthode peut échouer. Par conséquent, la technique n'est utilisable que dans un environnement intérieur ou un environnement extérieur calme. Pour des applications extérieures, une commande en vitesse basée sur les mesures GPS peut être utilisée, une approche impossible pour un environnement intérieur.

---

4. demande de Brevet au CEA LIST par Nicolas Guénard, ingénieur-chercheur

La mesure de la *pseudo distance*  $d$  nécessite théoriquement la mesure de la position du véhicule à chaque instant. Pour nos expérimentations, on ne dispose pas de celle-ci. En utilisant l'équation (5.22) ainsi que les mesures de la vitesse d'avance  $v^{\parallel}$  et du flot optique longitudinal  $w_{\beta}^{\parallel}$ , on présentera la mesure  $v^{\parallel}/w_{\beta}^{\parallel}$  dans les résultats qui suivent. Afin de mieux se rendre compte de la trajectoire suivie par le véhicule, on présentera une trajectoire équivalente obtenue en simulation 3-D parallèlement aux résultats expérimentaux.

### 6.5.1 Utilisation d'une seule ouverture dirigée vers le bas



FIGURE 6.12 – Vol stationnaire au-dessus du terrain

On s'intéresse ici au suivi de terrain en utilisant une seule direction d'observation dirigée vers le bas. Pour les 2 expérimentations présentées dans cette partie, la consigne  $v^*$  est fixée à  $0.3\text{ms}^{-1}$  et la consigne  $\omega^*$  est fixée à  $0.2\text{s}^{-1}$ . Une seule direction d'observation étant utilisée, la vitesse d'avance est régulée en permanence dans la direction  $x$  et le contrôleur (5.24) agit dans la direction inertielle  $e_3$ .

La figure 6.13a présente le résultat du suivi d'un terrain plat. Le contrôleur est ici équivalent au contrôleur (5.3). On observe les mesures de la vitesse d'avance  $v_x$ , du flot optique longitudinal  $w_x$  et de la distance  $d = v_x/w_x$ . La figure 6.14b présente la trajectoire obtenue en simulation dans les mêmes conditions que l'expérimentation réelle. On observe bien que le flot optique converge autour de  $\omega^*$ .

La figure 6.14a présente le résultat du suivi d'un terrain en pente. L'angle d'élévation de la pente est fixé à  $\alpha_e = 14^\circ$ . Le contrôleur est ici équivalent au contrôleur (5.9). On observe les mesures de la vitesse d'avance  $v_x$ , du flot optique longitudinal  $\hat{w}_x$  ( $\equiv w_x$  sur la figure) et de la distance  $\rho = v_x/\hat{w}_x$ . La figure 6.13b présente la trajectoire obtenue en simulation dans les mêmes conditions que l'expérimentation réelle. La trajectoire

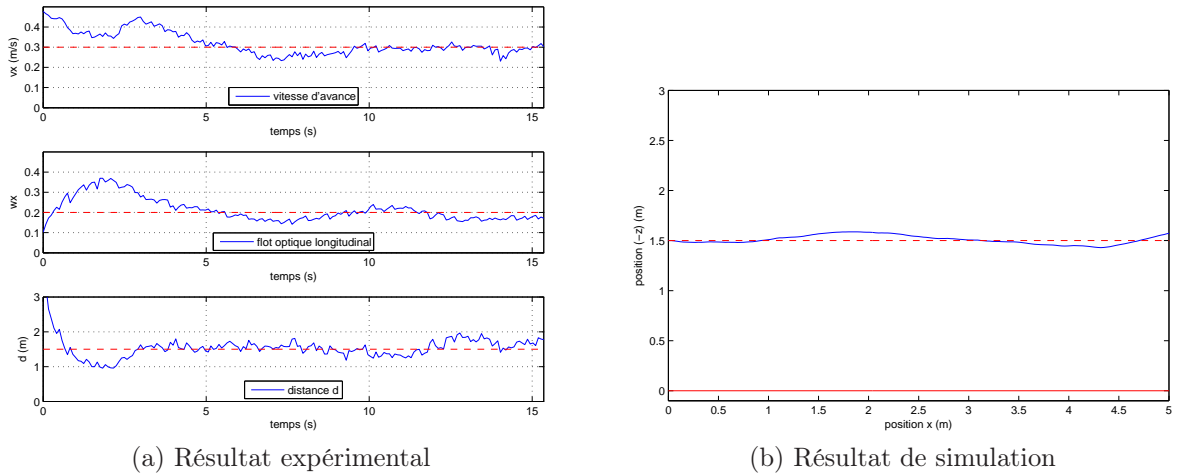


FIGURE 6.13 – Suivi d'un terrain plat avec 1 ouverture

en pointillés rouge correspond au comportement asymptotique attendu sur la partie plate et la partie en pente, c'est-à-dire lorsque  $\rho = d / \cos(\alpha_e)$  est égale à la distance désirée  $d^*$ . Sur la partie en pente, cela signifie qu'on s'attend à ce que  $d = d^* \cos(\alpha_e)$ . Or, en observant le résultat expérimental et la simulation, on remarque que la distance ne converge pas exactement vers la distance voulue. En effet, en appliquant le lemme 5.2.2, on vérifie que la distance  $d$  se stabilise en fait autour de

$$\left( \cos(\alpha_e) + \lambda \tan(\alpha_e) \sin(\alpha_e) - \frac{3k_D}{2k_P} \sin(\alpha_e) \right) d^*$$

On remarque que le gain  $k_D$  ne doit pas être trop élevé pour assurer la convergence de la distance  $d$  autour de  $d^*$ . Pour suivre des pentes plus raides et pour améliorer la robustesse du contrôleur, il paraît donc évident qu'il est nécessaire d'ajouter une direction d'observation vers l'avant du véhicule.

### 6.5.2 Utilisation de deux ouvertures

On considère ici le suivi de terrain avec deux directions d'observation, une direction vers le bas et l'autre vers l'avant du véhicule. Pour les trois expérimentations présentées dans cette partie, la consigne  $v^*$  est fixée à  $0.4 \text{ms}^{-1}$  et la consigne  $\omega^*$  est fixée à  $0.5 \text{s}^{-1}$ . Le contrôleur (5.24) est utilisé dans la direction  $\beta$ . La vitesse d'avance est régulée en permanence dans le plan  $x - z$  et perpendiculairement à la direction  $\beta$ .

La figure 6.16a présente le résultat du suivi d'un terrain en pente. L'angle d'élévation de la pente est fixée à  $\alpha_e = 45^\circ$ . On observe les mesures de la vitesse d'avance  $v^{\parallel}$  ( $\equiv v^{\text{par}}$  sur la figure), du flot optique longitudinal  $w_{\beta}^{\parallel}$  ( $\equiv w^{\text{par}}$  sur la figure) et de la *pseudo distance*  $d$ . La figure 6.16b présente la trajectoire obtenue en simulation dans les mêmes conditions que l'expérimentation réelle. La trajectoire en pointillés rouge correspond au comportement asymptotique attendu sur la partie plate et la



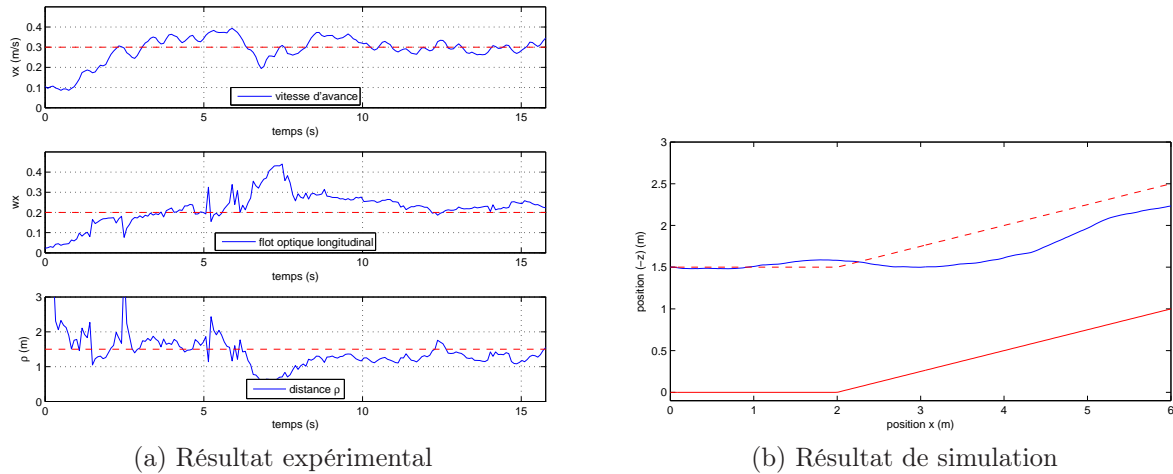


FIGURE 6.14 – Suivi d'un terrain en pente avec 1 ouverture

partie en pente, c'est-à-dire lorsque  $d = d^*$ . Sur la partie en pente, cela signifie qu'on s'attend à ce que la distance du terrain avec le véhicule soit  $d^*$ . En observant le résultat expérimental, on remarque que la *pseudo distance* converge bel et bien vers la distance désirée. En observant la simulation, on remarque que le véhicule se stabilise légèrement au-dessus de la trajectoire désirée. Ce phénomène, déjà discuté dans le chapitre 5, est dû aux incertitudes sur le calcul de  $\beta$ . On remarque néanmoins que le comportement est meilleur qu'avec une direction d'observation (figure 6.14b).

La figure 6.17a présente le résultat de l'évitement d'un coin 2-D. L'obstacle est une paroi frontale équivalente à une pente d'élévation  $\alpha_e = 90^\circ$ . On observe les mesures de la vitesse d'avance  $v^{\parallel}$  ( $\equiv v^{\text{par}}$  sur la figure), du flot optique longitudinal  $w_{\beta}^{\parallel}$  ( $\equiv w^{\text{par}}$  sur la figure) et de la *pseudo distance*  $d$ . La figure 6.17b présente la trajectoire obtenue en simulation dans les mêmes conditions que l'expérimentation réelle. La trajectoire en pointillés rouge correspond au comportement asymptotique attendu. En observant le résultat expérimental, on remarque que la *pseudo distance* converge bel et bien vers la distance désirée. En observant la simulation, on remarque que le véhicule est capable de dévier sa trajectoire pour éviter l'obstacle frontal.

La figure 6.18a présente le résultat du suivi d'un terrain complexe constitué d'un coin, d'une partie plate puis d'une partie en pente descendante. On observe toujours les mesures de la vitesse d'avance  $v^{\parallel}$  ( $\equiv v^{\text{par}}$  sur la figure), du flot optique longitudinal  $w_{\beta}^{\parallel}$  ( $\equiv w^{\text{par}}$  sur la figure) et de la *pseudo distance*  $d$ . La figure 6.18b présente la trajectoire obtenue en simulation dans les mêmes conditions que l'expérimentation réelle. La trajectoire en pointillés rouge correspond au comportement asymptotique attendu. On remarque que la discontinuité du terrain au-dessus du coin ( $x = 2\text{m}$  sur la figure 6.18b) pose problème. En effet, lorsque le véhicule se trouvera plus haut que l'obstacle (avant  $x = 2\text{m}$ ), la direction frontale n'observera plus de flot optique alors que la direction dirigée vers le bas observera encore le sol, le contrôleur tendra alors à faire redescendre le véhicule car la distance au sol sera supérieure à  $d^*$ . Le drone peut alors se rapprocher



FIGURE 6.15 – Vol stationnaire près d'un coin

dangereusement du coin supérieur. Pour remédier à ce problème, il faudrait utiliser d'autres directions d'observation. Par exemple, une troisième direction inclinée d'un angle de  $45^\circ$  permettrait de faire en sorte que le coin supérieur soit visible à chaque instant. Cependant, dans notre cas, nous n'utilisons que deux directions d'observation. Une solution consiste à incliner légèrement la direction frontale vers le bas afin que le coin supérieur soit visible pratiquement à chaque instant. Pour l'expérimentation, nous avons simplement incliné la direction frontale vers le bas de façon à ce que son inclinaison par rapport à la direction  $e_3$  soit de  $80^\circ$ . La demi ouverture de  $20^\circ$  autour des deux directions d'observation assure alors une bonne visibilité du terrain. En observant le résultat expérimental, on remarque que la *pseudo distance* converge bel et bien autour de la distance désirée. En observant la simulation, on remarque que le véhicule est capable de suivre correctement le terrain. Sur la pente descendante, on remarque que la distance ne converge pas exactement vers la distance désirée. Ceci s'explique par le fait que seule la caméra dirigée vers le bas observe le terrain, on se retrouve alors avec une seule ouverture et le lemme 5.2.2 s'applique.<sup>5</sup>

---

5. La vidéo de certaines des expérimentations présentées dans cette section peut être regardée à l'adresse internet suivante : <http://www.youtube.com/watch?v=KBDAMtdVD1c>.

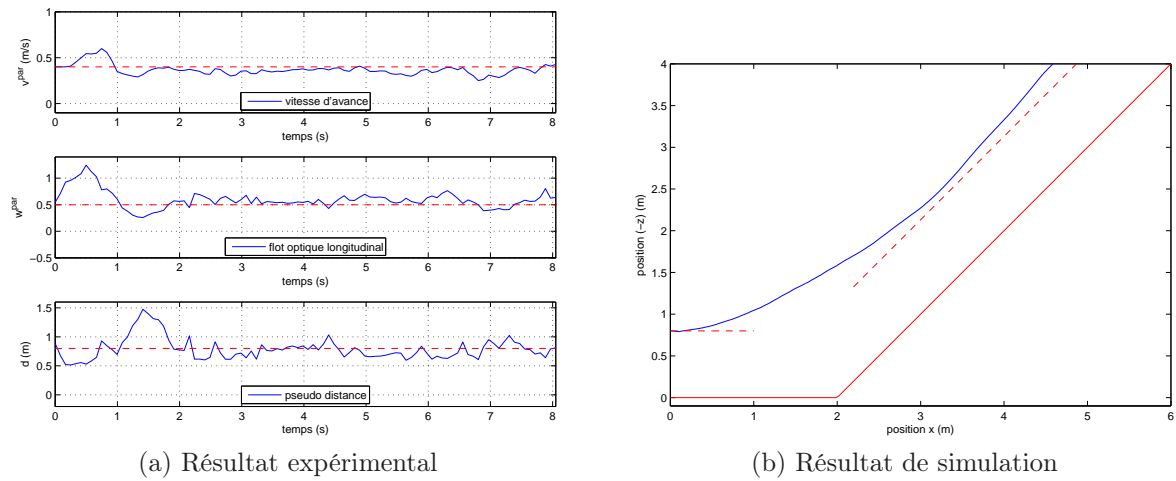


FIGURE 6.16 – Suivi d'un terrain en pente avec 2 ouvertures

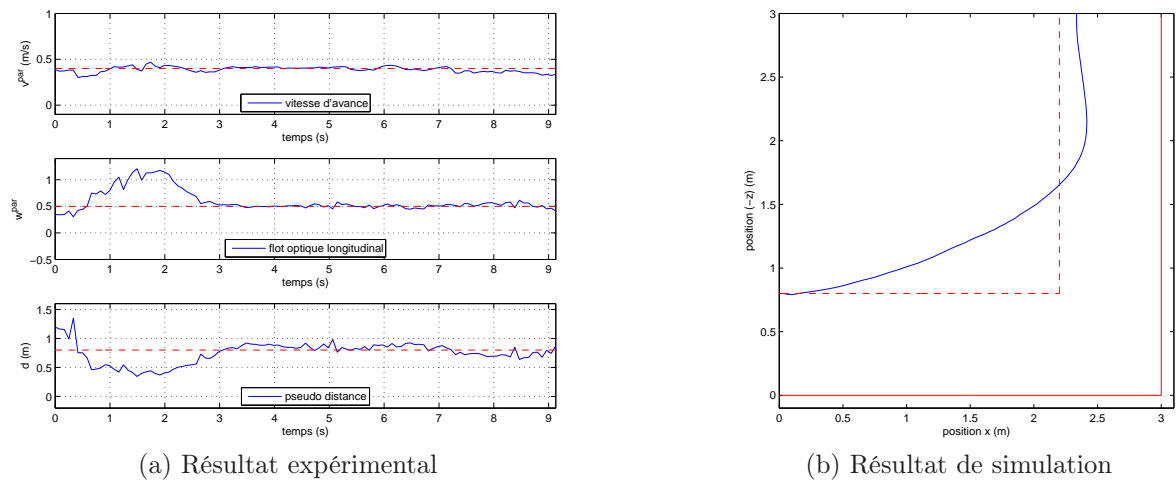


FIGURE 6.17 – Évitement d'un coin 2-D avec 2 ouvertures

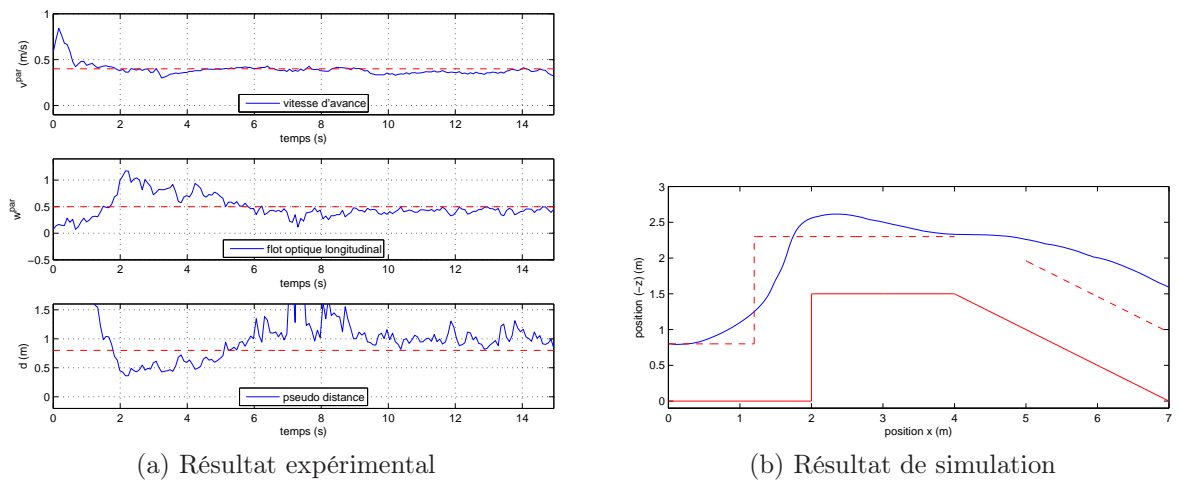


FIGURE 6.18 – Suivi de terrain avec 2 ouvertures

## 6.6 Conclusion

Les expérimentations sur le quadrirotor du CEA LIST ont permis de tester et valider les algorithmes développés lors de la thèse. Les lois de commande pour la stabilisation et l'atterrissage automatique ont pu être expérimentées avec succès malgré les difficultés inhérentes au dispositif expérimental. On a tout d'abord évalué les performances des algorithmes en utilisant une plateforme d'atterrissage statique. On a bel et bien observé un atterrissage en douceur de l'appareil. On a ensuite testé les algorithmes en utilisant une plateforme mobile. Malgré les oscillations observées lors de l'appontage, la manœuvre s'est déroulée de façon satisfaisante, et ce, même en présence de fortes oscillations.

L'algorithme de suivi de terrain a également été expérimenté avec succès dans plusieurs cas de figure : le suivi d'un terrain plat, le suivi d'un terrain en pente, l'évitement d'un coin et le suivi d'un terrain complexe. Ces résultats valident l'approche multi-directions d'observation et offre des perspectives pour des travaux futurs.

Les expérimentations ont permis de démontrer la faisabilité de nos approches. Cependant, dans la perspective d'implémenter les algorithmes sur des engins vendus sur le marché, plusieurs améliorations sont nécessaires. Tout d'abord, les algorithmes de traitement d'images doivent être embarqués sur le véhicule aérien afin d'améliorer la robustesse et les performances. Ensuite, il serait intéressant d'envisager l'utilisation de capteurs dédiés à la mesure du flot optique (voir chapitre 1) dans l'optique d'améliorer encore la robustesse des algorithmes. Enfin, dans la mesure où le flot optique ne peut être calculé sur les surfaces uniformes qui sont très présentes dans les environnements urbains, il semble nécessaire de fusionner les informations de vision avec les informations d'autres capteurs, comme les radars laser par exemple.

---

# Conclusion et perspectives

---

Le travail que nous avons réalisé dans cette thèse propose des stratégies de commande pour la navigation d'un véhicule aérien de type VTOL. La présence d'obstacles inconnus dans l'environnement et la présence de perturbations non-modélisées sur la dynamique de l'engin représente un défi en terme de robustesse. Nous avons utilisé la mesure du flot optique en plus des mesures d'une centrale inertielle pour répondre à plusieurs problèmes : la stabilisation du véhicule relativement à une cible, l'atterrissage et l'appontage automatique et enfin le suivi de terrain incluant l'évitement d'obstacles.

La stabilisation d'attitude des VTOL a été la première tâche réalisée au sein du CEA LIST afin de permettre le pilotage intuitif par un opérateur. Pour cela, les informations issues de la centrale inertielle (attitude filtrée et mesures gyrométriques) ont été utilisées pour stabiliser l'assiette du drone. Toutefois, la stabilisation au sens où on l'entend généralement correspond à la stabilisation de la vitesse, ce que ne permet pas la commande d'assiette. En effet, des biais de mesure sur l'extraction de l'orientation ainsi que des perturbations aérodynamiques peuvent entraîner une dérive de l'engin. Pour y remédier, des stratégies d'asservissement visuel relativement à une cible connue ou partiellement connue ont été proposées. Ces dernières ne permettent cependant pas de stabiliser le véhicule relativement à un terrain inconnu. C'est dans ce contexte que nous avons proposé une méthode ne nécessitant pas la connaissance précise de l'objet observé. Un contrôleur de type proportionnel intégral basé sur la mesure du flot optique moyen a été proposé et une analyse théorique rigoureuse a été effectuée. Le contrôleur permet en outre de garantir la non-collision avec l'obstacle observé et de compenser des perturbations constantes.

Afin de limiter les risques de détérioration du matériel en cas d'urgence, l'atterrissage automatique est une fonction qui semble essentielle pour naviguer dans des environnements inconnus. Pour répondre à ce problème, un contrôleur utilisant le flot optique normal (similaire au temps à collision) a été proposé. En conservant ce signal autour d'une valeur de consigne constante, cette approche permet de réaliser une manœuvre d'atterrissage en douceur sur une plateforme statique plane. Lors de l'expérimentation, nous avons remarqué que le quadrirotor était capable de réagir de façon très robuste aux perturbations aérodynamiques qui soulevaient la texture posée au sol. L'observation de ce phénomène nous a alors amené à considérer le problème plus

général de l'appontage. L'atterrissage sur une plateforme mobile présente en effet des difficultés bien connues des pilotes. Une analyse théorique rigoureuse de la dynamique du système a donc été effectuée en prenant en compte la dynamique de la plateforme ainsi que l'effet de sol.

Dans la littérature, on trouve de nombreux travaux traitant la question du suivi de terrain et de l'évitement d'obstacles. Bien souvent, les problèmes sont étudiés séparément. Ainsi certains travaux traitent le suivi de sol, d'autres le suivi de couloir et d'autres encore l'évitement réflexe d'obstacles. Cependant, on remarque dans tous les cas que l'objectif principal est de rester à distance des obstacles. L'approche que nous avons développée donne un cadre général à ces problèmes. L'utilisation d'une ou plusieurs directions d'observation est alors un paramètre dépendant de l'application désirée. Par exemple, pour le suivi de terrain, le sol doit être observé. Pour le suivi de couloir, les directions d'observation doivent pointer à gauche et à droite de l'appareil, *etc.* Si la stabilité globale du système a été prouvée dans le cas du suivi de sol, la robustesse du contrôleur est bien plus complexe à étudier dans le cas général lorsque plus d'une direction d'observation est utilisée. Néanmoins, certains exemples d'applications ont été traités et expérimentés avec succès. De plus, sous certaines hypothèses réalistes, nous avons montré l'existence d'un domaine de stabilité assurant la robustesse de l'approche.

Bien que cette thèse fournit des réponses à certains problèmes de navigation, ce travail est une étape préliminaire et certaines questions restent encore en suspens :

- Dans cette étude, les preuves de convergence des algorithmes de commande sont effectuées en ne prenant en compte que la dynamique de translation du système. On justifie cette démarche en invoquant la théorie des grands gains. En toute rigueur, l'analyse devrait également considérer la dynamique de rotation du véhicule et montrer la convergence pour l'ensemble du système inter-connecté. La principale difficulté rencontrée dans cette thèse résulte de l'utilisation du flot optique dans les boucles de commande. Ceci induit des non-linéarités dans la dynamique de translation et rend la connexion avec la dynamique non-linéaire de rotation d'autant plus complexe. Même si une preuve locale de convergence aurait aisément pu être réalisée dans certains cas, le problème de convergence globale reste aujourd'hui ouvert.
- L'algorithme de stabilisation avec action intégrale permet de stabiliser la vitesse à condition que la mesure du flot optique ne soit pas biaisée. En effet, pour de très faibles déplacements, le flot optique peut ne pas être détecté. Ceci induit alors une faible dérive du véhicule. Pour y remédier, une cible connue peut être utilisée. Toutefois, sur un terrain inconnu, le problème reste entier. Une solution envisageable serait de stabiliser le drone autour d'un point de l'image. Ce point pourrait être défini par un opérateur ou de façon automatique (détermination automatique d'un lieu d'atterrissage par exemple). Ceci permettrait ainsi d'empêcher une dérive latérale de l'engin.
- Dans le cas de l'appontage automatique, nous avons apporté une solution par

boucle fermée en supposant que la dynamique de la plateforme est suffisamment régulière. La plupart des techniques classiques d'appontage compensent les mouvements prédits de la plateforme. La prédiction est généralement imparfaite et la méthode peut échouer dans certains cas. Toutefois, notre approche est également susceptible d'échouer dans le cas où le mouvement de la plateforme change brutalement. Une perspective d'amélioration pour la suite consisterait alors à combiner les approches par compensation avec notre approche par rétroaction.

- L'algorithme de suivi de terrain incluant l'évitement d'obstacles n'est qu'une étape préliminaire pour la navigation sans collision. En effet, notre étude se contente d'assurer une navigation sans collision et aucun objectif à réaliser n'est défini. Par la suite, il serait intéressant de combiner le suivi de terrain avec des fonctions de haut niveau telles que la poursuite de trajectoire GPS ou le suivi de cible. Par exemple, si un bâtiment ou des arbres font obstacle au véhicule, l'algorithme développé dans ce chapitre lui permettrait de dévier de sa trajectoire initiale afin d'éviter l'obstacle. Des premiers travaux ont déjà été effectués dans ce sens pour des drones à voilure fixe [Zufferey 10]. On peut également imaginer combiner les trois fonctions étudiées durant cette thèse. Un lieu d'atterrissage étant défini sur l'image, la mission consisterait dans un premier temps à stabiliser le véhicule au-dessus de ce point tout en évitant les obstacles présents sur la trajectoire. Dans un deuxième temps, le drone réaliserait un atterrissage automatique.

L'insecte répond de façon bien plus efficace aux problèmes ambitieux abordés dans cette thèse et pourtant, il n'est pas infallible. La route vers la navigation robuste des drones semble donc encore longue, bien plus longue que l'apprentissage du vol par le jeune Shoubee...





## Calcul du flot optique moyen

Dans cette annexe, il s'agit de fournir les éléments mathématiques nécessaires pour le calcul du flot optique moyen décrit dans le chapitre 3 et utilisé dans le paragraphe 5.2.2. En réutilisant les notations de la section 3.1, considérons l'intégrale  $\hat{\phi}$  du vecteur  $(\dot{p} + \Omega_{\times} p)$  sur un angle solide  $\mathcal{W}^2$  de la sphère unité autour de la direction d'observation  $\hat{\eta} \neq \eta$ . Pour cela, on définit les coordonnées sphériques  $(\hat{\alpha}_e, \hat{\alpha}_a)$  de  $\hat{\eta}$  où  $\hat{\alpha}_e$  et  $\hat{\alpha}_a$  correspondent respectivement aux angles d'élévation et d'azimut. A partir de ces paramètres, la matrice d'orientation  $\hat{R}_t$  de  $\hat{\eta}$  par rapport au repère inertiel  $\mathcal{I}$  s'écrit <sup>1</sup>

$$\hat{R}_t = \begin{pmatrix} c(\hat{\alpha}_e) c(\hat{\alpha}_a) & -s(\hat{\alpha}_a) & s(\hat{\alpha}_e) c(\hat{\alpha}_a) \\ c(\hat{\alpha}_e) s(\hat{\alpha}_a) & c(\hat{\alpha}_a) & s(\hat{\alpha}_e) s(\hat{\alpha}_a) \\ -s(\hat{\alpha}_e) & 0 & c(\hat{\alpha}_e) \end{pmatrix}$$

Définissons l'angle  $\theta_0$  correspondant à la demi-ouverture de l'angle solide  $\mathcal{W}^2$ . Alors,  $\hat{\phi}$  s'exprime de la façon suivante

$$\hat{\phi} = \iint_{\mathcal{W}^2} (\dot{p} + \Omega_{\times} p) dp = -\frac{\hat{Q}(V - V_t)}{d},$$

où  $\hat{Q} = R^\top (\hat{R}_t \hat{\Lambda} \hat{R}_t^\top) R$  est une matrice symétrique définie positive.  $\hat{\Lambda}$  est également une matrice définie positive dépendant de  $\eta$  et  $\hat{\eta}$ . Elle peut s'exprimer de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \hat{\Lambda} &= \iint_{\mathcal{W}^2} \pi_q \langle p, R^\top \eta \rangle dq \\ &= \int_{\theta=0}^{\theta_0} \int_{\phi=0}^{2\pi} (I - qq^\top) \langle q, \hat{R}_t^\top \eta \rangle s(\theta) d\theta d\phi \end{aligned}$$

1. pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $s(x) = \sin(x)$ ,  $c(x) = \cos(x)$ ,  $t(x) = \tan(x)$

où  $q^\top = (s(\theta) c(\phi), s(\theta) s(\phi), c(\theta))$  ( $p = R^\top \hat{R}_t q$ ). Finalement, après quelques calculs fastidieux ne présentant pas de difficultés, on vérifie que

$$\hat{\Lambda} = \frac{\pi (\sin \theta_0)^4}{4} \begin{pmatrix} \frac{1}{\lambda} a & 0 & -b \\ 0 & \frac{1}{\lambda} a & -c \\ -b & -c & 2a \end{pmatrix}$$

$$a = c(\alpha_e) c(\hat{\alpha}_e) + s(\alpha_e) s(\hat{\alpha}_e) c(\tilde{\alpha}_a)$$

$$b = s(\alpha_e) c(\hat{\alpha}_e) c(\tilde{\alpha}_a) - c(\alpha_e) s(\hat{\alpha}_e)$$

$$c = s(\alpha_e) s(\tilde{\alpha}_a)$$

où  $\lambda = \frac{(\sin \theta_0)^2}{4 - (\sin \theta_0)^2}$  et  $\tilde{\alpha}_e = \alpha_e - \hat{\alpha}_e$ ,  $\tilde{\alpha}_a = \alpha_a - \hat{\alpha}_a$ . Dans le cas particulier où  $\hat{\eta} = \eta$ , on a  $\tilde{\alpha}_e = 0$  et  $\tilde{\alpha}_a = 0$ . Ainsi la matrice  $\hat{\Lambda} = \Lambda$  est diagonale

$$\hat{\Lambda} = \Lambda = \frac{\pi (\sin \theta_0)^4}{4} \begin{pmatrix} \frac{1}{\lambda} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda} & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

---

## Preuve du théorème 5.3.2

---

Définissons l'état virtuel suivant :

$$\zeta = d \exp \left( \int_0^t -\frac{m \|\nabla d\| \dot{v}_d}{k_D \delta(\tau)} d\tau \right) \quad (\text{B.1})$$

En dérivant  $\zeta$  et en utilisant l'équation (5.27), on obtient

$$\dot{\zeta} = -\frac{k_P \omega^* \gamma(t) \|\nabla d\|}{k_D \delta(t)} \left( 1 - \frac{d^*}{d} \chi(t) \right) \zeta \quad (\text{B.2})$$

On montre alors facilement que si  $d > \bar{d}$ ,  $\dot{\zeta} < 0$  et si  $d < \underline{d}$ ,  $\dot{\zeta} > 0$ . Ainsi, 4 situations doivent être considérées :

$d_0 < \underline{d}$	$v_d(0) \leq 0, d \nearrow$	(a)
$\zeta \nearrow$	$v_d(0) > 0, d \searrow$	(b)
$d_0 > \bar{d}$	$v_d(0) < 0, d \nearrow$	(c)
$\zeta \searrow$	$v_d(0) \geq 0, d \searrow$	(d)

- (a) Comme  $\zeta$  croît, le signe de  $v_d$  (ou  $\dot{d}$ ) ne peut changer tant que  $d \leq \underline{d}$ . Alors, il existe un instant  $T$  tel que  $d(T) \geq \underline{d}$ .
- (b) De la même façon, comme  $\zeta$  décroît, il existe un instant  $T$  tel que  $d(T) \leq \underline{d}$ .
- (c) Pour montrer qu'il existe un instant  $T'$  à partir duquel le signe de  $v_d$  change et tel que  $d(T') > 0$ , on suppose l'inverse. Supposons que  $v_d > 0$  et  $d < \underline{d}$  pour tout  $t > 0$ . En utilisant le fait que  $\underline{d} = d^* \chi_{\min}$  ainsi que l'équation (B.1), on en déduit que  $\dot{v}_d < 0$  et que  $\zeta$  reste positif et majoré

$$\zeta < d_0 \exp \left( \frac{m \|\nabla d\|_{\max}}{k_D \delta_{\min}} v_d(0) \right), \quad \forall t \geq 0$$

De plus, comme  $d_0 < \underline{d}$  et  $\dot{d} < 0$ , il résulte de l'équation (B.2) qu'il existe  $\epsilon > 0$  tel que  $\dot{\zeta} > \epsilon\zeta$ . Par conséquent, il existe un instant  $T'$  tel que

$$\zeta(T') > d_0 \exp\left(\frac{m \|\nabla d\|_{\max}}{k_D \delta_{\min}} v_d(0)\right)$$

Cela contredit l'hypothèse. En outre, comme  $\zeta$  est croissant et  $\zeta_0 = d_0 > 0$ ,  $d$  reste strictement positif. Il s'en suit que la situation (b) mène à la situation (a).

- (d) De façon analogue au cas (b), une preuve similaire permet de montrer que la situation (c) mène à la situation (d).

Par conséquent, quelle que soit la situation (a-d), il existe un instant  $T$  tel que  $d(T)$  appartient à l'intervalle  $[\underline{d}, \bar{d}]$ .

Pour définir l'attracteur, supposons que  $(d_0 > 0, v_d(0)) \notin \mathcal{D}$  (Figure 5.5). Définissons la fonction de stockage  $\mathcal{J} = m(v_d)^2/2$ . En dérivant  $\mathcal{J}$  et en réutilisant l'équation (5.27), on obtient :

$$\dot{\mathcal{J}} = -k_D \delta \frac{v_d}{d} \left( v_d - \frac{k_P \omega^*}{k_D} \frac{\gamma}{\delta} (d - \chi d^*) \right) \quad (\text{B.3})$$

$$= -k_D \delta \frac{v_d}{d} (v_d + \mu_{\gamma, \chi, \delta}(d)) \quad (\text{B.4})$$

Il s'en suit que la fonction  $\dot{\mathcal{J}}$  est négative tant que  $|v_d| > |\mu_{\gamma, \chi, \delta}(d)|$ . Cela implique qu'il existe un instant  $T$  tel que  $-v_d$  appartient à l'intervalle  $[\mu^-, \mu^+]$ ,  $\forall t \geq T$ . En combinant ce résultat avec la précédente discussion, on obtient le tableau suivant représentant les états successifs du système lorsque le plus mauvais cas se produit.

	phase 0	phase 1	phase 2	phase 3
(a)	$d_0 < \underline{d}$ $v_d(0) < -\mu^+$	$\underline{d} \leq d \leq \bar{d}$ $v_d < -\mu^+$	$\equiv (c)$ at phase 0	
(b)	$d_0 < \underline{d}$ $v_d(0) > -\mu^-$	$d < \underline{d}$ $v_d = 0$	$d < \underline{d}$ $0 > v_d > -\mu^+$	$d \in \mathcal{D}$
(c)	$d_0 > \bar{d}$ $v_d(0) < -\mu^+$	$d > \bar{d}$ $v_d = 0$	$\equiv (d)$ at phase 0	
(d)	$d_0 > \bar{d}$ $v_d(0) > -\mu^-$	$\underline{d} \leq d \leq \bar{d}$ $v_d > -\mu^-$	$\equiv (b)$ at phase 0	

En examinant ce tableau, on vérifie facilement que, pour toute condition initiale vérifiant  $d_0 > 0$ , il existe un instant  $T$  tel que  $(d(T), v_d(T)) \in \mathcal{D}$ .

Il reste à montrer que  $\mathcal{D}$  est invariant, c'est-à-dire que si  $(d_0, v_d(0)) \in \mathcal{D}$ ,  $(d(t), v_d(t))$  reste dans  $\mathcal{D}$ ,  $\forall t \geq 0$ . Comme, par hypothèse,  $v_d(0) \geq -\mu^+$ , (B.3) montre que  $v_d \geq -\mu^+$ ,  $\forall t \geq 0$ . De plus, comme  $\zeta$  est décroissante pour  $d > \bar{d}$ , si la situation (c) se produit, alors  $\dot{v}_d > 0$  et

$$d(t) \exp\left(-\frac{m \|\nabla d\|_{\max}}{k_D \delta_{\min}} (v_d - v_d(0))\right) \leq \zeta(t) \leq \zeta_0 = d_0$$

tant que  $v_d < 0$ . Ainsi,  $d \leq \bar{d}$ ,  $\forall t \geq 0$ . En utilisant ce résultat et le fait que  $v_d(0) \leq -\mu^-$  est aussi vérifié, on montre également, à partir de l'équation (B.3), que  $v_d \leq -\mu^-$ ,  $\forall t \geq 0$ . De plus, comme  $\zeta$  est croissante pour  $d < \underline{d}$ , si la situation (b) se produit, alors  $\dot{v}_d < 0$  et

$$d(t) \exp\left(-\frac{m \|\nabla d\|_{\max}}{k_D \delta_{\min}}(v_d - v_d(0))\right) \geq \zeta(t) \geq \zeta_0 = d_0$$

tant que  $v_d > 0$ . Ainsi,  $d(t) \geq \underline{d}$ ,  $\forall t \geq 0$ . Par conséquent,  $(d, v_d)$  reste dans  $\mathcal{D}$ ,  $\forall t \geq 0$ .



---

# Bibliographie

---

- [Altug 02] E. Altug, J. Ostrowski, R. Mahony. – Control of a quadrotor helicopter using visual feedback. – *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Washington DC, Virginia, June 2002.
- [Argyros 04] A.A. Argyros, D.P. Tsakiris, C. Groyer. – Biomimetic centering behavior for mobile robots with panoramic sensors. *IEEE robotics and automation magazine : Vol. 11. Special issue on panoramic robotics*, pp. 21–30, 2004.
- [Barber 05] D. Barber, S. Griffiths, T. McLain, R. Beard. – Autonomous landing of miniature aerial vehicles. – *AIAA Infotech@Aerospace*, 2005.
- [Barron 94] J. L. Barron, D. J. Fleet, S. S. Beauchemin. – Performance of optical flow techniques. *International Journal of Computer Vision*, 12(1) :43–77, 1994.
- [Barrows 00] G. Barrows, C. Neely. – Mixed-mode vlsi optic flow sensors for in-flight control of a micro air vehicle. – *SPIE*, vol. 4109, pp. 52–63, 2000.
- [Beghdadi 03] A. Beghdadi, M. Mesbah, J. Monteil. – A fast incremental approach for accurate measurement of the displacement field. *image and vision computing*, 21 :383–399, 2003.
- [Benallegue 06] A. Benallegue, A. Belaidi, A. Mokhtari. – Polynomial linear quadratic gaussian and sliding mode observer for a quadrotor unmanned aerial vehicle. *Journal of Robotics and Mechatronics*, 17(3) :483–495, 2006.
- [Bendotti 95] P. Bendotti, J. C. Morris. – Robust hover control for a model helicopter. – *IEEE American Control Conference*, 1995.
- [Bensalah 95] F. Bensalah, F. Chaumette. – Compensation of abrupt motion changes in target tracking by visual servoing. – *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, IROS'95*, vol. 1, pp. 181–187, Pittsburgh, Pennsylvania, August 1995.



- [Bertrand 06] S. Bertrand, T. Hamel, H. Piet-Lahanier. – Performance improvement of an adaptive controller using model predictive control : Application to an uav model. – *4th IFAC Symposium on Mechatronic Systems*, 2006.
- [Bertrand 08] S. Bertrand, T. Hamel, H. Piet-Lahanier. – Stability analysis of an uav controller using singular perturbation theory. – *Proceedings of the 17th IFAC World Congress*, Seoul, Korea, July 2008.
- [Beyeler 09a] Antoine Beyeler, Jean-Christophe Zufferey, Dario Floreano. – optiPilot : control of take-off and landing using optic flow. – *Proceedings of the 2009 European Micro Air Vehicle conference and competition (EMAV '09)*, 2009.
- [Beyeler 09b] Antoine Beyeler, Jean-Christophe Zufferey, Dario Floreano. – Vision-based control of near-obstacle flight. *Autonomous Robots*, 27(3) :201–219, 2009.
- [Bouabdallah 04] S. Bouabdallah, A. Noth, R. Siegwart. – Pid vs. lq control techniques applied to an indoor micro quadrotor. – *Intelligent Robots and Systems*, 2004.
- [Bouabdallah 05] S. Bouabdallah, R. Siegwart. – Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor. – *IEEE Conference on Robotics and Automation*, 2005.
- [Bouguet 99] J.Y. Bouguet. – *Pyramidal Implementation of the Lucas Kanade Feature Tracker Description of the algorithm*. – Rapport de recherche, Intel Corporation, Microprocessor Research Labs, 1999.
- [Bourquardez 09] O. Bourquardez, R. Mahony, N. Guenard, F. Chaumette, T. Hamel, L. Eck. – Image-based visual servo control of the translation kinematics of a quadrotor aerial vehicle. *IEEE Transactions on Robotics*, 25(3) :743–749, 2009.
- [Bristeau 09] P.-J. Bristeau, P. Martin, E. Salaun, N. Petit. – The role of propeller aerodynamics in the model of a quadrotor uav. – *European Control Conference*, 2009.
- [Bruss 83] A. R. Bruss, B. K. Horn. – Passive navigation. *Computer Graphics and Image Processing*, 21 :3–20, 1983.
- [Carelli 02] R. Carelli, C. Soria, O. Nasisi, E. Freire. – Stable agv corridor navigation with fused vision-based control signals. – *Proceedings of the 28th conference of industrial electronics society*, 2002.
- [Castillo 05] P. Castillo, R. Lozano, A. Dzul. – Stabilization of a mini rotorcraft with four rotors. *IEEE Control Systems Magazine*, pp. 45–55, 2005.
- [Chahl 04] J. S. Chahl, M. V. Srinivasan, S. W. Zhang. – Landing strategies in honeybees and applications to uninhabited airborne vehicles.

- The International Journal of Robotics Research*, 23(2) :101–110, 2004.
- [Chaumette 93] F. Chaumette, A. Santos. – Tracking a moving object by visual servoing. – *12th IFAC World Congress*, vol. 3, pp. 643–648, Sydney, Australia, July 1993.
- [Chaumette 98] F. Chaumette. – Potential problems of stability and convergence in imagebased and position-based visual servoing. – *Proc. Conf. Vis. Control, LNCIS*, 1998.
- [Chitrakaran 06] V.K. Chitrakaran, D.M. Dawson, H. Kannan, M. Feemster. – *Vision-Based Tracking for Unmanned Aerial Vehicles*. – Rapport de recherche, Department of Electrical & Computer Engineering, Clemson University, 2006.
- [Cipolla 97a] R. Cipolla, A. Blake. – Image divergence and deformation from closed curves. *Int. J. Rob. Res.*, 16(1) :77–96, 1997.
- [Cipolla 97b] R. Cipolla, N. Hollinghurst. – Visually guided grasping in unstructured environments. *Robotics and Autonomous Systems*, 19(3-4) :337–346, 1997.
- [Collett 75] T.S. Collett, M.F. Land. – Visual control of flight behavior in the hoverfly, *syricta pipiens*. *Journal of Comparative Physiology*, 99 :1–66, 1975.
- [Collett 80] T.S. Collett. – Some operating rules for the optomotor system of a hoverfly during voluntary flight. *Journal of Comparative Physiology A*, 138 :271–282, 1980.
- [Colombo 95] C. Colombo, B. Allotta, P. Dario. – Affine visual servoing : A framework for relative positioning with a robot. – *IEEE Int. Conf. Robot. Automat.*, Nagoya, Japan, 1995.
- [Conroy 09] J. Conroy, G. Gremillion, B. Ranganathan, J. Sean Humbert. – Implementation of wide-field integration of optic flow for autonomous quadrotor navigation. *Autonomous Robots*, 27(3) :189–198, 2009.
- [Coombs 92] D. Coombs, K. Roberts. – Bee-bot : using peripheral optical flow to avoid obstacles. – *Intelligent robots and computer vision XI*, vol. 1825, pp. 714–721. SPIE, 1992.
- [Courbon 09] Jonathan Courbon. – *Navigation de Robots Mobiles par Mémoire Sensorielle*. – PhD. Thesis, Université Blaise Pascal - Clermont II, 2009.
- [Crétual 01] A. Crétual, F. Chaumette. – Visual servoing based on image motion. *Int. Journal of Robotics Research*, 20(11) :857–877, November 2001.

- [Crétual 01a] A. Crétual, F. Chaumette. – Application of motion-based visual servoing to target tracking. *Int. Journal of Robotics Research*, 20(11) :878–890, November 2001.
- [Crétual 01b] A. Crétual, F. Chaumette. – Visual servoing based on image motion. *Int. Journal of Robotics Research*, 20(11) :857–877, November 2001.
- [Dahmen 09] H. Dahmen, A. Millers, H. Mallot. – Insect inspired odometry by optic flow recorded with optical mouse chips. *Flying insects and robots*, éd. par D. Floreano, J.-C. Zufferey, M. Srinivasan, C. Ellington. – Berlin, Springer, 2009.
- [Defara 06] L. Defara, T. Madani, A. Benallegue. – Dynamic modelling and experimental identification of four rotors helicopter parameters. – *IEEE International Conf. on Industrial Technology*, 2006.
- [Dev 97] A. Dev, B. Kröse, F. Groen. – Navigation of a mobile robot on a temporal development of the optic flow. – *Proceedings of the IEEE international conference on intelligent robots and systems*, 1997.
- [Duchon 98] A. Duchon, W. H. Warren, L. Kaelbling. – Ecological robotics. *Adaptive Behavior*, 6 :473–507, 1998.
- [Espiau 92] B. Espiau, F. Chaumette, P. Rives. – A new approach to visual servoing in robotics. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 8(3) :313–326, 1992.
- [Feddemma 93] J. T. Feddemma, C. S. G. Lee, O. R. Mitchell. – Feature-based visual servoing of robotic systems. *Visual Servoing*, éd. par K. Hashimoto, pp. 105–138. – World Scientific, 1993.
- [Franceschini 75] N. Franceschini. – Sampling of the visual environment by the compound eye of the fly : Fundamentals and applications. *Photoreceptor Optics*, éd. par A. W. Snyder, R. Menzel, pp. 98–125. – Springer, 1975.
- [Franceschini 86] N. Franceschini, C. Blanes, L. Oufar. – *Passive, non-contact optical velocity sensor (in french)*. – Dossier technique anvar/dvar n°51549, Paris, 1986.
- [Frazzoli 02] E. Frazzoli, M. A. Dahleh, E. Feron. – Real-time motion planning for agile autonomous vehicles. *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 5(1) :116–129, 2002.
- [Garratt 08] Matthew A. Garratt, Javaan S. Chahl. – Vision-based terrain following for an unmanned rotorcraft. *Journal of Field Robotics*, 25 :284–301, 2008.
- [Graf 05] W. Graf, J. Fleming, P. Gelhausen. – Ducted fan aerodynamics in forward flight. – *AHS International Specialists' Meeting on Unmanned Rotorcraft*, 2005.

- [Green 08] William E. Green, Paul Y. Oh. – Optic flow based collision avoidance. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 15(1) :96–103, 2008.
- [Grosso 96] E. Grosso, G. Metta, A. Oddera, G. Sandini. – Robust visual servoing in third reaching tasks. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 12(8) :732–742, 1996.
- [Guenard 06] N. Guenard, T. Hamel, V. Moreau, R. Mahony. – Design of a controller allowed the intuitive control of an x4-flyer. – *SYROCO'06*, University of Bologna, Italy, 2006.
- [Guenard 07] Nicolas Guenard. – *Optimisation et implémentation de lois de commande embarquées pour la téléopération intuitive de micro drones aériens "X<sub>4</sub>-flyer"*. – PhD. Thesis, université Nice Sophia Antipolis, 2007.
- [Guenard 08] N. Guenard, T. Hamel, R. Mahony. – A practical visual servo control for an unmanned aerial vehicle. *IEEE Transactions on Robotics*, 24(2) :331–340, 2008.
- [Hamel 02a] T. Hamel, R. Mahony. – Visual servoing of an under-actuated dynamic rigid-body system : An image based approach. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 18(2) :187–198, April 2002.
- [Hamel 02b] T. Hamel, R. Mahony, R. Lozano, J. Ostrowski. – Dynamic modelling and configuration stabilization for an X4-flyer. – *International Federation of Automatic Control Symposium, IFAC 2002*, Barcelona, Spain, 2002.
- [Hamel 06] T. Hamel, R. Mahony. – Attitude estimation on  $so(3)$  based on direct inertial measurements. – *IEEE Conference on Robotics and Automation*, 2006.
- [Hamel 07] T. Hamel, R. Mahony. – Image based visual servo-control for a class of aerial robotic systems. *Automatica*, 43 :1975–1983, 2007.
- [Hauser 92] J. Hauser, S. Sastry, G. Meyer. – Nonlinear control design for slightly nonminimum phase systems : Application to v/stol. *Automatica*, 28(4) :665–679, 1992.
- [Horn 81] B.K.P. Horn, B.G. Schunck. – Determining optical flow. *Artificial intelligence*, pp. 185–204, 1981.
- [Horn 87] B.K. P. Horn. – Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions. *Journal of the Optical Society of America. A*, 4(4) :629–642, 1987.
- [Hrabar 05] S.E. Hrabar, P.I. Corke, G.S. Sukhatme, K. Usher, J.M. Roberts. – Combined optic-flow and stereo-based navigation of urban canyons for a uav. – *Proceedings of the IEEE/RSJ international*

- conference on intelligent robots and systems*, Edmonton, Canada, 2005.
- [Hua 09a] M.D. Hua, T. Hamel, P. Morin, C. Samson. – Commande par retour d'état pour des engins volants de type vtol : résultats et perspectives. – *7ème Journées Nationales de la Recherche en Robotique*, Neuvy-sur-Barangeon, France, November 2009.
- [Hua 09b] M.D. Hua, T. Hamel, P. Morin, C. Samson. – A control approach for thrust-propelled underactuated vehicles and its application to vtol drones. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 54(8) :1837–1853, 2009.
- [Hua 09c] Minh Duc Hua. – *Contributions au contrôle automatique de véhicules aériens*. – PhD. Thesis, université Nice Sophia Antipolis, 2009.
- [Humbert 05a] J. S. Humbert, R.M. Murray, M.H. Dickinson. – Sensorimotor convergence in visual navigation and flight control systems. – *Proceedings on the 16th IFAC world congress*, Prague, Czech Republic, 2005.
- [Humbert 05b] J. Sean Humbert, R. M. Murray, M. H. Dickinson. – Pitch-altitude control and terrain following based on bio-inspired visuomotor convergence. – *AIAA Conference on Guidance, Navigation and Control*, San Francisco, CA, 2005.
- [Humbert 06] J. Sean Humbert. – *Bio-Inspired Visuomotor Convergence in Navigation and Flight Control Systems*. – Phd. thesis, California Institute of Technology, 2006.
- [Humbert 10] J. S. Humbert, A. M. Hyslop. – Bioinspired visuomotor convergence. *IEEE Transactions on Robotics*, 26(1) :121 – 130, 2010.
- [Hutchinson 96] S. Hutchinson, G. Hager, P. Corke. – A tutorial on visual servo control. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 12(5) :651–670, 1996.
- [Irani 92] M. Irani, B. Rousso, S. Peleg. – Detecting and tracking multiple moving objects using temporal integration. – *European conference on Computer Vision*, 1992.
- [Irani 94] M. Irani, B. Rousso, S. Peleg. – Recovery of ego-motion using image stabilization. – *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 1994.
- [Khalil 96] H. K. Khalil. – *Nonlinear Systems*. – Prentice Hall, second édition, New Jersey, U.S.A., 1996.
- [Kirchner 89] W. H. Kirchner, M. V. Srinivasan. – Freely flying honeybees use image motion to estimate object distance. *Naturwissenschaften*, 76 :281–282, 1989.

- [Ko 07] A. Ko, O. J. Ohanian, P. Gelhausen. – Ducted fan uav modeling and simulation in preliminary design. – *AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference and Exhibit*, 2007.
- [Koenderink 87] J. Koenderink, A. van Doorn. – Facts on optic flow. *Biol. Cybern.*, 56 :247–254, 1987.
- [Koo 98] T. John Koo, S. Sastry. – Output tracking control design of a helicopter model based on approximate linearization. – *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control CDC'98*, 1998.
- [Le Bras 06] F. Le Bras, R. Mahony, T. Hamel, P. Binetti. – Adaptive filtering and image based visual servo control of a ducted fan flying robot. – *IEEE Conference on Decision & Control*, 2006.
- [Lee 76] D. N. Lee. – A theory of visual control of braking based on information about time to collision. *Perception*, 5(4) :437–459, 1976.
- [Lipera 01] L. Lipera, J. Colbourne, M. Tischler, M. Mansur, M. Rotkowitz, P. Patangui. – The micro craft istar micro-air vehicle : Control system design and testing. – *Annual Forum of the American Helicopter Society*, 2001.
- [LonguetHiggins 84] H.C. Longuet-Higgins. – Visual ambiguity of a moving plane. *Proceedings of the Royal Society of London*, 223 :165–175, 1984.
- [Lucas 81] B. Lucas, T. Kanade. – An iterative image registration technique with an application to stereo vision. – *Proceedings of the Seventh International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pp. 674–679, Vancouver, 1981.
- [Luo 03] C.-C. Luo, R.-F. Liu, C.-D. Yang, Y.-H. Chang. – Helicopter  $h_\infty$  control design with robust flying quality. *Aerospace Science and Technology*, 7(2) :159–169, 2003.
- [Ma 99] Y. Ma, J. Kosecka, S. Sastry. – Vision guided navigation for a nonholonomic mobile robot. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 15(3) :521–536, 1999.
- [Mahony 04] R. Mahony, T. Hamel. – Robust trajectory tracking for a scale model autonomous helicopter. *International Journal of Non-linear and Robust Control*, 14 :1035–1059, 2004.
- [Mahony 05] R. Mahony, T. Hamel. – Image-based visual servo control of aerial robotic systems using linear image features. *IEEE Trans. on Robotics*, 21(2) :227–239, 2005.
- [Mahony 08] R. Mahony, P. Corke, T. Hamel. – Dynamic image-based visual servo control using centroid and optic flow features. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, 130(1), 2008.

- [Malis 99] E. Malis, F. Chaumette, S. Boudet. – 2-1/2-D visual servoing. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 15(2) :238–250, April 1999.
- [Malis 00] E. Malis, F. Chaumette. – 2 1/2 d visual servoing with respect to unknown objects through a new estimation scheme of camera displacement. *International Journal of Computer Vision*, 37(1) :79–97, 2000.
- [Mammar 92] S. Mammar. – *Commande multivariable robuste par les approches LQG/LTR et  $H_\infty$ . Application à un hélicoptère*. – PhD. Thesis, Université de Paris-Sud, 1992.
- [Marconi 02] L. Marconi, A. Isidori, A. Serrani. – Autonomous vertical landing on an oscillating platform : an internal-model based approach. *Automatica*, 38 :21–32, 2002.
- [Martini 08] Adnan Martini. – *Modélisation et commande de vol d'un hélicoptère soumis à une rafale de vent*. – PhD. Thesis, Université Paul Verlaine - Metz, 2008.
- [McCarthy 04] C. McCarthy, N. Barnes. – Performance of optical flow techniques for indoor navigation with a mobile robot. – *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, New Orleans, LA, April 2004.
- [McCarthy 08] C. McCarthy, N. Barnes, R. Mahony. – A robust docking strategy for a mobile robot using flow field divergence. *IEEE Transactions on Robotics*, 24(4) :832–842, 2008.
- [Meingast 04] Marci Meingast, Christopher Geyer, Shankar Sastry. – Vision based terrain recovery for landing unmanned aerial vehicles. – *Proceedings of the 43th IEEE Conference on Decision and Control*, Atlantis, Paradise Island, Bahamas, December 2004.
- [Mejias 06] L.O. Mejias, S. Saripalli, P. Cervera, G.S. Sukhatme. – Visual servoing for tracking features in urban areas using an autonomous helicopter. *J. Field Robot.*, 23(3-4) :185–199, 2006.
- [Metni 05] N. Metni, J.M. Pfimlin, T. Hamel, P. Souares. – Attitude and gyro bias estimation for a flying uav. – *Proceedings of the IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Edmonton, Canada, 2005.
- [Metni 07] N. Metni, T. Hamel. – Visual tracking control of aerial robotic systems with adaptive depth estimation. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 5(1) :51–60, 2007.
- [Muratet 05] Laurent Muratet, Stéphane Doncieux, Yves Briere, Jean-Arcady Meyer. – A contribution to vision-based autonomous helicopter flight in urban environments. *Robotics and Autonomous Systems*, 50(4) :195–209, 2005.

- [Murray 94] R. M. Murray, Z. Li, S. S. Sastry. – *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*. – CRC Press, Inc., Florida, U.S.A., 1994.
- [Nagel 94] H. H. Nagel, G. Socher, H. Kollnig, M. Otte. – Motion boundary detection in image sequences by local stochastic tests. – *European Conference on Computer Vision*, 1994.
- [Naldi 08] R. Naldi, L. Marconi, A. Sala. – Modelling and control of a miniature ductedfan in fast forward flight. – *IEEE American Control Conference*, 2008.
- [Nelson 89] R. C. Nelson, J. Y. Aloimonos. – Obstacle avoidance using flow field divergence. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11(10) :1102–1106, 1989.
- [Netter 99] T. Netter, N. Franceschini. – Neuromorphic optical flow sensing for nap-of-the-earth flight. – D.W. Gage, H.M. Choset (édité par), *Proceedings of the SPIE Conf. on Mobile Robots XIV*, vol. 3838, pp. 208–216, 1999.
- [Odobez 95] J.M. Odobez, P. Bouthemy. – Robust multiresolution estimation of parametric motion models. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 6(4) :348–365, Décembre 1995.
- [Odobez 97] J.M. Odobez, P. Bouthemy. – *Video Data Compression for Multimedia Computing*, chap. Separation of moving regions from background in an image sequence acquired with a mobile camera, pp. 283–311. – Kluwer Academic Publisher, 1997.
- [Oh 06] So-Ryeok Oh, Kaustubh Pathak, Sunil K. Agrawal, Heman-shu Roy Pota, Matt Garratt. – Approaches for a tether-guided landing of an autonomous helicopter. *IEEE Transactions on Robotics*, 22(3) :536–544, 2006.
- [Pffimlin 05] J.-M. Pffimlin, T. Hamel, P. Souères, N. Metni. – Nonlinear attitude and gyroscopes bias estimation for a vtol uav. – *IFAC World Congress*, 2005.
- [Pffimlin 06a] J.-M. Pffimlin, T. Hamel, P. Souères, R. Mahony. – A hierarchical control strategy for the autonomous navigation of a ducted fan flying robot. – *IEEE Conf. on Robotics and Automation*, 2006.
- [Pffimlin 06b] Jean-Michel Pffimlin. – *Commande d'un minidrone à hélice carénée : de la stabilisation dans le vent à la navigation autonome*. – PhD. Thesis, Ecole Doctorale Systèmes de Toulouse, 2006.
- [Pffimlin 07] J.-M. Pffimlin, P. Binetti, D. Trouchet, P. Souères, T. Hamel. – Aerodynamic modeling and practical attitude stabilization of a ducted fan uav. – *European Control Conference*, 2007.
- [Pounds 06] P. Pounds, R. Mahony, P. Corke. – Modelling and control of a quad-rotor robot. – *Australasian Conference on Robotics and Automation*, 2006.



- [Pudas 07] M. Pudas, S. Viollet, F. Ruffier, A. Kruusing, S. Amic, S. Leppävuori, N. Franceschini. – A miniature bio-inspired optic flow sensor based on low temperature co-fired ceramics (ltcc) technology. *Sensors and Actuators A*, 133 :88–95, 2007.
- [Questa 95] P. Questa, E. Grossmann, G. Sandini. – Camera self orientation and docking maneuver using normal flow. – *Proceedings of Spie - the International Society for Optical Engineering*, Orlando, USA, 1995.
- [Roberts 02] J. Roberts, P. Corkes, G. Buskey. – Low-cost flight control system for a small autonomous helicopter. – *Proceedings of the Australasian conference on robotics and automation*, Auckland, New Zealand, 2002.
- [Romero 09] H. Romero, S. Salazar, R. Lozano. – Real-time stabilization of an eight-rotor uav using optical flow. *IEEE Transactions on Robotics*, 25(4) :809–817, 2009.
- [Ruffier 03a] F. Ruffier, N. Franceschini. – Octave, a bioinspired visuo-moto control system for the guidance of micro-air-vehicles. – D. Abott A. Rodriguez-Vazquez, R. Carmona (édité par), *Proceedings of SPIE Conference on Bioengineered and Bioinspired Systems*, pp. 1–12, 2003.
- [Ruffier 03b] F. Ruffier, S. Viollet, S. Amic, N. Franceschini. – Bio-inspired optical flow circuits for the visual guidance of micro-air vehicles. – *Proceedings of the IEEE Int. Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)*, 2003.
- [Ruffier 04] F. Ruffier, N. Franceschini. – Visually guided micro-aerial vehicle : automatic take off, terrain following, landing and wind reaction. – *Proceedings of international conference on robotics and automation*, LA, New Orleans, April 2004.
- [Ruffier 05] F Ruffier, N. Franceschini. – Optic flow regulation : the key to aircraft automatic guidance. *Robotics and Autonomous Systems*, 50 :177–194, 2005.
- [Ruffier 07] F. Ruffier, J. Serres, G.P. Masson, N. Franceschini. – A bee in the corridor : regulating the optic flow on one side. – *Proceedings of the 7th meeting of the German neuroscience society-31st Göttingen neurobiology conference*, Göttingen, Germany, 2007. – Abstract T14-7B.
- [Ruffier 08] F. Ruffier, N. Franceschini. – Aerial robot piloted in steep relief by optic flow sensors. – *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent RObots and Systems*, pp. 1266–1273, Nice, France, September 2008.

- [Rumbaugh 04] J. Rumbaugh, I. Jacobson, G. Booch. – *The Unified Modeling Language Reference Manual*. – Pearson Higher Education, second édition, 2004.
- [Samson 91] C. Samson, M. Le Borgne, B. Espiau. – *Robot Control : The task function approach*. – Oxford University Press, Oxford, U.K., 1991.
- [SantosVictor 95] J. Santos-Victor, G. Sandini, F. Curotto, S. Garibaldi. – Divergent stereo in autonomous navigation : from bees to robots. *International Journal of Computers Vision*, 14 :159–177, 1995.
- [SantosVictor 96] J. Santos-Victor, G. Sandini. – Uncalibrated obstacle detection using normal flow. *Machine Vision and Applications*, 9(3) :130–137, May 1996.
- [SantosVictor 97] J. Santos-Victor, G. Sandini. – Visual behaviors for docking. *Computer Vision and Image Understanding*, 67(3) :223–238, 1997.
- [Saripalli 03] Srikanth Saripalli, James F. Montgomery, Gaurav S. Sukhatme. – Visually-guided landing of an unmanned aerial vehicle. *IEEE transactions on robotics and automation*, 19(3) :371–380, 2003.
- [Serres 07] J. Serres, F. Ruffier, G.P. Masson, N. Franceschini. – A bee in the corridor : centring or wall-following? – *Proceedings of the 7th meeting of the German neuroscience society-31st Göttingen neurobiology conference*, Göttingen, Germany, 2007. – Abstract T14-8B.
- [Serres 08] J. Serres, D. Dray, F. Ruffier, N. Franceschini. – A vision-based autopilot for a miniature air vehicle : joint speed control and lateral obstacle avoidance. *Autonomous Robots, Springer*, 25(1-2) :103–122, August 2008.
- [Shakernia 99] O. Shakernia, Y. Ma, T. J. Koo, S. Sastry. – Landing an unmanned air vehicle : vision based motion estimation and nonlinear control. *Asian Journal of Control*, 1(3) :128–146, 1999.
- [Sharp 01] Cory S. Sharp, Omid Shakernia, S. Shankar Sastry. – A vision system for landing an unmanned aerial vehicle. – *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2001.
- [Sontag 95] E. D. Sontag, Y. Wang. – On characterization of the input-to-state stability property. *Systems and Control Letters*, 24(5) :351–359, 1995.
- [Srinivasan 96] M.V. Srinivasan, S.W. Zhang, M. Lehrer, T.S. Collett. – Honeybee navigation. *en route to the goal : visual flight control and odometry*. *Journal of Experimental Biology*, 199 :237–244, 1996.
- [Srinivasan 00] M.V. Srinivasan, S.W. Zhang, J. S. Chahl, E. Barth, S. Venkatesh. – How honeybees make grazing landings on flat surfaces. *Biological Cybernetics*, 83 :171–183, 2000.

- [Stocker 06] A.A. Stocker. – Analog integrated 2-d optical flow sensor. *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, 46 :121–138, 2006.
- [Tammero 02] L.F. Tammero, M.H. Dickinson. – The influence of visual landscape on the free flight behavior of the fruit fly *Drosophila melanogaster*. *Journal of Experimental Biology*, 205 :327–343, 2002.
- [Teel 96] A. R. Teel. – A nonlinear small gain theorem for the analysis of control systems with saturation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41(9) :1256–1270, 1996.
- [Teuliere 10] C. Teuliere, L. Eck, E. Marchand, N. Guenard. – 3d model-based tracking for uav position control. – *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, 2010.
- [Tian 96] T.Y. Tian, C. Tomasi, D.J. Heeger. – Comparison of approaches to egomotion computation. – *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, San Francisco, CA, 1996.
- [Umeyama 91] S. Umeyama. – Least-squares estimation of transformation parameters between two point patterns. *IEEE Trans. PAMI*, 13(4) :376–380, 1991.
- [Vassallo 02] R.F. Vassallo, J. Santos-Victor, H.J. Schneebeli. – A general approach for egomotion estimation with omnidirectional images. – *OMNIVIS'02*, Copenhagen, Denmark, June 2002.
- [Vilchis 01] Juan Carlos Avila Vilchis. – *Modélisation et commande d'hélicoptère*. – PhD. Thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2001.
- [Wagner 82] H. Wagner. – Flow-field variables trigger landing in flies. *Nature*, 297 :147–148, 1982.
- [Weber 97] K. Weber, S. Venkatesh, M.V. Srinivasan. – Insect inspired behaviours for the autonomous control of mobile robots. *From living eyes to seeing machines*, éd. par M. V. Srinivasan, S. Venkatesh, pp. 226–248. – Oxford University Press, 1997.
- [Wilson 94] W. Wilson. – Visual servo control of robots using kalman filter estimates of robot pose relative to work-pieces. *Visual Servoing*, éd. par K. Hashimoto, pp. 71–104. – World Scientific, 1994.
- [Yang 08] Xilin Yang, Hemanshu Pota, Matt Garratt, Valery Ugrinovskii. – Prediction of vertical motions for landing operations of uavs. – *Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control*, Cancun, Mexico, December 2008.
- [Yuan 09] C. Yuan, F. Recktenwald, H. A. Mallot. – Visual steering of uav in unknown environments. – *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, St. Louis, USA, October 2009.

- [Zhao 08] H. W. Zhao, C. Bil. – Aerodynamic design and analysis of a vtol ducted-fan uav. – *26th AIAA Applied Aerodynamics Conference*, 2008.
- [Zufferey 03] Jean-Christophe Zufferey, Antoine Beyeler, Dario Floreano. – Vision-based Navigation from Wheels to Wings. – *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS'2003)*, pp. 2968–2973, 2003.
- [Zufferey 05] J.-C. Zufferey. – *Bio-inspired vision-based flying robots*. – PhD. Thesis, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), 2005.
- [Zufferey 06] Jean-Christophe Zufferey, Dario Floreano. – Fly-inspired Visual Steering of an Ultralight Indoor Aircraft. *IEEE Transactions on Robotics*, 22(1) :137–146, 2006.
- [Zufferey 10] J.-C. Zufferey, A. Beyeler, D. Floreano. – Autonomous flight at low altitude with vision-based collision avoidance and gps-based path following. – *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Anchorage, Alaska, USA, May 2010.



---

# Publications

---

## Articles de journaux

- [1] B. Hérissé, T. Hamel, R. Mahony, and F-X. Russotto. Landing a vtol unmanned aerial vehicle on a moving platform using optical flow. **-Soumis-** *IEEE Transactions on Robotics*.
- [2] B. Hérissé, T. Hamel, R. Mahony, and F-X. Russotto. A terrain-following control approach for a vtol unmanned aerial vehicle using average optical flow. *Autonomous Robots*, 29(3-4) :381–399, November 2010.

## Conférences internationales

- [3] B. Hérissé, T. Hamel, R. Mahony, and F-X. Russotto. The landing problem of a vtol unmanned aerial vehicle on a moving platform using optical flow. In *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, Taipei, Taiwan, October 2010.
- [4] B. Hérissé, S. Oustrieres, T. Hamel, R. Mahony, and F-X. Russotto. A general optical flow based terrain-following strategy for a vtol uav using multiple views. In *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Anchorage, Alaska, USA, May 2010.
- [5] B. Hérissé, T. Hamel, R. Mahony, and F-X. Russotto. A nonlinear terrain-following controller for a vtol unmanned aerial vehicle using translational optical flow. In *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Kobe, Japan, May 2009.
- [6] B. Hérissé, F-X. Russotto, T. Hamel, and R. Mahony. Hovering flight and vertical landing control of a vtol unmanned aerial vehicle using optical flow. In *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, Nice, France, September 2008.

## Divers

- [7] B. Hérissé, T. Hamel, and F-X. Russotto. Navigation autonome d'un drone quadri-rotor basée sur le flux optique. In *7ème Journées Nationales de la Recherche en Robotique (session Poster)*, Neuvy-sur-Barangeon, France, November 2009.

- 
- [8] B. Hérisse and T. Hamel. Optical flow based navigation for a vtol uav. In *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems (Workshop session)*, Saint-Louis, USA, October 2009.





## **Asservissement et Navigation Autonome d'un drone en environnement incertain par flot optique**

Cette thèse porte sur la navigation sans collision d'un véhicule aérien à décollage et atterrissage vertical en environnement inconnu ou incertain. L'utilisation du flot optique, inspirée du monde animal, permet d'obtenir des informations sur la vitesse du véhicule et sur la proximité des obstacles. Deux contributions sont présentées dans ce travail. La première aborde l'atterrissage automatique sur une plateforme statique ou mobile. La manœuvre se décompose en deux tâches : la stabilisation de la vitesse au-dessus de la cible, puis l'atterrissage vertical. L'approche montre que la régulation du flot optique divergent autour d'une consigne constante permet un atterrissage en douceur et sans collision malgré les incertitudes sur la dynamique de la plateforme et du véhicule. La deuxième contribution concerne le suivi de terrain avec évitement d'obstacles. L'approche générale proposée permet d'aborder différentes applications telles que l'évitement d'obstacles frontaux, le suivi de terrain pentu, le suivi de couloir, *etc.* L'analyse de stabilité évalue la robustesse et les limites du contrôleur en présence de diverses incertitudes telles que les incertitudes sur la géométrie de l'environnement. L'ensemble des algorithmes de commande est simulé et expérimenté sur un mini-drone quadricoptère développé au CEA LIST.

**Mots-clés :** Véhicule aérien, Flot optique, Flux optique, Navigation autonome, Atterrissage automatique, Suivi de terrain, Évitement d'obstacles

## **Optical flow based navigation of a VTOL Unmanned Aerial Vehicle in uncertain environment**

This thesis deals with navigation of a VTOL Unmanned Aerial Vehicle in unknown or uncertain environment. The use of optical flow is bio-inspired. It provides information on velocity of the vehicle and proximity of obstacles. Two contributions are presented in this work. The first one addresses automatic landing on a static or mobile platform. The maneuver is split into two tasks : stabilization of the linear velocity above the target and vertical landing. The approach shows that regulation of the divergent optical flow around a constant set point enables a smooth landing without collision despite uncertainties on the vehicle and the platform dynamics. The second contribution concerns terrain following with obstacle avoidance. The general approach considered enables us to address different applications such as corner avoidance, steep terrain following, corridor following, *etc.* Stability analysis assesses robustness and limits of the controller in the presence of various uncertainties such as uncertainties on the geometry of the environment. All the algorithms are simulated and experimented on a quadrotor UAV built at the CEA LIST.

**Keywords :** Aerial Vehicle, Optical flow, Autonomous navigation, Automatic landing, Terrain following, Obstacle avoidance