



Mesure des anisotropies de polarisation du fond diffus cosmologique avec l'interferomètre bolométrique QUBIC

Marie Anne Bigot Sazy

► **To cite this version:**

Marie Anne Bigot Sazy. Mesure des anisotropies de polarisation du fond diffus cosmologique avec l'interferomètre bolométrique QUBIC. Cosmologie et astrophysique extra-galactique [astro-ph.CO]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2013. Français. <tel-01063364>

HAL Id: tel-01063364

<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01063364>

Submitted on 11 Sep 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

présentée pour obtenir le titre de DOCTEUR
Spécialité : Champs, Particules, Matières

MESURE DES ANISOTROPIES DE
POLARISATION DU FOND DIFFUS
COSMOLOGIQUE AVEC L'INTERFÉROMÈTRE
BOLOMÉTRIQUE QUBIC

Marie-Anne Bigot-Sazy

Soutenue publiquement le 6 septembre 2013 devant un jury composé de :

<i>Président</i>	Pierre Binétruy
<i>Rapporteurs</i>	Paolo De Bernardis Juan Francisco Macías-Pérez
<i>Examineurs</i>	François Couchot Jules Gascon
<i>Encadrant de thèse</i>	Jean-Christophe Hamilton

Résumé

La quête des modes B de polarisation du fond diffus cosmologique est aujourd'hui un des enjeux scientifiques majeurs de la cosmologie observationnelle. Observer les modes B constituerait une sonde directe de la période d'inflation. La détection de ce signal, attendu à un niveau très faible, représente un défi technologique. Il nécessite non seulement une sensibilité importante, mais aussi une soustraction des signaux d'avant-plans et un très bon contrôle des effets systématiques. Dans ce but, un important travail expérimental est en cours. L'instrument QUBIC est une des expériences dédiées à la détection des modes B . Il est basé sur une technologie novatrice : l'interférométrie bolométrique, qui permet de réunir les avantages d'un imageur en terme de sensibilité et ceux d'un interféromètre en terme de contrôle des effets systématiques. Dans ce manuscrit, nous expliquerons le concept de l'instrument et nous décrirons ses composantes. Nous nous concentrerons sur le combineur optique de l'instrument dont nous expliciterons le rôle et nous présenterons une méthode développée afin d'étudier l'impact des aberrations optiques et des désalignements des composantes du combineur sur la sensibilité globale de l'instrument. Nous introduirons une procédure de *calibration* spécifique à l'interférométrie bolométrique basée sur la redondance des lignes de base : la *self-calibration*. Cette méthode permet de *calibrer* les paramètres qui caractérisent complètement l'instrument simultanément et pour chaque canal cornet-bolomètre-pointage. Finalement, nous présenterons les dernières avancées des simulations sur la fabrication des cartes avec l'instrument QUBIC et sur l'estimation des spectres de puissance.

Mots clés : Cosmologie : Fond Diffus Cosmologique, Inflation - Instrument : Interféromètre Bolométrique - Méthode : analyse de données

Abstract

The quest of B -mode polarisation of the cosmic background is one of the scientific priorities of the observational cosmology today. Observing the B -mode would be the most direct way to constrain the period of inflation. The detection of such a weak signal is however a real experimental challenge. In addition to a high statistical sensitivity (huge number of horns and bolometers required), future experiments will need an excellent quality of foreground removal and an unprecedented control of systematics. An important experimental effort aiming at the detection of the B -mode is in progress. The QUBIC instrument is one of the many experiments dedicated to the search of B -mode, it is based on a novel technology: bolometric interferometry. In this thesis, we explain the design of this instrument and we describe the different components. We will focus on the optical beam combiner, we will present a method which allows to study the effects of optical aberrations and of misalignments of the components of the combiner on the global sensitivity of the instrument. We will develop a new specific procedure of calibration: the self-calibration, specific to bolometric interferometry, which is based on the redundancy of baselines. The self-calibration relies on comparing all the redundant baselines with each others and permits to calibrate parameters that characterize completely the instrument at the same time for each channel. Finally, we will present the latest results of the simulation for the map-making with the instrument QUBIC and the estimation of the power spectra from the resulting maps.

Keywords: Cosmology : Cosmic Background Radiation, Inflation - Instruments : Bolometric Interferometers – Methods : Data Analysis

Remerciements

Je vais débiter en remerciant mon jury de thèse pour avoir accepté de lire cette thèse pendant leurs vacances et en particulier mes deux rapporteurs Paolo De Bernardis et Juan Francisco Macías-Pérez.

J'aimerais remercier mon directeur de thèse Jean-Christophe pour m'avoir encadré dans cette recherche et conseillé durant ces trois années de thèse, pour son enthousiasme et sa curiosité scientifique qu'il a su me faire partager. J'aimerais aussi remercier Jean pour la sagesse et la rigueur qu'il a apporté à cette thèse, ainsi que Pierre, même si nous avons très peu travaillé ensemble.

Merci aussi au laboratoire Cosmologie et Gravitation pour m'avoir accueilli durant cette thèse et en particulier à Yannick pour sa disponibilité.

Un projet ne pourrait aboutir sans un travail d'équipe, j'aimerais ainsi remercier toute la collaboration QUBIC, et en particulier Michel, Tanguy, Andrea, Adnan et Laurent.

Cette thèse n'aurait pas été aussi enrichissante autant d'un point de vue culturel que scientifique et bien au-delà, sans les « anciens » : Sébastien, Romain, Clément, Gaël, Sylvia, Mariana, Josquin et les « actuels » doctorants : Georges, Guilio, Florient, Guillaume, Benjamin, Julian, Romain, Mathieu, Julien. Je remercie particulièrement Joseph pour ses précieux conseils ... et pour m'avoir fait visiter Paris sans me perdre. Merci à mes compagnons de thèse Alexandre et Loïc pour les parties de question pour un champion, les leçons de ski et de danse, et les encouragements mutuels au cours de ces trois ans et bien plus.

La vie de tous les jours ne serait pas aussi joyeuse sans les amis : les PF auvergnats Alexandre et Clément, mes copines et binômes dans le sport : Karima, Nathalie et Claire, et toute la bande d'Athlétic Coeur de fond : Jean-Jacques (pour ses encouragements d'entraîneur et au delà), Jean-Philippe, Otman, Michel

Je ne pourrais écrire ces remerciements sans parler de ma belle région auvergnate et sans remercier mon père pour son soutien.

Je terminerais en remerciant trois personnes sans qui tout ça n'aurait été possible : Alexis pour son engouement pour la vie, sa curiosité au quotidien et ses encouragements, maman pour nous avoir laissé choisir notre chemin tout en restant présente et pour avoir su nous faire partager et nous avoir fait aimer grand nombre de choses, Clocló pour son humour et sa détermination (à presque) toute épreuve et surtout pour sa présence à mes côtés depuis plus de 26 ans. Merci à tous les trois.

Table des matières

Résumé	i
Abstract	iii
Remerciements	v
Table des matières	vii
Table des figures	xiii
Liste des tableaux	xix
Introduction	1
1 Introduction au modèle standard de la cosmologie	5
1.1 Emergence de la cosmologie moderne	5
1.1.1 Histoire brève de l’astronomie	6
1.1.2 Initiateurs de l’astronomie moderne	7
1.2 Les contributeurs de la cosmologie moderne	8
1.2.1 Récession des galaxies et homogénéité de l’univers	8
1.3 Le modèle du Big-Bang	10
1.3.1 Du principe cosmologique au modèle standard de la cosmologie	10
1.3.1.1 Métrique de Friedmann-Robertson-Walker	10
1.3.1.2 Equations de Friedmann-Lemaître	12
1.3.1.3 Paramètres cosmologiques	13
1.3.1.4 Solutions du modèle standard	14
1.3.1.5 Age de l’univers	14
1.3.1.6 Distances en cosmologie	15
1.3.1.7 Horizons en cosmologie	18
1.4 Histoire énergétique de l’univers	19
1.5 Le modèle Λ CDM	20
1.5.1 Les oscillations baryoniques acoustiques (BAO)	21
1.5.2 Cisaillement gravitationnel	21
1.5.3 La nucléosynthèse primordiale	22
1.5.4 Le diagramme de Hubble	22
1.5.5 L’étude des grandes structures	23
1.5.6 Le rayonnement de fond cosmologique	24

1.5.7	Discussion	24
1.6	Les limites du modèle	29
1.6.1	Le problème de la platitude	29
1.6.2	Le problème de l'horizon	29
1.6.3	Absence de monopôle et autres reliquats	30
1.7	L'inflation	30
1.7.1	Motivations	31
1.7.2	Equations du mouvement et solutions	32
1.7.3	Inflation à un champ en roulement lent	33
1.7.4	Durée de l'inflation	35
1.7.5	Fin de l'inflation : phase de réchauffement	36
1.7.6	Origine des fluctuations	36
1.7.6.1	Fluctuations scalaires	37
1.7.6.2	Perturbations tensorielles	39
1.7.7	Echelle d'énergie de l'inflation	40
1.7.8	Contraintes observationnelles	41
1.8	Discussion	42
2	Le rayonnement de fond cosmologique	45
2.1	Introduction au rayonnement de fond cosmologique	46
2.2	Des prédictions à la détection	46
2.3	Le rayonnement du fond diffus cosmologique	51
2.3.1	Dipôle du fond diffus cosmologique	53
2.4	Les anisotropies en température du fond diffus	54
2.4.1	Etude statistique du spectre des fluctuations de température	55
2.4.2	Les anisotropies primaires	58
2.4.3	Physique des anisotropies de température	59
2.4.4	Anisotropies secondaires	62
2.4.5	Les avant-plans	65
2.4.6	Statut des observations actuelles	66
2.5	Anisotropies en polarisation	68
2.5.0.1	Les paramètres de Stokes	69
2.5.0.2	Origine de la polarisation du rayonnement de fond cosmologique	70
2.5.0.3	Perturbations et figures de polarisation résultantes	73
2.5.0.4	Les champs E et B	76
2.5.0.5	Effets de diffusion et de gravité	81
2.5.1	Contraintes cosmologiques	82
2.6	Les modes B de polarisation du fond diffus	86
2.6.1	Pourquoi le <i>smoking-gun</i> ?	86
2.6.2	Champ de vue des expériences actuelles	87
2.7	Conclusion	90

3	L'instrument QUBIC - Concept de l'interférométrie bolométrique	93
3.1	L'interférométrie	93
3.1.1	Des fentes de Young au principe de l'interférométrie	94
3.1.2	Principe d'un interféromètre	96
3.1.2.1	Fonctions de cohérence - Théorème de Van Cittert - Zernike	96
3.1.2.2	Interféromètre à deux éléments	98
3.1.3	Le plan wv	100
3.1.4	Synthèse d'ouverture	101
3.1.5	Interférométrie multiplicative ou interférométrie additive	102
3.1.6	La sensibilité d'un interféromètre	103
3.1.7	Application aux interféromètres pour l'étude du fond diffus	104
3.2	Comparaison Interférométrie/Imagerie	105
3.2.1	Interférométrie	105
3.2.1.1	Avantages	106
3.2.1.2	Désavantages	106
3.2.2	Imagerie	107
3.2.2.1	Avantages	107
3.2.2.2	Désavantages	108
3.2.3	Effets systématiques	108
3.2.4	Conclusion	109
3.3	L'interférométrie bolométrique avec l'instrument QUBIC	109
3.3.1	Emergence du concept	110
3.3.2	L'instrument QUBIC	111
3.3.2.1	Le concept	111
3.3.2.2	Les composantes	113
3.3.2.2.0.1	Cryostat	113
3.3.2.2.0.2	Lame demi-onde achromatique	113
3.3.2.2.0.3	Matrice de cornets	114
3.3.2.2.0.4	Filtres	116
3.3.2.2.0.5	Interrupteurs	116
3.3.2.2.0.6	Combinateur optique	117
3.3.2.2.0.7	Chaîne de détection	117
3.3.2.3	Les observables	119
3.3.3	Balayage du ciel et réalisation des cartes (<i>map-making</i>)	123
3.3.4	Sensibilité de l'instrument QUBIC	124
3.3.4.1	Sommation cohérente des lignes de base	124
3.3.4.2	Impact de la largeur de bande	125
3.3.4.3	Sensibilité	125
3.3.5	<i>Calibration</i>	126
3.3.6	Conclusion	127
4	Optimisation du combineur optique de l'instrument QUBIC	129
4.1	Descriptions générales	130
4.2	Rôle du combineur optique de l'instrument QUBIC	135
4.2.1	Combineur quasi-optique de Fizeau de l'instrument QUBIC	136
4.2.2	Contrainte sur la distance focale et le nombre de bolomètres	140
4.2.3	Spécifications du combineur optique de l'instrument QUBIC	142

4.2.4	Observables	144
4.3	Méthodes d'analyse du système optique	146
4.3.1	Formalisme des faisceaux gaussiens	146
4.3.2	Puissance couplée à chaque détecteur	149
4.4	Performances optiques du système en terme de sensibilité	152
4.4.1	Performance en sensibilité du concept optique retenu	153
4.4.2	Tolérances optiques pour différentes perturbations du télescope	155
4.4.2.1	Considérations générales	155
4.4.2.2	Méthode	156
4.4.2.3	Interprétation	164
4.4.3	Test de tolérance global	165
4.5	Conclusion	167
5	Self-calibration	169
5.1	<i>Self-calibration</i> en interférométrie	169
5.1.1	Les quantités de clôture	170
5.1.2	Principe générale de la méthode de la <i>self-calibration</i>	171
5.1.3	Principe de la méthode en utilisant la redondance d'un réseau d'antenne	171
5.2	<i>Self-calibration</i> avec l'instrument QUBIC	173
5.2.1	Modélisation des mesures dans le cas sans effet systématique	173
5.2.2	Modélisation des effets systématiques avec la matrice de Jones	174
5.2.2.1	Formalisme de Jones	174
5.2.3	Modélisation des mesures avec les effets systématiques	177
5.2.4	Application de la méthode à l'instrument QUBIC	177
5.3	Description de la simulation	180
5.4	Résultats	181
5.4.0.1	Reconstruction des images synthétiques	181
5.4.0.2	Histogrammes de l'écart type des paramètres reconstruits	183
5.4.0.3	Temps de calcul	185
5.4.0.4	Extrapolation de l'erreur sur les paramètres reconstruits	185
5.4.1	Extrapolation à l'instrument QUBIC	187
5.4.2	Impact des effets systématiques sur les paramètres de Stokes	188
5.4.3	Erreur sur les spectres de puissance des modes E et B	191
5.5	Discussion	194
6	Fabrication de cartes, estimation des spectres de puissance et perspectives	209
6.1	Simulation des données TOD (<i>time ordered data</i>)	209
6.2	<i>Map-making</i>	211
6.2.1	Méthode générale	211
6.2.2	Méthode spécifique à l'instrument QUBIC	213
6.2.3	Résultats	214
6.3	Estimation des spectres de puissance	216
6.3.1	Méthode générale	216
6.3.2	Méthode spécifique à l'instrument QUBIC	219
6.4	Récapitulatif et perspectives	222

Conclusion	225
Annexes	227
A Des équations d'Einstein aux équations de Friedmann-Lemaître	229
B Puissances de bruit	231
B.0.1 NEP (<i>Noise equivalent power</i>)	231
B.0.2 NET (<i>Noise equivalent temperature</i>)	232
B.0.3 Le rapport signal sur bruit	232
Bibliographie	233

Table des figures

1.2.1	Diagramme de Hubble des vitesses de récession des nébuleuses extragalactiques en fonction de leur distance [96]. La pente de la droite détermine le paramètre de Hubble.	10
1.3.1	Densité d'énergie en fonction du facteur d'échelle.	15
1.3.2	Mesures de distance en fonction du décalage spectral : un univers d'Einstein de Sitter, un modèle vide et le modèle standard Λ CDM.	18
1.4.1	Histoire thermique de l'univers. Cette figure traduite est tirée de [20].	20
1.5.1	Diagramme de Hubble de supernovae Ia mesuré par les expériences Supernova Cosmology Project et le High-Z Supernova Search [149, 169] comparé aux prédictions de trois modèles Λ CDM. La figure de droite montre la différence entre les données et un univers ouvert avec $\Omega_0 = \Omega_m = 0.3$	23
1.5.2	Contrainte sur le paramètre de l'énergie noire en fonction du paramètre de densité de la matière en combinant divers jeux d'observation (contours à 68%, 95% et 99%), le fond diffus cosmologique (WMAP [111]), les oscillations baryoniques acoustiques (SDSS-DR7, 2dFGRS [148]) et les supernovae Ia [169] [189].	25
1.5.3	Combinaison des paramètres Ω_m et Ω_Λ pour différentes valeurs de H_0 obtenue avec le fond diffus. A droite est ajouté la reconstruction du spectre lentillé par Planck et les données des oscillations acoustiques [156].	26
1.7.1	Solution du problème de l'horizon.	32
1.7.2	Exemple d'un potentiel d'inflation d'un champ scalaire ϕ . L'accélération de l'expansion se produit lorsque le potentiel $V(\phi)$ domine sur l'énergie cinétique $\frac{1}{2}\dot{\phi}^2$ et se termine lorsque ces deux quantités deviennent comparables. Pendant la période de réchauffement, après l'inflation, le champ ϕ commence à osciller autour de son minimum.	33
1.7.3	Contours des niveaux de confiance de 68% à 95% pour les paramètres n_s et $r_{0,002}$ des données Planck en combinaison avec d'autres données de SPT [174] et ACT [112] aux petites échelles, de polarisation de WMAP [111] et les BAO (6dFGRS [27], SDSS-II [141], BOSS CMASS [14]), comparés aux prédictions des modèles d'inflation (figure tirée de [157]).	42
2.3.1	Spectre du corps noir du rayonnement de fond cosmologique. La ligne pleine représente un spectre théorique de corps noir à 2.7 K.	52
2.3.2	Température du rayonnement du fond diffus cosmologique en fonction du décalage spectral. Cette figure provient de [134].	53

2.3.3	Cartes du monopôle et du dipôle du fond diffus obtenues par l'instrument DMR du satellite COBE [183].	54
2.4.1	En haut à gauche est représentée la carte des anisotropies de température obtenue par le satellite Planck. Les sept cartes suivantes représentent les cartes de température pour chaque multipôle l (source [91]).	56
2.4.2	Spectre de puissance angulaire des anisotropies de température.	59
2.4.3	Mécanisme des oscillations acoustiques. La première figure représente l'évolution des structures de différentes tailles à la recombinaison. La figure du bas montre le spectre de puissance résultant. (source Lineweaver 1997).	62
2.4.4	Empilement de régions du fond diffus correspondant à des vides ou à des amas identifiés à l'aide du catalogue SDSS [81].	63
2.4.5	Dépendance en fréquence des anisotropies du rayonnement de fond cosmologique (en rouge), et de trois émissions diffus galactiques : synchrotron (en orange), rayonnement <i>free-free</i> (en bleu) et la poussière (en vert et en jaune) en unités de température d'antenne (source http://lambda.gsfc.nasa.gov/).	66
2.4.6	Spectre de puissance des anisotropies en température du rayonnement de fond cosmologique obtenu par la superposition des données Planck, WMAP 9ans, SPT et ACT (sources [153, 155]).	68
2.5.1	Polarisation du fond diffus cosmologique : diffusion d'une anisotropie du flux de photons sur un électron sous la forme d'un rayonnement polarisé linéairement.	71
2.5.2	Représentation de la direction de polarisation transmise pour deux directions orthogonales. Les traits de couleur représentent l'intensité. A gauche est représentée une intensité isotrope : un monopôle, au milieu, une intensité présentant un gradient suivant la direction verticale : un dipôle, et à droite, deux contributions d'intensité différente : un quadrupôle.	71
2.5.3	Diffusion Thomson d'un photon par un électron.	73
2.5.4	Dans une perturbation scalaire, le flux de photons observé par un électron présente une anisotropie quadrupolaire, ce qui génère de la polarisation linéaire des photons diffusés.	74
2.5.5	Mécanisme à l'origine de la polarisation du rayonnement de fond cosmologique avec les directions de polarisation, lorsque le fluide est accéléré par rapport à un point froid (à gauche) ou décéléré par rapport à un point chaud (à droite). Cette figure est tirée de [103].	75
2.5.6	Cartes des paramètres de Stokes I_r , Q_r obtenues à une résolution de 30 arcminutes. Les cartes sont réalisées pour les points chauds du fond diffus (cartes en haut à droite), pour les points froids (en haut à gauche). Les cartes de la deuxième ligne sont les cartes prédites par le modèle Λ CDM. Cette figure est tirée de [153].	76
2.5.7	Réponse d'un anneau de particules libres dans le plan $\{x, y\}$ à une onde gravitationnelle provenant de la direction z	76
2.5.8	Figures de polarisation des modes E et B	78
2.5.9	Figures des spectres TT (noir), TE (rouge) et EE (vert) obtenus des données de WMAP 3ans [91] (Credit : NASA/WMAP Science Team).	80

2.5.10	Correspondance entre les pics de spectre TT et les creux du spectre EE du rayonnement de fond cosmologique (source [163]).	80
2.5.11	Spectre $C_{l,TE}$ obtenu des données WMAP-9ans [23] en noir. La courbe rouge représente le spectre ajusté du spectre en température.	81
2.5.12	A gauche, est représentée l'influence de la constante cosmologique $\Omega_{\Lambda,0}$ sur le spectre des anisotropies de température. A droite est représentée l'influence de la courbure sur ce spectre. (source [168]).	84
2.5.13	Résultats de l'expérience BICEP 1-2ans [190] publiés en 2010. Les figures indiquent les dernières contraintes sur les spectres de puissance $C_{l,TE}$, $C_{l,EE}$ et $C_{l,BB}$ (source [45]).	86
3.1.1	Tavelures obtenues par Labeyrie en observant l'étoile Véga. La taille moyenne d'une tavelure est celle de la tache de diffraction du télescope.	95
3.1.2	Ce schéma représente un plan défini par les points \vec{p}_1 et \vec{p}_2 observant une source étendue dans la direction \hat{s}	98
3.1.3	Schémas d'interféromètres à deux éléments. Le schéma de gauche représente un instrument d'interférométrie directe. Le schéma de droite représente un interféromètre hétérodyne. Le retard instrumental est τ_i et le retard géométrique est τ_g	101
3.3.1	Résultats de la campagne MBI-4 de 2009. La fréquence et l'orientation des franges d'interférence sont en accord avec les simulations réalisées de l'instrument.	111
3.3.2	La collaboration QUBIC	111
3.3.3	Concept de l'instrument QUBIC. A gauche, sont représentées l'image obtenue sur le plan focal pour un cornet ouvert, pour trois paires de cornets avec différentes orientations et différentes longueurs de ligne de base, et l'image du signal pour tous les cornets ouverts qui résulte de la somme de toutes les franges d'interférence.	112
3.3.4	Cryostat de l'instrument QUBIC. Cette figure a été réalisée par Claude Chapron.	113
3.3.5	Lame demi-onde achromatique. Dessin réalisé par Giampaolo Pisano.	114
3.3.6	Cornets de l'instrument QUBIC. A gauche est représentée une matrice de 4x4 cornets constituées de plaquettes assemblées. A droite est montrée la corrugation des cornets.	116
3.3.7	Dessin d'un interrupteur. Ces interrupteurs seront situés entre chaque couple de cornets primaires et secondaires et ne seront utilisés que durant la phase de calibration. Ce dessin a été réalisé par Nathan Bleurvacq.	117
3.3.8	Combinateur optique réalisé avec GRASP par l'équipe de Maynooth.	118
3.3.9	Cartes de projection gnomonique Healpix du lobe synthétique de l'instrument QUBIC.	120
3.3.10	Configuration de la matrice des 400 cornets primaires à gauche. Couverture du plan uv à droite.	122
3.3.11	Partie diagonale de la fonction fenêtre de l'instrument QUBIC avec 400 cornets primaires pour un détecteur central pour trois configurations instrumentales différentes.	123
3.3.12	Rapport signal sur bruit de l'instrument QUBIC pour un an d'intégration.	126

4.1.1	Système optique réfracteur de l'expérience BICEP [190], maintenu à une température de 4 K. La fenêtre d'ouverture de cette configuration optique est à droite du système (source [86]).	131
4.1.2	Systèmes optiques hors-axe et sur-axe. La figure de gauche représente le système hors-axe <i>Gregorian</i> de l'expérience ballon MAXIMA [187]. Les miroirs contenus dans l'enceinte cryogénique sont à une température de 4 K. Le schéma de droite est un système réflecteur <i>Cassegrain</i> de l'instrument au sol QUAD [163], à une température de 4 K.	132
4.1.3	La figure de gauche montre la dégradation du front d'onde induite par l'impact de l'aberration de coma. La figure de droite montre la figure obtenue sans aberration.	133
4.1.4	Schéma d'un télescope hors-axe.	134
4.1.5	Système optique <i>Crossed-Dragone</i> de l'expérience QUIET [49]. La configuration de l'entrée du télescope permet d'intercepter les lobes parasites qui sont inhérents dans ce système optique (source [86]).	135
4.2.1	Schéma du chemin optique des faisceaux réémis par les cornets secondaires de l'instrument QUBIC pour un système optique idéal.	140
4.2.2	Distance focale de l'instrument QUBIC.	141
4.2.3	Système optique hors axe de type <i>Gregorian</i> de l'instrument QUBIC (figure réalisée par l'équipe de Maynooth).	143
4.2.4	Combineur optique de l'instrument QUBIC avec l'enceinte thermique qui contient le miroir secondaire et le plan focal à 300 mK. Cette figure a été réalisée par Michel Piat.	143
4.2.5	Fonctions fenêtres d'un instrument avec 400 cornets primaires en fonction des multipôles. En bleu est représentée la fonction fenêtre pour un instrument monochromatique avec des détecteurs ponctuels, en vert pour un instrument monochromatique avec des détecteurs de 3 mm de diamètre et en rouge pour un instrument avec 25% de largeur de bande et des détecteurs de taille 3 mm.	146
4.3.1	Schéma des paramètres d'un faisceau gaussien.	149
4.3.2	Puissance couplée par bolomètre pour une sélection de lignes de base équivalentes de 40 mm pour un système optique de distance focale 300 mm. Cette figure a été réalisée par l'équipe de Maynooth.	151
4.3.3	Intensité des franges d'interférence des lignes de base équivalentes de 40 mm selon une coupe au centre du plan focal pour un système optique de distance focale 300 mm. A gauche est représentée la puissance collectée par bolomètre pour un système optique avec aberrations, à droite, pour un système sans aberration. L'étendue de la puissance intégrée par bolomètre est plus importante dans le cas d'un système avec aberrations. Cette figure a été réalisée par l'équipe de Maynooth.	151
4.3.4	Coupe à travers le plan focal des franges d'interférence des lignes de base équivalentes de 80 mm échantillonnées par bolomètre, pour différentes distances focales 200 mm, 400 mm, 800 mm.	152
4.4.1	Cartes des projections gnomoniques des lobes synthétiques idéals à gauche et avec aberrations à droite pour 400 cornets en échelle logarithmique.	154
4.4.2	Rapport des fonctions fenêtres de l'instrument idéal et de l'instrument avec aberrations en fonction des multipôles.	154

4.4.3 Plans images obtenus pour la polarisation x et la polarisation y 155

4.4.4 Convention du système d’axes (x, y, z) . Le vecteur rouge est l’axe x , le vecteur vert l’axe y et le vecteur bleu, l’axe z . Cette figure a été réalisée avec le logiciel GRASP par l’équipe de Maynooth. 157

4.4.5 Définition du point pivot. Cette figure a été réalisée avec le logiciel MODAL par l’équipe de Maynooth. 157

4.4.6 Les cornets en rouge représentent les cornets sélectionnés pour effectuer les tests de tolérance, parmi les 400 cornets de la matrice des cornets primaires. 158

4.4.7 A gauche, la carte de la projection gnomonique du lobe synthétique pour un instrument idéal avec 22 cornets. A droite, la carte du lobe synthétique d’un instrument impacté par les aberrations. 159

4.4.8 Plans images du lobe obtenu sur le plan focal pour chaque perturbation du miroir primaire testée soit de P_1 à P_{12} 160

4.4.9 Plans images du lobe obtenu sur le plan focal pour chaque perturbation du miroir secondaire testée soit de P_{13} à P_{24} 161

4.4.10 Cartes des projections gnomoniques des lobes synthétiques obtenus avec la configuration des 22 cornets pour chaque perturbation du miroir primaire testée soit de P_1 à P_{12} 162

4.4.11 Cartes des projections gnomoniques des lobes synthétiques obtenus avec la configuration des 22 cornets pour chaque perturbation du miroir secondaire testée soit de P_{13} à P_{24} 163

4.4.12 Diagrammes des plans images pour cette configuration du jeu de tolérances du combineur optique : à gauche est représenté le plan image de la polarisation x , à droite de la polarisation croisée. 166

4.4.13 Cartes des projections gnomoniques des lobes synthétiques obtenues dans le cas d’un instrument monochromatique et un détecteur ponctuel avec un combineur idéal et dans le cas avec un combineur simulé avec aberrations et les perturbations énumérées dans le tableau 4.4. 167

4.4.14 Rapport des fonctions fenêtres de l’instrument idéal et de l’instrument avec aberrations et désalignements des composantes du système optique en fonction des multipôles. 167

5.2.1 Les interrupteurs utilisés pour réaliser la procédure de la *self-calibration* développés au laboratoire APC. 178

5.4.1 Erreur obtenue sur les images synthétiques S_{qp}^I , S_{qp}^Q , et S_{qp}^U pour le plan focal x dans le cas avec (en bleu) et sans (en rouge) *self-calibration*. . . 182

5.4.2 Erreur obtenue sur les images synthétiques S_{qp}^I , S_{qp}^Q , et S_{qp}^U pour le plan focal y dans le cas avec (en bleu) et sans (en rouge) application de la méthode de la *self-calibration*. 183

5.4.3 Histogramme des coefficients $\alpha_{iq}^\eta(\hat{d}_q)$ 184

5.4.4 Histogramme des positions des cornets \vec{x}_i 184

5.4.5 Histogrammes des vecteurs de pointage \hat{n}_p 185

5.4.6 Erreur obtenue sur les termes diagonaux de la matrice de Jones de la lame demi-onde h_η et pour un temps de mesure d’1s par ligne de base en fonction du nombre de lignes de base par pointage n_{bs} 186

5.4.7	Erreur sur le gain de la matrice de Jones de la lame demi-onde h_η en fonction du temps de mesure par ligne de base en seconde.	187
5.4.8	Erreur ΔCl^{BB} sur le spectre de puissance des modes B induite par la fuite des modes E en fonction des multipôles obtenue après application de la méthode de la <i>self-calibration</i> et sans méthode de <i>self-calibration</i> pour l'instrument QUBIC pour différents temps d'intégration par ligne de base 1s, 10s, 100s.	194
6.1.1	Lobe synthétique de l'instrument QUBIC avec 400 cornets.	210
6.1.2	Coupe du lobe synthétique. En bleu est représenté le lobe synthétique sans largeur de bande avec des détecteurs ponctuels et en rouge le lobe avec 25% de largeur de bande et 3 mm de taille de détecteur.	210
6.2.1	Carte initiale des modes B sans convolution à gauche et convoluée par le lobe effectif de l'instrument à droite. Ces deux résultats sont réalisés pour un instrument monochromatique avec 5000 pointages et 10 orientations de pointage.	214
6.2.2	Carte des modes B obtenue avec un <i>map-making</i> classique à gauche. Carte des modes B obtenue avec la méthode de <i>map-making</i> améliorée avec une meilleure prise en compte du lobe synthétique. Ces deux résultats sont réalisés pour un instrument monochromatique avec 5000 pointages et 10 orientations de pointage.	215
6.2.3	Projection gnomonique de la carte en entrée d'un point source à gauche. A droite est représentée la carte en sortie du <i>map-making</i> de QUBIC.	215
6.2.4	Carte d'une source ponctuelle obtenue avec le <i>map-making</i> en fonction de la distance en degrés au centre.	216
6.3.1	Spectre de puissance des modes B estimé par Monte-Carlo à partir du simulateur de l'instrument QUBIC.	220
6.3.2	Carte de la matrice de corrélation de la carte à gauche obtenue sur 10000 réalisations de bruit sur le même pointage. A droite est représenté un agrandissement de cette matrice.	221
6.3.3	Valeur de la matrice de corrélation en fonction de la séparation angulaire entre les pixels i et j	221

Liste des tableaux

1.1	Dynamique de l'expansion de l'univers.	14
1.2	Paramètres cosmologiques obtenus de la combinaison de plusieurs sondes : des données en température des expériences Planck, SPT et ACT et des oscillations baryoniques acoustiques de l'expérience BOSS [156].	26
2.1	Paramètres cosmologiques obtenus pour un modèle Λ CDM pour des perturbations adiabatiques basés sur un ajustement du spectre de puissance des anisotropies de température des données du satellite Planck combinées avec les données de polarisation de WMAP dans la troisième colonne et avec les données de SPT et ACT (CMB) et des oscillations acoustiques baryoniques (BAO) dans la quatrième colonne. [156]. Le paramètre r_* est la taille comobile de l'horizon sonore et D_A la distance du diamètre angulaire.	83
3.1	Expériences d'interférométrie pour mesurer les anisotropies du rayonnement de fond cosmologique. Le paramètre n_a correspond au nombre d'antennes.	94
3.3	Liste non exhaustive des effets systématiques dans le cas d'un imageur et d'un interféromètre et les solutions proposées (tableau tiré de [196]).	108
4.1	Liste des expériences pour l'étude de la polarisation du fond diffus cosmologique.	132
4.2	Spécifications du combineur optique de l'instrument QUBIC.	142
4.3	Résultats des tests de tolérance effectués sur les miroirs primaire et secondaire pour la configuration des 22 cornets sélectionnés.	164
4.4	Perturbations et tolérances du système optique étudié.	166
5.1	Niveaux d'erreurs instrumentales ou effets systématiques attendus	180
5.2	Exposants obtenus pour la loi de puissance donnée par l'Eq.5.4.1 pour deux temps de mesure par ligne de base $t_b = 1s$ et $t_b = 100s$	187
5.3	Estimation du résultat de la méthode de la <i>self-calibration</i> pour l'instrument QUBIC avec 400 cornets primaires, 2×1024 matrices de bolomètres, 1000 pointages.	188
5.4	Impact des effets systématiques sur les paramètres de Stokes.	193
5.5	Niveau d'acceptance des effets systématiques.	195

6.1 Lobe synthétique en noir pour un instrument avec 400 cornets et une fréquence d'observation de 150 GHz. En rouge est modélisé le peigne de Dirac. 213

Introduction

Ces dernières années ont été marquées par d'importants progrès sur notre compréhension des aspects fondamentaux de la cosmologie, avec l'amélioration continue de la précision sur la connaissance des paramètres cosmologiques. Le modèle standard de la cosmologie, validé par un certain nombre d'observables : le fond diffus cosmologique, l'expansion accélérée de l'univers avec les Supernovae Ia, les oscillations baryoniques acoustiques avec la distribution des galaxies et la forêt Lyman- α dans les spectres de quasars, semble être bien établi. Ce progrès a été permis par d'importantes avancées expérimentales consécutives au développement de nouvelles technologies.

Cependant, des défis observationnels demeurent, parmi lesquels nous pouvons citer : la détection directe de matière noire, l'explication et la nature de l'énergie noire, la compréhension de la physique de la réionisation et la validation du modèle de l'inflation.

Les théories inflationnaires fournissent un ensemble de prédictions pour les conditions initiales des modèles cosmologiques dont la vérification représente un enjeu actuel de la cosmologie observationnelle. L'inflation est un mécanisme simple permettant d'engendrer les perturbations de la métrique à partir des fluctuations quantiques. Les perturbations engendrées sont de deux types : scalaires et tensorielles. Ces perturbations sont prédites adiabatiques, de statistique gaussienne et de spectre presque invariant d'échelle. Les perturbations scalaires correspondent à des fluctuations de densité. Les perturbations tensorielles correspondent à des ondes gravitationnelles primordiales et leur amplitude est directement reliée à l'échelle d'énergie de l'inflation. Une mesure directe ou indirecte des ondes gravitationnelles primordiales fournirait une contrainte sur les fluctuations tensorielles et par conséquent une validation de la théorie de l'inflation.

Le rayonnement de fond cosmologique constitue un pilier du modèle du Big-Bang. Ce rayonnement micro-onde a été détecté en 1965 par les ingénieurs en télécommunications Penzias et Wilson. Il a fallu attendre le satellite COBE, lancé en 1989, pour détecter les anisotropies de température du rayonnement de fond diffus et la mesure du spectre de puissance de ces anisotropies à bas multipôle.

Les expériences ballons et au sol qui ont suivi, BOOMERanG, MAXIMA, CBI ... ont mis en évidence le premier pic acoustique du spectre des anisotropies de température. En 2003, le satellite WMAP a permis une mesure précise du spectre du multipôle $l = 2$ jusqu'au troisième pic acoustique. Les expériences qui ont suivi au sol ACBAR, QUAD, SPT, ACT ... ont une résolution angulaire permettant d'observer à grand multipôle, et le satellite Planck a permis d'étudier le spectre de puissance sur tout l'intervalle de multipôles.

L'étude de la polarisation du rayonnement de fond cosmologique est importante car elle apporte des informations sur la dernière diffusion des photons et sur la réionisation de l'univers par les premières sources lumineuses et une estimation des paramètres cosmologiques complémentaire à celle des anisotropies de température. Le champ de

polarisation du fond diffus cosmologique peut être linéairement décomposé en modes E et B . Il est possible de montrer que les fluctuations scalaires engendrent uniquement des modes E et que les fluctuations tensorielles engendrent des modes E et B . Une contrainte sur les fluctuations tensorielles pourra donc être apportée par la détection des modes B de polarisation du fond diffus cosmologique. Mais la détection des anisotropies de polarisation est difficile étant dix fois plus faibles que les anisotropies d'intensité. La détection des modes E a été réalisée en 2002 par l'interféromètre DASI situé au Pôle Sud. Le niveau du signal des modes B est attendu encore plus faible : une centaine de nK, ce qui correspond à 3 ordres de grandeur inférieurs aux anisotropies en température. Sa détection représente à l'heure actuelle un défi technologique. Les détecteurs utilisés aujourd'hui sont seulement limités par le bruit de photons. Les seuls moyens d'accroître la sensibilité de l'instrument sont d'augmenter le nombre de détecteurs, le temps d'observation et/ou d'utiliser des composantes multi-modes sur la bande passante. A cet enjeu, s'ajoute la nécessité d'un contrôle efficace des effets systématiques et la soustraction des avant-plans astrophysiques qui contaminent le signal du fond diffus aux longueurs d'onde qui nous intéressent. Les projets dédiés à la détection des modes B nécessitent donc de développer une analyse de données de plus en plus complexe et le développement de méthodes efficaces d'étalonnage de l'instrument.

Aujourd'hui, un certain nombre d'équipes se sont concentrées sur la détection des modes B de polarisation ayant choisi comme concepts instrumentaux celui d'un imageur ou celui d'un interféromètre. Les imageurs équipés de bolomètres permettent de bénéficier d'une grande largeur de bande et d'un bruit faible (en particulier dans le cas d'un satellite puisque les bolomètres sont limités par le bruit de photons et que celui-ci est plus faible hors atmosphère). Les interféromètres ont l'avantage de posséder une optique propre : les premières composantes de l'instrument à observer le ciel sont les antennes et non un télescope comme dans le cas d'un imageur. La résolution angulaire est seulement déterminée par la configuration de la matrice de récepteurs. Les interféromètres ont l'avantage d'offrir un meilleur contrôle des effets systématiques que les imageurs.

C'est dans cette quête des modes B que s'est lancée la collaboration QUBIC et que s'inscrit le travail explicité dans ce manuscrit. Ce projet résulte de la fusion des collaborations BRAIN et MBI, qui avaient pour ambition de réaliser un nouveau concept instrumental qui combine la technologie d'un imageur avec celle d'un interféromètre : l'interférométrie bolométrique optimisée dans le but d'un bon contrôle des effets systématiques. A ce jour, l'instrument QUBIC est partiellement financé par l'ANR. Les premières observations avec un premier module sont prévues pour fin 2015 au Dôme C en Antarctique.

Les deux premiers chapitres de ce manuscrit seront consacrés au contexte scientifique. Le premier chapitre présentera de façon succincte le cadre cosmologique dans lequel s'inscrit cette thèse, du modèle du Big-Bang jusqu'aux modèles d'inflation. Nous introduirons le modèle Λ CDM, favorisé par un ensemble d'observables indépendantes et de prédictions confirmées dont les fluctuations du fond diffus et sa polarisation. Nous réaliserons une liste non exhaustive des problèmes présentés par ce modèle comme l'énergie noire et la matière noire favorisées par un grand nombre de données, mais qui restent inexplicées. Dans un deuxième chapitre, nous traiterons plus spécifiquement de la physique du fond diffus et de sa polarisation et nous fournirons le cadre observationnel de cette sonde et ses principaux enjeux.

Les chapitres suivants aborderont le cadre expérimental de cette thèse. Le troisième

chapitre présentera l'architecture de l'instrument QUBIC, les choix technologiques des différentes composantes et la sensibilité de l'instrument.

Dans le quatrième chapitre, nous nous concentrerons sur la composante du combineur optique de l'instrument QUBIC et sur son optimisation. Le travail effectué dans ce but a consisté à développer un algorithme permettant la reconstruction du lobe et de la fonction fenêtre de l'instrument à partir de simulations du système optique, afin de déterminer le meilleur concept du combineur optique. Ce travail a été réalisé en collaboration avec l'équipe de l'université de Maynooth. Les résultats obtenus de cet algorithme permettent d'estimer directement les effets des aberrations optiques de chaque concept sur la sensibilité de l'instrument et d'en déduire ainsi la performance du combineur de faisceaux modélisé. Une étude de tolérances du combineur optique de l'instrument QUBIC sera présentée dans ce chapitre.

Le cinquième chapitre abordera la méthode de *calibration* développée pour l'instrument QUBIC : la *self-calibration*. Au cours de cette thèse, un algorithme de technique d'étalonnage interne spécifique à l'instrument QUBIC a été développé permettant une détermination précise des effets systématiques instrumentaux. Nous montrerons dans ce chapitre que cette technique de *calibration* permet d'obtenir une estimation des effets systématiques suffisante pour diminuer considérablement la fuite de polarisation des modes E dans les modes B à un niveau tolérable.

Le sixième et dernier chapitre de cette thèse présentera les dernières avancées sur la fabrication de cartes et l'estimation des spectres de puissance pour l'instrument QUBIC.

Chapitre 1

Introduction au modèle standard de la cosmologie

La cosmologie contemporaine est le fruit d'un long passé de conjonctions d'observations et de modèles théoriques. Le paradigme actuel, appelé le modèle du Big Bang chaud, a émergé suite à la concordance de résultats observationnels : la loi de Hubble, l'abondance des éléments légers et le fond diffus cosmologique. Ces derniers constituent les piliers du modèle de la cosmologie actuel. Ces vingt dernières années ont permis de réaliser des progrès observationnels stupéfiants : l'observation du premier pic acoustique du rayonnement de fond cosmologique par les expériences Maxima [187] et BOOMERanG [56] ou encore la découverte de l'accélération de l'expansion de l'univers par les supernovae SNIa [149, 169]. Les résultats plus récents obtenus avec le fond diffus cosmologique (WMAP [24] et Planck [156]) et des oscillations baryoniques acoustiques ont permis d'améliorer la précision de notre connaissance sur les paramètres cosmologiques. Le but de ce premier chapitre est de présenter le modèle standard de la cosmologie, dit le modèle Λ CDM (CDM pour *cold dark matter*). Ce modèle représente un univers homogène et isotrope, de courbure spatiale nulle, et qui contient de la matière noire froide et de l'énergie noire en plus de la matière baryonique.

Malgré une belle concordance entre de nombreuses observations, des questions demeurent : la plus grande partie de la densité de matière dans l'univers est sous la forme d'une matière inconnue : la matière noire. L'étude des supernovae SNIa a montré que l'expansion de l'univers était actuellement accélérée, qu'il est possible d'expliquer par la présence d'une constante cosmologique dans les équations d'Einstein. Le modèle du Big Bang chaud pose aussi un certain nombre de problèmes : notamment l'ajustement des conditions initiales, la platitude de l'univers ou la même température observée pour des zones non corrélées causalement. Ces derniers peuvent être expliqués par l'existence d'une phase d'expansion accélérée de l'univers primordial, appelée l'inflation.

1.1 Emergence de la cosmologie moderne

L'histoire de la cosmologie moderne a débuté avec le premier article d'Einstein de cosmologie relativiste en 1917 et la découverte de Hubble de l'expansion de l'univers en 1929 et son interprétation de Lemaître. Auparavant, des questions cosmologiques ont été formulées, basées sur un raisonnement scientifique dont il nous semble intéressant de rappeler le cadre.

1.1.1 Histoire brève de l'astronomie

La quête d'une rationalité commence avec les philosophes présocratiques au 6^e siècle avant notre ère. Ils émettent l'hypothèse d'un univers organisé, gouverné par des principes naturels qui vont être étudiés et rompent ainsi avec les récits mythiques et les explications surnaturelles. Cependant, ces premières tentatives sont limitées par l'état primitif dans lequel se trouve l'astronomie à cette époque dont le modèle est composé du Soleil, de la Terre, de la Lune, de cinq planètes et des étoiles.

Les historiens interprètent la plus ancienne tentative d'un raisonnement scientifique concernant l'univers (ou les astres) comme étant celle de Pythagore (570-480 avant J.C.). Il est le premier à considérer un modèle d'univers qui rend compte de la position du Soleil, des planètes et de la Lune en orbite sur des sphères concentriques autour d'un feu central. Il avance l'idée que les mouvements célestes obéissent à des lois quantitatives. Sa théorie rompt avec le modèle d'un univers plat en affirmant que la Terre est sphérique et tourne autour de son axe.

La recherche d'une approche rationnelle de l'univers continue à l'époque de Platon (427-347 avant J.-C.), époque des sophistes et des philosophes chez lesquels les sciences suscitent un intérêt passionné. Platon est le premier philosophe à proposer un modèle du cosmos fondé sur la géométrie. Dans son traité le *Timée*, nous pouvons lire la première tentative pour décrire l'univers à l'aide des mathématiques. Il définit le monde comme un espace clos, sphérique constitué d'un emboîtement de sphères en orbites circulaires autour de la Terre fixe. Mais, il assimile la cosmologie à un mythe dans lequel le monde est l'oeuvre d'un Dieu artisan : le Démiurge.

Eurodoxe, contemporain de Platon, élabore un modèle mathématique expliquant le mouvement apparent des planètes (mouvements rétrogrades) avec 33 sphères en rotation autour de la Terre statique. L'élève de Platon Aristote (384-322 avant J.-C.) complète son modèle, il distingue deux mondes : le premier représente le monde divin des sphères célestes où l'outil mathématique est utilisé pour en décrire l'évolution apparente. Le second est le monde terrestre soumis aux mouvements mécaniques donc physiques. Il développe l'idée que les astres célestes suivent un mouvement circulaire, uniforme et éternel tandis que les éléments terrestres ont un mouvement rectiligne vers le haut ou le bas selon leur masse. Aristarque de Samos (280 avant J.-C.) introduit un modèle plus simple de ce système avec un mouvement de la Terre sur elle-même et autour du Soleil. Il mesure sous quel angle la Lune est observée et étudie le phénomène d'éclipse.

Une astronomie pratique se met peu à peu en place dans les siècles suivants. Des écoles de sagesse apparaissent au cours du 3^e siècle, avec des physiques concurrentes. Cette diversité repose, cependant, sur une base commune : le monde est clos, la Terre se tient en son centre et l'astronomie décrit le mouvement des sphères célestes. Claude Ptolémée (100-170) marque le point culminant de la science grecque en réconciliant le système d'Aristote avec les données astronomiques cumulées. Il élabore un modèle géométrique pour mieux rendre compte des apparences, avec deux solutions distinctes : cercles concentriques pour les astres non statiques ou un mouvement circulaire tournant autour de divers centres. Ces deux hypothèses différentes permettent d'obtenir le même résultat. Ptolémée rédige *l'Almageste* dont le titre est en réalité *Composition mathématique* où il introduit le système géocentrique dans lequel tout mouvement céleste est en cercle. Son oeuvre, transmise en Occident, régnera 15 siècles.

1.1.2 Initiateurs de l'astronomie moderne

Au 15^e siècle, le chanoine polonais Nicolas Copernic débute une révolution scientifique. Il n'abandonne pas le modèle d'un univers clos composé d'astres d'orbites circulaires. Mais il décrit le mouvement des planètes autour du Soleil, et celui de la Lune autour de la Terre. Dans son unique ouvrage *Des révolutions des orbites célestes*, il développe l'idée d'un système héliocentrique dans lequel le centre de l'univers n'est pas la Terre mais le Soleil. La Terre effectue une rotation complète sur elle-même en un jour et une révolution complète autour du Soleil en une année. En mettant ainsi la Terre en mouvement autour du Soleil, Copernic ramène la Terre au simple rang de planète, ce qui entraîne majoritairement des réticences par rapport à son modèle.

Du côté de l'astronomie instrumentale, Tycho de Brahe, astronome danois, fabrique les premières lunettes et réalise les premières mesures angulaires. Il pose les fondements d'un modèle copernicien avec les observations des planètes même s'il défend un système géocentrique. En 1572, il observe une étoile nouvelle qui est en réalité une supernova. Il étudie la trajectoire d'une comète et démontre que les comètes sont situées sur des orbites très éloignées et très allongées ce qui s'oppose à un modèle d'univers composé de sphères fixes comme le modèle d'Aristote. Les observations astronomiques de Tycho de Brahe permettent à Johannes Kepler d'entériner le modèle copernicien. En calculant l'orbite de la planète Mars, il s'aperçoit que les observations ne concordent pas avec l'hypothèse copernicienne d'une orbite circulaire. Il déduit alors que le mouvement de Mars est elliptique et que ce mouvement est ralenti ou accéléré selon que la planète s'éloigne ou s'approche du Soleil. Ces deux constats représentent les premier et deuxième principes de Kepler sur les mouvements des planètes. Il montre par un troisième principe que le carré de la période orbitale de chaque planète est proportionnel au cube de sa distance moyenne au Soleil. Ces principes sont énoncés dans ses textes *l'Astronomie Nouvelle et L'harmonie du monde*.

Au cours du 17^e siècle, la cosmologie d'un univers héliocentrique est acceptée grâce aux innovations apportées par Galileo Galilée du point de vue observationnel grâce à sa lunette. Galilée effectue les premières observations télescopiques en 1609. Il est persuadé de la validité du modèle copernicien et tente d'imposer ce point de vue allant jusqu'à affronter le tribunal de l'inquisition. Ses observations publiées dans le *Sidereus Nuncius* bouleversent un grand nombre de croyances. Il découvre les cratères de la lune, les taches solaires. Par l'observation de ces dernières, il montre que le Soleil n'est pas immobile au centre de l'univers mais tourne sur lui-même. Il observe aussi que les étoiles fixes se révèlent être plus nombreuses ce qui donne l'illusion d'un univers infini. Sa découverte des variations de phase de Vénus montre que cette planète tourne autour du Soleil ce qui confirme l'hypothèse d'un univers héliocentrique.

Les découvertes de Galilée permettent d'ouvrir la voie à une cosmologie moderne. Newton débute ce changement avec l'émergence des lois de la gravitation. Il détermine la force nécessaire pour maintenir la Lune en orbite autour de la Terre : la force gravitationnelle de l'attraction entre deux corps et la dépendance de cette force avec l'inverse du carré de la distance entre ces deux objets. Il développe ainsi un nouveau domaine des mathématiques : l'analyse. Il publie *Principes mathématiques de la Philosophie naturelle* (1687). Après Newton, la cosmologie ne sera pas modifiée pendant 2 siècles. Son modèle d'univers est un espace euclidien, infini, rigide et d'un temps éternel.

La loi de la gravitation universelle est vérifiée au 18^e siècle par William Herschel, qui observe des étoiles doubles en orbite l'une autour de l'autre et qui répondent aux mêmes

lois que les planètes. Herschel, par ses observations a permis de mettre en évidence l'existence de différents types de nébuleuses et entraîne l'émergence de nombreuses questions sur l'échelle des distances. Les nébuleuses ont entraîné une série de discussions, appelées le Grand Débat, sur leur nature et sur leur distance. Les protagonistes principaux de ces discussions sont Harlow Shapley et Herber Curtis. Le premier est en faveur d'un univers inobservable au delà de la Voie Lactée. Le second défend le contraire. Ce débat a été clos par la détection d'Erwin Hubble en 1926 de céphéides et de d'autres étoiles variables dans les nébuleuses. Cette découverte a permis de mesurer la distance de ces objets et de montrer qu'ils sont extragalactiques.

1.2 Les contributeurs de la cosmologie moderne

Les modèles d'univers connaissent une avancée considérable avec la nouvelle théorie de la relativité générale d'Albert Einstein, qui publie un premier article en 1917. Einstein révisé plusieurs principes de la physique classique : il démontre que le continuum espace-temps n'existe pas sans son contenu et que la distribution de matière et d'énergie influe sur l'espace-temps en lui imposant une courbure. La gravitation devient alors une conséquence de la courbure de l'espace-temps. Cette théorie s'impose rapidement et modifie la vision de l'univers de cette époque. La première image était celle de Platon dans *la Timée* : celle d'un monde clos, statique. Ensuite, avec la mécanique newtonienne, cette vision d'un univers statique dans lequel toutes les parties sont soumises aux mêmes lois se renforce. C'est l'élaboration de la relativité générale par Einstein qui change cette vision. Dans un premier temps, Einstein refuse d'abandonner l'idée d'un univers statique et élabore un nouveau modèle en introduisant la constante cosmologique, préservant la propriété statique de l'univers. Dix ans plus tard, des observations démontrent l'expansion de l'univers et, c'est l'émergence d'une nouvelle théorie, appelée par dérision Big Bang par Fred Hoyle, qui finit par s'imposer grâce à des modélisations mathématiques et physiques et aux observations qui viendront la confirmer.

Deux hommes, un abbé catholique, physicien belge, mathématicien, Georges Lemaître en 1929 et un météorologiste, mathématicien, russe, Alexandre Friedmann, en 1922, découvrent, indépendamment, les solutions cosmologiques des équations de la gravitation d'Einstein décrivant l'expansion de l'univers. Ils proposent la solution d'espace dynamique qui se dilaterait et se contracterait au cours du temps, et dans lequel l'expansion serait présente en tout point en un mouvement détectable. Lemaître avance l'idée d'un état primordial où l'univers a du naître d'un état initial condensé, l'atome primitif : le modèle du Big Bang. Cette hypothèse va soulever de nombreuses polémiques.

Dans cette section, nous allons expliquer l'émergence du modèle du Big Bang avec la mesure de l'expansion de l'univers par Hubble jusqu'aux observations actuelles.

1.2.1 Récession des galaxies et homogénéité de l'univers

La mesure du décalage spectral vers le rouge par l'effet Doppler des raies d'émission des galaxies permet de mettre en évidence l'expansion de l'univers. Le décalage spectral des raies d'un spectre connu de longueur d'onde λ_i , observé à la longueur d'onde λ_0 , est défini par le paramètre z (*redshift*)

$$z = \frac{\lambda_0 - \lambda_i}{\lambda_i}. \quad (1.2.1)$$

L'expression générale de l'effet Doppler est donnée par $\lambda_0 = \lambda_i \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}}$, où v est la vitesse de récession radiale et c la vitesse de la lumière.

Au premier ordre en v/c , nous obtenons $\lambda_0 \simeq \lambda_i(1 + v/c)$, soit

$$z \simeq v/c. \quad (1.2.2)$$

Les mesures de distance sont difficiles à effectuer. Les distances les plus petites sont mesurées par parallaxe¹. Pour des distances plus importantes, il est nécessaire de *calibrer* avec une étoile brillante : céphéide. Les céphéides sont des étoiles variables dont la relation période-luminosité est connue. A partir de la luminosité apparente L_{app} , la luminosité absolue L_{abs} peut être déterminée par $L_{abs} = 4\pi d^2 L_{app}$. Les distances d'objets de même type peuvent être ainsi déterminées par la mesure de leur luminosité apparente.

Au début du 20e siècle, Vesto Melvin Slipher et son équipe observent que la plupart des galaxies semblent s'éloigner de la Voie Lactée et les unes des autres à l'exception de la galaxie d'Andromède.

En 1929, Hubble mesure que la vitesse de récession apparente d'une galaxie v est proportionnelle à la distance d qui la sépare de l'observateur par

$$v = Hd, \quad (1.2.3)$$

avec H le paramètre de Hubble qui dépend du temps.

Ce paramètre représente l'expansion de l'univers. La valeur actuelle du paramètre de Hubble est la constante de Hubble $H(t_0) = H_0$. Selon la relation 1.2.3, plus une galaxie est éloignée, plus sa vitesse apparente est élevée. La distance d des galaxies est mesurée indépendamment par la corrélation entre leur vitesse de rotation et leur luminosité.

La figure 1.2.1 représente le diagramme de la vitesse de récession des nébuleuses en fonction de leur distance mesurée par Hubble. L'échelle à cette époque était incorrecte : les galaxies semblaient s'éloigner dix fois plus vite les unes des autres par rapport aux mesures actuelles. Hubble mesure $H_0 = 500 \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$ avec 18 galaxies.

En 1932, Einstein et un astronome hollandais Willem de Sitter, développent un modèle d'univers en expansion avec une géométrie semblable à celle d'un espace euclidien plat. Les modèles d'univers courbes de Friedmann-Lemaître et d'univers plat d'Einstein-de Sitter constituent la base de la théorie du Big Bang.

Ce n'est que dans les années 40, que le parallèle entre les travaux de Lemaître, Friedmann et Hubble eut lieu. Gamow, Alpher et Herman développent un modèle pour expliquer la formation des noyaux dans un univers en expansion, utilisant les avancées de la physique nucléaire et les observations de l'éloignement des galaxies réalisées par Hubble. Ils avancent l'idée que tous les éléments de l'univers se sont formés au cours de l'histoire thermique de l'univers : la nucléosynthèse primordiale [9]. Une des prédictions de ce modèle est l'existence d'un rayonnement de fond cosmologique de corps noir à 5 K. Cependant, il est impossible de former des noyaux de poids atomique important avec des protons et des neutrons. Ces noyaux ne peuvent se former que par nucléosynthèse stellaire comme le démontrent par la suite, Burbidge, Hoyle et Fowler [37]. Peebles, Wagoner, Hoyle et Fowler [200, 146] expliquent la répartition des abondances observées en masse soit 75% d'H et 25% d'⁴He mais aussi des petites quantités d'²H, ³He, ⁷Li.

1. Le parallaxe est l'angle entre deux directions de visée d'un astre observé depuis deux points différents.

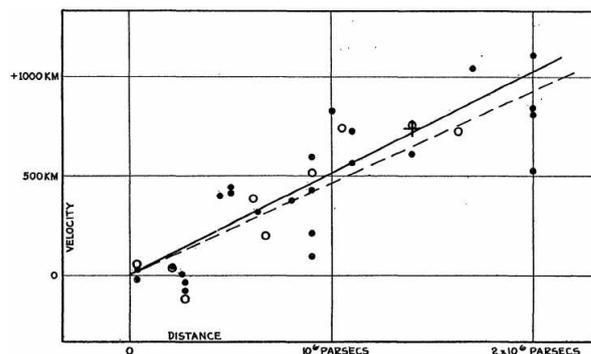


FIGURE 1.2.1: Diagramme de Hubble des vitesses de récession des nébuleuses extragalactiques en fonction de leur distance [96]. La pente de la droite détermine le paramètre de Hubble.

1.3 Le modèle du Big-Bang

Les observations de l'expansion de l'univers par Hubble, du fond diffus cosmologique et des éléments formés lors de la nucléosynthèse primordiale ont conjointement participé à l'élaboration du modèle standard de la cosmologie. Ces trois piliers sont en faveur du modèle Λ CDM. Ils peuvent être complétés par un certain nombre d'observations indépendantes en faveur de ce modèle.

1.3.1 Du principe cosmologique au modèle standard de la cosmologie

Le principe cosmologique suppose un univers homogène (invariant par translation) et un univers isotrope (invariant par rotation) à grande échelle. Ce principe signifie que statistiquement, dans toutes directions, l'observateur voit un univers identique. La preuve la plus forte de l'isotropie de l'univers est la carte du fond diffus cosmologique qui est uniforme à 10^{-5} près pour toute ligne de visée. Ce principe est non valable aux petites échelles : la répartition des galaxies suit une distribution en filaments sur des échelles du Mpc comme le montrent les relevés à différentes longueurs d'onde : CfA [74], 2dFGRS2 Survey [50], SDSS-DR7 [15]

1.3.1.1 Métrique de Friedmann-Robertson-Walker

En relativité générale, l'homogénéité et l'isotropie de l'univers déterminent l'expression de la métrique. Une distance est décrite dans l'espace temps par la quantité

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (1.3.1)$$

avec $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$ et $g_{\mu\nu}$ le tenseur métrique.

Selon le principe d'homogénéité, la métrique de l'univers observable doit être de la forme de la métrique de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW)

$$ds^2 = -cdt^2 + a(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\varphi^2 \right], \quad (1.3.2)$$

où k est une constante qui définit la courbure de l'univers.

Selon la valeur de k , nous distinguons trois cas (nous choisissons le système d'unités avec $c = 1$)

- $k = 0$, la partie spatiale de la métrique est plate. Pour une géométrie euclidienne, la métrique est celle de Minkowski

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2,$$

- $k = 1$, la partie spatiale de la métrique est fermée (espace sphérique),
- $k = -1$, la partie spatiale de la métrique est ouverte (espace hyperbolique).

Le paramètre $a(t)$ est le facteur d'échelle qui décrit l'expansion de l'univers. Une valeur croissante de ce paramètre correspond à un univers en expansion, une valeur décroissante à un univers en contraction et une valeur constante à un univers statique.

L'observation de l'éloignement des galaxies par Hubble a montré que l'univers est en expansion, ce qui correspond à une distance physique entre un astre et l'observateur qui croît avec le temps.

Si une particule de coordonnées $\{r, \theta, \phi\}$ est fixée dans l'espace temps et n'est soumise à aucune force externe, ces coordonnées sont dites comobiles. Celles-ci suivent l'expansion de l'univers.

Nous distinguons la distance physique d'un objet D_p de la distance comobile χ qui ne varie pas avec l'expansion. La relation entre ces distances est définie par la longueur de la géodésique entre ces deux points $ds = a(t)d\chi$, à un instant t tel que

$$D_p = a(t)\chi. \quad (1.3.3)$$

Dans un univers en expansion, la distance physique est inférieure à la distance comobile. La taille de l'univers est plus petite à l'instant $t < t_0$, la lumière a donc parcouru plus de distance.

La variation du facteur d'échelle $a(t)$ est caractérisée par le facteur du Hubble $H(t)$

$$H(t) = \frac{1}{a(t)} \frac{da(t)}{dt} = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}. \quad (1.3.4)$$

Le paramètre de Hubble a pour unité l'inverse du temps. Dans un univers homogène de FLRW, l'échelle de temps caractéristique, l'échelle de l'âge de l'univers, est $t \sim H_0^{-1}$. L'échelle de longueur caractéristique, la taille de l'univers observable, est la distance de Hubble, $R_H \sim H^{-1}$. La sphère dont le rayon est égale au rayon de Hubble est appelée sphère de Hubble.

Nous allons exprimer le facteur d'échelle en fonction du décalage spectral en déterminant la trajectoire d'un photon dans la métrique de FLRW. D'après la relativité générale, les particules suivent des géodésiques : des trajectoires qui sont des maximas locaux du temps propre. Dans le cas d'un photon, nous imposons que ces géodésiques suivent $ds^2 = 0$. Si nous ne considérons que la propagation radiale d'un photon, l'Eq.1.3.2 devient

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} \right) = 0. \quad (1.3.5)$$

Entre deux évènements (t_1, r_1) et (t_2, r_2) , la trajectoire du photon est déterminée par

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{dt}{a(t)} = \int_{t_1}^{t_2} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (1.3.6)$$

Pour deux évènements, au temps initial séparés de Δt_i , ils seront séparés d'un temps Δt_0 à la réception

$$\frac{\Delta t_0}{a(t_0)} = \frac{\Delta t_i}{a(t_i)}. \quad (1.3.7)$$

En réécrivant cette expression en fonction des longueurs d'ondes initiale λ_i et finale λ_0 , nous obtenons

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_i} = \frac{a(t_0)}{a(t_i)}. \quad (1.3.8)$$

D'après 1.2.1, l'expansion de l'univers induit le décalage spectral en longueur d'onde

$$z = \frac{a(t_0)}{a(t_i)} - 1. \quad (1.3.9)$$

1.3.1.2 Equations de Friedmann-Lemaître

La cinématique de l'univers est régie par la métrique de FLRW. La dynamique de l'univers en expansion apparaît uniquement avec le terme du facteur d'échelle, déterminé par les équations de Friedmann-Lemaître. Celles-ci s'obtiennent en développant les équations d'Einstein pour la métrique de FLRW. Nous allons déterminer les équations du mouvement qui décrivent l'expansion de l'univers, dans le cadre de la relativité générale.

L'univers est décrit par les équations d'Einstein

$$R_{ij} - Rg_{ij} = G_{ij} = 8\pi GT_{ij} + \Lambda g_{ij}, \quad (1.3.10)$$

où R_{ij} est le tenseur de Ricci, R est la scalaire de Ricci et T_{ij} est le tenseur énergie impulsion. G_{ij} est le tenseur d'Einstein.

En utilisant le principe de moindre action à partir des équations d'Einstein, il est possible de déterminer les équations de Friedmann-Lemaître. L'explication est fournie en Annexe A. Nous obtenons

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{a^2}, \quad (1.3.11)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3}, \quad (1.3.12)$$

où Λ est la constante cosmologique qui se comporte comme une composante de fluide cosmologique de densité $\rho = \Lambda/8\pi G$ et de pression $p = -\rho$.

A partir de la deuxième équation de Friedmann-Lemaître, nous constatons que le terme $\rho + 3p$ a un rôle attractif et tend à freiner l'expansion, tandis qu'une constante cosmologique $\Lambda > 0$ tend à l'accélérer.

Actuellement, $\ddot{a} \geq 0$, si dans le passé, nous avons $\rho + 3p > 0$, alors $\ddot{a} < 0$; par conséquent dans un intervalle de temps fini, le facteur d'échelle a a été égal à zéro. Cet évènement est appelé Big Bang et correspond à une singularité mathématique. Une

extrapolation au delà du mur de Planck, est impossible dans le cadre de la relativité générale.

La densité d'énergie ρ est la somme des densités de toutes les composantes de l'univers $\rho = \sum_i \rho_i$, soit la matière $i = m$, le rayonnement r , la constante cosmologique Λ , la courbure k .

Si nous multiplions l'Eq.1.3.11 par le facteur d'échelle au carré, puis nous dérivons cette même équation, nous obtenons $2\frac{\ddot{a}a}{a^2} - 2\frac{\dot{a}a}{a^3} = \frac{8\pi G}{3}\dot{\rho}$. En utilisant l'Eq.1.3.12, nous retrouvons l'équation de conservation d'énergie pour une composante i de l'univers

$$\dot{\rho}_i = 3H(\rho_i + p_i). \quad (1.3.13)$$

1.3.1.3 Paramètres cosmologiques

Si $\Lambda = 0$, l'équation de Friedmann-Lemaître 1.3.11 peut être réécrite sous la forme

$$\frac{k}{H^2 a^2} = \frac{\rho}{3H^2/8\pi G} - 1 \equiv \Omega - 1, \quad (1.3.14)$$

où $\Omega = \sum_i \Omega_i$.

Le paramètre Ω_i est la densité réduite définie comme étant la somme des rapports de la densité des composantes ρ_i sur la densité critique $\rho_c = 3H^2/8\pi G$ tel que $\Omega_i = \rho_i/\rho_c$.

Les densités réduites des composantes Ω_i avec $i = r, m$, qui contribuent à la densité d'énergie ρ de l'univers, ont pour expression

$$\Omega_i = \frac{\rho_i(t)}{3H^2/8\pi G}. \quad (1.3.15)$$

La densité réduite de la courbure est $\Omega_k = -k/H^2 a^2$.

La densité réduite de la constante cosmologique est définie par $\Omega_\Lambda = \Lambda/3H^2$.

Nous pouvons ainsi réécrire l'équation 1.3.11, l'équation de Friedmann-Lemaître sous la forme

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_c = H^2 \sum_i \frac{8\pi G}{3H^2}\rho_i + H^2\left(\frac{-k}{a^2 H^2}\right) = H^2\left(\sum_i \Omega_i + \Omega_k\right), \quad (1.3.16)$$

d'où

$$\sum_i \Omega_i + \Omega_k = 1. \quad (1.3.17)$$

Cette relation est valable à tout instant.

Dans le cas où $\Omega_0 = 1$, la courbure est nulle, ce résultat est une des prédictions de l'inflation. Nous verrons que les contributions actuelles du rayonnement et de la courbure sont négligeables, par conséquent, la densité réduite actuelle est $\Omega_0 \sim \Omega_m + \Omega_\Lambda$.

L'expansion de l'univers est gouvernée par les propriétés de ses composantes, qui peuvent être caractérisées par une équation d'état : $p_i = \omega_i \rho_i$, avec ω_i une constante. La valeur de ω_i est donnée dans le tableau 1.1 selon la période de domination de la dynamique de l'expansion de l'univers. Nous pouvons reformuler l'expression de l'Eq.1.3.11, au temps actuel $t = t_0$

$$\left(\frac{H}{H_0}\right)^2 = \sum_i \Omega_i \left(\frac{a}{a_0}\right)^{3(1+\omega_i)}. \quad (1.3.18)$$

Le fluide est un mélange de rayonnement, de matière non relativiste, de courbure et de constante cosmologique. L'évolution du facteur d'échelle est donnée par

$$\left(\frac{H}{H_0}\right)^2 = \Omega_r \left(\frac{a}{a_0}\right)^{-4} + \Omega_m \left(\frac{a}{a_0}\right)^{-3} + \Omega_k \left(\frac{a}{a_0}\right)^{-2} + \Omega_\Lambda. \quad (1.3.19)$$

Cette expression permet de mettre en évidence la domination de chaque terme les uns par rapport aux autres.

1.3.1.4 Solutions du modèle standard

Pour chaque composante du fluide, l'Eq.1.3.13 peut être réécrite sous la forme

$$\frac{d \ln \rho_i}{d \ln a} = 3(1 + \omega_i), \quad (1.3.20)$$

en intégrant cette équation, nous obtenons l'évolution de la densité d'énergie en fonction du facteur d'échelle

$$\rho_i \propto a^{-3(1+\omega_i)}. \quad (1.3.21)$$

La relation 1.3.21 en fonction du temps est donnée par

$$a(t) \propto t^{-2/3(1+\omega)}, \quad (1.3.22)$$

pour $\omega \neq -1$. Nous obtenons $a(t) \propto e^{Ht}$ pour $\omega = -1$.

D'après l'Eq.1.3.21, nous pouvons distinguer trois périodes de domination de la dynamique de l'expansion de l'univers, résumées dans le tableau 1.1. La figure 1.3.1 représente l'évolution de la densité d'énergie en fonction du facteur d'échelle.

Domination	Equation d'état	Densité d'énergie	Facteur d'échelle
Rayonnement	$p = \frac{1}{3}\rho$	$\rho_r \propto a^{-4}$	$a \propto t^{1/2}$
Matière	$p = 0$	$\rho_m \propto a^{-3}$	$a \propto t^{2/3}$
Energie du vide	$p = -\rho_\Lambda$	indépendante du facteur d'échelle	$a \propto e^{Ht}$

TABLE 1.1: Dynamique de l'expansion de l'univers.

1.3.1.5 Age de l'univers

Nous définissons les quantités sans dimension $y \equiv \frac{a}{a_0}$ et $\tau \equiv H_0(t - t_0)$ et le paramètre $a_0 = a(t_0)$.

A l'aide de ces définitions, en négligeant Ω_r , nous pouvons réécrire l'Eq.1.3.11

$$\left(\frac{dy}{d\tau}\right)^2 = \frac{y^2}{H_0^2} \left[\frac{8\pi G \rho_0}{3} \frac{1}{y^3} + \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{y^2 a_0^2} \right] = \frac{\Omega_m}{y} + y^2 \Omega_\Lambda + \Omega_k = 1 + \left(\frac{1}{y} - 1\right) \Omega_m + (y^2 - 1) \Omega_\Lambda, \quad (1.3.23)$$

Nous obtenons alors l'expression de $H_0(t - t_0)$

$$H_0(t - t_0) = \int_0^y \frac{dy'}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{y'} - 1\right) \Omega_m + (y'^2 - 1) \Omega_\Lambda}}. \quad (1.3.24)$$

En effectuant un changement de variable, pour exprimer cette intégrale en fonction du décalage spectral, nous avons

$$H_0(t_0 - t) = \int_0^z \frac{dz'}{(1 + z') \sqrt{(1 + z')^2 (1 + \Omega_m z') - z' (2 + z') \Omega_\Lambda}}. \quad (1.3.25)$$

Le rayonnement de fond cosmologique avec les données en température de l'expérience Planck et les données en polarisation de l'expérience WMAP fournit la valeur de l'âge de l'univers $t_0 = (13.817 \pm 0.048) \times 10^9$ ans [156].

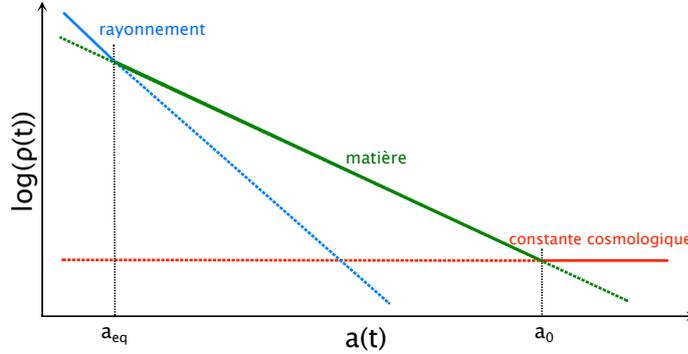


FIGURE 1.3.1: Densité d'énergie en fonction du facteur d'échelle.

1.3.1.6 Distances en cosmologie

Introduisons un système de coordonnées comobiles (χ, θ, ϕ) tel que

$$d\chi = \int_0^r \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}, \quad (1.3.26)$$

$$\text{avec pour solutions } \chi = \begin{cases} \arcsin r & \text{pour } k = 1 \\ r & \text{pour } k = 0 \\ \operatorname{arcsinh} r & \text{pour } k = -1 \end{cases}$$

La métrique FLRW peut être exprimée selon

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 [d\chi^2 + r(\chi)^2 d\theta^2 + r(\chi)^2 \sin^2 \theta d\phi^2]. \quad (1.3.27)$$

Suivant une géodésique, un photon émis au point $(r, 0, 0)$ au temps t est reçu par l'observateur à l'origine du repère à t_0 , d'où,

$$ds^2 = 0 \iff dt^2 = a^2 d\chi^2. \quad (1.3.28)$$

La distance comobile χ est donc la distance en coordonnées comobiles entre deux points dans l'espace au temps présent $t = t_0$.

Par intégration de l'Eq.1.3.26, nous obtenons la variable χ , qui n'est pas une observable

$$\chi = \int_t^{t_0} \frac{dt}{a(t)}. \quad (1.3.29)$$

Par changement de variable, nous exprimons la distance comobile en fonction du décalage spectral

$$\chi = \int_{a(t)}^{a_0} \frac{da}{a\dot{a}} = \frac{1}{a_0} \int_0^z \frac{dz}{H(z)}. \quad (1.3.30)$$

- Distance de luminosité

Un télescope de surface S reçoit le signal d'une source de luminosité absolue L . La distance de luminosité D_l est fonction de la luminosité absolue L et du flux f tel que

$$D_l = \left(\frac{L}{4\pi f} \right)^{1/2}. \quad (1.3.31)$$

Dans un intervalle de temps donné dt , une source émet dans son référentiel une énergie égale à $h\nu_i$, l'énergie reçue à l'intervalle dt_0 est $h\nu_0$.

Entre l'émission et la réception, le nombre de photons est conservé mais pas la fréquence. La conservation des photons induit que le nombre total de photons émis par la source parcourt une distance comobile χ jusqu'au récepteur. Celui-ci est à la distance physique $d = a_0\chi$, où a_0 est le facteur d'échelle à la réception des photons.

La densité d'énergie est donnée par $dw_i = d\phi_i dt = d^2 N_i h\nu_i = I_i d\Omega_i dt$, avec dN_i le nombre de photons émis à la fréquence ν_i , $d\Omega_i$ l'élément d'angle solide et I_i l'intensité d'émission.

A la réception, la conservation du nombre de photons donne $dN_i = dN_0$ et la densité est $dw_0 = d\phi_0 dt_0 = d^2 N_0 h\nu_0$.

Le flux d'énergie est donné par la relation

$$E_0 = \frac{dw_0}{dt_0 dS} = \frac{I_i d\Omega_i h\nu_0 dt}{h\nu_i dt_0 dS}. \quad (1.3.32)$$

L'élément d'angle solide par élément de surface est pour un angle d'observation θ petit

$$\frac{d\Omega_o}{dS} = \frac{\cos\theta}{a_0^2 \chi^2} \sim \frac{1}{a_0^2 \chi^2}.$$

Le flux d'énergie se réécrit alors

$$E_0 = \frac{I_0}{a_0^2 \chi^2 (1+z)^2}. \quad (1.3.33)$$

Nous constatons que le flux de la source est dilué par deux effets : le décalage spectral des photons par un facteur $(1+z)$ et les photons se propagent moins fréquemment car des photons émis à l'instant δt vont être mesurés à $(1+z)\delta t$ d'intervalle.

La luminosité est définie par l'intégration de la distribution d'intensité sur l'angle solide : $L = \int I d\Omega$.

Dans le cas d'une intensité isotrope, l'expression de l'intensité est $L = 4\pi I$.

L'Eq.1.3.33 devient

$$E_0 = \frac{L}{4\pi a_0^2 \chi^2 (1+z)^2}. \quad (1.3.34)$$

Nous définissons la distance de luminosité D_l par

$$D_l = a_0 \chi (1+z). \quad (1.3.35)$$

Le développement en série de Taylor à t_0 du facteur d'échelle a est

$$a(t) = a_0 \left(1 + H_0(t - t_0) - \frac{1}{2} q_0 H_0^2 (t - t_0)^2 + \mathcal{O}(t^3) \right). \quad (1.3.36)$$

Nous définissons le paramètre de décélération q_0 à $t = t_0$

$$q_0 \equiv \frac{-\ddot{a}_0}{\dot{a}_0^2} a_0 = \frac{-\ddot{a}}{a H_0^2} = \frac{1}{2} \Omega_m + \Omega_r + \frac{(1+3\omega)}{2} \Omega_\Lambda. \quad (1.3.37)$$

Cette équation montre que pour $\omega < -1/3$, l'univers est en expansion accéléré.

L'expression de $(t_0 - t)$ en fonction de z en utilisant l'Eq.1.3.9 est

$$(t - t_0) = H_0^{-1} \left(z - \left(1 + \frac{q_0}{2} \right) z^2 + \mathcal{O}(z^3) \right). \quad (1.3.38)$$

Le développement de l'Eq.1.3.36, dans l'expression de la distance comobile χ , donne en fonction du paramètre de décélération

$$\chi = a_0^{-1} H_0^{-1} \left[z - \frac{1}{2} (1 + q_0) z^2 + \mathcal{O}(z^3) \right]. \quad (1.3.39)$$

Finalement, en utilisant l'Eq.1.3.35, nous avons

$$H_0 D_l = z + \frac{1}{2} (1 - q_0) z^2 + \mathcal{O}(z^3). \quad (1.3.40)$$

Nous pouvons remarquer que pour un décalage spectral z petit, l'Eq.1.3.39 s'écrit $H_0(a_0 \chi) \sim z$, avec $a_0 \chi$ la vitesse de récession et $c = 1$. Cette expression correspond à la loi de Hubble. Il est donc possible d'utiliser le diagramme de Hubble pour obtenir le paramètre de décélération q_0 . Il est important de préciser ici que la distance de luminosité est une observable si la luminosité absolue est connue ce qui nécessite la connaissance de chandelles standards comme les supernovae.

Par la mesure du diagramme de Hubble de supernovae, deux groupes indépendants Supernova Cosmology Project et High z supernovae Search [149, 169] ont déterminé une valeur du paramètre de décélération $q_0 < 0$. Cette mesure représente un argument en faveur de l'expansion accélérée de l'univers. En 2011, le prix Nobel de physique a été décerné à Saul Perlmutter, Adam Riess et Brian Schmidt pour cette découverte historique.

- Distance angulaire

Une distance D_a est associée à la taille angulaire δ avec laquelle serait perçu un objet de taille propre $d = a\chi$. Pour un angle petit, nous obtenons

$$\delta \equiv \frac{d}{D_a}. \quad (1.3.41)$$

Le long de la géodésique d'un photon, dans la direction transversale de l'objet observé,

la distance angulaire D_a est reliée à la distance de luminosité D_l par

$$D_a = ar(\chi) = \frac{a_0 \chi}{1+z} = \frac{D_l}{(1+z)^2}. \quad (1.3.42)$$

En utilisant 1.3.40, nous obtenons

$$H_0 D_a = z - \frac{1}{2}(3+q_0)z^2 + \mathcal{O}(z^3). \quad (1.3.43)$$

La figure 1.3.2 représente une comparaison de différentes distances en fonction de la cosmologie pour trois modèles différents : le modèle d'Einstein de Sitter (EdS), soit un espace-temps avec courbure constante en expansion, un modèle vide et le modèle actuel Λ CDM. La distance de vol (*lookback time*) est la différence d'âge entre l'univers actuel à t_0 et l'âge auquel le photon a été émis t_{em} : $D_{lbt} = t_0 - t_{em}$. Nous remarquons sur cette figure que pour un décalage spectral très petit, les distances sont égales à $H_0 z$. Pour une supernova SNIa, observée à $z = 1$, les valeurs obtenues des distances calculées sont très différentes. La distance de luminosité $H_0 r/c = 1.2$ est égale à 4 fois la distance angulaire $H_0 r/c = 0.3$. Pour le même z , le modèle Λ CDM prédit une distance de luminosité plus grande soit une luminosité de l'objet mesurée plus faible, par rapport à la prédiction d'un modèle EdS. Cet effet représente un argument en faveur du modèle Λ CDM.

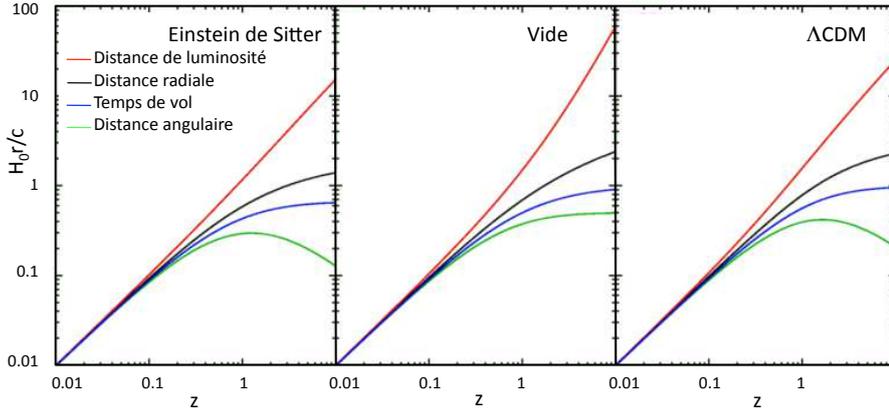


FIGURE 1.3.2: Mesures de distance en fonction du décalage spectral : un univers d'Einstein de Sitter, un modèle vide et le modèle standard Λ CDM.

1.3.1.7 Horizons en cosmologie

La vitesse finie de propagation des photons amène à définir la notion d'horizon. Le lecteur pourra trouver une définition précise de la notion d'horizon en cosmologie dans [171, 54]. Nous allons introduire dans cette section les notions de rayon de Hubble et d'horizon des particules qui nous seront utiles par la suite.

Le rayon de Hubble est défini comme la distance à laquelle la vitesse de récession atteint la vitesse de la lumière, au delà de cette distance, $v_{rec} > c$ et au deçà $v_{rec} < c$.

Un objet peut être à l'intérieur de la sphère de Hubble à un instant t , puis en sortir et entrer de nouveau à un instant ultérieur comme durant l'inflation. La sphère de Hubble

est aussi appelée horizon cosmologique, car au delà de cette sphère, les structures de la métrique ne seront plus en contact causal et ne subiront que les effets de l'expansion.

L'horizon d'une particule est définie comme la distance comobile qui sépare la particule de l'observateur avec lequel elle a pu être en contact causal. Prenons un photon qui satisfait la géodésique d'équation $ds^2 = 0$. Nous pouvons utiliser l'Eq.1.3.6, et définir la distance d'horizon x_h d'une particule obtenue à la singularité initiale

$$x_h(t) = \int_0^{x_h} \frac{dx}{\sqrt{1 - kx^2}} = \int_0^t \frac{dt'}{a(t')}. \quad (1.3.44)$$

La distance propre jusqu'à l'horizon mesurée à t est donnée par

$$d_h(t) = a(t) \int_0^t \frac{dt'}{a(t')} = a(t)x_h(t). \quad (1.3.45)$$

Selon le modèle Λ CDM, la distance $d_h(t)$ est finie, le cône de lumière passé est limité par l'horizon de la particule, c'est à dire par la frontière entre l'univers visible et la partie de l'univers depuis laquelle le photon n'a pas encore atteint l'observateur. Suivant la composante de la domination de l'univers, l'évolution du facteur d'échelle est donné par $a(t) \propto t^n$ suivant l'Eq.1.3.22. Nous obtenons alors $d_h = 2t$, pour un univers dominé par la matière relativiste $n = 1/2$ et $d_h = 3t$ pour un univers dominé par la matière, $n = 2/3$.

Au temps de la formation des premiers atomes, appelée l'époque de la recombinaison, l'horizon est de l'ordre de la distance de Hubble : $a_{rec}x_h(a_{rec}) \sim R_H(a_{rec})$, ce qui correspond à un angle d'environ 1 degré sur le ciel. Cette séparation signifie que les points séparés par des angles supérieurs n'étaient pas en contact causal avant la recombinaison. Or, l'homogénéité apparente du fond diffus indique que l'univers est homogène sur la surface de dernière diffusion, donc sur des échelles séparées de plus d'1 degré. Ce résultat constitue le problème de l'horizon que nous expliciterons par la suite.

1.4 Histoire énergétique de l'univers

Nous allons citer brièvement les différentes étapes de l'évolution thermique de l'univers présentées dans la figure 1.4.1 :

- 10^{19} GeV : Temps de Planck (10^{-43} s).
- 10^{16} GeV : Fin de la grande unification (GUT) entre les interactions forte et électrofaible. Cette période correspondrait à la création des défauts topologiques, des cordes cosmiques, des monopôles... et aussi de façon indépendante à la phase d'inflation pendant laquelle le facteur d'échelle a pour évolution $a(t) \propto e^{Ht}$. Cette phase permet de résoudre de nombreux problèmes du modèle Λ CDM, comme le problème de l'horizon et de la platitude et de générer les perturbations dans l'univers.
- 100 GeV : Brisure de la symétrie électrofaible.
- 1 GeV : Transition de phase quarks-hadrons. A cette échelle d'énergie, le modèle standard de la physique des particules peut être appliqué. Jusqu'à cette énergie, l'univers est un plasma d'électrons, photons, quarks et gluons. En dessous de cette énergie, les quarks libres et les gluons sont confinés sous forme de hadrons. Différentes expériences étudient cette physique comme le projet ALICE [1].
- 1 MeV : Nucléosynthèse primordiale. A partir d'une température de 10^{11} K, les protons et les neutrons interagissent lors des collisions $n + p \rightarrow D + \gamma$ et forment ainsi les

noyaux les plus légers comme le deutérium et le tritium. A une température de 10^9K , les éléments plus lourds se forment de l'hélium jusqu'au lithium. A cette énergie, les neutrinos se découplent et se propagent librement formant un rayonnement de fond à la température actuelle de 1.96K , mais difficilement détectable [76].

- 1 eV : Egalité matière-rayonnement. L'univers est dominé par les particules relativistes ($p = \rho/3$) jusqu'à l'égalité matière-rayonnement et le facteur d'échelle évolue tel que $a(t) \propto t^{1/2}$. Il sera ensuite dominé par la matière ($p = 0$) avec $a(t) \propto t^{2/3}$.

- 0.5 eV : Recombinaison. Les électrons libres et les protons forment les atomes les plus légers : atomes d'hydrogène ; c'est l'époque de la recombinaison. L'univers devient transparent aux photons et le rayonnement de ces photons constitue le rayonnement de fond cosmologique. Le découplage rayonnement-matière correspond donc à la dernière interaction des photons du rayonnement de fond cosmologique avec la matière.

- 5 meV : Début de la formation des galaxies par instabilité gravitationnelle dans les puits de potentiel de matière noire. La formation des structures peut être bien décrite par la théorie de gravité de Newton. Lors de l'effondrement par instabilité gravitationnelle, nous pouvons distinguer une phase d'évolution linéaire, puis non linéaire lorsque les effets de la gravité deviennent importants. La première phase peut être résolue de façon analytique, la deuxième phase nécessite des simulations numériques.

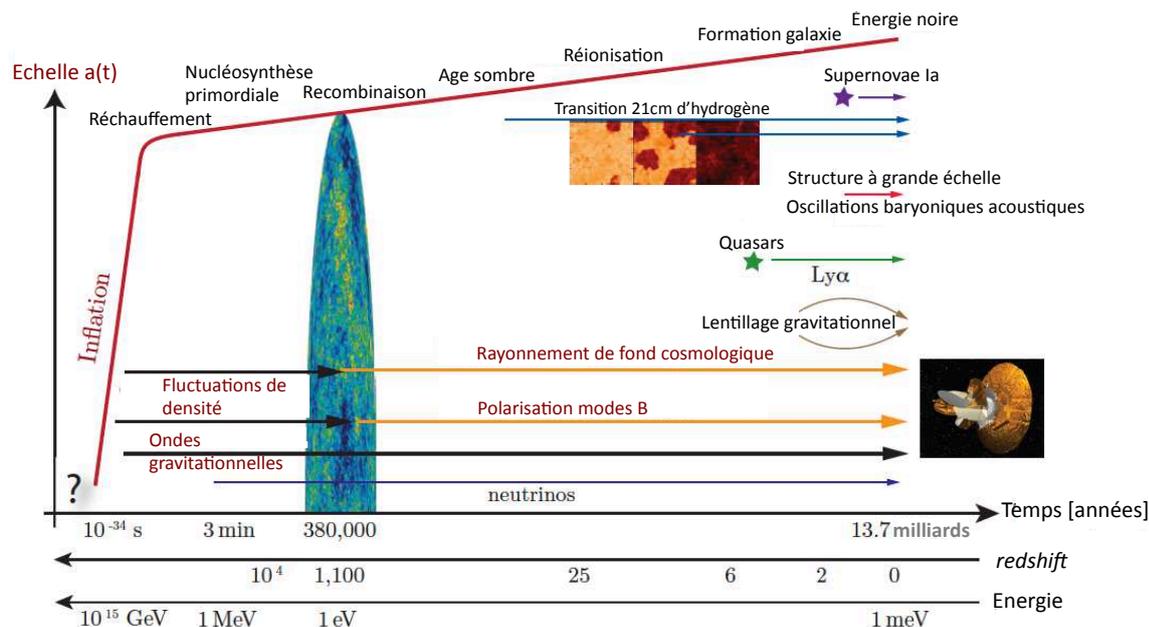


FIGURE 1.4.1: Histoire thermique de l'univers. Cette figure traduite est tirée de [20].

1.5 Le modèle ΛCDM

Un ensemble d'observations indépendantes convergent vers le modèle ΛCDM . Nous allons détailler un certain nombre de ces sondes.

1.5.1 Les oscillations baryoniques acoustiques (BAO)

Les oscillations baryoniques acoustiques correspondent aux ondes acoustiques présentes dans le plasma baryon-photon avant le découplage. Alors que les surdensités de matière noire attirent gravitationnellement la matière, la pression des photons entraîne une résistance générant des ondes acoustiques dans le plasma primordial. Lorsque le découplage a lieu, les photons peuvent se diffuser librement, et les ondes acoustiques sont gelées. La distance que les ondes ont pu parcourir avant le découplage, appelée l'horizon sonique r_s , imprime une échelle particulière dans la distribution photon-matière à cette époque. Cette échelle constitue un étalon standard, qui permet de mesurer la distance du diamètre angulaire (observation transverse) et le taux d'expansion (observation dans la ligne de visée) en fonction du décalage spectral et donc de contraindre l'énergie noire. L'empreinte des oscillations acoustiques des baryons dans le plasma primordial peut être détectée dans les relevés de structures à grande échelle, sur une distance de l'ordre de 150 Mpc et dans le spectre des anisotropies du rayonnement de fond cosmologique. L'effet des BAO a été observé, pour la première fois, dans la série de pics du spectre de puissance angulaire du fond diffus cosmologique [57]. Avec le grand sondage de galaxies de l'expérience BOSS [5], il a été possible de reconstruire le champ de densité et de mesurer la fonction de corrélation à deux points et le spectre de puissance de la distribution de galaxies, et ce sondage a permis la détection des oscillations acoustiques de baryons à 5σ , sous la forme d'un pic dans la fonction de corrélation et d'oscillations dans le spectre de puissance [16]. Les BAO ont été aussi détectées par l'expérience BOSS avec des quasars à grand décalage spectral entre $2.3 < z < 3.5$ en utilisant les mesures de densité d'hydrogène neutre des forêts Lyman-alpha de ces quasars [38]. Cette détection fournit une mesure du taux d'expansion de l'Univers à une époque où l'énergie sombre ne dominait pas. Ces données combinées avec les données du fond diffus de WMAP 7ans [111] fournissent une valeur du paramètre de Hubble $H(z = 2.3) = (224 \pm 8)$ km.s⁻¹.Mpc⁻¹. Ce résultat montre que l'expansion était décélérée entre $0.7 < z < 2.3$ dans la période de domination de la matière de l'univers. Les contraintes cosmologiques obtenues avec les galaxies et les quasars convergent vers un univers plat dominé par une constante cosmologique. Ces détections fournissent une preuve que les fluctuations aux grandes échelles croissent selon la théorie des perturbations linéaires depuis $z \sim 1000$ et confirment l'existence de la matière noire au temps de la recombinaison. Si l'univers contenait uniquement des baryons, la signature acoustique devrait être beaucoup plus importante.

1.5.2 Cisaillement gravitationnel

Les images des galaxies d'arrière plan sont déformées par l'effet gravitationnel des masses le long de la ligne de visée des photons. Des puits de potentiel gravitationnel importants comme les amas de galaxies induisent une distorsion de l'image sous forme d'arcs, d'images multiples. Cet effet est sensible au potentiel gravitationnel intégré le long de la ligne de visée. Il est extrêmement prometteur, étant sensible à la masse de la matière indépendamment de sa nature. Il permet de briser la dégénérescence entre les paramètres Ω_m et σ_8 ². Cet effet est observé dans les grands relevés photométriques tel que SDSS III [65] ou CFHTLS [66, 90]. Par ailleurs, au sein des systèmes lentillés, les retards de temps

2. Le paramètre σ_8 est la déviation standard de la densité de masse à l'échelle de $8h^{-1}$ Mpc, il représente la normalisation de l'amplitude du spectre des perturbations primordiales $P(k)$.

entre les flux observés des images, résultant de la variabilité intrinsèque d'un quasar sous l'effet d'amas de galaxies intermédiaires, permettent d'obtenir des valeurs de plus en plus précises de la constante de Hubble H_0 . Cette mesure dépend de la séparation angulaire des images et de la distribution de masse de la lentille. La contrainte obtenue sur H_0 est $(60 \pm 20) \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$ [7].

1.5.3 La nucléosynthèse primordiale

Le modèle de la nucléosynthèse primordiale permet de réaliser des prédictions sur l'abondance des éléments légers D, ^3He , ^4He et ^7Li . La détermination des abondances primordiales est réalisée en intégrant les équations de Boltzmann appropriées pour chaque espèce nucléaire. Les valeurs prédites pour ces abondances sont en accord avec des observations indépendantes, et donc la nucléosynthèse primordiale constitue une validation du modèle du Big Bang chaud. La mesure de l'abondance du deutérium est réalisée en mesurant le spectre d'absorption en Lyman α des quasars par les nuages intergalactiques³ ou la mesure de l'abondance ^4He dans les régions III. Des estimations de la densité de baryons par la nucléosynthèse primordiale $\Omega_b h^2 = 0.0205 \pm 0.0018$ [138] et par le rayonnement de fond cosmologique $\Omega_b h^2 = 0.02205 \pm 0.00028$ [156] montrent que ces deux sondes sont en excellent accord. Cette valeur est significativement inférieure aux estimations de la densité réduite totale de matière Ω_m , ce qui implique l'existence de matière noire non-baryonique.

1.5.4 Le diagramme de Hubble

Le diagramme de Hubble constitue à lui seul un argument en faveur d'un univers en expansion accélérée. Cette mesure doit être réalisée suffisamment à grande échelle pour que l'expansion domine la vitesse propre des galaxies, mais assez proche pour que la loi de Hubble soit valable. Le facteur limitant est la difficulté de construire une échelle de distance fiable. Cependant, ces dernières années, le télescope HST (*Hubble Space Telescope*) [72] a permis d'obtenir des mesures de H_0 avec une précision de l'ordre de 10%. La méthode utilisée consiste à mesurer la luminosité d'une classe d'objets où la luminosité est soit constante, soit reliée à un autre paramètre indépendant de la distance, ce qui permet de *calibrer* des distances relatives. Différents objets sont utilisés pour réaliser cette *calibration* : les céphéides, les supernovae, la relation de Tully-Fisher et le plan fondamental des galaxies elliptiques. Riess et al. [170] ont utilisé les céphéides dans les galaxies hôtes de 8 supernovae pour déterminer la relation magnitude-décalage spectral et ont obtenu $H_0 = 73.8 \pm 2.4 \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$.

Les supernovae permettent d'obtenir le diagramme de Hubble à grand z . La figure 1.5.1 représente ce diagramme mesuré par deux groupes : le Supernova Cosmology Project et le High-Z Supernova Search [149, 169]. L'ajustement de la distance de luminosité en fonction du décalage spectral contraint une valeur de la constante cosmologique différente de zéro à 99% de niveau de confiance. En 1999, avec 42 supernovae, Perlmutter et son groupe obtiennent des contraintes des paramètres $\Omega_m = 0.3$ et $\Omega_\Lambda = 0.7$ [150]. Les barres d'erreur de ces mesures restent élevées. Elles proviennent de la statistique (qui a sensiblement augmenté depuis ces mesures), et de l'hypothèse que les supernovae lointaines sont des chandelles standards. Leur processus astrophysique est encore mal

3. Cet effet est l'effet Gunn Peterson [82]. Il est caractérisé par un ensemble de raies en absorption dans les spectres de quasars à environ $z = 6$.

connu et l'absorption par leur milieu interstellaire affecte leur luminosité. Les derniers résultats de Planck [156] mettent en évidence une tension à 2σ entre les données de Planck combinées avec celles des oscillations baryoniques acoustiques et les données des supernovae. Le sondage de supernovae choisi, est celui de SNLS-3ans [51], il ne prend pas en compte l'amélioration de la calibration photométrique développée dans [26] et de la statistique avec les supernovae de SDSS [39]. Les contraintes apportées par les supernovae en tenant compte de ces deux améliorations ne sont pas encore publiées mais semblent converger vers un modèle Λ CDM.

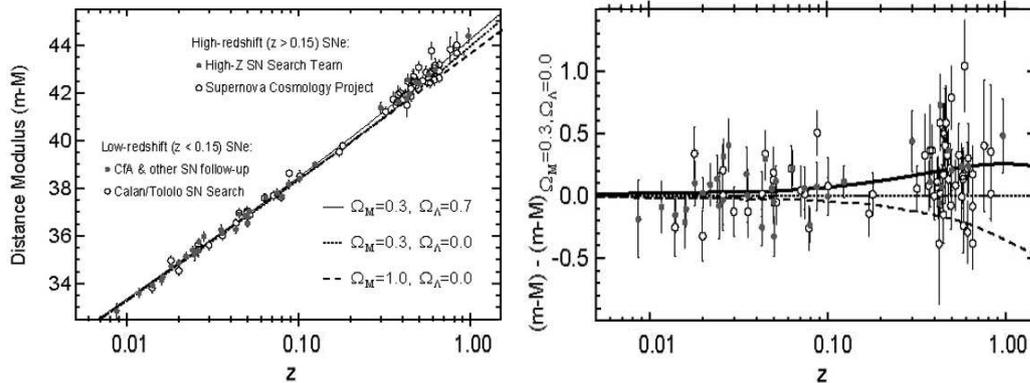


FIGURE 1.5.1: Diagramme de Hubble de supernovae Ia mesuré par les expériences Supernova Cosmology Project et le High-Z Supernova Search [149, 169] comparé aux prédictions de trois modèles Λ CDM. La figure de droite montre la différence entre les données et un univers ouvert avec $\Omega_0 = \Omega_m = 0.3$.

1.5.5 L'étude des grandes structures

Les amas de galaxies constituent des traceurs de la distribution de masse (avec la forêt Ly α , la raie 21cm d'hydrogène). Ils sont très sensibles aux fluctuations de densité et, permettent de poser des contraintes sur les paramètres Ω_m , σ_8 , H_0 , Ω_b . Dans la limite de la compréhension de la physique sous jacente des amas, il est possible de contraindre l'évolution de l'univers en étudiant leurs caractéristiques (température, luminosité...). Le concept d'utiliser les galaxies comme un traceur biaisé de la distribution de la matière a été développé par Kaiser en 1984 [101]. Ceci implique que le contraste de densité de la matière lumineuse δ_l est proportionnel à celui de la matière noire δ_c . Le coefficient de proportionnalité est le biais b . Il dépend de la nature des traceurs et de leur masse. Pour déterminer la distance des galaxies dans la ligne de visée, il faut prendre en compte le décalage spectral, et nous avons vu que pour déterminer la distance comobile d'un objet, il faut supposer un modèle cosmologique, soit une cosmologie fiducielle. Le décalage spectral de l'objet dépend aussi de la distribution de sa vitesse propre, qui affecte dans l'espace des décalages spectraux le champ de densité. Ces déplacements peuvent être séparés en deux types : un déplacement dû à des vitesses aléatoires créant un étirement de l'amas (doigt de Dieu) et un déplacement cohérent, appelé l'effet Kaiser. Une comparaison directe des cartes de vitesse et de la distribution des galaxies permet dans le cadre du le modèle Λ CDM, de mesurer Ω_m . Le résultat de l'analyse de la fonction de corrélation des galaxies du sondage 6dFRGS fournit une valeur $\sigma_8 = 0.76 \pm 0.11$ et

$\Omega_m = 0.250 \pm 0.022$ [98]. Ce type d'analyse statistique permet aussi de déterminer le spectre de puissance. Une détermination de ce spectre à différents z permet de mesurer son évolution au cours du temps en tenant compte de la dégénérescence induite par le biais et des distorsions liées aux vitesses particulières de ces traceurs.

1.5.6 Le rayonnement de fond cosmologique

Le fond diffus cosmologique est la sonde dont la physique est la mieux connue. Il a été découvert par les astrophysiciens Penzias et Wilson en 1964, ils ont reçu le prix Nobel en 1979 pour cette détection. Les mesures de précision du fond diffus ont débuté avec les instruments FIRAS et DMR embarqués dans le satellite COBE [30] en 1989. L'instrument FIRAS a mesuré un spectre de corps noir presque parfait à 2.7 ± 0.001 K, cette mesure est l'une des mesures les plus précises de l'histoire. L'instrument DMR a permis de réaliser une carte des anisotropies de température à la résolution de 7° . Cette résolution permet une détermination du spectre de puissance jusqu'à un multipôle de 20. Suite à ces observations, les instruments dans l'espace WMAP et Planck, ainsi qu'un grand nombre d'expériences au sol et ballons ont permis la caractérisation de ces anisotropies de température et la détection de la polarisation du rayonnement du fond diffus. En 1999, les données de BOOMERanG [56] et MAXIMA [187] permettent la détection du premier pic acoustique du spectre de puissance, fournissant une contrainte forte sur Ω_0 et un argument très fort en faveur d'un Univers plat. En 2002, l'expérience ballon Archeops [25] a permis de lever les ambiguïtés entre les jeux de données de COBE et celles de BOOMERanG sur les systématiques liées à la normalisation des deux jeux de données.

L'expérience satellite WMAP a permis de fournir une carte complète du ciel à une résolution angulaire de 0.3° , l'incertitude est seulement limitée par la variance cosmique du multipôle $l = 2$ jusqu'au deuxième pic acoustique. Les données WMAP-9ans [24] fournissent une mesure en température et en polarisation E sur tout le ciel et ont permis d'obtenir les spectres de puissance : TT , TE et EE . Les mesures des spectres TE et EE sont en accord avec les prédictions issues des paramètres dérivés du spectre TT , ce qui met en évidence une compréhension excellente de la physique sous-jacente. Une des conclusion majeures des résultats du satellite Planck publiés fin mars 2013 [156] est le très bon accord entre le spectre de puissance en température aux petites échelles angulaires et les prédictions du modèle Λ CDM. Ces données ne montrent pas d'évidence pour des non-gaussianités primordiales en accord avec le modèle Λ CDM qui prédit des fluctuations primordiales gaussiennes [159].

1.5.7 Discussion

Il apparaît de l'ensemble des résultats de ces sondes que les observations convergent vers le modèle Λ CDM, cette concordance est illustrée par la figure 1.5.2. Cette figure montre comment la combinaison de trois sondes : le fond diffus cosmologique (WMAP [111]), les oscillations baryoniques acoustiques (SDSS-DR7, 2dFGRS [148]) et les supernovae Ia [169] brise la dégénérescence entre les densités réduites $\Omega_{\Lambda,0}$ et $\Omega_{m,0}$. Les contours combinés sont en accord avec le modèle Λ CDM à 68% de niveau de confiance.

La figure 1.5.3 de gauche représente la combinaison du fond diffus avec les données de Planck [156], aux petites échelles de SPT [174] et ACT [112], des oscillations acoustiques (SDSS DR7 [148], WiggleZ [29], BOSS DR9 [4]). La dégénérescence géométrique entre

les paramètres Ω_m et Ω_Λ est partiellement brisée par cette combinaison de données. La contrainte est considérablement améliorée avec l'ajout de la reconstruction du spectre lentillé fourni par Planck et les oscillations acoustiques baryoniques comme le montre la figure de droite. Le tableau 1.2 donne des contraintes sur les paramètres cosmologiques des paramètres libres du modèle standard [156], obtenues de la combinaison des données en température du satellite Planck, des données en polarisation de WMAP aux grandes échelles angulaires (basL), des données des expériences ACT et SPT aux petites échelles angulaires (hautL) et des oscillations baryoniques acoustiques (BAO). Le paramètre θ_* représente la taille angulaire de l'horizon sonore au moment de la dernière diffusion.

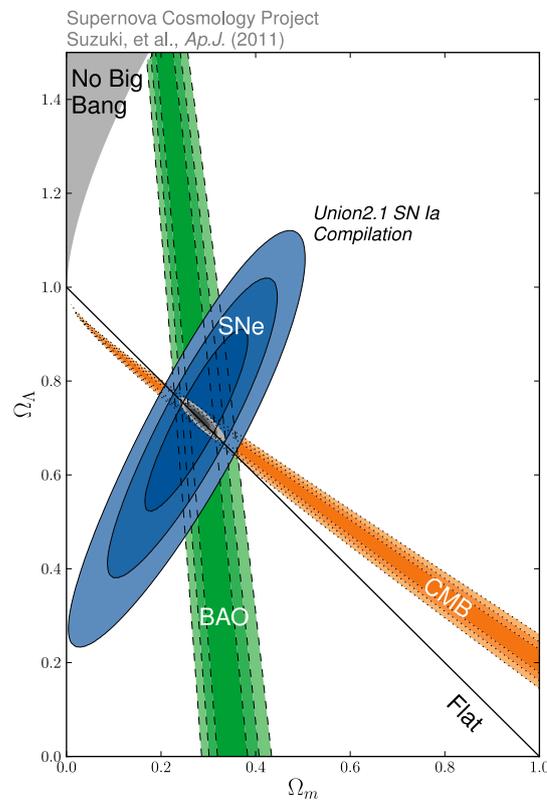


FIGURE 1.5.2: Contrainte sur le paramètre de l'énergie noire en fonction du paramètre de densité de la matière en combinant divers jeux d'observation (contours à 68%, 95% et 99%), le fond diffus cosmologique (WMAP [111]), les oscillations baryoniques acoustiques (SDSS-DR7, 2dFGRS [148]) et les supernovae Ia [169] [189].

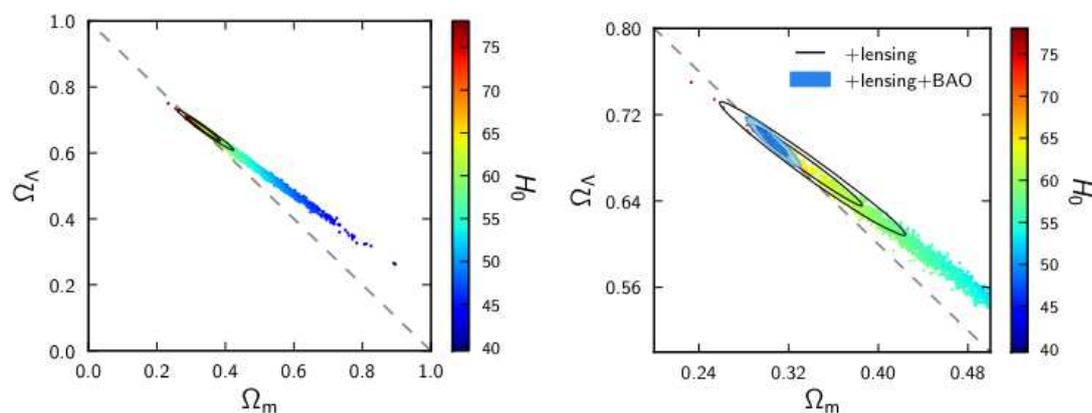


FIGURE 1.5.3: Combinaison des paramètres Ω_m et Ω_Λ pour différentes valeurs de H_0 obtenue avec le fond diffus. A droite est ajouté la reconstruction du spectre lentillé par Planck et les données des oscillations acoustiques [156].

Paramètres	Symboles	Planck+basL+hautL+BAO	
		Meilleur Ajustement	68% d'intervalle de confiance
Densité de baryons actuelle	$\Omega_b h^2$	0.022161	0.02214 ± 0.00024
Densité de matière noire actuelle	$\Omega_c h^2$	0.11889	0.1187 ± 0.0017
Profondeur optique de la diffusion Thomson pendant la réionisation	τ	0.0952	0.092 ± 0.013
Densité de l'énergie noire divisée par la densité d'énergie critique actuelle	Ω_Λ	0.6964	0.6914 ± 0.010
RMS des fluctuations de matière actuel dans la théorie linéaire	σ_8	0.8285	0.826 ± 0.012
Décalage spectral auquel l'univers est à moitié réionisé	z_{re}	11.45	11.3 ± 1.1
Constante de Hubble	H_0	67.77	67.80 ± 0.77
Age de l'univers	$t \times 10^9$	13.7965	13.798 ± 0.037
Taille angulaire de l'horizon sonore	$100 \times \theta_*$	1.04163	1.04163 ± 0.00056

TABLE 1.2: Paramètres cosmologiques obtenus de la combinaison de plusieurs sondes : des données en température des expériences Planck, SPT et ACT et des oscillations baryoniques acoustiques de l'expérience BOSS [156].

Cependant, il demeure un certain nombre de questions, intrinsèques au modèle standard. Nous allons en lister quelques unes :

- preuve de l'énergie noire

De nature inconnue, l'énergie noire est à l'origine de l'accélération de l'expansion de l'univers. Une revue de cette composante est réalisée dans [117]. La nécessité de cette composante est apparue avec l'interprétation des équations de Friedmann-Lemaître. Elle est confirmée, en 1998, par la mesure de la dérivée seconde du facteur d'échelle en considérant les supernovae de type Ia comme des échelles standards [149, 169] .

L'énergie noire pourrait différer d'une simple constante cosmologique et être dynamique, comme un champ scalaire (modèle de quintessence), qui évolue avec le décalage spectral. L'équation d'état de ce paramètre peut être contrainte par la mesure radiale du taux d'expansion $H(a)$.

Il existe quatre sondes sensibles à l'énergie noire : le lentillage gravitationnel, les oscillations baryoniques acoustiques, l'étude des amas de galaxies et les supernovae SNIa.

Les sondages d'amas de galaxies mesurent la densité spatiale des galaxies. Cette sonde est sensible à l'énergie noire par l'effet résultant de la combinaison de la distance du diamètre angulaire avec la relation du décalage spectral, l'évolution en fonction de temps du facteur d'échelle et le taux de croissance des structures. Elle a le potentiel statistique de dominer les techniques des oscillations baryoniques et les supernovae, mais est encore affectée par les erreurs systématiques dus aux processus astrophysiques non linéaires.

L'approche des oscillations baryoniques acoustiques est aujourd'hui une sonde puissante, moins affectée par les incertitudes astrophysiques que les autres sondes.

Les supernovae de type Ia constituent à ce jour la sonde la plus puissante pour étudier l'énergie noire, mais le résultat de cette sonde dépend fortement de la précision atteinte sur les photo- z , pour un décalage spectral mesuré par photométrie multibande.

La technique de lentillage gravitationnel faible est une technique émergente. Si les effets systématiques sont relativement bien contrôlés, cette sonde peut constituer la sonde la plus prometteuse. Les données du rayonnement de fond diffus cosmologique fournissent aussi une contrainte sur l'énergie noire par l'effet Sachs Wolfe intégré, qui correspond à un décalage spectral des photons, lorsqu'ils traversent des puits de potentiel, à l'entrée et à la sortie du puits. Sans composante d'énergie noire, l'effet observé serait nul, or il a été observé par la corrélation entre le fond diffus et les larges structures à 4σ [81].

- la matière noire

La découverte de Zwicky en 1933 montre que le mouvement des galaxies à l'intérieur de l'amas Coma est très important et donc la masse nécessaire pour confiner les galaxies à l'intérieur du système observé doit être beaucoup plus grande que la somme de la masse des étoiles visibles. Les observations en rayons X dans les années 70 et 80 indiquent qu'une partie significative de la masse manquante est sous la forme d'un plasma chaud diffus qui comble l'espace intergalactique dans les amas. Il émerge alors l'idée que les galaxies individuelles sont entourées d'halos massifs de taille au moins dix fois supérieure à la taille des galaxies visibles. Les premières simulations dans le début des années 80 ont démontré que la matière noire est à l'origine des grandes structures et des halos de matière noire. D'autres preuves sont venues s'ajouter comme les anisotropies du rayonnement de fond cosmologique. Les fluctuations mesurées sont faibles, cette observation est consistante avec l'émergence de galaxies à faible décalage spectral et dans le cas de matière noire non-baryonique.

La nucléosynthèse primordiale permet de contraindre le paramètre de densité $\Omega_b h^2$. Les abondances observées du deutérium et de l'hélium 4 donnent des contraintes similaires à celles du rayonnement de fond cosmologique $\Omega_b h^2 \simeq 0.02$. Cette valeur relativement basse démontre qu'il doit exister de la matière noire principalement non-baryonique.

Il existe différents scénarios sur la nature de la matière noire : de la matière noire baryonique (des nuages moléculaires froids et denses et des MACHOs corps massifs et compacts du halo galactique, des naines brunes, des étoiles à neutrons ...), de la matière noire non-baryonique dominante (WIMPS particules massives et interagissant faiblement, les axions proposés par Peccei et Quinn en 1977 pour résoudre le problème

de la violation de CP). La matière noire non-baryonique n'existe pas dans le modèle standard et requière une nouvelle physique comme la supersymétrie.

Beaucoup d'expériences ont pour objectif la détection directe de ces particules en mesurant le recul du nucléon après avoir interagi avec le WIMPs : CDMS [3], Edelweiss [64], XENON [17]. Une détection indirecte pourrait être réalisée par les rayons γ qui résultent de l'annihilation des WIMPS, avec les expériences Fermi [114], HESS [2] et MAGIC [120].

Des théories ont été développées pour élaborer des modèles sans matière noire comme la théorie MOND (*Modified Newtonian Dynamics*) [47]. Cette théorie permet de reproduire les courbes de rotation des galaxies. Mais un certain nombre d'observations astrophysiques remettent en cause cette théorie. Contrairement à la théorie de la matière noire, la théorie MOND ne peut pas expliquer l'aspect de l'amas du boulet [48]. Cette théorie est aussi défavorisée par la cosmologie, par l'observation du pic des oscillations baryoniques acoustiques dans le spectre de corrélation des galaxies en fonction de la distance comobile, alors que dans le cadre de la théorie MOND, la fonction de corrélation des galaxies devrait présenter une cassure.

Une liste des incohérences entre les simulations numériques du modèle Λ CDM et les observations est donnée dans [69]. Nous en citons quelques unes

- les vitesses particulières des amas de galaxies sont prédites de l'ordre de 200 km.s^{-1} dans un modèle Λ CDM. Ces vitesses peuvent être déterminées par l'effet Sunyaev Zel'dovich, qui a montré un flux cohérent de 1000 km.s^{-1} sur des échelles supérieures à 400 Mpc. La vitesse de collision de l'amas de boulet est supérieure à 3100 km.s^{-1} à $z = 0.3$, ce qui est trop important pour être expliqué par le modèle Λ CDM.

- la découverte d'un amas de galaxies XMMU J2235.3- 2557, à grand décalage spectral, avec une masse d'environ $4 \times 10^{14} M_{\odot}$ à $z = 1.4$ indique que la formation des structures a pris place bien avant et plus vite que les prédictions du modèle Λ CDM.

- le nombre des galaxies naines est inférieur de plusieurs ordres de grandeur aux prédictions du modèle Λ CDM [34]. Des solutions à ce problème sont que les plus petits halos de matière noire dans l'univers sont inefficaces dans le processus de formation des étoiles ou que les simulations numériques ne soient pas représentatives à ces échelles.

- la nucléosynthèse primordiale et les observations sont en très bon accord sur l'abondance de l'hélium et du deutérium mais pas pour le lithium. Le lithium-7 est détecté dans le spectre d'absorption de l'atmosphère des étoiles de faible métallicité (de Population II) du halo galactique et dans les étoiles des amas globulaires. Les valeurs obtenues devraient être indépendantes des composants complexes comme le fer, ce qui est confirmé par le diagramme Li/H en fonction de Fe/H qui présente un plateau. La présence de ce plateau signifie que le lithium a du être produit avant le processus de nucléosynthèse stellaire. Cependant, les valeurs de l'abondance de lithium sont incompatibles d'un facteur 2-3 avec les prédictions de la nucléosynthèse primordiale.

Les satellites WMAP [22] et Planck [158] ont peut-être mis en évidence des anomalies du fond diffus. Ces anomalies sont l'alignement quadrupôle-octopôle, la faible variance, l'asymétrie hémisphérique, la modulation de puissance dipolaire, le point froid La puissance du spectre de puissance en température des trente premiers multipôles est plus faible que ce qui est attendu par le modèle Λ CDM. Ces anomalies pourraient correspondre à des violations des propriétés fondamentales d'isotropie et de gaussianité des données du rayonnement de fond, qui sont assumées dans l'estimation du spectre de puissance. Le débat se porte principalement sur les méthodes statistiques qui cherchent

à détecter des écarts au modèle Λ CDM par analyse à posteriori des cartes et des spectres obtenus. Une grande partie de la communauté semble penser que ces anomalies sont sur-estimées, tandis que d'autres auteurs clament une détection significative. Des tentatives pour expliquer ces inconsistances par les erreurs instrumentales, l'émission de sources astrophysiques locales ou des structures dans l'univers local n'ont pas abouti pour le moment. Des modèles phénoménologiques ont été suggérés pour expliquer certaines de ces anomalies comme le modèle de Bianchi. Les données en polarisation permettront de tester ces anomalies et dans le cas où elles s'avèrent significatives, ces anomalies constitueront les signatures d'une nouvelle physique sous-jacente.

1.6 Les limites du modèle

Les solutions des équations de Friedmann-Lemaître décrivent un univers homogène et isotrope à grande échelle et en expansion. Ce modèle est soutenu par un ensemble d'observations dont nous en avons décrit un certain nombre et, pour l'instant, aucun modèle n'a été en mesure de réinterpréter ces observations et de fournir une autre description de l'univers. Cependant, ce modèle induit des questions inhérentes à sa formulation qui ne trouvent pas de réponse dans le modèle standard et nécessitent l'introduction du modèle d'inflation, développé par Guth en 1981 et Linde en 1982.

1.6.1 Le problème de la platitude

La composition de l'énergie de l'univers est donnée par l'équation 1.3.11

$$|\Omega_{tot} - 1| = \left| \sum_i \Omega_i + \Omega_\Lambda - 1 \right| = \frac{|k|}{(aH)^2}, \quad (1.6.1)$$

avec $\Omega = \frac{\rho}{\rho_c}$.

En absence d'ajustement fin des conditions initiales, selon l'évolution de la densité d'énergie donnée dans le tableau 1.1, la composition en énergie de l'univers devrait être rapidement dominée par le terme de courbure $k/(aH)^2$. La valeur de la densité réduite totale $\Omega_{tot} = 1$ correspond à un point instable. Les récentes observations montrent que la densité critique actuelle vaut $\Omega_0 \sim 1$, ce qui nécessite un ajustement fin de Ω proche de 1 et induit $\rho \sim \rho_c$ dans l'univers primordial. La déviation à la platitude à l'époque de la nucléosynthèse primordiale devrait satisfaire $|\Omega(a_{NP}) - 1| \leq \mathcal{O}(10^{-16})$ et à l'époque de Planck $|\Omega(a_{Pl}) - 1| \leq \mathcal{O}(10^{-60})$.

1.6.2 Le problème de l'horizon

L'horizon est la mesure de la distance causale de l'univers. La finitude de la vitesse de la lumière induit une longueur de cohérence d'un processus physique finie. Or, les photons émis de directions différentes du ciel apparaissent comme étant en équilibre thermique, comme le montre la carte en température du fond diffus à grande échelle. Cette observation peut être expliquée si seulement l'univers a atteint un état d'équilibre thermique avec des interactions entre les différentes régions. Le modèle du Big-Bang ne prend pas en compte une période de l'histoire de l'univers où ces régions peuvent interagir avant l'émission des photons. Selon ce modèle, il est attendu que le fond diffus soit

presque homogène sur des distances de l'ordre du rayon de Hubble, cette distance sous-tend un angle de quelques degrés ; la surface de dernière diffusion devrait être composée d'une multitude de zones déconnectées. Ce résultat est contradictoire avec l'homogénéité de l'univers observable : les mesures des anisotropies de température sont de l'ordre de 10^{-5} , la surface de dernière diffusion est donc relativement homogène.

1.6.3 Absence de monopôle et autres reliquats

Dans le cadre des théories de jauge unifiées, de nombreuses particules et reliquats peuvent être créés durant les transitions de phase de l'univers primordial. La densité de ces particules massives décroît en a^{-3} , par rapport au rayonnement en a^{-4} et, donc, ces particules peuvent dominer le contenu de l'univers si leur durée de vie est suffisamment longue et selon leur densité d'énergie initiale. L'objet classique est le monopôle magnétique apparaissant lorsque les symétries de la théorie de grande unification sont restaurées. Les brisures de symétrie qui ont lieu lors du refroidissement de l'univers peuvent générer des défauts topologiques dont la nature est fonction de l'ordre du groupe de symétrie brisé. Cependant, ces reliques n'ont jamais été observées.

1.7 L'inflation

Le modèle de l'inflation a été introduit par Guth dans le but d'expliquer les conditions initiales du Big Bang chaud. Il suppose l'existence d'une période d'expansion accélérée dans l'univers primordial pour rendre compte de l'homogénéité et de la platitude aujourd'hui observées. Il représente le modèle favori pour décrire l'origine des structures de l'univers. Le mécanisme le plus simple repose sur un champ scalaire pour créer une énergie du vide effective⁴. Un champ scalaire ϕ , caractérisé par un potentiel $V(\phi)$, peut simuler une énergie du vide si ses dérivées spatiales et temporelles sont faibles.

La théorie fondamentale de l'inflation n'est pas une théorie encore bien établie : la fonction $V(\phi)$ est une fonction arbitraire avec différents choix correspondant à différents modèles d'inflation. Différents potentiels peuvent être choisis comme celui du potentiel de Higgs $V(\phi) = \lambda(\phi^2 - M^2)^2$ ou celui plus simple d'un champ scalaire massif $V(\phi) = \frac{1}{2}m^2\phi^2$. Les modèles d'inflation prédisent une période de l'univers où celui-ci est proche d'un espace de de Sitter avec un champ scalaire qui satisfait à certaines conditions dites de roulement lent, décrites par la suite, à l'origine de l'expansion quasi-exponentielle. Durant cette phase, le facteur d'échelle croît exponentiellement et cette période est caractérisée par une densité d'énergie constante. Selon les modèles d'inflation, les champs présents comme l'inflaton suivent un comportement quantique dans un espace-temps courbe. L'expansion conduit les fluctuations de la métrique et des champs hors de l'horizon causal, ce qui entraîne une transition du quantique au classique. Pendant l'ère de domination du rayonnement et de la matière, l'horizon causal croît plus vite que le facteur d'échelle, les fluctuations rentrent alors dans l'horizon et sont à l'origine des perturbations de densité de matière. Ces perturbations ont une amplitude proportionnelle à la densité d'énergie, qui est constante, elles sont donc à l'origine d'un spectre de puissance invariance d'échelle⁵.

4. Nous nous contenterons de décrire ici le modèle d'inflation à un champ scalaire. Mais il existe d'autres modèles inflationnaires : inflation multi-champs, inflation hybride, inflation chaotique ...

5. L'invariance d'échelle signifie que quel que soit l'angle observé sur le ciel, la valeur moyenne du

1.7.1 Motivations

Pour résoudre le problème de l'horizon et permettre un contact causal entre deux points séparés de plusieurs degrés sur le ciel, non causalement liés dans le modèle standard, il faut introduire une phase où le facteur d'expansion croît plus vite que le temps physique. La dérivée seconde du facteur d'expansion est positive d'où

$$\frac{d(H^{-1}/a)}{dt} < 0. \quad (1.7.1)$$

Le rayon de Hubble diminue durant la période d'inflation dans le repère des coordonnées comobiles. Cette propriété est cruciale : en n'importe quelle autre phase de l'univers, le rayon de Hubble augmente, mais durant l'inflation, cette échelle devient plus petite mesurée relativement par rapport à l'expansion. La figure 1.7.1 résume la solution pour résoudre le problème de l'horizon. Les échelles que nous observons aujourd'hui ont été plus grandes que le rayon de Hubble pendant l'inflation. A un temps antérieur, ces échelles sont plus petites que le rayon de Hubble et donc causalement liées. Dans ce régime, plus l'inflation dure, plus $\Omega_{TOT} - 1$ diminue et le terme de courbure devient négligeable, ce qui résout le problème de la platitude. Après la phase de réchauffement, dans un univers dominé par la matière ou par le rayonnement, ces échelles ré-entrent dans le rayon de Hubble.

D'après l'équation de Friedmann-Lemaître 1.3.11 et l'équation 1.7.1, pour obtenir une expansion accélérée, l'équation d'état du fluide doit vérifier

$$p < -\frac{\rho}{3}. \quad (1.7.2)$$

Cette limite correspond à un fluide de pression négative et d'équation d'état $\omega = \frac{p}{\rho}$ avec $\omega < -\frac{1}{3}$.

Une constante cosmologique peut remplir ce rôle

- $\omega \neq -1$, le comportement du facteur d'échelle est donné par $a(t) \sim t^{\frac{2}{3(1+\omega)}}$.

- $\omega = -1$, le facteur d'échelle a une évolution exponentielle $a(t) \propto e^{Ht}$, qui correspond à un espace de de Sitter. La densité d'énergie du fluide diminue donc tel que $\rho \sim a^{-3(1+\omega)}$.

Dans ces deux cas, l'évolution de la densité d'énergie du fluide est moins importante que celle des particules, les reliquats éventuels pourront être dilués.

Cependant, si ω est une constante, l'inflation dure éternellement. Ce problème peut être résolu par l'existence de condensats, pour lesquels la densité est presque uniforme, qui permettent la fin de l'inflation, durant la phase de réchauffement.

carré des fluctuations est identique.

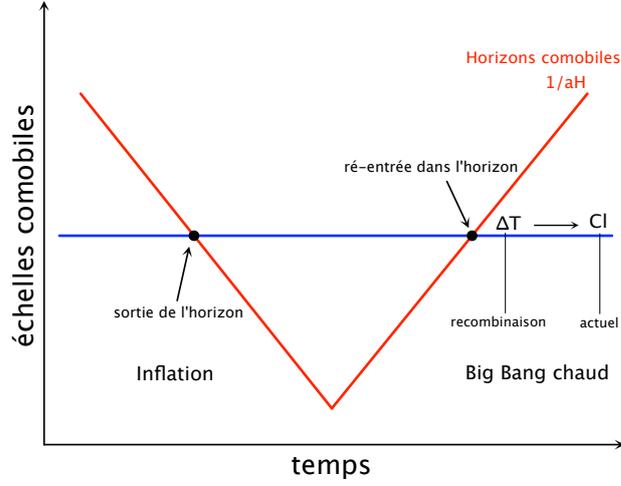


FIGURE 1.7.1: Solution du problème de l'horizon.

1.7.2 Equations du mouvement et solutions

Les modèles d'inflation les plus simples sont construits à partir d'un champ scalaire ϕ évoluant dans un potentiel $V(\phi)$ et dont la densité lagrangienne est

$$L = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi) - V(\phi). \quad (1.7.3)$$

Le lagrangien pour le champ scalaire ϕ est écrit comme la différence entre un terme cinétique et un potentiel.

La pression et la densité d'énergie effective d'un champ scalaire homogène sont

$$\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi), \quad p_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi). \quad (1.7.4)$$

Le terme de densité peut être interprété comme un terme d'énergie cinétique et le terme de pression comme un terme de potentiel.

L'équation d'état résultante est donnée par

$$\omega_\phi = \frac{p_\phi}{\rho_\phi} = \frac{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)}{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)}. \quad (1.7.5)$$

Cette équation montre qu'un champ scalaire peut mener à une pression négative soit $\omega_\phi < 0$ et à une expansion accélérée $\omega_\phi < -1/3$, si et seulement si $V \gg \frac{1}{2}\dot{\phi}^2$.

De nombreux modèles inflationnaires vont satisfaire à cette condition. Le plus classique, celui étudié dans cette section, a pour équation d'état $p = -\rho$ et pour solution $a(t) \propto e^{Ht}$ (univers de de Sitter).

En remplaçant les termes de l'Eq.1.7.4 dans les équations de Friedmann-Lemaître, nous obtenons

$$H^2 = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)\right), \quad (1.7.6)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{8\pi G}{3}(\phi^2 - V(\phi)). \quad (1.7.7)$$

D'où $\dot{H} = -H^2 + \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{8\pi G}{3}\rho_\phi - \frac{4\pi G}{3}(\rho_\phi + 3p_\phi) = -4\pi G\rho_\phi - 4\pi Gp_\phi = -4\pi G\dot{\phi}^2$.

En dérivant 1.7.6, l'équation de Klein Gordon est donnée par

$$6H\dot{H} = 8\pi G\dot{\phi}\left(\ddot{\phi} + \frac{dV}{d\phi}\right),$$

d'où

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{dV}{d\phi} = 0. \quad (1.7.8)$$

Cette équation décrit le comportement d'un champ descendant un potentiel avec une force de friction de $3H\dot{\phi}$, d'autant plus grande que le paramètre de Hubble est grand, cette force de friction contrôle la dynamique de l'univers. Le terme de courbure k est ignoré étant donné qu'il devient négligeable une fois l'inflation commencée.

1.7.3 Inflation à un champ en roulement lent

D'après l'Eq.1.7.4, nous obtenons une expansion accélérée $\ddot{a} > 0$ si et seulement si $p < -\frac{p}{3}$ soit l'énergie potentielle domine sur l'énergie cinétique $\dot{\phi}^2 < V(\phi)$.

Cette contrainte est appelée la première condition de roulement lent. L'expansion accélérée doit durer suffisamment longtemps pour résoudre les problèmes de l'horizon et de la platitude, si la condition $|\ddot{\phi}| \ll |3H\dot{\phi}|, |V'|$ avec $V' = \frac{dV}{d\phi}$ est aussi vérifiée.

Par conséquent, la période d'inflation dure tant que l'énergie du potentiel domine, ce qui est possible si le potentiel est suffisamment plat. Un exemple de ce potentiel est donné par la figure 1.7.2.

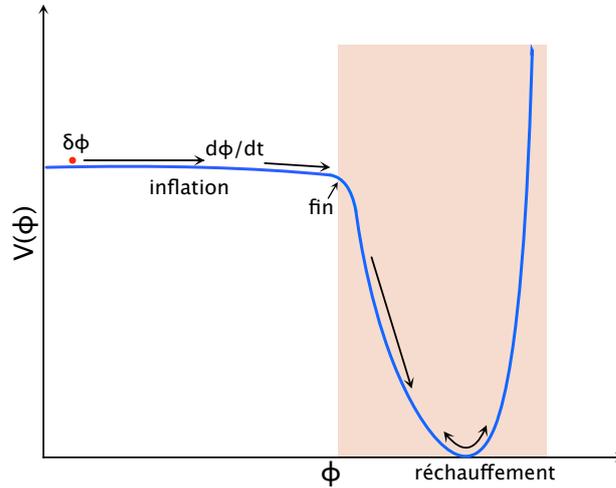


FIGURE 1.7.2: Exemple d'un potentiel d'inflation d'un champ scalaire ϕ . L'accélération de l'expansion se produit lorsque le potentiel $V(\phi)$ domine sur l'énergie cinétique $\frac{1}{2}\dot{\phi}^2$ et se termine lorsque ces deux quantités deviennent comparables. Pendant la période de réchauffement, après l'inflation, le champ ϕ commence à osciller autour de son minimum.

Dans cette approximation de roulement lent, les équations de Klein Gordon 1.7.6 et de Friedmann-Lemaître 1.7.8 s'écrivent

$$H^2 \simeq \frac{8\pi G}{3}V, \quad 3H\dot{\phi} \simeq -\frac{dV}{d\phi}. \quad (1.7.9)$$

Cette approximation correspond à un régime stationnaire où l'énergie du champ se dissipe dans une expansion rapide due à la densité d'énergie portée par le potentiel. Les conditions pour rester dans ce régime sont

$$\dot{H} \ll 3H^2, \quad \frac{dV}{d\phi} \gg 9H^2.$$

Nous négligeons le terme d'accélération par rapport au terme de frottement.

Le terme \dot{H} , représentant l'accélération de l'expansion de l'univers, varie très peu par rapport à H^2 .

L'équation d'un univers en accélération dominé par un champ scalaire homogène est

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{6}(\rho_\phi + 3p_\phi) = H^2(1 - \epsilon), \quad (1.7.10)$$

en introduisant le paramètre $\epsilon(\phi) \equiv \frac{3}{2}(\omega_\phi + 1) = \frac{1}{2}\frac{\dot{\phi}^2}{H^2}$.

Ce paramètre de roulement lent est lié à l'évolution au paramètre de Hubble par

$$\epsilon = -\frac{\dot{H}}{H^2}. \quad (1.7.11)$$

Il y a donc expansion accélérée si $\epsilon < 1$.

Nous introduisons un deuxième paramètre de roulement lent

$$\eta = -\frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}}. \quad (1.7.12)$$

Ces deux conditions s'interprètent physiquement par le fait que le potentiel doit être suffisamment plat pour que le champ ϕ puisse rouler lentement, et donc permettre à l'inflation d'avoir lieu. Le terme ϵ correspond à la pente du potentiel et le terme η à la courbure. Les conditions nécessaires à l'approximation du roulement lent sont alors $\epsilon \ll 1$; $|\eta| \ll 1$. La dernière condition est importante car si la courbure du potentiel est importante, le potentiel ne sera pas assez plat pour un large intervalle du champ ϕ .

A partir des équations 1.7.10 et 1.7.11, nous obtenons la condition initiale de l'inflation

$$\frac{\ddot{a}}{a} = H^2 + \dot{H} > 0.$$

Si $\dot{H} \ll H^2$ alors $\frac{\ddot{a}}{a} > 0$ et $-\frac{\dot{H}}{H^2} < 1$, d'où $\frac{M_p^2}{16\pi}(\frac{V'}{V})^2 < 1$ et nous retrouvons la condition de l'approximation de roulement lent $\epsilon < 1$.

L'inflation ne peut se produire que si les conditions du roulement lent sont satisfaites. L'inverse n'est pas forcément valable.

Afin de résumer, pour obtenir une expansion accélérée $\dot{\phi}^2 < V(\phi)$, il est nécessaire que le potentiel soit assez plat, donc de courbure et de pente relativement faibles. Ces conditions constituent la base de la définition des paramètres sans dimension, qui sont reliés à la dérivée première et à la dérivée seconde du potentiel de l'inflation par

$$\epsilon_v(\phi) = \frac{M_p^2}{16\pi} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \quad (1.7.13)$$

$$\eta_v(\phi) = \frac{M_p^2}{8\pi} \left(\frac{V''}{V} \right). \quad (1.7.14)$$

Ces paramètres sont appelés les paramètres de roulement lent du potentiel.

1.7.4 Durée de l'inflation

Afin de résoudre le problème de l'horizon, la phase d'inflation doit être suffisamment longue. La durée de l'inflation est caractérisée par le rapport entre le facteur d'expansion à la fin de l'inflation a_F et le facteur d'expansion de l'univers observable a_H au moment où il est sorti de l'horizon. Elle est donnée par le logarithme de la quantité d'expansion, le nombre d'e-foldings

$$N(\phi) = \ln \frac{a_F}{a_H} = \int_{t_i}^{t_f} H dt = \int_{\phi_i}^{\phi_f} \frac{3H^2}{3H\dot{\phi}} d\phi = -\frac{8\pi}{M_P^2} \int_{\phi_i}^{\phi_f} \frac{V}{V'} d\phi = -\sqrt{\frac{8\pi}{M_P^2}} \int_{\phi_i}^{\phi_f} \frac{d\phi}{\sqrt{2\varepsilon}}. \quad (1.7.15)$$

La durée minimale de l'inflation, pour résoudre les différents problèmes d'horizon et de platitude, est environ $N_{tot} = 60$ e-foldings ce qui correspond à une expansion d'un facteur 10^{30} . La valeur précise dépend de l'échelle d'énergie de l'inflation et de la période de réchauffement après l'inflation.

Dans le cas d'un modèle simple d'inflation avec un champ massif et un potentiel polynomial de la forme $V = 1/2m^2\varphi^2$, les équations du roulement lent s'écrivent

$$3H\dot{\varphi} + m^2\varphi = 0, \quad H^2 = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{m}{M_{pl}} \right)^2 \varphi^2.$$

et les paramètres du roulement lent sont donnés par

$$\epsilon = \eta = \frac{M_p^2}{4\pi\varphi^2}.$$

Dans ce cas, la durée de l'inflation est donnée par

$$N = -\frac{8\pi}{M_P^2} \int_{\varphi_i}^{\varphi_f} \frac{\frac{1}{2}m^2\varphi^2}{m^2\varphi} d\varphi = -\frac{4\pi}{M_P^2} \int_{\varphi_i}^{\varphi_f} \varphi d\varphi = \frac{2\pi}{M_P^2} (\varphi_i^2 - \varphi_f^2). \quad (1.7.16)$$

Si $\varphi_f \ll \varphi_i$ alors $N \sim \frac{2\pi}{M_P^2} \varphi_i^2$.

Il faut une expansion d'environ 40-70 e-foldings selon le modèle pour que l'inflation soit suffisante pour fournir un cadre formel à la génération des premières perturbations et accroître la longueur de cohérence sur laquelle l'univers est homogène.

1.7.5 Fin de l'inflation : phase de réchauffement

L'inflation doit se terminer pour être suivie par la phase de radiation. Le potentiel de l'inflation presque plat durant l'inflation devient abrupte au moment où l'inflation prend fin comme représenté dans la figure 1.7.2. La fin de l'inflation se produit lorsque $|\eta| \sim 1$ et $|\varepsilon| \sim 1$. Le roulement lent du champ scalaire ϕ le long de la pente descendante du potentiel $V(\phi)$ et les conditions nécessaires à l'inflation ne sont alors plus vérifiées. Si le potentiel a un minimum local V_{min} , le champ ϕ subit un mouvement oscillatoire amorti autour de ce minimum, l'amortissement est lié au terme de friction $3H\dot{\phi}$. L'état final du champ est donc associé à la valeur du potentiel minimum.

Si $V_{min} > 0$ alors $p_\phi = -\rho_\phi$, l'inflation dure indéfiniment, et le champ scalaire agit comme une constante cosmologique effective $\Lambda = V_{min}$.

Si $V_{min} = 0$, la densité d'énergie du champ scalaire devient nulle et la dynamique de l'univers est régie par les autres champs.

En réalité, le champ scalaire est couplé avec d'autres champs. Ce couplage entraîne la désintégration du champ scalaire lors de la phase d'oscillations amorties en paires de particules, diminuant peu à peu sa densité d'énergie. L'univers contient alors la même densité d'énergie qu'avant l'inflation. Les particules ainsi créées vont interagir et se désintégrer entre elles, et laisser l'univers dans les conditions initiales du modèle standard de la cosmologie avec la matière et le rayonnement en équilibre thermodynamique. Cette phase constitue à elle seule un sujet de recherche. Une explication détaillée de cette période peut être trouvée dans la référence [19].

1.7.6 Origine des fluctuations

Un des succès de la théorie de l'inflation est de résoudre le problème de l'origine des fluctuations de la métrique. Une de ses prédictions est la production de fluctuations scalaires et tensorielles. Ces fluctuations seraient dues aux fluctuations quantiques des champs en présence du champ scalaire : l'inflaton. Durant la phase d'inflation, la densité d'énergie de l'univers est dominée par celle du champ scalaire, qui est sujet à des fluctuations quantiques du vide. Du fait de l'expansion accélérée de l'univers, les fluctuations vérifiant initialement $k \gg aH$ vont traverser le rayon de Hubble où $k = aH$. Pendant cette traversée, les fluctuations quantiques deviennent de nature classique. En dehors de l'horizon, ces fluctuations $k \ll aH$ sont gelées, elles ont une amplitude constante et sont caractérisées par les perturbations de la métrique \mathcal{R} qu'elles génèrent qui leur sont directement proportionnelles. L'horizon de Hubble comobile croît après l'inflation, de telle façon que toutes les fluctuations ré-entrent dans le rayon de Hubble pendant la période de domination de la radiation ou de la matière selon leur taille initiale.

Nous supposons un champ ϕ qui vérifie les conditions de roulement lent qui se décompose suivant

$$\phi(t, \vec{x}) = \phi_0(t) + \delta\phi(t, \vec{x}), \quad (1.7.17)$$

avec ϕ_0 la valeur moyenne et $\delta\phi$ la partie fluctuante que nous voulons quantifier.

Nous introduisons la notion de temps conforme τ tel que

$$\tau = \int_{t_1}^{t_2} \frac{dt}{a(t)}. \quad (1.7.18)$$

1.7.6.1 Fluctuations scalaires

Les équations d'évolution d'un champ scalaire sans masse en roulement lent ϕ peuvent être obtenues en remplaçant les expressions de p et ρ dans les équations de Friedmann-Lemaître et de continuité. Nous nous placerons dans le cas d'un univers plat.

Nous obtenons l'équation de Klein Gordon perturbée

$$\delta\ddot{\phi} + 3H\delta\dot{\phi} + \frac{k^2}{a^2}\delta\phi = 0. \quad (1.7.19)$$

Nous allons résoudre cette équation dans la limite de Sitter où le paramètre de Hubble est constant, d'où d'après l'équation 1.7.11, $\varepsilon \rightarrow 0$.

Nous obtenons la dérivée seconde du facteur d'échelle en fonction du temps conforme

$$\frac{a''}{a} = \frac{2}{\tau^2}. \quad (1.7.20)$$

Nous définissons la variable $y = a\delta\phi$.

Le développement de Fourier du champ y est

$$y(\tau, \vec{x}) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} y_{\vec{k}}(\tau) e^{i\vec{k}\vec{x}}. \quad (1.7.21)$$

Avec ce changement de variable, l'équation 1.7.19 devient

$$y'' - \frac{a''}{a}y + k^2y = 0 \quad (1.7.22)$$

ou

$$y'' + \left(k^2 - \frac{2}{\tau^2}\right)y = 0. \quad (1.7.23)$$

Résoudre cette équation revient à déterminer les fluctuations quantiques de la période d'inflation. Cette équation est analogue à celle d'une équation d'onde dans un univers en expansion de pulsation effective $k^2 - \frac{2}{\tau^2}$. Elle fait apparaître un terme de masse effectif $\frac{2}{\tau^2}$ dépendant du temps. Cette équation induit deux régimes : la phase où le mode est significativement plus petit que le rayon de Hubble $k \gg aH$ qui correspond à particule de masse nulle dans un espace de Minkowski, et la phase $k \ll aH$ où le mode est gelé.

Dans le cas où $k \gg aH$, le terme de friction est négligeable, d'où $y''_k + k^2y_k = 0$. Cette équation est celle d'un oscillateur harmonique, indépendant de la fréquence. Dans le cas où $k \ll aH$, le terme de gradient de l'équation 1.7.23 est négligeable, l'équation a pour solution une constante.

Dans un espace de de Sitter, les fluctuations quantiques d'un champ scalaire peuvent être décomposées en modes de Fourier, dont les coefficients sont les opérateurs de création et d'annihilation $\hat{a}_{\vec{k}}$ et $\hat{a}_{-\vec{k}}^\dagger$ d'un vecteur d'onde \vec{k}

$$\hat{y}_{\vec{k}}(\tau) = \hat{y}_{\vec{k}}(\tau)\hat{a}_{\vec{k}} + \hat{y}_{\vec{k}}^*\hat{a}_{-\vec{k}}^\dagger(\tau). \quad (1.7.24)$$

Les opérateurs obéissent à la loi de commutation canonique

$$\left[\hat{a}_{\vec{k}}, \hat{a}_{\vec{k}'}^\dagger\right] = (2\pi)^3\delta(\vec{k} - \vec{k}') \quad (1.7.25)$$

si et seulement si $\langle y_k, y_k \rangle$ sont normalisés tel que

$$\langle y_k, y_k \rangle = \frac{i}{\hbar} (y_k^* y_k' - y_k'^* y_k) = 1. \quad (1.7.26)$$

Cette relation est une condition aux limites de l'équation 1.7.23.

La solution générale de l'équation 1.7.23 quantifiée est

$$y_k(\tau) = \left[A(k) H_{3/2}^{(1)}(-k\tau) + B(k) H_{3/2}^{(2)}(-k\tau) \right] \sqrt{-\tau}. \quad (1.7.27)$$

Les fonctions $H_{3/2}^{(1,2)}$ sont les fonctions de Hankel au premier et second ordre

$$H_{3/2}^{(1)}(z) = \left[H_{3/2}^{(2)}(z) \right]^* = -\sqrt{\frac{2}{\pi z}} e^{-iz} \left(1 - \frac{i}{z} \right). \quad (1.7.28)$$

Nous obtenons

$$y_k(\tau) = A(k) e^{-ik\tau} \left(1 - \frac{i}{k\tau} \right) + B(k) e^{ik\tau} \left(1 - \frac{i}{k\tau} \right). \quad (1.7.29)$$

Nous choisissons l'état du vide des fluctuations $\hat{a}_{\vec{k}} |0\rangle = 0$.

Si nous imposons que le vide est à un état minimal d'énergie, une seconde condition au bord est donné par

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} y_k = \frac{e^{-ik\tau}}{\sqrt{2k}}. \quad (1.7.30)$$

Dans un espace de de Sitter, en tenant compte des conditions aux limites 1.7.26 et 1.7.30, nous obtenons une solution unique de l'équation 1.7.23

$$y_k = \frac{e^{-ik\tau}}{\sqrt{2k}} \left(1 - \frac{i}{k\tau} \right) H\tau. \quad (1.7.31)$$

Aux échelles super Hubble $k \ll aH$, le champ a une amplitude constante $|y_k| = \frac{H}{\sqrt{2k^3}}$ et un spectre invariant d'échelle $\Delta_{\delta\phi} = \left(\frac{H}{2\pi}\right)^2$.

Nous déterminons le spectre de puissance du champ $\delta\phi$ avec $\delta\phi_{\vec{k}} = a^{-1} \hat{y}_{\vec{k}}$

$$\langle \delta\phi_{\vec{k}}(\tau) \delta\phi_{\vec{k}'}(\tau) \rangle = (2\pi)^3 \delta(\vec{k} + \vec{k}') \frac{|y_k(\tau)|^2}{a^2} = (2\pi)^3 \delta(\vec{k} + \vec{k}') \frac{H^2}{2k^3} (1 + k^2 \tau^2). \quad (1.7.32)$$

Au delà de l'horizon $|k\tau| \ll 1$, les oscillations sont gelées,. Le spectre de puissance est

$$P_{\delta\phi} = \langle \delta\phi_{\vec{k}}(\tau) \delta\phi_{\vec{k}'}(\tau) \rangle \rightarrow (2\pi)^3 \delta(\vec{k} + \vec{k}') \frac{H^2}{2k^3} \quad (1.7.33)$$

Les variations du paramètre de Hubble fixent les variations de l'amplitude des fluctuations de densité. Dans l'approximation de roulement lent, la valeur de ce paramètre varie très peu. Le spectre attendu est un spectre proche d'un spectre d'Harrison-Zel'dovich. Un spectre de la forme $k^3 P_{\delta\phi}$ est constant selon k , c'est un spectre invariant d'échelle.

Lors des phases d'expansion décélérées, les modes ré-entrent dans l'horizon, les fluctuations de la métrique associées aux fluctuations quantiques initiales du champ scalaire ont laissé une signature dans l'univers aux larges échelles.

La relation entre le spectre de puissance des perturbations scalaires $\Delta_s^2(k)$ et le spectre $P_{\delta\phi}$ au moment de la traversée de l'horizon $a(t_*)H(t_*) = k$ est donnée dans [115] et [118]

$$\Delta_s^2(k) = \frac{H_*^2}{2k^3} \frac{H_*^2}{\dot{\phi}_*^2}. \quad (1.7.34)$$

L'échelle k est égale au rayon de Hubble durant l'inflation.

Ce spectre est invariant d'échelle si H_* et $\dot{\phi}_*$ sont constants en fonction du temps. Nous avons vu que H_* est presque constant durant la période d'inflation, donc cette invariance peut être brisée par la variation de $\dot{\phi}_*$, qui est spécifique à chaque modèle d'inflation. La dépendance d'échelle du spectre de puissance est quantifiée par l'indice spectral des fluctuations scalaires n_s

$$n_s - 1 = \frac{d \ln \Delta_s^2}{d \ln k}. \quad (1.7.35)$$

Les données Planck, combinées avec les données de polarisation de WMAP fournissent la valeur $n_s = 0.9561 \pm 0.0080$ [156].

Un spectre est invariant d'échelle lorsque $n_s = 1$. Nous définissons la variation de l'indice spectral par $\alpha_s = \frac{dn_s}{d \ln k}$.

Autour de l'échelle de référence k_* , le spectre de puissance peut être réécrit selon

$$\Delta_s^2(k) = A_s(k_*) \left(\frac{k}{k_*}\right)^{n_s(k_*)-1+\frac{1}{2}\alpha_s(k_*) \ln(k/k_*)}. \quad (1.7.36)$$

1.7.6.2 Perturbations tensorielles

Les scénarios d'inflation prédisent la production de fluctuations tensorielles, les ondes gravitationnelles comme le graviton. Ces fluctuations sont produites simultanément avec les perturbations scalaires. Le graviton correspond aux modes de propagation associés au tenseur sans trace et de divergence nulle des perturbations de la métrique h_{ij} . Pour un espace plat, dans lequel est défini une base $(\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3)$ avec $\hat{e}_3 \parallel \vec{k}$, nous obtenons

$$h_{ij} = \begin{pmatrix} h_+(t) & h_\times(t) & 0 \\ h_\times(t) & -h_+(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} e^{i\vec{k}\vec{x}}. \quad (1.7.37)$$

$h_+(t)$ et $h_\times(t)$ sont les amplitudes des ondes gravitationnelles, associées aux deux polarisations.

Le spectre de puissance des deux modes de polarisation des perturbations tensorielles est défini de la même manière que pour les perturbations scalaires

$$\langle h_{\vec{k}} h_{\vec{k}'} \rangle = (2\pi)^3 \delta(\vec{k} + \vec{k}') P_h(k), \quad (1.7.38)$$

avec $\Delta_h^2(k) = \frac{4}{M_{pl}^2} \left(\frac{H_*}{2\pi}\right)^2$ pour une polarisation de la perturbation tensorielle.

Le spectre de puissance sans dimension des fluctuations tensorielles est

$$\Delta_t^2(k) = 2\Delta_h^2(k) = \frac{2}{M_{pl}^2} \frac{H_*^2}{\pi^2}. \quad (1.7.39)$$

La dépendance d'échelle du spectre de puissance est quantifiée par l'indice spectral des fluctuations tensorielles

$$n_t = \frac{d \ln \Delta_t^2}{d \ln k}. \quad (1.7.40)$$

1.7.7 Echelle d'énergie de l'inflation

Les fluctuations tensorielles sont souvent normalisées relativement par rapport à l'amplitude des fluctuations scalaires. Nous définissons le rapport tenseur sur scalaire

$$r = \frac{\Delta_t^2(k)}{\Delta_s^2(k)}. \quad (1.7.41)$$

Ce rapport dépend des paramètres H^2 et V par $\Delta_t^2(k)$, la valeur de $\Delta_s^2(k)$ étant fixée, il représente une mesure directe de l'échelle d'énergie de l'inflation

$$V^{1/4} \sim \left(\frac{r}{0.01}\right)^{1/4} 10^{16} \text{ GeV}. \quad (1.7.42)$$

Les spectres primordiaux des fluctuations scalaires et tensorielles produits par l'inflation sont

$$\Delta_s^2(k) = \frac{1}{M_{pl}^2} \frac{H^2}{8\pi^2} \frac{1}{\varepsilon} \Big|_{k=aH}, \quad \Delta_t^2(k) = \frac{2}{M_{pl}^2} \frac{H^2}{\pi^2} \Big|_{k=aH}. \quad (1.7.43)$$

Les paramètres de roulement lent ε et η sont reliés aux paramètres de roulement lent du potentiel des équations 1.7.13 et 1.7.14 par

$$\varepsilon \approx \varepsilon_v, \quad \eta \approx \eta_v - \varepsilon_v. \quad (1.7.44)$$

Au passage de l'horizon, nous obtenons les indices spectraux tensoriel et scalaire tel que

$$n_s - 1 = 2\eta_{v*} - 6\varepsilon_{v*} \quad (1.7.45)$$

$$n_t = -2\varepsilon_{v*}. \quad (1.7.46)$$

La relation du rapport tenseur sur scalaire est

$$r = 16\varepsilon_{v*}. \quad (1.7.47)$$

Des deux équations précédentes résulte $r = -8n_t$.

Nous constatons que dans l'approximation de roulement lent, les spectres des perturbations scalaires et tensorielles sont directement reliés au potentiel $V(\phi)$: H est une mesure de l'échelle du potentiel, ε_v de sa dérivée première et η_v de sa dérivée seconde.

Les perturbations tensorielles laissent une signature spécifique dans le fond diffus, qui peut être paramétrisée selon la valeur du rapport r . Les détections directes de cette signature par les ondes gravitationnelles ou indirectes par les modes B de polarisation pourront non seulement permettre de valider le modèle d'inflation, mais aussi de contraindre l'échelle d'énergie et donc de déterminer la phénoménologie du modèle.

1.7.8 Contraintes observationnelles

L'inflation fournit un cadre pour outre passer les problèmes du modèle du Big-Bang. Il permet aussi par son mécanisme « d'étirement » des échelles de fournir des conditions initiales à l'origine des perturbations primordiales.

Les contraintes observationnelles semblent être en accord avec les prédictions de l'inflation : les perturbations primordiales sont en bonne approximation adiabatiques, invariantes d'échelles et gaussiennes. Les contraintes sur l'indice scalaire et sur sa variation, par le rayonnement de fond cosmologique des données Planck combinées avec les données de polarisation de WMAP, sont données par le tableau suivant

Paramètres	Planck+basL+hautL+BAO	
	Meilleur Ajustement	68% d'intervalle de confiance
n_s	0.9644	0.9608 ± 0.0054
$\ln(10^{10} A_s)$	3.02973	3.091 ± 0.025
$\frac{dn_s}{d \ln k}$	-0.0103	$-0.014^{+0.016}_{-0.017}$

L'amplitude A_s est introduite dans l'équation 1.7.36.

La contrainte supérieure sur le rapport tenseur sur scalaire est $r < 0.11$ à $k = 0.002 \text{ Mpc}^{-1}$ à 95% de niveau de confiance. Ces résultats observationnels proviennent de [157].

La figure 1.7.3 représente les contours des niveaux de confiance de 68% à 95% pour les paramètres n_s et $r_{0.002}$ des données Planck en combinaison avec d'autres données. Cette figure montre que les données semblent favoriser un potentiel concave et excluent un potentiel en $V \propto \phi^3$. Les données Planck favorisent les modèles simples d'inflation avec $V''(\phi) < 0$ avec un champ faiblement couplé, générant des perturbations de la courbure avec un terme cinétique standard, et rejettent les modèles avec un champ polynomial de degré supérieur à 2. Elles ne montrent pas de détection significative des modes tensoriels et isocourbes.

L'inflation prédit des perturbations de densités primordiales et de la métrique gaussienne. De nombreux travaux cherchent à détecter des non-gaussianités. L'écart à la gaussianité d'un champ de perturbations peut être exprimé par

$$\phi(\vec{x}) = \phi_L(\vec{x}) + f_{NL} \left[\phi_L^2(\vec{x}) - \langle \phi_L^2(\vec{x}) \rangle \right], \quad (1.7.48)$$

avec ϕ_L le potentiel gravitationnel.

Les modèles d'inflation prédisent un écart faible à la gaussianité du même ordre que les paramètres de roulement lent $f_{NL} \sim \mathcal{O}(\varepsilon, \eta) \sim 10^{-2}$. Pour obtenir une phase d'expansion accélérée, le potentiel doit être suffisamment plat. Il doit supprimer les interactions du champ de l'inflation et toutes sources de non linéarité, laissant uniquement des interactions gravitationnelles faibles comme sources principales de non gaussianité. La détection d'un niveau élevé de non gaussianité $f_{NL} \sim 1$ éliminerait ainsi un grand nombre de modèles d'inflation. Le spectre de puissance est un outil de statistique simple, qui permet de caractériser toutes les propriétés statistiques d'un champ gaussien. Pour un champ non gaussien, il faut déterminer au moins l'ordre suivant, qui est dans l'espace de Fourier, le bispectre. Le paramètre f_{NL} détermine l'amplitude de ce bispectre qui est fonction de 3 vecteurs d'onde $\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3$. La somme de ces trois vecteurs doit être nulle. Nous pouvons visualiser leurs contributions comme des triangles de différentes formes : local, équilatéral et orthogonal constituant trois estimateurs du bispectre. Les dernières

contraintes données sur le paramètre f_{NL} [159] pour chaque estimateur sont à 68% de niveau de confiance :

f_{NL}		
Local	Equilatéral	Orthogonal
2.7 ± 5.8	-42 ± 75	-25 ± -39

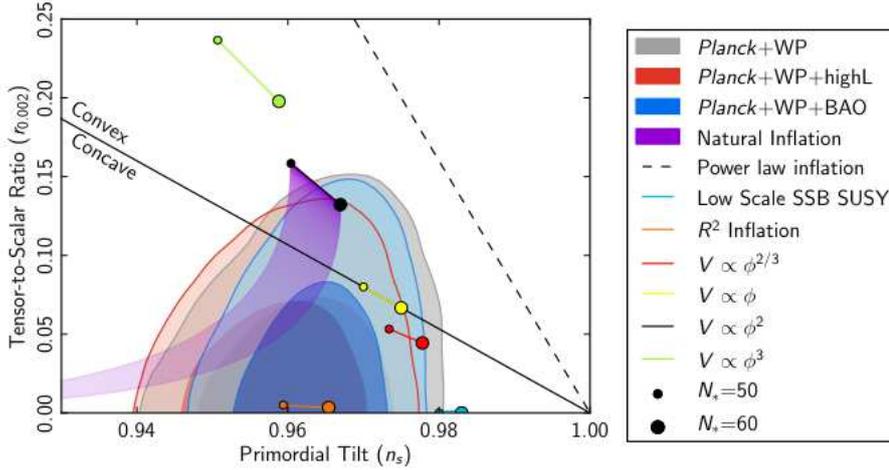


FIGURE 1.7.3: Contours des niveaux de confiance de 68% à 95% pour les paramètres n_s et $r_{0.002}$ des données Planck en combinaison avec d'autres données de SPT [174] et ACT [112] aux petites échelles, de polarisation de WMAP [111] et les BAO (6dFGRS [27], SDSS-II [141], BOSS CMASS [14]), comparés aux prédictions des modèles d'inflation (figure tirée de [157]).

1.8 Discussion

Dans ce chapitre nous avons montré que les contraintes obtenues sur les paramètres cosmologiques par les données de sondes indépendantes semblent converger vers un modèle cosmologique unique : le modèle concordant. Le modèle le mieux validé par ces différentes observations est le modèle Λ CDM. D'après celui-ci, l'Univers est de courbure nulle, de densité d'énergie dominée par la constante cosmologique et une composante de matière non déterminée, la matière noire non baryonique. La domination actuelle de la constante cosmologique induit une phase d'expansion accélérée.

Le modèle standard inclut une phase d'inflation, phase de l'univers primordial où le rayon de Hubble comobile $(aH)^{-1}$ décroît. Cette évolution est l'élément crucial qui permet d'apporter des solutions au problème d'horizon et de platitude pour lesquels le modèle Big Bang chaud n'a pas de pouvoir explicatif. Le modèle d'inflation fournit un cadre qui permet de comprendre, de prédire et de surmonter ces problèmes par des conditions initiales très particulières. Les corrélations apparentes des fluctuations du fond diffus à des échelles au-delà de l'horizon à la recombinaison sont expliquées par le fait que ces échelles étaient à l'intérieur de l'horizon au début de l'inflation.

Une signature de la physique d'inflation est l'existence de non-gaussianités dans les fluctuations primordiales, d'amplitude plus ou moins importante selon le modèle d'inflation étudié. Des non-gaussianités sont attendues à un niveau très faible par les modèles à un seul champ en roulement lent, mais les modèles avec des champs multiples et plus exotiques prédisent une signature plus importante de non gaussianités. Les données en température du satellite Planck n'ont pas montré de détection significative de non-gaussianité.

Le futur des modèles inflationnaires va dépendre de l'observation ou non des ondes gravitationnelles primordiales. Si celles-ci ne sont pas détectées, l'évidence de l'inflation restera forte mais indirecte comme aujourd'hui et l'échelle d'énergie de l'inflation ne pourra pas être mesurée.

Dans le cas où elles sont mesurées avec r proche de 0.1 (la borne supérieure actuelle est 0.11 [156]), elles constitueront une preuve directe de l'inflation. Il sera possible de comparer les valeurs de r et de n_t , et de contraindre les modèles d'inflation. Les modèles à un seul champ en roulement lent prédisent la relation $r = -8n_t$. Dans le cas où cette équation n'est pas confirmée, les modèles d'inflation avec champs multiples seront favorisés.

Si la valeur de r mesurée est située entre 10^{-4} et 10^{-2} , la relation $r = -8n_t$ ne pourra pas être validée, mais l'échelle d'énergie de l'inflation pourra être obtenue et des mesures indépendantes sur le potentiel et ses dérivés premières et secondes pourront être réalisées.

Chapitre 2

Le rayonnement de fond cosmologique

Les spectres de puissance angulaire des anisotropies de température et de polarisation, obtenus des cartes du rayonnement de fond diffus cosmologique, permettent non seulement de comprendre les mécanismes physiques affectant les photons sur la surface de dernière diffusion, mais aussi les processus sur la ligne de visée des photons, et la physique de l'univers primordial. Les observations de ces anisotropies de température et de polarisation ont joué un rôle majeur dans la compréhension de l'univers primordial et actuel. Elles confirment fortement le scénario du Big-Bang et ont contribué à établir un modèle standard de la cosmologie : le modèle Λ CDM. Ces anisotropies représentent une unique source d'information sur le spectre des fluctuations primordiales : il nous renseigne sur l'amplitude et la nature des inhomogénéités de densité primordiale.

Avant la recombinaison, les baryons et les photons sont en interaction continue, et les perturbations oscillent dans les puits de potentiel, générés initialement par les perturbations de densité. Suite à la recombinaison, le découplage entre les photons et les baryons induit que les baryons sont libres de s'effondrer dans les puits de potentiel, et les photons peuvent alors se propager sur de grandes distances, depuis la surface de dernière diffusion. Ce rayonnement constitue le rayonnement de fond cosmologique. Il apporte directement des informations sur les propriétés de cette surface de dernière diffusion : les anisotropies primaires. Il est aussi affecté par différents processus se déroulant pendant la propagation du fond diffus de la surface de dernière diffusion jusqu'à l'observateur, incluant la variation du potentiel gravitationnel avec le temps. Ces anisotropies primaires peuvent être calculées en utilisant la théorie des perturbations linéaires. Mais les anisotropies secondaires, générées par les inhomogénéités du processus de réionisation et par l'effet Sunyaev Zel'dovich, requièrent une analyse plus complexe.

La diffusion Thomson d'une radiation présentant une anisotropie quadrupolaire peut générer de la polarisation linéaire. Il est prédit que le rayonnement de fond cosmologique est polarisé à une amplitude d'environ 10^{-5} des anisotropies de température. Cette polarisation est de deux types : la polarisation scalaire E et la polarisation pseudo-scalaire B . La mesure des modes E de polarisation permet de vérifier notre compréhension des mécanismes de la physique primordiale. Les modes B de polarisation, non encore détectés, sont générés par les perturbations tensorielles de la métrique, prédites par l'inflation. Ces perturbations correspondent à l'empreinte des ondes gravitationnelles produites à la fin de l'inflation. Les modes B de polarisation constituent un test du paradigme de l'inflation. Aujourd'hui, un certain nombre d'expériences se sont développées dans le but de la détection de ces modes de polarisation.

2.1 Introduction au rayonnement de fond cosmologique

En 1965, Penzias et Wilson détectent le rayonnement de fond diffus cosmologique. Cette découverte constitue un élément fondamental du modèle de la cosmologie actuel. Les mesures du spectre du rayonnement de fond cosmologique qui ont suivies dans l'espace par les instruments DMR [183] et FIRAS [124] de COBE [30], ont fourni la preuve définitive d'un passé chaud et dense de l'univers. Le rayonnement de fond cosmologique est alors interprété comme la radiation cosmologique relique de l'univers primordial dans le modèle du Big Bang chaud, prédit par Gamow, Alpher et Herman [10].

La science du rayonnement de fond cosmologique a commencé avec sa prédiction dans les années 40 et continue aujourd'hui. La détection de ce rayonnement a été suivie par la mesure de son spectre en fréquence et par la détection de petites fluctuations de température par l'instrument DMR du satellite COBE. Un grand nombre d'expériences au sol, ballons et satellites ont suivi avec une amélioration continuelle en sensibilité et en résolution angulaire. Dans cette section, nous allons aborder l'évolution de la caractérisation du rayonnement de fond cosmologique. Puis, nous expliquerons les processus physiques à l'origine des anisotropies primaires et secondaires.

2.2 Des prédictions à la détection

Dans les années 30, George Gamow cherche à comprendre l'origine des éléments chimiques. A cette époque, l'hypothèse la plus populaire au sein de la communauté scientifique est que ces éléments sont synthétisés au coeur des étoiles.

Gamow reprend l'idée de Lemaître d'un univers primordial dans un état initial extrêmement chaud et dense, à une température supérieure à 10^9 K. Ce modèle d'univers a été appelé à posteriori le modèle du Big Bang. L'idée de base du modèle de Gamow [12, 10], qu'il appelle la théorie du Ylem¹, est que tous les éléments présents dans l'univers ont été produits dans les premières minutes après le Big-Bang. Ce fluide primordial doit être composé de matière : protons, neutrons, électrons, et de photons en équilibre thermique. Les particules de ce fluide primordial sont en collisions continues et ces collisions déclenchent des réactions nucléaires avec production de noyaux de plus en plus complexes. Par ailleurs, il prédit que si l'univers a subi une phase chaude et dense, alors les fortes densités primordiales de l'univers ont dû engendrer un rayonnement qui est d'autant plus fort que l'univers est dense. En 1948, Gamow et son étudiant Ralph Alpher publient un article sur la théorie de la nucléosynthèse primordiale. Gamow propose à l'astrophysicien Hans Bethe de co-signer cet article, de manière à ce que les auteurs soient Alpher, Bethe, Gamow pour obtenir le célèbre titre *$\alpha\beta\gamma$ paper* [8].

Alpher et Herman poursuivent les travaux sur ce rayonnement fossile et réalisent que ce rayonnement doit posséder une distribution de corps noir parfaite à l'époque de l'univers primordial, et, encore aujourd'hui. Dans le cadre du modèle de la nucléosynthèse primordiale, ils publient un article [11] dans lequel ils expliquent que l'univers actuel doit baigner dans un bain de photons, provenant d'une époque antérieure plus chaude et plus dense, or comme l'univers est en expansion, la radiation par unité de volume se dilue et se refroidit avec le temps. Ils prédisent alors que ce rayonnement fossile a une signature propre et peut être détecté dans le domaine millimétrique aujourd'hui à une température

1. La Ylem représente la substance primordiale à partir de laquelle les éléments se sont formés. Par ailleurs, Gamow a aussi avancé l'idée que les galaxies se forment par instabilité gravitationnelle.

de 5 K. Selon leur modèle, l'univers a pour densité de masse ρ , somme de la densité de matière ρ_m et de la radiation ρ_r . Pour un univers dominé par la matière, la densité de matière et le facteur d'échelle a sont reliés par

$$\rho_m a^3 \propto \text{constante.} \quad (2.2.1)$$

Si l'univers contient une radiation de corps noir, nous obtenons alors

$$\rho_r a^4 \propto \text{constante.} \quad (2.2.2)$$

De ces deux équations, nous pouvons obtenir

$$\rho_m \rho_r^{4/3} \propto \text{constante.} \quad (2.2.3)$$

Alpher et Herman expliquent l'abondance importante d'hélium observée aujourd'hui, soit 25% environ, par le fait que le deutérium doit être synthétisé en premier à une température d'environ 10^9 K. Pour cette température, ils déterminent les valeurs des densités de matière $\rho_m \simeq 10^{-6}$ g.cm⁻³ et de radiation $\rho_r \simeq 1$ g.cm⁻³ dans l'univers primordial. La densité de matière actuelle mesurée par Hubble en 1936 est donnée par $\rho'_m \simeq 10^{-30}$ g.cm⁻³ [97]. En utilisant l'équation 2.2.3, ils obtiennent $\rho'_r \simeq 10^{-32}$ g.cm⁻³, ce qui correspond à une température de 5 K.

Alpher et Herman se renseignent sur l'existence de télescopes suffisamment sensibles pour détecter ce rayonnement et le distinguer d'un rayonnement émis par une source astrophysique. Mais, ils n'en trouvent aucun.

En 1949, E. Fermi et A. Turkhevitch ont montré que la théorie de Gamow n'est valable que pour des noyaux très légers : les noyaux de masse atomique 5 et 8 sont trop instables pour pouvoir former des noyaux plus lourds avant de se désintégrer [114] et ne peut expliquer la synthèse des éléments lourds. La théorie de Gamow va être rapidement oubliée.

Fred Hoyle et ses collègues proposent une théorie de combustion de l'hélium dans les géantes rouges. Cette théorie fournit une explication aux abondances des éléments lourds présents dans l'univers, et dans laquelle, comme le pensent la plupart des astrophysiciens à cette époque, une grande partie des éléments plus lourds que l'hélium sont synthétisés dans les étoiles. Ils proposent aussi un modèle alternatif concurrent au modèle du Big-Bang : une théorie de l'état stationnaire. Ce modèle est en expansion mais sa densité reste constante, la dilution étant compensée par la création continue de matière.

Au début des années 60, Martin Ryle, précurseur de la radio-astronomie, mesure un excès de radio-galaxies distantes. Or, dans la théorie d'univers stationnaire, l'univers contient des galaxies de tout âge, sans variation de densité et de luminosité, comme la matière est en permanence en création. Ce constat est confirmé avec la découverte à cette époque des quasars. Ces observations sont la preuve d'un univers différent dans le passé, comme prédit par le modèle du Big-Bang.

Le physicien Robert Dicke, personnage important dans le développement des radars pendant la seconde guerre mondiale, mais aussi à l'origine de plusieurs expériences pour tester les théories de la gravitation, propose le modèle de l'univers oscillant. Ce modèle est celui d'un univers constitué de phases d'expansion et de contraction. Au cours des phases de contraction, toute la matière produite au cours de la phase d'expansion précédente est comprimée jusqu'à une densité critique, résultant en un rebond. L'univers doit être suffisamment chaud et doit permettre la destruction de toute la matière produite dans la

phase précédente. La conséquence de cet univers est l'existence d'un rayonnement de fond relique. Ce rayonnement de l'univers primordial chaud a été refroidi et est présent dans l'univers actuel à une température de quelques kelvin. Dicke réalise que ce rayonnement doit pouvoir être détecté aujourd'hui dans le domaine micro-onde. Il entreprend avec David Todd Wilkinson et Peter Roll la construction d'un instrument sur le toit d'un bâtiment de Princeton. En radio-astronomie, dans les années 60, la technique utilisée pour obtenir le signal d'intérêt est de faire pivoter l'instrument afin qu'il pointe, soit sur la source à observer, soit sur le côté, et de soustraire ces deux signaux pour éliminer tout signal de bruit. Cependant, cette méthode, dite *source on, source off*, n'est valable que dans le cas d'une source ponctuelle. L'idée de Wilkinson et de Roll est d'utiliser une source artificielle de corps noir appelée la référence froide (composée d'hélium liquide). La *calibration* s'effectue en comparant les deux mesures pour obtenir le signal d'intérêt. La source de *calibration* doit avoir une température proche de celle du rayonnement de fond cosmologique. James Peebles est alors chargé par Dicke d'estimer la température de ce rayonnement fossile. Il montre que l'univers est passé par une phase extrêmement chaude, et qu'il devrait subsister dans l'univers actuel un rayonnement relique à 10 K. Il détermine cette valeur sans connaître les travaux d'Alpher, Herman et Gamow réalisés 10 ans plus tôt.

Au printemps 1964, Arno Allan Penzias et Robert Woodrow Wilson, deux radioastronomes, réussissent à convaincre la société Bells Labs de leur confier une antenne radio, située dans le New Jersey, afin de mettre en évidence l'existence d'un halo de gaz dans la Voie Lactée. Cette antenne a été construite pour mesurer les niveaux de bruit pouvant contaminer les communications avec le satellite Echo 1 et collecter les signaux réfléchis par les satellites, et elle est très sensible dans le domaine radio. Le récepteur est à la longueur d'onde de 7.35 cm. La méthode utilisée est similaire à celle de l'équipe de Princeton : ils utilisent une source de référence froide d'hélium liquide pour effectuer la *calibration*. Ils détectent un bruit de fond à la fréquence de 4080 MHz dans le domaine micro-onde, à une température d'environ 3.5 K. Ce signal se révèle être parfaitement isotrope ce qui exclue en grande partie l'émission du ciel, de l'atmosphère ou astrophysique. L'absence totale de variation directionnelle fait suggérer, par un collègue radio-astronome Bernard Burke, de l'institut technologique du Massachusetts, que cette émission provient peut-être d'un événement cosmologique et leur conseille de contacter les astrophysiciens Robert Dicke et James Peebles.

Les chercheurs de Princeton et les deux radioastronomes Penzias et Wilson décident d'annoncer ensemble cette découverte dans deux articles dans l'*Astrophysical Journal Letters* en 1965 :

- *Cosmic Blackbody Radiation* par l'équipe de Princeton [59]. Ils appuient, dans cet article, l'importance de la découverte de ce rayonnement fossile comme preuve du modèle du Big-Bang.

- *A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mega Cycles Per Second* [147]. Penzias et Wilson décrivent expérimentalement cette détection sans fournir d'explication sur l'origine cosmologique de cette émission.

Penzias et Wilson ont reçu le prix Nobel en 1978 pour la détection du rayonnement de fond cosmologique.

En 1965, Roll et Wilkinson réussissent à détecter ce rayonnement à la longueur d'onde de 3.2 cm et proche d'un spectre de corps noir à 3 K. Cette détection, avec celle de Penzias et Wilson, est en accord avec un rayonnement isotrope de spectre de corps noir à une

température de 2.7 K.

Par la suite, un certain nombre d'expériences au sol ont été développées et ont fourni une mesure du spectre du fond diffus dans la partie basse fréquence du spectre, c'est à dire dans le domaine de Rayleigh Jeans. Les années 70 ont permis de progresser dans l'étude du rayonnement de fond cosmologique avec des avancées technologiques : ballons, fusées, bolomètres. Ces derniers ont été inventés en 1880 par Samuel Pierpont Langley dans le but d'étudier la distribution de chaleur dans le spectre du soleil. Ils présentent l'avantage d'être nettement plus sensibles que les détecteurs radios utilisés jusque là.

La confirmation de la prédiction du corps noir de ce spectre nécessite la mesure du spectre complet, donc de son émission maximale (à une longueur d'onde de 1.7 mm), suivie de sa décroissance pour des longueurs d'onde courtes. La mesure de ce spectre à des fréquences plus élevées constitue un défi technologique, car le bruit des détecteurs cohérents augmente avec la fréquence, et l'atmosphère contamine les longueurs d'onde proches du maximum et supérieures.

En 1979, l'expérience ballon de Woody et Richards [201] a permis de montrer que le spectre du rayonnement de fond cosmologique présente un maximum à la fréquence de 3×10^{11} Hz. Le modèle standard prédit ce résultat dans le cas où l'intensité mesurée du corps noir, dans des longueurs d'onde du centimétrique, est la partie de Rayleigh Jeans du spectre de Planck à une température d'environ 3 K.

Une autre prédiction du modèle du Big Bang et des modèles de formation des structures sont les anisotropies de température du rayonnement de fond cosmologique d'amplitude 10^{-5} , interprétées comme les signatures des fluctuations de densité sur la surface de dernière diffusion. Ces anisotropies sont la validation des modèles de formation des structures par instabilité gravitationnelle : des germes des premières structures doivent exister, avant le découplage matière-rayonnement, afin de produire l'univers structuré actuel.

La détection et la mesure de ces anisotropies constitue un enjeu de la cosmologie observationnelle à cette époque. Le développement des bolomètres laisse espérer la détection de ces anisotropies à une amplitude de 30 microK. En 1976 et 1977, trois équipes annoncent indépendamment la découverte d'une anisotropie dipolaire de température :

- l'équipe de David Wilkinson [52], avec un radiomètre de Dicke embarqué dans un ballon à 19 GHz,

- l'équipe de Georges Smoot [184], à l'aide de deux cornets identiques à 33 GHz pointant dans deux directions séparées d'un angle de 60° , placés sur l'avion U2.

- l'équipe de Francesco Melchiorri [68], avec un ballon qui a étudié le fond diffus aux échelles angulaires intermédiaires (5°) avec des bolomètres Ge-GA..

Cette anisotropie correspond à une vitesse de 370 km.s^{-1} . Le ciel apparaît 0.1% plus chaud dans une direction par rapport à sa direction opposée : c'est la détection du dipôle².

En 1982, la NASA accepte le projet du satellite COBE (*COsmic Background Explorer*) [30], avec un lancement prévu en 1989. Le satellite contient les instruments FIRAS (*Far Infrared Absolute Spectrophotometer*) et l'instrument DMR (*Differential Microwave Radiometer*). Le premier instrument est un interféromètre de Michelson, il permettra de confirmer la nature du corps noir du rayonnement de fond cosmologique. Le second

2. Le terme de dipôle correspond à la décomposition du signal du fond diffus en fonction de l'échelle angulaire du ciel θ ou en fonction des multipôles l tel que $l \sim \pi/\theta$. Le dipôle est l'échelle d'anisotropies la plus grande $l \sim 1$.

instrument est constitué de trois paires de radiomètres différentiels, qui collectent le signal du ciel dans trois fréquences. Ces radiomètres différentiels permettent de comparer la température du fond diffus dans différentes directions avec une résolution angulaire de 7° . L'instrument DMR fournira la première carte des anisotropies de température. Les modèles populaires à cette époque sont ceux du Big-Bang avec de la matière noire chaude (*HDM*) faite de particules relativistes lors du découplage thermique, et de la matière noire froide (*CDM*). Selon le modèle *HDM*, ces particules relativistes auraient pu empêcher la croissance des fluctuations à petite échelle et à moyenne échelle, et le spectre obtenu n'a ainsi pas la même forme que celui obtenu avec le modèle *CDM*. De plus, les structures à petite échelle seraient beaucoup moins nombreuses. Ces modèles sont aussi différents par l'amplitude prédite pour les fluctuations du fond diffus. Le modèle *HDM* prédit des amplitudes des fluctuations plus importantes que le modèle *CDM*, la non-observation des fluctuations avant la détection avec le satellite COBE favorisait le modèle *CDM*. Les découvertes du satellite COBE sont en faveur d'un modèle d'univers avec de la matière noire froide, responsable de la formation des structures. John C. Mather et George F. Smoot ont obtenu le prix Nobel de physique en 2006 conjointement pour ces découvertes.

Les expériences suivantes sont, pour la plupart, des expériences au sol : des radiotélescopes et des interféromètres, mais aussi des ballons, améliorant au fur et à mesure leur sensibilité, et permettant de tester l'instrumentation pour la génération suivante de satellites (CAT [172], Ryle maintenant incorporé dans l'expérience AMI [205], DASI [116], VSA [80], CBI [123], MINT [71], BOOMERanG [56], MAXIMA [187]...³). Dans la liste des expériences suborbitales dédiées à la caractérisation des anisotropies de température du fond diffus, nous pouvons citer les expériences ballons MAXIMA et BOOMERanG, qui ont mesuré les anisotropies de température avec une résolution angulaire de 10 arc-minutes. En 1999, ces expériences ont mis en évidence le premier pic acoustique à une échelle angulaire correspondant à un univers plat. Elles étaient équipées de bolomètres refroidis à très basse température (<300 mK).

En 2001, le projet ballon Archeops [25] a permis non seulement de tester la technologie du satellite Planck, mais aussi de fournir la mesure du spectre de puissance des anisotropies en reliant les grandes échelles, mesurées par le satellite COBE, au premier pic acoustique, mesuré par les expériences MAXIMA et BOOMERanG.

Deux missions satellites ont suivi l'expérience COBE : WMAP [91] et Planck [191]. Le satellite WMAP (*Wilkinson Microwave Anisotropy Probe*), lancé en 2001, a permis, grâce à une résolution angulaire de 0.3° , d'atteindre une précision encore jamais atteinte sur les paramètres cosmologiques et des mesures de polarisation du fond diffus. Cette polarisation a été détectée en 2002 par l'interféromètre DASI (*Degree Angular Scale interferometer*) [113]. La comparaison entre le spectre de polarisation C_l^{EE} ajusté des mesures du satellite WMAP avec celui prédit des anisotropies de température montre un très bon accord. Ce résultat constitue un argument en faveur du modèle standard de la cosmologie.

Les projets européens COBRAS (*COsmic Background Radiation Anisotropy Satellite*) et SAMBA (*SATellite for Measurement of Background Anisotropies*) ont fusionné pour former le projet du satellite Planck. Ce satellite, lancé en 2009, a permis de fournir une carte complète du ciel et un spectre de puissance des anisotropies de température, en très

3. Une liste plus exhaustive des expériences dédiées à l'étude des anisotropies du rayonnement de fond cosmologique est fournie par le site <http://lambda.gsfc.nasa.gov/links/>.

bon accord avec le modèle Λ CDM, avec une résolution angulaire de 10 arcminutes, et une sensibilité de l'ordre de $30 \mu\text{K}$ arcmin. Au moment de la rédaction de ce manuscrit, une première partie des données de température est maintenant publique, et les données de la polarisation ne sont pas encore publiées.

2.3 Le rayonnement du fond diffus cosmologique

Selon le modèle du Big-Bang, lors de la nucléosynthèse primordiale, les neutrons présents dans l'univers se désintègrent en protons, ou sont capturés par les protons pour former les premiers noyaux d'atomes. Le fluide primordial est ionisé et composé principalement de photons, et en plus petit nombre d'électrons et de noyaux d'éléments légers. La matière et le rayonnement sont en équilibre thermodynamique. Dans ce plasma, les électrons encore libres interagissent avec les photons par interaction Bremsstrahlung et double diffusion Compton à un décalage spectral $z \geq 10^9$, puis par diffusion Compton à un décalage spectral inférieur. Le libre parcours moyen des photons est très faible, l'univers est donc opaque à la radiation. A une température de 3000 K, les noyaux et les électrons se combinent pour former les premiers atomes, cette période de l'univers est appelée la recombinaison. Le fluide primordial passe alors de l'état ionisé à l'état neutre jusqu'à la réionisation. Cette transition n'altère pas le spectre du rayonnement de fond, car à l'époque de la recombinaison, le nombre de photons est de 10^9 par nucléons. Cependant, l'équilibre thermodynamique entre les photons et la matière est rompu. Les photons se découplent de la matière et se déplacent sans interaction sur des longues distances. L'univers devient transparent au rayonnement : c'est l'émission du fond diffus cosmologique.

A la dernière diffusion, les photons suivent une loi de Planck. Après le découplage rayonnement-matière, ils ne subissent que l'expansion de l'univers, qui entraîne une dilution de leur température selon

$$T(z) = T_0(1 + z), \quad (2.3.1)$$

avec T_0 la température actuelle et $T(z)$ la température à un décalage spectral z .

L'intensité spécifique d'un corps noir, qui suit la loi de Planck, est définie par

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1}, \quad (2.3.2)$$

avec k la constante de Boltzmann, h la constante de Planck.

A basse fréquence, la loi de Planck suit la loi de Rayleigh Jeans. A haute fréquence, le spectre évolue comme une exponentielle décroissante de la température. Cette relation dépend du rapport entre les paramètres de la température et de la fréquence du rayonnement. En présence seulement de l'expansion de l'univers, après le découplage, le spectre du fond diffus reste un spectre de corps noir, avec une température diluée par l'expansion de l'univers. Différentes mesures du spectre du rayonnement de fond cosmologique en fonction de la fréquence sont représentées dans la figure 2.3.1. Cette figure démontre l'excellent accord entre le modèle et ces différentes mesures.

La découverte de Penzias et Wilson est la preuve de l'existence du rayonnement de fond cosmologique à 2.7 K, rayonnement isotrope et polarisé linéairement. Le satellite COBE [30] a confirmé de façon non équivoque que le spectre du fond diffus est extrê-

mement proche d'un corps noir parfait de température $T_0 = 2.725 \pm 0.0001$ K. Il fournit une contrainte supérieure à une déviation spectrale au corps noir de 10^{-4} . Il montre que ce rayonnement est non polarisé à un niveau de 10^{-5} , mais présente une anisotropie dipolaire à un niveau de 10^{-3} et des petites fluctuations de température à 10^{-5} . Une éventuelle déviation du spectre du rayonnement de fond cosmologique de la loi de Planck est aujourd'hui étudiée d'un point de vue théorique et expérimental. Des mesures de déviation spectrale permettraient de comprendre des mécanismes physiques entraînant l'injection d'énergie dans le fond diffus avant la recombinaison, mais aussi après la recombinaison. Il existe différentes sources théoriques de ces distorsions spectrales : la formation des premières étoiles à la réionisation et des premières structures, la désintégration de particules exotiques prédites par des modèles théoriques, l'évaporation de trous noirs, l'annihilation positron-électron, la signature des premières supernovae, l'effet Sunyaev Zel'dovich des amas de galaxies Une détection de ces injections d'énergie permettrait de contraindre les différentes époques de l'évolution du spectre du fond diffus et les mécanismes de libération mis en jeu [107, 46]. Comme la densité des photons primordiaux est nettement supérieure à la densité des baryons, les perturbations doivent être suffisamment importantes pour laisser une empreinte dans le rayonnement de fond.

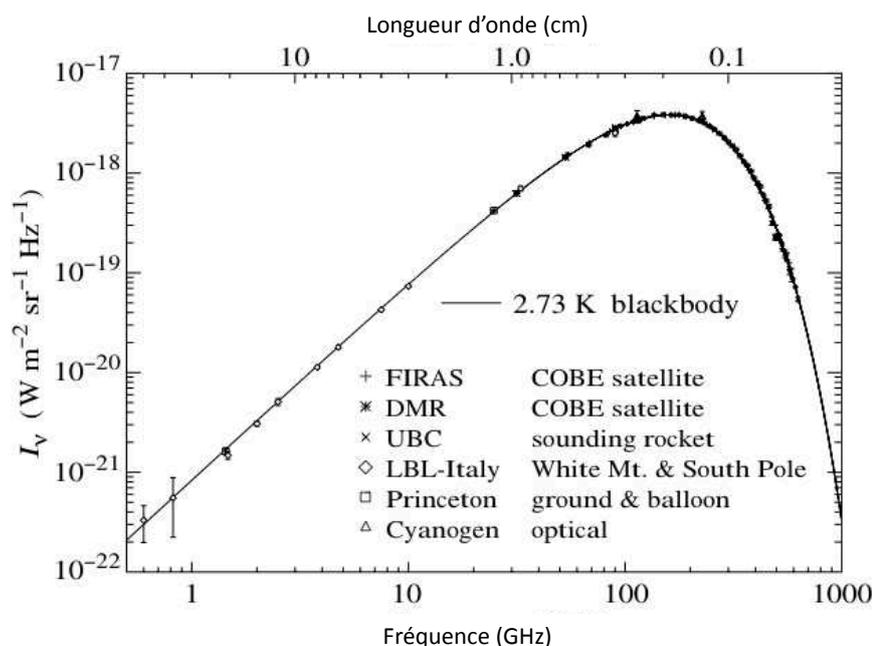


FIGURE 2.3.1: Spectre du corps noir du rayonnement de fond cosmologique. La ligne pleine représente un spectre théorique de corps noir à 2.7 K.

Il existe deux méthodes de mesure de la température du rayonnement du fond cosmologique à différents décalages spectraux z . La première consiste à mesurer la distorsion spectrale induite par la diffusion Compton inverse des photons par le gaz intra-amas : l'effet Sunyaev Zel'dovich [121]. Cependant, cette mesure est limitée par la statistique, le nombre d'amas à un décalage spectral de $z > 0.6$ étant faible. La seconde méthode utilise l'excitation des atomes ou molécules interstellaires, dont les transitions d'énergie

sont dans le domaine millimétrique et peuvent être excitées par les photons du fond diffus. Lorsque les populations des différents niveaux d'énergie de ces molécules sont en équilibre radiatif avec les photons du fond diffus, leur température d'excitation est égale à la température du rayonnement de fond cosmologique. Leur détection donne ainsi une mesure de la température du fond diffus à ce décalage spectral.

La figure 2.3.2 représente la mesure de la température du rayonnement du fond diffus cosmologique en fonction du décalage spectral. L'étoile représente la mesure effectuée à $z = 0$ par l'instrument FIRAS (COBE) [124]. Les cercles rouges représentent les mesures effectuées par l'excitation des molécules CO entre $1.7 < z < 2.7$ [135]. Les triangles bleus sont les mesures de température à $z < 0.6$ par l'effet Sunyaev Zel'dovich [121], et les carrés verts la mesure des raies spectrales associées à l'excitation des deux premiers niveaux hyperfins des nuages de carbone neutre [53, 73, 186, 129]. Les limites supérieures (flèches vertes) proviennent des analyses des atomes de carbone et des raies d'absorption moléculaires [185]. La ligne pointillée représente l'évolution adiabatique de la température du fond diffus prédite par le modèle standard. La droite en noir avec l'erreur grisée représente l'ajustement $T_{CMB}(z) = T_{CMB}^0 \times (1+z)^{1-\beta}$. En utilisant toutes les données, la valeur de β obtenue est -0.007 ± 0.027 . Le résultat de cette figure est importante, car il valide l'évolution de la température du fond diffus en fonction du décalage spectral, prédit par le modèle standard de la cosmologie.

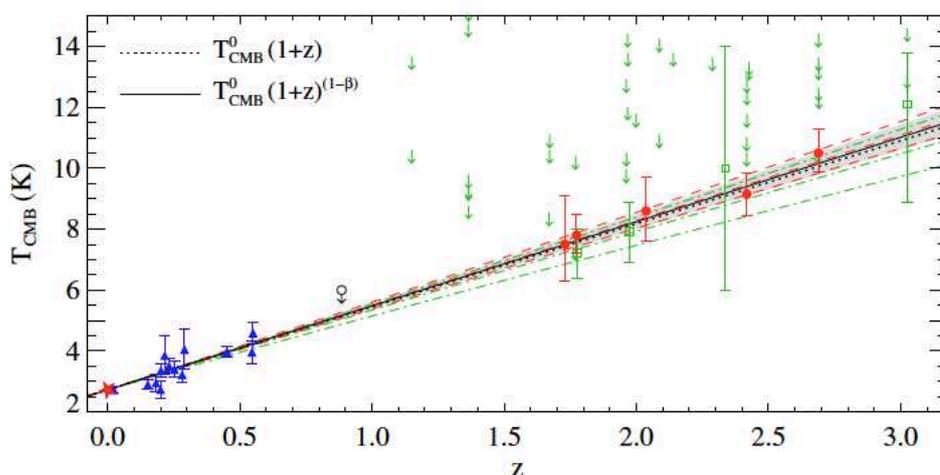


FIGURE 2.3.2: Température du rayonnement du fond diffus cosmologique en fonction du décalage spectral. Cette figure provient de [134].

2.3.1 Dipôle du fond diffus cosmologique

Le rayonnement du fond diffus cosmologique présente des écarts de température par rapport à son niveau moyen. La première source d'anisotropies est induite par le déplacement relatif de la Terre par rapport au référentiel du fond diffus, qui peut être interprété comme notre mouvement par rapport aux électrons sur lesquels ont diffusé pour la dernière fois les électrons que nous détectons. Si nous nous déplaçons à une certaine vitesse par rapport à ce référentiel, l'effet Doppler relativiste induit un décalage en fréquence, qui est proportionnel à la projection du vecteur vitesse dans la direction d'observation.

La température du spectre est légèrement plus chaude dans la moitié du ciel, dans la direction de déplacement de la Terre, et plus froide dans la direction opposée. Ce dipôle entraîne une anisotropie de température qui dépend de la direction d'observation θ .

L'observateur se déplace par rapport au référentiel du fond diffus cosmologique avec une fréquence $\nu_1 = \nu_0$ et nous observons la lumière émise à la fréquence $\nu_2 = \nu_e$. Nous obtenons alors

$$\frac{\nu_0}{\nu_e} = \frac{(1 - (v/c)^2)^{1/2}}{1 - v/c \cos \theta}, \quad (2.3.3)$$

où le mouvement des deux référentiels est défini suivant le vecteur \hat{n} : $\vec{v}\hat{n} = v \cos \theta$. La vitesse v est la celle de l'observateur par rapport à la surface de dernière diffusion.

La température observée dans la direction θ , $T(\theta)$, est donnée par rapport à la température moyenne T_0 sur l'ensemble du ciel par

$$\frac{T}{T_0} = \frac{\sqrt{1 - (v/c)^2}}{1 - (v/c) \cos \theta} \approx 1 + (v/c) \cos \theta + \frac{1}{2}(v/c)^2 \cos(2\theta) + \mathcal{O}(v^3/c^3), \quad (2.3.4)$$

valable pour un rapport v/c petit. L'angle θ est l'angle entre la direction d'observation et celle de notre mouvement.

Le premier terme est le monopôle, la température moyenne du rayonnement du fond diffus cosmologique. Le deuxième terme est le dipôle, mesuré pour la première fois par l'instrument FIRAS [124], puis par le satellite WMAP [91] à l'amplitude $\delta T(\theta) = 3.355 \pm 0.008$ mK. Le troisième terme du second ordre est une composante quadrapôle induit par un effet relativiste, qui est beaucoup moins importante que la composante du dipôle. Selon la température du monopôle du fond diffus, la vitesse particulière du système solaire par rapport au référentiel du fond diffus est 369.0 ± 0.9 km.s⁻¹ [91]. La figure 2.3.3 représente les cartes du monopôle et du dipôle du fond diffus obtenues par l'instrument DMR du satellite COBE [183].

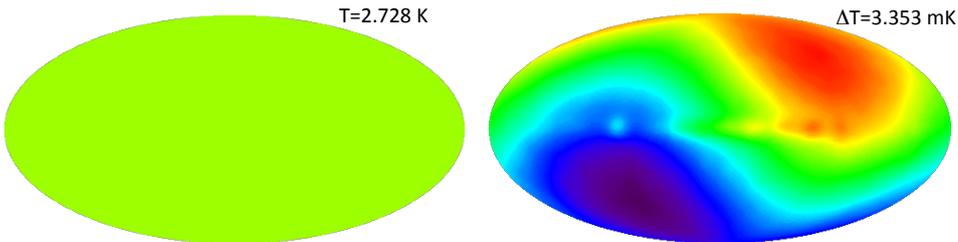


FIGURE 2.3.3: Cartes du monopôle et du dipôle du fond diffus obtenues par l'instrument DMR du satellite COBE [183].

2.4 Les anisotropies en température du fond diffus

La première carte des fluctuations de température du rayonnement de fond cosmologique a été réalisée en 1992 par l'instrument DMR (*Differential Microwave Radiometer*) du satellite COBE. Après soustraction du dipôle et de la contamination des avants-plans,

des fluctuations de température d'amplitude de l'ordre de 10^{-5} ont été détectées. Ces fluctuations constituent l'empreinte des fluctuations de densité de matière de l'univers primordial, qui ont été soumises à la dynamique de l'univers. Il existe deux types d'anisotropies : les anisotropies primaires et les anisotropies secondaires. Les premières sont générées avant la recombinaison et sont figées suite à la recombinaison. Les anisotropies secondaires sont générées après la recombinaison, induites par exemple par l'interaction des photons du rayonnement de fond cosmologique avec le gaz chaud intra-amas. Ces anisotropies représentent une source d'information sur la formation des structures.

2.4.1 Etude statistique du spectre des fluctuations de température

Une fois que la composante du dipôle est soustraite, la température du fond diffus cosmologique $T(\hat{n})$ est indépendante des angles d'observation à une précision de 10^{-5} près.

Tous les moments multipolaires d'ordre supérieur $l > 1$ ont une amplitude inférieure à 10^{-5} , et sont interprétés comme les signatures des fluctuations de densité.

Soit T_0 la température moyenne du rayonnement de fond cosmologique, et la température $T(\hat{n})$ dans la direction spécifique $\hat{n} = (\theta, \phi)$, avec (θ, ϕ) les coordonnées sphériques usuelles, nous observons sur le ciel des anisotropies de température

$$\frac{T(\hat{n}) - T_0}{T_0} = \frac{\Delta T}{T_0}(\hat{n}). \quad (2.4.1)$$

La moyenne sur la sphère de $\frac{\Delta T}{T_0}(\hat{n})$ est nulle. Seule sa variance apporte des informations sur sa distribution.

L'amplitude de tout champ scalaire sur une sphère $A(\hat{n})$ peut être décomposée en harmoniques sphériques $Y_{lm}(\hat{n})$ tel que

$$A(\hat{n}) = \frac{\Delta T}{T_0}(\hat{n}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{m=+l} a_{lm} Y_{lm}(\hat{n}), \quad (2.4.2)$$

avec les coefficients a_{lm} , qui décrivent les variations de température sur les échelles angulaires. La température est réelle d'où $a_{lm}^* = a_{l-m}$.

La relation d'orthogonalité des Y_{lm} donne

$$\int_{4\pi} Y_{lm}^* Y_{l'm'} d\Omega = \delta_{ll'} \delta_{mm'}. \quad (2.4.3)$$

Le terme $l = 0$ représente la température du monopôle $a_{00} = (2.725 \pm 0.0001)$ K, et le terme $l = 1$, le dipôle $a_{10} = 3.355 \pm 0.008$ mK, cette composante n'apporte aucune information cosmologique. Les cartes de la figure 2.4.1 représentent les cartes des anisotropies du rayonnement de fond cosmologique pour chaque multipôle de $l = 2$ jusqu'à $l = 8$.

L'étude des anisotropies consiste à regarder des différences de température dans des directions séparées d'un certain angle. Il convient ainsi de parler en échelle angulaire sur la sphère ou en multipôle l . Les multipôles $l > 1$ donnent les variations de température sur des échelles angulaires θ sur la sphère tel que $l \sim \pi/\theta$.

L'intégration de l'équation 2.4.2 sur tous les angles solides, multipliée par Y_{lm}^* , donne l'expression des coefficients a_{lm}

$$a_{lm} = \int_{4\pi} d\Omega Y_{lm}^*(\hat{n}) A(\hat{n}). \quad (2.4.4)$$

La statistique des $\frac{\Delta T}{T_0}(\hat{n})$ est complètement déterminée par les coefficients a_{lm} . Ces coefficients contiennent toute l'information des fluctuations de température.

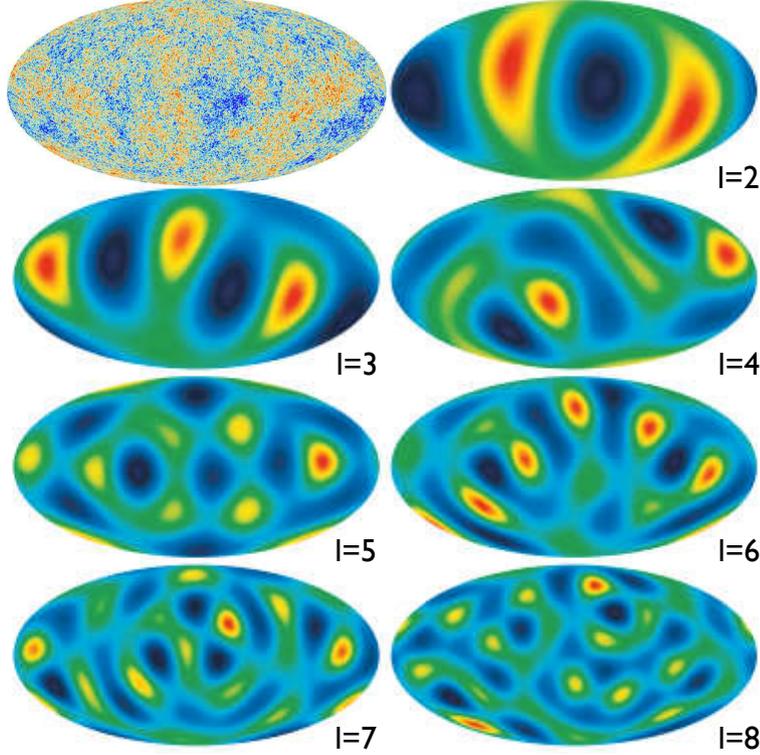


FIGURE 2.4.1: En haut à gauche est représentée la carte des anisotropies de température obtenue par le satellite Planck. Les sept cartes suivantes représentent les cartes de température pour chaque multipôle l (source [91]).

Dans le cas d'un champ de température isotrope et gaussien, le produit $\langle a_{lm}^* a_{l'm'} \rangle = \delta_{ll'} \delta_{mm'}$. La moyenne est « entendue » sur plusieurs réalisations d'univers.

La fonction de corrélation à deux points des fluctuations de température $\frac{\Delta T}{T_0}(\hat{n})$, déterminée dans deux directions \hat{e}_1 et \hat{e}_2 sur la sphère, est donnée par

$$\xi(\hat{e}_1, \hat{e}_2) = \left\langle \frac{\Delta T}{T_0}(\hat{e}_1) \frac{\Delta T}{T_0}(\hat{e}_2) \right\rangle. \quad (2.4.5)$$

La fonction de corrélation ne dépend que de l'angle entre les vecteurs \hat{e}_1 et \hat{e}_2 . Nous pouvons paramétriser le produit scalaire $\hat{e}_1 \cdot \hat{e}_2$ par $\xi(\hat{e}_1, \hat{e}_2) = \xi(\cos(\theta))$.

Le spectre de puissance des anisotropies de température C_l et la fonction de corrélation $\xi(\theta)$ sont reliés par

$$\xi(\theta) = \sum_l \frac{2l+1}{4\pi} C_l P_l(\cos(\theta)), \quad (2.4.6)$$

avec $P_l(\cos(\theta))$ le polynôme de Legendre,

$$P_l(\cos(\theta)) = \frac{4\pi}{2l+1} \sum_{m=-l}^{m=+l} Y_{lm}^*(\hat{e}_1) Y_{lm}(\hat{e}_2). \quad (2.4.7)$$

Nous obtenons alors

$$\xi(\hat{e}_1 \cdot \hat{e}_2) = \sum_l C_l \sum_{m=-l}^{m=+l} Y_{lm}^*(\hat{e}_1) Y_{lm}(\hat{e}_2). \quad (2.4.8)$$

La fonction de corrélation est alors indépendante de m . Comme le spectre de puissance, elle caractérise complètement un champ gaussien. Dans un autre cas, les fonctions d'ordres supérieurs de $\xi(\hat{e}_1 \cdot \hat{e}_2)$ sont nécessaires pour décrire le champ.

Nous pouvons maintenant calculer le produit $\langle a_{lm}^* a_{l'm'} \rangle$ selon l'Eq.2.4.4

$$\langle a_{lm}^* a_{l'm'} \rangle = \langle \int_{4\pi} d\Omega_1 Y_{lm}(\hat{e}_1) A(\hat{e}_1) \int_{4\pi} d\Omega_2 Y_{l'm'}^*(\hat{e}_2) A(\hat{e}_2) \rangle \quad (2.4.9)$$

$$= \int \int_{4\pi} d\Omega_1 d\Omega_2 Y_{lm}(\hat{e}_1) Y_{l'm'}^*(\hat{e}_2) \langle A(\hat{e}_1) A(\hat{e}_2) \rangle \quad (2.4.10)$$

$$= \int \int_{4\pi} d\Omega_1 d\Omega_2 Y_{lm}(\hat{e}_1) Y_{l'm'}^*(\hat{e}_2) \langle C(\hat{e}_1, \hat{e}_2) \rangle. \quad (2.4.11)$$

D'où,

$$\langle a_{lm}^* a_{l'm'} \rangle = \int \int_{4\pi} d\Omega_1 d\Omega_2 Y_{lm}(\hat{e}_1) Y_{l'm'}^*(\hat{e}_2) \sum_{l''} C_{l''} \sum_{m''=-l''}^{m''=+l''} Y_{l''m''}(\hat{e}_1) Y_{l''m''}^*(\hat{e}_2). \quad (2.4.12)$$

D'après les propriétés des harmoniques sphériques, qui forment une base orthogonale sur la sphère, nous obtenons

$$\langle a_{lm}^* a_{l'm'} \rangle = \sum_{l''} C_{l''} \sum_{m''=-l''}^{m''=+l''} \delta_{ll''} \delta_{mm''} \delta_{l'l''} \delta_{m'm''}, \quad (2.4.13)$$

soit,

$$\langle a_{lm}^* a_{l'm'} \rangle = C_l \delta_{ll'} \delta_{mm'}, \quad (2.4.14)$$

d'où, $\langle a_{lm}^* a_{lm} \rangle = C_l \delta_{ll'}$.

Effectuer la moyenne de $\langle a_{lm}^* a_{lm} \rangle$ sur un ensemble de réalisations d'univers est impossible, il faut donc déterminer un estimateur du spectre de puissance \hat{C}_l , où la moyenne est sur les directions d'observation et donc sur les indices m . Cet estimateur est construit à partir des $2l+1$ modes m indépendants disponibles pour chaque multipôle l

$$\hat{C}_l = \langle |a_{lm}|^2 \rangle = \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^l |a_{lm}|^2. \quad (2.4.15)$$

La variance est la variance cosmique donnée pour chaque multipôle l par

$$\text{Var}(\hat{C}_l) = \frac{2}{2l+1} \hat{C}_l^2, \quad (2.4.16)$$

soit

$$\frac{\text{Var}(\hat{C}_l)}{\hat{C}_l^2} = \frac{2}{2l+1}. \quad (2.4.17)$$

Ainsi plus le multipôle l est petit, plus la variance cosmique est importante. Cette erreur est augmentée par le fait que nous ne disposons pas d'une couverture complète du ciel ; même dans le cas d'un satellite, la couverture du ciel est limitée par les avant-plans, qui masquent une partie du ciel. La variance obtenue est alors plus importante que la variance cosmique et, elle est inversement proportionnelle à la fraction du ciel observée. Cette variance, appelée la variance d'échantillonnage, est définie par

$$S(\hat{C}_l) = \frac{1}{f_{sky}} \frac{\hat{C}_l}{\sqrt{2l+1}}. \quad (2.4.18)$$

Le spectre de puissance du rayonnement de fond cosmologique est traditionnellement exprimé selon $l(l+1)C_l/2\pi$ car le spectre primordial de fluctuations proposé par Harrison et Zeldovi'ch, qui permet de reproduire le mieux la distribution de taille des grandes structures, amène à $C_l \sim 1/l(l+1)$.

2.4.2 Les anisotropies primaires

La figure 2.4.2 représente le spectre de puissance angulaire en température du fond diffus cosmologique. Nous pouvons remarquer que ce spectre est relativement plat pour $l < 20$, suivi d'un pic important à $l \sim 200$, puis de pics de plus en plus faible amplitude. Ensuite, le spectre décline rapidement. Les anisotropies de température peuvent être générées par les perturbations gravitationnelles (l'effet Sachs-Wolfe), les perturbations intrinsèques adiabatiques et les perturbations des vitesses particulières sur la surface de dernière diffusion. Ces trois mécanismes sont dominants respectivement à grande, moyenne et petite échelle angulaire

– l'effet Sachs-Wolfe [176]

Sous l'horizon, le plasma primordial de photons et de baryons oscille dans les puits de potentiel gravitationnel, engendrés par les fluctuations de densité. La matière baryonique s'effondre dans ces puits de potentiel et augmente leur profondeur. Un photon qui s'échappe d'un puits perd de l'énergie pour en sortir, et sa longueur d'onde est donc décalée vers le rouge. Au contraire, un photon qui tombe dans un puits gagne de l'énergie et sa longueur d'onde est donc décalée vers le bleu. Ainsi, une sur-densité de matière représente un point froid local sur la surface de dernière diffusion et une sous-densité, un point chaud. Pour un potentiel gravitationnel $\varphi(\vec{r})$ observé dans la direction \vec{r} , l'effet Sachs-Wolfs est donné par

$$\frac{\Delta T}{T_0}(\vec{r}) = \frac{\varphi(\vec{r})}{c^2}. \quad (2.4.19)$$

– les perturbations de densité

Les fluctuations de température du fond diffus sont associées à celles des perturbations de la matière. Les fluctuations quantiques de l'énergie du vide ont généré des variations de la distribution de la densité de matière $\delta\rho$. Les sur-densités concentrent le fluide primordial et entraînent une compression, qui augmente l'énergie de radiation. Ainsi, un rayonnement aura un flux plus important de photons s'il provient d'une zone de sur-densité. L'effet sur la température est

$$\frac{\Delta T}{T_0}(\vec{r}) = \frac{1}{3} \frac{\delta \rho}{\rho}(\vec{r}). \quad (2.4.20)$$

– l'effet Doppler

La vitesse particulière des photons du plasma primordial entraîne un effet Doppler sur sa température. La vitesse de fluide $v(\vec{r})$ est en opposition de phase avec sa densité, l'effet Doppler a donc tendance à combler les écarts entre les pics d'oscillation du spectre de puissance. Sans l'effet de compression des baryons, les oscillations seraient gommées. Cet effet se traduit par

$$\frac{\Delta T}{T_0}(\vec{r}) = -\vec{r} \cdot \frac{v(\vec{r})}{c}. \quad (2.4.21)$$

La température dans chaque direction \vec{r} diffère de la température moyenne T_0 par ces trois effets, lorsque nous omettons la composante du dipôle, pour un univers dominé par la matière.

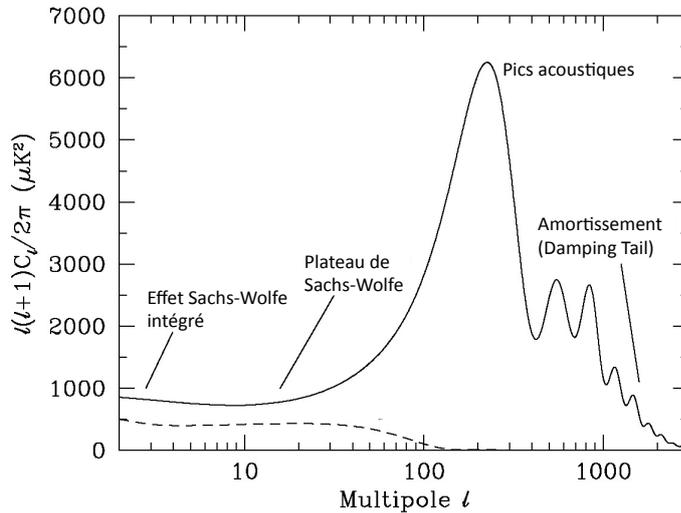


FIGURE 2.4.2: Spectre de puissance angulaire des anisotropies de température.

2.4.3 Physique des anisotropies de température

Nous définissons l'échelle angulaire de l'horizon sonore à la recombinaison $\theta_s = 0.0105$ rad soit $l \sim 200$. La description de la physique sous jacente du spectre de puissance des anisotropies de température peut être divisée en trois régimes selon la figure 2.4.2

– les grandes échelles angulaires

Pour $\theta \gg \theta_s$, les anisotropies dépendent du spectre primordial des fluctuations du potentiel. Cette partie du spectre est appelée le plateau de Sachs-Wolfe. Elle correspond aux échelles plus grandes que la taille de l'horizon au découplage matière rayonnement (supérieures au degré sur le ciel aujourd'hui). Ces larges échelles ne sont pas affectées par l'évolution sous l'horizon, elles reflètent donc les conditions initiales et représentent la projection géométrique du spectre primordial des fluctuations du potentiel gravitationnel. L'observation de l'effet Sachs-Wolfe, permet de déterminer la valeur du potentiel

gravitationnel à la fin de l'inflation. Les anisotropies à ces échelles résultent de l'effet Sachs-Wolfe et des fluctuations intrinsèques de température. En supposant un spectre primordial invariant d'échelle, les perturbations de densité correspondantes sont fixées à une époque antérieure, le spectre angulaire est donc presque plat aux grandes échelles angulaires.

– les pics acoustiques

Pour $\theta \leq \theta_s$, les anisotropies dépendent de la nature des oscillations acoustiques du plasma avant que l'univers devienne neutre. Aux multipôles $200 < l < 1500$, le spectre est caractérisé par une série d'oscillations, appelées pics acoustiques ou pics Doppler. Après l'égalité matière-rayonnement, pour les échelles plus petites que l'horizon, les photons sont couplés avec la matière. Les perturbations dans les puits de potentiel gravitationnel, dominés par la matière noire, continuent d'évoluer. Ces perturbations ont une amplitude de l'ordre de 10^{-5} et évoluent linéairement. La matière tend à s'effondrer par interaction gravitationnelle dans les puits de potentiel. Les photons exercent une force de pression qui s'oppose à cette compression. De cette compétition baryons-photons, sont générées des oscillations acoustiques. La densité du fluide présente alors des variations en fonction du temps, ainsi que la température résultante. Le rayonnement de fond est plus chaud localement dans les zones de compression, et à l'inverse, plus froid localement dans les zones de dilatation.

Il est important de préciser que toutes les structures de même taille commencent à osciller en même temps. Chaque mode de Fourier évolue indépendamment et peut être caractérisé de façon analogue à un oscillateur harmonique, de fréquence déterminée par la vitesse du son dans le fluide. Cet effet d'oscillation est combiné avec l'effet Doppler, induit par les différences de vitesse des électrons. L'effet Doppler est déphasé de $\pi/2$ par rapport aux oscillations acoustiques : lorsque le fluide est immobile, la pression est à un maximum, au contraire, lorsque le fluide a une vitesse maximale, la pression est nulle.

La figure 2.4.3 résume ce mécanisme d'oscillations par la figure du haut. Les cercles gris représentent quatre puits de potentiel de tailles différentes évoluant en fonction du temps. Les flèches représentent les vitesses du fluide de baryons et de photons. Après l'égalité matière-rayonnement, dans la période de domination de la matière, les structures d'échelles inférieures à l'horizon sonore commencent à osciller jusqu'à la recombinaison. La première ligne de la figure représente la plus grande structure qui contribue à la puissance aux échelles plus grandes que le pic acoustique principale. Sa vitesse est maximale au moment du découplage. La seconde ligne correspond au pic principal du spectre de puissance des anisotropies de température à une taille angulaire de 1° . Ce pic correspond au mode de période de $\pi/4$, à la recombinaison, il est au maximum de compression (sur-densités), donc à une vitesse minimale. La troisième ligne correspond au deuxième pic acoustique et la quatrième ligne, au troisième pic acoustique. La figure du bas représente le spectre de puissance des anisotropies de température $(\Delta T/T_0)^2$ en rouge, la contribution Doppler en violet et celles des oscillations des fluctuations adiabatiques intrinsèques en vert. Les creux du spectre correspondent principalement à l'effet Doppler, correspondant aux maximas de vitesse.

Cette série de compression et de dilatation se termine lors du découplage matière-rayonnement. Les ondes acoustiques cessent alors de se propager, on dit qu'elles sont gelées. Les phases de ces oscillations gelées sont alors projetées sur le ciel sous la forme de pics des séries harmoniques dans le spectre des fluctuations de température du fond diffus, observables aux échelles plus petites que l'horizon. Les empreintes de ces oscillations

dépendent fortement des paramètres cosmologiques ; la caractérisation des anisotropies de température constitue une sonde puissante pour contraindre ces paramètres

Selon la vitesse du son dans le fluide $c_s(t)$, la phase d'oscillation à la recombinaison d'un mode k est donnée par

$$\Theta_{rec}(t) = ka_0 \int_0^{t_{rec}} \frac{c_s(t)}{a(t)} dt. \quad (2.4.22)$$

Nous pouvons distinguer trois cas selon Θ_{rec} :

- la compression où $\Theta_{rec} = n\pi$ avec n impaire. La température des photons est maximale pour des photons s'échappant des puits de potentiel en raison de la température importante de ces puits.
- la dilatation où $\Theta_{rec} = n\pi$ avec n paire. La température des photons est minimale pour des photons s'échappant des puits de potentiel en raison du décalage spectral gravitationnel.
- aucun effet où $\Theta_{rec} = (n + 0.5)\pi$ avec n impaire. L'effet intrinsèque de la température et le décalage spectral gravitationnel s'annulent.

Il faut tenir compte de l'effet de la matière noire qui amplifie le phénomène de compression, sans subir la pression des photons. Dans un univers sans matière baryonique, il n'y aurait plus de couplage entre la matière et le rayonnement, et donc plus de force de pression, et toute la matière s'effondrerait dans les puits de potentiel.

L'empreinte de ces oscillations a été confirmée par la détection du pic acoustique dans la fonction de corrélation de la distribution des galaxies à un décalage spectral proche de zéro [65]. Elle a été prédite par Bond et Efstathiou dans le cadre du modèle du Big Bang en 1987. Cette prédiction a été suivie de la détection du premier pic acoustique par les expériences MAXIMA, BOOMERanG, Archeops et de l'observation avec une très bonne précision des séries de pics dans le spectre des anisotropies de température par WMAP dans les années 2000. Le satellite Planck a permis de montrer de façon remarquable un excellent accord entre les points de mesure et le modèle Λ CDM à 6 paramètres.

– l'amortissement (*Damping Tail*)

Au delà de $l > 1500$, nous observons une atténuation de puissance du spectre qui résulte de deux effets. Le premier est la durée finie de la recombinaison. La surface de dernière diffusion a une certaine épaisseur, la recombinaison n'étant pas un processus instantané. Ainsi, lorsque nous observons le rayonnement de fond cosmologique dans une ligne de visée, nous intégrons les contributions de cette épaisseur, ce qui efface les petites fluctuations. Par ailleurs, la diffusion résiduelle des photons entraîne un mélange entre les photons provenant de sur-densités et de sous-densités pour deux régions proches, soit pour un libre parcours moyen des photons petit. Plus ce libre parcours moyen est faible, plus les perturbations sont effacées. Ainsi, les structures visibles après le découplage sont celles dont l'échelle est supérieure à l'épaisseur de la surface de dernière diffusion. Cet effet, représenté par une atténuation exponentielle dans le spectre de puissance du rayonnement du fond cosmologique, est appelé l'amortissement de Silk [181]. Les pics du spectre de puissance sont alors d'amplitude décroissante, les pics impairs ont une amplitude inférieure à celles des pics pairs en raison de l'effet gravitationnel des baryons. L'épaisseur de la surface de dernière diffusion peut être estimée en résolvant l'équation de Boltzmann à la recombinaison, elle est égale à $\Delta z \sim 50$.

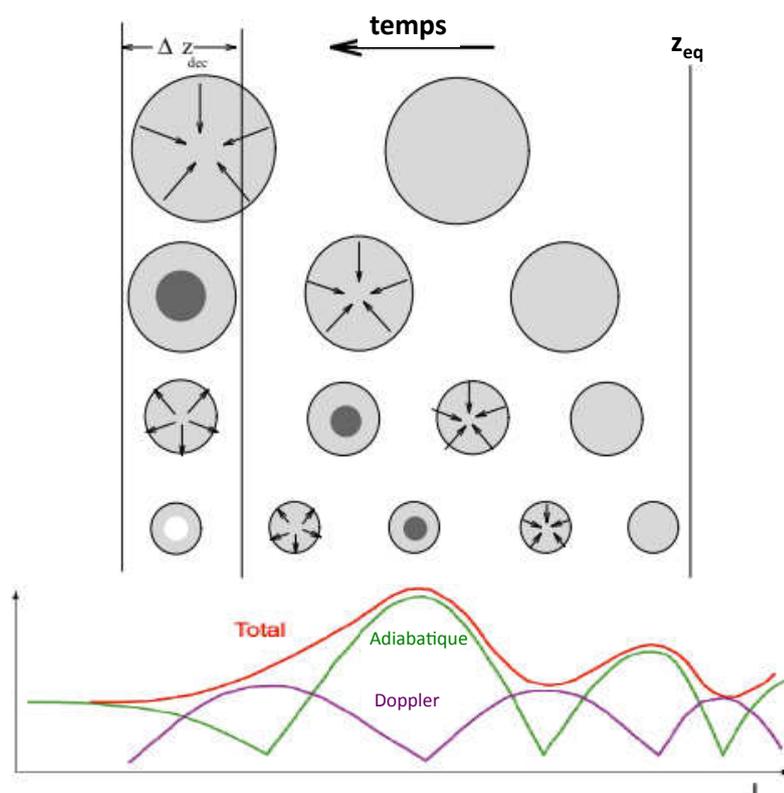


FIGURE 2.4.3: Mécanisme des oscillations acoustiques. La première figure représente l'évolution des structures de différentes tailles à la recombinaison. La figure du bas montre le spectre de puissance résultant. (source Lineweaver 1997).

2.4.4 Anisotropies secondaires

Parallèlement aux mesures de plus en plus précises des anisotropies primaires, les expériences avec une plus grande résolution angulaire permettent d'étudier les anisotropies secondaires. Après le découplage matière-rayonnement, les photons peuvent interagir avec les puits de potentiel gravitationnel ou avec la matière ionisée rencontrée le long de leur trajectoire. Ces anisotropies représentent les fluctuations de température engendrées après la recombinaison $z \ll 1000$. Si l'univers est majoritairement neutre, les photons se propagent librement et les variations du potentiel gravitationnel locales ou intégrées le long de la ligne de visée du photon, produisent des anisotropies secondaires. Si l'univers est ionisé, les photons peuvent interagir par effet Compton avec la matière générant des anisotropies secondaires. Ce type d'anisotropies apporte des informations non seulement sur la formation et la distribution de la matière aux grandes échelles, mais aussi sur l'état d'ionisation de l'univers.

- l'effet Sachs-Wolfe intégré

Lorsqu'un photon traverse un potentiel constant, les décalages spectraux vers le bleu en entrée et vers le rouge en sortie se compensent. Dans le cas d'une variation du potentiel en fonction du temps, les décalages spectraux ne se compensent plus, un photon traversant

ce puits de potentiel variable a son énergie modifiée : il perd de l'énergie si le puits de potentiel se creuse, et en gagne s'il se comble. C'est l'effet Sachs-Wolfe intégré. Cet effet est différent de zéro si et seulement si l'énergie noire Λ est différente de zéro, et plus généralement, s'il n'y a pas d'accélération.

Dans un potentiel variable, le décalage spectral vers le rouge, subi par les photons qui s'échappent du puits, est déterminé en intégrant le chemin des photons le long de la géodésique. La variation d'amplitude du puits de potentiel entre l'entrée du photon dans le puits et sa sortie sera d'autant plus grande que le photon aura mis du temps à le traverser. Elle laisse une contribution aux anisotropies tel que

$$\frac{\Delta T}{T_0}(\vec{r}) = \frac{2}{c^2} \int \dot{\phi}(\vec{r}, t) dt. \quad (2.4.23)$$

Cet effet domine à grande échelle où il peut atteindre $\Delta T/T_0 \simeq 10^{-7}$ et induit une modification du plateau de Sachs-Wolfe. Il a été détecté à 4σ par Granett et al. [81] avec la fonction d'auto-corrélation entre la densité de galaxies et les anisotropies de température du fond diffus.

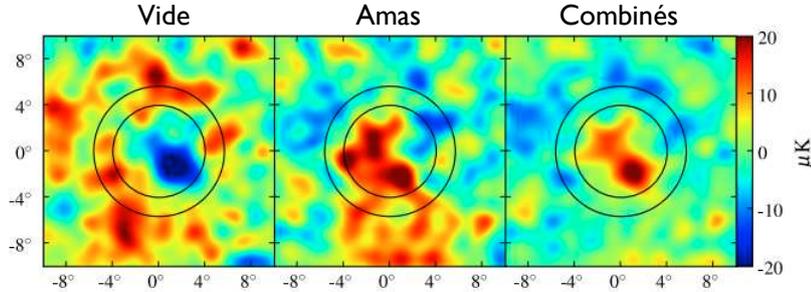


FIGURE 2.4.4: Empilement de régions du fond diffus correspondant à des vides ou à des amas identifiés à l'aide du catalogue SDSS [81].

– l'effet Sunyaev Zel'dovich

L'interaction des photons avec un plasma chaud d'électrons peut induire une distorsion spectrale en transférant de l'énergie des électrons aux photons, par diffusion Compton inverse. Cet effet modifie la répartition spectrale des photons, qui peut être calculée, comme le résultat d'une diffusion d'un spectre de corps noir, par une distribution maxwellienne d'électrons non relativistes, de température supérieure à la température des photons. Cet effet est l'effet Sunyaev Zel'dovich thermique, il est important dans le gaz chaud des amas à une température $T \sim 10^7 - 10^8$ K, qui émet dans le domaine X, par Bremsstrahlung. Si l'amas de galaxies a une vitesse propre, l'effet Doppler introduit un second effet : l'effet Sunyaev Zel'dovich cinétique.

L'effet Sunyaev Zel'dovich thermique peut être défini par le paramètre

$$y = \int \frac{k_B T_e}{m_e c^2} d\tau_e, \quad (2.4.24)$$

avec $d\tau_e = n_e \sigma_T dl$, σ_T la section efficace de la diffusion Compton proche de la diffusion Thomson dans un régime non relativiste, et dl l'élément de surface traversé par les photons.

L'écart en température en fonction de la fréquence, avec $x = \frac{h\nu}{kT_\gamma}$, est donné par

$$\frac{\Delta T}{T_0} = y \left(x \frac{e^x + 1}{e^x - 1} - 4 \right). \quad (2.4.25)$$

Dans la partie de Rayleigh Jeans du spectre ($\lambda > 1.4$ mm), nous observons un déficit d'intensité, donc une diminution de température. Dans la partie de Wien (< 1.4 mm), cet effet entraîne une augmentation de température induite par le transfert d'énergie lors des interactions. Les anisotropies produites peuvent atteindre $\Delta T/T_0 \simeq 10^{-4}$ pour des échelles entre le degré et la minute d'arc. L'effet Sunyaev Zel'dovich thermique est indépendant du décalage spectral. Il permet de sonder les grandes structures, de contraindre la constante de Hubble et de détecter les amas de galaxies à grand décalage spectral.

– la réionisation

Les premières sources (étoiles et quasars) vont émettre un rayonnement dans le domaine ultra-violet, ce qui induit l'ionisation de l'univers une seconde fois après la recombinaison. Les électrons libres peuvent interagir avec les photons du rayonnement de fond par diffusion Compton. Cette diffusion n'aurait aucun effet si la distribution du fond diffus était parfaitement isotrope : la probabilité pour un photon d'être diffusé en dehors de la ligne de visée serait égale à celle qu'un photon venant d'une autre direction soit diffusé vers la ligne de visée. Les anisotropies du fond diffus cosmologique diffusant sur les électrons de la surface de réionisation ont deux effets :

- sur le spectre de polarisation dont nous expliquerons le mécanisme par la suite.
- amortissement de la puissance aux petites échelles du spectre des anisotropies de température, qui dépend de l'épaisseur optique de la réionisation τ .

Considérons une ligne de visée dans un modèle sans réionisation, après diffusion sur la surface de dernière diffusion, la température du rayonnement de fond cosmologique observée est $T_0 + \Delta T$. Dans le cas d'un modèle avec la réionisation, la température observée est donnée par

$$T_0 + \Delta T \rightarrow T_0 + \Delta T - (T_0 + \Delta T)(1 - e^{-\tau}) + T_0(1 - e^{-\tau}), \quad (2.4.26)$$

avec τ la profondeur optique de la réionisation.

Le second terme du membre de droite représente la fraction de photons diffusés dans une autre direction et le troisième terme la fraction de photons diffusés provenant d'autres directions. Nous obtenons dans un modèle avec réionisation la température $T_0 + \Delta T e^{-\tau}$. Les pics acoustiques ont leur amplitude diminuée d'un facteur $e^{-\tau}$.

La réionisation n'est certainement pas instantanée, elle est sans doute inhomogène. L'effet observé sur le spectre de puissance ne sera donc pas constant sur toutes les échelles angulaires. Le satellite Planck avec les données en polarisation de WMAP a fourni comme valeur de l'épaisseur optique $\tau = 0.089^{+0.0120}_{-0.014}$, et un décalage spectral vers le rouge où l'univers était partiellement ionisé de $z_{re} = 11.1 \pm 1.1$ à 68% d'intervalle de confiance. L'effet Gunn-Peterson nous indique que le milieu intergalactique est ionisé vers environ $z = 5$.

– l'effet Rees-Sciama

Cet effet correspond à un creusement du puits de potentiel gravitationnel avec le temps. Quand les fluctuations quittent le régime linéaire, leur évolution entraîne une variation du potentiel gravitationnel. Dans le modèle Λ CDM, les fluctuations les plus petites

deviennent non-linéaires en premier. Les photons qui traversent ces puits, gagnent de l'énergie. Cependant comme le puits s'est creusé pendant leur traversée, le bilan total d'énergie est négatif. Cet effet est faible sur le rayonnement de fond cosmologique, il correspond à une variation relative $\Delta T/T \simeq 10^{-7}$ pour une échelle angulaire de l'ordre du degré. L'effet est plus important aux petites échelles angulaires où il peut atteindre $\Delta T/T \simeq 10^{-6}$.

- le cisaillement gravitationnel

Cet effet déforme le champ des anisotropies de température par l'interaction avec des sur-densités comme les grandes structures, à toutes les échelles. L'effet sur le spectre en température est assez faible mais il peut être important pour la polarisation. Le lentillage gravitationnel peut induire un mélange des modes E et B de polarisation, que nous allons introduire dans la section 2.5 de ce chapitre.

2.4.5 Les avant-plans

La mesure des anisotropies du fond diffus cosmologique est contaminée par des émissions d'origine astrophysique provenant de l'univers local : les émissions galactiques et extra-galactiques. Il n'existe pas encore un modèle exact des émissions galactiques, mais, la dépendance en fréquence de ces émissions est en majorité différente de celle du fond diffus. A des fréquences de 100 GHz, et pour des portions du ciel loin du plan galactique, les avant-plans sont de l'ordre de 1 à 10% des anisotropies de température. Des observations à plusieurs fréquences permettent de séparer les différentes composantes, et de déterminer le signal du ciel à un niveau de quelques pourcents.

Les avant-plans qui dominent sont

- les émissions diffus galactiques
- l'émission synchrotron

Cette émission résulte des électrons relativistes accélérés par un champ magnétique. Le spectre dépend de l'intensité du champ magnétique et de l'énergie des électrons. Le champ magnétique de notre galaxie est suffisant pour produire une émission de photons. Cette émission domine à basse fréquence (< 70 GHz). Cette émission peut être modélisée dans une première approximation par une loi de puissance $I_\nu \propto \nu^{\alpha_s}$. La température d'antenne associée est $T_{RJ} \propto \nu^{\beta_s}$ avec β_s entre $[-2.9, -3.1]$ [109].

- le rayonnement *free-free*

Les ions positifs agissent sur des électrons libres en les freinant dans un gaz chaud. L'énergie émise par les électrons ralentis est transformée en radiation thermique. Cette émission de type thermique peut être approximée par une loi de puissance [175] avec un indice spectral de l'ordre de -2.1 en température d'antenne.[61].

Ces deux effets sont dominants à basse fréquence.

- l'émission de poussière galactique

Les restes de collisions ou d'explosions dans la galaxie entraînent l'existence de poussières froides qui émettent par rayonnement thermique et par excitation de rotation du moment dipolaire électrique. Le rayonnement thermique est celui d'un spectre de corps gris de type $\nu^{\beta_d} B$ [58] avec l'indice spectral $[1.5, 1.8]$ [160] en température d'antenne, à la température de ~ 17 K dans le domaine de l'infrarouge lointain. L'émission par rotation est présente dans les fréquences de 10-100 GHz. Cet effet est dominant à haute fréquence.

- l'émission anormale

Cette émission est encore mal comprise. L'explication la plus populaire est celle de l'émission *spinning dust* [152].

- les sources ponctuelles

Des sources ponctuelles (les quasars, les galaxies) émettent dans le domaine radio-millimétrique. Afin d'estimer le spectre de puissance du fond diffus, des masques sont utilisés pour ne pas prendre en compte dans l'analyse les pixels contaminés par des sources ponctuelles résolues. Pour celles non résolues, leur contribution dans le spectre de puissance est prise en compte à l'aide de catalogues et de modélisations.

- la lumière zodiacale

Cette lumière provient de l'émission de la poussière des nuages du système solaire. Le rayonnement thermique est concentré dans la direction du plan de l'écliptique [154].

Les dépendances en fréquence de l'émission du synchrotron, de la poussière et du rayonnement de freinage sont représentées par la figure 2.4.5.

Ces émissions peuvent être aussi polarisées comme le synchrotron et l'émission des grains de poussière. La caractérisation des contributions astrophysiques polarisées est particulièrement importante pour la mesure de la polarisation du rayonnement de fond cosmologique. Les données du satellite WMAP ont montré que ces avant-plans dominent aux grandes échelles angulaires et doivent être donc bien caractérisés pour être discriminés.

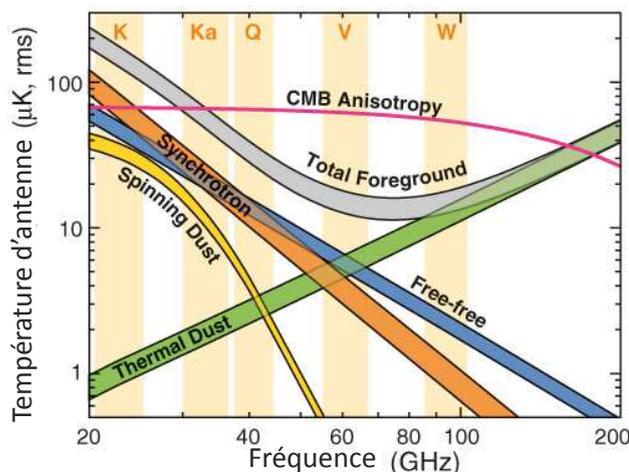


FIGURE 2.4.5: Dépendance en fréquence des anisotropies du rayonnement de fond cosmologique (en rouge), et de trois émissions diffus galactiques : synchrotron (en orange), rayonnement *free-free* (en bleu) et la poussière (en vert et en jaune) en unités de température d'antenne (source <http://lambda.gsfc.nasa.gov/>).

2.4.6 Statut des observations actuelles

Le premier instrument, à réaliser une carte des anisotropies de température a été le satellite COBE avec la détection et la mesure des anisotropies de température jusqu'à $l \simeq 20$, avec un rapport signal sur bruit de 1.

Dans les années 2000, les expériences présentent différents types de détection (bolomètres, radiomètres et interféromètres), différentes résolutions angulaires et différentes bandes en fréquence. Cette génération d'instruments est constituée d'expériences ballons : MAXIMA [187], BOOMERanG [56], Archeops [25]..., avec une résolution angulaire de 10 arcminutes environ. Ces différentes expériences ont permis la mesure de la position du premier pic acoustique et donc de contraindre la géométrie de l'univers. Les résultats combinés donnent la mesure des deux premiers pics acoustiques, mais les barres d'erreurs restent dominées par les effets systématiques des expériences et par la couverture incomplète du ciel. L'expérience Archeops a permis un recouvrement entre les gammes de multipôles mesurées par le satellite COBE et les expériences MAXIMA et BOOMERanG. Comparé aux expériences MAXIMA et BOOMERanG, Archeops couvre une plus grande fraction du ciel 30% (3% et 0.5% pour BOOMERanG et MAXIMA), avec un temps d'intégration par pixels plus court, mais avec un plus grand nombre de pixels. Les expériences CBI [180] et VSA [80] ont permis de mesurer le fond diffus aux petites échelles angulaires et de détecter l'amortissement de puissance à ces échelles, prédit par la modèle Λ CDM, en observant une petite partie du ciel, avec une très bonne résolution angulaire.

Le satellite WMAP, lancé en 2001 pour 9 ans de vol, a permis d'obtenir une mesure du spectre de puissance angulaire, dont les erreurs jusqu'au second pic acoustique sont données principalement par la variance cosmique. La fréquence d'observation du satellite est de 23 à 94 GHz avec une résolution angulaire de 13 arcminutes. Les données de WMAP valident un modèle Λ CDM à 6 paramètres : un modèle d'univers plat, dominé par l'énergie sombre et la matière sombre, contenant des fluctuations gaussiennes, adiabatiques et invariantes d'échelle. Une analyse jointe du jeu de données de WMAP avec d'autres jeux de données comme Archeops montre la cohérence des mesures du fond diffus sur une large gamme de fréquences.

Les expériences suivantes au sol ACT [112] et SPT [174] ont une résolution angulaire très fine (1 arcminute et 1.8 arcminutes respectivement), avec une couverture du ciel de 1/16. Ces deux expériences atteignent une très bonne sensibilité, leur plan focal est équipé d'un millier de détecteurs. Ces expériences sont optimisées pour l'étude des sources extragalactiques et pour réaliser un grand sondage d'amas de galaxies détectés par l'effet Sunyaev Zel'dovich.

Le satellite Planck a permis d'obtenir des cartes de température et de polarisation avec une résolution angulaire de 5 arcminutes et un spectre de puissance de température de $2 < l < 2500$. L'instrument contient des bolomètres à 0.1 K, qui ne sont limités que par le bruit de photons et couvre 6 bandes de fréquence par l'instrument HFI (*High Frequency Instrument*) 100, 143, 217, 353, 545 et 857 GHz et 3 bandes de fréquences par l'instrument LFI (*Low frequency Instrument*) : 30, 44 et 70 GHz. Les données du satellite Planck montrent un excellent accord entre le spectre de puissance angulaire à grand multipôle et les prédictions du modèle Λ CDM. Ces observations sont présentées par la figure de 2.4.6. Cependant, des changements significatifs ont été obtenus : la densité d'énergie sombre est plus faible de 6%, la densité de baryons est plus importante de 9% et la densité de matière noire d'environ 18% par rapport aux résultats de WMAP 9ans. L'écart est, cependant, réduit avec la combinaison des données des oscillations baryoniques acoustiques des relevés des grandes structures. La grande différence entre les données de température du satellite Planck avec les autres sondes est la valeur de la constante de Hubble $H_0 = (67 \pm 1.2) \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$, cette valeur est inférieure à celle

obtenue avec les techniques traditionnelles : Riess et al. [170] en utilisant le télescope HST obtiennent la valeur $H_0 = (73.8 \pm 2.4) \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$. Cependant, l'amélioration du contrôle des effets systématiques et de la statistique permettrait de rapprocher la valeur obtenue des supernovae avec celles des données Planck d'après Betoule et al. (en préparation).

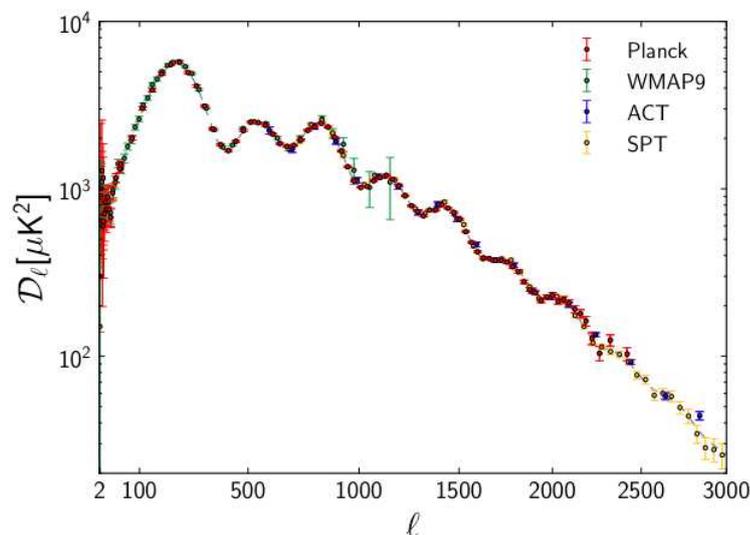


FIGURE 2.4.6: Spectre de puissance des anisotropies en température du rayonnement de fond cosmologique obtenu par la superposition des données Planck, WMAP 9ans, SPT et ACT (sources [153, 155]).

2.5 Anisotropies en polarisation

La polarisation du fond diffus cosmologique a été détectée pour la première fois par l'interféromètre DASI [113] en 2002, puis par l'instrument CBI [180], en accord avec la prédiction du modèle standard de la cosmologie. Ces détections n'étaient pas assez significatives pour permettre d'apporter des contraintes sur les modèles. L'expérience DASI a aussi réalisé une détection statistique de la corrélation TE . Les meilleures mesures sont ensuite apportées par les expériences au sol QUAD [163], BICEP [45] et le satellite WMAP [24], aux petites, moyennes et grandes échelles respectivement. La corrélation TE a été réalisée avec une bonne précision avec les données du satellite WMAP [23], avec un bon rapport signal sur bruit sur un large intervalle d'échelles angulaires. La polarisation est sensible à la plupart des paramètres cosmologiques et permet ainsi de vérifier la consistance du modèle Λ CDM. Par ailleurs, mesurer la polarisation du fond diffus représente aussi une voie de détection des fluctuations tensorielles, prédites par les modèles d'inflation, qui est l'objet de cette thèse.

Selon le modèle standard avec inflation, nous pouvons distinguer deux types de perturbations qui caractérisent la polarisation du fond diffus cosmologique : une composante scalaire et une composante tensorielle. Ces perturbations donnent des motifs de polarisation sur le ciel différents.

La détection du fond d'ondes gravitationnelles primordiales constituerait la validation du modèle d'inflation. L'amplitude de ces ondes gravitationnelles est directement proportionnelle au carré de l'échelle d'énergie de l'inflation. Cette relation permettrait de discriminer un certain nombre de modèles d'inflation qui existent aujourd'hui. La mesure de la polarisation, à un niveau beaucoup plus faible que les anisotropies de température, est beaucoup plus difficile, nécessitant des observations multi-fréquences, une amélioration de la sensibilité de l'instrument et un contrôle des effets systématiques.

Dans ce paragraphe, nous allons expliquer le mécanisme à l'origine de la polarisation du fond diffus et introduire le formalisme pour la décrire.

2.5.0.1 Les paramètres de Stokes

Le vecteur de polarisation d'une onde électromagnétique peut être décrit par le champ électromagnétique \vec{E} . Les projections du champ électrique sur deux axes x et y , orthogonaux à la direction de propagation \vec{k} , ont pour expression

$$E_x(t) = A_x(t)e^{i\omega t}, \quad (2.5.1)$$

$$E_y(t) = A_y(t)e^{i\omega(t+\phi)}, \quad (2.5.2)$$

avec ω la fréquence circulaire de l'onde monochromatique, A_x et A_y les amplitudes complexes et ϕ la phase.

Nous pouvons distinguer deux cas suivant les valeurs des amplitudes A_x et A_y et le terme de phase ϕ :

- $\phi = 0$, l'onde est linéairement polarisée.
- $\phi = \frac{\pi}{2}$ et $A_x = A_y$, l'onde est polarisée circulairement.

Un instrument mesure les moyennes des intensités quadratiques $\langle |E_x|^2 \rangle$ et $\langle |E_y|^2 \rangle$. Ces moyennes sont réalisées sur le temps d'intégration du détecteur, grand devant la longueur d'onde.

Toute l'information statistique de l'onde est contenue dans la matrice de cohérence C

$$C = \begin{pmatrix} \langle |E_x|^2 \rangle & \langle E_x E_y^* \rangle \\ \langle E_x^* E_y \rangle & \langle |E_y|^2 \rangle \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} I + Q & U - iV \\ U + iV & I - Q \end{pmatrix}, \quad (2.5.3)$$

avec I , Q , U , V les paramètres de Stokes qui satisfont la relation $I^2 \geq Q^2 + U^2 + V^2$. Dans le cas d'un rayonnement complètement polarisé, nous obtenons $I^2 = Q^2 + U^2 + V^2$.

Le paramètre de Stokes I détermine l'intensité de l'onde. La somme des intensités mesurée suivant les axes x et y est $I = I_x + I_y$.

Le paramètre de Stokes Q est défini comme la différence de puissance entre deux polarisations linéaires, orientées le long de deux directions x et y : $Q = I_x - I_y$.

Le paramètre de Stokes U est la différence de puissance entre les polarisations linéaires orientées à $+45^\circ$ et -45° de la polarisation verticale : $U = I_x^{45} - I_y^{45} = 2A_x A_y \cos(\phi)$.

Le paramètre de Stokes V définit le signe de la phase, il décrit la polarisation circulaire. Nous ne nous intéresserons pas au paramètre V car le fond diffus est linéairement polarisé et nous n'attendons pas de polarisation circulaire.

Les paramètres I et Q permettent de déterminer les amplitudes complexes A_x^2 et A_y^2 , le paramètre Q donne la phase ϕ .

Le degré de polarisation pour une polarisation linéaire est donné par

$$p = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2}}{I}. \quad (2.5.4)$$

Si les axes x et y tournent d'un angle φ autour du vecteur d'onde \vec{k} , le champ électrique devient

$$\begin{pmatrix} E'_x \\ E'_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}. \quad (2.5.5)$$

Les paramètres de Stokes I et V sont invariants par rotation, ils sont indépendants du système de coordonnées. Sous la rotation d'un angle φ , les paramètres de Stokes Q et U tournent d'un angle 2φ :

$$Q' = Q \cos 2\varphi + U \sin 2\varphi, \quad (2.5.6)$$

$$U' = -Q \sin 2\varphi + U \cos 2\varphi. \quad (2.5.7)$$

Les paramètres de Stokes Q et U dépendent du référentiel. L'orientation de la direction de polarisation est donnée par le signe des paramètres Q et U .

2.5.0.2 Origine de la polarisation du rayonnement de fond cosmologique

La polarisation est générée par la diffusion Thomson entre les photons et les électrons de la surface de dernière diffusion. La section efficace de la diffusion Thomson est donnée par

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{3\sigma_T}{8\pi} |\hat{\epsilon} \cdot \hat{\epsilon}'|^2, \quad (2.5.8)$$

avec σ_T la section efficace Thomson, $d\Omega$ l'élément d'angle solide, et $\hat{\epsilon}'$ et $\hat{\epsilon}$ les directions des polarisations linéaires des photons incidents et diffusés.

Cette interaction ne peut donc pas générer de polarisation circulaire, elle modifie les amplitudes et non les phases.

Suivant la figure 2.5.1, considérons deux photons incidents sur un électron, orthogonaux entre eux dans un plan contenant l'électron, respectivement suivant les directions \hat{e}_1 et \hat{e}_2 . Le flux de photon représenté en bleu est plus faible que celui en rouge. Selon l'expression de la section efficace Thomson de l'équation 2.5.8, pour chacune des directions incidentes, seule une composante de la polarisation est transmise en direction de l'observateur : soit la direction \hat{e}_1 provenant du photon du haut, et \hat{e}_2 pour le photon de gauche. Comme l'électron sur la surface de dernière diffusion observe un flux de photons plus important dans une direction par rapport à l'autre, il résulte une polarisation linéaire sur le flux observé. Pour générer de la polarisation, il est donc nécessaire d'avoir une diffusion Thomson et des anisotropies quadrupolaires du flux de photons sur la surface de dernière diffusion. Ces anisotropies peuvent provenir des inhomogénéités de densité et de vitesse du plasma primordial. Ce mécanisme de polarisation dépend de la durée de la recombinaison.

L'intensité incidente peut avoir différents types d'anisotropies qui génèrent ou non de la polarisation, présentés par la figure 2.5.2 :

- le monopôle pour une intensité isotrope. Il n'y a pas de polarisation résultante.

- le dipôle. Le flux de photons présente un minimum et maximum opposés géographiquement. La somme des flux de sens opposé est égale pour toute direction de propagation. La polarisation de direction verticale compense la direction horizontale, il n'y a pas de polarisation.

- le quadrupôle. Les intensités des flux incidents ne sont pas égales et l'observateur observe donc de la polarisation sur le flux sortant.

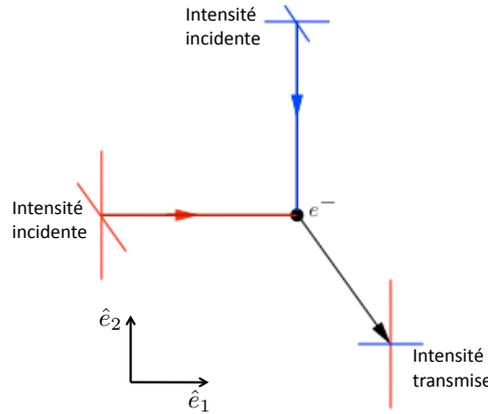


FIGURE 2.5.1: Polarisation du fond diffus cosmologique : diffusion d'une anisotropie du flux de photons sur un électron sous la forme d'un rayonnement polarisé linéairement.

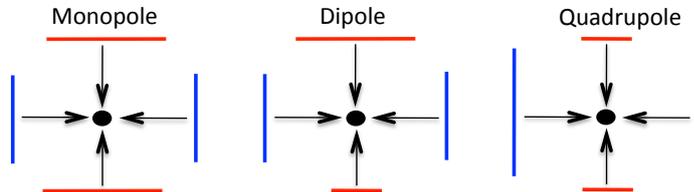


FIGURE 2.5.2: Représentation de la direction de polarisation transmise pour deux directions orthogonales. Les traits de couleur représentent l'intensité. A gauche est représentée une intensité isotrope : un monopôle, au milieu, une intensité présentant un gradient suivant la direction verticale : un dipôle, et à droite, deux contributions d'intensité différente : un quadrupôle.

Nous allons démontrer la relation entre la polarisation linéaire et les quadrupôles. Considérons la figure 2.5.3, avec θ l'angle de diffusion, les coordonnées du photon incident sont données par \hat{e}' et les coordonnées du photon diffusé par \hat{e} .

Nous définissons les paramètres de l'intensité suivant les axes x et y

$$I_x = \frac{I + Q}{2}, \tag{2.5.9}$$

$$I_y = \frac{I - Q}{2}. \tag{2.5.10}$$

L'intensité incidente I' est non polarisée, soit $I'_x = I'_y = \frac{1}{2}I'$.

D'après l'équation 2.5.8, nous pouvons écrire

$$I_x = \frac{3\sigma_T}{8\pi}(I'_x(\hat{\epsilon}'_x \cdot \hat{\epsilon}_x)^2 + I'_y(\hat{\epsilon}'_y \cdot \hat{\epsilon}_x)^2) = \frac{3\sigma_T}{16\pi}I', \quad (2.5.11)$$

$$I_y = \frac{3\sigma_T}{8\pi}(I'_x(\hat{\epsilon}'_x \cdot \hat{\epsilon}_y)^2 + I'_y(\hat{\epsilon}'_y \cdot \hat{\epsilon}_y)^2) = \frac{3\sigma_T}{16\pi}I' \cos^2 \theta, \quad (2.5.12)$$

car $(\hat{\epsilon}'_y \cdot \hat{\epsilon}_x) = (\hat{\epsilon}'_x \cdot \hat{\epsilon}_y) = 0$.

Les expressions des paramètres de Stokes I et Q en fonction de I_x et I_y sont

$$I = I_x + I_y = \frac{3\sigma_T}{16\pi}I'(1 + \cos^2 \theta), \quad (2.5.13)$$

$$Q = I_x - I_y = \frac{3\sigma_T}{16\pi}I' \sin^2 \theta. \quad (2.5.14)$$

Pour estimer le paramètre de Stokes U , nous réalisons une projection sur les axes tournés de $\frac{\pi}{4}$. Dans ce nouveau système, le paramètre de Stokes Q devient le paramètre Q^R et, est égale au paramètre U dans le système non tourné. Nous obtenons dans ce nouveau système les expressions des paramètres de Stokes

$$I^R = \frac{3\sigma_T}{16\pi}I'(1 + \cos^2 \theta), \quad (2.5.15)$$

$$Q^R = \frac{3\sigma_T}{16\pi}I' \sin^2 \theta, \quad (2.5.16)$$

$$U^R = 0. \quad (2.5.17)$$

Le plan de diffusion fait un angle ϕ avec l'observateur. Dans le système d'axe de l'observateur, les relations entre les paramètres de Stokes Q , U et Q^R , U^R sont

$$Q = \cos(2\phi)Q^R, \quad (2.5.18)$$

$$U = -\sin(2\phi)U^R. \quad (2.5.19)$$

En intégrant sur toutes les directions incidentes, nous obtenons

$$I = \frac{3\sigma_T}{16\pi} \int I'(\theta, \phi)(1 + \cos^2 \theta) d\Omega, \quad (2.5.20)$$

$$Q = \frac{3\sigma_T}{16\pi} \int I'(\theta, \phi) \sin^2 \theta \cos 2\phi d\Omega, \quad (2.5.21)$$

$$U = \frac{3\sigma_T}{16\pi} \int I'(\theta, \phi) \sin^2 \theta \sin 2\phi d\Omega. \quad (2.5.22)$$

La décomposition en harmoniques sphériques du paramètre I' est $I'(\theta, \phi) = \sum_{lm} a_{lm} Y_l^m(\theta, \phi)$ permet de réécrire les paramètres de Stokes de l'onde diffusée en fonction des coefficients multipolaires [102]

$$I = \frac{3\sigma_T}{16\pi} \left(\frac{8}{3}\sqrt{\pi}a_{00} + \frac{4}{3}\sqrt{\frac{\pi}{5}}a_{20} \right), \quad (2.5.23)$$

$$Q = \frac{3\sigma_T}{4\pi} \sqrt{\frac{2\pi}{15}} \text{Re}(a_{22}), \quad (2.5.24)$$

$$U = \frac{3\sigma_T}{4\pi} \sqrt{\frac{2\pi}{15}} \text{Im}(a_{22}). \quad (2.5.25)$$

Les paramètres Q et U sont générés par le terme quadrupolaire a_{22} , donc seules des anisotropies quadrupolaires sur la surface de dernière diffusion peuvent générer de la polarisation linéaire.

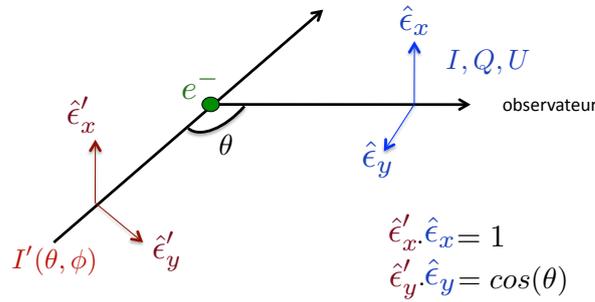


FIGURE 2.5.3: Diffusion Thomson d'un photon par un électron.

2.5.0.3 Perturbations et figures de polarisation résultantes

Il existe trois types de perturbations de la métrique, pouvant générer de la polarisation : les perturbations scalaires, vectorielles et les tensorielles.

- les perturbations scalaires

Considérons un électron qui tombe dans un puits de potentiel, représenté par la figure 2.5.4. Dans cette figure, les cercles concentriques correspondent aux isocourbes de densité. La vitesse de l'électron est d'autant plus grande qu'il se rapproche du centre de la perturbation. Nous considérons un deuxième électron, plus proche du centre du puits, cet électron tombe donc plus vite et s'éloigne du premier électron. Dans le cas d'un troisième électron, plus loin du centre de la perturbation, il s'éloigne aussi du premier électron, puisqu'il tombe moins vite dans le puits. Les électrons, au même rayon isocourbe, tombent à la même vitesse, mais se rapprochent puisque les isocontours du puits de potentiel sont concentriques. Ce phénomène produit des anisotropies sur la surface de dernière diffusion. Si nous considérons une phase de dilatation, la situation est inversée. L'électron central voit un électron plus proche du centre du puits de potentiel se rapprocher, le mouvement de dilatation étant plus important dans le puits. Il observe aussi que l'électron le plus lointain se rapproche, car la force de répulsion est plus faible. Ce mécanisme donne lieu aussi à un quadrupôle local.

L'effet dominant qui génère de la polarisation est la conséquence du gradient de vitesse du plasma. Si nous considérons une diffusion à la position x_0 de la surface de dernière diffusion, les photons diffusés se propagent dans la direction \hat{n} d'une distance égale au

libre parcours moyen λ_t des photons, à partir du point de diffusion. La distance parcourue est $x = x_0 + \lambda_t \hat{n}$. A cette même position de la surface de dernière diffusion, le fluide de baryons et de photons possède une vitesse propre égale à $v(x) \simeq v(x_0) + \lambda_t \hat{n}_i \partial_i v(x_0)$. La température observée par un électron subit un effet Doppler tel que $\partial T(x_0, \hat{n}) = \hat{n}(v(x) - v(x_0)) \simeq \lambda_t \hat{n}_i \hat{n}_j \partial_i v_j(x_0)$, quadratique en \hat{n} .

Reprenons la figure 2.5.1. Considérons un électron sur la surface de dernière diffusion, le plasma a une vitesse négative sur l'axe des \hat{e}_1 positif et une vitesse positive sur l'axe des \hat{e}_1 négatif. L'électron verra une température plus élevée dans la direction $\pm \hat{e}_1$ par rapport à la direction $\pm \hat{e}_2$, donc un flux de photons plus important par effet Doppler. Ainsi, les gradients de vitesse du fluide de baryons et de photons induisent une composante quadrupolaire de la distribution d'intensité, qui par diffusion Thomson, est convertie en polarisation linéaire.

La figure 2.5.5 résume le mécanisme de la création de polarisation par des gradients de vitesse. Dans le référentiel du fluide de baryons et de photons, la vitesse des particules (représentée par les fines flèches noires) diverge radialement du point de la surface de dernière diffusion (ronds noirs) et converge transversalement sur le point de la surface de dernière diffusion, quand le fluide est accéléré d'un point chaud soit d'une sous-densité et d'un potentiel maximal, à un point froid qui correspond à une sur-densité et à un potentiel minimal. Les flèches noires plus épaisses représentent la direction du mouvement du référentiel du fluide. Par effet Doppler, ce déplacement induit un quadropôle local autour du point de la surface de dernière diffusion, qui génère une polarisation radiale pour la figure de gauche, et une polarisation transversale pour la figure de droite.

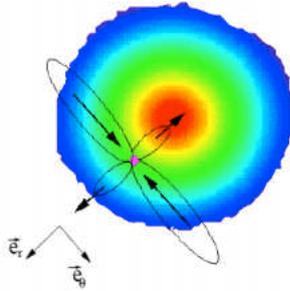


FIGURE 2.5.4: Dans une perturbation scalaire, le flux de photons observé par un électron présente une anisotropie quadrupolaire, ce qui génère de la polarisation linéaire des photons diffusés.

Pour résumer, un point froid du rayonnement de fond cosmologique engendré par les fluctuations de densité entraîne une figure de polarisation radiale, et un point chaud, une figure de polarisation tangentielle. Nous pouvons nous attendre à une corrélation entre les anisotropies de température et de polarisation visible en comparant les spectres de puissance de ces anisotropies. Pour un mode donné, si la recombinaison s'est déroulée entre une phase de compression et de dilatation, l'observateur observera de la polarisation.

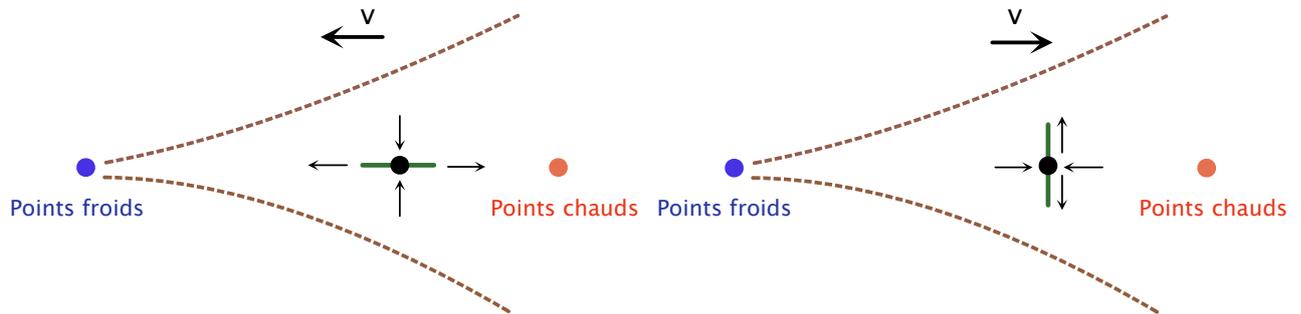


FIGURE 2.5.5: Mécanisme à l'origine de la polarisation du rayonnement de fond cosmologique avec les directions de polarisation, lorsque le fluide est accéléré par rapport à un point froid (à gauche) ou décéléré par rapport à un point chaud (à droite). Cette figure est tirée de [103].

Intéressons nous maintenant aux paramètres de Stokes au voisinage d'un point chaud ou froid. L'observateur est au centre de la sphère céleste et il regarde une perturbation à symétrie circulaire. Dans le référentiel de l'extréma de la température, dans le système de référence radial $\{\hat{e}_r, \hat{e}_\theta\}$ représenté par la figure 2.5.4, les paramètres de Stokes sont donnés par les paramètres Q_r et U_r . Par symétrie, la perturbation est invariante par parité, donc les paramètres de Stokes dans ce système doivent être invariants par parité, soit $\hat{e}_\theta \rightarrow -\hat{e}_\theta$ et \hat{e}_r est inchangé. Dans ce repère, les paramètres de Stokes I_r et Q_r sont invariants tandis que $U_r \rightarrow -U_r$. Il en résulte que $U_r = 0$.

Une perturbation scalaire ne peut engendrer que de la polarisation Q_r , qui est soit radiale pour $Q_r > 0$, soit tangentielle pour $Q_r < 0$.

Les figures de polarisation des paramètres de Stokes I_r, Q_r , obtenues pour des perturbations scalaires, sont représentées dans la figure 2.5.6. Ces cartes résultent de l'empilement de cartes de $5^\circ \times 5^\circ$ obtenues autour de chaque extréma de température. Cette figure montre un excellent accord entre les cartes mesurées et les prédictions du modèle Λ CDM à six paramètres. La valeur du χ^2 de cet ajustement est 0.999 ± 0.010 à 68% de niveau de confiance [153], ce qui signifie que la physique sous-jacente est aujourd'hui remarquablement bien comprise.

– les perturbations tensorielles

Une onde gravitationnelle peut déformer l'espace temps lors de son passage. La création de polarisation par les ondes gravitationnelles est illustrée par la figure 2.5.7. Cette figure montre la réponse d'un anneau de particules libres dans le plan $\{x, y\}$ à une onde gravitationnelle provenant de la direction z . L'anneau subit une compression ou un étirement périodique, qui entraîne un mouvement relatif dans les directions $\{x, y\}$ sur la surface de dernière diffusion. Si nous nous plaçons dans le système de référence radial lié à la perturbation $\{\hat{e}_r, \hat{e}_\theta\}$, la transformation par parité transforme $\{\hat{e}_r, \hat{e}_\theta\} \rightarrow \{\hat{e}_r, -\hat{e}_\theta\}$. La propagation de l'onde induit que les électrons ne sont plus disposés en cercle mais en ellipse. Par conséquent, le paramètre de Stokes U_r n'est pas nul. Une perturbation tensorielle peut ainsi générer de la polarisation Q_r et U_r .

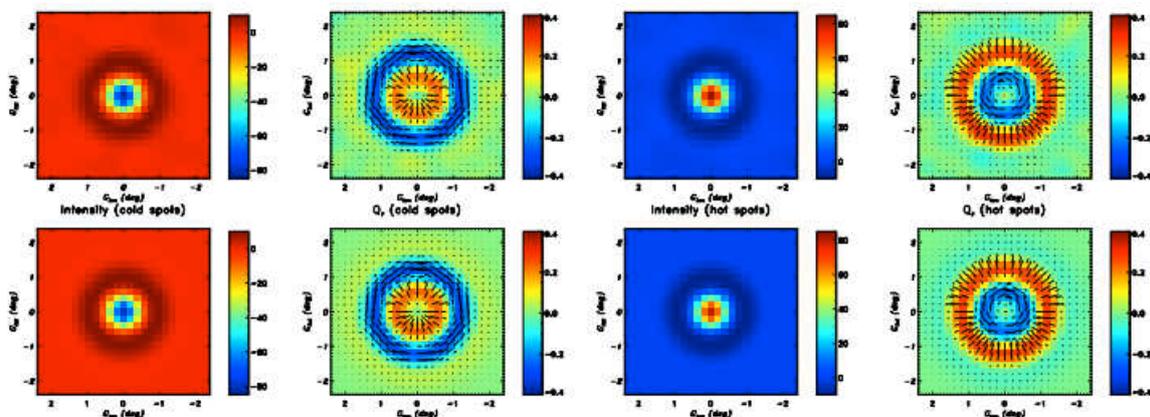


FIGURE 2.5.6: Cartes des paramètres de Stokes I_r , Q_r obtenues à une résolution de 30 arcminutes. Les cartes sont réalisées pour les points chauds du fond diffus (cartes en haut à droite), pour les points froids (en haut à gauche). Les cartes de la deuxième ligne sont les cartes prédites par le modèle Λ CDM. Cette figure est tirée de [153].

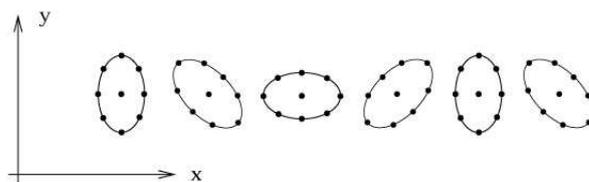


FIGURE 2.5.7: Réponse d'un anneau de particules libres dans le plan $\{x, y\}$ à une onde gravitationnelle provenant de la direction z .

– les perturbations vectorielles

Les mouvements de vortex du fluide peuvent induire des anisotropies quadrupolaires. Cependant, dans la plupart des modèles inflationnaires, ces perturbations sont négligeables.

2.5.0.4 Les champs E et B

Deux formalismes ont été développés indépendamment :

- Kamionkowski, Kosowski et Stebbins [102]. La polarisation est décrite à l'aide d'harmoniques sphériques tensorielles.

- Seljak et Zaldarriaga [204] qui définissent la polarisation à l'aide d'harmoniques sphériques spinées. Il est possible de définir une base locale qui permet de décomposer les modes de polarisation de symétrie paire (mode E) et impaire (mode B). C'est ce deuxième formalisme qui a été retenu. Nous allons le décrire dans l'espace des Y_{lm} .

L'expression du paramètre de Stokes I de l'équation 2.4.2 peut être réécrite sous la forme

$$T(\hat{n}) = \sum_{lm} a_{T,lm} Y_{lm}(\hat{n}), \quad (2.5.26)$$

Les paramètres de Stokes Q et U dépendent du système de coordonnées comme le montrent les équations 2.5.6 et 2.5.7 qui correspondent à une rotation des axes du système de référence d'un angle φ . Ils doivent être tournés dans le référentiel de l'observateur avant d'être superposés, comme réalisé pour produire les cartes de polarisation de la figure 2.5.6. Les résultats obtenus ne sont donc valables que dans le système de référence radial du point observé. Les paramètres Q et U sont des quantités spinnées de rang 2 ce qui signifie que le doublet (Q, U) se transforme selon

$$(Q \pm iU)'(\hat{n}) = e^{\mp 2i\varphi} (Q \pm iU)(\hat{n}). \quad (2.5.27)$$

Il est intéressant de définir des quantités scalaires comme pour la température, avec lesquelles la polarisation est indépendante du système de référence local. Nous avons développé les fluctuations de température du rayonnement de fond cosmologique sur la base des harmoniques sphériques. Comme l'objet $Q \pm iU$ est un objet de spin 2, il peut être développé sur la base des harmoniques sphériques de spin 2

$$(Q \pm iU)(\hat{n}) = \sum_{l \geq 2, |m| \leq l} a_{\pm 2lm} Y_l^m(\hat{n}), \quad (2.5.28)$$

qui satisfont $a_{-2,lm}^* = a_{2,lm}$.

Il existe un opérateur $\bar{\partial}$ et son conjugué $\bar{\partial}^2$ introduit par Newmann et Penrose, qui permet d'augmenter ou de diminuer le spin d'une fonction spinnée d'une unité. Nous pouvons appliquer ces opérateurs sur l'expression $Q \pm iU$ deux fois afin d'obtenir des objets de spin 0, des scalaires. Dans ce cas, $Q \pm iU$ ne dépendra plus du choix de la base des paramètres de Stokes Q et U

$$\bar{\partial}^2(Q \pm iU)(\hat{n}) = \sum_{lm} \left[\frac{(l+2)!}{(l-2)!} \right]^{1/2} a_{\pm 2,lm} Y_{lm}(\hat{n}), \quad (2.5.29)$$

Les expressions des coefficients $a_{T,lm}$ et $a_{\pm 2,lm}$ sont

$$a_{T,lm} = \int d\Omega Y_{lm}^*(\hat{n}) T(\hat{n}), \quad (2.5.30)$$

$$a_{\pm 2,lm} = \int d\Omega {}_2Y_{lm}^*(\hat{n}) (Q \pm iU)(\hat{n}) = \left[\frac{(l+2)!}{(l-2)!} \right]^{-1/2} \int d\Omega Y_{lm}^*(\hat{n}) \bar{\partial}^2(Q \pm iU)(\hat{n}). \quad (2.5.31)$$

Nous introduisons les combinaisons linéaires des $a_{\pm 2,lm}$

$$a_{E,lm} = \frac{-(a_{2,lm} + a_{-2,lm})}{2}, \quad (2.5.32)$$

$$a_{B,lm} = \frac{i(a_{2,lm} - a_{-2,lm})}{2}, \quad (2.5.33)$$

avec $a_{E,lm} = a_{E,l-m}^*$ et $a_{B,lm} = a_{B,l-m}^*$.

Nous pouvons ainsi introduire les champs scalaires E et B des cartes, sur le ciel :

$$E(\hat{n}) = \sum_{lm} a_{E,lm} Y_{lm}(\hat{n}), \quad (2.5.34)$$

$$B(\hat{n}) = \sum_{lm} a_{B,lm} Y_{lm}(\hat{n}). \quad (2.5.35)$$

Les expressions $\bar{\delta}^2(Q \pm iU)(\hat{n})$ sont des quantités de spin zéro, par conséquent, les champs $E(\hat{n})$ et $B(\hat{n})$ sont invariants sous rotation. Les figures de polarisation des modes E et B sont représentées dans la figure 2.5.8. Le motif de polarisation des modes E est invariant selon une réflexion le long d'une ligne de visée provenant du centre, tandis que le motif des modes B est modifié. Les différentes perturbations entraînent des motifs de polarisation différents. Une perturbation scalaire engendre de la polarisation Q_r , ce qui correspond seulement à des modes E . Une perturbation de type tensorielle génère de la polarisation Q_r et U_r , soit des modes E et B . Ainsi, une détection des modes B constituerait des perturbations primordiales tensorielles.

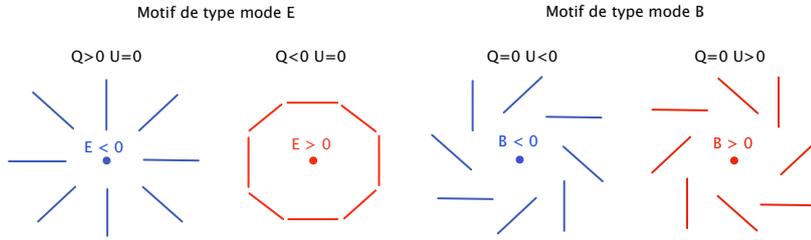


FIGURE 2.5.8: Figures de polarisation des modes E et B .

Nous allons maintenant regarder la parité des champs E et B . Considérons un système de coordonnées $\{x, y\}$ dans lequel sont définis les paramètres de Stokes Q et U , et une transformation tel que $x \rightarrow -x$ qui laisse les autres inchangés. En coordonnées sphériques (r, θ, ϕ) , cette transformation induit un changement de signe de ϕ et laisse les autres invariants. Par cette transformation, nous obtenons $Q'(\hat{n}') = Q(\hat{n})$ et $U'(\hat{n}') = -U(\hat{n})$. Dans cette même base, nous obtenons alors $a_{E',lm} = a_{E,lm}$ et $a_{B',lm} = -a_{B,lm}$, ce qui implique

$$E'(\hat{n}') = E(\hat{n}), \quad B'(\hat{n}') = -B(\hat{n}). \quad (2.5.36)$$

Nous avons ainsi montré que les champs E et B sont des champs scalaires, et que sous une transformation de parité du système local, le mode E est invariant et le mode B change de signe.

Afin de caractériser le rayonnement de fond cosmologique statistiquement, de la même façon que pour les anisotropies de température, nous pouvons définir les spectres de puissance de la polarisation, ainsi que le spectre de puissance de corrélation température/polarisation. Nous disposons de trois variables scalaires T , E et B qui permettent de former six corrélations : TT , EE , BB , TE , EB , TB . Le champ B a une parité opposée à T et E , donc les spectres TB et EB sont nuls. Les corrélations des coefficients d'expansion donnent

$$\langle a_{T,l'm'}^* a_{T,lm} \rangle = C_{l,TT} \delta_{l'l} \delta_{m'm}, \quad (2.5.37)$$

$$\langle a_{E,l'm'}^* a_{E,lm} \rangle = C_{l,EE} \delta_{l'l} \delta_{m'm}, \quad (2.5.38)$$

$$\langle a_{B,l'm'}^* a_{B,lm} \rangle = C_{l,BB} \delta_{l'l} \delta_{m'm}, \quad (2.5.39)$$

$$\langle a_{T,l'm'}^* a_{E,lm} \rangle = C_{l,TE} \delta_{l'l} \delta_{m'm}, \quad (2.5.40)$$

$$\langle a_{B,l'm'}^* a_{E,lm} \rangle = \langle a_{B,l'm'}^* a_{T,lm} \rangle = 0. \quad (2.5.41)$$

Nous pouvons alors définir quatre spectres de puissance tel que

$$C_{l,TT} = \frac{1}{2l+1} \sum_m \langle a_{T,lm}^* a_{T,lm} \rangle, \quad (2.5.42)$$

$$C_{l,EE} = \frac{1}{2l+1} \sum_m \langle a_{E,lm}^* a_{E,lm} \rangle, \quad (2.5.43)$$

$$C_{l,BB} = \frac{1}{2l+1} \sum_m \langle a_{B,lm}^* a_{B,lm} \rangle, \quad (2.5.44)$$

$$C_{l,TE} = \frac{1}{2l+1} \sum_m \langle a_{T,lm}^* a_{E,lm} \rangle. \quad (2.5.45)$$

La figure 2.5.9 représente les spectres de puissance $C_{l,TT}$ (noir), $C_{l,TE}$ (rouge), $C_{l,EE}$ (vert) et $C_{l,BB}$ (bleu) obtenus des données de WMAP 3ans [91]. La ligne pointillée du spectre TE indique la zone d'anticorrélation entre les spectres TT et EE . La variance cosmique est indiquée par les zones colorées autour de chaque ajustement. La courbe bleue représente la courbe théorique du spectre BB . Le signal des modes B lentillé est représenté par la courbe bleue pointillée. Une polarisation d'origine scalaire peut par lentillage gravitationnel acquérir une composante vectorielle. Ainsi, cet effet peut générer des modes B . Ces modes peuvent dominer sur les modes B primordiaux en fonction de l'énergie de l'inflation. Le modèle d'avant-plans avec le synchrotron et l'émission de la poussière est représenté par les courbes pointillées vertes pour le spectre EE et bleues pour le spectre BB .

Les pics du spectre de puissance de la température correspondent aux creux du spectre de puissance des modes E . Nous avons vu que la contribution majeure au quadrupôle local sur la surface de dernière diffusion provient de l'effet Doppler et que les gradients de vitesse dans le fluide sont en quadrature de phase avec les fluctuations de densité. Les pics pairs du spectre de puissance des anisotropies de température correspondent à des perturbations en état de compression maximale et les pics impairs en état de dilatation maximale, ce qui correspond, dans les deux cas, à vitesse du fluide quasi nulle. Les creux du spectre de puissance des anisotropies de température correspondent à une perturbation en cours de compression ou en cours de dilatation, donc à une vitesse du fluide maximale. Il devrait donc avoir anticorrélation entre les spectres de puissance $C_{l,TT}$ et $C_{l,EE}$. Cette anticorrélation a été mesurée par les données de l'instrument QUAD [163], visible sur la figure 2.5.10. La figure 2.5.11 représente la mesure du spectre de puissance $C_{l,TE}$ du satellite WMAP-9ans [24].

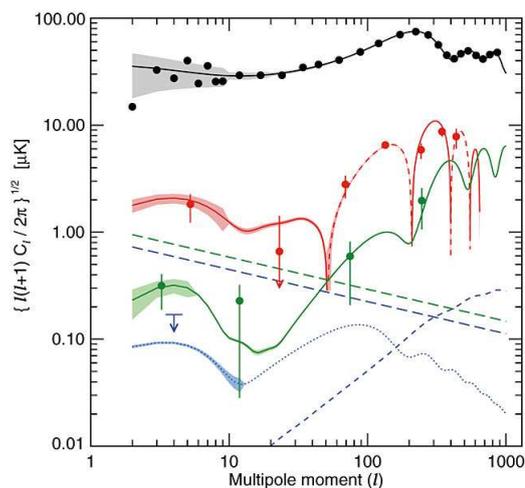


FIGURE 2.5.9: Figures des spectres TT (noir), TE (rouge) et EE (vert) obtenus des données de WMAP 3ans [91] (Credit : NASA/WMAP Science Team).

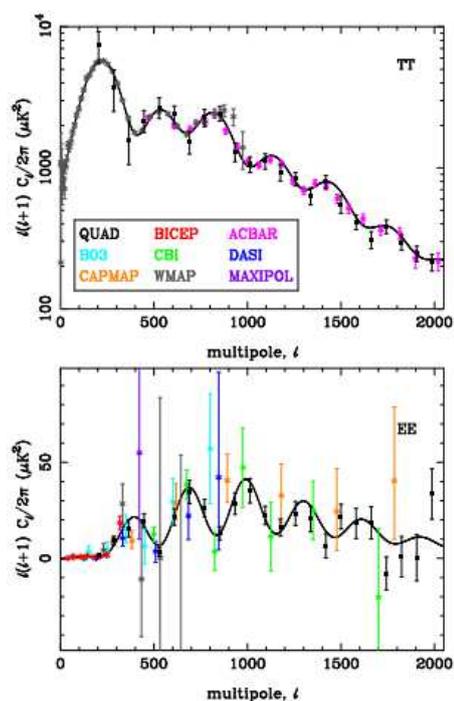


FIGURE 2.5.10: Correspondance entre les pics de spectre TT et les creux du spectre EE du rayonnement de fond cosmologique (source [163]).

Dans les années 80, il existait deux scénarios pour la génération des perturbations primordiales : celles isocourbes induites par des défauts topologiques et celles adiabatiques signatures d'un modèle d'inflation. L'inflation génère des fluctuations de densité proportionnellement identiques pour tous les composants du plasma primordial : des

fluctuations adiabatiques. Les fluctuations de densité suivent alors de la même manière les fluctuations en température pour les modes gelés. Pour les fluctuations isocourbes, la somme des fluctuations de densité de toutes les espèces est nulle. L'observation des anisotropies aux moyennes échelles favorise les fluctuations adiabatiques. La forme du spectre 2.5.11 est en faveur de la nature adiabatique des perturbations.

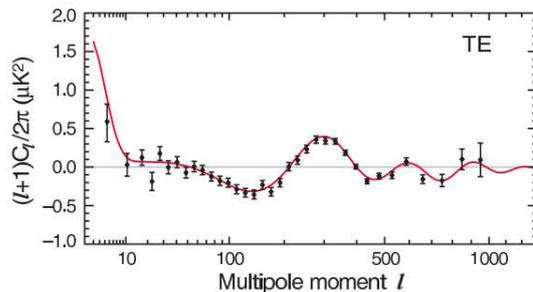


FIGURE 2.5.11: Spectre $C_{l,TE}$ obtenu des données WMAP-9ans [23] en noir. La courbe rouge représente le spectre ajusté du spectre en température.

2.5.0.5 Effets de diffusion et de gravité

Le taux de polarisation du rayonnement de fond cosmologique est de l'ordre de 5% des fluctuations de température, c'est à dire de l'ordre du mK [87]. Cette polarisation linéaire est générée par les quadrupôles sur la surface de dernière diffusion. Les perturbations scalaires (fluctuations de densité) et les perturbations tensorielles (ondes gravitationnelles) peuvent créer ces quadrupôles, et génèrent de la polarisation Q_r et de la polarisation (Q_r, U_r) respectivement.

Différents mécanismes peuvent modifier la polarisation après la recombinaison comme la réionisation et le lentillage :

- Réionisation

Après la recombinaison, les nuages d'hydrogène neutres deviennent ionisés, lorsque les premières sources lumineuses apparaissent. Le mécanisme de la réionisation est encore mal connu, il dépend de la nature des sources d'ionisation. Des informations pourront être apportées par l'étude de la raie 21 cm d'hydrogène avec les expériences LOFAR [203] ou SKA [127]. Les données du satellite WMAP ont contraint le début de la réionisation à un décalage spectral de 20 [24]. Des indications sur la fin de la réionisation sont apportées par l'étude de l'absorption des spectres de quasars à grand décalage spectral par l'effet Gunn-Peterson, qui fournit la valeur $z \simeq 6 - 8$.

A la réionisation, une partie des photons du fond diffus interagit de nouveau avec les électrons de la surface de dernière diffusion par diffusion Thomson. Ces interactions génèrent à nouveau de la polarisation car les électrons diffuseurs peuvent observer un quadrupôle du rayonnement de fond cosmologique. Seulement une fraction de photons est diffusée, mais cette fraction a un impact sur la polarisation aux grandes échelles angulaires de l'ordre de 10° , sous la forme d'un pic dans les spectres de polarisation. Ce processus est différent de celui de la recombinaison car les quadrupôles dans le cas de la réionisation sont engendrés par les anisotropies du fond diffus à la recombinaison et non par les perturbations primordiales scalaires.

L'amplitude de ce pic est proportionnelle à la profondeur optique de la réionisation τ et sa position dépend du décalage spectral de la réionisation. Dans un modèle sans réionisation, le spectre de puissance des modes B ne présenterait pas de pic à $l < 10$. Le pic de réionisation représente donc une possibilité de détection des modes B , mais aussi de mesurer l'épaisseur optique de la réionisation et ainsi de contraindre le mécanisme de la réionisation. A l'heure actuelle, seule l'expérience WMAP a permis d'observer le pic de réionisation des modes E .

– Effet de lentille gravitationnelle

La propagation des photons, depuis la surface de dernière diffusion, peut être déviée gravitationnellement par une concentration de masse dans la ligne de visée. Cet effet modifie à la fois les anisotropies de température et de polarisation. Une figure de polarisation sans composante de mode B , à la recombinaison, pourra acquérir une composante en mode B par lentillage gravitationnel. Un photon, qui se propage initialement dans la direction \hat{n} , va être dévié dans la direction \hat{n}' par une concentration de masse. Les champs de température et de polarisation, initialement $X(\hat{n})$ s'écrivent alors

$$\hat{X}(\hat{n} + \nabla\phi(\hat{n})) \text{ avec } \phi(\hat{n}) = -2 \int_{z=0}^{z=z_{rec}} dz \frac{\Psi(z, D(z)\hat{n})}{H(z)} \left(\frac{D(z_{rec}) - D(z)}{D(z_{rec})D(z)} \right)^2, \quad (2.5.46)$$

avec $\nabla\phi(\hat{n})$ est la déflexion angulaire, gouvernée par la projection du champ gravitationnel $\phi(\hat{n})$, $D(z)$ la distance comobile et Ψ le potentiel gravitationnel.

Les structures qui induisent ce potentiel sont très peu corrélées aux grandes échelles, donc l'effet du lentillage gravitationnel est surtout visible aux petites échelles du spectre de puissance. Le lentillage gravitationnel conserve localement les paramètres de Stokes Q_r et U_r , mais il provoque un mélange entre les modes de polarisation E et B . Les modes B étant beaucoup plus faibles que les modes E , les modes B issus du lentillage des modes E peuvent dominer aux petites échelles angulaires le spectre des modes B primordiaux, si le rapport tenseur sur scalaire est inférieur à 10^{-2} . La soustraction de ce signal sera délicate et nécessitera la mesure des modes B aux petites échelles [182]. Cet effet affecte donc les champs T , E et B et introduit des corrélations entre eux tel que les corrélations TB et EB deviennent non nulles. La polarisation est le signal qui permet d'obtenir la meilleure précision sur la reconstruction du champ de déflexion $\nabla\phi(\hat{n})$. Sa mesure apporte des contraintes sur le paramètre de densité de courbure Ω_K , de la masse des neutrinos, l'équation d'état de l'énergie noire ω et les ondes gravitationnelles primordiales. En effet, par la détermination du champ de déflexion $\nabla\phi(\hat{n})$, en utilisant la corrélation EB et en soustrayant du signal l'effet de ce champ sur les modes E obtenu par des simulations, il est possible d'obtenir une limite de détectabilité du rapport tenseur sur scalaire r . Le spectre des modes B lentillé est représenté par la courbe bleue pointillée dans la figure 2.5.9.

2.5.1 Contraintes cosmologiques

Le tableau 2.1 donne les valeurs des paramètres cosmologiques pour un modèle Λ CDM à six paramètres (les six premiers paramètres du tableau). Le modèle Λ CDM est celui d'un univers de Friedmann-Robertson-Walker, de géométrie presque plate, contenant de l'énergie noire et de la matière noire, des perturbations adiabatiques avec des conditions initiales proches de l'invariance d'échelle. La troisième colonne indique les valeurs de ces

paramètres obtenues des résultats du rayonnement de fond cosmologique des données en température du satellite Planck [156] et des données en polarisation WP du satellite WMAP [24] aux grandes échelles angulaires. La quatrième colonne combine ces deux jeux de données avec les données des expériences au sol SPT [174] et ACT [112] caractérisant les petites échelles angulaires et les données des oscillations baryoniques acoustiques des sondages 6dF [27], SDSS [15], BOSS [38, 5] et WiggleZ [29]. De ces résultats, nous pouvons constater que l'indice spectral des fluctuations primordiales n_s a été fermement établi à une valeur inférieure à 1 à 5σ , ce résultat est en faveur des modèles d'inflation.

Paramètres	Symboles	Planck+WP	CMB+BAO
		68% d'intervalle de confiance	
Profondeur optique de la réionisation	τ	$0.089^{+0.012}_{-0.014}$	0.092 ± 0.013
Puissance en échelle log des perturbations primordiales de courbure ($k_0 = 0.05 \text{ Mpc}^{-1}$)	$\ln(10^{10} A_s)$	$3.089^{+0.024}_{-0.027}$	3.091 ± 0.025
$100 \times r_* / D_A$	$100\theta_{MC}$	1.0413 ± 0.00063	1.04147 ± 0.00056
Densité de la matière baryonique	$\Omega_b h^2$	0.02205 ± 0.00028	0.02214 ± 0.00024
Densité de la matière noire	$\Omega_c h^2$	0.1199 ± 0.0027	0.1187 ± 0.0017
Densité de l'énergie noire	Ω_Λ	$0.685^{+0.018}_{-0.016}$	0.692 ± 0.010
Indice spectral	n_s	0.9603 ± 0.0073	0.9608 ± 0.0054
Constante de Hubble	$H_0 \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$	67.3 ± 1.2	67.80 ± 0.77
		95% d'intervalle de confiance	
Nombre d'espèces de neutrinos	N_{eff}	$3.51^{+0.80}_{-0.74}$	$3.30^{+0.54}_{-0.51}$
Masse des neutrinos [eV]	$\sum m_\nu$	< 0.933	< 0.230

TABLE 2.1: Paramètres cosmologiques obtenus pour un modèle Λ CDM pour des perturbations adiabatiques basés sur un ajustement du spectre de puissance des anisotropies de température des données du satellite Planck combinées avec les données de polarisation de WMAP dans la troisième colonne et avec les données de SPT et ACT (CMB) et des oscillations acoustiques baryoniques (BAO) dans la quatrième colonne. [156]. Le paramètre r_* est la taille comobile de l'horizon sonore et D_A la distance du diamètre angulaire.

Certaines combinaisons de paramètres cosmologiques vont fournir un spectre de puissance presque identique. En particulier, les paramètres cosmologiques sont fortement dégénérés, si les données à grandes échelles angulaires sont limitées en rapport signal-sur-bruit. Par exemple, il est possible de faire varier simultanément le paramètre de densité de l'énergie noire et de la courbure, en conservant une valeur fixe de la distance du diamètre angulaire de la surface de dernière diffusion, et le spectre de puissance des anisotropies reste alors invariant. La distance du diamètre angulaire de la surface de dernière diffusion D_{LS} est égale à la taille de l'horizon R_H aujourd'hui, soit

$$R_H = \frac{2c}{\Omega_m H_0} \text{ pour un univers ouvert, sans densité d'énergie noire,}$$

$$R_H = \frac{2c}{\Omega_m^{0.4} H_0} \text{ pour un univers plat.}$$

La taille du premier pic du spectre de puissance des anisotropies est déterminée par le rapport D_{LS}/R_H .

Deux exemples de dégénérescence sont représentés par la figure 2.5.12. La figure de gauche représente l'influence de la constante cosmologique $\Omega_{\Lambda,0}$ sur le spectre des anisotropies de température, à valeurs de $\rho_{b,0}$ et h fixées pour chaque spectre. Les valeurs de $\Omega_{\Lambda,0}$ sont de bas en haut 0 (pointillés), 0.4, 0.6, 0.7, 0.8 (traits pleins) et 0.9 (tirets) pour l de 0 à 1000. Les valeurs des paramètres de densité $\Omega_{\Lambda,0}$ et $\Omega_{m,0}$ varient ($\Omega_{\Lambda,0} + \Omega_{m,0} \simeq 1$). Nous observons que les pics sont décalés vers les grands multipôles. La figure de droite représente l'influence de la courbure sur ce spectre. Nous constatons qu'aux petites échelles angulaires, pour une densité totale faible, l'effet Sachs-Wolfe domine. A densité de matière fixée, le paramètre de densité vaut 1.0 (pointillés), 0.8, 0.6, 0.4 (traits pleins) et 0.2 (tirets). Les contraintes peuvent être améliorées et les dégénérescences levées par la combinaison d'autres sondes cosmologiques comme la distribution de matière, l'abondance des amas de galaxies, le lentillage gravitationnel, les supernovae de type Ia, la distribution des nuages de la forêt Lyman α .

Il a été montré qu'afin de briser ces dégénérescences, le spectre de puissance doit être obtenu jusqu'à des échelles de $l \simeq 2500$ à un niveau de précision de 10^{-3} sur les premiers pics acoustiques.

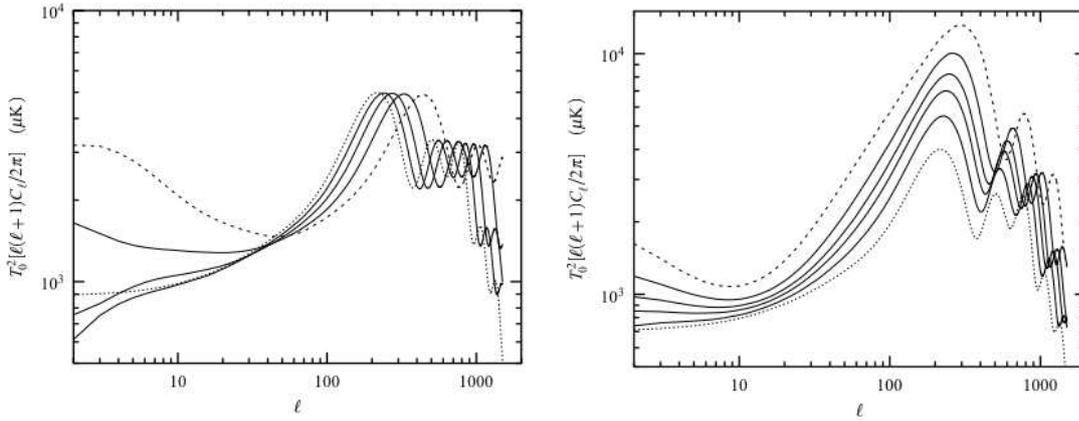


FIGURE 2.5.12: A gauche, est représentée l'influence de la constante cosmologique $\Omega_{\Lambda,0}$ sur le spectre des anisotropies de température. A droite est représentée l'influence de la courbure sur ce spectre. (source [168]).

Les mesures de polarisation vont permettre de lever certaines dégénérescences et de comparer avec les résultats obtenus les jeux de données en température. Un exemple de dégénérescence levée par la polarisation est le couple de paramètres (τ, n_s) . Lorsque l'indice spectral n_s augmente, l'amplitude des pics du spectre de puissance en température, augmente. Cet effet peut être contrebalancé par une augmentation de l'épaisseur optique de la réionisation τ , celui-ci a pour effet d'atténuer la puissance du spectre d'un facteur $e^{-\tau}$. Cependant, cette dégénérescence peut être levée par la mesure du pic de réionisation aux grandes échelles dans les spectres de polarisation.

Un ajustement des spectres de puissance du fond diffus permet de contraindre un certain nombre de paramètres cosmologiques

- densité de courbure Ω_K

Le paramètre de densité de courbure est négligeable dans l'univers primordial, où la matière et le rayonnement dominant sur la courbure et l'énergie noire. Le paramètre Ω_K n'a donc pas d'effet sur la forme des pics du spectre de puissance des anisotropies. Si l'univers est ouvert $\Omega_K > 0$, l'angle sous-tendu sur le ciel diminue, ce qui induit un déplacement des pics du spectre vers la droite. À l'inverse, si l'univers est fermé, les pics du spectre de puissance sont déplacés vers la gauche.

- densité d'énergie noire Ω_Λ

Le paramètre d'énergie noire n'a pas d'effet sur la forme des pics du spectre de puissance des anisotropies. Cependant, il a un impact sur leur position, car la conversion de la distance physique des oscillations en échelle angulaire dépend de ce paramètre.

- densité des baryons et densité de matière Ω_b et Ω_m

La hauteur relative des pics acoustiques (entre les pics pairs et impairs) permet de contraindre la densité de baryons Ω_b , pour une valeur de h fixée. Le rapport Ω_b/Ω_m permet de déterminer l'amplitude des pics acoustiques : des valeurs plus élevées de la densité de baryons renforcent les pics de compression. La fréquence d'oscillation du plasma de baryons et de photons dépend de la vitesse du son, celle-ci est inversement proportionnelle à la densité des baryons. Ainsi, plus la densité de baryons augmente, plus la fréquence d'oscillation est faible.

- constante de Hubble H_0

La distance entre l'observateur et la surface de dernière diffusion est inversement proportionnelle au facteur de Hubble H_0 . Si la valeur de ce facteur est augmentée, la distance à la dernière diffusion est diminuée, ce qui entraîne un décalage du spectre de puissance vers les grandes échelles angulaires.

- indice spectral n_s

L'indice spectral n_s peut être contraint par le spectre de puissance des anisotropies de température. Le spectre des fluctuations primordiales peut être modélisé par une loi de puissance k^{n_s} . Une variation de l'indice n_s modifie la pente globale du spectre.

- masse des neutrinos $\sum_\nu m_\nu$

L'effet de ce paramètre sur le spectre en température est faible, mais une mesure de la polarisation des modes B résultant du lentillage gravitationnel et d'autres observables peuvent contraindre ce paramètre.

- le rapport tenseur sur scalaire r

Le rapport tenseur sur scalaire a été introduit dans le chapitre précédent comme étant le rapport des contributions des perturbations scalaires et tensorielles au spectre de puissance, pour le terme quadrupolaire ($l = 2$). La limite supérieure sur le paramètre r , à 95% de niveau de confiance, est $r < 0.12$ pour $k = 0.02 \text{ Mpc}^{-1}$ obtenue des données de Planck et de WMAP et $r < 0.111$ ajustée des données du fond diffus des expériences Planck, WMAP, SPT, ACT, et des données des oscillations baryoniques acoustiques. La figure 2.5.13 indique les dernières contraintes sur les spectres de puissance $C_{l,TE}$, $C_{l,EE}$ et $C_{l,BB}$, fournies par l'expérience BICEP 1-2 ans [190]. Les contraintes apportées par les expériences de modes B de polarisation sur ce paramètre ne sont pas encore compétitives avec les contraintes fournies par l'observation des spectres de puissance TT , TE et EE ; un ordre de grandeur doit être gagné avant d'obtenir des contraintes sur r significativement meilleures que celles issues de la mesure des autres spectres.

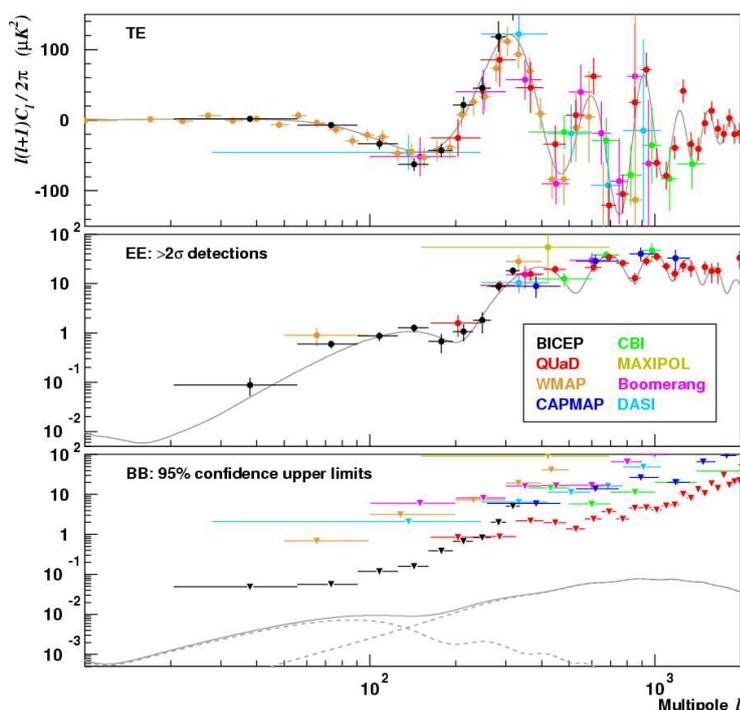


FIGURE 2.5.13: Résultats de l'expérience BICEP 1-2ans [190] publiés en 2010. Les figures indiquent les dernières contraintes sur les spectres de puissance $C_{l,TE}$, $C_{l,EE}$ et $C_{l,BB}$ (source [45]).

2.6 Les modes B de polarisation du fond diffus

Les modes B primordiaux de polarisation n'ont pas encore été détectés. Ils peuvent être uniquement générés par les perturbations tensorielles de la métrique. La détection des modes B constituerait une preuve des modes tenseurs et donc une validation du modèle d'inflation. La mesure du rapport entre l'amplitude des perturbations tensorielles et l'amplitude des perturbations de densité, défini par r , permettra de discriminer un certain nombre de modèles d'inflation. Selon les modèles d'inflation, les prédictions sur la valeur de r sont $10^{-3} < r < 0.1$. Les modèles d'inflation apportent des conditions initiales, permettant de générer les perturbations dans l'univers, résoudre le problème de platitude de l'univers, le problème de l'horizon et l'inexistence de monopôles. Ainsi, la détection des modes B constitue un enjeu de la cosmologie observationnelle. Un certain nombre d'expériences se sont lancées aujourd'hui dans cette détection, difficile, par la faible amplitude du signal attendue et par la contamination des avant-plans polarisés et des effets systématiques.

2.6.1 Pourquoi le *smoking-gun* ?

Le modèle d'inflation prédit des perturbations tensorielles, correspondant à un fond stochastique d'ondes gravitationnelles. Le spectre de ces ondes gravitationnelles dépend de l'échelle d'énergie de l'inflation E_{inf} .

Dans le premier chapitre, nous avons défini l'observable du rapport tenseur sur scalaire r comme étant de façon approximative, le niveau des modes B de polarisation par rapport aux modes E

$$r = \frac{\Delta_t^2(k)}{\Delta_s^2(k)}, \quad (2.6.1)$$

avec $\Delta_t(k)$ le spectre de puissance des perturbations tensorielles et $\Delta_s(k)$ le spectre de puissance des perturbations scalaires.

Ce rapport est relié à l'énergie d'inflation par

$$r = 8 \times 10^{-3} (E_{inf}/10^{16} \text{Gev})^4, \quad (2.6.2)$$

pour une amplitude scalaire $\Delta_s(k_0 = 0.002 \text{Mpc}^{-1})$. Par exemple, pour une valeur du rapport tenseur sur scalaire égale à $r \sim 10^{-2}$, alors $E_{inf} \sim 10^{16} \text{ GeV}$, ce qui correspond à une échelle d'énergie de l'ordre de GUT. Les mesures de l'amplitude des spectres de puissance et des indices spectraux n_t et n_s permettront de déterminer le potentiel d'inflation.

Des projets ont pour objectif de détecter directement les ondes gravitationnelles comme le projet NGO du premier observatoire spatial d'ondes gravitationnelles, et l'interféromètre au sol VIRGO.

Dans le cadre de l'étude du rayonnement de fond cosmologique, il existe deux échelles angulaires pour détecter les modes B des ondes gravitationnelles primordiales :

- l'échelle $l < 10$ où la polarisation est issue de la réionisation (pic de réionisation),
- l'échelle $l \sim 100$ où le signal provient de la recombinaison de la diffusion des extrémas de température.

D'un point de vue observationnel, la détection du signal des modes B de polarisation de la réionisation nécessite une couverture du ciel complète et une grande couverture en fréquence afin de soustraire l'émission galactique et les sources astrophysiques. Afin de détecter le signal de la recombinaison, il est nécessaire d'observer des régions du ciel relativement propres pour minimiser les avant-plans, avec une bonne résolution angulaire.

2.6.2 Champ de vue des expériences actuelles

Un certain nombre d'expériences ont pour objectif la détection des modes B . La plupart sont basées sur la technologie d'un imageur. Il est intéressant de rappeler que l'instrument, qui a détecté les modes E de polarisation est l'interféromètre DASI [113]. Cependant, accroître la sensibilité d'un interféromètre nécessite d'augmenter le nombre de voies, donc de corrélations, ce qui devient, d'un point de vue instrumental complexe, et très coûteux. L'instrument QUBIC va constituer la seule expérience pour la détection des modes B à réunir ces deux technologies dans un concept novateur, afin de bénéficier des avantages apportés par l'interférométrie et l'imagerie. L'amplitude attendue des modes B étant très faible, sa détection nécessite de réunir un certain nombre de paramètres : la sensibilité de l'instrument, sa couverture en fréquence, sa couverture du ciel, une bonne fenêtre atmosphérique dans le cas d'une expérience au sol, le contrôle des erreurs instrumentales et la soustraction de la contamination par les avant-plans. Les expériences dédiées à l'étude du fond diffus sont des expériences au sol, des ballons ou des

satellites. Les expériences ballons et les satellites ont des détecteurs de meilleure sensibilité. Par rapport aux expériences au sol, ils bénéficient d'un environnement thermique très propre, qui requiert des détecteurs avec une puissance de saturation et un bruit de fond plus faibles, la charge thermique de l'atmosphère et le bruit de photons étant réduits. Cependant, les mesures sont impactées par les particules cosmiques (*glitches*), contrairement aux expériences au sol, qui sont protégées par l'atmosphère. En terme de temps d'intégration, celui d'une expérience ballon est de 20 jours environ, le temps de vie d'un satellite est limité par son système cryogénique qui peut durer de 2 à 4 ans, contrairement à une expérience au sol, qui n'est pas limitée en temps d'observation. Cette dernière présente aussi l'avantage de pouvoir être calibrée sur son lieu d'observation. De plus, les expériences satellites et ballons sont limitées par leur poids, ce qui contraint la taille de leur optique et de leur plan focal.

Un avantage majeur d'un satellite est qu'il permet une très bonne couverture du ciel (80% en moyenne), par rapport à une expérience au sol (2%). Cependant, le coût d'un satellite est largement supérieur à celui d'un ballon et d'un instrument au sol et beaucoup plus long à déployer. Les expériences au sol et ballons permettent ainsi de mettre au point et de tester l'instrumentation d'une future mission satellite.

Nous allons expliciter les critères nécessaires afin de détecter les modes B de polarisation du fond diffus :

- la sensibilité

La sensibilité des détecteurs se rapproche actuellement de la limite physique du bruit, soit le bruit de photons lui-même. Aujourd'hui, la meilleure façon d'augmenter la sensibilité est donnée par le produit nombre de détecteurs \times temps d'intégration. Augmenter la sensibilité d'un instrument signifie augmenter son temps d'observation ou augmenter son nombre de détecteurs ou en utilisant des composantes multimodes, ou en augmentant la bande passante comme utilisé pour le projet PIXIE [110] ou les quatre. Le temps d'intégration ne pouvant être considérablement augmenté, les instruments doivent alors posséder un plan focal équipé de milliers de détecteurs, développé sous forme de matrices.

- la couverture en fréquence

Les expériences satellite permettent d'observer dans un grand nombre de bandes de fréquence. Même si l'atmosphère est non polarisée, la couverture en fréquence d'une expérience au sol est limitée par les raies d'oxygène vers 60 GHz. A cette fréquence, l'atmosphère est complètement opaque. A une fréquence supérieure à 150 GHz, la fenêtre atmosphérique devient relativement opaque. Les fréquences au sol d'observation sont 90 (ou 100), 150 et 220 GHz. Le Dôme C est caractérisé par une atmosphère sèche et transparente, la concentration en vapeur d'eau et en aérosol est inférieure à celle des sites terrestres classiques, donc l'atmosphère de ce site ouvre de nouvelles fenêtres spectrales d'observation, notamment dans le domaine submillimétrique [197]. Afin de bénéficier d'une bonne fenêtre atmosphérique, les expériences au sol s'installent en Antarctique ou sur le plateau d'Atacama au Chili à haute altitude (3000 m).

- les avant-plans

Afin de soustraire la contamination des avant-plans, il est nécessaire d'avoir des observations des avant-plans polarisés sur un grand nombre de bandes de fréquence, avec une bonne résolution angulaire afin de réaliser des cartes. Dans le but de la détection des modes B , l'expérience doit aussi posséder une bonne couverture en fréquence pour contraindre un grand nombre de paramètres requis pour caractériser les avant-plans.

Selon les objectifs scientifiques et l'intervalle de multipôles d'observation, les expériences vont présenter des technologies différentes. Nous avons réalisé une liste non exhaustive des expériences actuelles déployées au sol et ballon selon les échelles angulaires observées

- petites échelles angulaires

Les expériences au sol ACTPol [133] et SPTpol [125] ont pour but de contraindre un rapport tenseur sur scalaire de 0.01 et de 0.025 respectivement à 95% niveau de confiance. Ces expériences se sont aussi concentrées sur la recherche d'amas et les modes B du lentillage gravitationnel.

L'expérience au sol ACTPol est un télescope de 6 m de diamètre, qui a été installé dans le désert d'Atacama au Chili en 2012. Il est composé d'un système optique hors-axe grégorien constitué de deux miroirs et est équipé de 3072 TES (*transition-edge sensor*) bolomètres. Il observera dans trois bandes de fréquence (150, 220 et 275 GHz) avec l'instrument final et les résolutions angulaires pour ces trois bandes de fréquence sont respectivement 2.5, 1.5 et 1 arcminutes. Le champ de vue sera de 4000 degrés carré.

Le télescope de 10 m de SPTpol a été installé au Pôle Sud en 2011. Le système optique est un système hors-axe grégorien. Le plan focal est équipé de 960 bolomètres. Les fréquences d'observation sont 90, 150 et 220 GHz, et les résolutions angulaires respectives sont 1.6, 1.0 et 0.8 arcminutes. Le champ de vue sera de 2500 degrés carré.

- échelles angulaires intermédiaires

Des expériences comme les instruments POLARBEAR [106] et le ballon EBEX [139] vont se concentrer sur les multipôles intermédiaires dans le but de la détection du spectre de polarisation des modes B induit par lentillage gravitationnel.

Depuis 2011, l'instrument POLARBEAR est installé sur le plateau d'Atacama au Chili, le télescope est équipé d'un système optique de lentilles et d'un plan focal de 1200 TES détecteurs. L'instrument observe dans deux bandes de fréquence 150 et 220 GHz. La polarisation est modulée grâce à la rotation d'une lame demi-onde. La résolution angulaire de l'instrument est 3.5 arcminutes. Cette expérience a pour but de contraindre un rapport tenseur sur scalaire de 0.025 à 95% de niveau de confiance.

Le ballon EBEX est constitué de 1320 TES bolomètres, observant dans trois bandes de fréquence 150, 220 et 410 GHz. Une modulation de la polarisation est réalisée par une lame demi-onde. La résolution angulaire est de 2 à 8 arcminutes permettant de couvrir un grand intervalle de multipôles. L'expérience vise un rapport tenseur sur scalaire de 0.03 à 95% de niveau de confiance.

- petits multipôles

Des expériences comme ABS [67], BICEP [190], Keck [137] et le ballon SPIDER [130] vont observer à bas multipôle avec une moins bonne résolution angulaire.

L'instrument ABS a été déployé en 2012 dans le désert d'Atacama au Chili. Il observe le ciel sur une grande bande de fréquence autour de 145 GHz. Il est équipé d'un grand focal contenant 240 TES et d'un système optique composé de miroirs, ainsi que d'une lame demi-onde pour moduler la rotation. La résolution angulaire est 30 arcminutes. L'objectif du rapport tenseur sur scalaire est 0.015 avec 95% de niveau de confiance.

L'instrument Keck est le nouveau télescope du programme de BICEP et BICEP 2, installé au Pôle Sud. Les expériences BICEP 2 et Keck utilisent la même technologie bolométrique pour la détection composée de 512 TES et le même système optique composé de lentilles. Les deux expériences ont comme bandes de fréquence d'observation 100, 150

et 220 GHz et une résolution angulaire de 36 arcminutes. L'expérience BICEP 2 a pour objectif un rapport tenseur sur scalaire de 0.01 et Keck de 0.006 avec 95% de niveau de confiance. Les différences entre ces deux expériences sont la technologie des détecteurs et la cryogénie. L'instrument BICEP a été installé en 2010 et Keck en 2011.

Le ballon SPIDER sera composé de 3000 TES observant dans trois bandes de fréquence 90, 145 et 280 GHz. Le vol est prévu pour 2013. L'instrument pourra couvrir un intervalle de multipôles de $l=20$ à 200 grâce à une résolution angulaire 30 arcminutes. La modulation de la polarisation est réalisée par une lame demi-onde rotative. L'objectif est un rapport tenseur sur scalaire de 0.02 à 95% de niveau de confiance.

Au niveau spatial, le satellite Planck permettra d'améliorer la mesure du spectre de puissance des modes E et la contrainte sur le spectre de polarisation des modes B , notamment par une éventuelle détection du pic de réionisation (le but est de contraindre un rapport tenseur sur scalaire de 0.05 à 95% de niveau de confiance), ainsi que notre compréhension des avant-plans polarisés. La moitié des données en température a été publiée début 2013 et deuxième partie ainsi que les données en polarisation seront publiées en 2014.

Des futures expériences spatiales comme CORe [194], CMBpol [21], PIXIE [110], PRISM [162] et LiteBird [89] prévues à partir de 2020, permettront de contraindre un rapport tenseur sur scalaire de $r \simeq 10^{-3}$ à 95% de niveau de confiance. Ces missions satellites contiendront beaucoup de canaux de fréquence permettant d'apporter des informations sur les avant-plans astrophysiques avec une couverture du ciel de 70 à 80%. L'instrument CORE a été proposé en réponse à l'appel de l'ESA 2015-2025 pour une mission M et l'instrument CMBPol à l'appel de la NASA pour une mission M, ils présenteront un nombre de détecteurs allant de 64 à 1800 et de 84 à 3048 respectivement. Le projet PRISM est une mission de classe L proposée en réponse à l'appel de l'ESA 2013 qui consistera en deux instruments : un polarimètre à grande résolution angulaire et un spectromètre à faible résolution angulaire. Ces instruments permettront en plus de l'étude de l'inflation par la mesure de la polarisation du fond diffus, du lentillage gravitationnel et de la contrainte des non-gaussianités, d'améliorer la connaissance sur les amas de galaxies via l'effet Sunyaev Zeldovi'ch cinétique et thermique. Ils fourniront aussi de nouvelles contraintes sur les distorsions spectrales du spectre du fond diffus et sur les processus du milieu galactique.

2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré que le modèle Λ CDM avec inflation décrit bien la physique du fond diffus cosmologique. Les observations futures de cette sonde permettront d'apporter des informations sur différents domaines de la cosmologie. Des mesures de la température et de la polarisation, sur une grande surface du ciel, avec une grande résolution, permettront de reconstruire l'effet du lentillage gravitationnel sur le fond diffus et d'ouvrir une nouvelle fenêtre sur l'étude de la distribution de matière à un décalage spectral $z = 2$. Des observations avec une résolution de l'ordre de l'arcminute permettront de réaliser des catalogues de galaxies sur un large intervalle de décalage spectral. Ces catalogues d'amas pourront être utilisés dans le but d'étudier la formation des structures et leur évolution. Aujourd'hui, le spectre de puissance des anisotropies en température est déterminé avec une précision limitée seulement par la variance cosmique grâce au satellite Planck. Le satellite Planck devrait aussi publier dans quelques mois un

spectre EE également limité par la variance cosmique jusqu'à $l \sim 800$. Un des résultats remarquable est l'excellent accord entre l'ajustement des données du fond diffus et le modèle Λ CDM à six paramètres, avec une estimation de ces paramètres très précise.

Un des prochains objectifs de la cosmologie actuelle est la détection et la caractérisation des modes B de polarisation du fond diffus cosmologique. La mesure aux grandes échelles de ces modes de polarisation constitue une signature des ondes gravitationnelles primordiales, prédite par les modèles d'inflation. L'amplitude des modes B est définie par l'échelle d'énergie de l'inflation. La mesure de cette amplitude nous donnerait ainsi accès à la valeur de l'énergie d'inflation et donc à la physique de l'inflation. Des mesures actuelles ont permis déjà de fournir des contraintes supérieures sur les modèles d'inflation. Mais, la détection nécessite le développement d'un instrument avec une sensibilité en polarisation déterminée uniquement par les limites astrophysiques. Ce critère nécessite un instrument très sensible et un très bon contrôle des effets systématiques. Un certain nombre d'expériences au sol ou ballon ont été développées pour la détection des modes B de polarisation. La plupart ont pour objectif de contraindre un rapport tenseur sur scalaire de 0.01. C'est aussi dans cette quête que l'expérience au sol QUBIC s'est lancée, avec un principe novateur, le concept de l'interférométrie bolométrique, que nous allons expliquer dans le chapitre suivant.

A l'heure actuelle, nous pouvons espérer une détection proche des modes B lentillés dans un premier temps, puis des modes B primordiaux par la mesure du pic de réionisation. Suite à cette détection, de façon analogue à la caractérisation des anisotropies de température, la mesure ultime des anisotropies de polarisation des modes B pourrait être réalisée dans l'espace. Des futures expériences satellites, prévues à partir de 2020, ont pour objectif d'atteindre un rapport tenseur sur scalaire de 0.001.

Chapitre 3

L'instrument QUBIC - Concept de l'interférométrie bolométrique

Dans ce chapitre, nous allons introduire les notions d'interférométrie radio nécessaires à la compréhension de la technologie de l'interférométrie bolométrique, concept de l'instrument QUBIC. Ce concept novateur a pour but de réunir les avantages de l'interférométrie en terme de contrôle des effets systématiques avec ceux de l'imagerie en terme de sensibilité avec l'utilisation de grandes matrices de bolomètres. Après avoir expliqué le concept de l'interférométrie bolométrique, nous détaillerons la technologie de l'instrument QUBIC et ses observables. Puis, nous discuterons de sa sensibilité, de son échantillonnage et de sa *calibration*. Une description officielle (*white-paper*) de l'instrument est donnée dans [164].

3.1 L'interférométrie

Les interféromètres constituent un concept puissant pour étudier le rayonnement de fond cosmologique : ils ont permis de fixer les premières contraintes des anisotropies du rayonnement de fond cosmologique aux petites échelles angulaires ($l \sim 10000$) dans les années 80. A la fin des années 90, des mesures au sol ont permis de mesurer le spectre de puissance de la température du rayonnement de fond cosmologique notamment par les interféromètres CAT [178], VSA[60], DASI [83] [113], CBI [140][167] aux petites échelles et aux échelles intermédiaires ($l \sim 100 - 4000$). Les interféromètres dédiés à la mesure des anisotropies du rayonnement de fond cosmologique sont donnés par le tableau 3.1.

En 2002, l'interféromètre hétérodyne DASI a été la première expérience à détecter la polarisation des modes E de polarisation du rayonnement de fond cosmologique, cette détection a été confirmée par l'interféromètre CBI aux petites échelles angulaires $l > 1000$. Les interféromètres ont aussi joué un rôle important dans la détection et dans l'étude de l'effet Sunyaev Zel'dovich avec notamment les instruments Ryle [99], OVRO [40] et BIMA [55].

Dans cette section, nous allons introduire les bases de l'interférométrie et son application pour l'étude de la polarisation du rayonnement de fond cosmologique.

Expériences	Lieu	n_a	ν [GHz]	$\Delta\nu$ [GHz]	Lobe primaire	l
OVRO [40]	Etats-Unis	6	80	2.0	4'	6750
VLA [144]	Etats-Unis	27	8	0.2	5'	6000
IRAM [166]	France	3	88	0.4	55''	3000-70000
Ryle [99]	Angleterre	8	15	0.4	6'	4500
BIMA [55]	Etats-Unis	10	30	0.8	6'	5000-9000
ACTA [188]	Australie	6	9	0.1	8'	3400
T-W [195]	Etats-Unis	2	43		2°	20-100
IAC-Int [88]	Tenerife	2	33	0.5	2°	110-220
CAT [178]	Angleterre	3	13-17	0.5	2°	339-722
VSA [60]	Tenerife	14	26-36	1.5	4°6'/2°1'	150-1600
DASI [83] [113]	Pôle Sud	13	26-36	10.0	3°	125-700
CBI [140][167]	Chili	13	26-36	10.0	45'/28'	630-3500
SZA [179]	Etats-Unis	8	30, 90	8	12'/4'	4000

TABLE 3.1: Expériences d'interférométrie pour mesurer les anisotropies du rayonnement de fond cosmologique. Le paramètre n_a correspond au nombre d'antennes.

3.1.1 Des fentes de Young au principe de l'interférométrie

C'est par sa célèbre expérience des trous de Young que l'anglais Thomas Young a observé pour la première fois des franges d'interférence en regardant à travers un écran percé de deux trous une source lumineuse ponctuelle, et a mis en évidence la nature ondulatoire de la lumière. Par la suite, en 1936, Hippolyte Fizeau a pour idée d'utiliser l'effet de diminution du contraste des franges à mesure que le diamètre de la source observée s'agrandit ou que la distance entre les deux trous augmente. Ainsi connaissant la distance entre les deux trous, il est possible de déterminer le diamètre angulaire de la source observée : c'est le début de l'interférométrie en astronomie. Hippolyte Fizeau écrivait en 1867 : « *Il existe ... une relation remarquable et nécessaire entre la dimension des franges et de la source lumineuse ; en sorte que les franges ... ne peuvent prendre naissance que lorsque la source lumineuse n'a plus que des dimensions angulaires presque insensibles ; d'où, pour le dire en passant, il est peut être permis d'espérer qu'en s'appuyant sur ce principe et en formant, par exemple, au moyen de deux larges fentes très écartées, des franges d'interférence au foyer des grands instruments destinés à observer des étoiles, il deviendra possible d'obtenir quelques données nouvelles sur les diamètres angulaires de ces astres* ». L'emploi du terme dimension signifie intensité.

Le français Edouard Stephan, directeur de l'observatoire de Marseille, applique l'idée de Fizeau, en plaçant à l'entrée de la lunette de l'observatoire de Marseille, un écran de 80 cm de diamètre percé de deux ouvertures et pointant l'instrument sur les sources les plus brillantes. Pour chaque étoile, il observe des franges d'interférence très nettes et valide la méthode.

Cette méthode est reprise par Albert Michelson et Francis Pease, qui installent sur le télescope Hooke de 2.5 m du Mont Wilson (Etats-Unis) un jeu de quatre miroirs plans de 15 cm constituant une base interférométrie de 7 m. En 1920, Pease mesure le premier diamètre apparent stellaire, celui de l'étoile supergéante rouge Bételgeuse.

Cependant, ces interféromètres au sol sont confrontés au problème de la turbulence atmosphérique qui induit un élargissement de l'image focale et des « tavelures » variables sur cette image 3.1.1, entraînant une perte de la cohérence spatiale de l'onde. Antoine Labeyrie développe alors une méthode dite « d'interférométrie des tavelures » (« *speckle interferometry* ») en utilisant une caméra pour figer les turbulences en filmant l'image avec des poses suffisamment courtes. Les images enregistrées sont ensuite traitées par analyse de Fourier, pour reconstruire une image à haute résolution de l'étoile simple ou multiple.

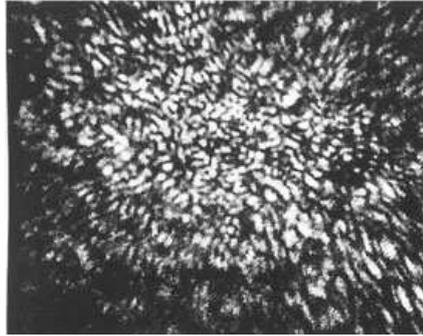


FIGURE 3.1.1: Tavelures obtenues par Labeyrie en observant l'étoile Véga. La taille moyenne d'une tavelure est celle de la tache de diffraction du télescope.

Par ailleurs, Antoine Labeyrie ré-imaginaire le concept de l'interférométrie de Michelson et de Pease sous forme de plusieurs grands télescopes, avec une résolution suffisamment élevée pour observer des quasars. Il construit à l'Observatoire de Nice l'instrument interféromètre à 2 Télescopes (I2T) constitué de deux télescopes de 25 cm de diamètre, avec lequel il observe des franges d'interférence sur l'étoile Véga en 1974.

En 1987, l'ESO lance le projet VLTI (*Very Large Telescope Interferometer*) composé de 4 télescopes optiques et infra-rouges de 8.20 m et de 4 télescopes auxiliaires de 1.80 m et l'installe dans les Andes Chiliennes. En combinant par interférométrie jusqu'à 3 des télescopes du VLT, l'instrument obtenu possède une résolution équivalente à celle d'un instrument de 200 m de diamètre. Un des premiers résultats est la découverte de la présence d'un trou noir au centre de la voie lactée en 2002 par une équipe franco-allemande. Sur l'île d'Hawaï, les télescopes de 10 m Keck1 puis Keck2 observent depuis 1993 et 1996 et constituent un interféromètre formé par les deux télescopes.

En suivant l'évolution de l'interférométrie optique jusqu'à nos jours, nous pouvons imaginer que l'avenir de cette méthode est dans l'espace ce qui permettrait d'atteindre une résolution angulaire presque illimitée.

Dans le domaine radio, un essor important de l'interférométrie s'est produit dans les années 1950 bénéficiant des recherches militaires sur les radars. Pour obtenir l'interférence, dans le cas d'un interféromètre optique, la lumière provenant de chaque ouverture du télescope doit parcourir le même chemin optique de la source lumineuse à la caméra. Tandis que pour un interféromètre radio, la différence de marche entre deux antennes est compensée avec une ligne à retard et le transport des signaux est réalisé par câble sans perdre la phase de l'onde. Les techniques d'analyse associées ont été développées à partir de 1970, permettant de reconstruire les images de sources. L'algorithme CLEAN,

proposé par Högbom en 1974 [94], est l'une des méthodes de reconstruction d'images les plus populaires en interférométrie radio.

A la fin des années 60, Martin Ryle et ses collègues étendent les techniques de synthèse d'ouverture aux longueurs d'onde radio. Ces méthodes permettent que lorsque l'interféromètre a une couverture suffisante du ciel dans l'espace de Fourier, une transformée de Fourier spatiale permet de reconstruire l'image du ciel. Jusqu'ici, la nécessité d'obtenir une bonne résolution angulaire pour l'observation d'objets nécessitait de construire des instruments permettant de faire varier les positions relatives des antennes. Mais grâce à la méthode de synthèse d'ouverture, en utilisant la rotation de la Terre comme moyen de faire varier les lignes de base entre deux antennes, il est possible de cartographier des radio sources avec une grande résolution. A. Martin Ryle et Hewish ont reçu le Prix Nobel en 1974 pour leurs contributions au développement de l'interférométrie radio.

Vers la fin des années 1960 et le début des années 1970, les ordinateurs deviennent suffisamment performants pour réaliser des inversions de Fourier. Les techniques de synthèse d'ouverture peuvent alors être appliquées sur des télescopes de 5 km, puis sur un interféromètre à très longue base VLBI (*Very Long Baseline Interferometer*), avec des lignes de base de plusieurs milliers de kilomètre. Ce procédé consiste à enregistrer les signaux et les numériser avec une référence de temps exacte puis les corrélérer en temps différé avec un ordinateur au lieu d'effectuer les corrélations en temps réel.

3.1.2 Principe d'un interféromètre

En radio-astronomie, le but est de reconstruire la distribution du champ d'intensité d'une région du ciel. Dans cette partie, on ne considèrera que l'intensité d'une onde électromagnétique.

3.1.2.1 Fonctions de cohérence - Théorème de Van Cittert - Zernike

Soit une source étendue émettant un rayonnement monochromatique

$$E(\vec{p}, t) = E_0 \exp[-2\pi i \nu (\frac{\vec{p}}{c} - t)], \quad (3.1.1)$$

observé en deux points \vec{p}_1 et \vec{p}_2 d'un plan P orthogonal à la direction de propagation d'observation. La figure 3.1.2 représente le plan d'observation P et la source étendue. L'image observée sur ce plan est donc une fonction à deux variables. Un interféromètre permet de mesurer la fonction de cohérence des signaux reçus en deux points distincts. L'étude du contraste et de la phase des franges d'interférence obtenues permettent de mesurer une quantité appelée visibilité complexe pouvant être reliée, par des conditions que nous décrirons par la suite, à la transformée de Fourier de l'image.

Dans cette partie, nous allons introduire les notions de fonctions de cohérence temporelle et spatiale et le théorème de Zernike-Van Cittert à la base de l'interférométrie.

La cohérence temporelle fait référence aux valeurs d'un même front d'onde à deux instants différents. Pour une onde monochromatique, la distribution d'intensité à un point \vec{p}_1 à tout instant peut être obtenue de la distribution d'intensité au point \vec{p}_2 d'amplitude de phase connue par la détermination seulement de la différence de phase induite entre ces deux points : c'est ce qu'on appelle une onde cohérente. Dans le cas d'une onde polychromatique aléatoire, si les points \vec{p}_1 et \vec{p}_2 sont suffisamment distants, les deux champs d'onde sont indépendants : le champ d'onde est donc incohérent. Ainsi,

comme nous allons l'expliquer ci-dessous, une mesure de la cohérence d'une onde, en général, peut être obtenue en moyennant sur le temps.

On considère une onde monochromatique telle que $E(\vec{p}, t) = E_0 \exp[-2\pi i\nu(\frac{\vec{p}}{c} - t)]$. Aux deux points \vec{p}_1 et \vec{p}_2 différant en temps de τ , la fonction de cohérence temporelle s'obtient

$$\Gamma(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T E(\vec{p}_1, t) E(\vec{p}_2, t + \tau) dt = \langle E(\vec{p}_1, t) E^*(\vec{p}_2, t + \tau) \rangle \quad (3.1.2)$$

Cette relation représente la fonction de cohérence entre deux champs aléatoires mesurés en deux points \vec{p}_1 et \vec{p}_2 à des temps différents de τ .

Le degré de cohérence est donné par $\gamma(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \tau) = \frac{\Gamma(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \tau)}{[I(\vec{p}_1)I(\vec{p}_2)]^{1/2}}$.

Une radiation cohérente correspond à $|\gamma| = 1$ et incohérente à $|\gamma| = 0$.

Si les points \vec{p}_1 et \vec{p}_2 coïncident, la fonction $\Gamma(\vec{p}, \vec{p}, \tau)$ est appelée la fonction d'auto-corrélation, et est équivalente à la transformée de Fourier inverse du spectre de puissance du champ de radiation.

Prenons le cas de la superposition de deux ondes monochromatiques qui se propagent dans deux directions différentes $\hat{s} \cdot \vec{p}_1$ et $\hat{s} \cdot \vec{p}_2$ avec \hat{s} le vecteur unitaire de pointage de la source et calculons la fonction de cohérence. Aux points \vec{p}_1 et \vec{p}_2 tels que définis dans la figure 3.1.2, la fonction de cohérence s'écrit

$$\begin{aligned} \Gamma(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \tau) &= \langle E(\vec{p}_1, t_1) E^*(\vec{p}_2, t_2) \rangle \\ &= \langle (E_1(\vec{p}_1, t_1) + E_2(\vec{p}_1, t_1))(E_1(\vec{p}_2, t_2) + E_2(\vec{p}_2, t_2))^* \rangle \\ &= \langle E_1(\vec{p}_1, t_1) E_1^*(\vec{p}_2, t_2) \rangle + \langle E_2(\vec{p}_1, t_1) E_2^*(\vec{p}_2, t_2) \rangle + \\ &\quad \langle E_1(\vec{p}_1, t_1) E_2^*(\vec{p}_2, t_2) \rangle + \langle E_2(\vec{p}_1, t_1) E_1^*(\vec{p}_2, t_2) \rangle \end{aligned}$$

Si les champs E_1 et E_2 provenant de deux directions différentes sont incohérents, la moyenne temporelle de leur produit vaut zéro:

$$\langle E_1(\vec{p}_1, t_1) E_2^*(\vec{p}_2, t_2) \rangle = \langle E_2(\vec{p}_1, t_1) E_1^*(\vec{p}_2, t_2) \rangle = 0$$

d'où

$$\Gamma(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \tau) = |E_{01}|^2 \exp[-2\pi i\nu(\hat{s} \cdot \frac{(\vec{p}_1 - \vec{p}_2)}{c} - \tau)] + |E_{02}|^2 \exp[-2\pi i\nu(\hat{s} \cdot \frac{(\vec{p}_1 - \vec{p}_2)}{c} - \tau)] \quad (3.1.3)$$

Dans le cas d'une source non ponctuelle, la source peut être vue comme un ensemble de n points sources, la fonction de cohérence s'obtient alors comme la somme sur chacun des points sources

$$\Gamma(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \tau) = \sum_{i=1}^n E_i(\vec{p}_1, t_1) E_i^*(\vec{p}_2, t_2) = \sum_{i=1}^n |E_{0i}|^2 \exp[-2\pi i\nu(\hat{s} \cdot \frac{(\vec{p}_1 - \vec{p}_2)}{c} - \tau)]. \quad (3.1.4)$$

Dans le cas où $n \rightarrow \infty$, l'intégration sur le champ de vue est donnée par élément d'angle solide $d\Omega$

$$\Gamma(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \tau) = \int I(\hat{s}) \exp[-2\pi i \nu (\hat{s} \cdot \frac{(\vec{p}_1 - \vec{p}_2)}{c} - \tau)] d\Omega \quad (3.1.5)$$

avec la distribution d'intensité $I(\hat{s})$.

Une fonction de cohérence mesurée à $\tau = 0$ est appelée la fonction de cohérence spatiale. La cohérence spatiale fait référence aux valeurs d'un même front d'onde à deux endroits différents. Si la source est étendue, il y a addition d'ondes incohérentes émises par chaque point de la source, et le contraste des franges diminue.

Pour $\tau = 0$, la fonction de cohérence spatiale est reliée à la distribution d'intensité par

$$\Gamma(\vec{p}_1, \vec{p}_2, 0) = \int I(\hat{s}) \exp[-2\pi i \nu \hat{s} \cdot \frac{(\vec{p}_1 - \vec{p}_2)}{c}] d\Omega \quad (3.1.6)$$

Cette expression montre qu'une mesure de la fonction de cohérence dépend seulement de la distance relative entre $\vec{p}_1 - \vec{p}_2$. Ce résultat correspond au théorème de Zernike-Van Cittert, établi tout d'abord par Van Cittert en 1934, puis sous une autre forme par Zernike en 1938 : le degré de cohérence complexe dans un plan éloigné d'une source monochromatique et spatialement incohérente est la transformée de Fourier de la distribution d'intensité de la source.

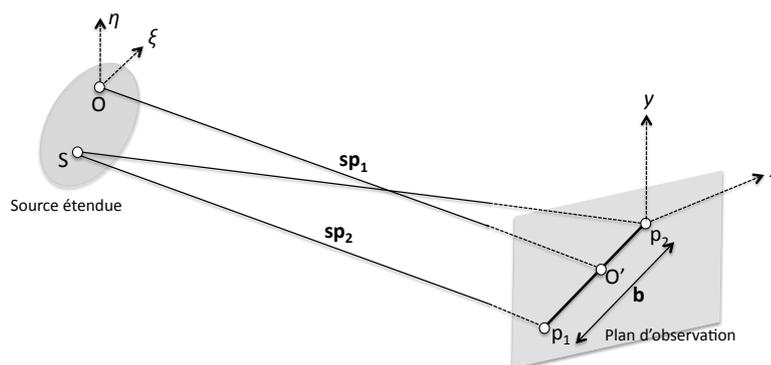


FIGURE 3.1.2: Ce schéma représente un plan défini par les points \vec{p}_1 et \vec{p}_2 observant une source étendue dans la direction \hat{s} .

3.1.2.2 Interféromètre à deux éléments

Cas d'une source ponctuelle

Considérons maintenant un interféromètre avec deux antennes T_1 et T_2 , séparées d'une distance \vec{b} , observant une source ponctuelle monochromatique dans la direction unitaire \hat{s} . On suppose que la distance à laquelle se trouve la source permet de supposer l'onde incidente plane. Deux schémas d'interféromètres à deux éléments sont donnés par la figure 3.1.3. Le premier schéma représente le concept d'interférométrie directe en optique (interféromètre de Fizeau, Michelson). Le deuxième schéma représente un interféromètre hétérodyne (domaine radio) où les deux ondes sont d'abord décalées en fréquence puis passent par un corrélateur.

Le retard géométrique induit par la différence de marche entre les deux antennes s'écrit $\tau_g = \frac{\vec{b} \cdot \hat{s}}{c}$. En faisant l'hypothèse de deux récepteurs identiques et en négligeant toute source de bruit, les deux antennes collectent en sortie les signaux $E_1 = E_{01} \exp[-2\pi i \nu t]$ et $E_2 = E_{02} \exp[-2\pi i \nu (t - \tau_g)]$.

Les signaux des deux antennes traversent un amplificateur et des filtres afin de sélectionner la fréquence d'observation avec la largeur de bande $\Delta\nu$. Les signaux collectés sont ensuite corrélés et moyennés dans le temps avec un corrélateur. Le signal en sortie du corrélateur est $r(\tau_g) = \langle E_1(t) E_2^*(t) \rangle$, ce qui est équivalent à l'expression de la cohérence Eq.3.1.4.

La réponse de l'interféromètre $r(\tau_g)$ varie avec le retard τ_g dont le temps caractéristique est celui de la rotation de la terre. Le signal en sortie dépend donc lentement du temps et présente des variations sinusoïdales analogues aux franges d'interférence connues en optique, avec une amplitude proportionnelle à l'intensité du champ incident.

Cas d'une source étendue

Jusqu'à maintenant la source était supposée monochromatique et ponctuelle, de manière plus réaliste, nous allons considérer une source étendue d'angle solide $d\Omega$ qui émet dans un intervalle de fréquence $\Delta\nu$. Dans le cas où l'intensité de brillance est donnée par $I(\hat{s})$, la puissance reçue est $P = A(\hat{s})I(\hat{s})\Delta\nu d\Omega$ avec $A(\hat{s})$ la surface collective effective de chaque antenne dans la direction \hat{s} .

Le signal en sortie du corrélateur par élément d'angle solide est donc

$$dr = A(\hat{s})I(\hat{s})\Delta\nu d\Omega \exp[-2\pi i \nu \tau_g]. \quad (3.1.7)$$

La réponse totale obtenue en intégrant sur la source est

$$r(\vec{b}) = \Delta\nu \int A(\hat{s})I(\hat{s}) \exp[-2\pi i \nu (\frac{\vec{b} \cdot \hat{s}}{c})] d\Omega \quad (3.1.8)$$

Ce résultat suppose deux antennes identiques.

Il est traditionnel d'exprimer la réponse d'un interféromètre par rapport à une position de référence \hat{s}_o définie comme étant la direction moyenne de pointage telle que $\hat{s} = \hat{s}_o + \hat{\sigma}$ avec $|\hat{\sigma}| = 1$ et dans le cas d'une source petite : $\hat{s}_o \perp \hat{\sigma}$.

Dans ce nouveau référentiel, nous obtenons

$$r(\vec{b}) = \exp[-2\pi i \nu (\frac{\vec{b} \cdot \hat{s}_o}{c})] \int A(\hat{\sigma})I(\hat{\sigma}) \exp[-2\pi i \nu (\frac{\vec{b} \cdot \hat{\sigma}}{c})] d\Omega \Delta\nu. \quad (3.1.9)$$

L'intégrale est appelée la fonction de visibilité complexe V^I de la distribution d'intensité $I(\hat{\sigma})$, et est définie par

$$V^I = V_1 + iV_2 = |V| e^{i\phi_v} = \int A'(\hat{\sigma})I(\hat{\sigma}) \exp[-2\pi i \nu (\frac{\vec{b} \cdot \hat{\sigma}}{c})] d\Omega \quad (3.1.10)$$

où $|V|$ et ϕ_v sont respectivement l'amplitude et la phase de la fonction de visibilité complexe.

Le lobe $A'(\hat{\sigma})$ est le lobe normalisé tel que $A'(\hat{\sigma}) = A(\hat{\sigma})/A_0$. La visibilité complexe est donc la transformée de Fourier de l'intensité du champ observé. Celui-ci est donc défini comme la multiplication du champ de la source par le lobe de l'instrument qui caractérise la distribution des antennes.

En intégrant sur la bande passante $\Delta\nu$ autour de la fréquence spatiale, et en supposant que le lobe de l'instrument et l'intensité sont indépendants de la fréquence, le signal en sortie a pour expression

$$r(\vec{b}) = \int d\nu |V| \exp[-(2\pi i\nu(\frac{\vec{b} \cdot \hat{s}_0}{c}) - \phi_v)] = \Delta\nu |V| \exp[-(2\pi i\nu_0(\frac{\vec{b} \cdot \hat{s}_0}{c}) - \phi_v)] \text{sinc}(\pi\Delta\nu\tau_g). \quad (3.1.11)$$

Le facteur d'atténuation du sinus cardinal induit un lissage des franges pour une source étendue qui augmente avec le retard géométrique. Cet effet peut être compensé en introduisant une ligne à retard τ_i composée de câbles de longueurs différentes afin de resynchroniser les trains d'onde. Pour mesurer simultanément l'amplitude et la phase du terme de visibilité, il faut introduire un second corrélateur qui déphase l'un des deux signaux de $\pi/2$ avant corrélation.

Les valeurs de V_1 et V_2 (Eq.3.1.10) sont obtenues directement à l'aide du corrélateur complexe qui réalise le produit moyenné des deux signaux pour un déphasage relatif nul pour V_1 et pour un déphasage de $\pi/2$ pour V_2 .

3.1.3 Le plan uv

Prenons comme repère celui des lignes de base (u, v, w) en unité de longueur d'onde et celui du ciel (x, y, z) tel que

$$\nu \frac{\vec{b} \cdot \hat{s}}{c} = ux + uy + wz \text{ et } \nu \frac{\vec{b} \cdot \hat{s}_0}{c} = w. \quad (3.1.12)$$

Dans ce repère, l'élément d'angle solide s'écrit $d\Omega = \frac{dxdy}{z}$ et sur une sphère céleste, $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$, l'Eq.3.1.10 devient

$$V^I(u, v, w) = \int \int A'(x, y) I(x, y) \exp[-2\pi i(ux + vy + w\sqrt{1 - x^2 - y^2})] \frac{dxdy}{\sqrt{1 - x^2 - y^2}}. \quad (3.1.13)$$

Si $|x|$ et $|y|$ sont suffisamment petits alors $w(\sqrt{1 - x^2 - y^2} - 1) \simeq -\frac{1}{2}(x^2 + y^2)w \simeq 0$, et, le terme de visibilité $V^I(u, v, w)$ a pour expression une transformée de Fourier à deux dimensions $V^I(u, v)$.

Dans ce cas, pour reconstruire l'image du ciel, selon le théorème de Cittert - Zernike, il est nécessaire de mesurer les corrélations du champ électrique entre tous les points possibles d'un plan parallèle au front d'onde de la source observée. Ces mesures ne dépendent pas des positions absolues des télescopes mais seulement des positions relatives.

On définit les positions respectives (x_1, y_1) et (x_2, y_2) de deux télescopes, il est usuel en interférométrie de définir ces coordonnées en unité de longueur d'onde

$$u = \frac{x_2 - x_1}{\lambda} \text{ et } v = \frac{y_2 - y_1}{\lambda}. \quad (3.1.14)$$

Ces coordonnées définissent un plan : le plan uv . Chaque point dans le plan uv correspond à une orientation et à une séparation physique des lignes de base de l'interféromètre.

Dans le but de reconstruire l'image d'un objet sur le ciel, les corrélations du champ $\langle E_1(t)E_2^*(t) \rangle$ doivent être obtenues avec le plus grand nombre de points (u, v) possible,

c'est à dire avoir la plus grande couverture du plan uv possible.

Un instrument avec N télescopes contient $N(N-1)/2$ lignes de base. La ligne de base projetée sur le ciel de coordonnées (u, v) est équivalente à la ligne de base de coordonnées $(-u, -v)$. Cependant, les coordonnées des lignes de base varient avec la rotation de la Terre ce qui signifie que chaque ligne de base décrit une trajectoire elliptique dans le plan uv . Nous obtenons ainsi plusieurs points (u, v) pour un instrument à une seule ligne de base au sol.

Dans l'approximation de ciel plat¹, l'expression de la visibilité peut être réécrite sous la forme d'une convolution des transformées de Fourier du champ d'intensité \tilde{I} et du lobe de l'antenne \tilde{A}

$$V^I(\vec{u}) = \int \tilde{I}(\vec{v}) \tilde{A}'(\vec{u} - \vec{v}) d\vec{v} = \tilde{I}(\vec{v}) \otimes \tilde{A}'(\vec{u}). \quad (3.1.15)$$

La résolution de l'instrument dépend donc du lobe dans l'espace des visibilité et de la couverture du ciel dans l'espace direct.

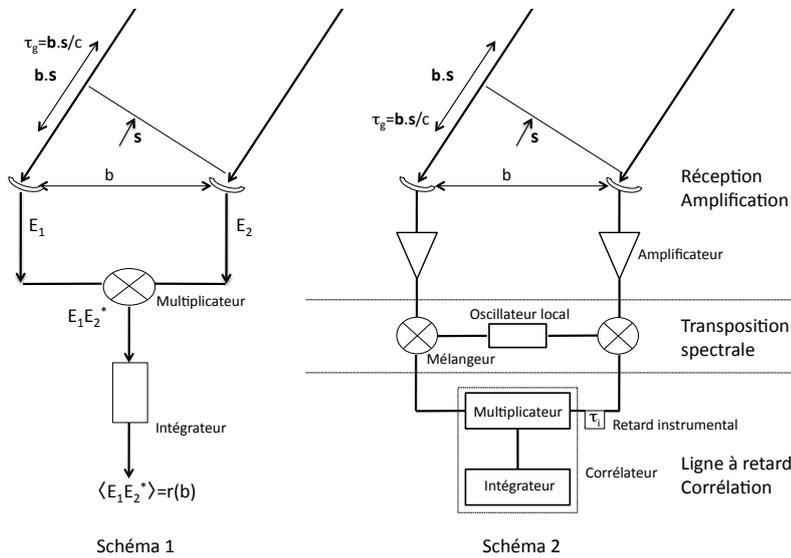


FIGURE 3.1.3: Schémas d'interféromètres à deux éléments. Le schéma de gauche représente un instrument d'interférométrie directe. Le schéma de droite représente un interféromètre hétérodyne. Le retard instrumental est τ_i et le retard géométrique est τ_g .

3.1.4 Synthèse d'ouverture

Un interféromètre mesure les corrélations complexes entre les paires d'antennes. Nous avons vu que dans l'approximation du ciel plat, d'après le théorème de Cittert-Zernike, les visibilité observées $V^I(u, v)$ correspondent à la transformée de Fourier de la distribution d'intensité du ciel $I(x, y)$ multipliée par le lobe de l'instrument $A(x, y)$

1. L'approximation de ciel plat consiste à négliger l'effet du à la courbure du ciel. Elle est valable pour un champ d'observation petit (inférieur à une dizaine de degrés carré), c'est à dire pour les petites échelles angulaires.

$$V^I(u, v) = \int \int A(x, y) I(x, y) \exp(-2\pi i(ux + vy)) dx dy. \quad (3.1.16)$$

Les visibilités peuvent être inversées pour produire les cartes de la distribution du ciel convoluée par le lobe de l'instrument.

Un des problèmes majeurs en interférométrie est la couverture incomplète du plan uv , l'image obtenue est alors l'image synthétique $I_D(x, y)$ résultant de la réponse de l'interféromètre $V(x, y)$ dans ce plan uv .

Pour une couverture du plan uv complète, l'image obtenue $I(x, y)$ aurait pour expression

$$I(x, y) = \int \int V(u, v) \exp(2\pi i(ux + vy)) du dv. \quad (3.1.17)$$

Pour une couverture du plan uv incomplète, l'image obtenue $I_D(x, y)$ s'écrit

$$I_D(x, y) = \int \int V(u, v) S(u, v) \exp(2\pi i(ux + vy)) du dv. \quad (3.1.18)$$

La fonction $S(u, v)$ est une fonction de transfert qui est égale à 1 pour les points (u, v) échantillonnés ou sinon, zéro.

Nous pouvons utiliser le théorème de convolution donnée par l'Eq.3.1.15 pour réécrire cette expression sous la forme

$$I_D(x, y) = (A(x, y) I(x, y)) \star B_D(x, y) \quad (3.1.19)$$

avec $B_D(x, y)$ le lobe synthétique :

$$B_D(x, y) = \int \int S(u, v) \exp(2\pi i(ux + vy)) du dv. \quad (3.1.20)$$

La fonction $B_D(x, y)$ est la transformée de Fourier de la fonction d'échantillonnage $S(u, v)$. Les positions des télescopes étant bien déterminées, la fonction d'échantillonnage $S(x, y)$ et le lobe synthétique $B_D(x, y)$ sont bien définis. Reconstruire l'image $I(x, y)$ à partir $I_D(x, y)$ revient donc à un problème de déconvolution classique où un algorithme de déconvolution brute force (*CLEAN*) peut être utilisé.

3.1.5 Interférométrie multiplicative ou interférométrie additive

Il existe deux types d'instruments interférométriques : l'interférométrie multiplicative (aussi appelée hétérodyne) et l'interférométrie additive où l'idée est de remplacer les corrélateurs par les bolomètres. Nous allons brièvement expliquer ces deux approches :

- l'interférométrie multiplicative

Les interféromètres utilisés jusque-là pour l'étude du rayonnement de fond cosmologique sont des interféromètres multiplicatifs. Ils utilisent des HEMTs (*High Electron Mobility Transistors*), composants cohérents² afin d'amplifier le signal avant de le faire

2. Les composants cohérents permettent une mesure simultanée de l'amplitude et de la phase de l'onde incidente. La méthode d'interférométrie multiplicative est un exemple de détection cohérente. A l'inverse, une détection directe effectuée par des bolomètres consiste à ne mesurer que l'énergie moyenne de l'onde incidente.

interférer avec un corrélateur électronique ou numérique. Un corrélateur est complexe afin de reconstruire l'information de la phase du signal.

Un interféromètre type DASI, CBI sans la polarisation, amplifie tout d'abord le signal de chaque antenne N . De cette étape, peut résulter la plus grande partie du bruit de mesure. Il transpose (*down-conversion*) le signal radio (RF) à une fréquence plus basse appelée fréquence intermédiaire (IF) avec un dispositif mélangeur et un oscillateur local. Le signal est mélangé à une onde de fréquence proche de celle du signal et générée par l'oscillateur local. Cette conversion permet d'effectuer les opérations électroniques (amplification, filtrage) toujours à la même fréquence. Par ailleurs, les opérations ne peuvent pas être réalisées à la fréquence du signal pour laquelle les composants électroniques ne sont pas conçus. Aussi, dans ce domaine de fréquence, la conversion doit se faire en même temps que la réception, c'est ce qu'on appelle une réception hétérodyne. Les signaux sont ensuite amplifiés puis divisés en n_{sbv} sous bandes spectrales, où les signaux seront de nouveau transposés à une fréquence où le corrélateur analogique combine ensuite le signal par paires d'antennes soit $n_{sbv} \frac{N(N-1)}{2}$ corrélations pour les n_{sbv} sous bandes spectrales. Les signaux sont ensuite moyennés temporellement et numérisés.

- l'interférométrie d'addition

La seconde alternative est l'interférométrie additive. Elle permet non seulement d'utiliser un combineur de faisceaux avec une grande largeur de bande et un grand nombre de récepteurs N mais aussi d'utiliser des détecteurs cohérents ou incohérents comme les bolomètres. Le signal collecté par chaque récepteur est séparé en deux composantes polarisées orthogonales, l'une des composantes est tournée de 90° de sorte qu'elles puissent interférer et le déphasage de chaque signal est modulé. Des OMT (*Orthomode Transducer*) situés à la sortie des cornets vont permettre de déterminer simultanément les paramètres de Stokes. Un combineur somme toutes les voies ensemble et renvoie les différentes combinaisons possibles vers les bolomètres qui mesurent la puissance. La combinaison des différentes voies peut être réalisée en corrélant les lignes de base. Dans ce cas, de façon équivalente à un interféromètre de Michelson, les signaux de chaque récepteur doivent être divisés en $N-1$ voies afin que les corrélations de toutes les lignes de base $N(N-1)/2$ soient mesurées par le même nombre de bolomètres. Une seconde alternative est un corrélateur qui combine les signaux de chaque récepteur de telle sorte que chaque détecteur mesure la puissance d'une combinaison linéaire des signaux de chaque antenne. Ce type de combineur est appelé combineur de Butler ou de manière équivalente en optique un combineur de Fizeau. Le combineur Butler va délivrer les signaux de $2N$ antennes sur $2N$ détecteurs. Le nombre de détecteurs nécessaires est donc $2N$ alors que dans le cas d'un combineur Michelson, le nombre de détecteur est $N(N-1)/2$. Par ailleurs, les signaux des lignes de base redondantes peuvent être sommés de façon cohérente afin d'améliorer le rapport signal-sur-bruit de chaque bolomètre.

En ajoutant les signaux, le bolomètre mesure la puissance :

$$C = \langle |E_1 + E_2|^2 \rangle = \langle |E_1|^2 \rangle + \langle |E_2|^2 \rangle + (E_1 E_2^*). \quad (3.1.21)$$

Les deux premiers termes représentent les puissances des deux voies et le troisième terme le terme d'interférence.

3.1.6 La sensibilité d'un interféromètre

La sensibilité d'un interféromètre est donnée par

$$s = \frac{\sqrt{2}k_B T_{sys}}{A\eta\sqrt{n_b t_{int}\Delta\nu}} \quad (3.1.22)$$

T_{sys} est la température du système, A est la surface de chaque antenne, η est l'efficacité d'ouverture, n_b est le nombre de lignes de base, $\Delta\nu$ est la largeur de bande, et t_{int} le temps d'intégration. La largeur de bande pour un interféromètre induit une perte de cohérence déformant les franges d'interférence. La contribution de bruit d'un interféromètre provient principalement des récepteurs (à 30-50K), de la contamination par l'émission thermique du sol, et du rayonnement de fond cosmologique à 3K.

3.1.7 Application aux interféromètres pour l'étude du fond diffus

Les mesures d'un interféromètre sont directement réalisées dans l'espace de Fourier : un interféromètre mesure les paramètres de Stokes en corrélant les composantes du champ électrique collectées par chaque antenne avec les composantes du champ collecté par une autre antenne. Dans l'étude du rayonnement de fond cosmologique, pour décrire de façon statistique les anisotropies du fond diffus cosmologique, on calcule le spectre de puissance angulaire. Un interféromètre permet ainsi d'accéder à la mesure directe du spectre de puissance du rayonnement de fond cosmologique. Ce spectre est donné par la variance des visibilités obtenues dans l'approximation du ciel plat, convolué par la fonction fenêtre W_l de l'instrument. La fonction fenêtre W_l est obtenue par la transformée de Fourier du lobe primaire de l'instrument.

De façon générale, pour mesurer les paramètres de Stokes, un interféromètre polarimètre peut être utilisé en polarisation linéaire ou circulaire, le champ électrique d'une antenne i sera alors E_i^η avec $\eta = \{x, y\}$ en polarisation linéaire et $\eta = \{R, L\}$ en polarisation circulaire. Les expressions des visibilités selon les paramètres de Stokes pour deux antennes i et j sont

$$V_{ij}(\vec{u}) = \int \mathbf{B}_i(\vec{\sigma})\mathbf{P}(\vec{\sigma})\mathbf{B}_j(\vec{\sigma}) \exp[-2\pi i\nu(\frac{\hat{s}\cdot\vec{\sigma}}{c})]d\Omega. \quad (3.1.23)$$

La matrice $B_i(\vec{\sigma})$ représente le lobe de l'antenne i pour les deux polarisations, et est proportionnelle à la matrice identité dans le cas idéal.

La matrice $\mathbf{P}(\vec{\sigma})$ est la matrice 2×2 des paramètres de Stokes

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} I + Q & U + iV \\ U - iV & I - Q \end{pmatrix}. \quad (3.1.24)$$

Dans le cas d'un interféromètre en polarisation linéaire, les visibilités des paramètres de Stokes peuvent être déterminées selon

$$V_I = \frac{1}{2}(V_{xx} + V_{yy}), \quad (3.1.25)$$

$$V_Q = \frac{1}{2}(V_{xx} - V_{yy}), \quad (3.1.26)$$

$$V_U = \frac{1}{2}(V_{xy} + V_{yx}), \quad (3.1.27)$$

$$V_V = \frac{1}{2i}(V_{xy} - V_{yx}). \quad (3.1.28)$$

Chacune des antennes sépare la polarisation de la radiation incidente en polarisation orthogonale linéaire. Les deux premières corrélations permettent d'obtenir I , les deux dernières U . Une rotation de l'instrument de 45° permettra d'obtenir Q . Dans le cas du rayonnement de fond cosmologique linéairement polarisé, on devrait obtenir $V = 0$, cependant il peut être utile de mesurer le paramètre de Stokes V pour estimer la fuite induite par les effets systématiques.

De manière équivalente dans le cas d'une expérience en polarisation circulaire, nous obtenons

$$V_I = \frac{1}{2}(V_{RR} + V_{LL}), \quad (3.1.29)$$

$$V_Q = \frac{1}{2}(V_{RL} + V_{LR}), \quad (3.1.30)$$

$$V_U = \frac{1}{2i}(V_{RL} - V_{LR}), \quad (3.1.31)$$

$$V_V = \frac{1}{2}(V_{RR} - V_{LL}). \quad (3.1.32)$$

Dans le cas d'un instrument en polarisation linéaire, les paramètres de Stokes Q et U ne sont pas déterminés simultanément par une même ligne de base, ce qui est possible dans le cas d'un instrument en polarisation circulaire.

Ainsi les quatre transformées de Fourier $V^X(\vec{u})$ sont obtenues par soustraction ou addition des paires de corrélation et ensuite, par synthèse d'ouverture, la distribution du ciel peut être reconstruite.

3.2 Comparaison Interférométrie/Imagerie

Les projets actuels dans le but de la détection des modes B de polarisation du fond diffus cosmologique (BICEP [190], EBEX [139], QUIET [49] ...) sont basés sur le concept d'un imageur. Cependant, il ne faut pas oublier que les premiers instruments à détecter la polarisation du fond diffus cosmologique étaient des interféromètres : DASI [83] et CBI [140]. Dans cette partie, nous allons expliquer les avantages et inconvénients de ces deux concepts dans le cadre de l'étude du rayonnement de fond cosmologique.

3.2.1 Interférométrie

Pour augmenter la sensibilité pour la détection des modes B de polarisation du rayonnement de fond cosmologique, un interféromètre doit collecter plus de modes du ciel ce qui nécessite d'augmenter le nombre d'antennes (dans le cas d'antennes monomodes), opérer avec une largeur de bande importante et observer sur plusieurs bandes de fréquence afin de pouvoir contraindre les émissions d'avant-plans.

3.2.1.1 Avantages

Nous aurons compris qu'un avantage majeur de l'interférométrie est la connaissance précise du lobe synthétique et de la fonction fenêtre de l'instrument. Le premier ne dépend que de l'échantillonnage du plan uv et la seconde est obtenue en réalisant la transformée de Fourier du lobe primaire. La couverture des échelles angulaires peut être importante et ne dépend donc que de la couverture du plan uv . De plus, la résolution angulaire de l'instrument ne dépend que de la configuration de la matrice des récepteurs, elle est donc bien connue et permet d'assurer une stabilité des lobes sur un temps d'intégration important.

Un interféromètre mesure intrinsèquement des corrélations sur le ciel. Il est donc plus stable qu'un imageur qui mesure la puissance totale de chaque détecteur. Toute composante constante du ciel sera rejetée, par exemple, un interféromètre ne sera pas affecté par les variations de l'atmosphère temporelles à grande échelle. Ce type de mesure est complètement adapté pour la mesure des anisotropies du rayonnement de fond cosmologique : l'estimation du spectre de puissance des anisotropies du fond diffus est la transformée de Fourier du ciel. Ainsi, un interféromètre mesure directement les modes de la transformée de Fourier des champs de température et de polarisation donc leur spectre de puissance. Le carré des visibilitées donne une estimation de ces spectres convolués par la fonction fenêtre de l'instrument. Il a été montré [143] qu'un interféromètre permet de séparer les modes E et B plus proprement qu'un imageur.

Il ne faut pas oublier le contrôle des effets systématiques avantage majeur d'un interféromètre comme la méthode de *calibration* développée pour l'instrument QUBIC (cf. Chapitre 5). Un interféromètre permet aussi d'introduire des modulations supplémentaires à chaque étage de modulation afin d'obtenir un meilleur contrôle des effets systématiques.

3.2.1.2 Désavantages

Un interféromètre présente certains désavantages qui, pour la mesure du rayonnement de fond cosmologique, amènent certains à préférer les expériences de mesure de la puissance totale comme les imageurs.

La sensibilité de brillance d'un interféromètre est moins bonne que celle d'une unique antenne pour la même couverture du ciel car l'angle solide du lobe synthétique d'un interféromètre est inférieur à celui d'une antenne unique d'un facteur D^2/d^2 avec D le diamètre du récepteur et d la longueur de la plus grande ligne de base.

Dans le cas d'une source diffuse comme le rayonnement de fond cosmologique, la densité de flux S dépend du facteur de remplissage f de la matrice de récepteurs par

$$S = \frac{2kT_B\Omega}{f\lambda^2} \quad (3.2.1)$$

avec T_B la température de brillance et le facteur de remplissage f de la matrice de récepteurs défini par

$$f = N \frac{D^2}{d^2} \quad (3.2.2)$$

où N est le nombre de récepteurs.

Un second désavantage est la mesure des grandes échelles angulaires qui nécessite la

mesure des plus petites lignes de base, or les grandes échelles angulaires plus larges que le lobe primaire sont impossibles à mesurer. Par conséquent, les cartes réalisées par synthèse d'ouverture sont difficiles à réaliser aux échelles supérieures au lobe synthétique où il y a une perte de flux.

Un instrument basé sur le concept de l'interférométrie multiplicative est limité, dans le cas d'un corrélateur digital, par sa largeur de bande³ et en nombre de lignes de base dans le cas d'un corrélateur analogue. Les interféromètres DASI [83] et CBI [140] possèdent 13 antennes et donc 78 lignes de base. Pour un instrument avec $N=100$, la faisabilité d'un corrélateur pour 4950 lignes de base devient impossible. De plus, l'ordre de grandeur du prix d'un corrélateur est d'environ 1000 dollars, si le nombre de récepteurs est $N=100$, le prix total pour effectuer toutes les corrélations est environ 5 millions de dollars.

3.2.2 Imagerie

A la différence d'un interféromètre qui observe dans l'espace de Fourier, un imageur observe dans l'espace direct en déplaçant son lobe sur le ciel. L'observable dans ce cas est la carte du rayonnement de fond cosmologique et non son spectre de puissance.

L'intensité mesurée par un détecteur avec $E_d(\nu, \hat{n})$ le champ électrique collecté par le détecteur d , à la fréquence ν et avec la direction de pointage \hat{n} est la somme des intensités provenant de chaque direction et de chaque fréquence

$$I_d = \int \int \langle E_d^\dagger(\nu, \hat{n}) \cdot E_d(\nu, \hat{n}) \rangle d\nu d\hat{n}. \quad (3.2.3)$$

Pour un détecteur polarisé, avec un lobe symétrique et gaussien, sensible à une polarisation de direction \vec{e}_x , dans son repère de référence, la puissance reçue par un détecteur est donnée par

$$I_d = g(I + \rho[Q \cos 2(\alpha) + U \sin(\alpha) + V \sin(\alpha)]) + n \quad (3.2.4)$$

où α est l'angle d'orientation entre le référentiel du ciel et du détecteur, g le gain total de l'instrument, ρ l'efficacité de polarisation, et n le bruit instrumental.

Un détecteur polarisé ne mesure que l'intensité. Pour chaque direction d'observation, il est nécessaire de combiner au moins trois mesures avec des orientations de polariseurs différentes pour déterminer les trois paramètres de Stokes I , Q et U .

3.2.2.1 Avantages

Les bolomètres permettent l'étude du rayonnement cosmologique sur toute la gamme de longueur d'onde millimétrique. La sensibilité d'un imageur est meilleure que celle d'un interféromètre où l'amplification du signal avec des HEMTs, avant corrélation, introduit un bruit qui constitue le bruit prédominant instrumental. Les imageurs équipés de bolomètres ne sont limités que par le bruit de photons lorsqu'ils sont refroidis à basse température (environ quelques kelvin). De plus, il est possible d'améliorer la sensibilité d'un imageur en augmentant le nombre de bolomètres ce qui est de plus en plus faisable avec l'amélioration de la technologie de microfabrication des supraconducteurs. Ces avancées technologiques permettent la production de matrices de bolomètres de plus en plus grandes avec un facteur de remplissage important.

3. La largeur de bande d'un interféromètre hétérodyne est égale actuellement à 1.4 GHz.

3.2.2.2 Désavantages

La mesure de polarisation du rayonnement de fond cosmologique requiert un très bon contrôle des effets systématiques ce qui constitue un défi pour un imageur où la première composante de l'instrument à observer le ciel est un télescope. L'optique à l'entrée du télescope peut induire une contamination par du signal parasite venant du sol et cette contamination ne peut être facilement modélisée. Par ailleurs, un imageur mesure la puissance totale du signal, il est alors affecté par les variations temporelles de l'atmosphère à grande échelle ce qui nécessite une stratégie d'observation optimisée pour contrôler cet effet systématique.

Un dernier désavantage est la résolution angulaire d'un imageur qui dépend des propriétés optiques du télescope et non des récepteurs comme dans le cas d'un interféromètre.

3.2.3 Effets systématiques

Les références [35, 95] font une énumération des effets systématiques pour le concept d'un imageur et d'un interféromètre. Le tableau 3.3 résume les effets systématiques dans le cadre de ces deux concepts et les solutions proposées.

Effets systématiques	Effet	Imageur	interféromètre
Polarisation croisée	$E, B \rightarrow B, E$	Rotation de l'instrument (lame rotative) Correction dans l'analyse	Rotation de l'instrument (lame rotative) Correction dans l'analyse
Ellipticité des lobes	$\nabla^2 T \rightarrow B$	Rotation de l'instrument Faible largeur de bande	Pas de fuite de $dT \rightarrow E, B$
Lobes secondaires	$\nabla T \rightarrow B$	Correction dans l'analyse	Correction dans l'analyse (pour les cornets faibles)
Gain différentiel	$T \rightarrow B$	échantillonnage + concept	Rotation de l'instrument (lame rotative)
Angle de polarisation	$E \rightarrow B$	Caractérisation + Mesure	Pas de fuite de $dT \rightarrow E, B$
Calibration relative	$\nabla T \rightarrow B$	Calibration sur les anisotropies de température	Camparaison entre détecteurs
Polarisation instrumentale	$\nabla T \rightarrow B$	Rotation de l'instrument (lame rotative) Correction dans l'analyse	Propre (pas d'optique réfléchive)
Bruit en $1/f$ des détecteurs	rayure dans les cartes	stabilisation des détecteurs et électroniques de lecture - contamination corrélée filtrée	Balayage du ciel lent
Avants-plans astrophysiques		Bandes de fréquence multiples	Bandes de fréquence multiples
Erreurs de pointage	$\nabla E \rightarrow B$	Rotation de l'instrument (lame rotative)	Pas de fuite de $dT \rightarrow E, B$
Fluctuations atmosphériques	rayure dans les cartes	Caractérisation et soustraction Stratégie de balayage	Propre (sauf si polarisation importante alors mesure de V^V)

TABLE 3.3: Liste non exhaustive des effets systématiques dans le cas d'un imageur et d'un interféromètre et les solutions proposées (tableau tiré de [196]).

Ce tableau montre que des effets systématiques importants en imagerie sont significativement réduits en interférométrie. Certains de ces effets systématiques peuvent être contrôlés par l'amélioration du concept expérimental et par une prise en compte dans l'analyse des données. Le bruit en $1/f$, les lobes secondaires, le gain électronique, les erreurs de pointage sont des systématiques déjà bien connues des expériences dédiées aux rayonnement de fond cosmologique. Cependant, dans le but de la détection des modes B de polarisation, le signal attendu étant beaucoup plus faible que l'observation des anisotropies de température, ces effets peuvent devenir prédominants puisque le signal attendu sera faible.

Pour un imageur, les paramètres de Stokes sont déterminés par la soustraction des intensités des deux polarisations. Dans le cas par exemple d'une erreur de pointage, une erreur sur la détermination des intensités des deux polarisations linéaires va induire une fuite de la puissance totale dans la polarisation.

Pour un interféromètre, les signaux sont combinés et ensuite la puissance est calculée pour obtenir les intensités. Les visibilités des paramètres de Stokes Q et U n'ont aucune contribution dans l'expression de l'intensité totale. Par ailleurs, les cornets corrugués, pouvant être utilisés dans le cas d'un interféromètre additif, ont de faibles lobes secondaires et ont des lobes circulaires très bien définis. Ces cornets peuvent être maintenus à une température cryogénique afin de réduire l'émissivité.

3.2.4 Conclusion

La détection des modes B de polarisation nécessite un contrôle très important des effets systématiques. Un interféromètre a l'avantage sur un imageur sur ce point notamment parce que les premières composantes à collecter le signal sont les antennes et non un jeu de miroirs qui introduisent des lobes secondaires et donc du bruit environnant. Le champ de vue d'un interféromètre est déterminé par le champ de vue d'une antenne et non par un système optique hors-axe comme dans le cas d'un imageur.

Un imageur a une meilleure sensibilité qu'un interféromètre. De plus, accroître la sensibilité d'un interféromètre signifie accroître le nombre de récepteurs c'est à dire augmenter le nombre de corrélateurs nécessaires, qui est proportionnel au carré du nombre de voies d'entrée, donc l'instrument devient plus en plus complexe. Le nombre dominant actuellement d'imageurs par rapport au nombre d'interféromètres peut s'expliquer par leur avantage en terme de sensibilité : par la possibilité de faire de grandes matrices de détecteurs.

3.3 L'interférométrie bolométrique avec l'instrument QUBIC

Nous avons montré dans la partie précédente que les technologies hétérodyne et bolométrique ont joué un rôle important dans la mesure des anisotropies du rayonnement de fond cosmologique. Tandis que les bolomètres appartiennent aux instruments qui imagent directement le ciel en mesurant la puissance totale du signal. Un interféromètre reste l'instrument de la radio-astronomie où le terme de phase est nécessaire pour l'interférence à la base du corrélateur mais présente une moins bonne sensibilité qu'un imageur. Cependant, un imageur est limité par le contrôle des effets systématiques. Peu de progrès semblent être possibles pour améliorer cet effet, contrairement aux interféromètres qui présentent naturellement différentes méthodes pour contrôler les effets systématiques.

Une alternative à ces deux technologies repose sur l'interférométrie additive avec l'interférométrie bolométrique.

3.3.1 Emergence du concept

L'instrument QUBIC est le premier interféromètre bolométrique pour détecter les modes B de polarisation du rayonnement de fond cosmologique. L'instrument complet contiendra six modules de 400 cornets primaires à trois fréquences différentes : 90, 150 et 220 GHz, chaque module contiendra deux plans focaux de 1024 bolomètres avec 25% de largeur de bande et un lobe primaire de 14° FWHM. L'objectif est de contraindre un rapport tenseur sur scalaire r de 0.01 à 95% de niveau de confiance avec l'instrument complet et un an de données. Le premier module de QUBIC a pour but d'obtenir une valeur du rapport tenseur sur scalaire de 0.05 à 95% de niveau de confiance. La collaboration a reçu un financement ANR (Agence nationale de la recherche) qui permet en partie de financer ce premier module.

La collaboration QUBIC résulte de la fusion en 2008 de deux collaborations BRAIN5 et MBI4 qui ont décidé de joindre leur effort dans le but de détecter les modes B avec le concept d'interférométrie bolométrique.

La collaboration MBI-4 *Millimeter-wave Bolometric Interferometer* [196], collaboration américaine, anglaise et irlandaise, a développé un démonstrateur d'interféromètre bolométrique de 4 cornets d'entrée, des déphaseurs à ferrites, un combinateur de faisceaux quasi-optique de type Fizeau, sur-axe de type Cassegrain, avec un plan focal contenant une matrice de 16 bolomètres spiderweb (Germanium et senseur thermique NTD). Ces bolomètres sont maintenus à froid lors de la prise de données à 330 mK à l'aide d'un réfrigérateur à dilution d'hélium ^3He . L'instrument est fixé sur une monture mécanique altazimuthale et permet une rotation de l'instrument autour de son axe optique. L'instrument a été testé à l'observatoire de Pine Bluff près de Madison dans le Wisconsin. Ce démonstrateur a permis de valider le concept d'interférométrie bolométrique en observant des franges d'interférence (Fig.3.3.1), lors de la campagne 2009, à l'aide d'une source Gunn, en accord avec les simulations.

La collaboration BRAIN *B-Mode Radiation Interferometer* [161], collaboration britannique, française et italienne, a lancé plusieurs campagnes de test (logistique et étude de l'atmosphère) du site de la base Franco-Italienne Concordia au Dôme C en Antarctique durant les périodes estivales de 2006, 2007 et 2009.

Ce site présente de bonnes conditions d'observation en raison de la profondeur optique de l'atmosphère inférieure à 0.05 à 95% de niveau de confiance, une température de brillance de l'atmosphère très faible (14 K) et une bonne transmission, le niveau de vapeur d'eau précipitable étant très bas. Des campagnes de test du site ont lieu avec l'instrument Brain Pathfinder durant les étés. Une grande partie de la puissance optique arrivant sur le détecteur est due à l'émission de l'atmosphère, le choix du site d'observation est donc primordial. La localisation de l'expérience permet de déterminer la limite idéale du bruit de l'expérience.

Par ailleurs, un démonstrateur laboratoire d'interférométrie bolométrique DIBO [75] composé de deux cornets pointant dans la même direction, opérant à 90 GHz et un bolomètre à 4 K, a été réalisé avec succès au laboratoire APC. Le but était de vérifier le concept mais aussi de comprendre la propagation des erreurs instrumentales et l'effet de largeur de bande. Le démonstrateur a permis de mesurer avec une source artificielle des franges d'interférence à deux fréquences 80 et 90 GHz.

La collaboration QUBIC (Figure 3.3.2) est aujourd'hui une collaboration mondiale entre la France (APC Paris, CESR Toulouse, CSNSM Orsay, IAS Orsay), l'Irlande (Maynooth University), l'Italie (Universita di Roma La Sapienza, Universita di Milano Bicocca), le Royaume-Uni (University of Manchester) et les Etats-Unis (University of Wisconsin, Brown University, Richmond University).

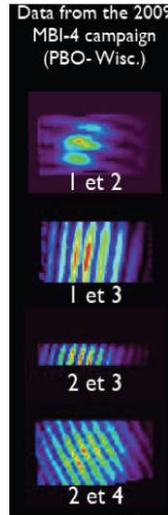


FIGURE 3.3.1: Résultats de la campagne MBI-4 de 2009. La fréquence et l'orientation des franges d'interférence sont en accord avec les simulations réalisées de l'instrument.



FIGURE 3.3.2: La collaboration QUBIC

3.3.2 L'instrument QUBIC

3.3.2.1 Le concept

Le concept de l'instrument QUBIC est représenté par la figure 3.3.3. Derrière la fenêtre du cryostat, se situe la lame demi-onde, qui permet de moduler la polarisation du champ

électrique entrant. Le choix de ce placement de la lame demi-onde sera expliqué dans le chapitre 5 de cette thèse. Les récepteurs sont deux matrices de cornets : les matrices de cornets primaires et secondaires dos à dos en configuration circulaire dans le but de maximiser la redondance des lignes de base. Des filtres sont placés devant et entre la matrice de cornets primaires. Des interrupteurs sont situés entre les deux matrices de cornets et ne seront utilisés que durant la phase de *calibration*. Ce sont des pièces mécaniques pouvant être actionnées par des électro-aimants.

Les champs électriques réémis par la matrice des cornets secondaires avec un certain angle sont ensuite corrélés par un combinateur de faisceaux quasi-optique et centrés sur un pixel du plan focal. Dans un cas idéal, les lignes de base équivalentes donnent ainsi des franges d'interférence identiques. Une grille polarisante permet de séparer la polarisation x et y et chaque signal résultant sera envoyé sur un plan focal. Chaque bolomètre mesure une combinaison linéaire des paramètres de Stokes I , Q et U .

Le concept de l'interférométrie bolométrique est ainsi l'équivalence millimétrique de l'interféromètre de Fizeau, les cornets jouant le rôle de pupilles diffractives. Il permet d'obtenir les avantages d'un interféromètre avec une largeur de bande importante. De plus, le combinateur optique couplé avec la technologie du bolomètre permet d'effectuer toutes les corrélations pour un nombre quelconque de cornets sans augmenter le prix de l'instrument, contrairement à un interféromètre hétérodyne dont le coût augmente considérablement avec le nombre de lignes de base de l'instrument.

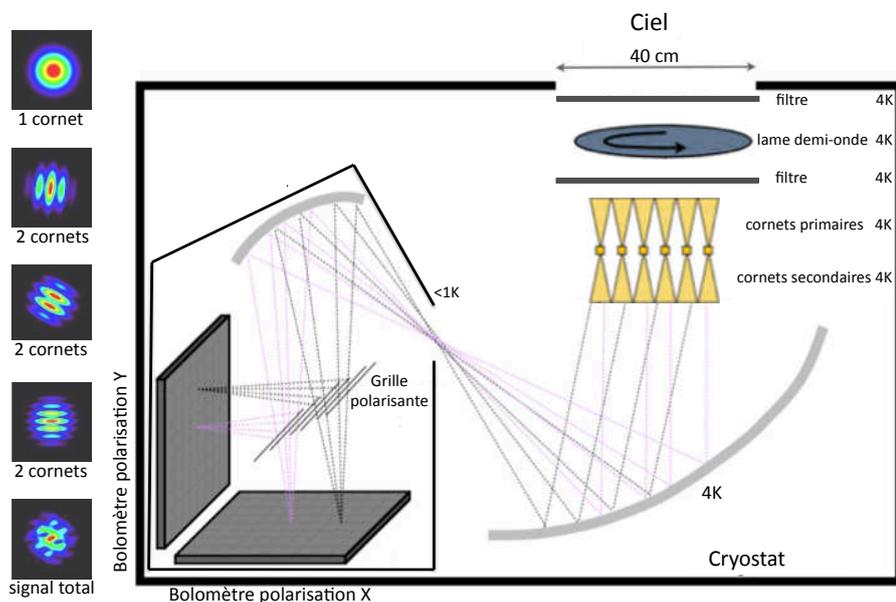


FIGURE 3.3.3: Concept de l'instrument QUBIC. A gauche, sont représentées l'image obtenue sur le plan focal pour un cornet ouvert, pour trois paires de cornets avec différentes orientations et différentes longueurs de ligne de base, et l'image du signal pour tous les cornets ouverts qui résulte de la somme de toutes les franges d'interférence.

3.3.2.2 Les composantes

Dans cette partie, nous allons décrire les différentes composantes de l'instrument QUBIC. Ces composantes sont principalement celles utilisées pour un imageur. Une description détaillée est donnée par [164].

3.3.2.2.0.1 Cryostat

La figure 3.3.4 représente le cryostat de l'instrument QUBIC. Le premier étage du cryostat est refroidi par un pulse-tube permettant un fonctionnement continu de l'instrument à 4 K. Le pulse-tube refroidit les filtres, les cornets, la lame demi-onde, la grille polarisante, le combinateur optique. Le second étage thermique contient les bolomètres et la chaîne de détection refroidis à 100 mK par un réfrigérateur à dilution.

La fenêtre du cryostat de largeur de 43 cm est composée d'un polymère Zotefoam qui est transparent aux ondes millimétriques et d'une épaisseur d'environ 20 cm. La taille de la fenêtre est limitée par la contrainte de maintenir l'intérieur du cryostat à vide par rapport à l'extérieur de la fenêtre qui est à pression atmosphérique et de maintenir une température cryogénique. Par conséquent la taille de la fenêtre est limitée par la cryogénie mais aussi par la limite de fabrication de grands filtres. Le cryostat est réalisé par l'équipe de Rome et la dilution par l'institut Néel à Grenoble.

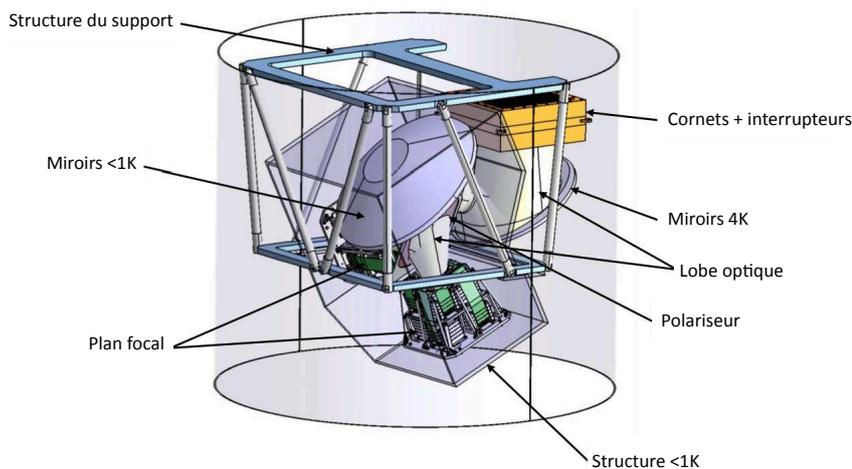


FIGURE 3.3.4: Cryostat de l'instrument QUBIC. Cette figure a été réalisée par Claude Chapron.

3.3.2.2.0.2 Lame demi-onde achromatique

La lame demi-onde permet de moduler le signal du ciel entrant. La localisation de la lame demi-onde devant la matrice de cornets primaires permet d'éviter la fuite d'intensité dans la polarisation dans le cas d'une lame demi-onde sans inhomogénéité. Ce résultat est démontré dans le chapitre 5.

Un champ électromagnétique linéairement polarisé E_η qui se propage à travers la lame demi-onde à la vitesse angulaire ω émerge linéairement polarisé E'_η avec son orientation tournée de deux fois la phase de la lame demi-onde $2\omega t$. Le champ obtenu s'écrit

$$\begin{pmatrix} E'_x \\ E'_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 2\omega t & \sin 2\omega t \\ \sin 2\omega t & -\cos 2\omega t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}. \quad (3.3.1)$$

En plus de moduler la polarisation du signal entrant, la lame demi-onde permet de réduire le bruit instrumental : le signal ne traversant pas la lame demi-onde ne sera pas modulé. Les effets systématiques induits par la lame demi-onde seront diminués lors du refroidissement à 4K. Si la lame demi-onde présente des inhomogénéité, elle peut induire une fuite d'intensité dans la polarisation. Le mécanisme rotatif sera basé sur le concept réalisé pour l'expérience PILOT [177] avec une rotation type étape par étape avec une précision de l'ordre de 0.1 degrés afin de pas induire un mélange des paramètres de Stokes de Q et U. Une rotation par étape permet de garder la lame demi-onde stable pendant un intervalle de temps et ainsi le bruit induit ne constituera qu'un *offset* pouvant être soustrait.

La technologie de la lame demi-onde sera une lame achromatique, réalisée dans un matériau biréfringent : quartz et composé d'un réseau métallique (conception et réalisation avec les filtres à l'Université de Manchester). Un schéma de la lame demi-onde est donné par 3.3.5. Elle permettra un déphasage de 180° d'une des composantes de la polarisation de l'onde incidente par rapport à l'autre.

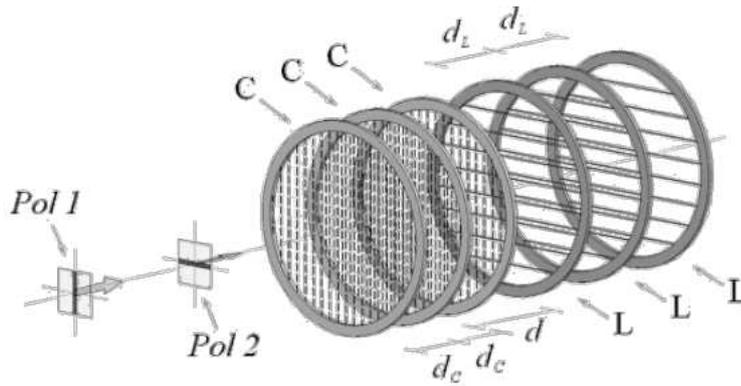


FIGURE 3.3.5: Lame demi-onde achromatique. Dessin réalisé par Giampaolo Pisano.

3.3.2.2.0.3 Matrice de cornets

La matrice de cornets primaires couple le rayonnement reçu à l'instrument. Les cornets sont en matériau conducteur et permettent de transmettre le signal du ciel vers l'instrument. Ils ont une forme conique. Ils forment un lobe sur le ciel : le lobe primaire $B(\hat{n}) = |A_i(\hat{n})|^2$ avec \hat{n} la direction du ciel, et i l'indice du cornet. Le lobe primaire donne la fraction de signal du ciel transmise pour chaque direction \hat{n} . L

Le signal collecté par un cornet i observant un champ électromagnétique $E_i(\hat{n})$ s'écrit

$$E_i(\hat{n}) = \int A_i(\hat{n}) E_i(\hat{n}) d\hat{n}. \quad (3.3.2)$$

Un cornet peut être comparé à une pupille diffractive de surface S couvrant un angle solide sur le ciel Ω tel que

$$S\Omega = \kappa^2\lambda^2. \quad (3.3.3)$$

λ représente la longueur d'onde du champ électromagnétique, κ est une constante dont la valeur dépend de la forme du profil du lobe du cornet et de sa corrugation.

L'angle solide couvert par le lobe d'un cornet est $\Omega = \int B(\hat{n})d\hat{n}$ et la fraction du ciel observée est $f_{sky} = \frac{\Omega}{4\pi}$.

Avec un lobe gaussien de variance σ^2 , l'angle solide s'écrit $\Omega = 2\pi\sigma^2$. La transformée de Fourier d'un lobe gaussien est une gaussienne $\tilde{B}(\vec{u}) = \Omega \exp(-\pi\Omega\vec{u}^2)$ et la résolution dans l'espace de Fourier est alors égale à $\sigma_u = \frac{1}{\sqrt{2\pi\Omega}}$.

Pour l'instrument QUBIC, le lobe primaire des cornets est de 14 degrés de largeur à mi-hauteur (FWHM), cette valeur a été fixée selon la contrainte des échelles angulaires visées par l'instrument $l \sim 100$. Avec ces caractéristiques, la valeur du paramètre κ est 1.344. Ces caractéristiques sont celles des cornets de l'expérience CLOVER [192].

Le rapport $\frac{S}{\kappa^2}$ donne la surface effective S_{eff} couverte par le cornet. C'est cette surface d'un cornet qui doit être prise en compte, l'éclairement n'étant pas uniforme dans le plan des cornets. Les cornets ont donc une étendue donnée par la relation $S_{eff}\Omega$.

Le nombre maximal de cornets n_h est donné par

$$\sqrt{n_h d_h} = d_{window} - 2H \tan\left(\frac{3FWHM}{2}\right) \quad (3.3.4)$$

avec d_h le diamètre des cornets, d_{window} le diamètre de la fenêtre du cryostat et H l'épaisseur des filtres entre les cornets et la fenêtre estimée à 6cm pour des cornets à 4K par l'équipe de Manchester. La quantité $\frac{3FWHM}{2}$ est ajoutée au diamètre de la matrice de cornets afin d'éviter du vignettage.

Le nombre de cornets maximal est ainsi contraint directement par la taille de la fenêtre du cryostat et par la taille du lobe primaire pour une fréquence donnée.

De l'Eq.3.3.4, nous déduisons que pour les différents modules du QUBIC, à des fréquences différentes, le nombre de cornets pourra être augmenté avec la même taille de fenêtre du cryostat et avec le même échantillonnement d'échelles angulaires et un élargissement de la fenêtre du cryostat entraîne une diminution des lobes des cornets pour un même nombre de cornets.

L'ensemble de ces critères conduisent à un concept pour le premier module d'une matrice de 400 cornets primaires et secondaires avec des lobes gaussiens de 14 degrés FWHM en configuration circulaire, distribués selon une grille carrée avec un maximum de redondance afin d'optimiser la sensibilité de l'instrument. Ce premier module est à la fréquence de 150 MHz. L'épaisseur des cornets est de 1 mm et leur diamètre intérieur de 19.3 mm.

Les cornets ont une forme conique et sont corrugués à l'intérieur afin d'améliorer les caractéristiques de transmission, la forme du lobe et de diminuer les lobes secondaires par rapport aux cornets lisses et de réduire la polarisation croisée. Les matrices de cornets seront construites en bloc de plaquettes, ensuite assemblées. Le résultat de l'assemblage des plaquettes et la corrugation des cornets est représenté par la figure 3.3.6.

Les cornets tiennent un rôle crucial dans le concept de l'instrument QUBIC, il est donc important que leur lobe soit bien caractérisé et de réduire la fuite de polarisation croisée qui constitue un problème majeur pour un interféromètre comme pour un imageur, mais aussi leurs lobes secondaires. Ils doivent avoir un lobe circulaire en champ lointain et opérer à une largeur de bande de 25%. Une largeur de bande plus importante ajouterait

de la charge thermique sur le plan focal induite par les raies d'émission de l'atmosphère. Des cornets monomodes ont été choisis car ils remplissent les critères énumérés ci-dessus et peuvent être facilement réalisés aux fréquences d'observation de l'instrument QUBIC. Les cornets multimodes ont l'avantage d'augmenter le nombre de photons reçus en entrée mais peuvent avoir un impact sur l'information de la polarisation et ne remplissent pas forcément le critère d'un lobe bien défini et circulaire et le critère des lobes secondaires.



FIGURE 3.3.6: Cornets de l'instrument QUBIC. A gauche est représentée une matrice de 4x4 cornets constituées de plaquettes assemblées. A droite est montrée la corrugation des cornets.

3.3.2.2.0.4 *Filtres*

Des filtres vont être placés à différents étages de température dans le cryostat et vont jouer ainsi différents rôles. A la température de l'atmosphère, la fenêtre du cryostat émet de la radiation qui peut être rejetée par des filtres thermiques de faible émissivité. Avant la matrice de cornets primaires, des filtres passe-bas seront positionnés dans le but de sélectionner le rayonnement entrant dans la matrice de corneet primaire et un filtre thermique pourra être aussi placé dans le but de réduire la charge thermique. Ces filtres situés devant les cornets primaires doivent être bien testés car ils peuvent avoir un impact sur la forme du lobe de l'instrument et peuvent induire une polarisation instrumentale. Les matrices de cornets et la chaîne de détection constituent deux étages thermiques différents (4 K et 100 K). A chaque étage, des filtres sont placés afin de supprimer le rayonnement en dehors de la bande d'intérêt.

3.3.2.2.0.5 *Interrupteurs*

Les interrupteurs situés entre la matrice de cornets primaires et secondaires ne serviront que durant la phase de *calibration* décrite dans le chapitre 5. Ils doivent permettre de fermer tous les cornets indépendamment les uns des autres durant la phase de *calibration* et permettront donc de contrôler les effets systématiques. Ils peuvent être vus comme des « volets » qui ferment les guides d'onde entre les deux matrices de cornets lorsqu'on souhaite qu'une ligne de base ne soit pas mesurée. Ils fonctionneront à l'aide d'électro-aimants à une température de 4 K.

3.3.2.2.0.6 Combinateur optique

Le combinateur de faisceaux pour l'instrument QUBIC est un combinateur quasi-optique de Fizeau, il permet de superposer tous les lobes provenant des cornets secondaires avec un certain angle pour former les franges d'interférence imagées sur le plan focal. Il induit un déphasage géométrique par la différence de chemin des rayonnements émis par les cornets secondaires et traversant le télescope

$$\varphi_i(\hat{d}_q) = 2\pi \frac{\vec{x}_i \cdot \hat{d}_q}{\lambda D_f} \quad (3.3.5)$$

où f_D est la distance focale du combinateur de faisceau, \vec{x}_i la position du cornet i et \hat{d}_q la position du bolomètre dans le plan focal. Ce déphasage géométrique respecte naturellement la sommation cohérente des lignes de base équivalentes.

Plusieurs projets (POLARBEAR [106]) utilisent à la place d'un télescope avec deux miroirs un jeu de lentilles. Cependant, dans le cadre du premier module de QUBIC, les propriétés de ces lentilles dans la gamme de longueur d'onde d'intérêt (autour de 100 GHz) sont encore mal connues et difficiles à modéliser. Pour un combinateur composé d'un jeu de lentilles, les réflexions sont non modélisées, l'indice de réfraction n'est pas forcément homogène. Une représentation du combinateur optique constitué de deux miroirs avec le plan focal est donnée par la figure 3.3.8. Nous reviendrons sur cette composante de l'instrument et sur son rôle crucial dans le Chapitre 4.

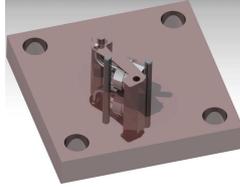


FIGURE 3.3.7: Dessin d'un interrupteur. Ces interrupteurs seront situés entre chaque couple de cornets primaires et secondaires et ne seront utilisés que durant la phase de calibration. Ce dessin a été réalisé par Nathan Bleurvacq.

3.3.2.2.0.7 Chaîne de détection

Une grille polarisante va permettre de séparer la polarisation à la sortie du combinateur optique et de diriger le signal vers deux matrices de détecteurs.

Le nombre de bolomètre nécessaire est déterminé selon l'échantillonnage des franges d'interférence et la distance focale. Il est contraint par la fraction de puissance émise par les cornets secondaires que peut collecter le plan focal. Pour que la plus courte ligne de base soit échantillonnée de n_p périodes complètes, le nombre de bolomètres N_b est donné par

$$\sqrt{N_b} = \frac{n_p D_f}{d_b u_{min}} = n_p n_s \frac{u_{max}}{u_{min}} = n_p n_s \frac{l_{max}}{l_{min}}. \quad (3.3.6)$$

n_s est le nombre d'échantillonnage (le théorème de Nyquist montre que le nombre d'échantillonnage minimal est $n_s = 2$) et d_b la taille d'un bolomètre.

Le plus petit multipôle accessible donné par la distance entre deux cornets est $l_{min} = 36$, le plus grand multipôle accessible $l_{max} = 200$ et le nombre de périodes échantillonnées de la plus courte ligne de base est $n_p = 1$. Pour un nombre d'échantillonnage $n_s = 3$, nous obtenons $N_{bol} = 289$.

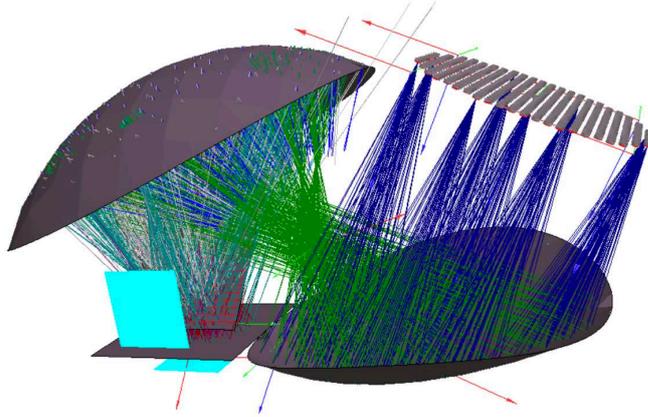


FIGURE 3.3.8: Combinateur optique réalisé avec GRASP par l'équipe de Maynooth.

Chaque bolomètre mesure le module au carré d'une combinaison linéaire des signaux d'entrée (les radiations collectées par les cornets primaires). Les corrélations entre les différents canaux sont réalisées par les bolomètres

$$\langle |E_1 + E_2|^2 \rangle = \langle |E_1|^2 \rangle + \langle |E_2|^2 \rangle + 2\text{Re}[\langle |E_1 E_2^*| \rangle]. \quad (3.3.7)$$

Les deux premiers termes représentent les puissances totales des signaux E_1 et E_2 provenant de deux cornets différents et le troisième terme représente le terme d'interférence proportionnel au terme de visibilité.

Les bolomètres refroidis à une température $T < 0.3$ K constituent des détecteurs incohérents à large bande les plus sensibles dans le domaine millimétrique. Les bolomètres réalisés pour l'expérience QUBIC sont basés sur la technologie de senseur supraconductrice NbSi (*transition edge sensors* TESs) et d'une lecture multiplexée temporelle des détecteurs en parallèle. Le multiplexage est composé de deux composantes : un amplificateur et un interrupteur : les SQUIDS (*superconducting quantum interference device*) à 100 mK et l'amplificateur SiGe ASIC (*Application-Specific Integrated Circuit*) à 4 K. La sensibilité des bolomètres est déterminée par le bruit de photons qui dépend de la puissance totale de bruit reçue par le détecteur. Cette puissance dépend principalement de l'opacité de l'atmosphère, de la fréquence d'observation et de l'émission des différentes composantes de l'atmosphère. Aujourd'hui, les bolomètres sont en dessous du bruit lié à la statistique d'arrivée des photons, c'est ce qu'on appelle *background limited*. Une façon d'améliorer la sensibilité est donc d'augmenter le nombre de bolomètres par la construction de grande matrice de bolomètres.

Le bolomètre détecte un rayonnement, les bruits associés sont alors exprimés en puissance à l'entrée de celui-ci, c'est ce qu'on appelle la puissance équivalente de bruit

(NEP)⁴ qui détermine la performances requise pour les détecteurs avec le signal équivalent au bruit NEP et la constante de temps. L'expérience QUBIC nécessite une NEP de $10^{-17} \text{W.Hz}^{1/2}$ ⁵ à 150 MHz.

Le premier module de QUBIC à 150 GHz contiendra un plan focal de 1024 bolomètres de 3 mm de taille chacun. Par rapport au restant du cryostat à la température de 4 K maintenue par un pulse tube, le plan focal et la chaîne de lecture seront à une température de 100 mK permis par le couplage d'un réfrigérateur à dilution avec un tube à gaz pulsé.

3.3.2.3 Les observables

Les mesures de l'instrument QUBIC sont les images synthétiques : l'image du ciel, soit les paramètres de Stokes, convoluée par le lobe synthétique de l'instrument pour chaque détecteur. Le lobe synthétique est plus structuré que le lobe classique gaussien d'un imageur : il est défini par la configuration de la matrice de cornets primaires donc par un nombre fini de lignes de base. La forme de ce lobe qui apparaît comme un désavantage est compensée par la maîtrise de chaque mode du ciel séparément. Nous pouvons comparer les cornets de l'instrument QUBIC à des filtres des modes de Fourier. L'image obtenue sur chaque plan focal est alors l'image du ciel contenant les modes de Fourier filtrés par les lignes de base de la matrice de cornets primaires, à la différence d'un imageur où l'image obtenue sur le plan focal est l'image du ciel contenant tous les modes de Fourier. Grâce à la méthode de calibration, la *self-calibration*, expliquée dans le chapitre 5, il est aussi possible d'intercalibrer tous les modes indépendamment.

Les images synthétiques peuvent être écrites, de façon équivalente, comme une combinaison linéaire des visibilitées, observables standards en radio-interférométrie. Ainsi, deux alternatives peuvent être étudiées pour traiter les données obtenues avec l'instrument. La première est d'utiliser l'instrument comme un imageur synthétique et donc de réaliser des cartes du ciel observé à travers le lobe synthétique. La seconde approche est que l'analyse de données de l'instrument est très proche de celle d'un interféromètre hétérodyne, il est donc possible d'inverser un système d'équations et d'obtenir les mesures des visibilitées.

Le lobe synthétique

La puissance collectée par un bolomètre à la position \hat{d}_q , par rapport au centre optique, est

$$S_{\hat{d}_q}(t) = S_q^I(\hat{d}_q) + \epsilon^n \cos(4\pi\omega t) S_q^Q(\hat{d}_q) + \epsilon^n \sin(4\pi\omega t) S_q^U(\hat{d}_q) \quad (3.3.8)$$

avec $\epsilon^x = 1$ pour la polarisation x , $\epsilon^y = -1$ pour la polarisation y , $S_q^X(\hat{d})$ les images synthétiques des paramètres de Stokes $X = \{I, Q, U\}$ projetées sur le plan focal.

L'instrument peut être utilisé comme un imageur synthétique et échantillonner le ciel. Pour chaque paramètre de Stokes, l'image synthétique pour un détecteur à la position \hat{d}_q , lorsque le télescope pointe dans la direction \hat{n} , peut être exprimée directement à partir du ciel observé :

4. Une explication détaillée du bruit de photons et des différents composantes du bruit est donnée en annexe.

5. Cette valeur de la NEP est la valeur nécessaire pour une expérience au sol dans le but d'étudier le rayonnement de fond cosmologique.

$$S^X(\hat{d}_q) = \int X(\hat{n})B_s^p(\hat{n})d\hat{n} \quad (3.3.9)$$

avec $B_s^p(\vec{n})$ le lobe synthétique défini par

$$B_s^p(\hat{n}) = B_{prim}(\hat{n}) \int \int B_{sec}(\hat{d}_q) \left| \sum_i \exp \left[i2\pi \frac{\vec{x}_i}{\lambda} \left(\frac{\hat{d}_q}{D_f} - \hat{n} \right) \right] \right|^2 J(\nu) \Theta(\hat{d} - \hat{d}_q) d\nu d\hat{d}. \quad (3.3.10)$$

D_f est la longueur focale du combineur, $B_{prim}(\hat{n})$ le lobe primaire et $B_{sec}(\hat{d}_q)$ le lobe secondaire des cornets secondaires situés à la position \hat{d}_q sur le plan focal, \vec{x}_i le vecteur de position de chaque cornet et, \hat{n} le vecteur de pointage de l'instrument. Les intégrations sont effectuées sur la largeur de bande et sur la surface des bolomètres. Les lobes primaires et secondaires sont supposés gaussiens et identiques.

Le lobe, dans le cas d'une matrice carrée de cornets primaires, peut s'écrire sous la forme du produit d'une gaussienne par une fonction sinc. Dans le cas monochromatique et dans la limite d'un détecteur ponctuel, l'Eq.3.3.10 devient

$$B_s^p(\hat{n}) = B_{prim}(\hat{n})B_{sec}(\hat{d}_q) \times \frac{\sin^2 \left[P\pi \frac{\Delta x}{\lambda} \left(\frac{d_{xp}}{D_f} - n_x \right) \right] \sin^2 \left[P\pi \frac{\Delta x}{\lambda} \left(\frac{d_{yp}}{D_f} - n_y \right) \right]}{\sin^2 \left[P\pi \left(\frac{d_{xp}}{D_f} - n_x \right) \right] \sin^2 \left[P\pi \left(\frac{d_{yp}}{D_f} - n_y \right) \right]} \quad (3.3.11)$$

où P représente le nombre de cornets sur un côté de la matrice, Δx la distance entre deux cornets voisins, les indices x et y montrent les projections le long des axes respectivement dans le référentiel du plan focal.

Les figures 3.3.9 représentent une projection gnomonique Healpix [78] du lobe synthétique avec un instrument monochromatique et un détecteur ponctuel à gauche et 3 mm de taille de détecteur et 25% de largeur de bande à droite. Les deux cartes du lobe synthétique sont obtenues avec une matrice de 400 cornets primaires, avec 14 degrés FWHM à une fréquence de 150 GHz.

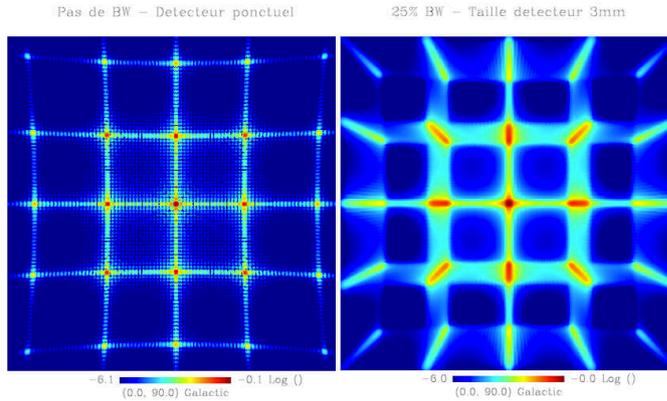


FIGURE 3.3.9: Cartes de projection gnomonique Healpix du lobe synthétique de l'instrument QUBIC.

Fonction fenêtré et spectre de puissance

Il est possible de relier directement les images synthétiques au spectre de puissance du rayonnement de fond diffus cosmologique.

Nous allons nous intéresser qu'au terme d'intensité. Lorsque le télescope pointe dans la direction \hat{n}_p sur la sphère céleste pour un détecteur à la position \hat{d}_q , on peut développer l'intensité $I(\hat{n})$ sur la base des harmoniques sphériques et introduire le développement multipolaire du lobe synthétique

$$I(\hat{n}) = \sum_{lm} a_{lm} Y_{lm}^*(\hat{n}) \quad (3.3.12)$$

$$B_s^p(\hat{n}, \hat{n}_p, \hat{d}_q) = \sum_{lm} \beta_{lm}(\hat{n}_p, \hat{d}_q) Y_{lm}(\hat{n}). \quad (3.3.13)$$

Les harmoniques sphériques sont orthogonales suivant le produit scalaire

$$\int d\hat{n} \bar{Y}_{l'm'}(\hat{n}) Y_{lm}(\hat{n}) = \delta_{ll'} \delta_{mm'}. \quad (3.3.14)$$

En utilisant la relation d'orthogonalité précédente et $\bar{B}_s^p(\hat{n}, \hat{n}_p, \hat{d}_q) = B_s^p(\hat{n}, \hat{n}_p, \hat{d}_q)$ car $B_s^p(\hat{n}, \hat{n}_p, \hat{d}_q) \in \mathbb{R}$, nous réécrivons l'expression de l'image synthétique sous la forme

$$S_I(\hat{n}_p, \hat{d}_q) = \sum_{lm} \bar{\beta}_{lm}(\hat{n}_p, \hat{d}_q) a_{lm}. \quad (3.3.15)$$

Avec différents pointages et différentes orientations, l'instrument mesure une série d'images synthétiques $S_p^I(\hat{n}_p, \theta_i, \hat{d}_q)$.

Nous pouvons exprimer la matrice de covariance de l'image synthétique du paramètre de Stokes d'intensité comme une combinaison linéaire du spectre de puissance, selon différentes orientations et directions dans le ciel

$$\langle S_p^I(\hat{n}_p, \theta_i, \hat{d}_q) S_{p'}^{I*}(\hat{n}_l, \theta_j, \hat{d}_r) \rangle = \left\langle \sum_{lm} \sum_{l'm'} a_{lm} a_{l'm'}^* \beta_{lm}(\hat{n}_p, \theta_i, \hat{d}_q) \beta_{l'm'}^*(\hat{n}_l, \theta_j, \hat{d}_r) \right\rangle. \quad (3.3.16)$$

Le principe d'isotropie implique

$$\langle a_{lm} a_{l'm'}^* \rangle = C_l \delta_{ll'} \delta_{mm'}, \quad (3.3.17)$$

ce qui induit,

$$\begin{aligned} \langle S_p^I(\hat{n}_p, \theta_i, \hat{d}_q) S_{p'}^{I*}(\hat{n}_l, \theta_j, \hat{d}_r) \rangle &= \sum_l C_l \sum_m \beta_{lm}(\hat{n}_p, \theta_i, \hat{d}_q) \beta_{l'm'}^*(\hat{n}_l, \theta_j, \hat{d}_r) \\ &= \sum_l C_l W_l(\hat{n}_p, \hat{n}_l, \theta_i, \theta_j, \hat{d}_q, \hat{d}_r). \end{aligned}$$

où nous avons introduit la fonction fenêtré W_l définie comme

$$W_l(\hat{n}_p, \hat{n}_l, \theta_i, \theta_j, \hat{d}_q, \hat{d}_r) = \sum_m \beta(\hat{n}_p, \theta_i, \hat{d}_q) \beta_{l'm'}^*(\hat{n}_l, \theta_j, \hat{d}_r). \quad (3.3.18)$$

Les fonctions fenêtres polarisées peuvent être obtenues similairement.

La fonction fenêtre W_l donne la sensibilité de l'instrument aux différents multipôles, autrement dit, elle représente la quantité de signal reçue par les bolomètres pour chaque multipôle ou le poids exact de la réponse de l'instrument dans le plan uv . La forme complexe de la fonction fenêtre est déterminée par la structure bien définie du lobe synthétique. Dans le cas de l'instrument QUBIC, tous les modes ne sont pas échantillonnés et la forme de la fonction fenêtre résulte de la somme du nombre fini de lignes de base.

La longueur de la ligne de base détermine une fréquence spatiale, soit un mode de Fourier de l'image du ciel. La limite dans l'espace des multipôles est donc donnée par la distance entre les cornets. Chaque ligne de base contribue sur le plan focal à une frange d'interférence. La résolution angulaire est déterminée par la longueur de la ligne de base et définit une échelle angulaire sur le ciel.

Dans l'approximation du ciel plat, la longueur B d'une ligne de base, de résolution angulaire $\theta = \frac{\lambda}{B}$ est reliée à la fréquence spatiale par

$$l = \frac{2\pi}{\theta} = \frac{2\pi B}{\lambda} = 2\pi |\vec{u}|. \quad (3.3.19)$$

Par ailleurs, la largeur de bande et la taille des détecteurs diminuent la puissance et lissent la fonction fenêtre dans l'espace des multipôles. La résolution angulaire minimale accessible par l'instrument dépend de la séparation entre deux cornets adjacents. Pour la configuration de la matrice de cornets primaires et dans le cas d'un champ de vue unique, d'après l'Eq.3.3.19, le multipôle minimal accessible est environ 36 et maximale environ 867 dans le cas où nous ne tenons pas compte de l'effet de la largeur de bande. Le nombre de grandes lignes de base étant faible et donc la sensibilité à ces multipôles petite, la valeur maximale accessible des multipôles est d'environ 200. La partie diagonale de la fonction fenêtre de l'instrument QUBIC est représentée par la Fig.3.3.11 pour différents cas : un détecteur ponctuel et sans largeur de bande (en bleu), un détecteur de 3 mm et sans largeur de bande (en vert) et un détecteur de 3 mm avec 25% de largeur de bande (en rouge). Nous remarquons la perte de puissance aux petites échelles due à l'effet de la largeur de bande dégradant les franges d'interférence à ces échelles. Cet effet sera expliqué par la suite.

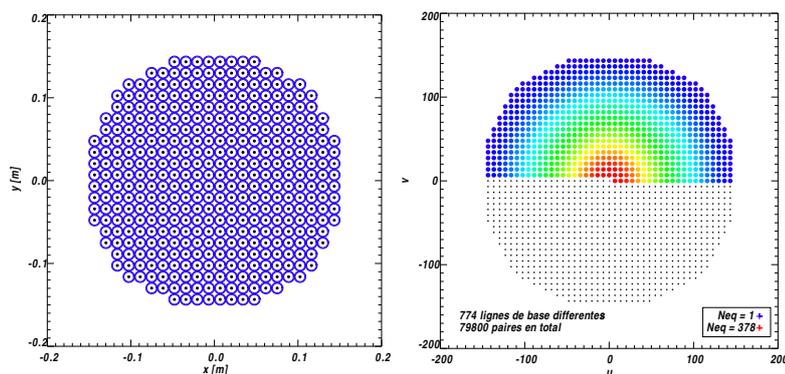


FIGURE 3.3.10: Configuration de la matrice des 400 cornets primaires à gauche. Couverture du plan uv à droite.

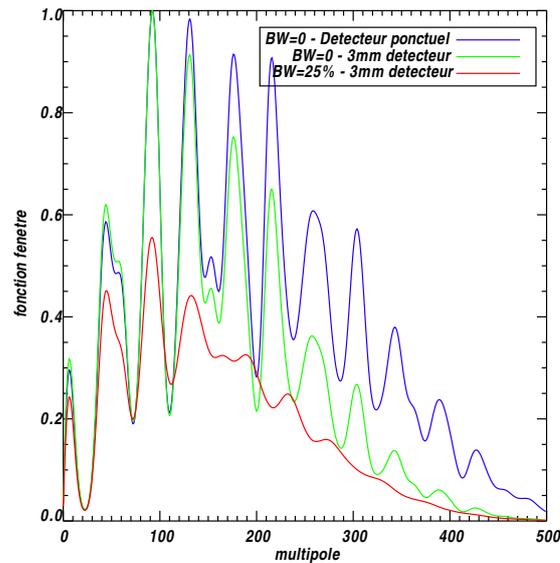


FIGURE 3.3.11: Partie diagonale de la fonction fenêtre de l'instrument QUBIC avec 400 cornets primaires pour un détecteur central pour trois configurations instrumentales différentes.

3.3.3 Balayage du ciel et réalisation des cartes (*map-making*)

L'instrument peut être utilisé comme un imageur synthétique et parcourir le ciel comme un imageur. Ce balayage du ciel ajoute une modulation supplémentaire à celle de la rotation de la lame demi-onde rotative. Cette modulation de la polarisation ne module pas la puissance totale du signal (pas l'intensité). Ainsi, balayer le ciel est la seule technique permettant de mesurer le paramètre de Stokes d'intensité en plus des paramètres Q et U .

Des signaux non polarisés provenant de réflexions multiples sur les différentes composantes optiques du cryostat peuvent être polarisés par la grille polarisante, modulés et réfléchis par la lame demi-onde rotative. Ces signaux entraînent une perturbation du signal à une fréquence de 4 fois la fréquence de modulation de la lame demi-onde rotative où la polarisation est modulée. Le balayage d'une partie du ciel permet de déplacer la fréquence de modulation et ainsi de soustraire ces rayonnements environnants.

La stratégie de balayage du ciel est de parcourir une partie du ciel en azimuth sur un intervalle de 10 degrés en variant l'élévation de 45 à 65 degrés après plusieurs balayages du ciel afin d'obtenir un cercle sur le ciel comme champ de vue central. Le lobe primaire de l'instrument est 14 degrés FWHM, le balayage en azimuth ne doit pas être donc trop large pour éviter la contamination galactique. Un déplacement de 10 degrés représente environ la distance entre le pic central et les pics secondaires du lobe synthétique de l'instrument (d'environ 8.5 degrés). La vitesse de balayage doit être suffisamment rapide pour moduler l'intensité du signal du ciel par rapport au bruit en $1/f$ et est contrainte par la stabilité en temps des détecteurs (période de 10s). De ces critères, nous déduisons une vitesse de balayage d'environ 2 degrés par seconde.

En utilisant l'instrument QUBIC comme un imageur synthétique, les cartes du ciel peuvent être obtenues avec une technique similaire à celle d'un imageur classique mais en

tenant compte des répliques du lobe synthétique. Ces répliques du lobe synthétique signifient que pour une observation temporelle, il faut prendre en compte plusieurs pixels de la carte. Des simulations sont en cours. Les spectres de puissance pourront être estimés, selon la stratégie de balayage du ciel établie, par une approche classique de maximisation de vraisemblance (MADCAP [32]) ou par une technique de pseudo- C_l .

3.3.4 Sensibilité de l'instrument QUBIC

Dans le but de rendre la sensibilité d'un interféromètre bolométrique compétitive avec celle d'un imageur, il faut optimiser la redondance de la matrice de cornets primaires ce qui détermine sa configuration et comprendre l'effet de la largeur de bande, problème majeur en interférométrie.

3.3.4.1 Somme cohérente des lignes de base

La redondance de la matrice de cornets primaires est déterminante dans le but d'optimiser la sensibilité de l'instrument avec la sommation cohérente des lignes de base. Cette technique consiste à ce que toutes les lignes de base équivalentes donnent des franges d'interférence identiques sur un point du plan focal c'est à dire que les différences de phase induites sur le plan focal doivent être égales afin de maximiser le rapport signal-sur-bruit des images synthétiques. Nous allons exprimer la matrice de covariance de ces mesures.

Le bruit provenant d'un cornet illuminant un bolomètre avec la puissance P_0 durant un intervalle de temps N_t est donné par la puissance de bruit $NEP_{\gamma,0} = 2h\nu P_0 + \frac{2P_0^2}{h\nu}$. Dans le cas de N_h cornets illuminant N_b bolomètres avec $N_b \geq 2N_h$, la puissance totale sur un bolomètre est donnée par

$$P = \frac{N_h}{N_b} P_0.$$

Le bruit sur un bolomètre est donné par $NEP_{\gamma} = 2h\nu \frac{N_h}{N_b} P_0 + (\frac{N_h}{N_b})^2 \frac{2P_0^2}{h\nu} \leq \frac{N_h}{N_b} NEP_{\gamma,0}$.

Dans le cas d'une sommation cohérente des lignes de base équivalentes, il a été montré [43] que la matrice de covariance des visibilité est donnée par

$$N = \frac{N_h NEP_{\gamma,0}}{N_b N_t} \frac{1}{N_{eq}^2(\beta)} \quad (3.3.20)$$

où $N_{eq}(\beta)$ est le nombre de lignes de base par classe β de lignes de base équivalentes.

Dans le cas d'une sommation incohérente des lignes de base, la matrice de covariance des visibilité s'écrit

$$N = \frac{N_h NEP_{\gamma,0}}{N_b N_t} \frac{1}{N_{eq}(\beta)}. \quad (3.3.21)$$

Des Eq.3.3.20, 3.3.21, nous pouvons observer que dans le cas d'une sommation cohérente des lignes de base, la sensibilité de l'instrument est augmentée d'un facteur $\langle N_{eq}(\beta) \rangle$.

Dans le cas d'une sommation cohérente des lignes de base, un interféromètre bolométrique a la sensibilité d'un interféromètre hétérodyne avec le bruit $NEP_{\gamma,0}$ d'un bolomètre. Ce bruit est nettement plus faible que le bruit induit par les amplificateurs HEMTs d'un interféromètre hétérodyne. Un interféromètre bolométrique peut atteindre la même sensibilité qu'un imageur contenant N_b bolomètres si le nombre de cornets

N_h est égale au nombre de bolomètres N_b . Une comparaison entre les sensibilités d'un interféromètre hétérodyne, bolométrique et celle d'un imageur est réalisée dans [85].

3.3.4.2 Impact de la largeur de bande

La largeur de bande en détection des bolomètres de l'instrument QUBIC doit être suffisamment large pour que la sensibilité de l'instrument soit compétitive avec celle d'un imageur : permettant un plus grand nombre de photons collectés⁶. La sensibilité de l'instrument augmente comme la racine carrée de la largeur de bande. Cependant, ce gain en sensibilité va être contrebalancé par une perte en sensibilité induite par la dégradation des franges d'interférence pour les grandes lignes de base. Pour différentes fréquences, les franges d'interférence ont des fréquences spatiales différentes ce qui entraîne une interférence destructive dans le cas d'une largeur de bande trop importante. Cet effet est appelé le lissage par largeur de bande et limite la sensibilité aux petites échelles. Il est étudié dans [42].

Le facteur κ_1 donne une estimation de l'importance de l'effet par largeur de bande, il a pour expression

$$\kappa_1(l) = \sqrt{\frac{1 + (\Delta\nu/\nu)^2 l^2}{\sigma_l^2}} \quad (3.3.22)$$

où σ_l^2 est la résolution de l'instrument dans l'espace des multipôles.

Dans le cas monochromatique, le facteur κ_1 vaut 1. Si $\kappa_1 > 1$, l'effet de largeur de bande correspond à une dégradation de la résolution dans l'espace de Fourier ce qui correspond, dans l'espace réel, à un lobe de l'instrument réduit. L'angle solide de l'instrument devient

$$\Omega_{BW} = \frac{\Omega}{\kappa_1}. \quad (3.3.23)$$

La fraction du ciel observée est donc diminuée d'un facteur $f_{sky} = \frac{\Omega_{BW}}{4\pi}$. L'impact sur le spectre de puissance correspond à une perte en signal-sur-bruit d'un facteur κ_1 . D'après [42], cet effet induit une perte de sensibilité globale d'un facteur 2 et ne constitue donc pas un problème majeur pour l'instrument QUBIC.

3.3.4.3 Sensibilité

Le but de QUBIC est de contraindre la polarisation des modes B du fond diffus cosmologique à une valeur du rapport tenseur sur scalaire de 0.01 avec 95% de niveau de confiance avec un an de données et l'instrument complet et à 0.05 à 95% de niveau de confiance avec le premier module de QUBIC.

La sensibilité de l'instrument QUBIC, soit celle d'un interféromètre bolométrique en général, est décrite dans [85]. Elle est donnée par la relation suivante

$$\Delta C_l = \sqrt{\frac{2\kappa_1(l)}{(2l+1)f_{sky}\Delta l}} \left(C_l + \frac{2\eta_{BI}N_hNET^2\Omega}{N_{eq}^2(l)t} \kappa_1(l)w_{pix}^{-1}(l)\varepsilon^{-1} \right) \quad (3.3.24)$$

où t correspond au temps d'intégration, $\Omega = 2\pi\sigma^2$ est l'angle solide de l'instrument, $f_{sky} = \frac{\Omega}{4\pi}$ la fraction du ciel observée par l'instrument, N_h le nombre de cornets, $N_{eq}(l)$

6. Traditionnellement, la largeur de bande d'un imageur vaut 30%. Tandis que celle d'un interféromètre est de 10%.

le nombre de lignes de base équivalentes par multipôle, la puissance de bruit NET *the noise equivalent temperature* des détecteurs, η_{BI} le facteur d'apodisation du champ de vue qui est égale à 2 dans le cas d'un lobe gaussien, ε l'efficacité optique, $w_{pix}(l)$ la perte en rapport signal sur bruit due à l'intégration sur la surface des détecteurs.

La figure 3.3.12 représente la valeur du rapport signal sur bruit en fonction du rapport tenseur sur scalaire pour des intervalles de $\Delta l = 15$, un an de données et une valeur de la NET de $200 \mu\text{K}^{1/2}$. La courbe verte représente le résultat avec une matrice de 40 cornets primaire, la courbe rouge avec le premier module de QUBIC et la courbe bleue avec l'instrument QUBIC complet : 6 modules de 400 cornets primaires.

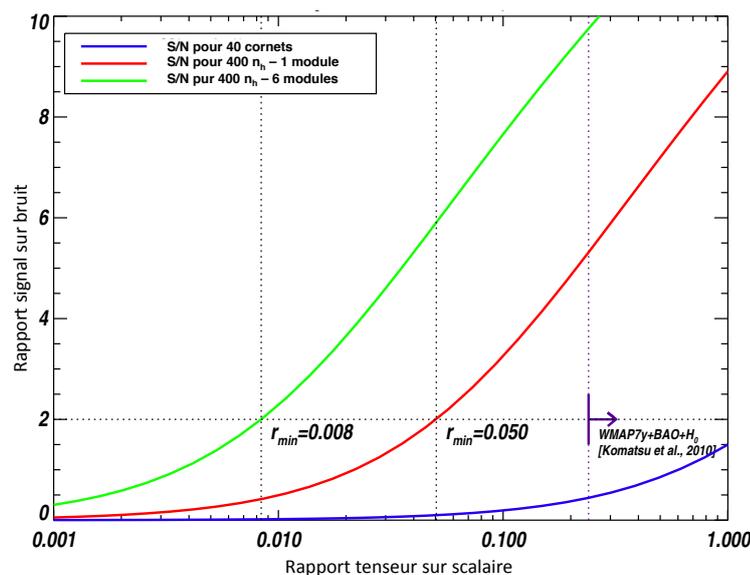


FIGURE 3.3.12: Rapport signal sur bruit de l'instrument QUBIC pour un an d'intégration.

3.3.5 Calibration

Les bolomètres devront être calibrés avant l'installation sur le site du Dôme C. Mais aussi pendant l'observation, une source de *calibration* (type corps-noir), située derrière les cornets secondaires, permettra de corriger des variations en temps de la réponse de chaque détecteur et de lever la dégénérescence de la *calibration* des lobes secondaires et des bolomètres. Placer cette source de *calibration* à la sortie des cornets secondaires permet d'obtenir une illumination uniforme sur le plan focal. Le signal mesuré sera utilisé pour corriger ces variations.

Une *calibration* complémentaire sera effectuée pour le contrôle des effets systématiques à l'aide d'une source externe polarisée. Cette source devra être placée de préférence dans le champ lointain de l'instrument dans le but d'obtenir un front d'onde plat et une uniformité sur le module en entrée. Dans le cas contraire, les lignes de base équivalentes observeront un signal en phase et en amplitude différent. Les franges d'interférence résultantes imagées sur le plan focal seront alors différentes pour des lignes de base équivalentes. La source de *calibration* peut être une source artificielle de corps-noir large

bande dans le cas où la température d'antenne sera suffisante pour effectuer la *calibration*. Des sources plus puissantes mono-chromatiques comme une diode Gunn (*tunable*) ou une lampe à mercure couplées avec une grille polarisante sont aussi envisagées. Une technique de *calibration* spécifique à QUBIC a été développée au sein de la collaboration : la *self-calibration*, dont j'ai réalisé l'algorithme. Cette méthode de *calibration* sera développée plus précisément dans le chapitre 5 de cette thèse. Cette méthode s'inspire des méthodes de *calibration* d'un interféromètre où le terme de phase peut être affecté par les effets instrumentaux et atmosphériques.

3.3.6 Conclusion

Dans cette section, nous avons introduit les caractéristiques de l'interférométrie bolométrique et nous avons donné les spécificités de l'instrument QUBIC. Il constitue le premier interféromètre bolométrique et une des seules collaborations européennes avec l'expérience QUIJOTE en cours de fabrication pour la détection des modes B de polarisation du rayonnement de fond cosmologique. Le concept de l'interférométrie bolométrique en tant qu'imageur synthétique est le fruit d'une longue compréhension dont nous pouvons suivre les étapes dans la thèse de Romain Charlassier [41]. Il reste maintenant d'un point de vue de l'analyse de données à optimiser la cartographie et l'estimation des spectres de puissance dans le cadre de l'interférométrie bolométrique. Par la forme du lobe complètement différente de celle d'un imageur, l'analyse de données apparaît comme un défi, mais les simulations développées aujourd'hui par Jean-Christophe Hamilton et Pierre Chaniel sont prometteuses.

Nous avons énuméré un certain nombre d'avantages présentés par l'instrument QUBIC dans ce chapitre : balayage du ciel, grande largeur de bande Le concept novateur de l'interféromètre bolométrique diffère de l'interférométrie classique dans le sens où le but premier n'est pas d'atteindre une bonne résolution angulaire mais d'obtenir une bonne sensibilité avec le développement de grandes matrices de bolomètres et un bon contrôle des effets systématiques par la procédure de *self-calibration*. La réunion de ces deux critères sera cruciale pour la détection des modes B de polarisation, laquelle selon l'amplitude attendue des modes B , représente un vrai défi technologique. L'obtention d'un futur financement permettra l'installation du premier module de QUBIC début 2015 au Dôme C, après une phase de tests. Suite à ce premier module, deux autres modules à deux autres fréquences d'observation classiques du rayonnement de fond cosmologique 90 et 220 GHz seront installés. Ces deux autres modules seront nécessaires pour la séparation des avants-plans.

Chapitre 4

Optimisation du combineur optique de l'instrument QUBIC

Les expériences dédiées à la caractérisation du rayonnement de fond cosmologique utilisent deux types de télescope : les systèmes optiques réflecteurs et les systèmes réfracteurs. Un système optique de type réfracteur présente le désavantage de ne pas permettre une étude analytique et numérique des propriétés de polarisation du champ électrique à travers ce système. Des simulations de ces systèmes optiques devront être développées en prenant en compte leur propriétés physiques : absorption, réflexion interne, effets de polarisation à la réflexion, Au contraire, pour un système réflecteur, il existe un certain nombre d'outils optiques, qui permettent de modéliser la réponse en polarisation du télescope. Une considération pratique limite aussi l'utilisation des lentilles : leur poids. Une lentille d'1 m de diamètre, constituée de polyéthylène, matériau utilisé dans le domaine millimétrique pour sa faible absorption, pèse environ 100 kg. Le miroir primaire du télescope réflecteur du satellite WMAP [142] de 1.4 m de diamètre pèse 5 kg. Un autre avantage d'un système réflecteur est son achromaticité.

Certains instruments (ACT [112], SPT [174], EBEX [139]) combinent ces deux systèmes optiques, ils utilisent un système réflecteur (miroirs primaire et secondaire), suivi d'une optique réfractive pour corriger les aberrations et produire un plan focal centré.

Le combineur optique de l'instrument QUBIC est un système optique réflecteur hors-axe de type *Gregorian*, sans occultation centrale et de courte distance focale 300 mm, constitué d'un miroir primaire parabolique et d'un miroir secondaire ellipsoïdal, de diamètre d'ouverture de 600 mm. Il doit être suffisamment compact pour entrer dans un cryostat d'1 m³. Le concept du combineur optique de l'instrument QUBIC est réalisé par l'équipe de NUI Maynooth en Irlande, qui effectue des simulations optiques de différentes configurations de combineur optique à l'aide des logiciels optiques GRASP, Zeemax et MODAL. Cette étude permet de déterminer le système optique avec les performances les plus optimales.

Le rôle du combineur de faisceaux de l'instrument QUBIC est de transférer les champs émis par les cornets secondaires sur le plan focal où les franges d'interférence sont imaged. Ce système optique doit permettre aux rayons émis des cornets secondaires avec un certain angle, d'être localisés en un seul point du plan focal. L'image obtenue sur le plan focal résulte de la sommation cohérente des lignes de base équivalentes, qui produisent les mêmes franges d'interférence dans le cas idéal (même période de phase et même orientation sur le plan focal). Cependant, pour un système optique non idéal, les

aberrations optiques dégradent les franges d'interférence obtenues des combinaisons des paires de cornets. Les franges d'interférence produites par des lignes de base équivalentes présentent alors des petites différences. Celles-ci ont pour conséquence de réduire le signal sur bruit des images synthétiques mesurées, et par conséquent, la sensibilité globale de l'instrument [44].

Dans ce chapitre, nous présenterons les spécificités du combineur optique de l'instrument QUBIC. Nous décrirons la procédure effectuée pour étudier différentes configurations du combineur optique en comparaison avec un combineur idéal. Nous expliciterons, ensuite, l'étude des tolérances optiques effectuée pour optimiser le système optique choisi en adéquation avec les critères fixés sur le système optique.

4.1 Descriptions générales

Il existe différentes configurations de télescope pour un instrument dédié à la détection des modes B de polarisation du fond diffus cosmologique. Une expérience peut observer directement le ciel avec des cornets corrugués, un télescope réflecteur de 2 m d'ouverture, un interféromètre ou un système optique plus petit réflecteur ou réfracteur. Chaque configuration optique est optimisée dans le but d'un objectif scientifique et technologique précis. Les expériences satellites COBE [30], WMAP [142] et Planck [191] ont permis d'évaluer les technologies des cornets corrugués et des grands systèmes optiques réflecteurs composites. Les expériences QUAD [163] et COMPASS [70] ont permis d'étudier les performances des systèmes optiques réflecteurs sur-axe. Le télescope de ces deux expériences est constitué d'un miroir secondaire placé sur un cône, situé en face du miroir primaire. L'expérience QUAD a permis de montrer pour la première fois l'anticorrélation entre les pics et les creux des spectres de puissance du rayonnement de fond cosmologique $C_{l,TT}$ et $C_{l,EE}$. Cependant, cette expérience a présenté des problèmes optiques comme la diffusion par le cône supportant le miroir secondaire, qui a induit des lobes secondaires. L'expérience BICEP [190] a permis de tester pour la première fois un système optique réfracteur, revêtu d'une couche anti-réfléchissante, couplé à des cornets corrugués. La figure 4.1.1 représente le télescope optique réfracteur utilisé par l'expérience BICEP [190]. L'instrument a une résolution de 0.6° à 150 GHz et possède un plan focal centré. Cette configuration optique a été reprise par l'instrument Keck [137] et le ballon SPIDER [130]. La figure de gauche montre un système réflecteur hors-axe de type *Gregorian* utilisé par l'expérience MAXIMA [165], constitué de trois miroirs.

Un télescope à deux réflecteurs est composé d'un réflecteur principal de forme parabolique et d'un réflecteur auxiliaire plus petit, de forme ellipsoïdal ou hyperbolique. Il existe deux types de système optique réflecteur : hors-axe et sur-axe. Les systèmes optiques réflecteurs hors-axe permettent d'obtenir un grand diamètre d'ouverture (>60 cm), ainsi qu'un télescope compact. Ces systèmes optiques ont l'avantage d'avoir une ouverture non obstruée, ce qui permet d'avoir un niveau de lobes secondaires relativement bas. Cependant, ces systèmes violent la symétrie circulaire, et cette violation peut entraîner des effets de polarisation. Des simulations optiques détaillées de ce type de télescope sont alors nécessaires.

Un système optique sur-axe est constitué de deux miroirs centrés autour de l'axe optique. Cette configuration permet de minimiser les polarisations instrumentales et les aberrations, mais provoque un élargissement du lobe de diffraction.

Dans le cas d'une configuration hors-axe, les positions des miroirs primaires et se-

condaires doivent être optimisées, afin d'obtenir des caractéristiques semblables à une configuration sur-axe, sans l'occultation centrale du miroir secondaire, présente dans la configuration optique sur-axe. Cette configuration permet de minimiser la lumière parasite produite par diffraction.

Les systèmes optiques composés de deux miroirs peuvent être de deux types : *Cassegrain* (un miroir primaire parabolique et un miroir secondaire hyperbolique) et *Gregorian* (un miroir primaire parabolique et un miroir secondaire ellipsoïdal). La figure 4.1.2 représente la configuration optique de type *Gregorian* à gauche et de type *Cassegrain* à droite. Dans un télescope de type *Cassegrain*, la source focale est placée au foyer à une distance suffisante du second réflecteur pour que celui-ci soit en champ lointain. Un système *Cassegrain* présente l'avantage que pour une ouverture de taille fixée, le système est plus compact qu'un système *Gregorian*, ce qui permet d'avoir une taille de cryostat inférieure. De plus, la configuration de type *Cassegrain* est caractérisée par une grande distance focale, ce qui permet de limiter les aberrations de phase. Dans un système de type *Gregorian*, la localisation du point intermédiaire où les rayons sont centrés est plus pratique pour placer un bafflage dans lequel est placé le miroir secondaire et le plan focal, comme représenté sur la figure 4.1.2 par le schéma de gauche du télescope de type *Gregorian* de l'expérience MAXIMA [165]. Cette enceinte thermique permet une réduction du rayonnement parasite sur le plan focal. Dans ce système optique, l'opposition de courbure entre les deux miroirs permet de réduire le niveau de polarisation croisée par rapport à un système de type *Cassegrain*.

Le système de type *Gregorian* est le système optique le plus utilisé dans les expériences dédiées à la caractérisation du rayonnement de fond cosmologique : ACME [126], ACT [112], ARCHEOPS [25], BOOMERanG [56], CAPMAP [18], MAXIMA [187], SPT [174] et VIPER [151]. Une liste non exhaustive des expériences actuelles pour l'étude de polarisation du fond diffus cosmologique avec leur configuration optique est donnée par le tableau 4.1.

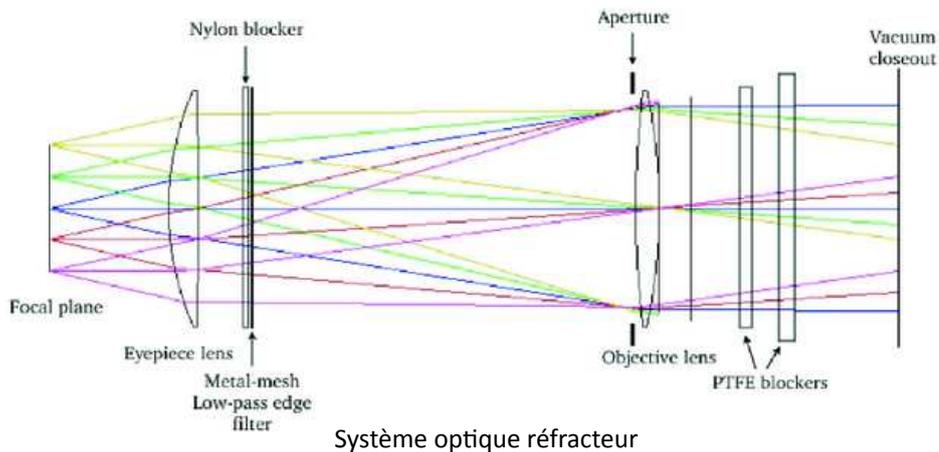


FIGURE 4.1.1: Système optique réfracteur de l'expérience BICEP [190], maintenu à une température de 4 K. La fenêtre d'ouverture de cette configuration optique est à droite du système (source [86]).

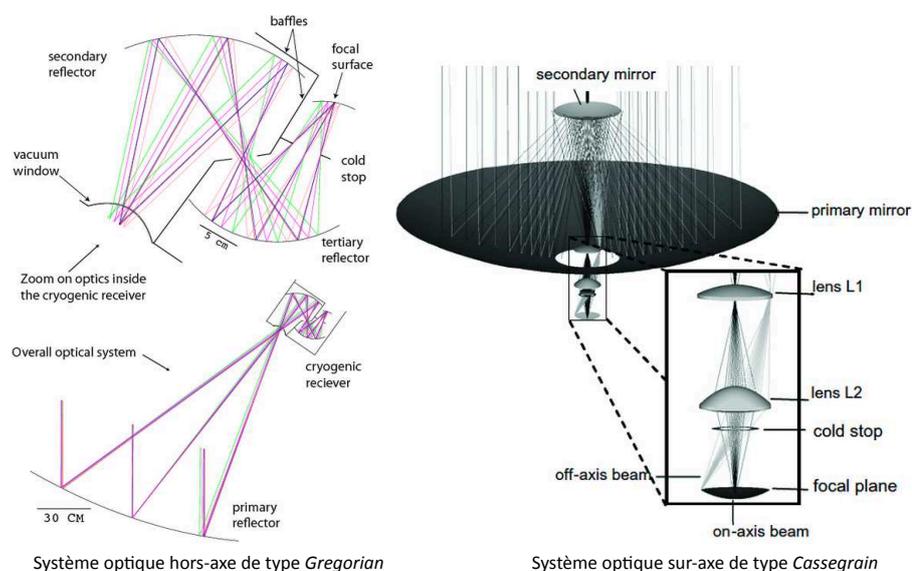


FIGURE 4.1.2: Systèmes optiques hors-axe et sur-axe. La figure de gauche représente le système hors-axe *Gregorian* de l'expérience ballon MAXIMA [187]. Les miroirs contenus dans l'enceinte cryogénique sont à une température de 4 K. Le schéma de droite est un système réflecteur *Cassegrain* de l'instrument au sol QUAD [163], à une température de 4 K.

Expériences	Fréquences d'observation	Systèmes optiques
Au sol		
QUAD [163]	100 et 150 GHz	Réflecteur sur-axe de 2.6 m de type <i>Cassegrain</i>
BICEP [190]	100 et 150 GHz	Réfracteur
QUIET [49]	40 et 90 GHz	Réflecteur de type <i>Crossed-Dragone</i>
ABS [67]	150 GHz	Réflecteur d'1 m de type <i>Crossed-Dragone</i>
BICEP 2 [6]	100 et 150 GHz	Réfracteur
POLARBEAR [106]	150 et 220 GHz	Réflecteur hors-axe de type <i>Gregorian</i>
ACTpol [133]	150, 220 et 275 GHz	Réflecteur hors-axe de type <i>Gregorian</i>
SPTpol [125]	90, 150 et 220 GHz	Réflecteur hors-axe de type <i>Gregorian</i>
Polar-I [105]	150 GHz	Réflecteur de type <i>Crossed-Dragone</i>
Ballons		
EBEX [139]	150, 250 et 410 GHz	Réflecteur hors-axe de type <i>Gregorian</i>
SPIDER [130]	40, 90, 145 et 220 GHz	Réfracteur
Satellites		
WMAP [142]	22-95 GHz	Réflecteur hors-axe de 1.4 m de type <i>Gregorian</i>
Planck [191]	30-680 GHz	Réflecteur hors-axe de 1.5 m de type <i>Gregorian</i>

TABLE 4.1: Liste des expériences pour l'étude de la polarisation du fond diffus cosmologique.

Les premières sources d'aberration dans les deux configurations optiques de type *Gregorian* et de type *Cassegrain* sont l'astigmatisme, l'aberration de coma et la distorsion

d'amplitude. La figure 4.1.3 à gauche montre l'impact sur le front d'onde du faisceau gaussien de l'aberration Coma comparé au cas sans aberration de la figure de droite. Il a été montré qu'un système optique *Cassegrain* est moins impacté par les aberrations et par la polarisation croisée qu'un système *Gregorian*. Cette configuration est proche d'un système centré avec deux réflecteurs, le plan objet et le plan focal étant perpendiculaires. Mais par cette géométrie, il est impossible de concevoir un tel télescope pour un instrument avec une matrice de 400 cornets et une courte distance focale. La distance focale minimale pour cette configuration optique est 800 mm.

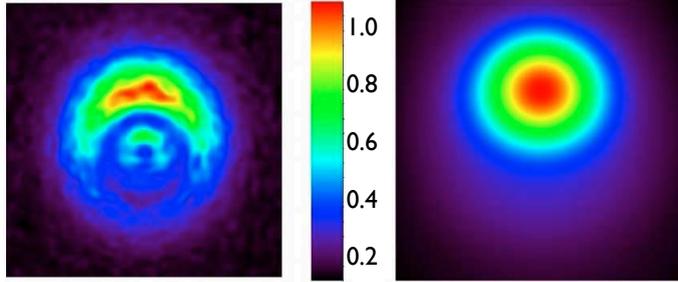


FIGURE 4.1.3: La figure de gauche montre la dégradation du front d'onde induite par l'impact de l'aberration de coma. La figure de droite montre la figure obtenue sans aberration.

Il existe différents sous types de télescopes *Gregorian*. Le plus simple est constitué d'un miroir primaire parabolique et d'un miroir secondaire ellipsoïdal, où les axes de symétrie des deux miroirs sont colinéaires. Une amélioration de ce concept est apportée par l'aplanétisme : la section conique du miroir primaire est légèrement déviée d'une parabole, le miroir primaire est alors légèrement elliptique et le miroir secondaire ellipsoïdal par rapport à un système de type *Gregorian* classique. Une méthode alternative pour améliorer ce système optique est de permettre l'inclinaison des axes de symétrie du miroir primaire et du miroir secondaire l'un par rapport à l'autre, selon la condition dite de Mizugutchi-Dragone [63, 128, 62]. Cette condition permet d'optimiser la qualité image et de réduire la polarisation instrumentale. Pour un télescope qui satisfait la condition de Mizugutchi-Dragone, l'astigmatisme est supprimé au premier ordre sur le plan focal et la polarisation induite est nulle au centre du plan focal.

Selon la figure 4.1.4, cette condition est donnée par les relations

$$\tan(\alpha) = M \cdot \tan(\beta), \quad (4.1.1)$$

$$\tan(\gamma + \beta) = M^2 \cdot \tan(\beta). \quad (4.1.2)$$

L'angle 2β est l'angle entre l'axe optique du miroir M_1 et du miroir M_2 .

L'angle 2γ est l'angle entre le faisceau réfléchi par le miroir M_1 passant par le centre physique et l'axe optique de M_1 .

L'angle 2α est l'angle entre le faisceau réfléchi par M_1 passant par son centre physique et l'axe optique du miroir M_2 .

Le paramètre M dépend de l'excentricité e du miroir secondaire selon $M = \frac{e+1}{e-1}$.

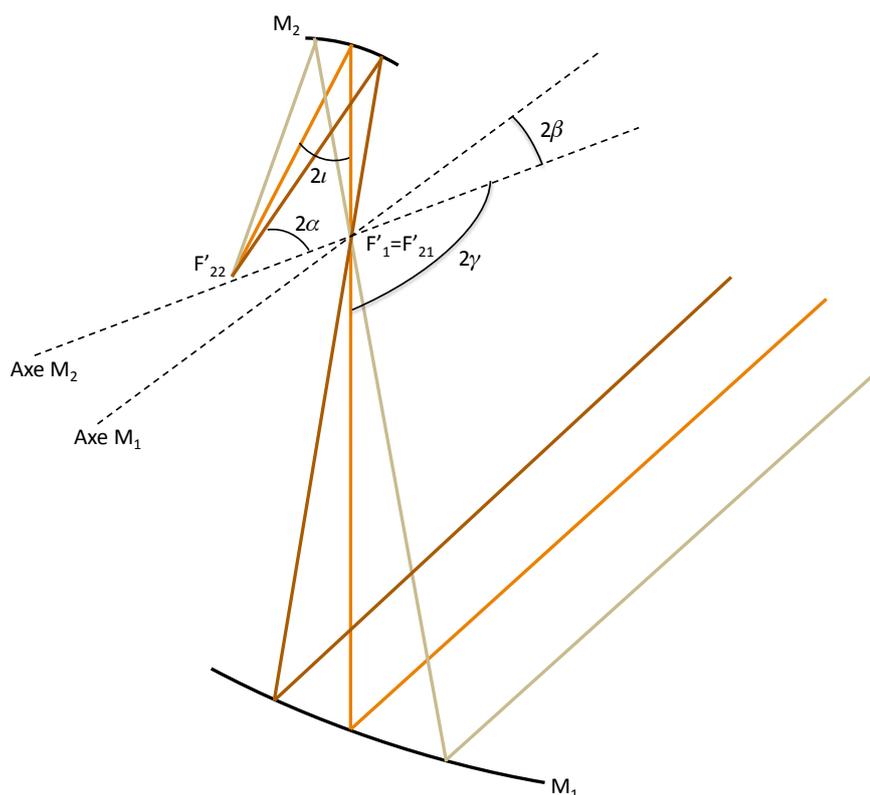


FIGURE 4.1.4: Schéma d'un télescope hors-axe.

Selon la condition dite de Mizugutchi-Dragone, si les orientations des miroirs sont choisies correctement, les effets des aberrations et de la polarisation croisée sont les mêmes qu'un système sur-axe de diamètre et distance focale similaires. La déviation à un système optique idéal, en terme des propriétés de polarisation, prend en compte la polarisation instrumentale et la polarisation croisée. Le premier représente le degré à partir duquel le système induit qu'une source non polarisée apparaisse polarisée. Le second est la rotation de l'angle de polarisation apparent d'une source polarisée observée. L'amplitude de polarisation instrumentale dépend du degré de symétrie du système optique. Les expériences, avec un système optique hors-axe de type *Gregorian* qui satisfait la condition de Mizugutchi-Dragone, sont EBEX [139], WMAP [142] et Planck [191].

Un troisième miroir ou un élément réfracteur peut être ajouté pour permettre une annulation des aberrations, produire un plan focal centré ou un diaphragme d'ouverture.

Une nouvelle configuration optique composée de deux miroirs, permettant un large champ de vue, a été inventée par Dragone. Ce système optique est connu sous le nom de *Crossed-Dragone*. Il est utilisé par des expériences pour l'étude du fond diffus depuis les années 2000. Ce système a un miroir primaire parabolique et un miroir secondaire hyperbolique et il est donc semblable à un système optique de type *Cassegrain*. Il permet d'annuler l'astigmatisme, les aberrations de coma et les aberrations sphériques, d'obtenir un plan focal centré et une polarisation croisée faible. Ce système optique est envisagé pour la future mission satellite EPIC [196]. Cette configuration optique présente néanmoins certains désavantages : les miroirs primaires et secondaires sont très proches des

rayons entrants, ce qui induit des lobes parasites par diffraction sur les bords des miroirs. Les expériences, qui possèdent ce système optique sont ABS [67] et QUIET [49]. Le télescope de l'expérience QUIET est représenté dans la figure 4.1.5.

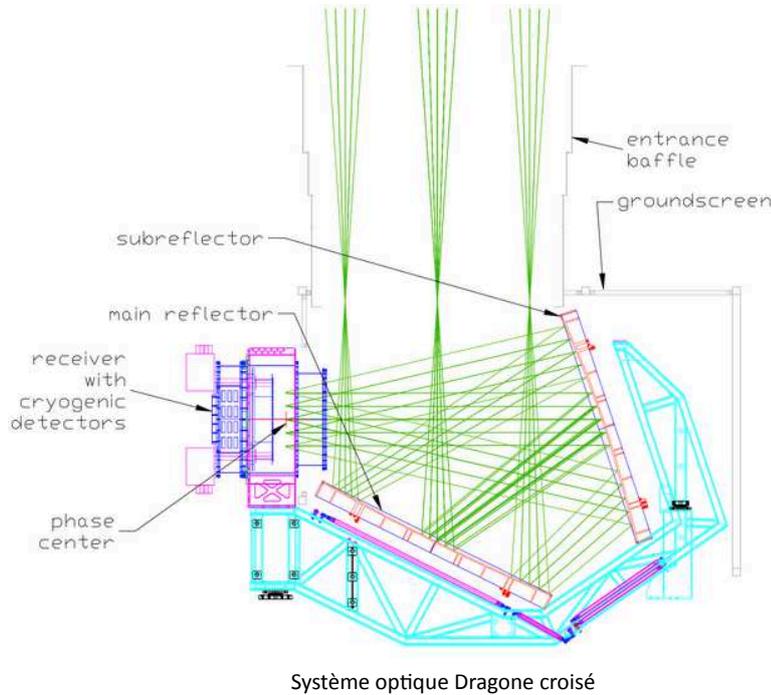


FIGURE 4.1.5: Système optique *Crossed-Dragon* de l'expérience QUIET [49]. La configuration de l'entrée du télescope permet d'intercepter les lobes parasites qui sont inhérents dans ce système optique (source [86]).

4.2 Rôle du combineur optique de l'instrument QUBIC

Afin de déterminer la configuration optimale du télescope de l'instrument QUBIC, l'étude de différentes configurations de télescope a convergé vers un système réflecteur hors-axe de type *Gregorian*, de distance focale de 300 mm, composé d'un miroir primaire parabolique et d'un miroir secondaire ellipsoïdal ; de diamètre d'ouverture de 600 mm. Ce système optique satisfait la condition dite de Mizugutchi-Dragone. Une spécificité importante du télescope est son émissivité : elle doit être aussi faible que possible, afin de minimiser le signal parasite collecté par les bolomètres. Le système optique doit être aussi optimisé et conçu dans le but de minimiser le signal parasite induit par la diffraction, et les aberrations optiques du système. La qualité image sur l'ensemble du plan focal doit être la meilleure possible. Les performances du système optique doivent être optimales à la température du cryostat car une variation de la température de l'environnement peut modifier la forme des miroirs. Ces performances peuvent être estimées par une étude thermique du système. Le concept optique est réalisé et conçu à l'Université de Maynooth, à l'Université Milan-Bicocca et au laboratoire APC. Le travail réalisé au cours de cette thèse a consisté en collaboration avec l'équipe de Maynooth à déterminer

une figure de mérite afin d'estimer la performance du système optique étudié. L'équipe de Maynooth effectue les simulations du concept optique. Le travail effectué au cours de cette thèse a été de construire le lobe synthétique de l'instrument à partir de ces simulations, de déterminer la fonction fenêtre à partir du lobe résultant et de comparer la fonction fenêtre obtenue avec celle d'un système idéal afin d'en déduire la perte en sensibilité induite par les aberrations.

Dans cette section, nous allons expliquer le rôle du combineur optique dans le cadre de l'instrument QUBIC et expliciter les contraintes instrumentales sur ce combineur.

4.2.1 Combineur quasi-optique de Fizeau de l'instrument QUBIC

Afin de maximiser la sensibilité de l'instrument, la sommation des lignes de base équivalentes doit être cohérente. Cette sommation cohérente des lignes de base signifie que les faisceaux provenant des lignes de base équivalentes doivent être sommés de façon cohérente et doivent être donc en phase. Elle peut être réalisée par un combineur optique : en guides d'ondes par une matrice de Butler ou optiquement par un combineur de faisceaux : un combineur de Fizeau. L'option retenue pour l'instrument QUBIC est le combineur quasi-optique de Fizeau. Il permet que chaque faisceau réémis par les cornets secondaires avec un angle donné, soit focalisé sur un point du plan focal. Ce combineur permet de superposer les lobes de tous les cornets secondaires sur le plan focal où les franges d'interférence sont imagées. Chaque bolomètre collecte ainsi le module au carré du signal résultant de la combinaison des faisceaux collectés par les cornets primaires et réémis par les cornets secondaires.

Le déphasage géométrique φ_i , induit par les différences de chemin des faisceaux, est donné par

$$\varphi_i(\vec{d}) = 2\pi \frac{\vec{x}_i \cdot \vec{d}}{\lambda D_f}. \quad (4.2.1)$$

Le vecteur \vec{x}_i est la position du cornet secondaire, le vecteur \vec{d} est la position des bolomètres sur le plan focal, la longueur D_f est la distance focale et λ la longueur d'onde de l'instrument.

Dans la suite de ce chapitre, nous allons considérer le cas d'un instrument monochromatique avec des détecteurs ponctuels.

Le signal d'un cornet i à la position \vec{x}_i , observant dans la direction du ciel \hat{n} , s'écrit

$$s_i = \int A_p(\hat{n}) \vec{E}_i(\hat{n}) \exp \left[2\pi i \frac{\vec{x}_i \cdot \hat{n}}{\lambda} \right] d\hat{n}, \quad (4.2.2)$$

où $A_p(\hat{n})$ est la fraction du signal transmise pour chaque direction \hat{n} et $\vec{E}_i(\hat{n})$ le champ électrique dans la direction \hat{n} tel que

$$\vec{E}_i(\hat{n}) = \begin{pmatrix} E_x(\hat{n}) \\ E_y(\hat{n}) \end{pmatrix}, \quad (4.2.3)$$

avec E_x et E_y les deux polarisations transverses orthogonales.

Chaque cornet a un lobe sur le ciel tel que $B_p(\hat{n}) = |A_p(\hat{n})|^2$, qui représente la puissance transmise dans la direction \hat{n} . Nous avons supposé, dans ce cas idéal, que les lobes des cornets primaires et secondaires sont identiques.

Le signal collecté au point \vec{d} du plan focal, qui prend en compte le déphasage géométrique induit par la différence de chemin optique du combineur optique, a pour expression

$$s_i(\vec{d}) = \int A_p(\hat{n}) A_s(\vec{d}) \vec{E}_i(\hat{n}) \exp \left[2\pi i \frac{\vec{x}_i}{\lambda} \cdot \left(\frac{\vec{d}}{D_f} - \hat{n} \right) \right] d\hat{n}, \quad (4.2.4)$$

avec $A_s(\vec{d})$ le lobe des cornets secondaires.

Un bolomètre collecte le module au carré de la somme des faisceaux collectés par les cornets primaires et réémis par les cornets secondaires, avec un certain angle, moyenné sur la constante de temps du détecteur. La puissance collectée par un bolomètre s'écrit alors

$$P(\vec{d}) = \left\langle \left| \int A_p(\hat{n}) A_s(\vec{d}) \vec{E}_i(\hat{n}) \sum_i \exp \left[2\pi i \frac{\vec{x}_i}{\lambda} \cdot \left(\frac{\vec{d}}{D_f} - \hat{n} \right) \right] d\hat{n} \right|^2 \right\rangle. \quad (4.2.5)$$

Nous définissons $S(\vec{d}, \hat{n})$ tel que

$$S(\vec{d}, \hat{n}) = A_p(\hat{n}) A_s(\vec{d}) \vec{E}_i(\hat{n}) \sum_i \exp \left[2\pi i \frac{\vec{x}_i}{\lambda} \cdot \left(\frac{\vec{d}}{D_f} - \hat{n} \right) \right], \quad (4.2.6)$$

d'où

$$P(\vec{d}) = \left\langle \left| \int S(\vec{d}, \hat{n}) d\hat{n} \right|^2 \right\rangle = \int \langle S(\vec{d}, \hat{n}) S^*(\vec{d}, \hat{n}') \rangle d\hat{n} d\hat{n}'. \quad (4.2.7)$$

Les signaux provenant de deux directions du ciel différentes sont incohérents, nous pouvons alors simplifier l'équation 4.2.7 par

$$\langle S(\vec{d}, \hat{n}) S^*(\vec{d}, \hat{n}') \rangle = \left\langle \left| \int S(\vec{d}, \hat{n}) \right|^2 \right\rangle \delta(\hat{n} - \hat{n}'). \quad (4.2.8)$$

Nous n'avons pas pris en compte la modulation du champ électrique induite par la rotation de la lame demi-onde. Elle permet de moduler les deux polarisations orthogonales transverses du champ électrique $\vec{E}(\hat{n})$, à une vitesse angulaire ω , à l'entrée du cryostat.

Par cette modulation, le champ électrique devient

$$\begin{pmatrix} E'_x(\hat{n}) \\ E'_y(\hat{n}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 2\omega t & \sin 2\omega t \\ \sin 2\omega t & -\cos 2\omega t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x(\hat{n}) \\ E_y(\hat{n}) \end{pmatrix}. \quad (4.2.9)$$

Les composantes du champ électrique sont reliées aux paramètres de Stokes par

$$I(\hat{n}) = \langle |E_x(\hat{n})|^2 \rangle + \langle |E_y(\hat{n})|^2 \rangle,$$

$$Q(\hat{n}) = \langle |E_x(\hat{n})|^2 \rangle - \langle |E_y(\hat{n})|^2 \rangle,$$

$$U(\hat{n}) = 2\text{Re} \left[\langle E_x(\hat{n}) E_y^*(\hat{n}) \rangle \right].$$

En terme de puissance et de paramètres de Stokes, nous pouvons alors écrire l'équation 4.2.9 sous la forme

$$\begin{pmatrix} [E'_x(\hat{n})]^2 \\ [E'_y(\hat{n})]^2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos 4\omega t & \sin 4\omega t \\ 1 & -\cos 4\omega t & -\sin 4\omega t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I(\hat{n}) \\ Q(\hat{n}) \\ U(\hat{n}) \end{pmatrix}. \quad (4.2.10)$$

Dans le cas d'un instrument idéal, sans polarisation croisée, les puissances collectées par un bolomètre sur chacun des plans focaux, après séparation par la grille polarisante de la polarisation x et y , sont

$$P_x(\vec{d}) = \left\langle 2A_s^2(\vec{d}) \int A_p^2(\hat{n}) (I(\hat{n}) + \cos(4\omega t)Q(\hat{n}) + \sin(4\omega t)U(\hat{n})) \sum_i \cos \left[\pi \frac{\vec{x}_i}{\lambda} \cdot \left(\frac{\vec{d}}{D_f} - \hat{n} \right) \right]^2 d\hat{n} \right\rangle, \quad (4.2.11)$$

$$P_y(\vec{d}) = \left\langle 2A_s^2(\vec{d}) \int A_p^2(\hat{n}) (I(\hat{n}) - \cos(4\omega t)Q(\hat{n}) - \sin(4\omega t)U(\hat{n})) \sum_i \cos \left[\pi \frac{\vec{x}_i}{\lambda} \cdot \left(\frac{\vec{d}}{D_f} - \hat{n} \right) \right]^2 d\hat{n} \right\rangle. \quad (4.2.12)$$

$P_x(\vec{d})$ est la puissance collectée sur le plan focal de la polarisation x et $P_y(\vec{d})$ la puissance collectée sur le plan focal y .

Nous définissons les images synthétiques $S_X(\vec{d})$ de chaque paramètre de Stokes $X = \{I, Q, U\}$ et le lobe synthétique de l'instrument par

$$B_{synth}(\vec{d}, \hat{n}) = 2B_s(\vec{d})B_p(\hat{n}) \sum_i \cos \left[\pi \frac{\vec{x}_i}{\lambda} \cdot \left(\frac{\vec{d}}{D_f} - \hat{n} \right) \right]^2. \quad (4.2.13)$$

La puissance obtenue sur un bolomètre en fonction du temps est donc

$$S_X(\vec{d}, t) = S_I(\vec{d}) \pm \cos(4\omega t)S_Q(\vec{d}) \pm \sin(4\omega t)S_U(\vec{d}), \quad (4.2.14)$$

avec le signe $+$ pour la polarisation dans la direction x et le signe $-$ pour la polarisation dans l'autre direction.

Afin d'obtenir les images synthétiques $S_X(\vec{d})$ indépendamment, il faut déterminer les termes en I , Q et U des équations 4.2.11 et 4.2.12, séparément, grâce à la modulation de la lame demi-onde.

Pour le plan focal de la polarisation x , nous obtenons alors les images synthétiques des paramètres de Stokes I , Q et U en effectuant

$$\begin{aligned} S_I(\vec{d}) &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} 2B_s(\vec{d}) \int B_p(\hat{n}) (I(\hat{n}) + \cos(4\omega t)Q(\hat{n}) \\ &\quad + \sin(4\omega t)U(\hat{n})) \sum_i \cos \left[\pi \frac{\vec{x}_i}{\lambda} \cdot \left(\frac{\vec{d}}{D_f} - \hat{n} \right) \right]^2 d\hat{n} d\omega t \\ &= 2B_s(\vec{d}) \int B_p(\hat{n}) I(\hat{n}) \sum_i \cos \left[\pi \frac{\vec{x}_i}{\lambda} \cdot \left(\frac{\vec{d}}{D_f} - \hat{n} \right) \right]^2 d\hat{n}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S_Q(\vec{d}) &= \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} 2 \cos(4\omega t) B_s(\vec{d}) \int B_p(\hat{n}) (I(\hat{n}) + \cos(4\omega t) Q(\hat{n}) \\
 &\quad + \sin(4\omega t) U(\hat{n})) \sum_i \cos \left[\pi \frac{\vec{x}_i}{\lambda} \cdot \left(\frac{\vec{d}}{D_f} - \hat{n} \right) \right]^2 d\hat{n} d\omega t \\
 &= 2B_s^2(\vec{d}) \int B_p^2(\hat{n}) Q(\hat{n}) \sum_i \cos \left[\pi \frac{\vec{x}_i}{\lambda} \cdot \left(\frac{\vec{d}}{D_f} - \hat{n} \right) \right]^2 d\hat{n}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S_U(\vec{d}) &= \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} 2 \sin(4\omega t) B_s(\vec{d}) \int B_p(\hat{n}) (I(\hat{n}) + \cos(4\omega t) Q(\hat{n}) \\
 &\quad + \sin(4\omega t) U(\hat{n})) \sum_i \cos \left[\pi i \frac{\vec{x}_i}{\lambda} \cdot \left(\frac{\vec{d}}{D_f} - \hat{n} \right) \right]^2 d\hat{n} d\omega t \\
 &= 2B_s(\vec{d}) \int B_p(\hat{n}) U(\hat{n}) \sum_i \cos \left[\pi \frac{\vec{x}_i}{\lambda} \cdot \left(\frac{\vec{d}}{D_f} - \hat{n} \right) \right]^2 d\hat{n}.
 \end{aligned}$$

En utilisant l'équation 4.2.13, les images synthétiques des paramètres de Stokes I , Q et U s'écrivent sur le plan focal x

$$S_I(\vec{d}) = \int I(\hat{n}) B_{synth}(\vec{d}, \hat{n}) d\hat{n}, \quad (4.2.15)$$

$$S_Q(\vec{d}) = \int Q(\hat{n}) B_{synth}(\vec{d}, \hat{n}) d\hat{n}, \quad (4.2.16)$$

$$S_U(\vec{d}) = \int U(\hat{n}) B_{synth}(\vec{d}, \hat{n}) d\hat{n}. \quad (4.2.17)$$

De façon similaire pour le plan focal y , nous obtenons

$$S_I(\vec{d}) = \int I(\hat{n}) B_{synth}(\vec{d}, \hat{n}) d\hat{n}, \quad (4.2.18)$$

$$S_Q(\vec{d}) = - \int Q(\hat{n}) B_{synth}(\vec{d}, \hat{n}) d\hat{n}, \quad (4.2.19)$$

$$S_U(\vec{d}) = - \int U(\hat{n}) B_{synth}(\vec{d}, \hat{n}) d\hat{n}. \quad (4.2.20)$$

Dans le cas d'un radio-interféromètre, les images synthétiques sont obtenues par traitement numérique des données, par transformation de Fourier spatiale du jeu des visibilités. Pour l'instrument QUBIC, le combineur optique effectue cette transformée de Fourier. L'optimisation de la sensibilité globale de l'instrument repose sur la sommation cohérente des lignes de base. Les lignes de base équivalentes doivent produire les mêmes franges d'interférence. Toute déviation au système idéal (aberrations et troncation du lobe sur le plan imagé) induit que la cohérence entre les franges d'interférence, produites

par les lignes de base équivalentes, est dégradée et le contraste des franges est diminué. Ces déviations entraînent une diminution de la puissance collectée par les bolomètres et, par conséquent, une perte en sensibilité globale de l'instrument. Or, il a été montré au sein de la collaboration QUBIC que les aberrations dans un système optique hors-axe sont plus importantes. Il est alors nécessaire de considérer la performance du système optique en terme de sensibilité, et donc de déterminer un estimateur qui repose sur la sommation cohérente des lignes de base équivalentes.

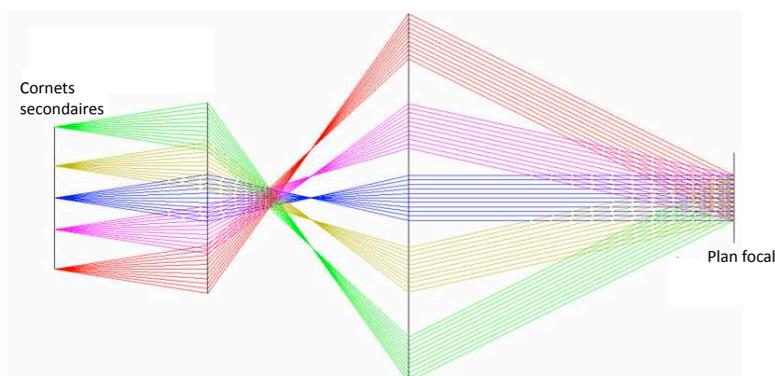


FIGURE 4.2.1: Schéma du chemin optique des faisceaux réémis par les cornets secondaires de l'instrument QUBIC pour un système optique idéal.

4.2.2 Contrainte sur la distance focale et le nombre de bolomètres

La longueur de la distance focale D_f dépend de la longueur de la plus grande ligne de base et de la taille des bolomètres. La ligne de base la plus longue correspond à la frange d'interférence la plus fine sur le plan focal. Pour que cette frange soit bien échantillonnée, il faut qu'au moins deux bolomètres couvrent une période de la frange, afin de satisfaire le théorème de Nyquist. Pour un déphasage de 2π , la longueur optimisée de la distance focale est donnée par :

$$\frac{D_f}{d_b} = n_s u_{max}. \quad (4.2.21)$$

Avec une taille de bolomètres égale à $d_b = 3$ mm, un échantillonnage $n_s = 3$ et $u_{max} = 32$ pour $l = 200$, nous obtenons $D_f = 287$ mm.

La distance focale du télescope pour l'instrument QUBIC est de 300 mm.

Une fois la distance focale du système optique connue, les valeurs des distances focales du premier f_1 et du second miroir f_2 et la distance entre les deux miroirs d peuvent être déterminées selon la relation

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \approx \frac{1}{300}. \quad (4.2.22)$$

Les dimensions du système sont données par le schéma 4.2.2, soit $f_1 = 231$ mm, $f_2 = 196$ mm et $d = 570$ mm.

Dans un système optique hors-axe, un miroir ne doit pas être placé à une distance inférieure à 300 mm de la matrice des cornets secondaires afin d'éviter les effets de

vignettage des rayons réfléchis par la matrice des cornets primaires.

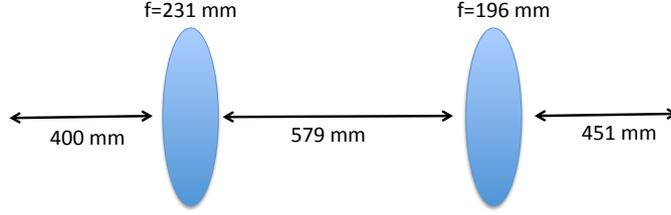


FIGURE 4.2.2: Distance focale de l'instrument QUBIC.

Pour une distance focale donnée, il est possible de contraindre le nombre de bolomètres N_b requis pour échantillonner la plus courte ligne de base correctement et intégrer suffisamment la fraction de la puissance réémise par les cornets secondaires.

Le nombre de bolomètres est donné par

$$\sqrt{N_b} = \frac{n_p D_f}{d_b u_{min}} = n_p n_s \frac{l_{max}}{l_{min}}, \quad (4.2.23)$$

avec n_p le nombre de périodes complètes avec lesquelles est échantillonnée la plus courte ligne de base. La valeur minimale du paramètre n_p est 1.

Les multipôles sont reliés aux lignes de base dans le plan uv par $l = 2\pi u$. La valeur minimale u_{min} est donnée par la distance entre deux cornets soit $u_{min} = \frac{\sqrt{2}\kappa}{\pi\sigma} + \frac{2e}{\lambda}$, avec e l'épaisseur métallique d'un cornet. Le paramètre κ dépend du profil et de la corrugation du cornet. Un cornet agit comme une pupille diffractive de surface S qui couvre un angle solide sur le ciel Ω tel que $S\Omega = \kappa^2\lambda^2$.

Si nous considérons que le lobe des cornets secondaires est une gaussienne de largeur σ , l'enveloppe des franges d'interférence sur le plan focal est une gaussienne de largeur $D_f \tan(\sigma) \simeq D_f \sigma$.

Pour un facteur de remplissage de 100%, la fraction de puissance intégrée dans une matrice de bolomètres carrée de côté $\Delta x = \sqrt{N_b} d_b = n_p n_s d_b \frac{u_{max}}{u_{min}}$ est donnée par

$$\begin{aligned} f(n_p) &= \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \frac{1}{2\pi\sigma_{fp}^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma_{fp}^2}\right) dx dy \\ &= \left[\operatorname{erf}\left(\frac{\Delta x}{2\sqrt{2}\sigma_{fp}}\right) \right]^2 \\ &= \left[\operatorname{erf}\left(\frac{n_p}{2\sqrt{2}u_{min}\sigma}\right) \right]^2 \end{aligned}$$

Nous pouvons faire l'approximation $u_{min}\sigma = \frac{\sqrt{2}\kappa}{\pi} + \frac{2e}{\lambda}\sigma \simeq \frac{\sqrt{2}\kappa}{\pi}$ avec $\kappa = 1.344$.

Nous obtenons alors

$$f(n_p) \simeq \left[\operatorname{erf}\left(\frac{\pi n_p}{4\sqrt{2}\kappa}\right) \right]^2. \quad (4.2.24)$$

Pour $n_p = 1$, nous avons $f(n_p) \simeq 0.20$. Ce résultat montre que le nombre de bolomètres est complètement contraint par la puissance intégrée sur le plan focal. Pour un nombre de bolomètres raisonnable, la distance focale du télescope doit être courte, au détriment de la dégradation de cohérence des franges d'interférence induite par les aberrations, celles-ci étant plus importantes dans un système optique de courte distance focale, comme nous allons le montrer par la suite.

Le nombre fixé de bolomètres et le critère d'échantillonnage de Nyquist contraignent ainsi fortement le concept du combineur optique de l'instrument et induisent ainsi un système optique rapide. Par ailleurs, le système doit être suffisamment compact pour entrer dans le cryostat de 1 m^3 .

4.2.3 Spécifications du combineur optique de l'instrument QUBIC

Les spécifications du combineur optique de l'instrument sont données par le tableau 4.2. La figure 4.2.3 représente un schéma du télescope optique avec ses dimensions. La figure 4.2.4 représente le bafflage en bleu autour du miroir secondaire et du plan focal. Cette enceinte thermique contient le miroir secondaire et le plan focal à 300 mK et elle permettra de réduire les rayonnements parasites en diminuant la température de l'environnement. Le problème soulevé par Michel Piat est que l'instrument QUBIC n'a pas de cornets placés en entrée des bolomètres, ce sont des bolomètres nus et par conséquent n'ont pas de directivité. Il est donc nécessaire de placer un diaphragme refroidi (*cold stop*) au-dessus du plan focal pour définir le champ de vue des bolomètres et maintenir ainsi une charge thermique stable.

Paramètres	Critères	But
Fréquence centrale	150 GHz	
Largeur de bande	25%	
Diamètre d'ouverture en entrée	Diamètre de la matrice de cornets	
Nombre de cornets	20×20	
Distance entre cornets	12.3 mm	
Epaisseur d'un cornet	1.5 mm	
Distance minimale entre les cornets et le premier miroir	170 mm	
Champ de vue	14° FWHM	
Distance focale équivalente	300 mm	270 mm
Perte en sensibilité induite par les aberrations	<10% de perte sur la puissance par multipôles	
Tache d'Airy sur le plan focal	70% avec un rayon de 51 mm	95%

TABLE 4.2: Spécifications du combineur optique de l'instrument QUBIC.

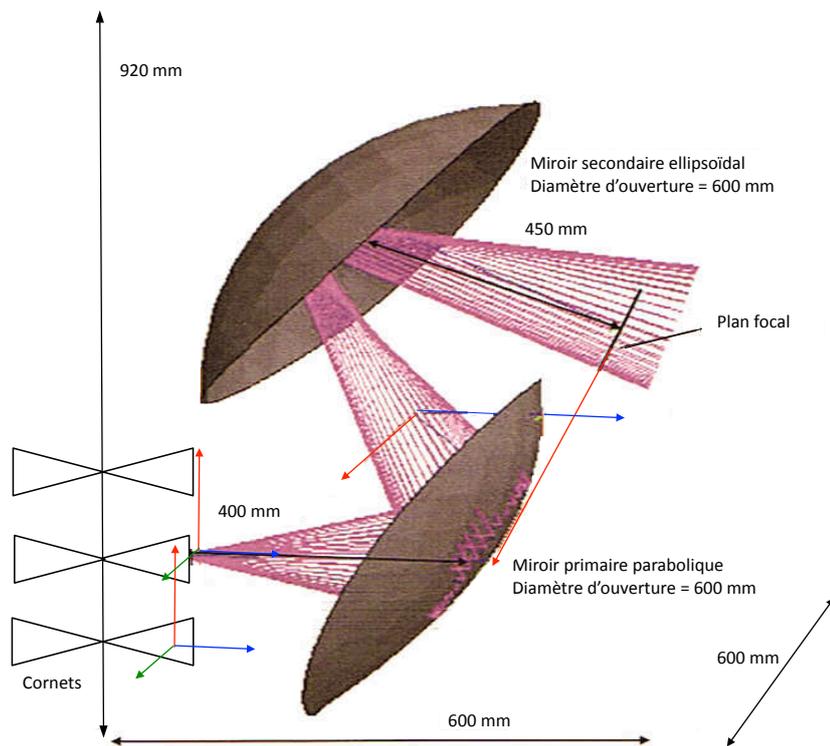


FIGURE 4.2.3: Système optique hors axe de type *Gregorian* de l'instrument QUBIC (figure réalisée par l'équipe de Maynooth).

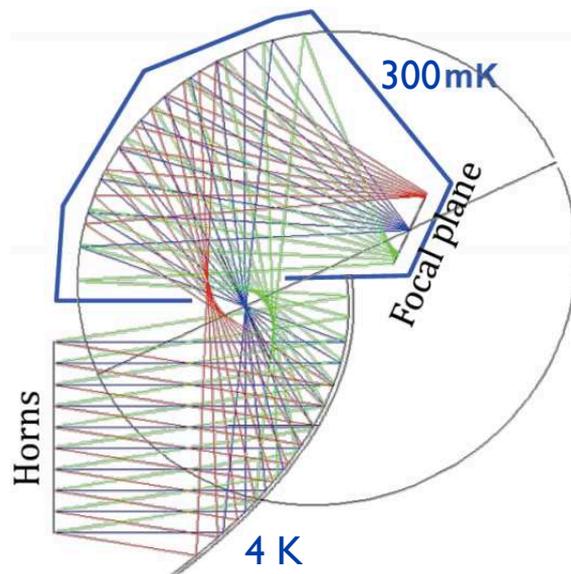


FIGURE 4.2.4: Combineur optique de l'instrument QUBIC avec l'enceinte thermique qui contient le miroir secondaire et le plan focal à 300 mK. Cette figure a été réalisée par Michel Piat.

4.2.4 Observables

Toute déviation du système optique par rapport au système idéal entraîne directement une dégradation des franges d'interférence et donc une diminution de la cohérence entre les franges d'interférence produites par les lignes de base équivalentes. Une façon d'évaluer cette performance est de déterminer un estimateur qui repose sur la sommation cohérente des lignes de base équivalentes et par conséquent donne une estimation de la perte en sensibilité globale de l'instrument induite par rapport à un système idéal.

L'instrument QUBIC peut être utilisé comme un imageur synthétique. Les observables de l'instrument sont les images synthétiques, images du ciel vues à travers les lobes synthétiques de chaque bolomètre. Pour chaque paramètre de Stokes $X=\{I, Q, U\}$, l'image synthétique peut être exprimée directement à partir du ciel observé, pour un détecteur \vec{d} et un pointage \hat{n}_p , les indices p désignant les pointages :

$$S_X(\hat{n}_p, \vec{d}) = \int X(\hat{n})\mathbf{B}(\hat{n}, \hat{n}_p, \vec{d})d\hat{n}. \quad (4.2.25)$$

Nous ne considérons dans cette section que l'intensité I .

Nous pouvons développer l'intensité I sur la base des harmoniques sphériques et introduire le développement multipolaire du lobe

$$I(\hat{n}) = \sum_{lm} a_{lm}Y_{lm}(\hat{n}), \quad (4.2.26)$$

$$B(\hat{n}, \hat{n}_p, \vec{d}) = \sum_{lm} B_{lm}(\hat{n}_p, \vec{d})Y_{lm}(\hat{n}), \quad (4.2.27)$$

avec a_{lm} les coefficients harmoniques.

Les harmoniques sphériques sont orthogonales pour le produit scalaire suivant

$$\int d\hat{n}\bar{Y}_{l'm'}(\hat{n})Y_{lm}(\hat{n}) = \delta_{ll'}\delta_{mm'}. \quad (4.2.28)$$

Le lobe synthétique est réel, soit $\mathbf{B}(\hat{n}, \hat{n}_p, \vec{d}) \in \mathbb{R}$, nous obtenons $\bar{\mathbf{B}}_{\text{synth}}(\hat{n}, \hat{n}_p, \vec{d}) = \mathbf{B}(\hat{n}, \hat{n}_p, \vec{d})$.

D'où, en utilisant 4.2.28, nous pouvons réexprimer l'image synthétique sous la forme

$$S_X(\hat{n}_p, \vec{d}) = \sum_{lm} \bar{B}_{lm}(\hat{n}_p, \vec{d})a_{lm}. \quad (4.2.29)$$

La matrice de covariance des images synthétiques pour différentes directions \hat{n}_p et \hat{n}_l et bolomètres \vec{d} et \vec{d}' est donnée par

$$\langle S_I(\hat{n}_p, \vec{d}).S_I^*(\hat{n}_l, \vec{d}') \rangle = \langle \sum_{lm} \sum_{l'm'} a_{lm}a_{l'm'}^* \bar{B}_{lm}(\hat{n}_p, \vec{d})\bar{B}_{l'm'}^*(\hat{n}_l, \vec{d}') \rangle. \quad (4.2.30)$$

Le principe d'isotropie implique : $\langle a_{lm}a_{l'm'}^* \rangle = C_l\delta_{mm'}\delta_{ll'}$, ce qui induit :

$$\langle S_I(\hat{n}_p, \vec{d}).S_I^*(\hat{n}_l, \vec{d}') \rangle = \sum_l C_l \sum_m \bar{B}_{lm}(\hat{n}_p, \vec{d})\bar{B}_{lm}^*(\hat{n}_l, \vec{d}'). \quad (4.2.31)$$

Pour un détecteur \vec{d} et un pointage \hat{n}_p , nous obtenons

$$\langle S_{I,n_p}(\vec{d}) \cdot S_{I,n_p}^*(\vec{d}') \rangle = \sum_l C_l \sum_m \bar{B}_{lm}(\vec{d}) \bar{B}_{lm}^*(\vec{d}'). \quad (4.2.32)$$

Nous pouvons exprimer la matrice covariance de l'image synthétique comme une combinaison linéaire du spectre de puissance, selon différentes orientations et directions dans le ciel :

$$\langle S_I(\hat{n}_p, \vec{d}) \cdot S_I(\hat{n}_l, \vec{d}') \rangle = \sum_l C_l W_l(\hat{n}_p, \vec{d}, \hat{n}_l, \vec{d}'), \quad (4.2.33)$$

où W_l est la fonction fenêtre définie par :

$$W_l = \sum_m \bar{B}_{lm}(\hat{n}_p, \vec{d}) \bar{B}_{lm}^*(\hat{n}_l, \vec{d}'). \quad (4.2.34)$$

La fonction fenêtre donne la sensibilité de l'instrument aux différents multipôles, autrement dit, elle représente la quantité de signal reçue par les bolomètres pour chaque multipôle ou le poids exact de la réponse de l'instrument dans le plan uv . Les fonctions fenêtres d'un instrument avec 400 cornets en configuration circulaire sont représentées par la figure 4.2.5, dans le cas sans largeur de bande et des détecteurs ponctuels en bleu, avec 25% largeur de bande et avec des détecteurs ponctuels en vert et avec 25% largeur de bande et des détecteurs de taille de 3 mm en rouge. La largeur de bande et la taille des détecteurs réduisent la puissance et lissent la fonction fenêtre dans l'espace des multipôles.

La forme complexe de la fonction fenêtre dépend de la structure du lobe synthétique, des lobes primaires et secondaires, des effets systématiques et sur la maîtrise des aberrations. Elle résulte du fait que tous les modes ne sont pas observés et la forme de la fonction fenêtre résulte de la somme du nombre fini de lignes de base.

La forme de la fonction fenêtre montre que le lobe synthétique est très structuré, il est défini par les mesures de chaque ligne de base individuellement. Celles-ci définissent une échelle angulaire sur le ciel. Leur longueur détermine une fréquence spatiale, soit un mode de Fourier de l'image du ciel. Ainsi, chaque ligne de base contribue sur le plan focal à une frange d'interférence, avec une fréquence spatiale déterminée par la longueur de la ligne de base.

Dans le cas d'un imageur, tous les modes sont propagés, la forme du lobe est donc une gaussienne. Cette différence peut s'observer avec la fonction de transfert, celle-ci prend des valeurs nulles pour certains modes et pas pour d'autres pour un instrument interféromètre bolométrique; tandis que pour un imageur, elle est lissée. La fonction fenêtre dépend donc de la distribution des lignes de base.

Pour un interféromètre bolométrique, la limite dans l'espace des multipôles résulte de la distance entre les cornets. Le fait que la fonction fenêtre présente plusieurs pics montre que l'instrument a accès à un espace discret de multipôle, dont la résolution est donnée par $\Delta l \simeq 1/\sigma_{prim}$ avec σ_{prim} l'angle solide du lobe primaire.

Toute déviation au système optique idéal entraîne une diminution de la puissance collectée sur le plan focal et donc aura un impact sur la fonction fenêtre. La fonction fenêtre constitue en terme de sensibilité de l'instrument un bon estimateur pour estimer l'impact des aberrations.

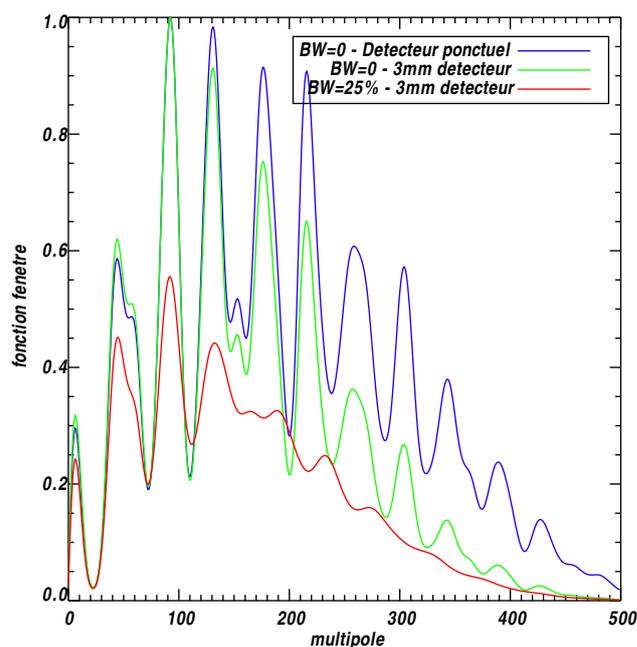


FIGURE 4.2.5: Fonctions fenêtrées d'un instrument avec 400 cornets primaires en fonction des multipôles. En bleu est représentée la fonction fenêtrée pour un instrument monochromatique avec des détecteurs ponctuels, en vert pour un instrument monochromatique avec des détecteurs de 3 mm de diamètre et en rouge pour un instrument avec 25% de largeur de bande et des détecteurs de taille 3 mm.

4.3 Méthodes d'analyse du système optique

4.3.1 Formalisme des faisceaux gaussiens

Dans cette partie, nous allons introduire les notions qui nous seront utiles dans la suite de ce chapitre sur le formalisme des faisceaux gaussiens. Cette section ne fournit pas une description exhaustive de ce formalisme, une explication détaillée est donnée dans [77].

Le formalisme des faisceaux gaussiens permet de simuler la propagation des faisceaux dans un système quasi-optique. Le champ électrique est considéré comme un faisceau monochromatique spatialement cohérent, représenté par le champ électrique $E(x, y, z)$. Ce faisceau peut être considéré comme une combinaison linéaire des modes complexes de propagation indépendants, dont l'enveloppe est une fonction gaussienne. Ces modes sont la solution de l'équation de propagation dans le cadre de l'approximation paraxiale, et peuvent se propager indépendamment avant de se recombiner sur le plan image. Les faisceaux gaussiens sont dits limités par diffraction, ce qui signifie qu'il est possible de les focaliser avec la plus petite tâche possible accessible. Cette caractéristique permet d'atteindre des résolutions importantes, mais limite l'observation d'objets de tailles inférieures à la longueur d'onde.

Nous suivons le formalisme de [77].

Soit l'axe z la direction de propagation du faisceau, le champ électrique a pour expression

$$E(x, y, z) = u(x, y, z) \exp(-jkz), \quad (4.3.1)$$

avec $u(x, y, z)$, l'amplitude scalaire complexe qui décrit l'évolution spatiale du faisceau.

Dans le cadre de l'approximation paraxiale, la divergence du faisceau doit être faible par rapport à son axe de propagation z , d'où

$$\left| \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right| \ll \left| 2k \frac{\partial u}{\partial z} \right|, \left| \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|, \left| \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right|. \quad (4.3.2)$$

L'équation de propagation s'écrit alors

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2jk \frac{\partial u}{\partial z} = 0. \quad (4.3.3)$$

En coordonnées cylindriques, nous obtenons $u = u(r, \varphi, z)$. La coordonnée r représente la distance perpendiculaire à l'axe de propagation z et φ la coordonnée angulaire. Dans ce système de coordonnées, l'équation d'onde devient

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - 2jk \frac{\partial u}{\partial z} = 0. \quad (4.3.4)$$

Dans l'approximation paraxiale, la solution la plus simple de l'équation d'onde est donnée par

$$u(r, z) = A(z) \exp \left[\frac{-jkr^2}{2q(z)} \right], \quad (4.3.5)$$

avec $q(z)$ le rayon complexe du faisceau tel que

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - j \frac{\lambda}{\pi w^2}, \quad (4.3.6)$$

où $R(z)$ est le rayon de courbure du front d'onde et $w(z)$ les demi-largeurs de la largeur du faisceau.

Nous appelons le minimum de $w(z)$, w_0 , le rayon au niveau de l'étranglement (*waist*) du faisceau placé arbitrairement en $z = 0$.

En remplaçant cette solution dans l'équation d'onde paraxiale, nous obtenons

$$q(z) = q(z=0) + z, \quad (4.3.7)$$

$$A(z) = A(z=0) \frac{q(z=0)}{q(z)}. \quad (4.3.8)$$

En utilisant les équations 4.3.6 et 4.3.7, et en identifiant les parties réelles et imaginaires de 4.3.7, les expressions de $w(z)$ et $R(z)$ sont

$$w^2(z) = w_0^2 \left(1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right)^{0.5}, \quad (4.3.9)$$

$$R(z) = z + \frac{1}{z} \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda} \right)^2. \quad (4.3.10)$$

Le mode fondamental du faisceau gaussien a une distribution gaussienne du champ électrique perpendiculaire à l'axe de propagation z , et à toutes les distances r le long de cet axe

$$\frac{|E(r, z)|}{|E(0, z)|} = \exp \left[- \left(\frac{r}{\omega} \right)^2 \right]. \quad (4.3.11)$$

A grande distance de l'étranglement, l'angle d'ouverture du faisceau, appelé angle asymptotique de croissance du rayon, est

$$\theta_0 = \tan^{-1} \left(\frac{\lambda}{\pi \omega_0} \right) \simeq \frac{\lambda}{\pi \omega_0}. \quad (4.3.12)$$

Il est correcte d'utiliser l'approximation des petits angles dans le cadre de l'approximation paraxiale.

De cette expression, nous pouvons déduire que lorsque le rayon de l'étranglement est grand, le faisceau est faiblement divergent, il est donc quasi parallèle.

La figure 4.3.1 représente les paramètres d'un faisceau gaussien d'une coupe à travers le faisceau dans le plan xOz .

Dans l'approximation du champ proche, il est pratique d'exprimer la distribution du champ électrique en fonction de l'angle θ depuis l'axe de propagation z

$$\frac{E(\theta)}{E(0)} = \exp \left[- \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^2 \right]. \quad (4.3.13)$$

La puissance ou l'intensité est obtenue par le carré de cette expression

$$I = \exp \left[-2 \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^2 \right]. \quad (4.3.14)$$

A mi-puissance, nous obtenons

$$\theta_{1/2} = \theta_0 \sqrt{\frac{\ln 2}{2}}, \quad (4.3.15)$$

d'où, pour la largeur à mi-hauteur du faisceau des cornets, nous obtenons

$$\theta_{FWHM} = \theta_0 2 \sqrt{\frac{\ln 2}{2}} \simeq 1.18 \theta_0. \quad (4.3.16)$$

Dans le cas de l'instrument QUBIC pour lequel $\theta_{FWHM} = 14^\circ$, la valeur du rayon au niveau de l'étranglement est donné par

$$\omega_0 \simeq 1.18 \frac{\lambda}{\pi \theta_{FWHM}} = 3.074 \text{ mm}. \quad (4.3.17)$$

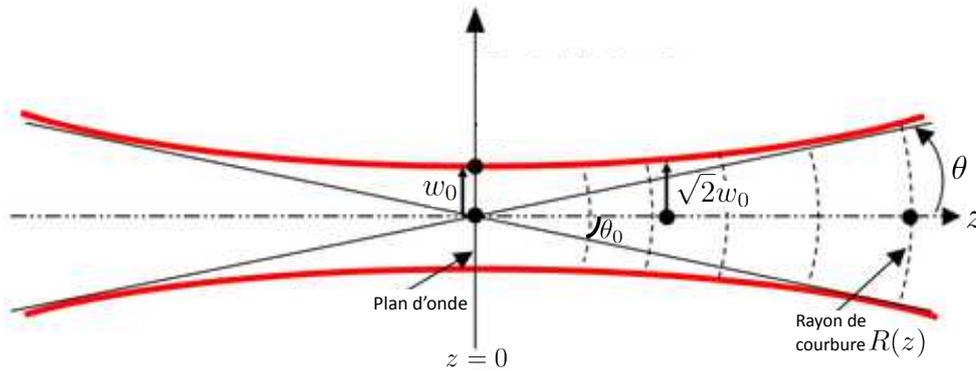


FIGURE 4.3.1: Schéma des paramètres d'un faisceau gaussien.

4.3.2 Puissance couplée à chaque détecteur

Un système quasi-optique peut être caractérisé par le coefficient de couplage entre un lobe gaussien incident au lobe caractérisant une composante comme un détecteur. Des erreurs lors de la construction du système et dans l'alignement des composantes du système optique peuvent résulter en un couplage imparfait. Le coefficient de couplage entre deux lobes gaussiens a et b est donné par l'intégrale de la distribution du complexe conjugué du champ électrique du premier lobe multiplié par la distribution du champ du second lobe

$$c_{ab} = \iint E_a^* E_b dS. \quad (4.3.18)$$

L'intégrale est réalisée sur la surface de l'absorbeur.

La puissance de couplage P_{ab} entre deux lobes est la fraction de la puissance incidente collectée par le second lobe soit $P_{ab} = |c_{ab}|^2$.

Les figures 4.3.2 et 4.3.3 représentent la puissance de couplage par bolomètre pour une sélection de lignes de base équivalentes de 40 mm de longueur. Ces résultats ont été obtenus par l'équipe de Maynooth. La figure 4.3.2 montre le résultat de l'analyse d'un système optique hors-axe de type *Gregorian* de distance focale 300 mm. Ce graphique représente l'intensité des franges d'interférence échantillonnées en fonction des positions des bolomètres. Chaque carré représente les intensités des franges d'interférence d'une ligne de base particulière. La valeur de la puissance intégrée par bolomètre dépend des observations du bolomètre selon qu'il observe le maximum ou le minimum de la frange d'interférence.

La figure 4.3.3 représente les intensités des franges produites par chaque ligne de base échantillonnées selon une coupe à travers le centre du plan focal. La figure de gauche montre l'intensité des franges d'interférence échantillonnées pour un système avec aberrations, et à droite le résultat obtenu pour un système idéal. L'observable importante dans ces graphiques est l'étendue des carrées par bolomètre, soit l'écart entre les valeurs des intensités des franges d'interférence produites par des lignes de base équivalentes collectées par un bolomètre. Nous pouvons remarquer que pour un système avec aberrations, pour un bolomètre, les valeurs des intensités des franges d'interférence échantillonnées sont plus dispersées.

Dans le cas classique d'un instrument composé d'un cornet émetteur et d'un système réflecteur, lorsqu'un faisceau gaussien est réparti sur la surface du réflecteur principal, différentes régions du faisceau présentent des distances focales différentes. Ainsi, pour l'instrument QUBIC composé d'un certain nombre de cornets, des distorsions de magnitudes différentes vont impacter les faisceaux provenant de cornets différents. La combinaison des champs électriques induit alors une courbure des franges d'interférence et une aberration de coma. Cependant, il est possible de réduire ces aberrations en compensant l'aberration induite par le miroir principal avec celle du miroir secondaire.

Une contrainte fixée pour le combineur de l'instrument QUBIC est que la dispersion des valeurs des intensités des franges d'interférence échantillonnées par bolomètre et produites par des lignes de base équivalentes soit inférieure ou égale à 1%.

Il a été montré [132] qu'augmenter la distance focale réduit la dispersion des valeurs des intensités des franges d'interférence de lignes de base équivalentes échantillonnées par bolomètre. Un faisceau réfléchi par un réflecteur aura idéalement le même mode fondamental que le faisceau incident, mais avec un rayon de courbure modifié par les propriétés de transformation de phase du miroir. Selon [132], le paramètre de distorsion est défini par

$$U = \frac{\omega_m \tan(\theta_i)}{2\sqrt{2}D_f}, \quad (4.3.19)$$

avec ω_m le rayon du faisceau à la position du miroir et θ_i l'angle entre un rayon parallèle à la direction de propagation z dans le plan xOz et la normale de la surface du réflecteur et D_f la distance focale du système.

La fraction de puissance du faisceau réfléchi, contenue dans le mode fondamental est donnée par

$$P_f = 1 - U^2 = 1 - \frac{\omega_m^2}{8D_f^2} \tan^2 \theta_i. \quad (4.3.20)$$

De cette expression, nous pouvons déduire que pour une valeur de l'angle θ_i petite, et un système optique « lent », c'est à dire de grande distance focale, le système optique permet une bonne efficacité.

Afin de caractériser complètement le système optique, il faut tenir compte des effets des composantes optiques sur la polarisation du lobe incident, qui est étudié en déterminant la fraction de rayonnement polarisé transverse à la direction de polarisation. Dans la plupart des cas, la courbure de la surface du réflecteur et le changement de direction de la normale sur la surface du réflecteur produit un changement dans la direction de polarisation d'un faisceau linéairement polarisé.

La relation entre la fraction de puissance du faisceau incident, qui est réfléchi dans la composante de la polarisation croisée et la distance focale est démontrée dans [132]

$$P_{co} = 1 - 2U^2 = 1 - \frac{\omega_m^2}{4D_f^2} \tan^2 \theta_i. \quad (4.3.21)$$

Cette perte de puissance peut être maintenue à un niveau relativement bas, comme dans le cas de la perte de puissance par distorsion, si la distance focale est grande et l'angle θ_i petit.

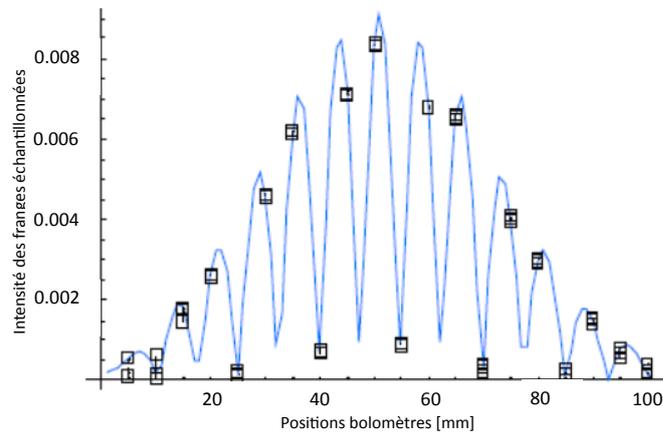


FIGURE 4.3.2: Puissance couplée par bolomètre pour une sélection de lignes de base équivalentes de 40 mm pour un système optique de distance focale 300 mm. Cette figure a été réalisée par l'équipe de Maynooth.

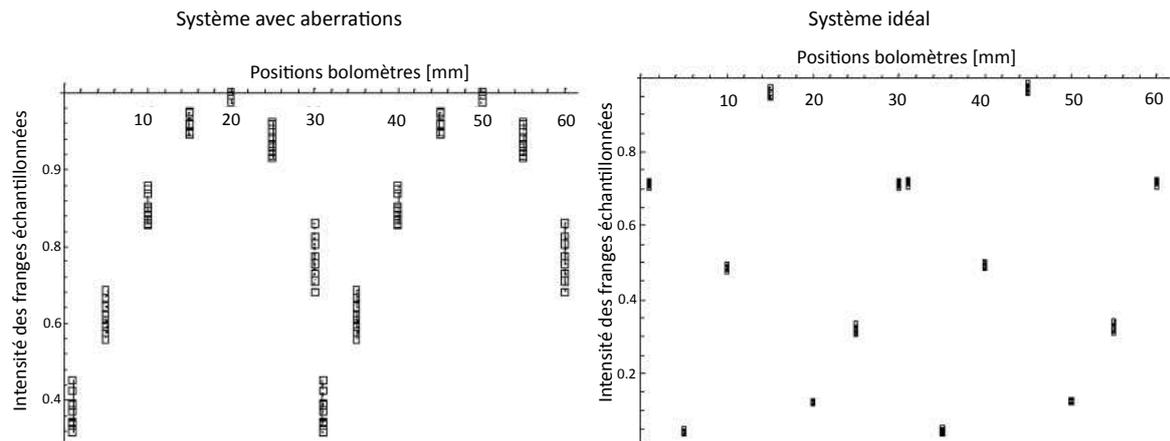


FIGURE 4.3.3: Intensité des franges d'interférence des lignes de base équivalentes de 40 mm selon une coupe au centre du plan focal pour un système optique de distance focale 300 mm. À gauche est représentée la puissance collectée par bolomètre pour un système optique avec aberrations, à droite, pour un système sans aberration. L'étendue de la puissance intégrée par bolomètre est plus importante dans le cas d'un système avec aberrations. Cette figure a été réalisée par l'équipe de Maynooth.

Les figures 4.3.4 représentent les intensités des franges échantillonnées pour des lignes de base équivalentes de 80 mm selon des valeurs de la distance focale croissantes : 200 mm, 400 mm et 800 mm de distance focale. Ces graphiques montrent que plus le télescope est « rapide », soit de courte distance focale, plus la dispersion des valeurs des intensités des franges d'interférence échantillonnées par un bolomètre est importante. Ainsi, augmenter

la distance focale permet de réduire les aberrations du système optique, ce qui permet une meilleure corrélation entre les franges d'interférence produites par les lignes de base équivalentes.

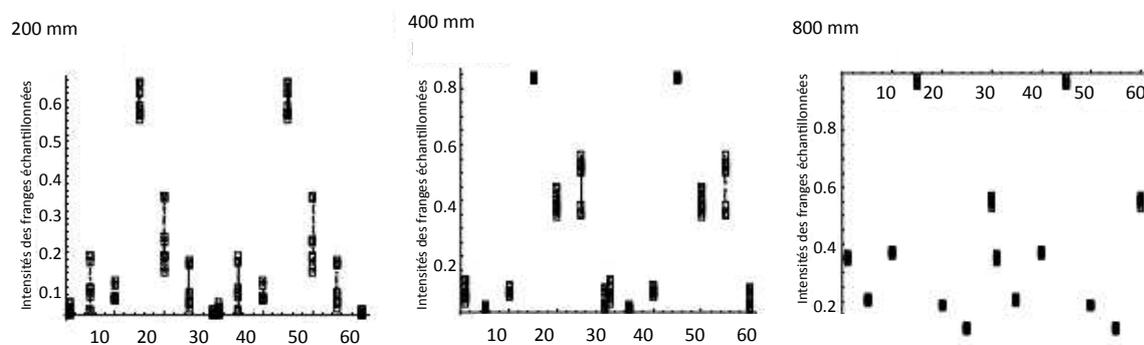


FIGURE 4.3.4: Coupe à travers le plan focal des franges d'interférence des lignes de base équivalentes de 80 mm échantillonnées par bolomètre, pour différentes distances focales 200 mm, 400 mm, 800 mm.

4.4 Performances optiques du système en terme de sensibilité

Les positions des cornets et la configuration du plan focal étant déterminées, des contraintes fortes sont déjà fixées sur le système optique. Le critère important est de déterminer le système optique pour lequel les lignes de base seront correctement échantillonnées à partir d'un nombre de bolomètres et de cornets fixé. Pour cela, une analyse de lancée de rayon (*ray tracing*) peut être réalisée en première approximation afin de vérifier le concept optique et que les faisceaux convergent aux régions désirées sur le miroir secondaire et sur le plan focal. Cette étude peut être réalisée avec le logiciel commercial Zeemax. Une analyse avec le formalisme des faisceaux gaussiens peut être ensuite réalisée pour simuler la propagation des rayons dans le système optique, par exemple avec le logiciel GRASP. Le travail effectué au cours de cette thèse porte sur les résultats des simulations réalisées avec le logiciel GRASP.

Dans cette étude, nous n'avons considéré que l'intensité du champ électrique et non sa polarisation. Nous donnons l'analyse de la configuration finale du combineur optique qui donne les meilleurs résultats. Selon les spécificités d'une configuration d'un combineur optique (fréquence d'observation, diamètre du miroir primaire, satisfaction de la condition de Mizugutchi-Dragone, l'excentricité des miroirs ...), le logiciel optique GRASP permet de créer toutes les composantes électriques et géométriques nécessaires à une analyse électromagnétique. Des simulations réalisées avec ce logiciel, sont obtenues, pour chaque concept du combineur, la phase et l'amplitude de chaque champ électrique, émis par un cornet à une position précise, sur une grille en sortie circulaire ou carrée. Une façon d'analyser les différentes configurations de système optique afin de déterminer le plus performant est de comparer les lobes synthétiques obtenus pour chacune des configurations et le lobe obtenu dans un cas idéal. Il est alors possible de déduire l'impact

des aberrations et des perturbations d'un système optique sur la sensibilité, en calculant le rapport entre les fonctions fenêtres du lobe synthétique d'un système idéal et du lobe synthétique obtenu pour le système optique étudié. La matrice de cornets secondaires est une matrice de 300×300 mm circulaire de 400 cornets séparés de 13.7 mm dans les directions x et y . Les lobes des cornets sont des lobes gaussiens de 14° FWHM.

Afin d'analyser plusieurs configurations de combineur optique, nous avons suivi la procédure numérique suivante :

- Les phases de chaque cornet obtenues des simulations par le logiciel GRASP permettent de reconstruire le déphasage de l'équation 4.2.1 et ainsi de déterminer le lobe synthétique de l'instrument avec ce combineur optique. Une analyse en harmoniques sphériques des cartes des lobes synthétiques est réalisée afin déterminer les coefficients B_{lm} des cartes des lobes de l'instrument, donnés par l'équation 4.2.27. Le degré maximal des harmoniques sphériques est fixé selon la résolution de la carte des lobes synthétiques. Ce paramètre détermine jusqu'à quel degré des harmoniques sphériques, la décomposition des cartes des lobes synthétiques sera effectuée. A partir des valeurs obtenues des coefficients B_{lm} , selon un intervalle de multipôles donnés, nous pouvons estimer les fonctions fenêtres, selon l'expression 4.2.34, par multipôles et par détecteur et ainsi déterminer la partie diagonale de ces fonctions fenêtres, soit pour $\hat{n}_p = \hat{n}_l$ et $\vec{d} = \vec{d}'$, selon la relation 4.2.34.

- Le diagramme des plans images de chaque configuration est obtenu en effectuant la somme des intensités de chaque cornet pour une configuration du système optique. Ces diagrammes permettent de mettre en évidence le déplacement du lobe induit par les aberrations ou par déplacement des composantes du système optique par rapport au système nominal.

- La fraction de puissance intégrée, donnée dans le paragraphe 4.2.2, pour chaque configuration est calculée. Elle peut être estimée en déterminant la largeur du lobe obtenue sur le plan focal σ_{fp} , en ajustant une gaussienne à deux dimensions sur cette image. Cette étude permet de calculer la distance focale effective et le pourcentage de flux intégré sur le plan focal.

L'étude du combineur optique peut s'effectuer en trois étapes :

1. Estimation de l'impact des aberrations du système optique sur la sensibilité de l'instrument.
2. Estimation de la dégradation de la sensibilité de l'instrument due à un déplacement ou à une rotation d'une composante du système optique. Cette étape consiste à étudier ces perturbations pour chaque composante du combineur optique séparément.
3. Etude statistique de l'ensemble du système pour un jeu de tolérances par la méthode Monte Carlo permettant de faire varier les paramètres de tous les éléments optiques simultanément.

4.4.1 Performance en sensibilité du concept optique retenu

La configuration du combineur optique retenue est un système hors-axe de type *Gregorian* de courte distance focale 300 mm. La distance focale ne peut être réduite étant contrainte par la taille du plan focal et du cryostat. La figure 4.4.1 représente la carte

de projection gnomonique Healpix du lobe synthétique obtenu pour cette configuration optique pour une matrice circulaire de 400 cornets (figure de droite). La carte de projection gnomonique healpix du lobe synthétique idéal est donnée par la figure de gauche. Le rapport des fonctions fenêtres, représenté par la figure 4.4.2 en fonction des multipôles, déterminé à partir de ces cartes, a permis de donner une estimation de la perte en sensibilité induite par les aberrations de 11%. Le calcul de la distance focale effective donne une valeur d'environ 260 mm et un pourcentage de flux intégré raisonnable d'environ 72% et en polarisation croisée de 0.4% pour un cornet central. Les plans images obtenus pour les polarisations x et y et pour les polarisations croisées sont représentés par les figures 4.4.3.

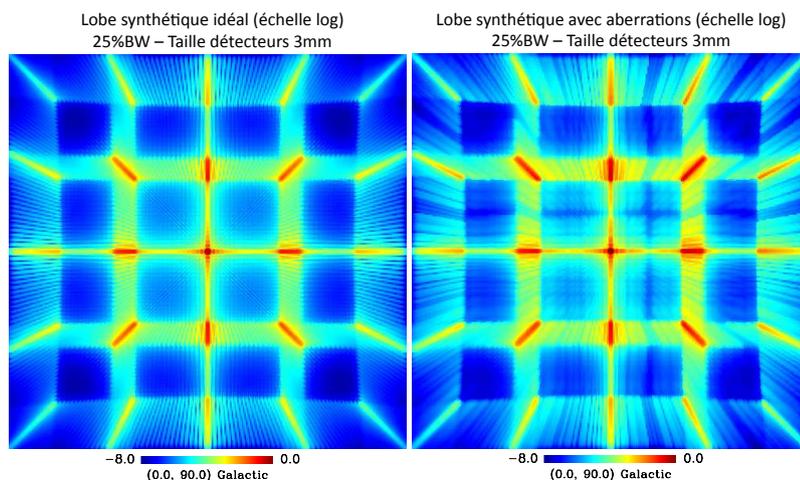


FIGURE 4.4.1: Cartes des projections gnomoniques des lobes synthétiques idéals à gauche et avec aberrations à droite pour 400 cornets en échelle logarithmique.

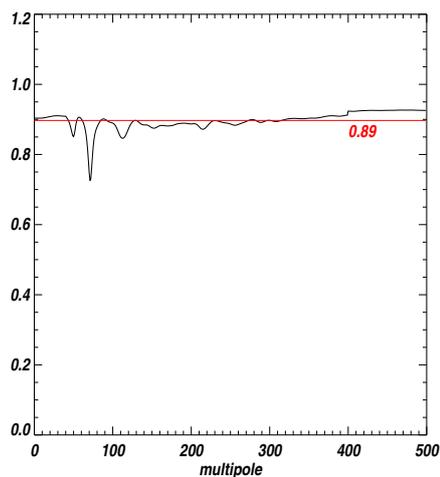


FIGURE 4.4.2: Rapport des fonctions fenêtres de l'instrument idéal et de l'instrument avec aberrations en fonction des multipôles.

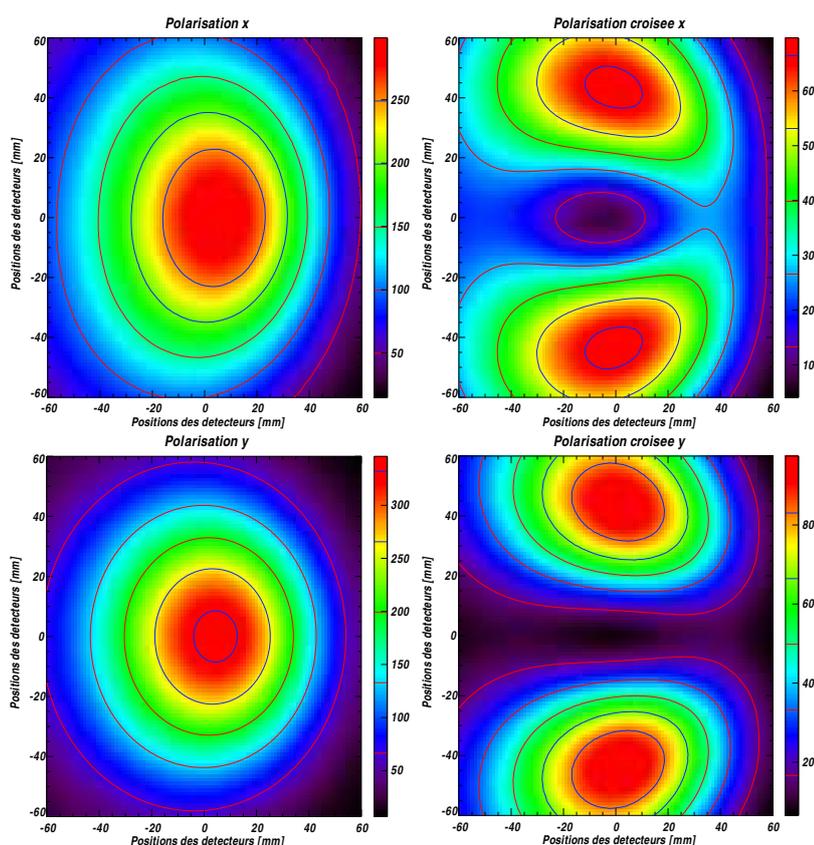


FIGURE 4.4.3: Plans images obtenus pour la polarisation x et la polarisation y .

Ce concept de combineur optique permet d'atteindre une perte en sensibilité induite par les aberrations satisfaisante et répond aux spécificités de la taille du cryostat et d'un nombre raisonnable de bolomètres.

4.4.2 Tolérances optiques pour différentes perturbations du télescope

4.4.2.1 Considérations générales

Etudier plusieurs perturbations des composantes d'un système optique permet de fournir une première estimation des tolérances sur les déviations de chaque composante du télescope, par rapport au système idéal. Fixer des tolérances sur le système optique peut sembler difficile à respecter d'un point de vue de la réalisation mécanique, mais dans le cas où l'alignement des différentes composantes optiques est réglable en déterminant plusieurs points de libertés des composantes en translation et en rotation et en ajustant l'alignement des composantes à l'aide d'un laser, nous pourrions espérer que ces tolérances seront obtenues. Cette étude donne une première estimation des perturbations qui ont le plus d'impact sur la sensibilité globale du système et des composantes du système les plus sensibles. Cette étude a consisté à évaluer séparément l'influence sur la performance globale du système de chaque perturbation testée : en l'appliquant sur une composante du système optique et en quantifiant son impact sur sa sensibilité, tout en conservant les performances du système optimales à l'exception du paramètre d'intérêt.

Par la suite, une fois que les perturbations les plus critiques et les composantes les plus sensibles auront été déterminées, il serait intéressant de réaliser une étude statistique de ces paramètres en faisant varier l'amplitude des perturbations sur ces composantes afin de déterminer la valeur maximale acceptable et d'estimer l'évolution de ces perturbations en fonction de leur amplitude.

4.4.2.2 Méthode

Le plan focal, représenté par la figure 4.4.4 en bleu, est une grille circulaire de 161×161 points de 102×102 mm. Les simulations du logiciel GRASP permettent d'obtenir les valeurs des amplitudes et des phases du champ électrique en chacun des points de la grille de sortie en configuration circulaire. Le centre de chaque miroir est considéré comme le point de pivot, à partir duquel les axes de référence seront définis, et donc les perturbations appliquées. La position de ce point pour chaque miroir est représenté par la figure 4.4.5. Le point pivot du réflecteur principal est situé sur le sommet de la parabole qui définit le premier miroir. Le point pivot du miroir secondaire est le point de la surface du miroir par lequel passe la ligne qui définit le centre d'un cylindre de rayon 300 mm. Ce cylindre définit la section de l'ellipsoïde qui forme le second miroir.

Pour effectuer cette étude des tolérances, 22 cornets de la matrice de cornets initiale ont été choisis parmi les 400 cornets de la matrice de cornets primaires selon la figure 4.4.6.

Selon la configuration des axes donnée par la figure 4.4.4, les perturbations prises en compte dans cette étude sont les désalignements des miroirs par translation et par rotation selon les axes définis. Pour chacun des miroirs M_1 et M_2 , les perturbations suivantes ont été appliquées :

- 1- Translation suivant x de +1 mm,
- 2- Translation suivant x de -1 mm,
- 3- Translation suivant y de +1 mm,
- 4- Translation suivant y de -1 mm,
- 5- Translation suivant z de +1 mm,
- 6- Translation suivant z de -1 mm,
- 7- Rotation suivant x de +1 degrés,
- 8- Rotation suivant x de -1 degrés,
- 9- Rotation suivant y de +1 degrés,
- 10- Rotation suivant y de -1 degrés,
- 11- Rotation suivant z de +1 degrés,
- 12- Rotation suivant z de -1 degrés.

Nous désignerons par la suite chacune des perturbations appliquées sur les miroirs M_1 et M_2 , par P_i , avec l'indice $i=1$ à 24.

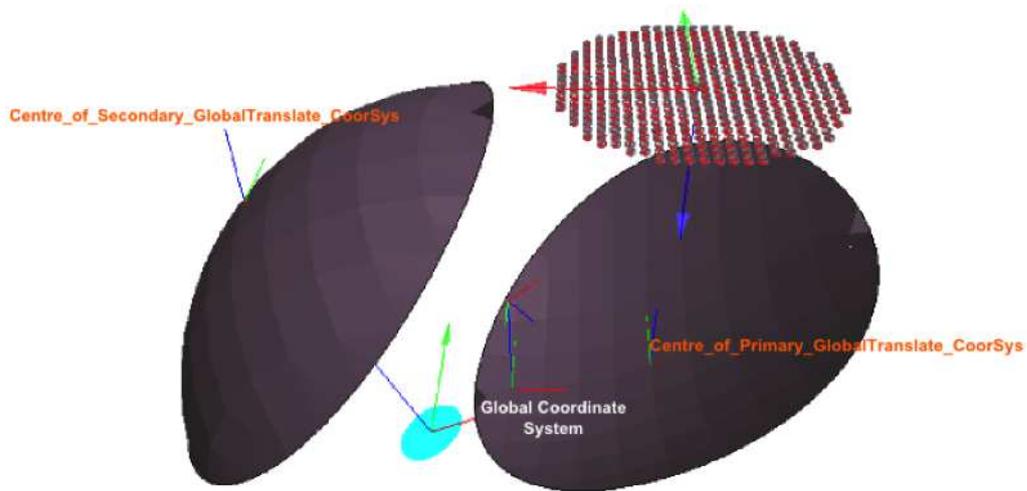


FIGURE 4.4.4: Convention du système d'axes (x, y, z) . Le vecteur rouge est l'axe x , le vecteur vert l'axe y et le vecteur bleu, l'axe z . Cette figure a été réalisée avec le logiciel GRASP par l'équipe de Maynooth.

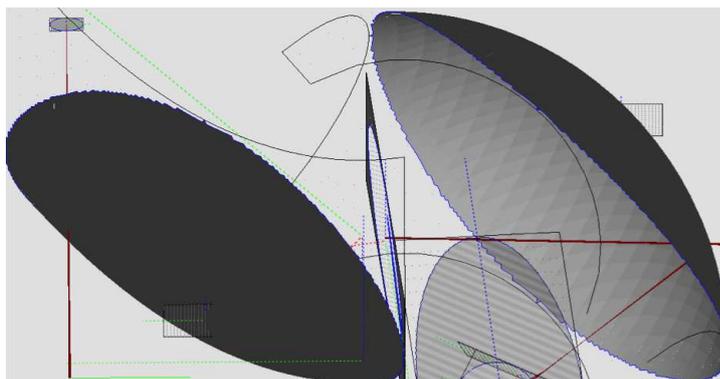


FIGURE 4.4.5: Définition du point pivot. Cette figure a été réalisée avec le logiciel MODAL par l'équipe de Maynooth.

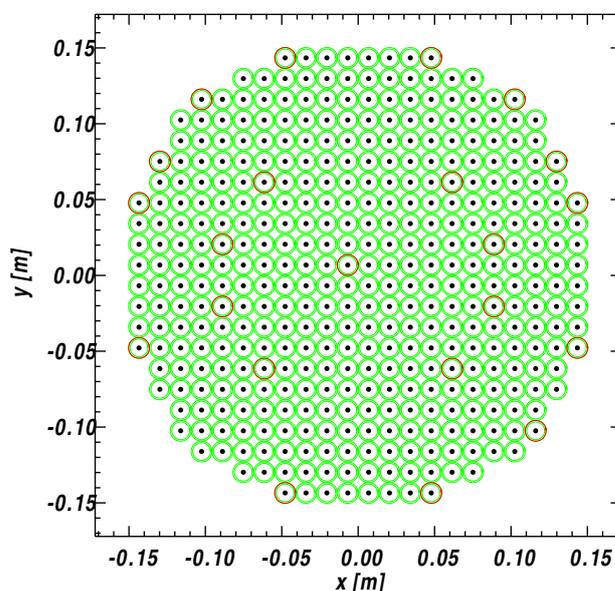


FIGURE 4.4.6: Les cornets en rouge représentent les cornets sélectionnés pour effectuer les tests de tolérance, parmi les 400 cornets de la matrice des cornets primaires.

Les étapes effectuées pour interpréter les résultats des simulations obtenus avec le logiciel GRASP sont :

1. Calcul du lobe synthétique idéal avec la configuration des 22 cornets pour un instrument sans largeur de bande et pour des détecteurs ponctuels. La carte de la projection gnomonique du lobe synthétique obtenu avec cette configuration des cornets primaires est donnée par la carte de gauche de la figure 4.4.7.
2. Calcul du lobe synthétique pour la configuration des 22 cornets de l'instrument avec le système optique étudié. Dans ce cas, la sensibilité de l'instrument est seulement impactée par les aberrations. La carte de la projection gnomonique du lobe synthétique obtenu est donnée par la carte de droite de la figure 4.4.7.
3. Calcul des diagrammes des plans images pour chaque configuration de perturbation et de composante du système optique. Le plan image résulte de la somme des intensités de chaque cornet pour chaque configuration. Les diagrammes des plans images sont représentés par la figure 4.4.8 pour les tests de tolérance sur le miroir primaire et par la figure 4.4.9 pour le miroir secondaire.
4. Calcul du lobe synthétique pour chaque test de tolérance, soit pour les douze perturbations pour chacun des deux miroirs. Les cartes des projections gnomoniques des lobes synthétiques pour chacun des miroirs sont données par les figures 4.4.10 et 4.4.11 respectivement.
5. Calcul des fonctions fenêtres pour un instrument avec un télescope idéal, pour un instrument avec un télescope avec aberrations et pour chaque instrument avec un

système optique avec chacune des configurations des perturbations et des composantes optiques.

6. Calcul du rapport des fonctions fenêtres :

- Rapport entre la fonction fenêtre du lobe synthétique idéal et du lobe synthétique obtenu avec un instrument avec aberrations.
- Rapport entre la fonction fenêtre du lobe synthétique idéal et du lobe synthétique obtenu de chaque test de tolérance sur l'alignement des miroirs.
- Rapport entre la fonction fenêtre du lobe synthétique d'un système impacté par les aberrations seulement et du lobe synthétique obtenu de chaque test de tolérance sur l'alignement des miroirs.

Les valeurs des rapports des fonctions fenêtres sont données dans le tableau 4.3.

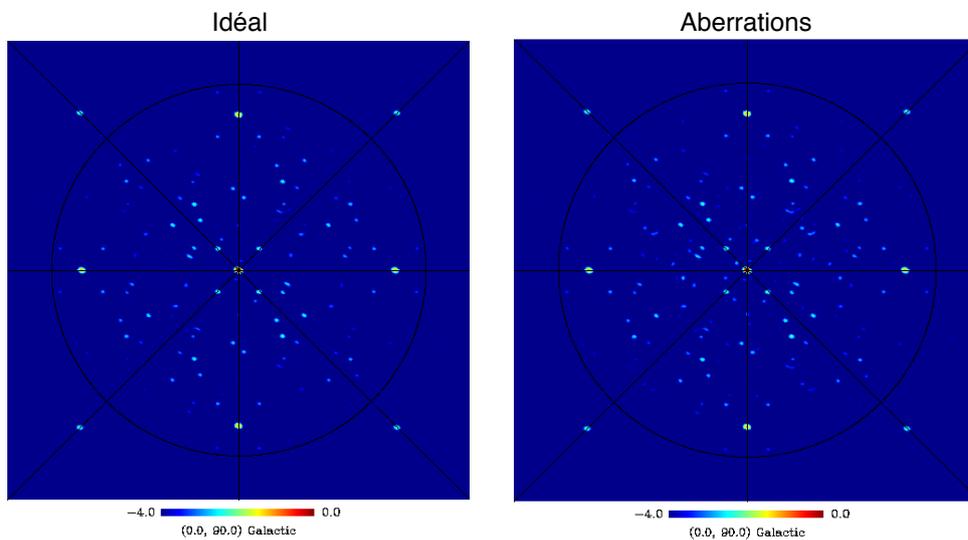


FIGURE 4.4.7: A gauche, la carte de la projection gnomonique du lobe synthétique pour un instrument idéal avec 22 cornets. A droite, la carte du lobe synthétique d'un instrument impacté par les aberrations.

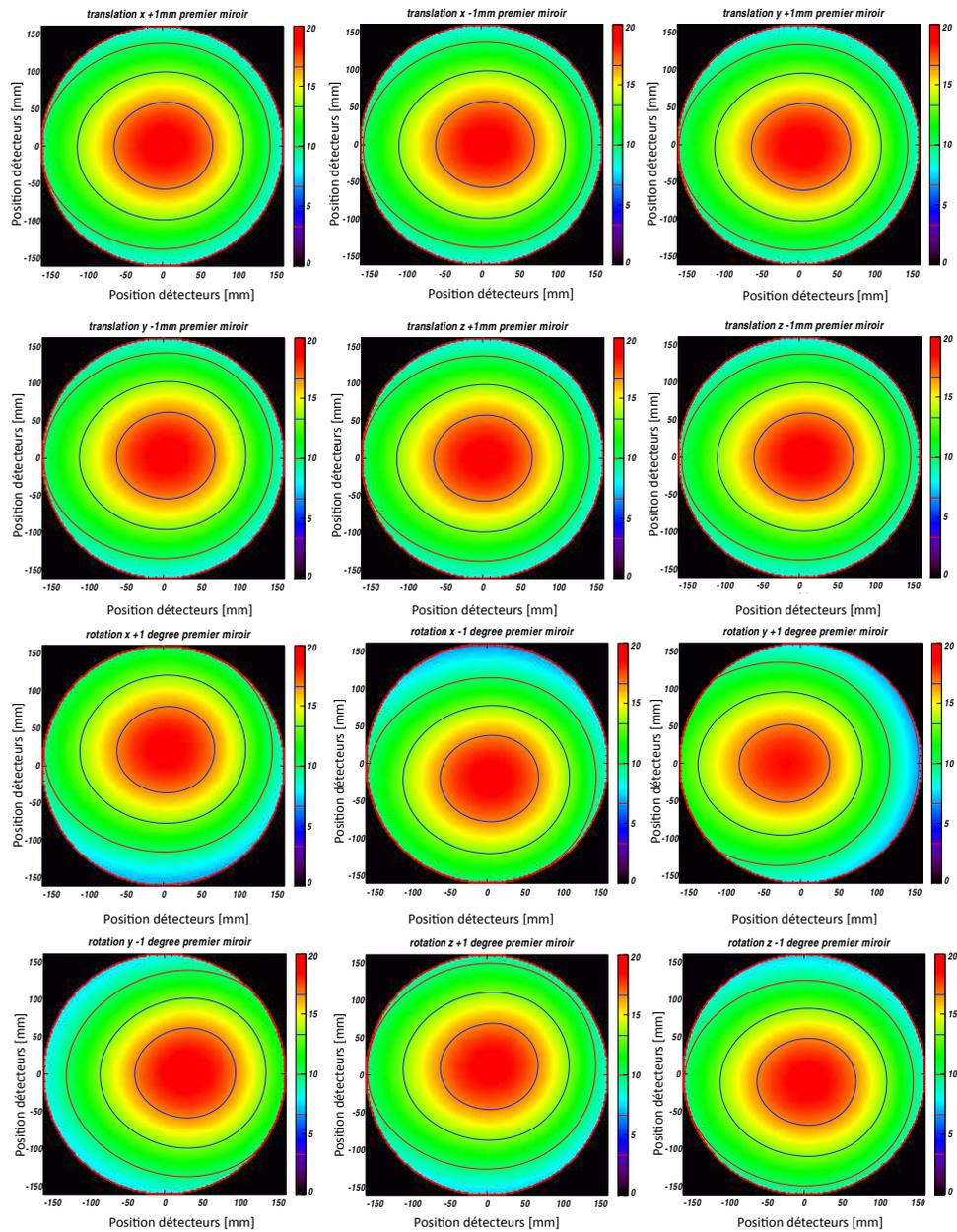


FIGURE 4.4.8: Plans images du lobe obtenu sur le plan focal pour chaque perturbation du miroir primaire testée soit de P_1 à P_{12} .

4.4 Performances optiques du système en terme de sensibilité

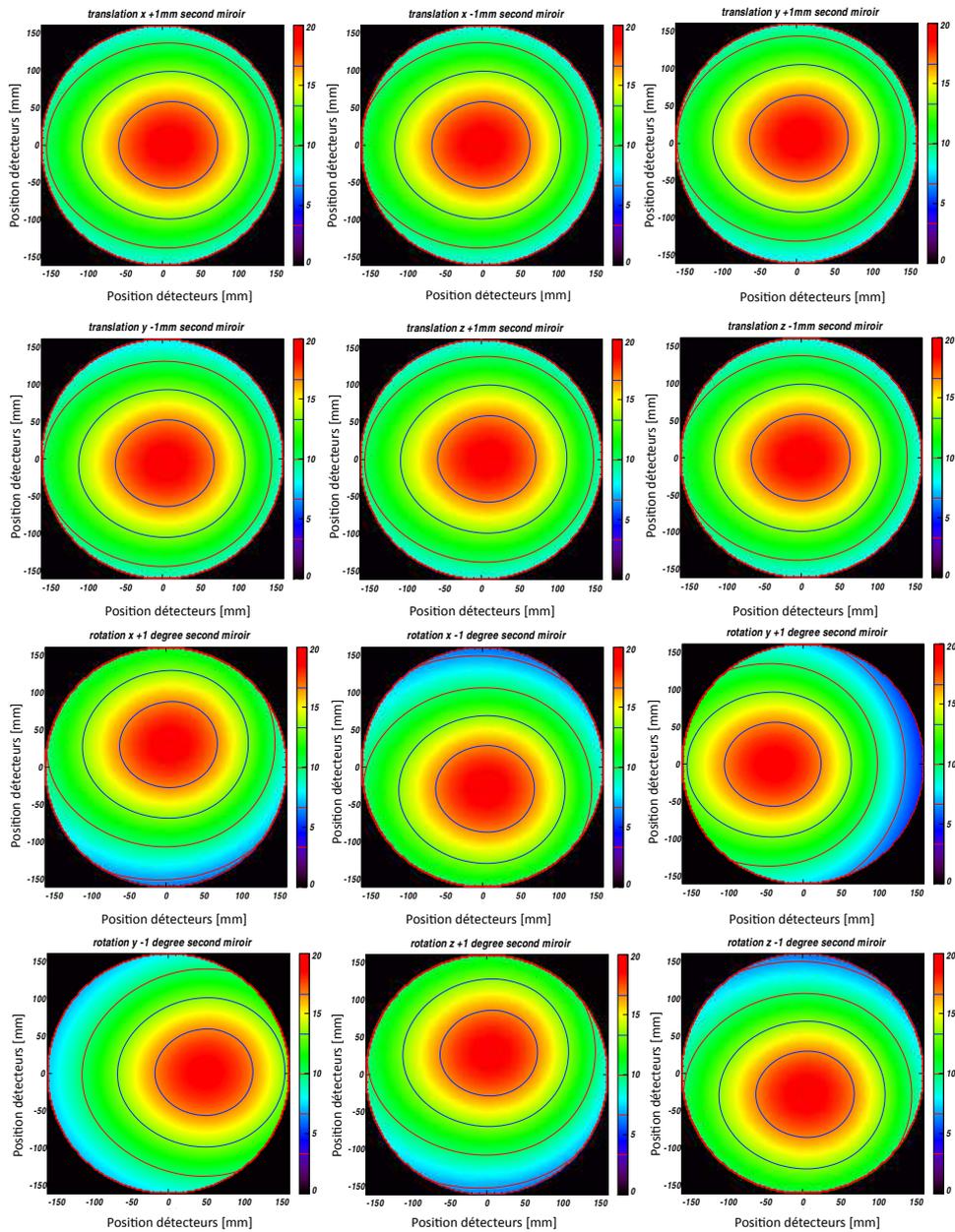


FIGURE 4.4.9: Plans images du lobe obtenu sur le plan focal pour chaque perturbation du miroir secondaire testée soit de P_{13} à P_{24} .

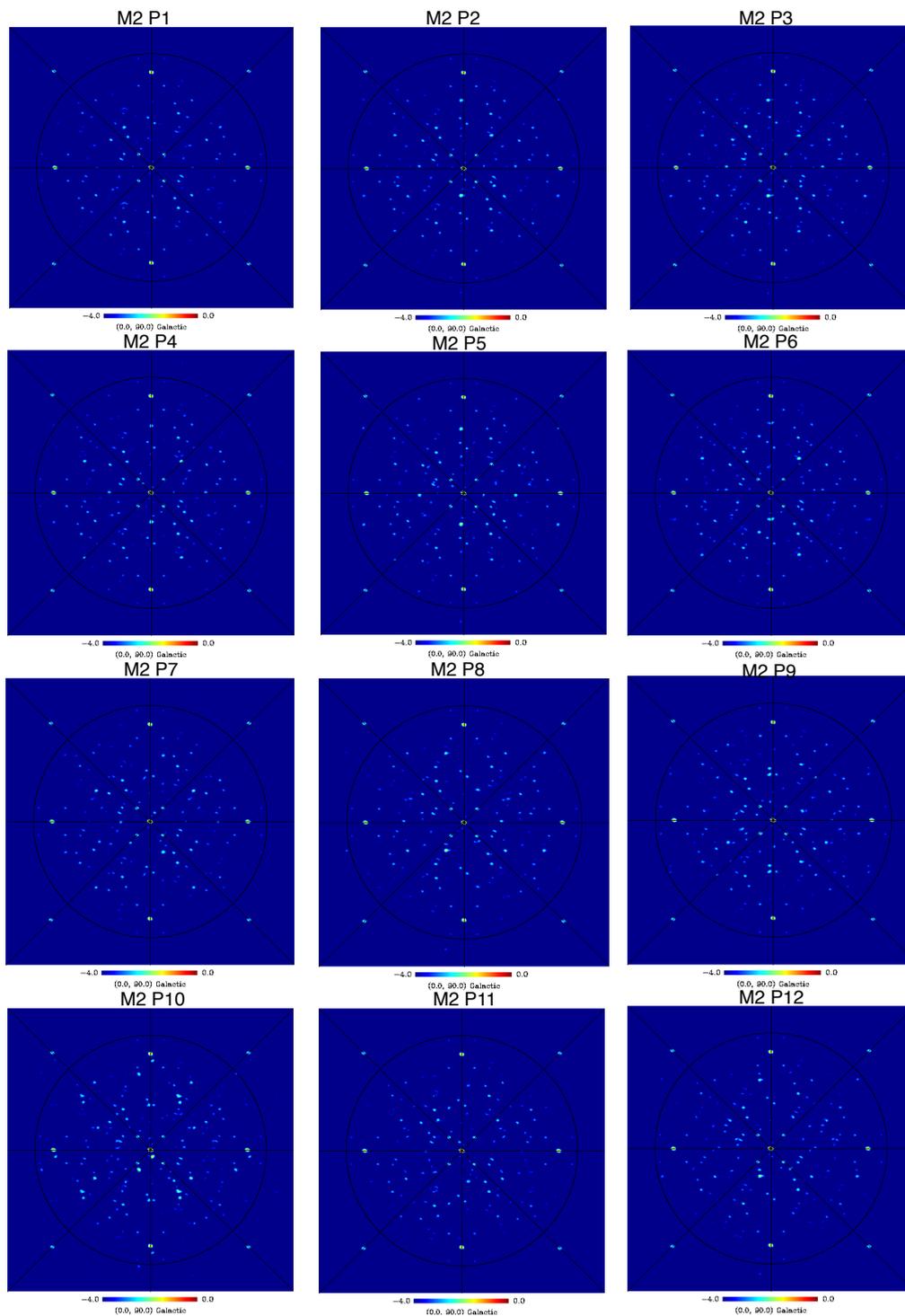


FIGURE 4.4.10: Cartes des projections gnomoniques des lobes synthétiques obtenus avec la configuration des 22 cornets pour chaque perturbation du miroir primaire testée soit de P_1 à P_{12} .

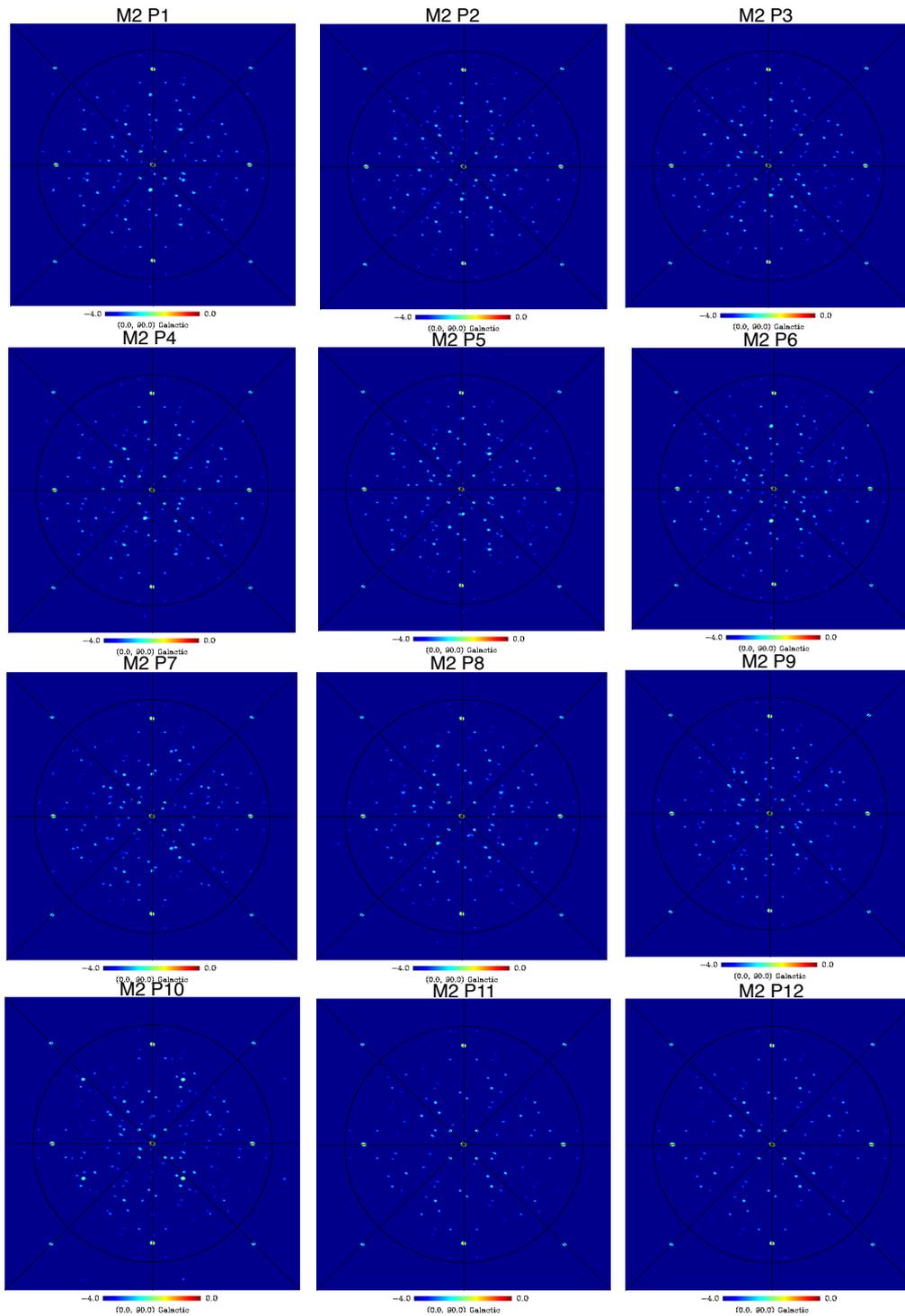


FIGURE 4.4.11: Cartes des projections gnomoniques des lobes synthétiques obtenus avec la configuration des 22 cornets pour chaque perturbation du miroir secondaire testée soit de P_{13} à P_{24} .

Perturbations	Rapport fonctions fenêtres (sans aberration)	Perte en sensibilité (avec aberrations) (par degrés et par mm)
aberrations		
$M_1 P_1$	0.88	
P_2	0.87	0.03 / mm
P_3	0.87	
P_4	0.85	0.04 / mm
P_5	0.84	
P_6	0.85	0.05 / mm
P_7	0.83	
P_8	0.83	0.07 / degrés
P_9	0.82	
P_{10}	0.83	0.08 / degrés
P_{11}	0.79	
P_{12}	0.78	0.12 / degrés
$M_2 P_1$	0.84	
P_2	0.84	0.06 / mm
P_3	0.85	
P_4	0.83	0.06 / mm
P_5	0.79	
P_6	0.80	0.11 / mm
P_7	0.79	
P_8	0.80	0.11 / degrés
P_9	0.81	
P_{10}	0.79	0.10 / degrés
P_{11}	0.76	
P_{12}	0.75	0.15 / degrés

TABLE 4.3: Résultats des tests de tolérance effectués sur les miroirs primaire et secondaire pour la configuration des 22 cornets sélectionnés.

4.4.2.3 Interprétation

Des diagrammes des plans images, nous pouvons observer que les rotations ont plus d'impact que les translations sur l'image obtenue sur le plan focal. Ce résultat est confirmé par le rapport entre la fonction fenêtre d'un instrument avec un télescope avec aberrations et celle obtenue pour chaque configuration sur chacun des miroirs.

Les valeurs des rapport des fonctions fenêtres obtenues sont indiquées dans le tableau 4.3, il apparait que la perte en sensibilité est importante dans le cas de la perturbation de translation suivant l'axe z du miroir secondaire qui entraîne une perte en sensibilité de 12%. Les paramètres les plus critiques sont les rotations des miroirs primaire et secondaire. La rotation d'un degré suivant l'axe z du système global du miroir secondaire entraîne une perte de sensibilité de l'instrument de 15%. Les translations suivant les axes x et y ont un faible impact sur la sensibilité. Cette perte en sensibilité peut être expliquée par la troncation du lobe sur le plan focal induite par le désalignement des

miroirs. Pour atteindre un pourcentage en perte de sensibilité globale de l'instrument de 10%, induit par désalignement des miroirs, les tolérances sur les désalignements des miroirs doivent être inférieures à 0.1 degrés pour les rotations et inférieures à 0.1 mm pour les translations. Il reste à définir si la valeur de ce pourcentage peut être obtenue en terme de conception et de construction du télescope et une fois l'instrument installé au Dôme C. Par cette étude des différentes perturbations appliquées sur le système optique, le miroir secondaire apparaît comme l'élément le plus sensible du système. Les perturbations qui ont le plus d'impact sur la performance de l'instrument en sensibilité sont celles liées au décentrement des miroirs suivant l'axe z et aux rotations autour des axes x , y et z .

4.4.3 Test de tolérance global

L'objectif d'une étude statistique est de vérifier un jeu de tolérances. L'analyse Monte Carlo permet de regarder l'impact de toutes les perturbations du système simultanément. A chaque itération, l'ensemble des tolérances est varié aléatoirement suivant une distribution normale

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[\frac{-x^2}{2\sigma^2}\right]. \quad (4.4.1)$$

La valeur x est aléatoire. Elle est égale à la valeur moyenne du paramètre obtenu, en considérant la valeur idéale de la perturbation et les deux tolérances extrêmes.

Malheureusement, d'un point de vue CPU, le temps de calcul pour chaque itération est considérable, soit environ une semaine pour obtenir les résultats d'une simulation avec le logiciel GRASP pour un jeu de tolérances, nous ne pouvons donc effectuer une étude statistique. Pour commencer, nous n'avons considéré qu'un jeu de paramètres avec des tolérances fixées assez larges. Les perturbations considérées pour cette étude sont résumées dans le tableau 4.4. Les composantes optiques étudiées sont le miroir primaire, le miroir secondaire et le plan image. Les perturbations étudiées sont les rotations de chacune de ces composantes suivant les axes x et y et les translations suivant les axes x , y et z . Cette simulation a été réalisée par l'équipe de Maynooth avec le logiciel GRASP. La figure 4.4.12 montre les diagrammes images du plan focal pour la polarisation x et la polarisation croisée, respectivement à gauche et à droite. Le déplacement du lobe induit par les perturbations est visible sur le diagramme du plan image de la polarisation x . Les cartes des projections gnomoniques des lobes synthétiques obtenus pour un instrument monochromatique avec un combineur idéal et pour un instrument avec un combineur simulé avec aberrations et les perturbations énumérées dans le tableau 4.4 sont représentées dans la figure 4.4.13.

Perturbations	Miroir primaire	Miroir secondaire	Plan image
Rotations suivant x	+ 1 degré	+ 1 degré	+ 1 degré
Rotation suivant y	+ 1 degré	- 1 degré	+ 1 degré
Translation suivant x	+ 1 mm	-1 mm	+ 1 mm
Translation suivant y	-1 mm	-1 mm	-1 mm
Translation suivant z	-1 mm	-1 mm	-1 mm

La perte en sensibilité induite par les aberrations et les désalignements des miroirs et du plan image est de 24% en moyenne. Le rapport des fonctions fenêtres en fonction des

TABLE 4.4: Perturbations et tolérances du système optique étudié.

multipôles est représenté par la figure 4.4.14.

Cette étude n'a pris en compte que les rotations des miroirs selon les axes x et y . Il serait intéressant de réaliser une étude statistique similaire avec les rotations sur l'axe z des composantes optiques. Par l'étude de différentes perturbations séparément, il a été montré que les rotations des composantes optiques autour de l'axe z ont le plus d'impact sur la sensibilité de l'instrument. Une fois que le jeu de tolérances de chaque perturbation sur chacune des composantes du système optique, aura été déterminé, une étude statistique des perturbations les plus critiques simultanément, permettra d'obtenir une estimation réaliste de la perte en sensibilité de l'instrument.

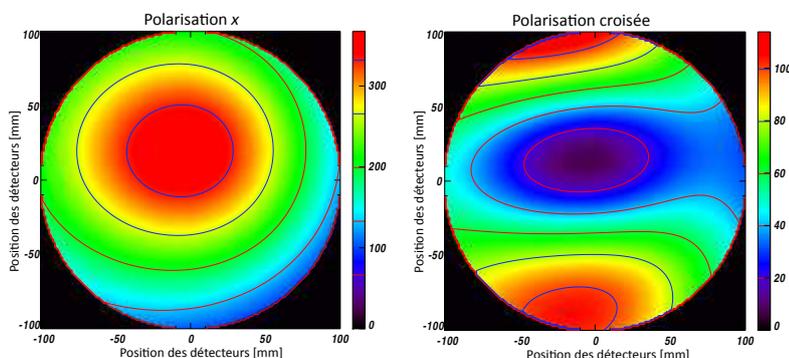


FIGURE 4.4.12: Diagrammes des plans images pour cette configuration du jeu de tolérances du combineur optique : à gauche est représenté le plan image de la polarisation x , à droite de la polarisation croisée.

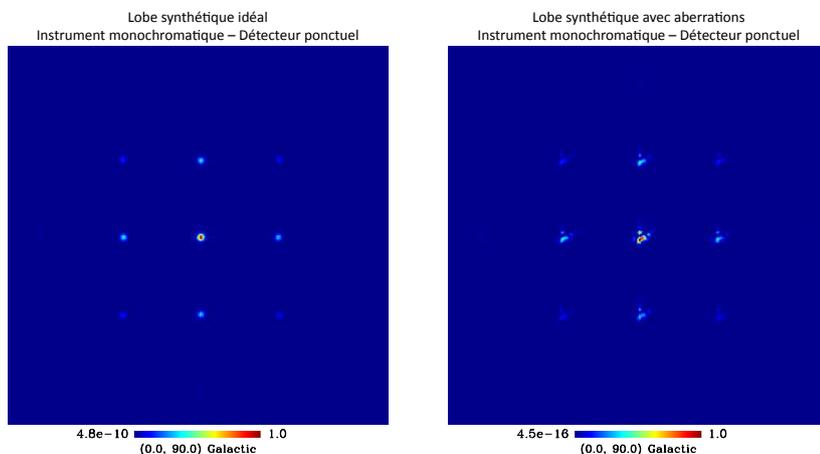


FIGURE 4.4.13: Cartes des projections gnomoniques des lobes synthétiques obtenues dans le cas d'un instrument monochromatique et un détecteur ponctuel avec un combineur idéal et dans le cas avec un combineur simulé avec aberrations et les perturbations énumérées dans le tableau 4.4.

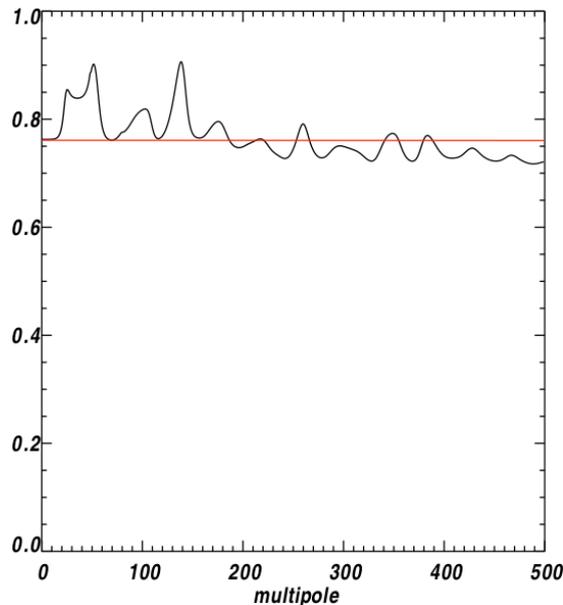


FIGURE 4.4.14: Rapport des fonctions fenêtres de l'instrument idéal et de l'instrument avec aberrations et désalignements des composantes du système optique en fonction des multipôles.

4.5 Conclusion

Une figure de mérite d'un système optique est obtenue par le rapport entre la fonction fenêtre d'un système idéal, où les lignes de base équivalentes produisent les mêmes franges d'interférence, et la fonction fenêtre d'un système optique simulé avec aberrations et avec décentrement des composantes optiques selon un jeu de tolérances défini.

Dans le cas du système hors-axe de type *Gregorian* de 300 mm de distance focale, satisfaisant la condition de Mizugutchi-Dragone, nous avons montré que ces effets d'aberrations et de désalignements des miroirs entraînent une perte en sensibilité globale de l'instrument. Ces aberrations optiques introduisent une distorsion du front d'onde et une troncation du lobe imagé sur le plan focal, qui se caractérisent par un déplacement du lobe sur le plan focal et par des courbures des franges d'interférence échantillonnées. Cet effet entraîne une diminution du degré de cohérence des franges d'interférence produites par les lignes de base équivalentes. Si celles-ci ne se somment pas de façon cohérente sur le plan focal, il résultera une diminution du rapport signal sur bruit des images synthétiques mesurées, ce qui entraîne une perte en sensibilité globale d'environ 11% pour un système optique avec un alignement idéal des composantes optiques et une perte plus

importante selon le décentrement réel des composantes optiques. Pour obtenir une perte en sensibilité de l'instrument inférieure à 10%, la tolérance sur les désalignements des miroirs doit être inférieure pour les rotations à 0.1 degrés et inférieure pour les translations à 0.1 mm selon les axes x , y et z .

Ce travail constitue un point de départ de la détermination des paramètres de tolérance du combineur optique de l'instrument QUBIC. Il devra être complété par des simulations thermiques du système à la température du cryostat et des simulations optiques afin de vérifier la faisabilité du système selon les tolérances mécaniques fixées. Des simulations sont en cours au laboratoire APC réalisées par Claude Chapron pour étudier l'impact du refroidissement sur le combineur et afin de déterminer comment aligner les composantes du système optique à chaud pour obtenir le bon alignement à chaud.

Par la suite, il serait aussi intéressant de considérer les aberrations induites par le système optique comme un effet systématique, qui peut être contrôlé de la même manière qu'une erreur de pointage ou d'asymétrie des lobes dans la procédure de la *self-calibration* que nous allons introduire dans le chapitre suivant. En effet, avec un modèle réaliste du combineur optique, nous aurions accès aux termes de phase des franges d'interférence « réelles » et ainsi, nous pourrions caractériser cet effet systématique qui impacte le terme de phase géométrique. Afin d'extraire le signal du ciel, le point important est alors de connaître le niveau de précision nécessaire pour contrôler cet effet systématique. Cependant, les mesures obtenues résultent de la somme quadratique des mesures de chaque ligne de base, donc nous n'aurions accès qu'à la connaissance des effets systématiques globaux soit à ceux qui ont un impact commun sur toutes les lignes de base équivalentes et non aux effets systématiques qui ont un impact différent sur chaque ligne de base.

Chapitre 5

Self-calibration

Le but de ce chapitre est d'introduire une nouvelle méthode de *calibration* des effets systématiques, spécifique à l'interférométrie bolométrique. Romain Charlassier avait initié l'idée d'utiliser une méthode basée sur la redondance des lignes de base pour un instrument sensible à la polarisation. Le travail effectué au cours de cette thèse [41] a consisté à développer cette méthode pour l'instrument QUBIC.

Les interféromètres sont connus pour être affectés par des systématiques différentes de celles d'un imageur, et la nature interférométrique permet de déterminer les effets systématiques canaux par canaux. Il est possible de mesurer le lobe effectif de chaque canal, comme dans le cas d'un imageur, mais aussi de le reconstruire par des mesures indépendantes des gains, de la polarisation croisée, des positions des cornets ... , ce qui permet un contrôle des effets systématiques sans précédent par une procédure de calibration : la *self-calibration*. Elle constitue un argument majeur en faveur de l'interférométrie bolométrique. Cette méthode s'inspire des méthodes traditionnelles de radio-interférométrie. Mais de part la nécessité d'avoir un maximum de redondances de la matrice de récepteurs, cette méthode est spécifique à l'interférométrie bolométrique. Elle permet non seulement de caractériser les effets systématiques de l'instrument (par les matrices de Jones de la matrice de cornets et de la lame demi-onde), mais aussi de caractériser intégralement l'instrument pour chaque canal cornet-bolomètre et cornet-pointage indépendamment. Pour être mise en pratique, elle nécessite une phase de *calibration* indépendante de la phase de mesure où des interrupteurs situés entre la matrice de cornets primaires et secondaires seront utilisés pour fermer un ou deux cornets et échantillonner une source polarisée avec les cornets restants. Dans ce chapitre, nous décrirons la procédure de *calibration* développée pour l'instrument QUBIC, après avoir introduit le formalisme nécessaire à la modélisation des effets systématiques. Puis, nous finirons par expliquer la simulation numérique réalisée dans le but de vérifier l'efficacité de cette méthode. Ce travail, effectué avec R. Charlassier, J.-Ch. Hamilton, J. Kaplan, G. Zahariade, a donné lieu à une publication [28].

5.1 *Self-calibration* en interférométrie

La méthode de *calibration* développée pour l'instrument QUBIC s'inspire de l'interférométrie traditionnelle [145], où des erreurs de gains et de phases des signaux sont induites par des turbulences atmosphériques et des erreurs instrumentales. Les procédures de *calibration* standard, similaires à celles utilisées pour les techniques d'imagerie,

existent en radio-interférométrie. Ces méthodes reposent sur l'observation d'une source de *calibration* dont les propriétés sont connues. La plupart sont basées sur l'évaluation des quantités dites de clôture de phase et d'amplitude que nous allons décrire dans une première partie.

5.1.1 Les quantités de clôture

Dans le domaine du visible, la turbulence de l'atmosphère et les variations d'humidité et de température induisent une variation du chemin optique et par conséquent un déphasage. Les visibilités sont affectées par ces fluctuations : leur effet est directement visible sur les franges d'interférence.

Nous définissons e_1 et e_2 les erreurs atmosphériques sur les termes de phase de deux télescopes, le terme de corrélation obtenu est de la forme $e_1 - e_2$. Avec un système de trois antennes, si nous mesurons la réponse en phase de l'interféromètre pour chaque ligne de base, nous obtenons trois termes de phase contenant chacun les termes d'erreur : $e_1 - e_2$, $e_2 - e_3$ et $e_3 - e_1$. Soit V_{ij} , les visibilités idéales des antennes i et j , sans corruption atmosphérique, et \tilde{V}_{ij} les visibilités mesurées : la phase formée résultant des effets atmosphériques du produit des visibilités $\tilde{V}_{12}, \tilde{V}_{23}, \tilde{V}_{31}$, appelée phase de clôture, vaut alors 1 et la phase obtenue est non affectée par les erreurs atmosphériques.

$$\tilde{V}_{12}\tilde{V}_{23}\tilde{V}_{31} = V_{12}V_{23}V_{31}.$$

En modélisant ces phases de clôture, des contraintes supplémentaires sont ajoutées sur la fonction de réponse de l'interféromètre dans le plan uv et permettent de déduire la structure de la source.

Une quantité similaire peut être obtenue pour les amplitudes. Pour 4 antennes, il est possible de définir une amplitude de clôture donnée par

$$A_{1234} = \frac{|\tilde{V}_{12}| |\tilde{V}_{34}|}{|\tilde{V}_{13}| |\tilde{V}_{24}|} = \frac{|V_{12}| |V_{34}|}{|V_{13}| |V_{24}|}.$$

Cette type de méthode a un coût computationnel très faible. Elle nécessite une source d'observation assez lumineuse afin que le signal de la source soit suffisant, dans un temps de cohérence atmosphérique, pour permettre de séparer le terme de phase du signal de celui de l'atmosphère. Les résultats obtenus avec cette méthode peuvent être fortement affectés selon le degré d'exactitude de la connaissance des propriétés de la source de *calibration*. Cette méthode suppose que les erreurs induites dans les termes d'amplitude et de phase des mesures de chaque ligne de base, les visibilités, sont indépendantes. Cependant, il résulte des erreurs instrumentales pouvant créer des corrélations entre les lignes de base de l'ordre de quelques dizaines de pourcent.

Par la suite, les méthodes de *calibration* vont être améliorées avec l'introduction de la méthode de la *self-calibration* [145]. Cette méthode est indépendante de la méthode de *self-calibration* développée dans le cadre de l'instrument QUBIC. Cette dernière a l'avantage d'estimer les propriétés de la source, mais aussi celles de l'instrument, sans connaître au préalable le ciel, et en utilisant uniquement les mesures de l'instrument.

5.1.2 Principe générale de la méthode de la *self-calibration*

La procédure de la *self-calibration* consiste à résoudre les erreurs de gain des antennes en combinant les mesures des visibilitées V_{ij} des lignes de base entre les cornets i et j , avec un modèle des données V_{ij}^M , pour déterminer les termes de correction de phase et d'amplitude de chaque antenne.

Nous définissons g_i et g_j les gains complexes des deux antennes i et j . Pour toutes les combinaisons i et j , nous obtenons un système de la forme

$$V_{ij} = g_i^* g_j V_{ij}^M. \quad (5.1.1)$$

Les termes de gain g_i et g_j peuvent être déterminés par la résolution de ce système avec une méthode des moindres carrés. Le système est sur-déterminé, car pour chaque itération, le nombre d'inconnues est proportionnel au nombre d'antennes et le nombre de contraintes au nombre de lignes de base. Cette procédure est itérée en remplaçant les données initiales par $\frac{V_{ij}}{g_i g_j}$ et en utilisant les nouvelles données comme nouveau modèle, jusqu'à ce qu'elle converge et que la correction apportée sur le gain g_i soit proche de 1.

Le désavantage majeur de cette méthode est que la source utilisée doit être suffisamment isolée et brillante pour être visible par toutes les lignes de base, ce qui limite la faisabilité de la méthode aux sources avec un fort rapport signal sur bruit, pour être distinguée du bruit de fond. Ces critères deviennent de plus en plus difficiles à respecter compte tenu des ambitions cosmologiques, qui dirigent les avancées technologiques vers des instruments de plus en plus sensibles et avec un grand champ de vue.

De nouvelles méthodes se sont développées comme le « *clustered self-calibration* » [104]. Elles consistent à grouper les sources du ciel en supposant que toutes les sources d'un groupe sont affectées par les mêmes effets systématiques et à calibrer ainsi chaque groupe de sources comme une source unique. Cette procédure permet d'améliorer le rapport signal sur bruit : la somme des signaux des sources observées étant considérée et non le signal de chaque source individuellement.

5.1.3 Principe de la méthode en utilisant la redondance d'un réseau d'antenne

L'utilisation de la redondance des lignes de base n'est pas très répandue en radio-astronomie ; la plupart des radio-interféromètres n'ont pas suffisamment de lignes de base redondantes. Leur but étant d'obtenir une bonne résolution angulaire, il est préférable d'optimiser le plan uv avec un nombre d'antennes donné plutôt que de maximiser la redondance¹.

Ces dernières années, des télescopes avec un haut degré de redondance et les omniscopes [119] ont permis de rendre compétitive la *calibration* basée sur la redondance des lignes de base. Cette méthode est basée sur le fait que dans un cas idéal, en absence d'effets systématiques, les mesures des lignes de base, vont être égales. Dans le cas réel, les mesures pour une classe de lignes de base redondantes vont être différentes et ce sont ces différences qui peuvent être utilisées pour *calibrer* les effets systématiques.

1. Dans le cadre de l'instrument QUBIC, une redondance importante de la matrice de cornets primaires est nécessaire afin de réaliser une sommation cohérente des lignes de base, afin d'optimiser la sensibilité de l'instrument. La sensibilité d'un interféromètre bolométrique est discutée dans le chapitre 3.

Nous considérons une antenne i mesurant un signal s_i à un instant donné, ce signal peut être écrit sous la forme

$$s_i = g_i x_i + n_i \quad (5.1.2)$$

avec g_i le gain complexe de l'antenne, x_i le signal du ciel dans la limite où il y a un gain parfait et pas de bruit et n_i la contribution du bruit de l'antenne.

Chaque ligne de base mesure la corrélation des signaux entre deux antennes i et j

$$c_{ij} = \langle s_i^* s_j \rangle = g_i^* g_j \langle x_i^* x_j \rangle + n_{ij} = g_i^* g_j y_{ij} + n_{ij}. \quad (5.1.3)$$

Nous supposons que les contributions du bruit de chaque antenne ne sont pas corrélées. L'expression de n_{ij} dépend de l'instrument : du temps d'intégration, de la largeur de bande et de la température du système.

Le but d'un radio-interféromètre est d'extraire les termes de corrélation y_{ij} , contenant l'information du ciel, des corrélations mesurées c_{ij} . Il est possible de construire un système avec pour contraintes les mesures c_{ij} et pour inconnues les gains complexes g_i et g_j et le signal du ciel y_{ij} . Avec n_h antennes, nous mesurons $n_h(n_h - 1)/2$ corrélations c_{ij} ce qui est insuffisant pour résoudre les $n_h(n_h - 1)/2$ corrélations $\langle x_i^* x_j \rangle$, en plus des $2n_h$ termes des gains complexes g_i et g_j . Cependant, en absence d'effet systématique, les mesures des lignes de base équivalentes sont égales ce qui permet de réduire le nombre d'inconnues, en imposant que les termes de corrélations y_{ij} , pour une classe de lignes de base équivalentes, soient égaux dans le cas idéal. Le système devient alors sur-déterminé si le degré de redondance est suffisant. Le nombre de contraintes est donné par $n_h(n_h - 1)/2$ et le nombre d'inconnues par $2n_{\neq} + 2n_h$ avec n_{\neq} le nombre de classe de lignes de base.

Le logarithme complexe de l'Eq.(5.1.3) donne

$$\log | c_{ij} | = G_i^* + G_j + \log | y_{ij} | + \log \left| 1 + \frac{n_{ij}}{g_i^* g_j y_{ij}} \right|, \quad (5.1.4)$$

avec $G_i^* = \log | g_i^* |$ et $G_j = \log | g_j |$.

En séparant la partie réelle et la partie imaginaire, il est possible de construire deux systèmes d'équations linéaires indépendants. Cependant, les méthodes de *calibration* interne sont insensibles au gain absolu et ne permettent qu'une *calibration* relative de ce paramètre. Cette dégénérescence se traduit par le fait que multiplier tous les gains par un facteur constant est équivalent à diviser simultanément par ce même facteur le signal du ciel. Afin de briser cette dégénérescence, il convient de rajouter la contrainte de normalisation suivante qui spécifie un niveau absolu du gain

$$\sum_{i=0}^N G_i = 0. \quad (5.1.5)$$

En pratique, cette contrainte peut être obtenue par l'observation d'une source d'intensité connue comme le rayonnement de fond cosmologique.

Le problème non-linéaire est alors largement sur-déterminé et peut être résolu par une procédure des moindres carrés. Cette méthode peut être utilisée par des interféromètres radio avec suffisamment de redondances, comme les instruments dédiés à la tomographie du signal 21 cm qui nécessitent une très bonne précision d'étalonnage. Cependant, cette méthode est beaucoup plus complexe dans le cas d'instruments dédiés à la mesure de la polarisation du champ de radiation, pour lesquels il faut introduire de nouvelles contraintes de normalisation. Elle ne prend pas en compte tous les effets systématiques

qui peuvent affecter la performance d'un instrument pour la détection des modes B de polarisation du fond diffus cosmologique, comme les erreurs de pointage, d'asymétrie des lobes

5.2 Self-calibration avec l'instrument QUBIC

Le but de ce chapitre est d'introduire une nouvelle méthode de *calibration* des effets systématiques, spécifique à l'interférométrie bolométrique, applicable à l'instrument QUBIC. Cette méthode repose sur la redondance des lignes de base de la matrice des cornets primaires. Elle permet de caractériser les erreurs systématiques : les gains complexes, les couplages entre canaux polarisés, les erreurs de pointage et de positionnement des cornets, et de déterminer les paramètres caractérisant intégralement l'instrument pour chaque canal de corne-bolomètre et corne-pointage. Dans le cas de l'interférométrie bolométrique, la matrice de cornets permet d'obtenir un grand nombre de lignes de base redondantes. L'instrument peut-être auto-calibré pendant une phase de *calibration*, indépendante de la phase de mesures, où l'instrument va mesurer séparément les $n_h(n_h - 1)/2$ lignes de base ou une fraction de celles-ci en échantillonnant une source externe polarisée avec tous les bolomètres. Durant cette phase, des interrupteurs polarisés permettront de mesurer le signal d'un corne et d'une paire de cornets ou de façon équivalente les signaux provenant de tous les cornets sauf un ou deux. Cette méthode a donné lieu à la publication d'un article [28].

5.2.1 Modélisation des mesures dans le cas sans effet systématique

Dans l'architecture de QUBIC, après démodulation, les images synthétiques pour un paramètre de Stokes $X = \{I, Q, U\}$, dans un détecteur q dans la direction \hat{d}_q déterminée à partir du centre optique du combineur optique, avec le pointage \hat{n}_p et l'orientation ψ_p , s'écrivent :

$$S_q^X(\hat{n}_p, \psi_p, \hat{d}_q) = C_q^X(\hat{n}_p, \psi_p, \hat{d}_q) + 2Re \int X(\hat{n}_p) B_s^q(\hat{n}_p, \psi_p, \hat{d}_q) d\hat{n}_p. \quad (5.2.1)$$

Nous nous plaçons dans l'approximation d'incidence normale.

Les indices i représentent les cornets, les indices q les bolomètres et les indices p les pointages. L'intégration est réalisée sur la direction de pointage \hat{n}_p .

Nous définissons le lobe synthétique $B_q^X(\hat{n}_p, \psi_p, \hat{d}_q)$

$$B_q^X(\hat{n}_p, \psi_p, \hat{d}_q) = \sum_{i < j} \alpha_{iq}^X(\hat{d}_q) \alpha_{jq}^X(\hat{d}_q) \beta_i^X(\hat{n}_p, \psi_p) \beta_j^{X*}(\hat{n}_p, \psi_p), \quad (5.2.2)$$

et le terme d'auto-corrélation $C_q^X(\hat{n}_p, \psi_p, \hat{d}_q)$

$$C_q^X(\hat{n}_p, \psi_p, \hat{d}_q) = \int \left[\sum_i \|\alpha_{iq}^X(\hat{d}_q)\|^2 \|\beta_i^X(\hat{n}_p, \psi_p)\|^2 \right] X(\hat{n}_p) d\hat{n}_p, \quad (5.2.3)$$

où nous avons introduit les paramètres $\alpha_{iq}^X(\hat{d}_q)$ et $\beta_i^X(\hat{n}_p, \psi_p)$ qui caractérisent intégralement l'instrument.

Le champ électrique incident $E_{iq}^\eta(\hat{n}_p)$ collecté par un corne i placé en \vec{x}_i de polarisation $\eta \in \{x, y\}$ et collecté par un bolomètre q quand tous les cornets primaires regardent dans

la même direction (\hat{n}_p, ψ_p) en fonction de la direction d'observation \hat{n}_p et l'orientation ψ_p est

$$\begin{pmatrix} s_{iq}^x(\hat{n}_p, \psi_p) \\ s_{iq}^y(\hat{n}_p, \psi_p) \end{pmatrix} = \alpha_{iq}(\hat{d}_q) \bullet \beta_i(\hat{n}_p, \psi_p) \bullet \begin{pmatrix} E^x(\hat{n}_p, \psi_p) \\ E^y(\hat{n}_p, \psi_p) \end{pmatrix}. \quad (5.2.4)$$

Les matrices $\alpha_{iq}(\hat{d}_q)$ sont définies par canal cornet-bolomètre. Elles incluent les gains relatifs g_q , les lobes secondaires polarisés $B_{sec}^x(\hat{d}_q)$ et les phases géométriques avec les positions des cornets \vec{x}_i et des bolomètres \hat{d}_q dans le plan focal du combinateur optique. Elles sont intégrées sur la largeur de bande et sur la taille des détecteurs.

Dans le cas idéal, elles s'écrivent

$$\alpha_{iq}^\eta(\hat{d}_q) = g_q \int B_{sec}^\eta(\hat{d}_q) \exp[i2\pi \frac{\vec{x}_i}{\lambda} \hat{d}_q] J(\nu) \Theta(\hat{d} - \hat{d}_q) d\nu d\hat{d}_q. \quad (5.2.5)$$

Les matrices $\beta_i(\hat{n}_p, \psi_p)$ sont définies par canal cornet-pointage. Elles contiennent les lobes primaires polarisés $B_{prim,i}^\eta(\hat{n}_p, \psi_p)$, les positions des cornets \vec{x}_i et les vecteurs de pointage \hat{n}_p .

Dans le cas idéal, elles ont pour expression

$$\beta_i^\eta(\hat{n}_p, \psi_p) = B_{prim,i}^\eta(\hat{n}_p, \psi_p) \exp(i2\pi \vec{x}_i \hat{n}_p). \quad (5.2.6)$$

La rotation de la lame demi-onde à la vitesse w induit une modulation de la polarisation

$$\begin{pmatrix} E'_x \\ E'_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(2wt) & \sin(2wt) \\ \sin(2wt) & -\cos(2wt) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}. \quad (5.2.7)$$

Le signal collecté par un cornet localisé à la position \vec{x}_i dans le bolomètre \hat{d}_q pour la polarisation $\eta = (x, y)$ s'écrit :

$$s_{iq}^\eta(\hat{n}_p, \psi_p, \hat{d}_q) = E'^\eta(\hat{n}_p, \psi_p) \beta_i(\hat{n}_p, \psi_p) \alpha_{iq}(\hat{d}_q). \quad (5.2.8)$$

La puissance atteignant un détecteur polarisé localisé en \hat{d}_q est

$$S_{qp}^\eta(\hat{n}_p, \psi_p, \hat{d}_q) = \int |E'^\eta(\hat{n}_p, \psi_p)|^2 |B_s^q(\hat{n}_p, \psi_p, \hat{d}_q)|^2 d\hat{n}_p, \quad (5.2.9)$$

Les expressions définies ci-dessus sont obtenues dans le cas d'un instrument idéal, sans effet systématique. Nous allons maintenant introduire les effets systématiques avec le formalisme des matrices de Jones.

5.2.2 Modélisation des effets systématiques avec la matrice de Jones

5.2.2.1 Formalisme de Jones

La notation choisie suit le formalisme de [136].

Toute l'information statistique sera contenue dans la matrice dite matrice de cohérence \mathbf{C}

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{xy}^* & C_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle |E_x|^2 \rangle & \langle E_x E_y^* \rangle \\ \langle E_x^* E_y \rangle & \langle |E_y|^2 \rangle \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} I + Q & U - iV \\ U + iV & I - Q \end{pmatrix},$$

où E_x, E_y sont les amplitudes complexes du champ électrique transverse \vec{E} .

Une onde peut acquérir un nouvel état de polarisation en traversant un élément optique : son amplitude peut être modifiée par un élément polarisant, sa phase par exemple par une lame à retard ou encore en lui appliquant une rotation.

Jones [100] a introduit une méthode matricielle pour décrire le comportement d'une lumière polarisée traversant les éléments optiques. Une matrice de dimension 2×2 permet de décrire un opérateur de polarisation dans l'espace associé au champ électrique. Les paramètres utilisés sont des grandeurs complexes pour tenir compte des déphasages.

La propagation de la radiation incidente à travers une antenne peut être décrite par la matrice de Jones \mathbf{J} tel que le champ électrique \vec{E}^{in} entrant passant à travers l'antenne est

$$\begin{pmatrix} E_{\parallel}^{out} \\ E_{\perp}^{out} \end{pmatrix} = \mathbf{J} \begin{pmatrix} E_{\parallel}^{in} \\ E_{\perp}^{in} \end{pmatrix}, \quad (5.2.10)$$

où la matrice de Jones \mathbf{J} est une matrice 2×2 complexe.

Elle décrit comment l'instrument transforme linéairement un vecteur de deux dimensions représentant le champ électrique incident \vec{E}^{in} en un vecteur de deux dimensions du champ électrique sortant \vec{E}^{out} . Pour un instrument avec plusieurs composantes, la matrice de Jones est le produit des matrices de Jones de chaque composante de l'instrument. La matrice de Jones comprend 7 coefficients indépendants, le huitième coefficient de cette matrice complexe étant la phase absolue.

Dans le cas de l'instrument QUBIC, où le champ de radiation passe à travers la lame demi-onde avant de se propager à travers les cornets, la matrice de Jones idéale est

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{hhwp} &= \mathbf{J}_{horn,i} \mathbf{J}_{rot}^T \mathbf{J}_{hwp} \mathbf{J}_{rot} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\omega t) & -\sin(\omega t) \\ \sin(\omega t) & \cos(\omega t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\omega t) & \sin(\omega t) \\ -\sin(\omega t) & \cos(\omega t) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos(2\omega t) & \sin(2\omega t) \\ \sin(2\omega t) & -\cos(2\omega t) \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

où ω est la vitesse angulaire de la lame demi-onde, \mathbf{J}_{rot} est la matrice de rotation, \mathbf{J}_{rot}^T sa transposée, \mathbf{J}_{hwp} est la matrice de Jones idéale de la lame demi-onde et \mathbf{J}_{horn} est la matrice de Jones idéale d'un cornet.

Afin de modéliser les effets systématiques d'un interféromètre sensible à la polarisation, nous introduisons les paramètres de gain et de couplage complexes associés aux deux polarisations orthogonales. La forme générale de la matrice de Jones est

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 1 - g_x & e_x \\ e_y & 1 - g_y \end{pmatrix}. \quad (5.2.11)$$

avec g_x et g_y les paramètres des gains complexes et e_x et e_y les termes de couplage complexes associés aux polarisations x et y orthogonales.

Les erreurs systématiques provenant de la lame demi-onde peuvent être modélisés par la matrice de Jones suivante

$$\mathbf{J}_{hwp} = \begin{pmatrix} 1 - h_x & \xi_x \\ \xi_y & -(1 + h_y) \end{pmatrix}, \quad (5.2.12)$$

où h_x, h_y, ξ_x, ξ_y sont des termes complexes. Les effets de reflexion ou d'interférence sont négligés.

Les effets systématiques induits par un cornet i avec $1 \leq i \leq n_h$ peuvent être modélisés par la matrice suivante

$$\mathbf{J}_{horn,i} = \begin{pmatrix} 1 - g_{x,i} & e_{x,i} \\ e_{y,i} & 1 - g_{y,i} \end{pmatrix}. \quad (5.2.13)$$

Le champ électrique \vec{E} se propageant à travers la lame demi-onde et le cornet i s'écrit

$$\vec{E}_i = \mathbf{J}_{horn,i} \mathbf{J}_{rot}^T \mathbf{J}_{hwp} \mathbf{J}_{rot} \vec{E}. \quad (5.2.14)$$

Le formalisme de Jones n'a été introduit que pour des ondes totalement polarisées. Un formalisme alternatif, développé par Mueller [131], permet de décrire les ondes polarisées mais aussi les ondes dépolarisées. La matrice de Mueller est réelle et permet le passage d'un vecteur de Stokes à un autre.

A toute matrice de Jones correspond une matrice de Mueller, mais l'inverse n'est pas forcément vrai. Une justification est donnée dans [108].

Considérons une onde complètement polarisée, dont le vecteur de Stokes est défini par $(I_p, 0, 0, I_p)$. Pour une onde non polarisée, le vecteur de Stokes a pour forme générale $(I_n, 0, 0, 0)$.

Le passage d'une onde à une autre est donné par la matrice de Mueller, qui représente dans ce cas une composante optique dépolarisante

$$\begin{pmatrix} KI_n \\ 0 \\ 0 \\ KI_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K & a_{12} & a_{13} & K \\ 0 & a_{22} & a_{23} & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & 0 \\ 0 & a_{42} & a_{43} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_p \\ 0 \\ 0 \\ I_p \end{pmatrix}. \quad (5.2.15)$$

Les degrés de liberté supplémentaires autorisés par la matrice 4×4 de Mueller permettent de décrire cette transformation, ce qui n'est pas possible avec le formalisme de Jones. Le formalisme de Mueller peut être donc utilisé de façon plus générale que le formalisme de Jones.

Les éléments de la matrice de Mueller peuvent être obtenus par la relation suivante

$$m_{ij} = \frac{1}{2} Tr \left[\mathbf{J} \sigma_i \mathbf{J}^\dagger \sigma_j \right], \quad (5.2.16)$$

avec \mathbf{J}^\dagger l'hermitien conjugué de la matrice de Jones \mathbf{J} et σ les quatre 2×2 matrices qui comprennent les matrices identités et les matrices de Pauli.

De la même façon que la matrice de Jones, la matrice de Mueller totale est le produit des matrices de Mueller des différentes composantes de l'instrument.

Dans le cas d'un instrument sensible à la polarisation, l'interféromètre mesure les visibilités complexes des paramètres de Stokes de toutes les lignes de base formées par

les antennes i et j

$$V_{ij} = \begin{pmatrix} V_{ij}^I \\ V_{ij}^Q \\ V_{ij}^U \\ V_{ij}^V \end{pmatrix}. \quad (5.2.17)$$

En l'absence d'effet systématique, les lignes de base équivalentes sont égales et peuvent être regroupées en n_{\neq} classes d'équivalence s_{β} . Les visibilitées mesurées \bar{V}_{ij} s'écrivent en fonction de la matrice de Mueller

$$\bar{V}_{ij} = \mathbf{M}_{ij} \cdot V_{\beta} + n_{ij}, \quad (5.2.18)$$

avec n_{ij} le bruit statistique faisant intervenir le temps de *calibration* par ligne de base et la température de la source de *calibration*.

La matrice M_{ij} est la matrice de Mueller qui se réduit à la matrice identité dans le cas d'un instrument idéal

$$\begin{pmatrix} M_{ij}^{II} & M_{ij}^{IQ} & M_{ij}^{IU} & M_{ij}^{IV} \\ M_{ij}^{QI} & M_{ij}^{QQ} & M_{ij}^{QU} & M_{ij}^{QV} \\ M_{ij}^{UI} & M_{ij}^{UQ} & M_{ij}^{UU} & M_{ij}^{UV} \\ M_{ij}^{VI} & M_{ij}^{VQ} & M_{ij}^{VU} & M_{ij}^{VV} \end{pmatrix}. \quad (5.2.19)$$

5.2.3 Modélisation des mesures avec les effets systématiques

L'équation 5.2.8, en présence des effets systématiques provenant des cornets et de la lame demi-onde, se réécrit sous la forme

$$\begin{pmatrix} s_{iq}^x(\hat{n}_p, \psi_p, \hat{d}_q) \\ s_{iq}^y(\hat{n}_p, \psi_p, \hat{d}_q) \end{pmatrix} = \alpha_{iq}(\hat{d}_q) \bullet \beta_i(\hat{n}_p, \psi_p) \bullet \mathbf{J}_{horn,i} \bullet \mathbf{J}_{rot}^T \bullet \mathbf{J}_{hwp} \bullet \mathbf{J}_{rot} \bullet \begin{pmatrix} E^x(\hat{n}_p, \psi_p) \\ E^y(\hat{n}_p, \psi_p) \end{pmatrix}, \quad (5.2.20)$$

avec $E^n(\hat{n}_p, \psi_p)$ le champ électrique incident, $\mathbf{J}_{horn,i}$ la matrice de Jones du cornet i , \mathbf{J}_{hwp} la matrice de Jones de la lame demi-onde, et \mathbf{J}_{rot} la matrice de rotation induite par la rotation de la lame demi-onde. Les coefficients de ces matrices ne sont pas indépendants et s'expriment en fonction des paramètres de gain et de couplage complexes.

5.2.4 Application de la méthode à l'instrument QUBIC

Durant la procédure de *self-calibration*, l'instrument va observer une source de *calibration* polarisée successivement avec toutes les paires de cornets. Le choix de la source de *calibration* et de son support ne sont pas encore fixés. Le choix du support se porte vers une tour télescopique de 40 m de haut proche du module de l'instrument. Dans le but d'appliquer cette procédure, il est nécessaire de pouvoir fermer tous les cornets sauf deux et de changer de configuration des lignes de base dans une échelle de temps de quelques secondes. Cette opération sera réalisée avec des interrupteurs placés entre les matrices de cornets primaires et secondaires. Le concept de ces interrupteurs est réalisé au laboratoire APC. Ils doivent pouvoir fonctionner à environ 30 K dans le cryostat avec deux positions ouvert/fermé. Les possibilités étudiées sont des électroaimants et des moteurs piézo-électriques. Ces interrupteurs, représentés par la figure 5.2.1, seront utilisés uniquement durant la phase de *calibration*.

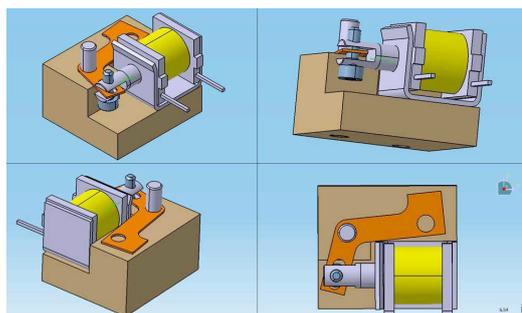


FIGURE 5.2.1: Les interrupteurs utilisés pour réaliser la procédure de la *self-calibration* développée au laboratoire APC.

Fermer tous les cornets sauf deux modifierait la charge thermique du cryostat ce qui affecterait les mesures sur les bolomètres et donc la caractérisation des effets systématiques. Nous pouvons montrer par l'astuce mathématique suivante que fermer deux cornets est équivalent à fermer tous les cornets sauf deux :

après démodulation de la lame demi-onde, en supposant un instrument monochromatique avec des détecteurs ponctuels et une source petite devant le lobe primaire, la puissance collectée pour deux cornets ouverts i et j sur le plan focal est

$$S_{ij} = |c_i|^2 + |c_j|^2 + 2\Re [c_i c_j^*]. \quad (5.2.21)$$

Le paramètre c_i représente le signal collecté sur le plan focal pour le cornet i ouvert, et le paramètre c_j , le signal collecté pour le cornet j ouvert. La puissance collectée pour le cornet i est $C_i = |c_i|^2$, et pour le cornet j $C_j = |c_j|^2$.

Le terme $c_i c_j^*$ est le terme de visibilité des cornets i et j , soit la mesure d'intérêt pour effectuer la procédure de *calibration*.

La puissance collectée sur le plan focal lorsque tous les cornets sont ouverts est égale au module au carré de la somme des champs réémis par chaque cornet secondaire m , après avoir traversés le système optique

$$S_{tot} = \left| \sum_m c_m \right|^2 = \sum_m |c_m|^2 + 2\Re \sum_{m \neq l} [c_m c_l^*]. \quad (5.2.22)$$

La puissance collectée pour tous les cornets ouverts sauf le cornet i est égale à la puissance totale pour tous les cornets ouverts, soit S_{tot} , moins la puissance réémise par le cornet i , C_i , et moins la partie réelle des termes de corrélations entre le cornet i et les autres cornets m

$$\bar{C}_i = \left| \sum_{m \neq i} c_m \right|^2 = S_{tot} - |c_i|^2 - 2\Re \sum_{m \neq i} [c_i c_m^*]. \quad (5.2.23)$$

La puissance collectée pour tous les cornets ouverts sauf le cornet j s'écrit

$$\bar{C}_j = \left| \sum_{m \neq j} c_m \right|^2 = S_{tot} - |c_j|^2 - 2\Re \sum_{m \neq j} [c_j c_m^*]. \quad (5.2.24)$$

La puissance obtenue pour tous les cornets ouverts sauf les cornets i et j est alors

$$\bar{S}_{ij} = S_{tot} - |c_i|^2 - |c_j|^2 - 2\Re \sum_{m \neq i} [c_i c_m^*] - 2\Re \sum_{m \neq j} [c_j c_m^*] + 2\Re [c_i c_j^*]. \quad (5.2.25)$$

Afin de ne pas modifier la charge thermique du cryostat, le terme de visibilité peut être alors obtenu en mesurant la puissance totale collectée pour tous les cornets ouverts, pour tous les cornets ouverts sauf les cornets de la ligne de base d'intérêt, pour tous les cornets ouverts sauf le cornet i et sauf le cornet j

$$2\Re [c_i c_j^*] = \bar{S}_{ij} + S_{tot} - \bar{C}_i - \bar{C}_j. \quad (5.2.26)$$

Cependant, le bruit va être modifié. En fonction de la NET (*Noise Equivalent Temperature*), définie dans l'annexe B, pour un bolomètre et pour un cornet avec n_h le nombre de cornets, nous obtenons

$$\begin{aligned} \Delta \bar{S}_{ij} &= \Delta \bar{C}_i + \Delta \bar{C}_j + \Delta \bar{S}_{ij} + \Delta S_{tot} \\ &= (n_h - 1)\text{NET}^2 + (n_h - 1)\text{NET}^2 + (n_h - 2)\text{NET}^2 + n_h \text{NET}^2 = 4(n_h - 1)\text{NET}^2. \end{aligned}$$

En utilisant les interrupteurs, il est possible de fermer une paire de cornets en laissant les autres paires ouvertes et mesurer l'image synthétique résultante.

Il faut préciser que cette méthode ne permet pas de déterminer les cartes des lobes primaires de chaque cornet ; elles seront obtenues préalablement en échantillonnant une source externe non polarisée.

Nous pouvons alors construire un système non-linéaire où les inconnues sont :

1. les coefficients complexes $\alpha_{iq}^\eta(\hat{d}_q)$, définis pour chaque cornet i , chaque bolomètre q et pour chaque polarisation η ce qui correspond à $4n_h \times n_q$ paramètres,
2. les positions des cornets \vec{x}_i ($2n_h$ paramètres),
3. les directions de pointage \hat{n}_p ($2n_p$ paramètres),
4. les effets systématiques des cornets $g_{\eta,i}$, $e_{\eta,i}$ définis pour chaque cornet i et pour chaque polarisation η ($8n_h$ paramètres),
5. les effets systématiques de la lame demi-onde h_η , ξ_η pour chaque polarisation η (8 paramètres).

Pour un instrument composé de n_h cornets, n_q bolomètres et pour un ensemble de n_p pointages, le nombre d'inconnues est donné par :

$$n_u = 4 \times n_h \times n_q + 2 \times n_h + 2 \times n_p + 8 \times n_h + 8. \quad (5.2.27)$$

Le nombre de contraintes est fixé par le nombre de mesures : les $n_h(n_h - 1)/2$ images synthétiques pour chaque bolomètre n_q et chaque pointage n_p et pour chaque polarisation η . Le problème est alors largement sur-déterminé. Par exemple, pour un instrument avec 9 cornets primaires, 4 bolomètres et 10 pointages, le nombre de contraintes est 8648 et le nombre d'inconnues : 262.

Nous pouvons résoudre ce système d'équations avec une méthode des moindres carrées.

Nous pourrions augmenter le nombre de paramètres pour une description plus raffinée des effets systématiques ou en incluant des effets non listés dans ce travail mais qui pourraient apparaître lors de l'analyse de données.

5.3 Description de la simulation

Afin de vérifier la méthode, on a réalisé une simulation avec un petit nombre de cornets, de bolomètres et de pointages, le coût computationnel augmentant avec le nombre de ces composantes. Les différentes étapes de la simulation sont décrites ci-dessous.

- Nous générons l'instrument idéal sans effet systématique. Les positions angulaires de la lame demi-onde sont choisies aléatoirement. Une position est fixée pour chaque mesure.
- Nous modélisons les effets systématiques avec une matrice de Jones pour chaque cornet et pour la lame demi-onde et les erreurs instrumentales en ajoutant une erreur gaussienne avec une amplitude réaliste.

L'idée de modéliser les effets systématiques par le formalisme de Mueller au premier ordre plutôt que par celui de Jones a été testée dans le but de réduire le temps de calcul de la simulation. Cependant, l'approximation au premier ordre n'est pas suffisante : la précision obtenue sur la reconstruction des paramètres est nettement moins bonne et le nombre moyen d'itérations nécessaires pour que le système converge est plus important.

Le niveau de corruption est donné par le tableau 5.1.

Source d'erreur	Amplitude
Incertitude de pointage \hat{n}_p	1[deg]
Incertitude sur la position des cornets \vec{x}_i	100[μm]
Incertitude sur la position des détecteurs \hat{d}_q	1[μm]
Incertitude sur les gains des bolomètres g_q	0.01
Incertitude sur les lobes primaires $B_{prim,i}^\eta(\hat{n}_p)$	0.01
Incertitude sur les lobes secondaires $B_{sec}^\eta(\hat{d}_q)$	0.01
Effets systématiques des cornets $\{g_{\eta,i}, e_{\eta,i}\}$	0.0001
Effets systématiques de la lame demi-onde $\{h_\eta, \xi_\eta\}$	0.01

TABLE 5.1: Niveaux d'erreurs instrumentales ou effets systématiques attendus

- Pour rendre le problème inversible, nous ajoutons des contraintes de normalisation qui ne modifient pas la modélisation des erreurs systématiques.

Les coefficients $\alpha_{iq}^\eta(\hat{d}_q)$ et $\beta_i^\eta(\hat{n}_p, \psi_p)$ ne sont définis que relativement aux systématiques : la méthode de la *self-calibration* ne permet donc qu'une *calibration* relative de ces paramètres. Ainsi, cette méthode ne permet qu'une *calibration* relative des gains. Certaines opérations sur les coefficients $\alpha_{iq}^\eta(\hat{d}_q)$ et $\beta_i^\eta(\hat{n}_p, \psi_p)$ n'affectent pas l'équation 5.2.20 et par conséquent les observations, par exemple

- une rotation de phase globale ϕ_q , appliquée aux coefficients $\alpha_{iq}^\eta(\hat{d}_q)$ pour un bolomètre,

- multiplier les coefficients $\alpha_{iq}^\eta(\hat{d}_q)$ par un terme défini par $c_i e^{\phi_i}$ et diviser les coefficients $\beta_i^\eta(\hat{n}_p, \psi_p)$ par ce même terme,
- une rotation de phase globale $\phi(\hat{n}_p)$ appliquée aux coefficients $\beta_i^\eta(\hat{n}_p, \psi_p)$ pour un pointage,

Nous pouvons utiliser ces invariances pour définir des contraintes

1. une *calibration* absolue du gain global de l'instrument $\alpha_{00}^\eta = 1$,
2. une *calibration* absolue sur la phase des coefficients $\alpha_{iq}^\eta(\hat{d}_q)$, $\forall q \arg(\alpha_{0q}^\eta) = 0$,
3. une convention sur les lobes primaires, $\forall i \beta_i^\eta(\hat{0}) = 1$,
4. une convention sur les termes de phase $\beta_i^\eta(\hat{n}_p, \psi_p)$, $\forall p \arg(\beta_{0p}^\eta(\hat{n}_p, \psi_p)) = 0$,
5. une *calibration* absolue sur le gain total des gains des cornets $g_{x,0} = 1$.

- Nous calculons les images synthétiques de toutes les paires de cornets.

Nous ajoutons du bruit statistique qui dépend de la NET, et du temps de mesure par ligne de base

$$n_{noise} = \frac{NET_P}{\sqrt{t_b} \sqrt{2}} \sqrt{4n_h - 4}, \quad (5.3.1)$$

avec NET le bruit de température équivalent égal à $300 \mu K \cdot s^{\frac{1}{2}}$, la température de la source polarisée de $T=100K$ et le temps de mesure par ligne de base $t_b = 1s$. La convention usuelle est d'exprimer la NET pour un détecteur non polarisé, mais dans le cas d'un détecteur polarisé, l'expression de la NET est donnée par $NET = \frac{NET_P}{\sqrt{2}}$.

- Un système d'équations non-linéaires peut être construit avec pour inconnues les paramètres $\alpha_{iq}^\eta(\hat{d}_q)$, \hat{n}_p , \vec{x}_i et les paramètres des matrices de Jones des cornets et de lame demi-onde $g_{\eta,i}$, $e_{\eta,i}$, h_η et ξ_η .

Les valeurs des lobes primaires sont fixées car supposées connues, cependant, les paramètres $\beta_i^\eta(\hat{n}_p, \psi_p)$ varient car les positions des cornets \vec{x}_i et les directions de pointages \hat{n}_p sont corrompues par une erreur gaussienne.

- Le système est résolu avec une méthode des moindres carrés en utilisant un algorithme de Levenberg-Marquardt (bibliothèque MPFIT [122]) et comme paramètres de départ les valeurs des coefficients $\alpha_{iq}(\hat{d}_q)$, les positions des cornets \vec{x}_i et les vecteurs de pointage \hat{n}_p sans effet systématique.

5.4 Résultats

Dans cette section, nous allons présenter les résultats obtenus avec la simulation de la méthode de la *self-calibration* et montrer que cette méthode permet d'améliorer significativement le contrôle des effets systématiques.

Le nombre de cornets, de bolomètres et de pointages fixés dans la simulation seront petits dans le but de faire un grand nombre de réalisations.

5.4.0.1 Reconstruction des images synthétiques

Les figures 5.4.1 et 5.4.2 représentent l'erreur obtenue sur les images synthétiques S_{qp}^I , S_{qp}^Q , et S_{qp}^U pour les paramètres de Stokes I , Q et U pour les plans focaux des polarisations x et y , pour un instrument avec 9 cornets primaires, 9 bolomètres et 10 pointages avec 100 réalisations et un temps de mesure par ligne de base d'1s. Les six graphiques représentent les images synthétiques idéales (sans effet systématique) en fonction des images synthétiques corrompues (avec effets systématiques) en rouge. En bleu,

sont représentées les images synthétiques reconstruites, calculées à partir de l'équation 5.2.9 avec les paramètres obtenus de la résolution du système, en fonction des images synthétiques corrompues. Les graphiques représentant les images synthétiques idéales en fonction des images synthétiques corrompues permettent d'observer l'impact sur les images synthétiques des effets systématiques sur les valeurs idéales. Les graphiques représentant les images synthétiques reconstruites en fonction des images synthétiques corrompues montrent une très faible diffusion entre ces deux paramètres. Ce résultat montre que la méthode fonctionne et que les paramètres des effets systématiques sont bien reconstruits. La méthode de la *self-calibration* permet d'avoir un contrôle des effets systématiques induits par les cornets et la lame demi-onde mais aussi de calibrer les paramètres $\alpha_{i_q}^\eta(\hat{d}_q)$ et $\beta_i(\hat{n}_p, \psi_p)$ qui caractérisent intégralement l'instrument pour chaque canal pointage-cornet, cornet-bolomètre.

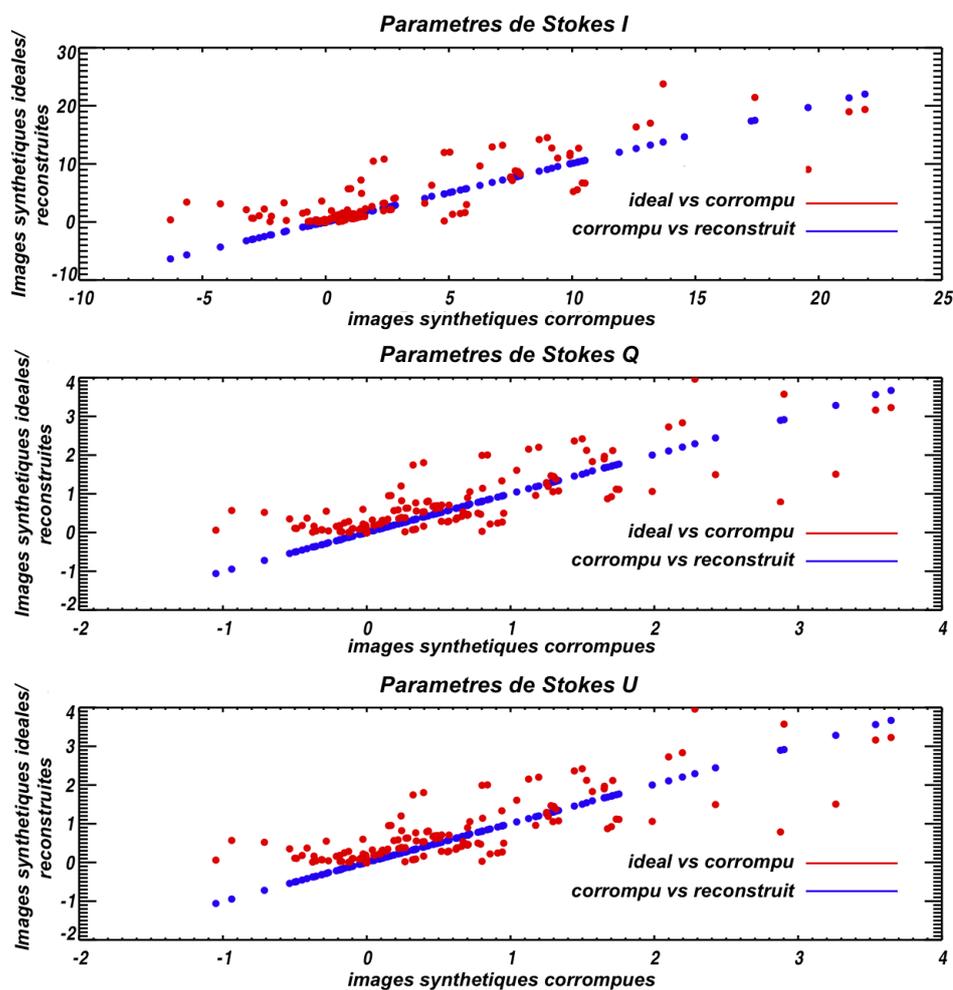


FIGURE 5.4.1: Erreur obtenue sur les images synthétiques S_{qp}^I , S_{qp}^Q , et S_{qp}^U pour le plan focal x dans le cas avec (en bleu) et sans (en rouge) *self-calibration*.

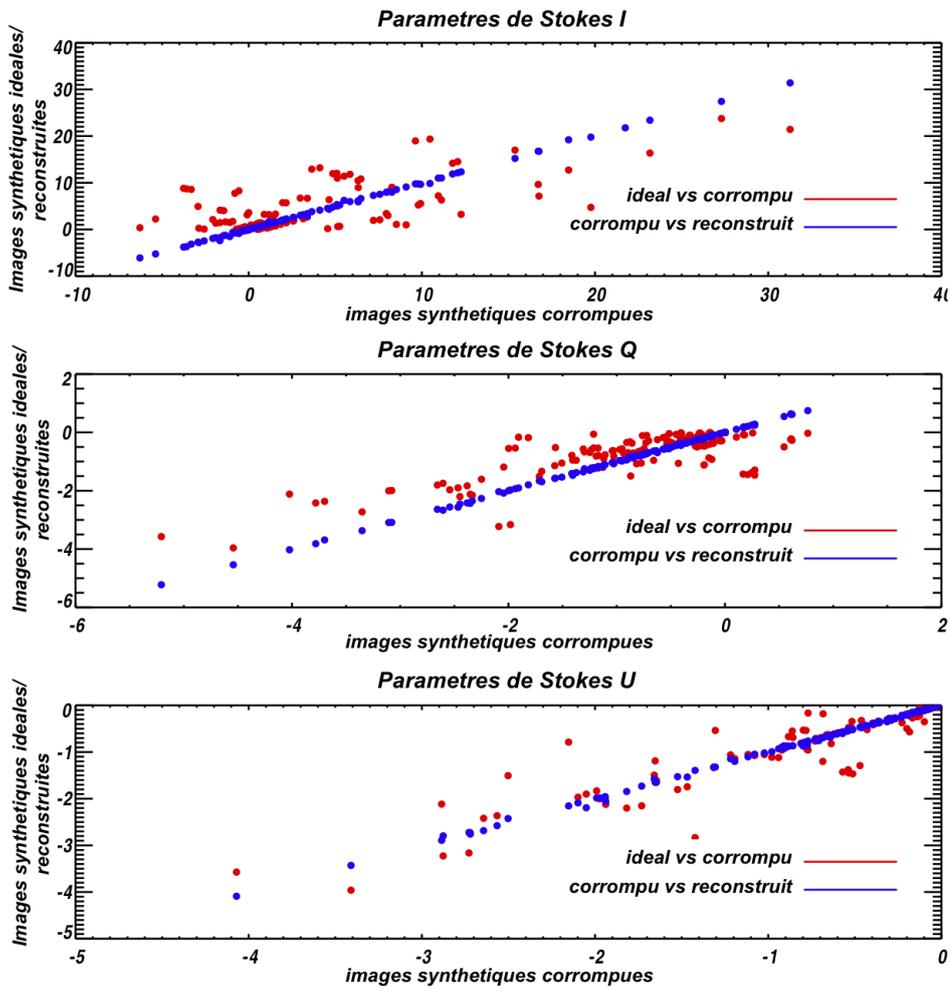


FIGURE 5.4.2: Erreur obtenue sur les images synthétiques S_{qp}^I , S_{qp}^Q , et S_{qp}^U pour le plan focal y dans le cas avec (en bleu) et sans (en rouge) application de la méthode de la *self-calibration*.

5.4.0.2 Histogrammes de l'écart type des paramètres reconstruits

Les figures 5.4.1 et 5.4.2 comparent les images synthétiques reconstruites et les images synthétiques générées avec effets systématiques, elles montrent que les images synthétiques sont bien reconstruites. L'efficacité de la méthode peut être aussi démontrée par les figures 5.4.3, 5.4.4 et 5.4.5 des histogrammes des paramètres $\alpha_{iq}^n(\hat{d}_q)$, \hat{n}_p et \vec{x}_i obtenus avec 16 cornets, 9 bolomètres et 9 pointages et 100 réalisations. Chacune de ces figures représente l'histogramme de la différence entre les paramètres idéaux et les paramètres corrompus en bleu et l'histogramme de la différence entre les paramètres corrompus et les paramètres reconstruits en rouge. Les valeurs des écart-types sont indiquées pour chaque histogramme.

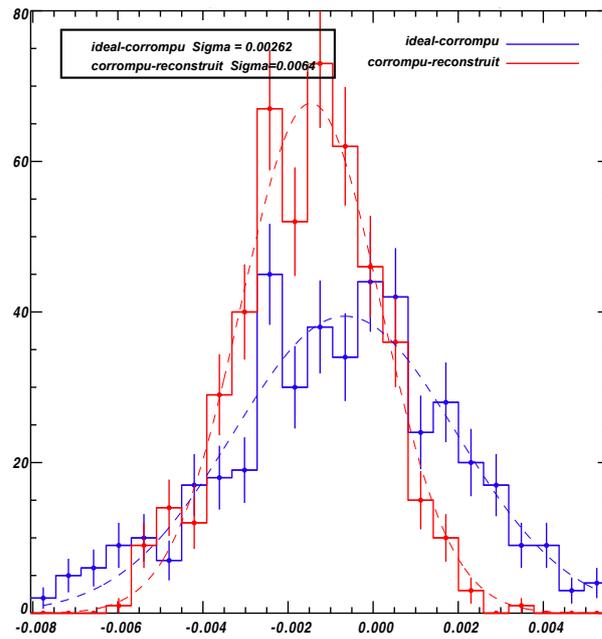


FIGURE 5.4.3: Histogramme des coefficients $\alpha_{iq}^{\eta}(\hat{d}_q)$.

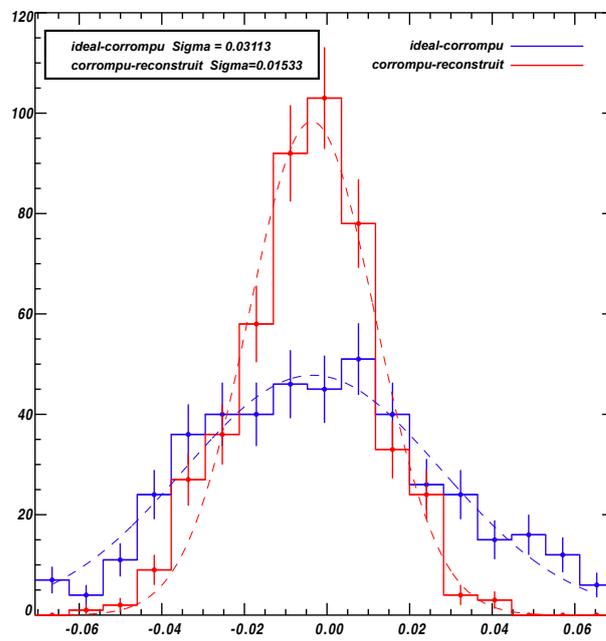
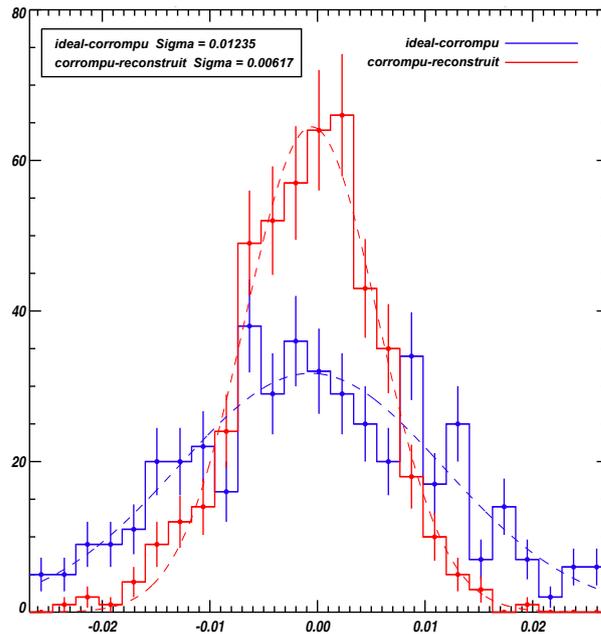


FIGURE 5.4.4: Histogramme des positions des cornets \vec{x}_i .

FIGURE 5.4.5: Histogrammes des vecteurs de pointage \hat{n}_p .

5.4.0.3 Temps de calcul

Pour un instrument avec un nombre de cornets particulièrement important, le coût computationnel de la méthode va devenir élevé. Celui-ci suit l'évolution d'une loi de puissance en $\sqrt{n_h}$. Cependant, par la suite, nous allons montrer que la mesure de toutes les lignes de base n'est pas nécessaire. Une implémentation de l'algorithme plus apte au calcul à haute performance est en train d'être réalisée par Pierre Chanial.

5.4.0.4 Extrapolation de l'erreur sur les paramètres reconstruits

Plusieurs réalisations de la simulation ont montré que la précision sur les paramètres reconstruits dépend du nombre de cornets, de bolomètres, de pointages, du pourcentage de lignes de base par pointage et du temps de mesure par ligne de base. Ajouter des cornets, donc des lignes de base, accroît la redondance à la matrice de cornets, ce qui augmente le nombre de contraintes, de même pour le nombre de bolomètres, de pointages, du pourcentage de lignes de base par pointage. La Figure 5.4.6 représente l'erreur sur les paramètres reconstruits des termes diagonaux de la matrice de Jones de lame demi-onde h_η en fonction du pourcentage de lignes de base. La ligne rouge représente une loi de puissance de la forme $\frac{c}{n_{bs}^\Phi}$ avec c une constante, n_{bs} le nombre de lignes de base par pointage et Φ l'exposant de la loi de puissance. La ligne verte représente l'amplitude des effets systématiques fixée dans la simulation indiquée dans le tableau 1. Ce graphique montre que plus le nombre de lignes de base par pointage est important, plus la précision sur les paramètres reconstruits sera meilleure. Ce résultat a été obtenu pour une simulation avec 9 cornets primaires, 9 bolomètres, 10 pointages et 40 réalisations indépendantes et un temps de mesure par ligne de base d'1s. Les lignes de base mesurées sont choisies aléatoirement.

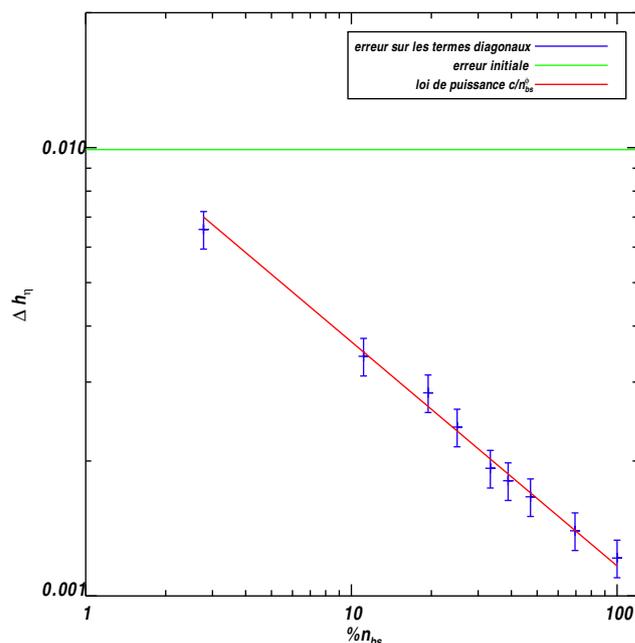


FIGURE 5.4.6: Erreur obtenue sur les termes diagonaux de la matrice de Jones de la lame demi-onde h_η et pour un temps de mesure d'1s par ligne de base en fonction du nombre de lignes de base par pointage n_{bs} .

Il est alors possible de définir une loi de puissance qui permet d'estimer l'erreur sur les paramètres reconstruits pour un nombre donné de cornets, de bolomètres, de pointages et de lignes de base

$$\sigma_c \sim c \times \frac{1}{n_h^\alpha} \times \frac{1}{n_q^\beta} \times \frac{1}{n_p^\gamma} \times \frac{1}{n_{bs}^\phi}, \quad (5.4.1)$$

avec c une constante, α , β , γ , ϕ les exposants du nombre de cornets n_h , de bolomètres n_q , de pointages n_p et du pourcentage de ligne de base par pointage n_{bs} .

Cette loi de puissance donne une estimation sur la limite de précision pouvant être obtenue sur les effets systématiques. Les valeurs des exposants obtenues sont données dans le tableau 5.2 pour un instrument avec 9 cornets, 9 bolomètres et 10 pointages et 40 réalisations. Ces valeurs ont été obtenues en réalisant une loi de puissance sur chacun des paramètres successivement. Par exemple, pour calculer la valeur de l'exposant α de la loi de puissance du nombre de cornets, nous avons réalisé la simulation pour un nombre de cornets de 6 à 64 cornets en fixant les autres contraintes : nombre de bolomètres, pointages, lignes de base. L'erreur sur la reconstruction des paramètres en fonction du nombre de cornets est ainsi obtenue. Un ajustement d'une loi de puissance sur la distribution de l'erreur peut être calculé à l'aide d'une fonction IDL (`powerlaw_fit.pro`). Cette loi permet de démontrer que la précision sur les paramètres reconstruits est meilleure si le temps de mesure par ligne de base est plus grand. Le graphique 5.4.7 représente l'erreur sur les paramètres diagonaux de la matrice de Jones de la lame demi-onde h_η

en fonction du temps de mesure par ligne de base. La droite rouge représente une loi de puissance de la forme $\frac{NET}{\sqrt{2t_b}}$ avec t_b le temps de mesure par ligne de base. La droite verte représente l'erreur initiale sur les effets systématiques de la lame demi-onde donnée par le Tableau 1. Cette figure démontre que les paramètres sont reconstruits à un niveau de précision qui n'est limité que par le temps de mesure par ligne de base.

	$t_b = 1s$				$t_b = 100s$			
paramètres	α	β	γ	ϕ	α	β	γ	ϕ
$\alpha_{iq}^\eta(\hat{d}_q)$	0.74	0.99	0.75	0.84	0.97	1.55	1.22	1.06
\hat{n}_p	0.46	0.37	0.24	0.73	0.75	0.70	1.02	1.09
\vec{x}_i'	0.58	0.66	0.97	0.82	0.76	1.04	1.28	1.18
$g_\eta(\vec{x}_i')$	0.91	1.06	0.83	0.48	1.04	1.52	0.45	0.75
$e_\eta(\vec{x}_i')$	0.77	1.18	0.36	0.65	1.01	1.16	0.63	0.99
h_η	0.55	0.67	0.12	0.59	0.78	0.85	0.25	0.78
ξ_η	0.64	0.58	0.11	0.38	1.11	0.84	0.46	0.80

TABLE 5.2: Exposants obtenus pour la loi de puissance donnée par l'Eq.5.4.1 pour deux temps de mesure par ligne de base $t_b = 1s$ et $t_b = 100s$.

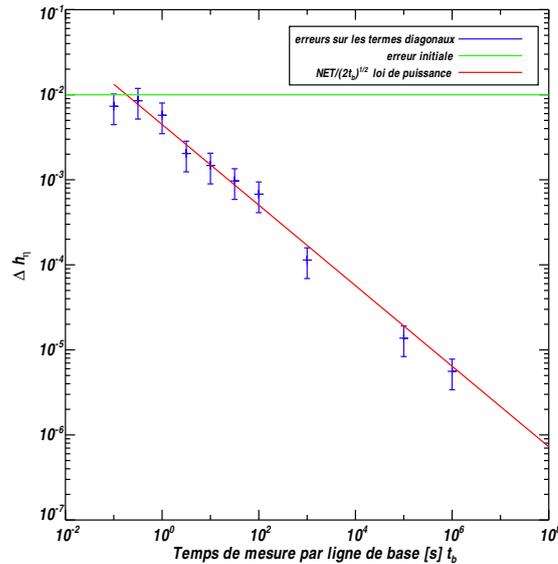


FIGURE 5.4.7: Erreur sur le gain de la matrice de Jones de la lame demi-onde h_η en fonction du temps de mesure par ligne de base en seconde.

5.4.1 Extrapolation à l'instrument QUBIC

Le premier module de QUBIC sera composé de 400 cornets primaires c'est à dire 79800 lignes de base donc la phase de *calibration* devra durer 22h dans le but de mesurer toutes les lignes de base pendant 1s chacune. Cet intervalle de temps peut être diminué, avec une faible perte d'information, si la procédure de la *self-calibration* n'est pas réalisée

sur toutes les lignes de base. Ce résultat est illustré par la Fig.5.4.7 qui montre que la précision de reconstruction des paramètres va dépendre du temps de mesure par ligne de base. Une stratégie de *calibration* tenant compte du nombre de lignes de base mesurées et du temps de mesure par ligne de base devra donc être établie afin d'obtenir la meilleure précision sur les paramètres reconstruits.

En utilisant la loi de l'Eq.5.4.1, nous pouvons extrapoler l'erreur de reconstruction des paramètres au premier module de QUBIC composé de 400 cornets primaires, 2×1024 bolomètres et 1000 pointages pour deux temps de mesure par ligne de base $t_b = 1s$ et $t_b = 100s$.

Un temps de mesure par ligne de base $t_b = 1s$ correspond à 22h à étalonner, soit 0.25% du temps d'observation sur une année.

Un temps de mesure par ligne de base $t_b = 100s$ correspond à environ 91 jours à calibrer, soit 25% du temps d'observation.

Le résultat est donné dans le tableau 5.3. Ce tableau donne l'estimation du résultat de la procédure de la *self-calibration* pour chaque paramètre reconstruit pour l'instrument QUBIC. Dans la deuxième colonne, est représenté l'écart type entre les paramètres idéaux et les paramètres réels. Les troisième et cinquième colonnes donnent la valeur de l'écart type entre les paramètres réels et les paramètres reconstruits pour deux temps de mesure par ligne de base $t_b = 1s$ et $t_b = 100s$. Le gain apporté par cette méthode est donné par les quatrième et sixième colonnes, calculé comme étant le rapport entre les écarts type de la troisième colonne et la seconde colonne pour $t_b = 1s$ et de la cinquième et la deuxième colonne pour $t_b = 100s$. Les valeurs indiquées dans le tableau sont obtenues en remplaçant dans l'Eq.5.4.1 les indices des exposants par les valeurs données dans le tableau 5.2, appliqué à l'instrument QUBIC. Ce tableau montre une amélioration significative sur le niveau d'effet systématique résiduel après application de la méthode de la *self-calibration*, même pour un temps de mesure par ligne de base de 1 s.

paramètres	$\sigma_{id-corr}$	$t_b = 1s$	$t_b = 1s$	$t_b = 100s$	$t_b = 100s$
		$\sigma_{corr-rec}$	gain	$\sigma_{corr-rec}$	gain
α_{iq}^η	0.004	8.48×10^{-5}	47	1.87×10^{-6}	2140
\hat{n}_p	0.15	1.41×10^{-3}	106	3.26×10^{-5}	4596
\vec{x}_i	100×10^{-6}	5.86×10^{-5}	17	2.27×10^{-8}	4402
$g_\eta(\vec{x}_i)$	0.0001	1.36×10^{-6}	73	1.22×10^{-8}	8182
$e_\eta(\vec{x}_i)$	0.0001	1.09×10^{-6}	92	1.20×10^{-8}	8280
h_η	0.01	1.18×10^{-4}	84	7.27×10^{-6}	1375
ξ_η	0.01	1.24×10^{-4}	80	5.81×10^{-6}	1722

TABLE 5.3: Estimation du résultat de la méthode de la *self-calibration* pour l'instrument QUBIC avec 400 cornets primaires, 2×1024 matrices de bolomètres, 1000 pointages.

5.4.2 Impact des effets systématiques sur les paramètres de Stokes

Dans le cas idéal, en absence d'effet systématique, la puissance collectée sur le plan focal x , après démodulation de lame demi-onde, est

$$\begin{pmatrix} T_o \\ T_c \\ T_s \end{pmatrix} = \int \int \int \begin{pmatrix} B_s^q(\hat{n}_p, \psi_p, \hat{d}_q) & 0 & 0 \\ 0 & B_s^q(\hat{n}_p, \psi_p, \hat{d}_q) & 0 \\ 0 & 0 & B_s^q(\hat{n}_p, \psi_p, \hat{d}_q) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I(\hat{n}_p, \psi_p) \\ Q(\hat{n}_p, \psi_p) \\ U(\hat{n}_p, \psi_p) \end{pmatrix} d\hat{n}_p d\nu d\hat{d}_q. \quad (5.4.2)$$

Les coefficients T_o, T_c, T_s correspondent aux termes constants, cosinus et sinus obtenus après démodulation de la lame demi-onde.

Sur le plan focal y , un signe - est associé aux paramètres de Stokes Q et U .

Dans le cas réel, les effets systématiques vont induire une fuite de Q dans U et de U dans Q . La position de la lame demi-onde devant la matrice de cornets primaires et dans le cas où la lame demi-onde n'a pas d'homogénéités permet de ne pas avoir de fuite de l'intensité dans la polarisation.

Afin de simplifier les expressions, nous allons considérer comme effets systématiques que les termes de couplage et de gain des cornets et de la lame demi-onde, donnés dans les équations 5.2.12 et 5.2.13.

Dans le cas idéal, nous désignerons la matrices des coefficients $\alpha_{iq}(\hat{d}_q)$ par

$$\alpha_{iq}(\hat{d}_q) = \begin{pmatrix} \alpha_{iq}^x(\hat{d}_q) & 0 \\ 0 & \alpha_{iq}^y(\hat{d}_q) \end{pmatrix},$$

et la matrice des coefficients $\beta_{iq}(\hat{n}_p, \psi_p)$ par

$$\beta_{iq}(\hat{n}_p, \psi_p) = \begin{pmatrix} \beta_{iq}^x(\hat{n}_p, \psi_p) & 0 \\ 0 & \beta_{iq}^y(\hat{n}_p, \psi_p) \end{pmatrix}.$$

Les coefficients $\beta_{iq}(\hat{n}_p, \psi_p)$ représentent les lobes de chaque cornet et incluent la phase relative au centre de la matrice de cornets au zénith. Les coefficients $\alpha_{iq}(\hat{d}_q)$ caractérisent le combinateur optique et incluent les lobes secondaires, les intégrations sont sur la largeur de bande et sur la surface des bolomètres.

Le signal obtenu lorsque la lame demi-onde est placée devant les matrices de cornets primaire est donné par l'équation 5.2.20, soit

$$\begin{pmatrix} s_{iq}^x(\hat{n}_p, \psi_p, \hat{d}_q) \\ s_{iq}^y(\hat{n}_p, \psi_p, \hat{d}_q) \end{pmatrix} = \alpha_{iq}(\hat{d}_q) \bullet \beta_i(\hat{n}_p, \psi_p) \bullet \mathbf{J}_{horn,i} \bullet \mathbf{J}_{rot}^T \bullet \mathbf{J}_{hwp} \bullet \mathbf{J}_{rot} \bullet \begin{pmatrix} E^x(\hat{n}_p, \psi_p) \\ E^y(\hat{n}_p, \psi_p) \end{pmatrix}. \quad (5.4.3)$$

Lorsque la lame demi-onde est placée derrière les matrices de cornets, nous obtenons le signal pour le cornet i ouvert

$$\begin{pmatrix} s_{iq}^x(\hat{n}_p, \psi_p, \hat{d}_q) \\ s_{iq}^y(\hat{n}_p, \psi_p, \hat{d}_q) \end{pmatrix} = \mathbf{J}_{rot}^T \bullet \mathbf{J}_{hwp} \bullet \mathbf{J}_{rot} \bullet \alpha_{iq}(\hat{d}_q) \bullet \beta_i(\hat{n}_p, \psi_p) \bullet \mathbf{J}_{horn,i} \bullet \begin{pmatrix} E^x(\hat{n}_p, \psi_p) \\ E^y(\hat{n}_p, \psi_p) \end{pmatrix}. \quad (5.4.4)$$

Pour chacune des configurations, nous pouvons déterminer l'expression de la puissance collectée sur le plan focal des deux polarisations. Nous négligeons les termes du second ordre et considérons les expressions après démodulation de la lame demi-onde, c'est à dire en fonction des paramètres de Stokes I, Q et U , obtenus à travers le lobe synthétique de l'expérience. Afin de simplifier les expressions, nous supposons un instrument avec

des détecteurs ponctuels et nous négligeons l'intégration sur la direction de pointage.

Dans le cas sans effet systématique, sur le plan focal de la polarisation x , en fonction du terme constant, du terme en cosinus et en sinus, associés respectivement aux paramètres I , Q et U , nous obtenons la relation 5.4.2.

En présence de systématiques, d'autres termes apparaissent en $\cos(2\omega t)$ et $\sin(2\omega t)$.

Nous définissons les puissances collectées sur le plan focal lorsque le cornet i est ouvert par C_{iq} , lorsque le cornet j est ouvert C_{jq} , et lorsque les cornets i et j sont ouverts par S_{ijq} .

Dans la configuration où la lame demi-onde est placée derrière la matrice de cornets, l'expression de la puissance au premier ordre obtenue sur le plan focal x est

$$\begin{pmatrix} T_o \\ T_c \\ T_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I(\hat{n}_p, \psi_p) \\ Q(\hat{n}_p, \psi_p) \\ U(\hat{n}_p, \psi_p) \end{pmatrix}, \quad (5.4.5)$$

avec $s_{11} = s_{22} = \frac{1}{4}((C_{iq} - C_{jq})(g_{xi} - g_{xj} + g_{yi} - g_{yj}) + 2(g_{xi} + g_{xj} + g_{yi} + g_{yj} + 2(1 + h_x + h_y))S_{ijq})$,

$s_{12} = s_{21} = \frac{1}{4}((C_{iq} - C_{jq})(g_{xi} - g_{xj} + g_{yi} - g_{yj}) + 2(g_{xi} + g_{xj} - g_{yi} - g_{yj})S_{ijq})$,

$s_{31} = s_{13} = \frac{1}{4}(C_{iq}(e_{xi} - e_{xj} + e_{yi} - e_{yj}) + C_{jq}(-e_{xi} + e_{xj} - e_{yi} + e_{yj}) + 2(e_{xi} + e_{xj} + e_{yi} + e_{yj})S_{ijq})$,

$s_{23} = \frac{1}{4}(-2\xi_x S_{ijq} + (C_{iq} - C_{jq})(e_{xi} - e_{xj} + e_{yi} - e_{yj}) + 2S_{ijq}(\xi_y + e_{xi} + e_{xj} - e_{yi} - e_{yj}))$,

$s_{32} = \frac{1}{4}(2(-\xi_x + \xi_y + e_{xi} + e_{xj} - e_{yi} - e_{yj})S_{ijq} + (C_{iq} - C_{jq})(e_{xi} - e_{xj} + e_{yi} - e_{yj}))$,

$s_{33} = \frac{1}{4}((C_{iq} - C_{jq})(g_{xi} - g_{xj} + g_{yi} - g_{yj}) + 2(1 + g_{xi} + g_{xj} + g_{yi} + g_{yj} + h_x + h_y)S_{ijq})$.

Dans la configuration où la lame demi-onde est placée devant la matrice de cornets, nous obtenons

$$\begin{pmatrix} T_o \\ T_c \\ T_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I(\hat{n}_p, \psi_p) \\ Q(\hat{n}_p, \psi_p) \\ U(\hat{n}_p, \psi_p) \end{pmatrix}, \quad (5.4.6)$$

avec $s_{12} = s_{13} = s_{21} = s_{31} = 0$,

$s_{11} = s_{22} = s_{33} = \frac{1}{2}((C_{iq} - C_{jq})(g_{xi} - g_{xj}) + 2(1 + g_{xi} + g_{xj} + h_x + h_y)S_{ijq})$,

$s_{23} = s_{32} = \frac{1}{2}((C_{iq} - C_{jq})(e_{xi} - e_{xj}) + 2(\xi_x - \xi_y + \epsilon_{xi} + \epsilon_{xj})S_{ijq})$.

De ces expressions, nous déduisons que placer la lame demi-onde derrière les cornets entraîne une fuite de l'intensité dans la polarisation et cette fuite n'inclura que les systématiques induites par les cornets. Cette fuite sera donc relativement faible car les cornets corrugués choisis pour l'expérience QUBIC ont de bonnes performances. Cependant, elle peut être évitée en plaçant la lame demi-onde devant la matrice de cornets.

Si nous supposons un écart type sur les effets systématiques des cornets égale à $\sigma_{hwp} = 0.0001$ et sur la lame demi-onde $\sigma_{horn} = 0.01$, nous obtenons

- dans le cas où la lame demi-onde est placée derrière les cornets

$$\begin{pmatrix} T_o \\ T_c \\ T_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.0280 & 0.0002 & 0.0002 \\ 0.0002 & 0.0280 & 0.0281 \\ 0.0002 & 0.0281 & 0.0280 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I(\hat{n}_p, \psi_p) \\ Q(\hat{n}_p, \psi_p) \\ U(\hat{n}_p, \psi_p) \end{pmatrix}, \quad (5.4.7)$$

- dans le cas où la lame demi-onde est placée devant les cornets

$$\begin{pmatrix} T_o \\ T_c \\ T_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.0280 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0280 & 0.0281 \\ 0 & 0.0281 & 0.0280 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I(\hat{n}_p, \psi_p) \\ Q(\hat{n}_p, \psi_p) \\ U(\hat{n}_p, \psi_p) \end{pmatrix}. \quad (5.4.8)$$

Il est possible d'estimer la fuite de polarisation et l'effet induit par les erreurs systématiques sur l'amplitude de polarisation en calculant l'écart type $\sigma_{id-corr}^X$ de la différence entre les paramètres idéaux et corrompus, dans le cas où la méthode de la *self-calibration* n'est pas appliquée, et, entre les paramètres corrompus et reconstruits $\sigma_{corr-rec}^X$ dans le cas où la méthode de la *self-calibration* est appliquée, avec $X = \{I, Q, U\}$.

L'équation 5.4.2 devient

$$\begin{pmatrix} T_o \\ T_c \\ T_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_a^{II} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_a^{QQ} & \sigma_a^{UQ} \\ 0 & \sigma_a^{QU} & \sigma_a^{UU} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I(\hat{n}_p, \psi_p) \\ Q(\hat{n}_p, \psi_p) \\ U(\hat{n}_p, \psi_p) \end{pmatrix}, \quad (5.4.9)$$

avec $a = id - corr$ dans le cas où la procédure de la *self-calibration* n'est pas appliquée et $a = corr - rec$ dans le cas où elle est appliquée.

En général, nous pouvons définir le vecteur $\Delta \vec{S}$ l'erreur sur chaque paramètre de Stokes comme

$$\Delta \vec{S} = \begin{pmatrix} \Delta_{II} & \Delta_{IQ} & \Delta_{IU} \\ \Delta_{QI} & \Delta_{QQ} & \Delta_{QU} \\ \Delta_{UI} & \Delta_{UQ} & \Delta_{UU} \end{pmatrix} \vec{S}, \quad (5.4.10)$$

avec $\Delta \vec{S} = \vec{S}^{rec} - \vec{S}^{corr}$.

Le vecteur \vec{S}^{corr} est le vecteur des paramètres de Stokes mesurés et le vecteur \vec{S}^{rec} est le vecteur des paramètres de Stokes obtenus après application de la méthode de la *self-calibration*.

Pour l'instrument QUBIC, l'équation 5.4.10 devient

$$\Delta \vec{S} = \begin{pmatrix} \Delta_{II} & 0 & 0 \\ 0 & \Delta_{QQ} & \Delta_{QU} \\ 0 & \Delta_{UQ} & \Delta_{UU} \end{pmatrix} \vec{S}, \quad (5.4.11)$$

avec Δ_{QQ} , Δ_{QU} , Δ_{UQ} , et Δ_{UU} les erreurs entre le lobe synthétique sans application de la méthode de la *self-calibration* et en appliquant la méthode de la *self-calibration* et $\Delta_{II} = 1$.

Les termes Δ_{QQ} et Δ_{UU} altèrent l'amplitude de polarisation et les paramètres Δ_{UQ} , Δ_{QU} entraînent une fuite de polarisation de Q vers U (et inversement).

5.4.3 Erreur sur les spectres de puissance des modes E et B

Dans cette section, nous allons nous intéresser à l'impact des effets instrumentaux sur le spectre de puissance des modes B en estimant la fuite des modes E dans les modes B en utilisant le formalisme de [173].

Nous définissons les paramètres de Stokes dans la base des harmoniques sphériques de spin 2

$$Q(\hat{n}) \pm iU(\hat{n}) = \sum_{lm} a_{\pm 2lm \pm 2} Y_{lm}(\hat{n}), \quad (5.4.12)$$

où les paramètres de Stokes Q et U sont définis dans chaque direction \hat{n} .

Nous introduisons les coefficients d'expansion

$$a_{lm}^E = -\frac{a_{2lm} + a_{-2lm}}{2}, \quad (5.4.13)$$

$$a_{lm}^B = i\frac{a_{2lm} - a_{-2lm}}{2}, \quad (5.4.14)$$

et les champs scalaires $E(\hat{n})$ et $B(\hat{n})$

$$E(\hat{n}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm}^E Y_{lm}(\hat{n})$$

$$B(\hat{n}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm}^B Y_{lm}(\hat{n}).$$

En utilisant les coefficients a_{lm}^E et a_{lm}^B , nous construisons le spectre de puissance angulaire des modes E et B

$$C_l^{EE} = \langle |a_{lm}^E|^2 \rangle, \quad (5.4.15)$$

$$C_l^{BB} = \langle |a_{lm}^B|^2 \rangle. \quad (5.4.16)$$

Nous pouvons exprimer les paramètres de Stokes Q et U en fonction des coefficients a_{lm}^E et a_{lm}^B

$$Q(\hat{n}) = \frac{1}{2} \sum_{l,m} [(ia_{lm}^B - a_{lm}^E)_{-2} Y_{lm}(\hat{n}) + (-ia_{lm}^B - a_{lm}^E)_{+2} Y_{lm}(\hat{n})], \quad (5.4.17)$$

$$U(\hat{n}) = \frac{1}{2} \sum_{l,m} [i(ia_{lm}^B - a_{lm}^E)_{-2} Y_{lm}(\hat{n}) + (-ia_{lm}^B - a_{lm}^E)_{+2} Y_{lm}(\hat{n})]. \quad (5.4.18)$$

En utilisant les équations 5.4.13, 5.4.14, 5.4.17, 5.4.18, nous obtenons les coefficients a_{lm}^E et a_{lm}^B en fonction des paramètres de Stokes Q et U

$$\begin{pmatrix} a_{lm}^E \\ a_{lm}^B \end{pmatrix} = \int \mathbf{M}_{\mathbf{alm}} \begin{pmatrix} Q(\hat{n}) \\ U(\hat{n}) \end{pmatrix} d\hat{n}, \quad (5.4.19)$$

où l'intégration est réalisée sur la direction \hat{n} avec

$$\mathbf{M}_{\mathbf{alm}} = \begin{pmatrix} -(+2Y_{lm}(\hat{n}) +_{-2} Y_{lm}(\hat{n})) & -i(+2Y_{lm}(\hat{n}) -_{-2} Y_{lm}(\hat{n})) \\ i(+2Y_{lm}(\hat{n}) -_{-2} Y_{lm}(\hat{n})) & -(+2Y_{lm}(\hat{n}) +_{-2} Y_{lm}(\hat{n})) \end{pmatrix}. \quad (5.4.20)$$

En introduisant les effets systématiques affectant l'amplitude de polarisation et entraînant une fuite de polarisation, l'équation 5.4.19 devient

$$\begin{pmatrix} a_{lm}^{E,meas} \\ a_{lm}^{B,meas} \end{pmatrix} = \int \mathbf{M}_{\mathbf{alm}} (\mathbf{M}_{\mathbf{s}} + \mathbf{1}) \begin{pmatrix} Q(\hat{n}) \\ U(\hat{n}) \end{pmatrix} d\hat{n}, \quad (5.4.21)$$

avec les coefficients $a_{lm}^{E,meas}$ et $a_{lm}^{B,meas}$ les paramètres avec effets systématiques.

Nous définissons la matrice d'erreur sur les paramètres de Stokes par la matrice $\mathbf{M}_{\mathbf{s}}$

$$\mathbf{M}_s = \begin{pmatrix} 1 + \epsilon & \rho \\ -\rho & 1 + \epsilon \end{pmatrix}. \quad (5.4.22)$$

A partir de l'équation 5.4.11 qui définit l'erreur sur les paramètres de Stokes, nous pouvons définir l'erreur sur les spectres de puissance des modes E et B . Les valeurs obtenues de l'erreur sur les paramètres de Stokes Q et U sont données par le tableau 5.4. La simulation a été réalisée avec 9 cornets primaires, 9 bolomètres et 10 pointages pour 40 réalisations et un temps de mesure par ligne de base de 1s.

Ecart type	$id - corr$	$corr - rec$
ϵ	0.19	4.0×10^{-2}
ρ	0.26	7.3×10^{-2}

TABLE 5.4: Impact des effets systématiques sur les paramètres de Stokes.

En terme de spectre de puissance, une erreur sur l'amplitude de polarisation affecte l'amplitude des spectres de puissances des modes E et B et une erreur mixant la polarisation entraîne une fuite des modes E dans les modes B (et inversement).

Les coefficients $a_{lm}^{E,meas}$ et $a_{lm}^{B,meas}$ peuvent être réécrits sous la forme

$$a_{lm}^{E,meas} = a_{lm}^E + \epsilon a_{lm}^E - \rho a_{lm}^B, \quad (5.4.23)$$

$$a_{lm}^{B,meas} = a_{lm}^B + \epsilon a_{lm}^B + \rho a_{lm}^E, \quad (5.4.24)$$

où ϵ est l'erreur d'amplitude et ρ l'erreur de fuite de polarisation.

En utilisant les équations 5.4.15 et 5.4.16, nous obtenons alors

$$Cl^{EE,meas} = Cl^{EE} + \epsilon(2 + \epsilon)Cl^{EE} + \rho^2 Cl^{BB} \simeq Cl^{EE} + 2\epsilon Cl^{EE} + \rho^2 Cl^{BB}, \quad (5.4.25)$$

$$Cl^{BB,meas} = Cl^{BB} + \epsilon(2 + \epsilon)Cl^{BB} + \rho^2 Cl^{EE} \simeq Cl^{BB} + 2\epsilon Cl^{BB} + \rho^2 Cl^{EE}, \quad (5.4.26)$$

où on suppose ϵ petit.

Les spectres $Cl^{EE,meas}$ et $Cl^{BB,meas}$ sont les spectres de puissance des modes E et B avec les erreurs instrumentales, Cl^{EE} et Cl^{BB} sont les spectres de puissance primordiaux. Afin de contraindre les effets systématiques affectant le spectre de puissance des modes B , nous définissons l'erreur sur le spectre des modes B

$$\Delta Cl^{BB} = Cl^{BB,meas} - Cl^{BB} = 2\epsilon Cl^{BB} + \rho^2 Cl^{EE}. \quad (5.4.27)$$

Cette équation montre que l'incertitude sur le paramètre d'erreur ρ doit être inférieure à 0.5% pour obtenir une fuite inférieure à 10% sur le spectre de puissance des modes B pour un rapport tenseur sur scalaire de $r = 0.01$ pour $l < 100$.

A partir de l'Eq.(5.4.27), nous pouvons caractériser la fuite des modes E dans le spectre de puissance des modes B représentée par le terme $\rho^2 Cl^{EE}$. La figure 5.4.8 illustre la fuite des modes E dans le spectre de puissance des modes B en fonction des multipôles. Les lignes noires représentent le spectre de puissance des modes B primordiaux pour différentes valeurs du rapport tenseur sur scalaire $r = 10^{-1}$, 10^{-2} et 10^{-3} . Cette figure

montre que la fuite des modes E dans les modes B est considérablement réduite en appliquant la méthode de la *self-calibration* pour un temps de mesure par ligne de base d'1s et encore plus significativement si le temps de mesure par ligne de base est plus important.

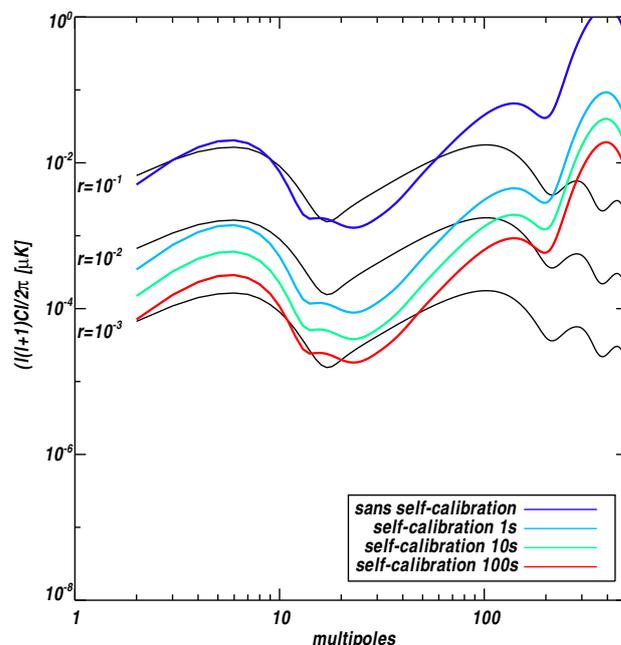


FIGURE 5.4.8: Erreur ΔCl^{BB} sur le spectre de puissance des modes B induite par la fuite des modes E en fonction des multipôles obtenue après application de la méthode de la *self-calibration* et sans méthode de *self-calibration* pour l'instrument QUBIC pour différents temps d'intégration par ligne de base 1s, 10s, 100s.

5.5 Discussion

Dans ce chapitre, nous avons montré qu'en observant une source de *calibration* polarisée avec successivement l'ensemble des paires de cornets, il est possible de contrôler les effets systématiques avec une bonne précision et que cette méthode est seulement limitée par le bruit de photons : le temps de mesure par ligne de base. En effet, plus le temps de mesure par ligne de base est important, plus le gain apporté par la méthode sur la précision des paramètres reconstruits sera meilleure. Cette méthode sera d'autant plus puissante que le nombre de cornets sera grand. Cependant, ce critère implique un coût computationnel plus important, qui peut être amélioré avec une implémentation en parallèle de l'algorithme (gradient conjugué parallélisé). Ce travail est en cours de réalisation par Pierre Chaniel, qui développe un simulateur de l'instrument, dans lequel sera inclus l'algorithme de la *self-calibration*.

Une prochaine étape sera de simuler plus réalistement la rotation de la lame demi-onde. Dans l'algorithme, une position de lame est donnée pour chaque mesure aléatoirement,

or, dans le cas de l'instrument QUBIC, la rotation de la lame se fera pas à pas.

En pratique, la procédure totale de la *self-calibration* pourra être réalisée avant la prise de mesure et complétée, ensuite, plusieurs fois par des procédures partielles n'impliquant pas la mesure de toutes les lignes de base. L'idée est de réaliser la procédure de la *self-calibration* tous les jours pendant une heure pour vérifier l'évolution des effets systématiques avec le temps. Il sera important d'établir la stratégie de *calibration* la plus efficace pour l'instrument QUBIC, en tenant compte du nombre de lignes de base mesuré et du temps de mesure par ligne de base.

Nous résumons le niveau d'acceptance des paramètres systématiques dans le tableau 5.5. Ces tolérances sont données pour un temps d'intégration par ligne de base d'1s, validées par les simulations.

Paramètres	Limites supérieures
Direction de pointage \hat{n}_p	0.10 rad
Position des cornets \vec{x}_i	10^{-4} m
Position des détecteurs \hat{d}_q	1 μ m
Gain des bolomètres g_q	0.01
Lobe primaire $B_{prim,i}^\eta(\hat{n}_p)$	0.01
Lobe secondaire $B_{sec}^\eta(\hat{d}_q)$	0.01
Gain et polarisation croisée des cornets $g_{\eta,i}, e_{\eta,i}$	0.0001
Gain et polarisation croisée de la lame demi-onde h_η, ξ_η	0.01

TABLE 5.5: Niveau d'acceptance des effets systématiques.

Self-calibration: an efficient method to control systematic effects in bolometric interferometry

M.-A. Bigot-Sazy¹, R. Charlassier², J.-Ch. Hamilton¹, J. Kaplan¹, and G. Zahariade¹

¹ APC, Astroparticule et Cosmologie, Université Paris Diderot, Bâtiment Condorcet, 10 rue Alice Domon et Léonie Duquet, F-75205, Paris Cedex 13, France

² Turing-Solutions, 25 rue Dauphine, 75006 Paris, France

Received December 4, 2012

Abstract

Context. The QUBIC collaboration is building a bolometric interferometer dedicated to the detection of B-mode polarization fluctuations in the cosmic microwave background.

Aims. We introduce a self-calibration procedure related to those used in radio-interferometry to control a wide range of instrumental systematic errors in polarization-sensitive instruments.

Methods. This procedure takes advantage of the need for measurements on redundant baselines to match each other exactly in the absence of systematic effects. For a given systematic error model, measuring each baseline independently therefore allows writing a system of nonlinear equations whose unknowns are the systematic error model parameters (gains and couplings of Jones matrices, for instance).

Results. We give the mathematical basis of the self-calibration. We implement this method numerically in the context of bolometric interferometry. We show that, for large enough arrays of horns, the nonlinear system can be solved numerically using a standard nonlinear least-squares fitting and that the accuracy achievable on systematic effects is only limited by the time spent on the calibration mode for each baseline apart from the validity of the systematic error model.

Key words. Instrumentation: Polarimeters – Instrumentation: Interferometers – Methods: Data Analysis – Cosmology: Cosmic Background Radiation – Cosmology: Inflation

1. Introduction

The quest for the B-mode of the polarization of the cosmic background is one of the scientific priorities of observational cosmology today. Observing this mode appears to be the most powerful way to constrain inflation models. However, detecting such a weak signal is a real experimental challenge. In addition to a high statistical sensitivity (a huge number of horns and bolometers required), future experiments will need excellent quality of foreground removal and unprecedented control of instrumental effects.

Currently, most projects are based on the experimental concept of an imager. A promising alternative technology is bolometric interferometry. This is the project of the QUBIC instrument (QUBIC collaboration 2010). A first module is planned for installation at the Franco-Italian Concordia Station in Dome C, Antarctica in 2014. The aim is to combine the advantages of an imager in terms of sensitivity with those of an interferometer in terms of controlling systematic effects. The statistical sensitivity of the QUBIC instrument is comparable to that of an imager with the same number of horns covering the same sky fraction. The full QUBIC instrument (six modules) will comprise three frequencies (97, 150, and 220 GHz) and aims to constrain, at the 90% confidence level, a tensor-to-scalar ratio of 0.01 with one year of data.

The aim of this article is to introduce a new method, specific to bolometric interferometry, called self-calibration, and to

give an example of application with the QUBIC instrument. This method allows a wide range of instrumental systematic effects to be controlled.

This self-calibration technique is based on the redundancy of the receiver array (Wieringa 1991). It uses the need for redundant baselines of the interferometer to measure exactly the same quantity in the absence of systematic effects. For a real instrument, these measurements will be different because of systematics. The small differences can be used to calibrate parameters that characterize the instrument completely for each channel and estimate the instrumental errors.

In the case of a bolometric interferometer, the square horn array will provide a large number of redundant baselines. In this way, a bolometric interferometer can be self-calibrated thanks to a calibration mode during which it will separately measure the $n_h(n_h - 1)/2$ baselines or a fraction of the $n_h(n_h - 1)/2$ baselines with n_h the number of horns observing an external polarized source.

This method is inspired by traditional interferometry (Pearson & Readhead 1984) where signal phases are often lost due to atmospheric turbulence. Standard calibration procedures exist in radio-interferometry and are similar to those used for imaging techniques based on observations of an unresolved source whose flux is assumed to be known. We emphasize that the word self-calibration refers, by opposition, to a procedure in which no knowledge of the observed source is required (most of the time, the object which is scientifically studied is itself used as the calibration source). Most of these self-calibration techniques are based on the evaluation of so-called closure quantities

Send offprint requests to: M.-A. Bigot-Sazy, e-mail: mabigot@apc.univ-paris7.fr

phases or amplitudes. A set of unknown phases can, for instance, be iteratively reconstructed by forming quantities where they are nullified (the product of the three visibilities that can be formed with three antennas). The use of redundant baselines for calibration is in contrast rather uncommon in radio-interferometry – see (Wieringa 1991; Noordam & de Bruyn 1982). This comes from most radio-interferometers having very few redundant baselines achieve very high angular resolution, it is indeed better to arrange a given number of antennas in order to optimize the uv-plane sampling, rather than to maximize redundancy.

A new kind of all-digital radio-interferometer the “omniscop”, dedicated to 21 cm observations, has recently been proposed by Tegmark & Zaldarriaga (2009a,b); its concept can be summarized by the following five steps:

- 1) signals collected by antennas are digitized right after amplification,
- 2) a temporal fast Fourier transform (FFT) is performed in order to split them into frequency subbands,
- 3) a spatial FFT is performed on each subband set,
- 4) the square modulus of the FFT result is computed,
- 5) an inverse spatial FFT is performed to recover the visibilities.

There are conceptual similarities with the bolometric interferometer concepts, since in this instrument, steps two and three are performed in an analogical way by the beam combiner and the bolometers, respectively. Because antennas have to be located on a grid in order for the FFTs to be performed, an omniscop will possess many redundant baselines, and Liu et al. (2010) have shown how this allows self-calibrating the complex gains of the antennas. In both cases (standard radio-interferometer or omniscop), the aim is to calibrate the complex gains of the antennas and there is actually a mathematical trick to get a linear system of equations from which these gains can be obtained. The self-calibration procedure explained in this paper is inspired by methods used in the paper of (Liu et al. 2010) even if the design of the QUBIC instrument is different.

This paper is organized as follows. Section 2 introduces the self-calibration method with the Jones matrix formalism and the Mueller matrix formalism for radio-interferometry and the omniscop. We show in section 3 how the procedure can be applied to the QUBIC bolometric interferometer, and finally we describe the possible self-calibration algorithm and its results.

2. General principle

2.1. Instrumental systematics modelization with Jones matrices

In this section, we use the notation proposed by (O’Dea et al. 2007). With the electric field of an incident radiation at a frequency ϕ defined as $\mathbb{R}[\vec{E}e^{-i\phi t}]$, and choosing two basis vectors \vec{e}_x and \vec{e}_y orthogonal to the direction of propagation \vec{k} , all the statistical information is encoded in the coherence matrix \mathbf{C}

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \begin{pmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{xy}^* & C_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle |E_x|^2 \rangle & \langle E_x E_y^* \rangle \\ \langle E_x^* E_y \rangle & \langle |E_y|^2 \rangle \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} I + Q & U - iV \\ U + iV & I - Q \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (1)$$

where E_x, E_y are complex amplitudes of the transverse electric field \vec{E} and $I, Q, U,$ and V are the Stokes parameters.

The propagation of an incident radiation \vec{E} through a receiver can be described by a Jones matrix \mathbf{J} such that the electric field after passing through the receiver \vec{E}_r is

$$\vec{E}_r = \mathbf{J}\vec{E}. \quad (2)$$

where the Jones matrix \mathbf{J} is a 2×2 complex matrix. It describes how the instrument linearly transforms the two-dimensional vector representing the incoming radiation field \vec{E} into the two-dimensional vector of the outgoing field \vec{E}_r .

For an instrument with several components, the Jones matrix is the product of the Jones matrices for each component. For example, the ideal Jones matrix for an instrument in which the incident radiation passing through a rotating half-wave plate before propagating through the horns is

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{hwp} &= \mathbf{J}_{rot}^T \mathbf{J}_{hwp} \mathbf{J}_{rot} \\ &= \begin{pmatrix} \cos(\omega t) & -\sin(\omega t) \\ \sin(\omega t) & \cos(\omega t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\omega t) & \sin(\omega t) \\ -\sin(\omega t) & \cos(\omega t) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos(2\omega t) & \sin(2\omega t) \\ \sin(2\omega t) & -\cos(2\omega t) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3)$$

where ω is the angular velocity of the half-wave plate, \mathbf{J}_{rot} the rotation matrix and \mathbf{J}_{hwp} the ideal Jones matrix of the half-wave plate.

After passing through the receiver, ideal orthogonal linear detectors measure the power in two components

$$S_1 = \frac{1}{2}(I + Q\cos(4\omega t) + U\sin(4\omega t))$$

$$S_2 = \frac{1}{2}(I - Q\cos(4\omega t) - U\sin(4\omega t)).$$

To model systematic errors within a polarization-sensitive interferometer, the Jones matrix can be described by introducing diagonal terms: the complex gain parameters g_x and g_y and non-diagonal terms: the complex coupling parameters e_x and e_y associated to the orthogonal polarizations

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 1 - g_x & e_x \\ e_y & 1 - g_y \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Systematic errors arising from the half-wave plate and from the square horn array can be modeled by

1. a Jones matrix for the half-wave plate

$$\mathbf{J}_{hwp} = \begin{pmatrix} 1 - h_x & \xi_x \\ \xi_y & -(1 + h_y) \end{pmatrix}, \quad (5)$$

2. a Jones matrix for the horn i with $1 \leq i \leq n_h$

$$\mathbf{J}_{horn,i} = \begin{pmatrix} 1 - g_{x,i} & e_{x,i} \\ e_{y,i} & 1 - g_{y,i} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

The electric field \vec{E} propagated through the half-wave plate and the horn i becomes

$$\vec{E}_i = \mathbf{J}_{horn,i} \mathbf{J}_{rot}^T \mathbf{J}_{hwp} \mathbf{J}_{rot} \vec{E}. \quad (7)$$

2.2. Instrumental systematics modelisation with Mueller matrix

The Jones matrix expresses the transformation of the electric field in the x and y-directions and the Mueller matrix describes how the different polarization states transform. The Jones matrix is a 2×2 matrix, whereas the Mueller matrix is a 4×4 matrix. The 4×4 Mueller matrix can thus be written as the direct product of the 2×2 Jones matrices.

We calculate the tensor product of the outgoing field given by Eq.(2)

$$\vec{E}_r^* \otimes \vec{E}_r = \vec{J} \vec{E} \otimes \vec{J}^* \vec{E}^*. \quad (8)$$

In general, the direct product $\langle \vec{E} \otimes \vec{E}^* \rangle$ gives the vector \vec{C} defined as

$$\vec{C} = \begin{bmatrix} C_{xx} \\ C_{xy} \\ C_{yx} \\ C_{yy} \end{bmatrix} = \langle \vec{E} \otimes \vec{E}^* \rangle = \left\langle \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} E_x^* \\ E_y^* \end{bmatrix} \right\rangle = \begin{bmatrix} \langle E_x E_x^* \rangle \\ \langle E_x E_y^* \rangle \\ \langle E_y E_x^* \rangle \\ \langle E_y E_y^* \rangle \end{bmatrix}. \quad (9)$$

With Eq.(8), one can write the transmission of the electric field through an instrument described by its Jones matrix using the vector \vec{C} of this electric field using the matrix direct product ¹

$$\vec{C}_r = \langle \vec{J} \vec{E} \otimes \vec{J}^* \vec{E}^* \rangle = \langle \vec{J} \otimes \vec{J}^* \rangle \langle \vec{E} \otimes \vec{E}^* \rangle = \langle \vec{J} \otimes \vec{J}^* \rangle \vec{C}. \quad (10)$$

Accordingly Eq.(1), the polarization state of this electric field can be described by the Stokes vector \vec{S} defined by

$$\vec{S} = \begin{bmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{xx} + C_{yy} \\ C_{xx} - C_{yy} \\ C_{xy} + C_{yx} \\ i(C_{xy} - C_{yx}) \end{bmatrix}, \quad (11)$$

where I, Q, U, and V are the Stokes parameters.

One can obtain the expression of the Stokes vector from the vector \vec{C} defined in Eq.(9)

$$\vec{S} = \mathbf{A} \vec{C}, \quad (12)$$

where

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & i & -i & 0 \end{bmatrix}.$$

Substituting Eq.(12) into Eq.(10), it follows that the outgoing Stokes vector \vec{S}_r can be written as

$$\vec{S}_r = \mathbf{A} (\vec{J} \otimes \vec{J}^*) \mathbf{A}^{-1} \vec{S} = \mathbf{M} \vec{S} \quad (13)$$

where $\mathbf{M} = \mathbf{A} (\vec{J} \otimes \vec{J}^*) \mathbf{A}^{-1}$ is the Mueller matrix that describes how the Stokes parameters transform.

¹ If \mathbf{A} and \mathbf{B} are 2×2 matrices defined as $A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$ and $B = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix}$, the matrix direct product of \mathbf{A} and \mathbf{B} is

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = \begin{pmatrix} A_{11} \mathbf{B} & A_{12} \mathbf{B} \\ A_{21} \mathbf{B} & A_{22} \mathbf{B} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} B_{11} & A_{11} B_{12} & A_{12} B_{11} & A_{12} B_{12} \\ A_{11} B_{21} & A_{11} B_{22} & A_{12} B_{21} & A_{12} B_{22} \\ A_{21} B_{11} & A_{21} B_{12} & A_{22} B_{11} & A_{22} B_{12} \\ A_{21} B_{21} & A_{21} B_{22} & A_{22} B_{21} & A_{22} B_{22} \end{pmatrix}.$$

2.3. Polarized measurement equation with Mueller formalism

A polarization-sensitive interferometer measures the complex Stokes visibilities from all baselines defined by the horns i and j in an array of receivers

$$V_{ij} = \begin{pmatrix} V_{ij}^I \\ V_{ij}^Q \\ V_{ij}^U \\ V_{ij}^V \end{pmatrix}. \quad (14)$$

These vectors could reduce to a scalar or a vector with 2, 3, or 4 elements depending on the Stokes parameters the instrument is sensitive to. One can define $a = 1, 2, 3, 4$ as the number of Stokes parameters the instrument allows to be measured.

The $n_h(n_h - 1)/2$ baselines of the interferometer can be classified into n_\neq sets s_β of redundant baselines (same length, same direction) indexed by β . In the absence of systematic errors, the redundant visibilities should have exactly the same values

$$\forall \{i, j\} \in s_\beta, V_{ij} = V_\beta. \quad (15)$$

For a real instrument, however, redundant visibilities \bar{V}_{ij} will not have exactly the same values because of systematic errors and statistical (photon) noise, and one can write the following system of $a \times n_h(n_h - 1)/2$ complex equations

$$\bar{V}_{ij} = \mathbf{M}_{ij} \cdot V_\beta + n_{ij} \quad (16)$$

where n_{ij} are statistical noise terms and where \mathbf{M}_{ij} are a kind of complex Mueller matrices that reduce to the identity matrix for a perfect instrument:

$$\mathbf{M}_{ij} = \begin{pmatrix} M_{ij}^{II} & M_{ij}^{IQ} & M_{ij}^{IU} & M_{ij}^{IV} \\ M_{ij}^{QI} & M_{ij}^{QQ} & M_{ij}^{QU} & M_{ij}^{QV} \\ M_{ij}^{UI} & M_{ij}^{UQ} & M_{ij}^{UU} & M_{ij}^{UV} \\ M_{ij}^{VI} & M_{ij}^{VQ} & M_{ij}^{VU} & M_{ij}^{VV} \end{pmatrix}. \quad (17)$$

The elements of these matrices are not independent and can be expressed in terms of the diagonal and the nondiagonal terms of the Jones matrix.

The first order Mueller matrix for a polarization sensitive experiment is

$$M_{ij} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \quad (18)$$

with

$$A = \begin{pmatrix} 2 + g_{x,j}^* + g_{y,j}^* + g_{x,i} + g_{y,i} & g_{x,j}^* - g_{y,j}^* + g_{x,i} - g_{y,i} \\ g_{x,j}^* - g_{y,j}^* + g_{x,i} - g_{y,i} & 2 + g_{x,j}^* + g_{y,j}^* + g_{x,i} + g_{y,i} \end{pmatrix} \quad (19)$$

$$B = \begin{pmatrix} e_{x,j}^* + e_{y,j}^* + e_{x,i} + e_{y,i} & -i(e_{x,j}^* - e_{y,j}^* - e_{x,i} + e_{y,i}) \\ e_{x,j}^* - e_{y,j}^* + e_{x,i} - e_{y,i} & -i(e_{x,j}^* + e_{y,j}^* - e_{x,i} - e_{y,i}) \end{pmatrix} \quad (20)$$

$$C = \begin{pmatrix} e_{x,j}^* + e_{y,j}^* + e_{x,i} + e_{y,i} & -e_{x,j}^* + e_{y,j}^* - e_{x,i} + e_{y,i} \\ -i(e_{x,j}^* - e_{y,j}^* - e_{x,i} + e_{y,i}) & i(e_{x,j}^* + e_{y,j}^* - e_{x,i} - e_{y,i}) \end{pmatrix} \quad (21)$$

$$D = \begin{pmatrix} 2 + g_{x,j}^* + g_{y,j}^* + g_{x,i} + g_{y,i} & i(g_{x,j}^* - g_{y,j}^* - g_{x,i} + g_{y,i}) \\ -i(g_{x,j}^* - g_{y,j}^* + g_{x,i} + g_{y,i}) & 2 + g_{x,j}^* + g_{y,j}^* + g_{x,i} + g_{y,i} \end{pmatrix}. \quad (22)$$

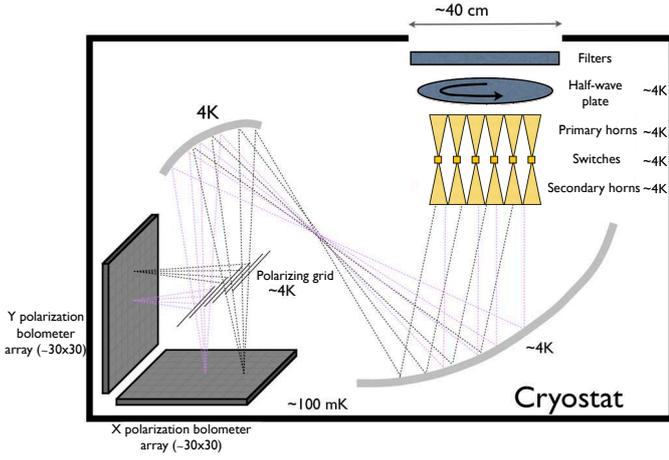


Figure 1: Design of the QUBIC instrument

3. Application to the QUBIC bolometric interferometer

3.1. Observables in bolometric interferometry

In this section, we derive the expression for the power received in the focal plane in the case of bolometric interferometry. The bolometric interferometer proposed with the QUBIC instrument (the QUBIC collaboration 2010) is the millimetric equivalent of the first interferometer dedicated to astronomy: the Fizeau interferometer – see Fig.1 for the design of the QUBIC instrument.

The receptors are two arrays of n_h horns: the primary and secondary horns back-to-back on a square grid behind the optical window of a cryostat. Filters and switches are placed in front and between the horn array. The switches will be only used during the calibration phase. The polarization of the incoming field is modulated using a half-wave plate located before the primary horns. This location of the half-wave plate avoids a leakage from the Stokes parameter I to the Stokes parameters Q and U if the half-wave plate has no inhomogeneities.

Signals are correlated together using an optical combiner. The interference fringe patterns arising from all pairs of horns, with a given angle, are focused to a single point on the focal plane. Finally, a polarizing grid splits the signal into x and y-polarizations, each being focused on a focal plane equipped with bolometers. These bolometers measure a linear combination of the Stokes parameters modulated by the rotating half-wave plate.

With an interferometer, the correlation between two receivers allows for direct access to the Fourier modes (visibilities) of the Stokes parameters I, Q, and U. In the case of a bolometric interferometer, the observable is the superposition of the fringes formed by the sky electric field passing through a large number of back-to-back horns and then focused on the detector plane array. The image on the focal plane of the optical combiner is the synthesized image, because only specific Fourier modes are selected by the receiving horns array. A bolometric interferometer is therefore a synthesized imager whose beam is the synthesized beam formed by the array of receiving horns.

In the following section, we begin by defining the formalism for the QUBIC instrument in an ideal case, that is to say, without systematics. The electric field $E^\eta(\hat{n}_p)$ passing through a half-wave plate that rotates at angular speed ω and modulates the two orthogonal polarizations $\eta \in \{x, y\}$ becomes, as a function of

the observed direction \hat{n}_p ,

$$\begin{pmatrix} E^x(\hat{n}_p) \\ E^y(\hat{n}_p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(2\omega t) & \sin(2\omega t) \\ \sin(2\omega t) & -\cos(2\omega t) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E^x(\hat{n}_p) \\ E^y(\hat{n}_p) \end{pmatrix}. \quad (23)$$

For an ideal instrument, the electric field, after passing through the half-wave plate, collected by one horn i located at \vec{x}_i for the polarization $\eta \in \{x, y\}$ when all the primary horns are looking at the same radiation field $E^\eta(\hat{n}_p)$ as a function of the observed direction \hat{n}_p and reaching the bolometer q at the direction \hat{d}_q viewed from the optical center of the beam combiner is

$$\begin{pmatrix} s_{iq}^x(\hat{n}_p) \\ s_{iq}^y(\hat{n}_p) \end{pmatrix} = \alpha_{iq} \bullet \beta_i(\hat{n}_p) \bullet \begin{pmatrix} E^x(\hat{n}_p) \\ E^y(\hat{n}_p) \end{pmatrix} \quad (24)$$

where $\alpha_{iq} \bullet \beta_i(\hat{n}_p)$ is the product matrix of the matrices α_{iq} and $\beta_i(\hat{n}_p)$.

We have introduced the matrices $\beta_i(\hat{n}_p)$ and α_{iq} which characterize completely the instrument. A matrix $\beta_i(\hat{n}_p)$ is defined for each channel of pointings (p) and horns (i) and includes the primary beam $B_{prim,i}^\eta(\hat{n}_p)$, the horn position \vec{x}_i and the direction of pointing \hat{n}_p

$$\beta_i^{ideal}(\hat{n}_p) = \begin{pmatrix} \beta_i^x(\hat{n}_p) & 0 \\ 0 & \beta_i^y(\hat{n}_p) \end{pmatrix} \quad (25)$$

with

$$\beta_i^x(\hat{n}_p) = B_{prim,i}^x(\hat{n}_p) \exp(i2\pi \frac{\vec{x}_i \cdot \hat{n}_p}{\lambda}), \quad (26)$$

and

$$\beta_i^y(\hat{n}_p) = B_{prim,i}^y(\hat{n}_p) \exp(i2\pi \frac{\vec{x}_i \cdot \hat{n}_p}{\lambda}). \quad (27)$$

A matrix α_{iq} is defined for each channel of horns (i) and bolometers (q) and includes the geometrical phases induced by the beam combiner, the beams of the secondary horns $B_{sec}^\eta(\hat{d}_q)$, and the gain g_q of the bolometer²

$$\alpha_{iq}^{ideal} = \begin{pmatrix} \alpha_{iq}^x & 0 \\ 0 & \alpha_{iq}^y \end{pmatrix} \quad (28)$$

with

$$\alpha_{iq}^x = g_q \int B_{sec}^x(\hat{d}_q) \exp[i2\pi \frac{\vec{x}_i \cdot \hat{d}_q}{\lambda}] J(\nu) \Theta(\hat{d} - \hat{d}_q) d\nu d\hat{d}_q, \quad (29)$$

and

$$\alpha_{iq}^y = g_q \int B_{sec}^y(\hat{d}_q) \exp[i2\pi \frac{\vec{x}_i \cdot \hat{d}_q}{\lambda}] J(\nu) \Theta(\hat{d} - \hat{d}_q) d\nu d\hat{d}_q. \quad (30)$$

The detector direction as viewed from the optical center of the optical combiner is given by the unit vector \hat{d}_q , and λ is the wavelength of the instrument. The integrations are over the surface of each individual bolometer modeled with the top-hat like function $\Theta(\hat{d} - \hat{d}_q)$,³ and on bandwidths of the instrument $J(\nu)$ with ν the frequency.

² The expressions written here are only valid in the quasi-normal incidence regime. This is not an issue, because in the next section we see that we reconstruct the actual value of α_{iq}^η regardless of its exact expression.

³ In the case of the QUBIC instrument, the wavelength is within an order of magnitude of the detector size, consequently the field rather than the flux is being integrated over the bolometer area to take the acceptance diffraction-limited beam into account.

We assume that there is no cross-polarization because the matrices $\beta_i(\hat{n}_p)$ and α_{iq} are written for an ideal case so that there is no dependence on the direction of polarization. The power measured by one polarized bolometer located at \hat{d}_q in the focal plane of the beam combiner is then

$$S_{qp}^\eta = \int \left| \sum_i s_{iq}^\eta(\hat{n}_p) \right|^2 d\hat{n}_p \quad (31)$$

where $s_{iq}^\eta(\hat{n}_p)$ is given in Eq.(24).

Without systematics, Eq.(31) can be written as

$$S_{qp}^\eta = \int |E'^\eta(\hat{n}_p)|^2 B_{q,s}^\eta(\hat{n}_p) d\hat{n}_p, \quad (32)$$

where the synthesized beam $B_{q,s}^\eta(\hat{n}_p)$ for the detector q is formed by the arrangement of the primary horns array as

$$B_{q,s}^\eta(\hat{n}_p) = \sum_{i,j} \alpha_{iq}^\eta \alpha_{jq}^{*\eta} \beta_i^\eta(\hat{n}_p) \beta_j^{*\eta}(\hat{n}_p). \quad (33)$$

The synthesized beam depends on the sky direction (\hat{n}_p), so the synthesized image is the convolution of the sky and of the electric field through the synthesized beam.

One can rewrite Eq.(31) to exhibit the modulation of the polarization induced by the half-wave plate as

$$S_{qp}^\eta(t) = S_{qp}^I + \epsilon^\eta \cos(4\pi\omega t) S_{qp}^Q + \epsilon^\eta \sin(4\pi\omega t) S_{qp}^U \quad (34)$$

where $\epsilon^x = 1$ for the polarization x , $\epsilon^y = -1$ for the polarization y , and where S_{qp}^X are the synthesized images on the focal plane for each Stokes parameter $X = \{I, Q, U\}$. The cosine and sine coefficients come from the modulation induced by the rotating half-wave plate.

Systematic effects arising at any level of the detection can be modeled by associating a Jones matrix to each horn $\mathbf{J}_{horn,i}$ and a Jones matrix of the half-wave plate \mathbf{J}_{hwp} . They can be introduced as defined in Eq.(7), and Eq.(24) becomes

$$\begin{pmatrix} s_{iq}^x(\hat{n}_p) \\ s_{iq}^y(\hat{n}_p) \end{pmatrix} = \alpha_{iq} \bullet \beta_i(\hat{n}_p) \bullet \mathbf{J}_{horn,i} \bullet \mathbf{J}_{rot}^T \bullet \mathbf{J}_{hwp} \bullet \mathbf{J}_{rot} \bullet \begin{pmatrix} E^x(\hat{n}_p) \\ E^y(\hat{n}_p) \end{pmatrix} \quad (35)$$

where $E^\eta(\hat{n}_p)$ is the incident electric field, $\mathbf{J}_{horn,i}$ the Jones matrix of the horn i , \mathbf{J}_{hwp} the Jones matrix of the half-wave plate, and \mathbf{J}_{rot} the rotation matrix induced by the rotation of the half-wave plate.

3.2. Self-calibration procedure

During the self-calibration mode, which is distinct from the ordinary data-taking mode, the instrument scans a polarized source and measures the $n_h(n_h - 1)/2$ synthesized images one by one from all baselines or only a fraction of them. In the QUBIC design, this can be achieved using switches located between the back-to-back horns. The switches are used as shutters that are operated independently for all channels and are only required during the calibration phase. One can modulate on/off a single pair of horns while leaving all the others open in order to access the synthesized images measured by each pair of horns alone. This procedure requires the knowledge of the individual primary beams of each horn. The maps of the primary beams can be obtained independently through scanning an external unpolarized source.

By repeating this with all baselines, all bolometers, and all directions of pointing, one can construct a system of equations whose unknowns are

1. the complex coefficients α_{iq}^η , defined for each horn i , each bolometer q , and for each polarization η which correspond to $4n_h n_q$ parameters,
2. the horn location \vec{x}_i ($2n_h$ parameters),
3. the direction of pointing \hat{n}_p ($2n_p$ parameters),
4. the complex horns systematic effects $g_{x,i}, g_{y,i}, e_{x,i}, e_{y,i}$ defined for each horn i and for each polarization η ($8n_h$ parameters),
5. the complex half-wave plate systematic effects h_x, h_y, ξ_x, ξ_y (8 parameters).

For an instrument with n_h horns, n_q bolometers and for a scan of n_p pointings, the number of unknowns is

$$n_u = 4 \times n_h \times n_q + 2 \times n_h + 2 \times n_p + 8 \times n_h + 8. \quad (36)$$

During the self-calibration procedure, the number of constraints is given by the measurements, i.e. the synthesized images. One has the $n_h(n_h - 1)/2$ measured synthesized images for each bolometer n_q , each pointing n_p , each Stokes parameter, and the two focal planes. The number of constraints is given by

$$n_c = 6 \times n_h \times (n_h - 1)/2 \times n_q \times n_p. \quad (37)$$

The problem becomes easily overdetermined: for an instrument with $n_h = 9$, $n_q = 4$, and $n_p = 10$, the number of constraints is 8640 and the number of unknowns is 262. It can be solved with a least squares algorithm.

The first module of the QUBIC instrument will consist of 400 primary horns and two 1024 element bolometer arrays. The number of constraints could be reduced if the self-calibration is performed not on the $n_h(n_h - 1)/2$ baselines but on a fraction of baselines. This is shown in the following.

Closing all the switches except two would actually dramatically change the thermal load on the cryostat, which could affect the bolometric measurements. Fortunately, there is a trick explained in Appendix A that allows $S_{ijpq}^\eta(\hat{d}_q)$ to be indirectly measured while minimally changing the thermal load. One can show that

$$S_{ijpq}^\eta(\hat{d}_q) = \bar{C}_{ipq}^\eta(\hat{d}_q) + \bar{C}_{jpq}^\eta(\hat{d}_q) - 2\bar{S}_{ijpq}^\eta(\hat{d}_q) \quad (38)$$

where $\bar{S}_{ijpq}^\eta(\hat{d}_q)$ is the quantity measured by a bolometer q when all the switches are open except the i and j , and $\bar{C}_{ipq}^\eta(\hat{d}_q)$, $\bar{C}_{jpq}^\eta(\hat{d}_q)$ are the powers measured when all the switches are open except respectively i or j . Measuring these three terms therefore allows measuring $S_{ijpq}^\eta(\hat{d}_q)$ while keeping the thermal load almost constant. However, this also increases the noise. The noise on each term is therefore

$$\begin{aligned} \Delta S_{ijpq}^2 &= \Delta \bar{C}_{ipq}^2 + \Delta \bar{C}_{jpq}^2 + 4\Delta \bar{S}_{ijpq}^2 \\ &= 2(n_h - 1)NET^2 + 4(n_h - 2)NET^2 \\ &= (6n_h - 10)NET^2 \end{aligned}$$

where NET is the noise equivalent temperature of the bolometers, and T the temperature of the 100% polarized source.

3.3. Numerical simulation

We have numerically implemented the method to check if the nonlinear system could be solved. We generate the instrument with a set of ideal parameters (horn locations, directions of pointing, primary and secondary beams, detector locations, etc),

and a set of parameters randomly corrupted by systematic errors (horn location errors, pointing errors, asymmetries of beams, bolometer location errors, diagonal and nondiagonal terms of the Jones matrices, etc). The widths of the random deviation of all corrupted parameters around their ideal value are given in Table 1. These values of corruption are independent Gaussian errors added to each parameter and each range of error is fixed according to the tolerance we impose on components.

The primary beams $B_{prim,i}^n(\hat{n}_p)$ are assumed to be known perfectly so their values are not varied in the simulation; however, the matrix $\beta_i^n(\hat{n}_p)$ varies as the horn locations \vec{x}_i and the pointing directions \hat{n}_p are unknowns of the system. In the simulation, the angular position of the half-wave plate is drawn at random. A random angular position of the half-wave plate is given for each measurement.

To get a solvable system, one must add some normalization constraints for the coefficients α_{iq}^n and $\beta_i^n(\hat{n}_p)$, which do not change the modeling of systematic errors. They mean that the self-calibration only allows for relative calibration of these parameters. One can add

1. an absolute calibration of the global gain of the instrument, $\alpha_{00}^n = 1$.
2. a convention on the phase of the α_{iq}^n coefficients, $\forall q, \arg(\alpha_{0q}^n) = 0$. A rotation of global phase ϕ_q applied to the coefficients α_{iq}^n for one bolometer q does not modify Eqs.(24) and (31) and therefore the observations.
3. a convention on the primary beams, $\forall i, \beta_i^n(\hat{0}) = 1$. Multiplying the α_{iq}^n coefficients by a term defined as $c_i e^{i\phi_i}$ and dividing the $\beta_i^n(\hat{n}_p)$ coefficients by the same term does not modify Eqs.(24) and (31) and therefore the observations.
4. a convention on the phase of the $\beta_i^n(\hat{n}_p)$ coefficients, $\forall p, \arg(\beta_0^n(\hat{n}_p)) = 0$. A rotation of global phase $\phi(\hat{n}_p)$ applied to the $\beta_i^n(\hat{n}_p)$ coefficients for one pointing p does not modify Eqs.(24) and (31) and the observations.
5. an absolute calibration of the overall gain of the horns, $g_{x,0} = 1$. It means that the self-calibration procedure only allows a relative calibration of the gain terms.

We compute the corrupted synthesized images and add Gaussian statistic noise given by

$$n_{noise} = \frac{NET_P}{\sqrt{t_b}} \sqrt{2} \sqrt{6n_h - 10} \quad (39)$$

where the noise equivalent temperature of the bolometers NET is taken to be $300\mu K.s^{\frac{1}{2}}$, the temperature of the 100% polarized source is $T=100K$, and the time spent on each baseline on the calibration mode is $t_b = 1s$. The usual convention is to give the NET for unpolarized detectors, but it is convenient in our case to use quantities with polarization. In this case, the NET is given by $NET = \frac{NET_P}{\sqrt{2}}$.

We solve the nonlinear system with a standard nonlinear least-squares method based on a Levenberg-Marquardt algorithm. The ideal coefficients (without systematic errors) are used as starting guess for the different parameters.

3.4. Results

To be able to have a large number of realizations, we run the simulation for an array of nine primary horns, nine bolometers,

Table 1: Range for systematic errors for each parameter.

Error source	Gaussian level
Pointing uncertainty \hat{n}_p	1 [deg]
Horn location error \vec{x}_i	100 [μm]
Detector location error	1 [μm]
Bolometer gain g_q	0.01
Primary beam error $B_{prim,i}^n(\hat{n}_p)$	0.01
Secondary beam error $B_{sec}^n(\hat{d}_q)$	0.01
Horn systematics $g_{\eta,i}$	0.0001
Horn systematics $e_{\eta,i}$	0.0001
Half-wave plate systematics h_{η}	0.01
Half-wave plate systematics ξ_{η}	0.01

Notes. The systematics are independent Gaussian errors added to each parameter. Each range of error is fixed according to the tolerance we impose on components.

and ten pointings for 100 realizations. Figure 2 shows the result of the self-calibration simulation. The six plots are scatter plots of ideal vs. real synthesized images in red and of recovered vs. real synthesized images in blue for the X and Y focal planes and each Stokes parameter I, Q, and U. The synthesized images are computed with Eq.(31), the ideal synthesized images are the synthesized images without systematic effects, the real synthesized images are the simulated measurements, and the recovered synthesized images are computed with the output parameters of the self-calibration simulation. The six plots show the advantage of the self-calibration method.

This method allows access to the systematic effects of the horns and of the half-wave plate. It also allows calibrating the parameters α_{iq}^n and $\beta_i^n(\hat{n}_p)$ that completely characterize the instrument for each channel of pointings, horns, and bolometers.

In running the simulation, one can find that the residual error on each output parameter will depend on the number of horns, bolometers, pointings, baselines per pointings, and on the time spent measuring each baseline. Adding more horns, pointings, bolometers, and baselines increases the mathematical constraints on a given measurement, it allows to form new baselines and adds redundancy on the horn array. Figure 3 shows that the residual diagonal term error of the Jones matrix of the half-wave plate improves as the number of baselines per pointing is higher. This result was obtained for a simulation with nine primary horns, nine bolometers and ten pointings for 40 realizations and for a time spent on each baseline $t_b = 1s$. The baselines measured for each pointing are chosen randomly. Similar plots are obtained with the other parameters defined in Table 2.

One can put together these variables and define a power law that allows calculating the residual error on each parameter defined in Table 1

$$\sigma_c \sim c \times \frac{1}{n_h^\alpha} \times \frac{1}{n_q^\beta} \times \frac{1}{n_p^\gamma} \times \frac{1}{n_{bs}^\Phi} \quad (40)$$

with c a constant and $\alpha, \beta, \gamma, \Phi$ the exponent of the number of horns n_h , bolometers n_q , pointings n_p , and the percent of baselines per pointing n_{bs} .

The values for each index are summarized in Table 2 for two different measuring times per baseline $t_b = 1$ and $t_b = 100s$.

One can observe in Table 2 that the error on the different reconstructed parameters is better when the time spent on each baseline is longer. Figure 4 represents the residual half-wave plate gain error as a function of the time spent on each baseline during the calibration mode. It shows that the limitation of

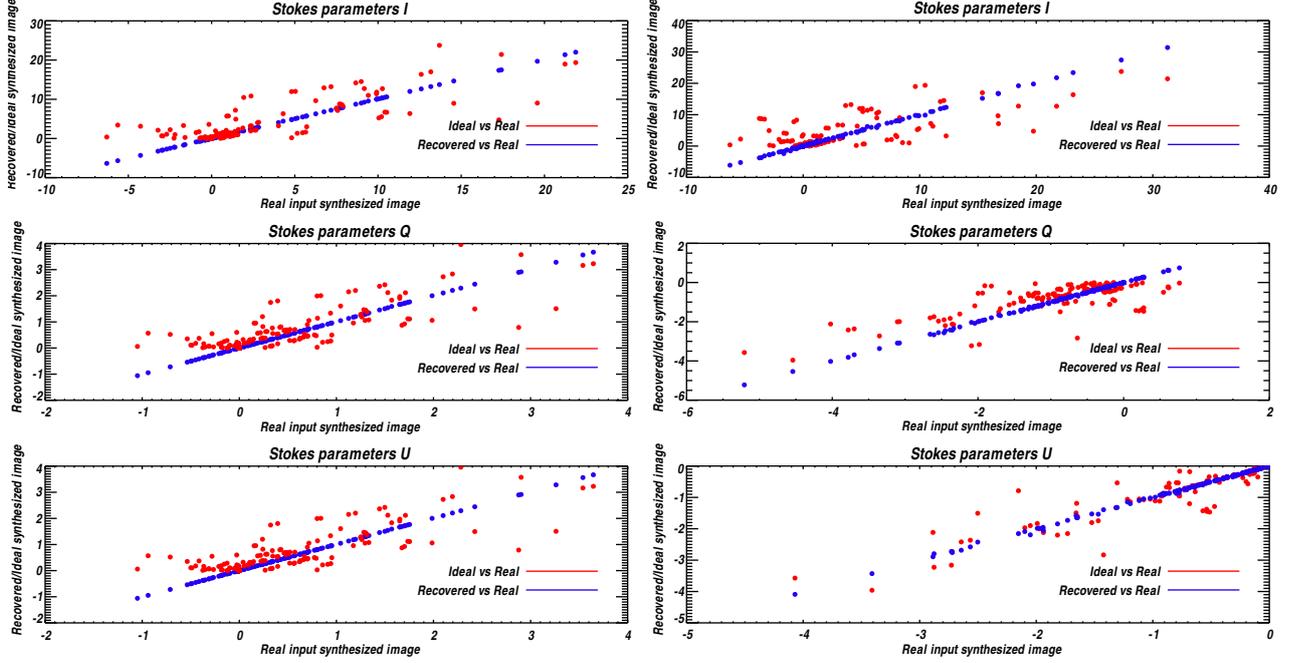


Figure 2: Results of the self-calibration simulation for the synthesized images S_{qp}^I , S_{qp}^Q , and S_{qp}^U for the X focal plane on the right and Y focal plane on the left for an instrument with nine primary horns, nine bolometers, and ten pointings for a time spent on calibration mode for each baseline of $t_b = 1$ s and 100 realizations. These plots represent scatter plots of ideal vs. real synthesized image in red and of recovered vs. real in blue. The red plots show the corruption after adding the systematic effects defined in Table 1. The blue plots show that the corruption is solved after applying the self-calibration method.

Table 2: Results of the self-calibration simulation for an instrument with 9 horns, 9 bolometers, and 10 pointings.

parameters	$t_b = 1$ s				$t_b = 100$ s			
	α	β	γ	Φ	α	β	γ	Φ
α_{iq}^η	0.74	0.99	0.75	0.84	0.97	1.55	1.22	1.06
\hat{n}_p	0.46	0.37	0.24	0.73	0.75	0.70	1.02	1.09
\vec{x}_i	0.58	0.66	0.97	0.82	0.76	1.04	1.28	1.18
$g_\eta(\vec{x}_i)$	0.91	1.06	0.83	0.48	1.04	1.52	0.45	0.75
$e_\eta(\vec{x}_i)$	0.77	1.18	0.36	0.65	1.01	1.16	0.63	0.99
h_η	0.55	0.67	0.12	0.59	0.78	0.85	0.25	0.78
ξ_η	0.64	0.58	0.11	0.38	1.11	0.84	0.46	0.80

Notes. The recovered parameters are given in the first column. Following the power law given by Eq.(40), one can calculate the exponent for each variable: the exponent α for the number of horns, the exponent β for the number of bolometers, the exponent γ for the number of pointings, and Φ the number of baselines per pointing. This work was done for two different measuring times per baseline $t_b = 1$ s and $t_b = 100$ s and with 40 realisations of the simulation.

the accuracy achieved on the systematic parameters is given by the time spent on calibration mode for each baseline t_b .

The first QUBIC module will contain 400 primary horns, or 79800 baselines; therefore, we need to spend about 22h on calibration in order to measure all the baselines during one second. This lapse of time could, however, be much reduced with a small information loss if the self-calibration procedure was not performed on all baselines. The accuracy on the output parameters also depends on the number of baselines per measurement as illustrated in Figure 3. It will be important to determine which is the most interesting strategy for the QUBIC instrument.

Using the law given by Eq.(40), one can extrapolate the result given in Table 2 to the residual error for the QUBIC instrument with 400 horns, 2×1024 bolometers, and 1000 pointings for two different measuring times per baseline $t_b = 1$ and $t_b = 100$ s. The result is given in Table 3. The values of the standard deviation between the corrupted and reconstructed param-

eters are obtained by replacing in Eq.(40) the values of exponent given in Table 2 applied to the design of the QUBIC instrument. It shows a very significant improvement on the level of the residual systematics after self-calibration, even for 1s.

3.5. Finding limits

Accordingly Eq.(34), in an ideal case, in the absence of systematic effects, the powers measured on the x and y polarized focal planes after demodulation of the half-wave plate are

$$\begin{pmatrix} T_O^\eta \\ T_C^\eta \\ T_S^\eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_I^\eta \\ S_Q^\eta \\ S_U^\eta \end{pmatrix} = \int \begin{pmatrix} B_{q,s}^\eta(\hat{n}_p) & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon^\eta B_{q,s}^\eta(\hat{n}_p) & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon^\eta B_{q,s}^\eta(\hat{n}_p) \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} I(\hat{n}_p) \\ Q(\hat{n}_p) \\ U(\hat{n}_p) \end{pmatrix} dv d\hat{a}_q d\hat{n}_p \quad (41)$$

with $\epsilon^x = 1$ for the polarization x, $\epsilon^y = -1$ for the polarization y, T_O , T_C , and T_S refer to a constant, cosine, and sine terms ob-

Table 3: Results of the self-calibration simulation for the QUBIC instrument with 400 horns, 2×1024 bolometers array, 1000 pointings, and all baseline measurements.

parameters	$t_b = 0s$	$t_b = 1s$		$t_b = 100s$	
	$\sigma_{id-corr}$	$\sigma_{corr-rec}$	ratio	$\sigma_{corr-rec}$	ratio
α_{iq}^η	0.004	8.48×10^{-5}	47	1.87×10^{-6}	2140
\hat{n}_p	0.15	1.41×10^{-3}	106	3.26×10^{-5}	4596
\vec{x}_i	$100. \times 10^{-6}$	5.86×10^{-5}	17	2.27×10^{-8}	4402
$g_\eta(\vec{x}_i)$	0.0001	1.36×10^{-6}	73	1.22×10^{-8}	8182
$e_\eta(\vec{x}_i)$	0.0001	1.09×10^{-6}	92	1.20×10^{-8}	8280
h_η	0.01	1.18×10^{-4}	84	7.27×10^{-6}	1375
ξ_η	0.01	1.24×10^{-4}	80	5.81×10^{-6}	1722

Notes. The recovered parameters are given in the first column. In the second column, one can see the value of the standard deviation between the ideal and corrupted parameters (without self-calibration). The third and fifth columns give the value of the standard deviation between the corrupted and reconstructed parameters (with self-calibration). The benefit obtained after applying the self-calibration method is given in the fourth and sixth columns: this is the ratio between the value of the standard deviation of the third and the second columns for $t_b = 1s$ and of the fifth and the second columns for $t_b = 100s$.

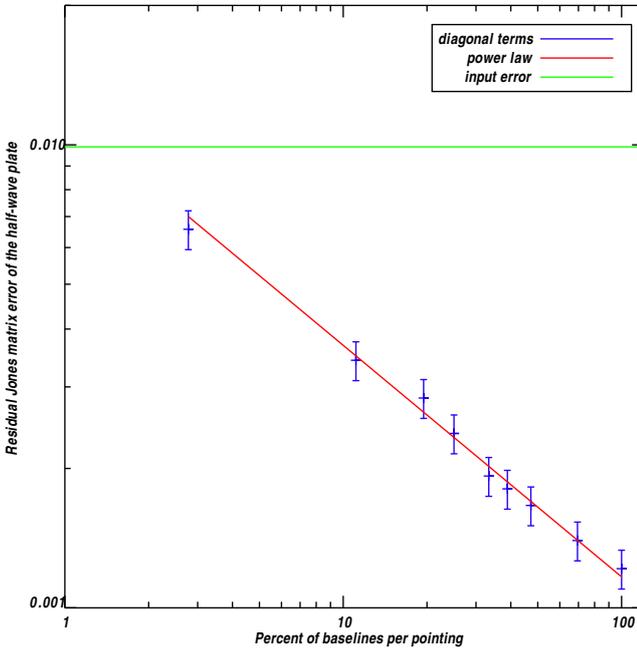


Figure 3: Results of the self-calibration simulation for the diagonal terms of the Jones matrix of the half-wave plate and a time spent per baseline $t_b = 1s$. This plot represents the residual error on these parameters as a function of the percent of baselines per pointing. The red line represents a power law of the shape $\sim \frac{c}{n_{bs}^\Phi}$ with c a constant, n_{bs} the number of baselines per pointing and Φ the index of the power law given in Table 2. This law gives the limit of the relative accuracy that can be achieved on the systematic parameters. The green line represents the input error on the systematic effects of the half-wave plate in the simulation given in Table 1.

tained after the demodulation of the half-wave plate, S_I , S_Q , and S_U refer to the synthesized images for each Stokes parameter I, Q, and U and $B_{q,s}^\eta(\hat{n}_p)$ the synthesized beam. The integrations are performed over the bandwidth of the instrument, over the surface of the bolometer, and over the sky direction.

For a real instrument, in the case where the half-wave plate is located before the horns, leakages from Q to U and from U to Q appear. Using the self-calibration simulation, one can

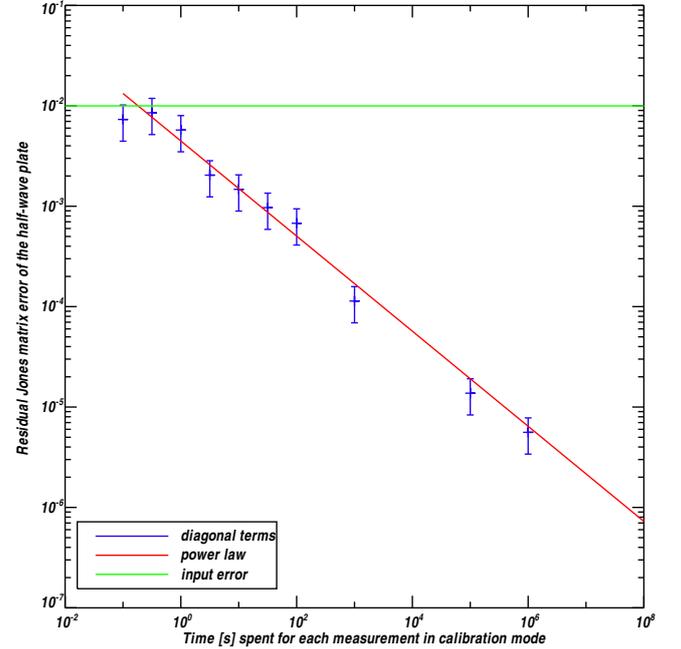


Figure 4: Results of the self-calibration simulation for the diagonal terms of the Jones matrix of the half-wave plate. We show the residual error (in blue) on these parameters as a function of the measuring time spent on each baseline on the calibration mode. The red line represents a power law of the shape $\sim \frac{NET}{\sqrt{t_b} \sqrt{2}}$ with NET the noise equivalent temperature of the bolometers, T the temperature of the polarized source, and t_b the measuring time spent on each baseline. This law gives the limit of the relative accuracy that can be achieved on the systematic parameters according to the measuring time spent per baseline. The green line represents the input error on the systematic effects of the half-wave plate in the simulation given in Table 1.

estimate the leakage from Q into U and from U into Q by calculating the standard deviation of the difference between the ideal and corrupted parameters $\sigma_{id-corr}^I$, $\sigma_{id-corr}^Q$, $\sigma_{id-corr}^U$, $\sigma_{id-corr}^{QU}$, and $\sigma_{id-corr}^{UQ}$ (without self-calibration) and of the difference between the corrupted and recovered parameters $\sigma_{corr-rec}^Q$, $\sigma_{corr-rec}^U$, $\sigma_{corr-rec}^{QU}$, and $\sigma_{corr-rec}^{UQ}$ (with self-calibration).

In the case without self-calibration, Eq.(41) becomes

$$\begin{pmatrix} \Delta T_O \\ \Delta T_C \\ \Delta T_S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{id-corr}^I & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{id-corr}^Q & \sigma_{id-corr}^{UQ} \\ 0 & \sigma_{id-corr}^{QU} & \sigma_{id-corr}^U \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} I(\hat{n}_p) \\ Q(\hat{n}_p) \\ U(\hat{n}_p) \end{pmatrix}. \quad (42)$$

In the case with self-calibration, Eq.(41) becomes

$$\begin{pmatrix} \Delta T_O \\ \Delta T_C \\ \Delta T_S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{corr-rec}^I & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{corr-rec}^Q & \sigma_{corr-rec}^{UQ} \\ 0 & \sigma_{corr-rec}^{QU} & \sigma_{corr-rec}^U \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} I(\hat{n}_p) \\ Q(\hat{n}_p) \\ U(\hat{n}_p) \end{pmatrix}. \quad (43)$$

With Eqs.(42) and (43), one can observe that instrument errors and systematic effects induce leakage from Q to U and from U to Q but also alter the polarization amplitude. It is assumed that there is no correlation of the errors in the synthesized beam $B_{q,s}^n(\hat{n}_p)$ across the bolometers, and the simulation is realized for a point source so that the sky convolution can be ignored.

It is interesting to focus on the B-mode power spectrum in order to estimate the E-B mixing and to constrain the E-mode leakage in the B-mode power spectrum. In general, one can define the vector $\vec{\Delta S}$ that defines the errors on Stokes parameters

$$\vec{\Delta S} = \begin{pmatrix} \Delta_{II} & \Delta_{IQ} & \Delta_{IU} \\ \Delta_{QI} & \Delta_{QQ} & \Delta_{QU} \\ \Delta_{UI} & \Delta_{UQ} & \Delta_{UU} \end{pmatrix} \bullet \vec{S} \quad (44)$$

where $\vec{\Delta S} = \vec{S}^{rec} - \vec{S}^{corr}$, and \vec{S}^{corr} is the vector of measured Stokes parameters and \vec{S}^{rec} is the vector of the Stokes parameters obtained with the self-calibration method. For the QUBIC instrument, there is no leakage of I to Q and U because the half-wave plate is in front of the instrument so, Eq.(44) becomes

$$\vec{\Delta S} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta_{QQ} & \Delta_{QU} \\ 0 & \Delta_{UQ} & \Delta_{UU} \end{pmatrix} \bullet \vec{S} \quad (45)$$

where Δ_{QQ} , Δ_{QU} , Δ_{UQ} , and Δ_{UU} are the errors between the synthesized beam without the self-calibration method and the one after applying the self-calibration method. Following Appendix B and Eq.(45), one can write the error terms as $\Delta_{QQ} = 1 + \epsilon$, $\Delta_{QU} = \rho$, $\Delta_{UQ} = -\rho$, and $\Delta_{UU} = 1 + \epsilon$ where the complex term ϵ changes the amplitude of polarization and ρ mixes both the Q and U Stokes parameters. One can define the error matrix on the Q and U Stokes parameters as $\mathbf{M}_s - \mathbb{1}$ where the matrix \mathbf{M}_s is given by

$$\mathbf{M}_s = \begin{pmatrix} 1 + \epsilon & \rho \\ -\rho & 1 + \epsilon \end{pmatrix}. \quad (46)$$

To go further, one can estimate the leakage from E to B-mode and give a constraint on the value of the tensor-to-scalar ratio r . An error in diagonal terms Δ_{QQ} and Δ_{UU} will affect the amplitude of the E and B-mode power spectrum. The nondiagonal terms Δ_{QU} and Δ_{UQ} result in a leakage from the E to B-mode power spectrum (or the B to E-mode power spectrum). To have a constraint on the B-mode, as the E-mode is far above that of the B-mode in amplitude, one can use the equation derived by (C. Rosset et al. 2010) obtained with the first-order approximation

$$\Delta C_l^{BB} = C_l^{BB,meas} - C_l^{BB} = 2\epsilon C_l^{BB} + \rho^2 C_l^{EE} \quad (47)$$

where ΔC_l^{BB} is the error on the B-mode power spectrum C_l^{BB} and C_l^{EE} is the E-mode power spectrum, and we suppose ϵ is small. One can refer to Appendix B for the explicit details of

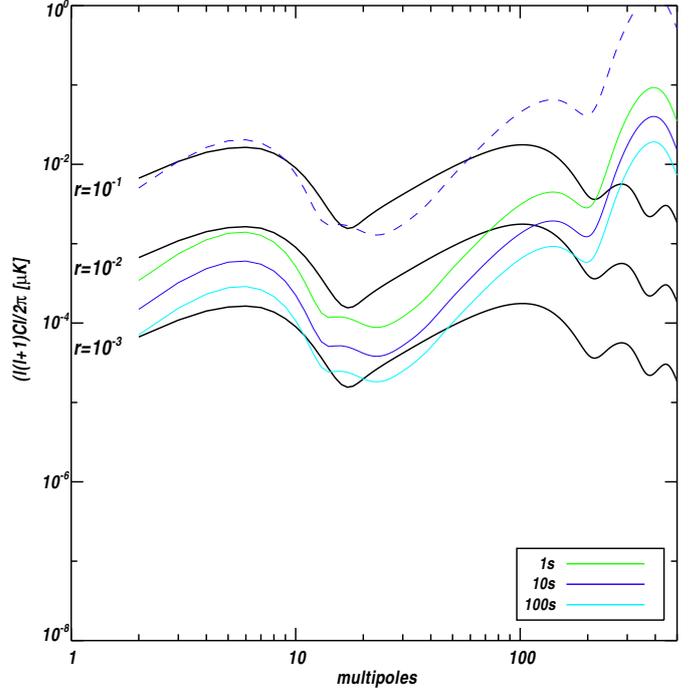


Figure 5: ΔC_l due to leakage from E-mode for different times on measurements per baseline $t_b = 1s, 10s$ and, $100s$ for the QUBIC instrument. The colored solid lines represent the leakage after applying the self-calibration method for different measuring times per baseline. The dashed line represents the error on the B-mode power spectrum without self-calibration method. The black lines are the primordial B-mode spectrums for $r = 10^{-1}$, $r = 10^{-2}$, and $r = 10^{-3}$.

this equation. It shows that the uncertainty on parameter ρ must be lower than 0.5% to have a leakage from E to B-mode lower than 10% of the expected B-mode power spectrum C_l^{BB} for a tensor-to-scalar ratio of $r=0.01$ for $l < 100$.

From Eq.(47), one can estimate the leakage from the E-mode into the B-mode power spectrum given by the term $\rho^2 C_l^{EE}$. Figure 5 represents the error on the B-mode power spectrum ΔC_l as a function of the multipoles. The leakage from the E-mode into the B-mode is therefore significantly reduced by applying the self-calibration procedure, even with a modest 1s per baseline (corresponding to a full day dedicated to self-calibration). The leakage can be further reduced by spending more time on self-calibration.

4. Conclusion

Bolometric interferometry differs considerably from standard radio interferometry in the sense that its primary goal is not to reach a good angular resolution but to achieve high statistical sensitivity and good control of systematic effects. In this perspective, redundancy turns out to be the crucial property to fulfill these two objectives, as shown in Charlassier et al. (2009) and in the present article.

In this paper, we have shown that with a polarized calibration source and the use of the successive observation of this source with all pairs of horns of the interferometer (self-calibration), one can have low and controllable instrumental systematic effects. Redundant baselines should give the same signal if they are free of systematics. By modeling the instrument systematics

with a set of parameters (Jones matrices, location of the horns, beams), one can use the measurements of the different baselines to solve a nonlinear system that allows the systematic effects parameters to be determined with an accuracy that, besides the correctness of the modelling, is only limited by the photon noise, hence by the time spent on self-calibration. The more horns and bolometers in the array, the more efficient the self-calibration procedure.

The resolution of the system is CPU-intensive for large bolometric interferometers and should be implemented on massively parallel computers in the future. Using simulations with various horns and bolometer arrays of moderate sizes, we have obtained a scaling law that allows us to extrapolate the accuracy of self-calibration to the QUBIC instrument with 400 horns, 2×1024 bolometer arrays and 1000 pointing directions towards the calibration source. We find that with a few seconds per baseline (corresponding to a few days spent on self-calibration), knowledge of the instrumental systematic effects parameters can be improved by at least two orders of magnitude, allowing minimization of the leakage from E into B polarization down to a tolerable level. This can be improved by spending more time on self-calibration.

The idea of developing bolometric interferometry was motivated by bringing together the imager exquisite sensitivity allowed by bolometer arrays and the ability to handle instrumental systematic effects allowed by interferometers. Bolometric interferometers have been shown to have a sensitivity similar to that of imagers (Hamilton 2008; QUBIC collaboration 2010), while we have shown in the present article that the self calibration allows achieving an excellent handling of systematic effects that has no equivalent with an imager.

Acknowledgements. The authors are grateful to the QUBIC collaboration and Craig Markwardt for MPFIT. They would like to thank Gael Roudier for his help and the referee for an attentive reading. This work was supported by Agence Nationale de la Recherche (ANR), Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS), and la région d'Ile de France.

References

- Bock, J., Church, S., Devlin, M., et al. 2006, ArXiv Astrophysics e-prints
Bunn, E. F. 2007, Phys. Rev. D, 75, 083517
Charlassier R. 2010, PhD, University Paris-Diderot
Charlassier, R., Bunn, E. F., Hamilton, J., Kaplan, J., & Malu, S. 2010, A&A, 514, A37+
Charlassier, R., Hamilton, J., Bréelle, E., et al. 2009, A&A, 497, 963
Hamilton, J.-C. and Charlassier, R., Cressiot, C., Kaplan, J., Piat, M. & Rosset, C. 2008, A&A, 491, 923
Hu, W., Hedman, M. M., & Zaldarriaga, M. 2003, Phys. Rev. D, 67, 043004
Hyland, P., Follin, B., & Bunn, E. F. 2009, MNRAS, 393, 53
Kovac, J., Leitch, E. M., Pryke, C., et al. 2002, Nature, 420, 772
Liu, A., Tegmark, M., Morrison, S., Lutomirski, A., & Zaldarriaga, M. 2010, ArXiv Astrophysics e-prints
Markwardt, C. B. 2009, in Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 411, Astronomical Society of the Pacific Conference Series, ed. D. A. Bohlender, D. Durand, & P. Dowler, 251+
Noordam, J. E. & de Bruyn, A. G. 1982, Nature, 299, 597
O'Dea, D., Challinor, A., & Johnson, B.R. 2007, MNRAS, 376, 1767
Pearson, T. J. & Readhead, A. C. S. 1984, ARA&A, 22, 97
Readhead, A.C.S., Myers, S.T., Pearson, T.J., et al. 2004, Science, 306, 836
Rosset, C., Tristram, N., Ponthieu, N., et al. 2010, A&A, 520, A13
Tegmark, M. & Zaldarriaga, M. 2009a, Phys. Rev. D, 79, 083530
Tegmark, M. & Zaldarriaga, M. 2009b, ArXiv Astrophysics e-prints
The QUBIC Collaboration 2010, Astroparticle Physics 34
Timbie, P. T., Tucker, G. S., Ade, P. A. R., et al. 2006, New Astronomy Review, 50, 999
Tucker, G. S., Kim, J., Timbie, P., et al 2003, New Astronomy Review, 47, 1173
Wieringa, M. 1991, in Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 19, IAU Colloq. 131: Radio Interferometry. Theory, Techniques, and Applications, ed. T. J. Cornwell & R. A. Perley, 192196

Appendix A: Measuring the bolometer power for two opened horns is equivalent to measuring the bolometer power when all horns are open except the horn i and j

The power collected by the bolometer q for the opened horns i and j without polarization is

$$S_{ij} = C_i + C_j + 2\text{Re}(\alpha_{iq}\alpha_{jq}^*\beta_i\beta_j^*), \quad (\text{A.1})$$

which can be written as

$$S_{ij} = |p_i|^2 + |p_j|^2 + 2\text{Re}(p_i p_j^*). \quad (\text{A.2})$$

The total power measured for all the baselines can be expressed as

$$S_{tot} = \left| \sum_m p_m \right|^2 = \sum_m |p_m|^2 + \sum_{m \neq l} 2\text{Re}(p_m p_l^*). \quad (\text{A.3})$$

The power measured by a bolometer q for all horns opened except the horn i is

$$C_{-i} = \left| \sum_{j \neq i} p_j \right|^2 = S_{tot} - C_i - \sum_{k \neq i} 2\text{Re}(p_i p_k^*). \quad (\text{A.4})$$

The power measured by a bolometer q for all horns opened except the horn j is

$$C_{-j} = \left| \sum_{i \neq j} p_i \right|^2 = S_{tot} - C_j - \sum_{k \neq j} 2\text{Re}(p_j p_k^*). \quad (\text{A.5})$$

The power measured by a bolometer q for all baselines opened, except the baseline formed by the horns i and j , is

$$S_{-ij} = S_{tot} - C_i - C_j - \sum_{k \neq i} 2\text{Re}(p_i p_k^*) - \sum_{k \neq j} 2\text{Re}(p_j p_k^*) + 2\text{Re}(p_i p_j^*) \quad (\text{A.6})$$

with

$$2\text{Re}(p_i p_j^*) = S_{tot} + S_{-ij} - S_{tot} + C_i + \sum_{k \neq i} 2\text{Re}(p_i p_k^*) - S_{tot} + C_j + \sum_{k \neq j} 2\text{Re}(p_j p_k^*).$$

Finally, one can find

$$2\text{Re}(p_i p_j^*) = S_{tot} + S_{-ij} - S_{tot} - C_{-i} - C_{-j}. \quad (\text{A.7})$$

So :

$$S_{-ij} = C_{-i} + C_{-j} + 2\text{Re}(p_i p_j^*). \quad (\text{A.8})$$

Appendix B: Error on E and B-mode power spectra

One can define the Stokes parameters in spin-2 spherical harmonics base

$$Q(\hat{n}) \pm iU(\hat{n}) = \sum_{lm} a_{\pm 2lm \pm 2} Y_{lm}(\hat{n}) \quad (\text{B.1})$$

where Q and U are defined at each direction \hat{n} .

It is convenient to introduce the linear combinations

$$a_{lm}^E = -\frac{a_{2lm} + a_{-2lm}}{2} \quad (\text{B.2})$$

$$a_{lm}^B = i\frac{a_{2lm} - a_{-2lm}}{2}. \quad (\text{B.3})$$

One can define the two scalar fields

$$E(\hat{n}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm}^E Y_{lm}(\hat{n}) \quad (\text{B.4})$$

$$B(\hat{n}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm}^B Y_{lm}(\hat{n}). \quad (\text{B.5})$$

Using the coefficients a_{lm}^E and a_{lm}^B , one can construct the angular power spectrum C_l^{EE} and C_l^{BB} as

$$C_l^{EE} = \langle |a_{lm}^E|^2 \rangle \quad (\text{B.6})$$

$$C_l^{BB} = \langle |a_{lm}^B|^2 \rangle. \quad (\text{B.7})$$

One can express the Q and U Stokes parameters as a function of the coefficients a_{lm}^E and a_{lm}^B

$$Q(\hat{n}) = \frac{1}{2} \sum_{l,m} [i(a_{lm}^B - a_{lm}^E)_{-2} Y_{lm}(\hat{n}) + (-ia_{lm}^B - a_{lm}^E)_{+2} Y_{lm}(\hat{n})] \quad (\text{B.8})$$

$$U(\hat{n}) = \frac{1}{2} \sum_{l,m} [i(a_{lm}^B - a_{lm}^E)_{-2} Y_{lm}(\hat{n}) + (-ia_{lm}^B - a_{lm}^E)_{+2} Y_{lm}(\hat{n})]. \quad (\text{B.9})$$

Using Eq.(B.4), (B.5), (B.8), and (B.9), one can express the coefficients a_{lm}^E and a_{lm}^B as a function of the Stokes parameters Q and U

$$\begin{pmatrix} a_{lm}^E \\ a_{lm}^B \end{pmatrix} = \int \mathbf{M}_{\text{alm}} \begin{pmatrix} Q(\hat{n}) \\ U(\hat{n}) \end{pmatrix} d\Omega, \quad (\text{B.10})$$

where the integration is taken over the whole sky, and

$$\mathbf{M}_{\text{alm}} = \begin{pmatrix} -(+2Y_{lm}(\hat{n}) +_{-2} Y_{lm}(\hat{n})) & -i(+2Y_{lm}(\hat{n}) -_{-2} Y_{lm}(\hat{n})) \\ i(+2Y_{lm}(\hat{n}) -_{-2} Y_{lm}(\hat{n})) & -(+2Y_{lm}(\hat{n}) +_{-2} Y_{lm}(\hat{n})) \end{pmatrix}. \quad (\text{B.11})$$

In the case of a bolometric interferometer, global errors on synthesized beam will affect the amplitude of polarization and mix the Q and U Stokes parameters.

To model systematic errors, one can introduce a Jones matrix that describes the propagation of radiation through a receiver

$$\vec{E}_r = \mathbf{J} \vec{E} = \begin{pmatrix} 1 - g_x & e_x \\ e_y & 1 - g_y \end{pmatrix} \vec{E} \quad (\text{B.12})$$

where the gain g_η and the leakage e_η are complex values.

From this relation, one can construct the Mueller matrix \mathbf{M} , which tells us how the Stokes vector \vec{S} transforms

$$\vec{S}_r = \mathbf{A}(\mathbf{J} \otimes \mathbf{J}^*) \mathbf{A}^{-1} \vec{S} = \mathbf{M} \vec{S} \quad (\text{B.13})$$

$$\text{where } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & i & -i & 0 \end{pmatrix}$$

and \vec{S}_r is the outgoing Stokes vector and $\mathbf{M} = \mathbf{A}(\mathbf{J} \otimes \mathbf{J}^*) \mathbf{A}^{-1}$ is the resulting error matrix.

We are only interested in the Q and U Stokes parameters. In this case, the error matrix \mathbf{M} becomes

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} M_{QQ} & M_{QU} \\ M_{UQ} & M_{UU} \end{pmatrix}. \quad (\text{B.14})$$

The first order of this matrix \mathbf{M} is

$$\begin{aligned} M_{QQ} &= 1 + g_x + g_y + g_x^* + g_y^* \\ M_{UQ} &= e_y + e_y^* - e_x - e_x^* \\ M_{QU} &= e_x + e_x^* - e_y - e_y^* \\ M_{UU} &= 1 + g_x + g_y + g_x^* + g_y^*. \end{aligned}$$

One can generalize this error matrix for Jones matrix of any component and rewrite it as $\mathbf{M}_s - \mathbb{1}$ where

$$\mathbf{M}_s = \begin{pmatrix} 1 + \epsilon & \rho \\ -\rho & 1 + \epsilon \end{pmatrix}, \quad (\text{B.15})$$

where the complex term ϵ describes the error of the amplitude of polarization and the complex term ρ mixes the Q and U Stokes parameters.

In this case, Eq.(B.10) becomes

$$\begin{pmatrix} a_{lm}^{E,meas} \\ a_{lm}^{B,meas} \end{pmatrix} = \mathbf{M}_{\text{alm}} \mathbf{M}_s \begin{pmatrix} Q(\hat{n}) \\ U(\hat{n}) \end{pmatrix} \quad (\text{B.16})$$

where the coefficients $a_{lm}^{E,meas}$ and $a_{lm}^{B,meas}$ include systematic effects.

In terms of power spectra, an error in polarization amplitude will affect the amplitude of the E and B-mode power spectra, and an error that mixes the Q and U Stokes parameters leads to a leakage from the E to B-mode (and from the B to E-mode).

One can easily find that with systematic effects, the coefficients a_{lm}^E and a_{lm}^B can be expressed as

$$a_{lm}^{E,meas} = a_{lm}^E + \epsilon a_{lm}^E - \rho a_{lm}^B \quad (\text{B.17})$$

$$a_{lm}^{B,meas} = a_{lm}^B + \epsilon a_{lm}^B + \rho a_{lm}^E \quad (\text{B.18})$$

where ϵ is the error in amplitude and ρ the error of polarization leakage. Using Eq.(B.6) and Eq.(B.7), one can obtain

$$C_l^{EE,meas} = C_l^{EE} + \epsilon(2 + \epsilon)C_l^{EE} + \rho^2 C_l^{BB} \simeq C_l^{EE} + 2\epsilon C_l^{EE} + \rho^2 C_l^{BB} \quad (\text{B.19})$$

$$C_l^{BB,meas} = C_l^{BB} + \epsilon(2 + \epsilon)C_l^{BB} + \rho^2 C_l^{EE} \simeq C_l^{BB} + 2\epsilon C_l^{BB} + \rho^2 C_l^{EE}, \quad (\text{B.20})$$

where we suppose ϵ is small, $C_l^{EE,meas}$ and $C_l^{BB,meas}$ are the E and B-mode power spectra including systematic effects, C_l^{EE} and C_l^{BB} the input power spectra, the complex term ϵ describes the error of amplitude of the B-mode power spectrum, and the complex term ρ results in a leakage from the E to B-mode power spectrum.

To focus on the B-mode, one can define the error on C_l^{BB} power spectrum

$$\Delta C_l^{BB} = C_l^{BB,meas} - C_l^{BB} = 2\epsilon C_l^{BB} + \rho^2 C_l^{EE}. \quad (\text{B.21})$$

Chapitre 6

Fabrication de cartes, estimation des spectres de puissance et perspectives

La fabrication de cartes, appelée *map-making*, et l'estimation de spectres de puissance avec l'instrument QUBIC peuvent être perçus comme un réel défi induit par la forme très structurée du lobe synthétique. Ces derniers mois, des avancées importantes ont été réalisées sur l'analyse de données en collaboration avec Pierre Chaniel, Jean-Christophe Hamilton et Jean Kaplan, qui ont permis de montrer que le problème du lobe de l'instrument est résolu. La fabrication de cartes du fond diffus doit prendre en compte que le lobe contient plusieurs pics. La méthode utilisée pour le moment consiste à modéliser la forme complexe du lobe synthétique par une forme simplifiée à l'aide d'une combinaison linéaire de gaussiennes pour obtenir les données temporelles de l'instrument. Ensuite, l'estimation des spectres de puissance est réalisée à l'aide d'un estimateur quadratique (par maximum de vraisemblance) sur les cartes réalisées. D'autres méthodes seront testées par la suite. Les résultats obtenus à ce jour sont vraiment prometteurs. Un travail en cours est effectué afin de produire des cartes de polarisation des paramètres de Stokes, afin d'estimer les spectres de puissance des modes E et B .

Dans ce chapitre, nous présenterons les résultats obtenus du *map-making* et de l'estimation des spectres de puissance, implémentés actuellement dans un simulateur complet de l'instrument.

6.1 Simulation des données TOD (*time ordered data*)

La structure du lobe synthétique est composée d'un lobe principal et de lobes secondaires situés à $8,5^\circ$ du lobe principal. La carte Healpix 6.1.1 représente une projection gnomonique du lobe synthétique de l'instrument QUBIC pour 400 cornets, 25% de largeur de bande et 3 mm de taille de détecteur. La figure 6.1.2 représente une coupe horizontale du lobe synthétique de l'instrument QUBIC. En bleu est représenté le lobe de l'instrument sans largeur de bande et avec un détecteur ponctuel au centre du plan focal, en rouge est représenté le lobe avec 25% de largeur de bande et 3 mm de taille de détecteur. En vert, est représentée l'enveloppe du lobe primaire de 14 degrés FWHM. Cette figure montre la diminution de la résolution induite par l'intégration sur la largeur de bande et due à la taille finie des détecteurs. Cependant, augmenter la largeur de bande permet de gagner des photons et donc apporte un gain sur le rapport signal sur bruit [42]. Les deux figures 6.1.1 et 6.1.2 montrent que le lobe de l'instrument est composé du

lobe principal et de répliquations de plus faible amplitude par rapport au lobe principal.

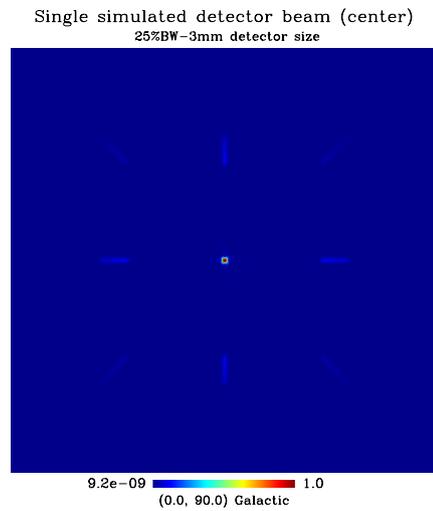


FIGURE 6.1.1: Lobe synthétique de l'instrument QUBIC avec 400 cornets.

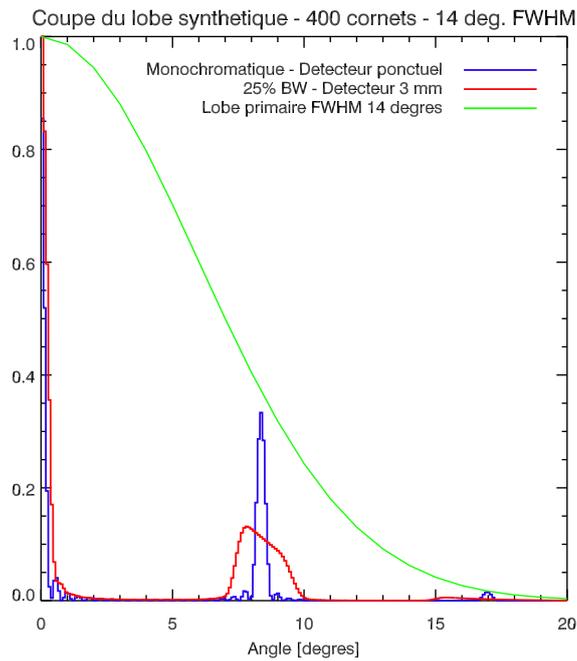


FIGURE 6.1.2: Coupe du lobe synthétique. En bleu est représenté le lobe synthétique sans largeur de bande avec des détecteurs ponctuels et en rouge le lobe avec 25% de largeur de bande et 3 mm de taille de détecteur.

La carte du ciel obtenue par un instrument résulte de la convolution du signal par le lobe effectif de l'instrument, qui dépend de la position relative du lobe par rapport au ciel et de sa forme. Dans le cas où le lobe est asymétrique, cette convolution est donc directement liée à la stratégie de balayage du ciel. Afin de réaliser la convolution de la carte du ciel par le lobe de l'instrument, il faut effectuer une rotation du lobe pour chaque pointage dans l'espace réel, ce qui induit un temps de calcul très important.

Dans le cas d'un imageur, chaque bolomètre recevra la puissance de la zone du ciel limitée par la résolution de l'instrument. Dans le cas de l'instrument QUBIC, pour chaque pointage, un bolomètre reçoit de la puissance de pixels du ciel séparés par une plus grande distance que la résolution de l'instrument. La méthode utilisée pour s'affranchir des réplifications du lobe synthétique est alors de réaliser une approximation du lobe de l'instrument dans l'espace réel à l'aide d'une série de fonctions simples : des gaussiennes de même largeur. Cette approximation permet de ramener toute la puissance des réplifications du lobe synthétique dans un lobe principal. Ce type de méthode de convolution des cartes en tenant compte des asymétries du lobe de l'instrument a été développé pour l'instrument Archeops dans la procédure Asymfast [198]. Cette approximation permet de tester le principe du *map-making* multilobe. Par la suite, il faudra changer la forme du lobe utilisée pour des vraies données.

6.2 Map-making

Nous pouvons utiliser l'instrument QUBIC comme un imageur synthétique avec lequel les mesures, soit les images synthétiques des paramètres de Stokes, sont des convolutions du ciel par le lobe de l'instrument : le lobe synthétique. Puisque le lobe est bien défini, l'instrument peut balayer le ciel et être utilisé comme un imageur synthétique. Les mesures temporelles obtenues pour chaque bolomètre peuvent être alors projetées sur le ciel avec les méthodes traditionnelles de *map-making* afin d'obtenir des cartes des paramètres de Stokes I , Q et U et d'estimer les spectres de puissance à partir de ces cartes. Des informations sur le *map-making* et l'estimation des spectres de puissance, en général, peuvent être apportées par [31, 33, 84, 193].

Nous allons dans un premier temps présenter la méthode générale de *map-making*, puis son application à l'instrument QUBIC et nous présenterons les résultats obtenus.

6.2.1 Méthode générale

Nous ne nous intéresserons qu'au paramètre de Stokes de l'intensité dans un premier temps, qui permet de tester la méthode le *map-making* en tenant compte du lobe synthétique de l'instrument QUBIC. L'implémentation de la polarisation est en cours.

Les mesures sont organisées en données temporelles \vec{y} , appelées TOD (*time ordered data*), obtenues par la somme du signal du ciel \vec{s} , qui dépend de la stratégie de balayage du ciel et du bruit instrumental, bruit supposé stationnaire et gaussien \vec{n}

$$\vec{y} = \vec{s} + \vec{n}. \quad (6.2.1)$$

Le vecteur \vec{s} est le signal du ciel résultant du signal du ciel convolué par le lobe de l'instrument et pixelisé.

Le signal du ciel est modélisé par la procédure de *map-making* par une carte du ciel pixelisée. Nous définissons le vecteur \vec{T} , la carte du ciel, dont la dimension est donnée par

le nombre de pixels dans la carte. Si nous supposons que le signal dépend linéairement de la carte du ciel, nous pouvons écrire

$$\vec{y} = A\vec{T} + \vec{n}, \quad (6.2.2)$$

avec A la matrice de pointage et \vec{T} le signal du ciel convolué par le lobe de l'instrument. Nous définissons N_t le nombre de données temporelles et N_b le nombre de pixels.

La matrice de pointage A relie chaque donnée temporelle au pixel correspondant. Elle indique le poids d'un pixel à chaque observation temporelle et contient l'information sur la stratégie de balayage du ciel et la réponse de l'instrument. Sa taille est donc donnée par $N_t \times N_b$.

Le vecteur \vec{T} est de dimension N_t .

La méthode de *map-making* consiste selon des observations, soit les TOD, à déterminer une carte \hat{T} du signal d'intérêt.

Si nous supposons que le bruit n'est pas corrélé avec les fluctuations du ciel, la matrice de covariance de la carte est égale à la somme de la matrice de covariance du ciel et de la matrice de covariance du bruit de la carte

$$\langle \vec{y}\vec{y}^T \rangle = \langle \vec{s}\vec{s}^T \rangle + \langle \vec{n}\vec{n}^T \rangle. \quad (6.2.3)$$

La fonction de densité de probabilité d'une distribution gaussienne du bruit est

$$P(\vec{n}) = (2\pi)^{-N_t/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\vec{n}N^{-1}\vec{n} + \text{Tr}[\ln(N)])\right\}, \quad (6.2.4)$$

avec $N = \langle \vec{n}\vec{n}^T \rangle$ la matrice de covariance du bruit.

En remplaçant $\vec{n} = \vec{y} - A\vec{T}$ et en ne supposant aucune connaissance au préalable de la carte du ciel \vec{T} , la probabilité qu'un certain ciel corresponde aux TOD obtenues est

$$P(\vec{y}|\vec{T}) = (2\pi)^{-N_t/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\vec{y} - A\vec{T})^T N^{-1}(\vec{y} - A\vec{T}) + \text{Tr}[\ln(N)]\right\}. \quad (6.2.5)$$

Cette équation représente la fonction de vraisemblance du problème et la carte qui la maximise est la carte de variance minimale \hat{T} .

Nous supposons que tous les ciels sont équiprobables, et que nous n'avons aucune connaissance a priori de la carte du signal du fond diffus. En utilisant le théorème de Bayes, la probabilité d'avoir le vrai ciel \vec{T} suivant les données \vec{y} est proportionnelle à la probabilité d'obtenir les données \vec{y} en considérant le signal du ciel \vec{T} d'où $P(\vec{y} | \vec{T}) \propto P(\vec{T} | \vec{y})$.

Maximiser la probabilité revient à minimiser le χ^2 par $\frac{d\chi^2}{d\vec{T}^T} = 0$, avec

$$\chi^2 = -2 \ln [P(\vec{T} | \vec{y})] = (\vec{y} - A\vec{T})^T N^{-1}(\vec{y} - A\vec{T}). \quad (6.2.6)$$

Nous obtenons alors un système linéaire tel que

$$A^T \cdot N^{-1} \cdot A \cdot \hat{T} = A^T \cdot N^{-1} \cdot \vec{y}. \quad (6.2.7)$$

La matrice de covariance de la carte du résidu est

$$\langle (\hat{m} - \vec{m})(\hat{m} - \vec{m})^T \rangle = (A^T \cdot N^{-1} \cdot \vec{y})^{-1}. \quad (6.2.8)$$

Nous obtenons alors le maximum de vraisemblance de la carte

$$\hat{T} = (A^t \cdot N^{-1} \cdot A)^{-1} \cdot A^t \cdot N^{-1} \cdot \vec{y}. \quad (6.2.9)$$

6.2.2 Méthode spécifique à l'instrument QUBIC

La procédure optimale de *map-making* consiste à maximiser la fonction de vraisemblance des données suivant un modèle de bruit. Pour le moment, dans le simulateur de *map-making*, du bruit blanc est ajouté sur les données simulées et du bruit en $1/f$ vient d'être implémenté dans le simulateur de l'instrument QUBIC par Pierre Chanial.

Dans le cas où seul le lobe principal serait pris en compte, la méthode de *map-making* correspondrait à une méthode classique utilisée dans le cas d'un imageur, caractérisée par un lobe gaussien et circulaire, à travers lequel le signal est focalisé en un point du plan focal. Ainsi la matrice de pointage A correspondrait, pour un balayage du ciel relativement simple, à une matrice creuse avec une valeur égale à 1 par ligne [202].

La méthode pour fabriquer des cartes avec l'instrument QUBIC doit être améliorée pour prendre en compte le lobe de façon plus réaliste.

Lorsque l'instrument QUBIC pointera en direction du ciel, plusieurs zones du ciel seront observées correspondant au signal des différents pics du lobe synthétique. Donc pour une série de données temporelles, la matrice de pointage A sera plus complexe que dans le cas d'un imageur car elle devra prendre en compte plusieurs pixels de la carte. Afin de modéliser ces réplifications du lobe, dans une première approximation, chaque colonne de la matrice de pointage A est donnée par un peigne de Dirac représenté par la Figure 6.1, correspondant aux différents pics du lobe de l'instrument QUBIC. L'amplitude du peigne de Dirac est déterminée par le lobe primaire des cornets de 14° FWHM.

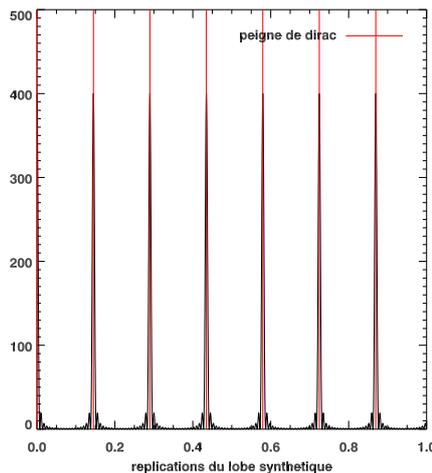


TABLE 6.1: Lobe synthétique en noir pour un instrument avec 400 cornets et une fréquence d'observation de 150 GHz. En rouge est modélisé le peigne de Dirac.

6.2.3 Résultats

Les cartes des modes B représentées par la figure 6.2.1 montrent le résultat du *map-making* pour 5000 pointages et 10 orientations de pointage pour un instrument monochromatique et sans polarisation. La carte de gauche de la figure 6.2.1 représente la carte originale sans convolution, la carte de droite représente la carte convoluée par le lobe de l'instrument modélisé par des gaussiennes de 37.1 arcmin FWHM. La figure de gauche 6.2.2 représente la carte obtenue avec une méthode classique de *map-making*, c'est à dire en ne tenant compte que du lobe primaire de 14 degrés FWHM. La figure de droite 6.2.2 représente la carte reconstruite avec la méthode de *map-making* de l'instrument QUBIC.

Cette méthode de *map-making* développée pour prendre en compte les réplifications du lobe synthétique de l'instrument QUBIC peut être vérifiée en l'appliquant sur une carte d'un point-source. Nous considérons une carte de résolution $n_s=1024$ avec une valeur d'un pixel égale à un et les valeurs des autres pixels sont fixées à zéro. Cette carte est représentée par la figure de gauche 6.2.3. Cette carte de départ est convoluée par le lobe modélisé par des gaussiennes de 37.1 arcmin, les TOD sans bruit sont ainsi obtenus. La procédure de *map-making* est ensuite appliquée sur les TOD et nous obtenons la carte de gauche de la figure 6.2.3. La figure 6.2.4 représente la carte obtenue du *map-making* en fonction de la distance en degré au centre de la position de la source. Un ajustement de cette carte, représenté en rouge, donne la valeur de la FWHM égale à 37.1 arcmin, comme fixé initialement pour la modélisation des réplifications du lobe synthétique par des gaussiennes de 37.1 arcmin FWHM. Sur ce graphique, nous ne constatons aucun résidu des réplifications des pics du lobe synthétique. Ce résultat confirme que la méthode de *map-making* améliorée pour prendre en compte la forme du lobe synthétique fonctionne.

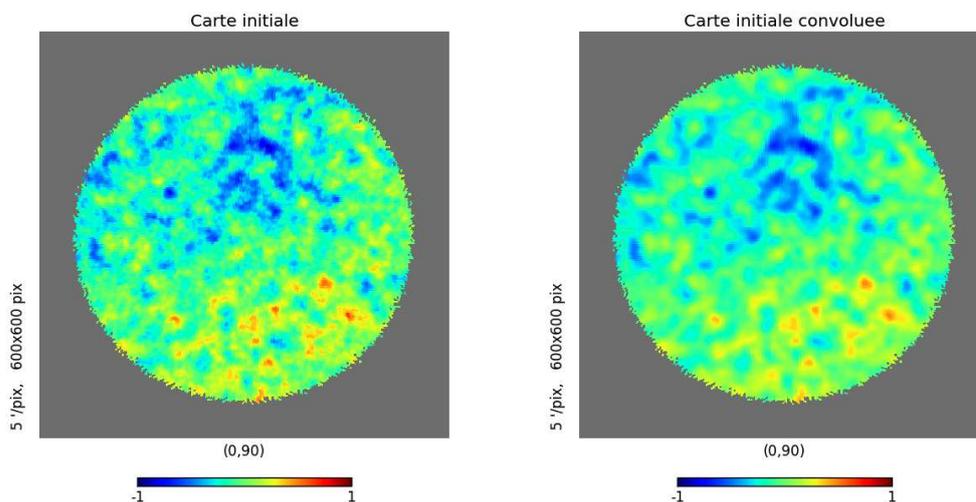


Figure 6.2.1: Carte initiale des modes B sans convolution à gauche et convoluée par le lobe effectif de l'instrument à droite. Ces deux résultats sont réalisés pour un instrument monochromatique avec 5000 pointages et 10 orientations de pointage.

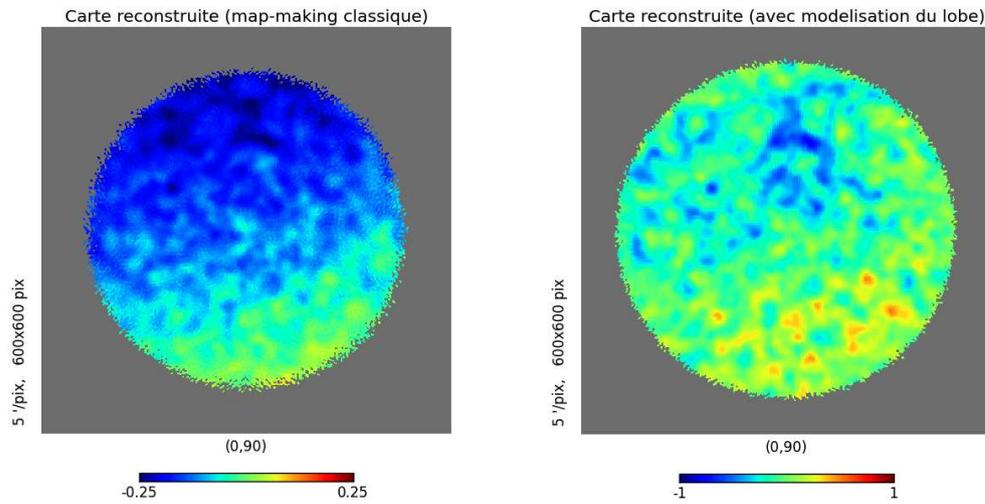


Figure 6.2.2: Carte des modes B obtenue avec un *map-making* classique à gauche. Carte des modes B obtenue avec la méthode de *map-making* améliorée avec une meilleure prise en compte du lobe synthétique. Ces deux résultats sont réalisés pour un instrument monochromatique avec 5000 pointages et 10 orientations de pointage.

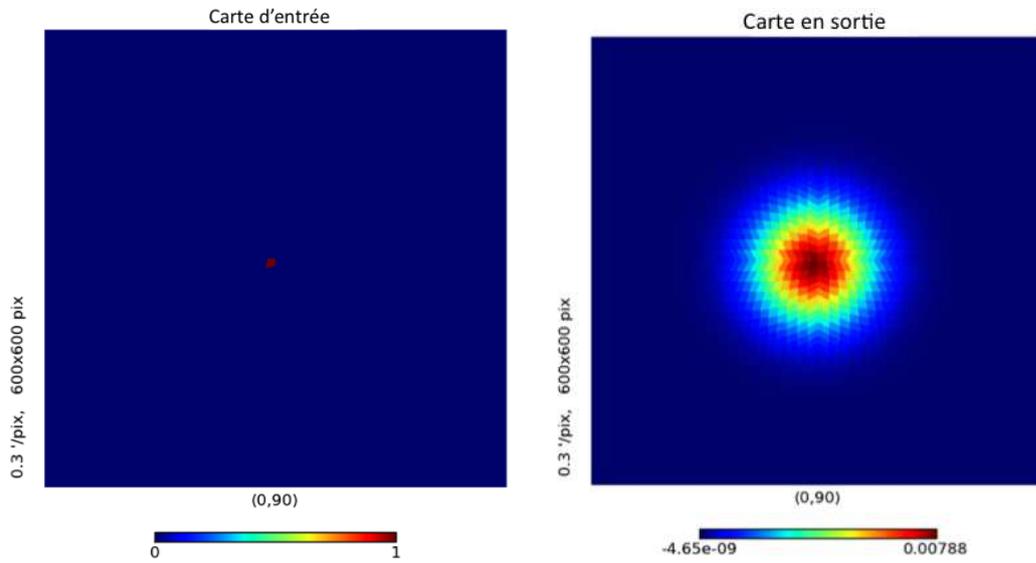


Figure 6.2.3: Projection gnomonique de la carte en entrée d'un point source à gauche. A droite est représentée la carte en sortie du *map-making* de QUBIC.

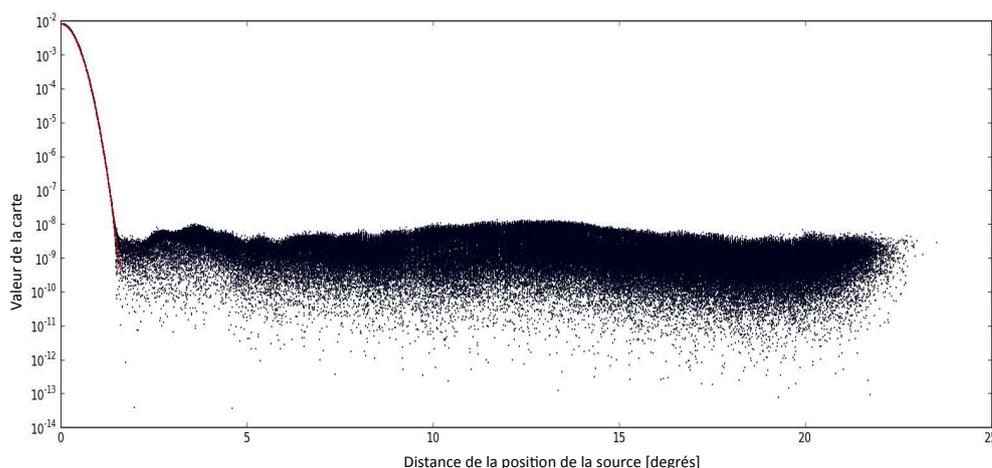


Figure 6.2.4: Carte d'une source ponctuelle obtenue avec le *map-making* en fonction de la distance en degrés au centre.

Nous avons montré que dans le cadre de l'instrument QUBIC, les cartes du signal du fond diffus peuvent être obtenues par un maximum de vraisemblance classique qui combine les données de tous les bolomètres du plan focal, de toutes les directions de pointage et orientations des directions de pointage. Appliquer aux données de l'instrument QUBIC, cette méthode a l'avantage qu'elle n'implique pas un grand nombre de pixels. Ainsi, les matrices qui interviennent dans le maximum de vraisemblance sont assez petites et creuses, cette dernière propriété permet d'améliorer la convergence du gradient conjugué.

6.3 Estimation des spectres de puissance

À partir des cartes obtenues du *map-making*, une implémentation d'un estimateur quadratique de spectre de puissance a été réalisée selon un balayage du ciel aléatoire et un niveau de bruit blanc sur les TOD, ce qui implique un bruit non uniforme sur la carte. Une stratégie de balayage ainsi que du bruit réaliste seront ajoutés par la suite. L'estimateur quadratique va permettre d'estimer le spectre de puissance à partir de la carte obtenue du *map-making* avec une matrice de covariance du bruit connue à l'aide de réalisations Monte-Carlo du bruit. Nous allons définir l'estimateur développé par maximum de vraisemblance dans un cadre général. Puis, nous présenterons les résultats de cet estimateur avec les cartes simulées de l'instrument QUBIC.

6.3.1 Méthode générale

Les méthodes basées sur un estimateur de maximum de vraisemblance permettent d'estimer le spectre angulaire à partir de la fonction de corrélation des données, en maximisant la probabilité du spectre de puissance C_l , à partir de la carte du ciel \vec{x} connue [33].

A partir de la procédure de *map-making* intégrée dans un simulateur de l'instrument QUBIC réalisé par Pierre Chaniel, nous avons obtenu des cartes en température simulées

du fond diffus x observé à travers le lobe approximé de l'instrument. La température d'un pixel i est la somme du signal s et du bruit instrumental n

$$x_i = s_i + n_i, \quad (6.3.1)$$

avec i l'indice du pixel et N_{pix} le nombre de pixels du ciel.

Si nous supposons un signal statistiquement indépendant du bruit, nous obtenons la covariance de la carte

$$M = \langle \vec{x}\vec{x}^T \rangle = \langle \vec{s}\vec{s}^T \rangle + \langle \vec{n}\vec{n}^T \rangle = S + N. \quad (6.3.2)$$

La taille de la matrice de covariance est $N_{pix} \times N_{pix}$. Les matrices S , N et M sont des matrices symétriques et définies positives.

Le signal de la carte peut être développé sur la base des harmoniques sphériques

$$s_i = \sum_{lm} a_{lm} B_l Y_{lm}(\hat{n}_i), \quad (6.3.3)$$

avec \hat{n}_i le vecteur de pointage unitaire au centre du pixel i .

Le signal du fond diffus est observé à travers le lobe de l'instrument que nous modélisons par le facteur B_l et qui correspond à la transformée de Legendre du lobe de l'instrument. Dans le cas d'un imageur, ce lobe est supposé circulaire et symétrique.

Les coefficients a_{lm} constituent les anisotropies de température du ciel. Nous supposons qu'elles sont gaussiennes et isotropes sur le ciel

$$\langle a_{lm} a_{l'm'} \rangle = \delta_{ll'} \delta_{mm'} C_l, \quad (6.3.4)$$

où C_l est le spectre de puissance.

La matrice de corrélation du signal est donnée par

$$S_{ii'} = \sum_{lm} \sum_{l'm'} \langle a_{lm} a_{l'm'} \rangle B_l B_{l'} Y_{lm}(\hat{n}_i) Y_{l'm'}(\hat{n}_{i'}). \quad (6.3.5)$$

Les fonctions fenêtres qui interviennent dans cette équation pour le lobe modélisé de l'instrument QUBIC sont relativement simples, c'est ce qui est représenté dans la figure 6.2.4.

En utilisant l'équation 6.3.4, nous obtenons

$$S_{ii'} = \sum_l \frac{2l+1}{4\pi} B_l^2 C_l P_l(\chi_{ii'}), \quad (6.3.6)$$

avec P_l le polynôme de Legendre et $\chi_{ii'}$ l'angle entre les pixels i et i' .

L'instrument aura une couverture du ciel incomplète, due surtout à la stratégie de balayage du ciel, mais aussi aux avant-plans, et à la taille finie du lobe de l'instrument, les C_l obtenus ne forment pas une base orthonormale complète. Les N_l multipoles accessibles sont alors regroupés en N_b intervalles et il faut décomposer le spectre de puissance en intervalles b suivant une forme spectrale C_l^s

$$C_l = C_{b(l \in b)} C_l^s. \quad (6.3.7)$$

Nous supposons un bruit instrumental dans la carte de distribution gaussienne, de

moyenne nulle et de covariance :

$$N_{ij} = \langle n_i n_j \rangle = \langle n_i n_j^* \rangle. \quad (6.3.8)$$

Pour estimer le spectre de puissance du fond diffus, il faut à partir d'une carte \vec{x} déterminer un estimateur non biaisé du spectre \hat{C}_l selon un modèle de bruit.

Suivant l'hypothèse d'une variance gaussienne et d'une moyenne nulle, la probabilité des données \vec{x} selon un spectre de puissance C_l est

$$P(\vec{x} | C_l) = (2\pi)^{-N_{pix}/2} \exp\left(-\frac{1}{2}(\vec{x}^T M^{-1} \vec{x} + \text{Tr}[\ln M])\right). \quad (6.3.9)$$

La matrice M est fonction de C_l .

En utilisant le théorème de Bayes, et en supposant une loi de probabilité a-priori uniforme du spectre C_l , nous obtenons

$$P(C_l | \vec{x}) \propto P(\vec{x} | C_l). \quad (6.3.10)$$

A partir du logarithme de l'équation 6.3.9, nous obtenons la fonction de vraisemblance que nous voulons maximiser

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \text{Tr} [\ln M + M^{-1} D], \quad (6.3.11)$$

avec $D = \vec{x} \vec{x}^T$.

L'estimateur du spectre de puissance \hat{C}_l peut être ainsi déterminé par

$$\mathcal{L}_{,l} = 0 \quad (6.3.12)$$

avec $\mathcal{L}_{,l} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_l}$.

La dérivée seconde de la fonction de vraisemblance est reliée à la matrice de Fisher par

$$F_{ll'} = \langle \mathcal{L}_{,ll'} \rangle. \quad (6.3.13)$$

L'expression de la matrice de Fisher est

$$F_{ll'} = \frac{1}{2} \text{Tr} [M^{-1} M_{,l} M^{-1} M_{,l'}], \quad (6.3.14)$$

avec M la matrice de covariance de la carte définie dans 6.3.2 et $M_{,l} = \frac{\partial M}{\partial C_l}$.

Les équations $\mathcal{L}_{,l}$ de l'estimation du spectre de puissance sont non linéaires, une méthode itérative de Newton Raphson peut être utilisée pour résoudre le système. Cette méthode revient à déterminer le zéro de la dérivée du logarithme de la fonction de vraisemblance. Elle nécessite un jeu de paramètres de départ $\hat{C}_l^{(0)}$ relativement proche de la valeur correcte, corrigée à chaque itération d'un facteur $\partial C_l^{(0)} = - \left(\left[\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial C_l^2} \right]^{-1} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_l} \right)_{C_l = C_l^{(0)}}$

Par cette méthode, le résultat de l'itération n , $\hat{C}_l^{(n)}$, est obtenu par

$$\hat{C}_l^{(n)} = \hat{C}_l^{(n-1)} - \sum_{l'} (F^{-1})_{ll'} \mathcal{L}_{,l'}. \quad (6.3.15)$$

A chaque itération, les dérivées de la fonction de vraisemblance \mathcal{L} et de l'inverse de la matrice de Fisher F^{-1} sont évaluées à $\hat{C}_l^{(n-1)}$ et les étapes suivantes sont effectuées :

- calcul de la dérivée de la matrice de corrélation pixel-pixel du signal $\frac{\partial S_{ii'}}{\partial C_b}$ par intervalle

$$\frac{\partial S_{ii'}}{\partial C_b} = \frac{\partial}{\partial C_b} \sum_l \frac{2l+1}{4\pi} B_l^2 C_l^s P_l(\chi_{ii'}), \quad (6.3.16)$$

- calcul de la matrice de corrélation pixel-pixel de la carte M , décomposition de Cholesky de cette matrice et résolution de la carte des données pondérées

$$M = S + N = N + \sum_b C_b \frac{\partial S}{\partial C_b} = LL^T \text{ \& } LL^T \vec{z} = \vec{T}, \quad (6.3.17)$$

- Résolution triangulaire des systèmes linéaires $L.L^T.W_b = \frac{\partial S}{\partial C_b}$,

- Calcul des dérivées premières $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_b}$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_b} = \frac{1}{2} (\vec{x} W_b \vec{z} - \text{Tr} [W_b]), \quad (6.3.18)$$

- Calcul des dérivées secondes $\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial C_b \partial C_{b'}}$

$$\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial C_b \partial C_{b'}} = -\vec{x}^T W_b W_{b'} \vec{z} + \frac{1}{2} \text{Tr} [W_b W_{b'}], \quad (6.3.19)$$

- Calcul du facteur de correction à appliquer au spectre $\partial C_l = - \left(\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial C_l^2} \right)^{-1} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_l}$.

Les évaluations de la matrice de Fisher inverse et la dérivée \mathcal{L}_l requièrent les inversions de matrices de dimension $N_{pix} \times N_{pix}$, cette méthode induit un coût computationnel très important, étant en $\mathcal{O}(N^3 \text{pix})$, avec N_{pix} le nombre de pixels de la carte et pour les cartes de résolution importante. Par ailleurs, elle nécessite la connaissance de la matrice de covariance du bruit.

6.3.2 Méthode spécifique à l'instrument QUBIC

Dans le cas d'un interféromètre, dont le champ de vue est généralement petit, il est classique de déterminer les spectres de puissance à partir des visibilités obtenues. Cependant, cette méthode se révèle être très compliquée dans le cas de l'instrument QUBIC, avec lequel le champ de vue est grand (le lobe primaire est de 14 degrés FWHM) [36].

L'avantage présenté par l'instrument QUBIC en tant qu'imageur synthétique est l'introduction d'une modulation supplémentaire apportée par le balayage du ciel, qui apporte un contrôle des effets systématiques en plus de la procédure d'étalonnage interne.

Afin d'estimer les spectres de puissance, la méthode développée dans un premier temps pour l'instrument QUBIC est d'appliquer un estimateur quadratique (par maximum de vraisemblance) sur les cartes obtenues.

La figure 6.3.1 représente le spectre de puissance à partir d'une carte initiale des modes B simulés du fond diffus cosmologique, obtenue avec un balayage du ciel et un bruit arbitraires et convoluée par le lobe de l'instrument. Les réalisations sont représentées en gris, les points et les barres d'erreur en rouge représentent la moyenne et l'écart type sur

ces réalisations. Le modèle d'entrée est représenté en bleu. La matrice de covariance de bruit est obtenue par Monte Carlo sur un grand nombre de réalisations.

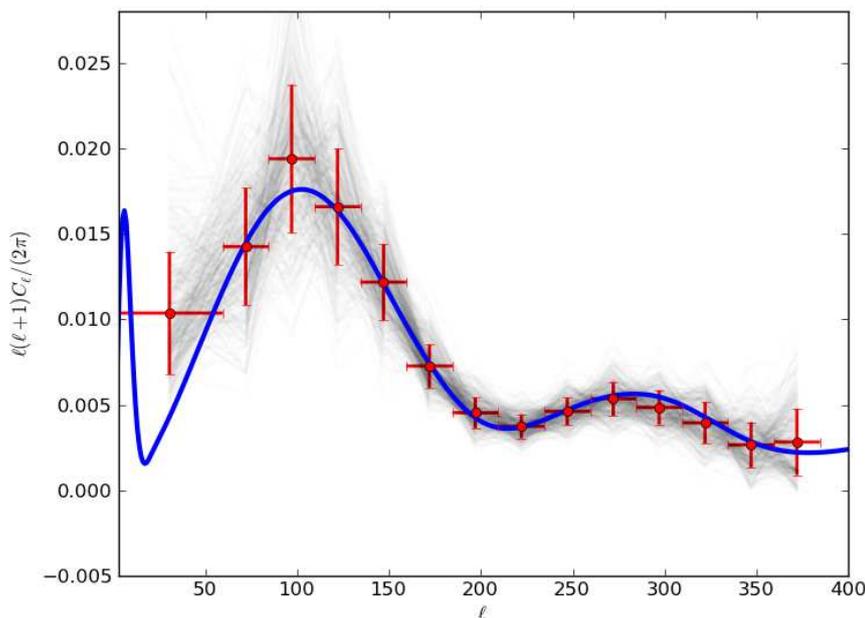


FIGURE 6.3.1: Spectre de puissance des modes B estimé par Monte-Carlo à partir du simulateur de l'instrument QUBIC.

La matrice de corrélation de la carte est représentée par la figure de gauche 6.3.2 et la figure agrandie de la carte de la matrice de corrélation à droite 6.3.2. Cette matrice est définie par $c_{ij} = \frac{\varepsilon_{ij}}{\sqrt{\varepsilon_{ii} \times \varepsilon_{jj}}}$. Elle a été réalisée avec 10000 réalisations Monte Carlo de bruit sur le même pointage. La figure 6.3.3 représente la valeur de la matrice de corrélation en fonction de la séparation angulaire entre les différentes paires de pixels. Sur ce graphique, nous observons une bosse à environ 17 degrés que nous étudions actuellement et des creux positionnés à des séparations angulaires de 8.5 degrés et 12 degrés qui correspondent aux positions des lobes secondaires du lobe synthétique. Il reste un travail de compréhension sur ces résultats.

Par la suite, dans la simulation, il faudra définir une stratégie de balayage du ciel réaliste et prendre en compte la constante de temps des bolomètres. Lorsque le simulateur contiendra de la polarisation, il faudra inclure dans la simulation la rotation de lame demi-onde et s'intéresser à la séparation des modes E et B . L'implémentation de la polarisation est actuellement en train d'être réalisée.

D'autres méthodes vont être testées par la suite pour l'estimation des spectres de puissance à partir des cartes obtenues. Il existe deux catégories d'estimateur de spectre de puissance : ceux basés sur un maximum de vraisemblance (méthode bayésienne), méthode implémentée actuellement et les estimateurs pseudo- C_l (méthode fréquentiste). Les méthodes utilisant un estimateur Pseudo- C_l calculent directement le spectre de

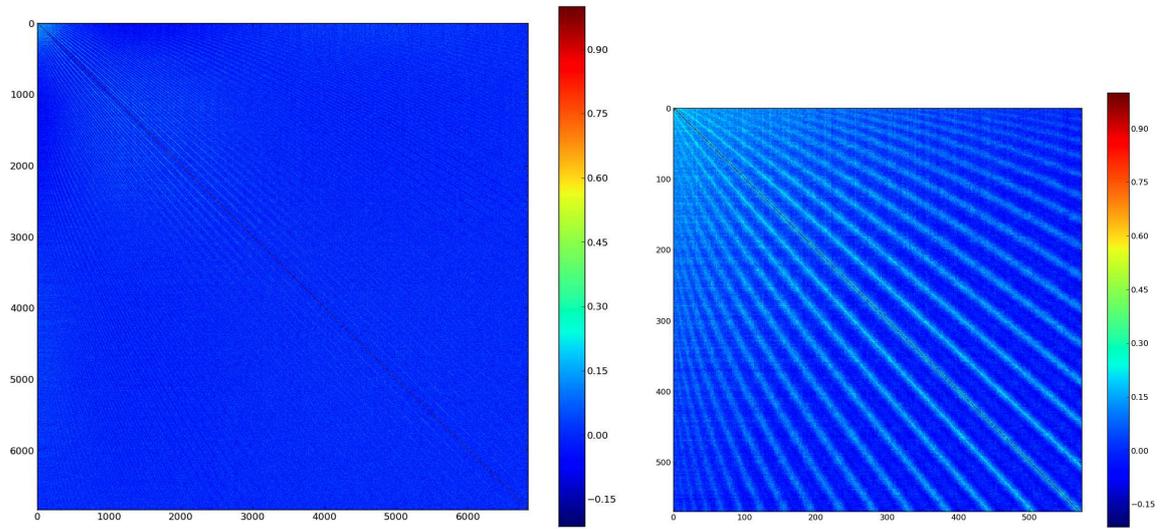


Figure 6.3.2: Carte de la matrice de corrélation de la carte à gauche obtenue sur 10000 réalisations de bruit sur le même pointage. A droite est représenté un agrandissement de cette matrice.

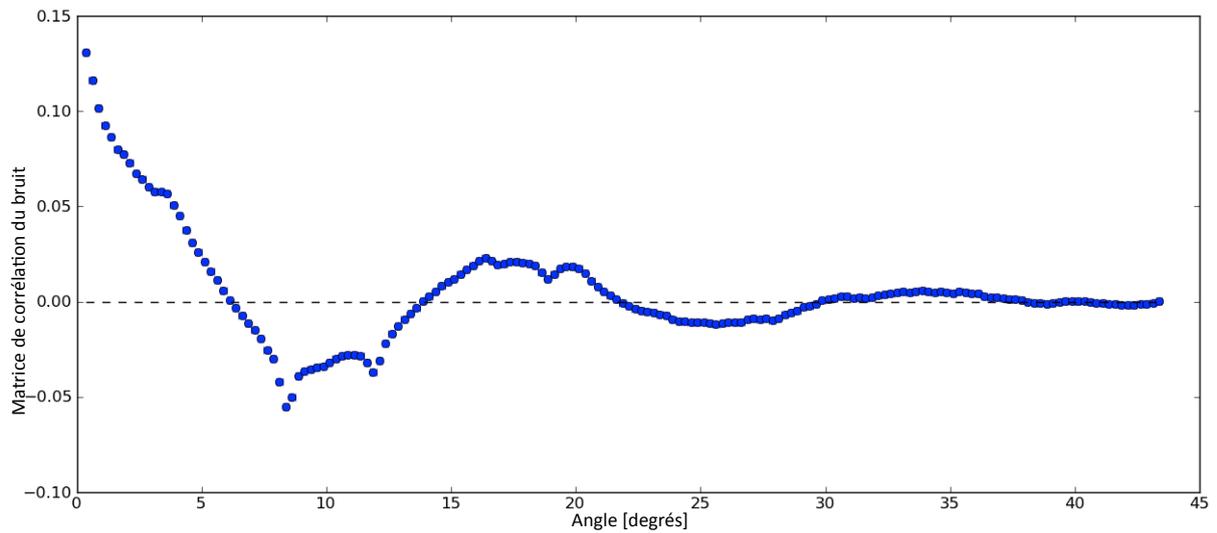


Figure 6.3.3: Valeur de la matrice de corrélation en fonction de la séparation angulaire entre les pixels i et j .

puissance angulaire \hat{C}_l à partir des données obtenues [93]. La transformée en harmoniques sphériques de la carte est ainsi directement réalisée. Il faut ensuite s'affranchir des effets de la couverture du ciel non uniforme, qui induit un couplage entre les modes, liés au lobe et au filtrage par des simulations Monte-Carlo du signal, et estimer le spectre de Fourier du bruit instrumental par des simulations Monte-Carlo du bruit. Une méthode a été développée dans [13], qui permet de supprimer la reprojexion du bruit et la pixellisation du signal. Le temps de calcul de cette méthode est en $\mathcal{O}(N^{3/2}\text{pix})$. Cette méthode n'est actuellement plus beaucoup utilisée; suite au développement des méthodes de *cross-power spectra*, qui ne nécessitent pas de connaître la matrice de covariance du bruit.

Les méthodes de *cross-power spectra* [199, 79, 92] reposent sur l'utilisation de différentes cartes du ciel d'un même instrument ou d'instruments différents, et déterminent les corrélations entre ces cartes. Les spectres croisés obtenus devront être corrigés des effets de lobe, de filtrage, de couverture du ciel non uniforme et de pixellisation, comme dans le cas d'un estimateur Pseudo- C_l . Dans le cas où les bruits des cartes ne sont pas corrélés, nous obtenons alors un estimateur non biaisé du spectre C_l . Cette méthode se révèle être très intéressante dans le cas d'expériences avec de grande matrice de détecteurs comme les expériences actuelles dédiées à la détection des modes B de polarisation du fond diffus.

6.4 Récapitulatif et perspectives

Dans le cas où l'instrument QUBIC serait utilisé comme un interféromètre, l'estimation des spectres de puissance à partir des visibilitées, avec le grand champ de vue de l'instrument QUBIC, donc hors de l'approximation de ciel plane, pourrait se révéler d'un point de vue de l'analyse de données très complexe. Dans ce chapitre, nous avons montré que l'instrument QUBIC peut être utilisé comme un imageur synthétique avec une stratégie de balayage du ciel à définir. L'avantage majeur d'utiliser l'instrument QUBIC comme un imageur synthétique est que ce concept permet d'introduire une modulation supplémentaire permise par le balayage du ciel, permettant de moduler le paramètre de Stokes de l'intensité et donc de le mesurer. Le balayage du ciel ajoute ainsi un contrôle supplémentaire des effets systématiques (bruit en $1/f$ de l'atmosphère, de l'électronique) par rapport à un interféromètre classique.

La procédure introduite dans cette section a permis d'obtenir des cartes en température du fond diffus cosmologique, vu à travers le lobe de l'instrument QUBIC, à partir du *map-making*, soit à l'aide des méthodes standards développées en imagerie et réaliser une estimation de spectre de puissance par maximisation de vraisemblance.

Une analyse des données de l'instrument, qui permettra de réaliser des cartes en polarisation à partir des TOD et d'estimer les spectres de puissance à partir de ces cartes, avec des méthodes similaires à celles d'un imageur, est en train d'être implémentée dans un simulateur complet de l'instrument. Il restera à prendre en compte la déconvolution des constantes de temps des bolomètres et la rotation de lame demi-onde, du bruit en $1/f$ et à définir le balayage du ciel en fonction de ces paramètres. Une fois le simulateur terminé, nous aurons une chaîne complète d'analyse de l'instrument, que nous pourrons utiliser pour optimiser la stratégie de balayage du ciel et fixer des tolérances sur le pointage.

Nous faisons un résumé des différentes composantes de l'instrument QUBIC pour le

premier module à 150 GHz avec 25% de largeur de bande et 3 mm de taille de détecteurs :

- le cryostat

Le cryostat sera refroidi à 4 K par un pulse tube avec une fenêtre de zotefoam de 430 mm de diamètre. Il est réalisé par les membres de QUBIC à l'Université de Sapienza.

- la lame demi-onde rotative

La lame rotative sera constituée d'un réseau métallique diélectrique de diamètre 20 cm. La rotation sera effectuée pas par pas. L'Université de Manchester est responsable de cette composante.

- les cornets

Les lobes des cornets doivent être gaussiens de 14 degrés FWHM. Les 400 cornets seront placés en configuration circulaire.

La fabrication des cornets est réalisée sous la forme d'assemblage de plaques d'aluminium qui sont usinés chimiquement et contiendront des corrugations.

Ils sont sous la responsabilité de l'APC et de Milan et sont testés à Milan et à Manchester.

- les interrupteurs

Les interrupteurs sont des guillotines permettant d'obstruer les guides d'onde et sont activés grâce à des électro-aimants. Ces interrupteurs pourront fonctionner pour une ligne de base et un cornet individuellement, afin de ne pas modifier la charge thermique du cryostat. Les interrupteurs sont sous la charge du laboratoire APC et l'électronique de lecture de l'Université Milan Bicocca.

- le combineur optique

Le télescope de QUBIC est un système réflecteur constitué de deux miroirs hors axe avec une optique rapide (distance focale de 300 mm). L'université de Maynooth est en charge du combineur optique.

- les matrices de bolomètres

L'instrument contiendra deux plans focaux équipés de quatre matrices en quart de cercle de 256 NbSi TES à 300mK. Les bolomètres sont conçus et réalisés au CSNSM et à l'IEF et ils sont testés à l'APC.

- l'électronique de lecture

L'électronique de lecture froide sera basée sur une architecture de multiplexage temporel basée sur des SQUIDS, qui seront contrôlées à l'aide d'un ASIC SiGe à 4K. Cet ASIC est développé au laboratoire APC. En sortie de l'ASIC, le signal sera numérisé par l'électronique à température ambiante réalisée à l'IRAP.

Ce premier module devrait prendre ses premières observations fin 2015. Il sondera des échelles angulaires comprises entre $50 < l < 150$ et aura pour objectif de contraindre une valeur du rapport tenseur sur scalaire de $r < 0.05$, en un an d'acquisition effective de données. Si un prochain module est envisagé à une autre fréquence d'observation, d'autres choix technologiques pourront être étudiés comme un combineur optique réfracteur, des cornets multi-modes, une dilution, des bolomètres avec une température critique plus basse, des OMT qui pourraient permettre de n'avoir qu'un plan focal, des interrupteurs planaires pour effectuer la procédure de la *self-calibration*

Conclusion

Au fil de ces trois ans, j'ai participé au développement du projet QUBIC, qui s'inscrit dans le cadre d'un effort important expérimental de la communauté scientifique mondiale, en vue de la détection des modes B de la polarisation du fond diffus cosmologique. Le travail réalisé au cours de cette thèse a été effectué avec Jean-Christophe Hamilton, Jean Kaplan et Pierre Chanial et les autres membres de la collaboration QUBIC.

A mon arrivée il y a trois ans dans le projet QUBIC, l'architecture de l'instrument était fixée et il avait été montré qu'un interféromètre bolométrique pouvait atteindre une sensibilité compétitive avec celle d'un imageur. Il restait deux questions importantes d'un point de vue de l'analyse de données : est ce que l'instrument QUBIC pourra permettre un meilleur contrôle des effets systématiques qu'un imageur ? Romain Charlassier avait proposé dans les grandes lignes une méthode basée sur la redondance des lignes de base mais il restait à la préciser et à l'appliquer à l'instrument QUBIC.

La deuxième question est la fabrication de cartes avec l'instrument QUBIC, qui peut apparaître au premier abord comme un réel défi compte tenu de la forme particulière du lobe de l'instrument.

Les premiers mois de ma thèse ont consisté à travailler sur le concept optique de l'instrument : sur le combineur de faisceaux. Ce travail a été réalisé en collaboration avec l'université de Maynooth. Mon travail a été de développer un algorithme à partir des simulations de faisceaux gaussiens réalisées par Maynooth à travers un système optique, qui permet de tester différents concepts optiques et de déterminer une figure de mérite pour chaque système étudié. Nous avons montré dans cette thèse que cet algorithme permet d'estimer les conséquences des aberrations optiques sur la sensibilité de l'instrument et de déduire la performance du système optique. Il détermine ainsi quel système optique entraîne le moins de perte en sensibilité par rapport à un combineur optique idéal.

Par ailleurs, j'ai contribué à l'étude des tolérances sur l'alignement et les positions des miroirs du combineur optique de l'instrument et ainsi déterminer les tolérances les plus critiques. A partir de ces résultats, nous avons pu déduire un jeu de tolérances requis sur l'alignement et la position des deux miroirs. Ces derniers pourront être ajustés dans le cas d'un système optique réglable, à l'aide d'un laser, ce qui impose une qualité optique pour les miroirs. Il reste encore à déterminer l'effet sur la sensibilité induit par une variation de la forme des miroirs lors de la mise en froid du cryostat, mais aussi la distance entre les deux plans focaux et la taille de la grille polarisante. Ces deux paramètres doivent être ajustés l'un en fonction de l'autre, chacun pouvant entraîner un blocage des faisceaux et donc une diminution de la puissance collectée sur le plan focal.

La suite de mon travail a consisté à développer une simulation d'une technique d'éta-lonnage interne, appelée *self-calibration*, permettant la détermination précise de para-

mètres décrivant les effets systématiques instrumentaux (erreurs de gain, couplage entre polarisations, erreurs de pointages...). Cette méthode de *calibration* est une procédure spécifique à l'instrument QUBIC. Elle est basée sur la redondance des lignes de base.

Cette méthode de *calibration* est particulièrement puissante, elle permet un contrôle des sources instrumentales d'erreurs systématiques à un niveau de précision relativement élevé. Nous avons montré que cette méthode est seulement limitée par le temps d'intégration par ligne de base des cornets primaires et elle est basée sur une modélisation des effets systématiques.

Actuellement, cette technique est démontrée à petite échelle, il reste à optimiser la faisabilité à l'échelle, c'est à dire avec 400 cornets. Par ailleurs, la source de *calibration* artificielle polarisée reste encore à être déterminer.

Il est important de préciser que cette méthode de *calibration* est envisageable pour tout interféromètre futur, hétérodyne ou bolométrique, dédié à la mesure de la polarisation du rayonnement de fond cosmologique avec un haut de degré de redondances.

Dans les derniers mois, j'ai pu participer au développement des algorithmes de reconstruction de cartes, à partir des données temporelles en prenant en compte la forme particulière du lobe de l'instrument, et au développement des algorithmes d'extraction des spectres de puissance à partir des données simulées de l'instrument QUBIC. Les résultats que nous avons présentés dans le sixième chapitre sont très prometteurs. Un travail est en cours pour fabriquer des cartes des paramètres de Stokes Q et U et ainsi obtenir les spectres de puissance des modes E et B . Par ailleurs, un développement d'une simulation complète de l'instrument QUBIC avec la procédure de *map-making* et de la *self-calibration* est en train d'être développée par Pierre Chanial.

Au fil de ma compréhension du fonctionnement de l'instrument QUBIC, j'ai pu me rendre compte que cette expérience constitue un projet original : très enrichissante par son concept novateur, mais surtout très prometteuse, cette expérience s'inscrit totalement dans le cadre de la détection des modes B du fond diffus cosmologique. Cette quête s'annonce difficile du fait de la nécessité de réunir les critères de la sensibilité et du contrôle des effets systématiques, critères dont disposent l'instrument QUBIC. La compréhension de l'interférométrie bolométrique est aujourd'hui mature, des avancées instrumentales ont été considérables ces derniers mois sur l'électronique de lecture, les bolomètres, les cornets ..., il ne manque ainsi au projet QUBIC que la validation de l'expérience sur le site du Dôme C, qui sera permise par le premier module de l'instrument, une fois que celui-ci sera complètement financé.

Annexes

« Chaque nain juché sur les
épaules de géants voit plus loin
que ces prédécesseurs, et peut à
son tour faire figure de géant
pour les générations futures. »

(Newton)

Annexe A

Des équations d'Einstein aux équations de Friedmann-Lemaître

L'Univers est décrit par les équations d'Einstein

$$R_{ij} - Rg_{ij} = G_{ij} = 8\pi GT_{ij} + \Lambda g_{ij} \quad (\text{A.0.1})$$

où R_{ij} désigne le tenseur de Ricci, R est la courbure scalaire défini comme étant la trace du tenseur de Ricci, g_{ij} est la métrique locale, T_{ij} est le tenseur d'énergie impulsion pour tous les champs présents et G la constante de gravitation. G_{ij} représente le tenseur d'Einstein et correspond à la partie géométrie. La partie de droite correspond au contenu en énergie de l'univers.

Les équations d'Einstein suivent le principe d'action. Cette action est stationnaire avec des petites variations de la métrique du tenseur. L'action qui mène aux équations d'Einstein est $S = S_g + S_m$ avec S_g l'action gravitationnelle d'Einstein Hilbert et S_m l'action de la matière définies par

$$S_g = -\frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} (R + 2\Lambda), \quad (\text{A.0.2})$$

$$S_m = \sum_{\text{champs}} \int d^4x \sqrt{-g} L_{\text{champs}}. \quad (\text{A.0.3})$$

Les variations de ces deux actions sont

$$\delta S_g = -\frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} (R^{ij} - \frac{1}{2} R g^{ij} - \Lambda g^{ij}) \delta g_{ij}, \quad (\text{A.0.4})$$

$$\delta S_m = -\frac{1}{2} \sum_{\text{champs}} \int d^4x \sqrt{-g} T_{\text{champs}}^{ij} \delta g_{ij}. \quad (\text{A.0.5})$$

Les équations d'Einstein sont obtenues par $\delta S / \delta g_{ij} = 0$. Le tenseur d'énergie impulsion doit être diagonale pour satisfaire les symétries de la métrique et par isotropie, les composantes spatiales doivent être égales. Si nous assimilons l'univers à un fluide parfait caractérisé par une densité $\rho(t)$ et une pression $p(t)$

$$T_{ij} = \text{diag}(\rho, -p, -p, -p). \quad (\text{A.0.6})$$

Selon la loi de conservation de l'énergie et de l'impulsion, nous obtenons

$$d(\rho a^3) = -P da^3 \quad (\text{A.0.7})$$

ou sous une forme plus connue

$$d[a(\rho + p)] = a^3 dp. \quad (\text{A.0.8})$$

Les composantes non nulles du tenseur de Ricci pour une métrique de Robertson-Walker sont données par

$$R_{00} = -3\frac{\ddot{a}}{a} \quad (\text{A.0.9})$$

$$R_{ij} = -\left[\frac{\ddot{a}}{a} + 2\frac{\dot{a}^2}{a^2} + 2\frac{k}{a^2}\right]g_{ij} \quad (\text{A.0.10})$$

$$R = -6\left[\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2}\right]. \quad (\text{A.0.11})$$

Les équations d'Einstein permettent de relier le tenseur de Ricci au tenseur d'énergie impulsion. Nous considérons un fluide cosmologique caractérisé par une pression $p(t)$ et une densité d'énergie $\rho(t)$. Les composantes non nulles du tenseur d'énergie impulsion sont

$$T_{00} = -\rho g_{00}, \quad T_{ij} = p g_{ij}. \quad (\text{A.0.12})$$

Les équations d'Einstein A.0.1 donnent pour la première composante $R_{00} - \frac{1}{2}g_{00}R = 8\pi G T_{00} + \Lambda g_{00}$ ce qui correspond à l'équation de Friedmann-Lemaître

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3}. \quad (\text{A.0.13})$$

En posant $H = \frac{\dot{a}}{a}$, nous obtenons

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{a^2}. \quad (\text{A.0.14})$$

Pour la composante 11, nous obtenons l'équation d'Einstein $R_{11} - \frac{1}{2}g_{11}R = 8\pi G T_{11} + \Lambda g_{11}$, d'où

$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} = -8\pi G p + \Lambda. \quad (\text{A.0.15})$$

La différence des Eq.A.0.15 et A.0.13 donne l'équation pour l'accélération \ddot{a}

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3}. \quad (\text{A.0.16})$$

Cette équation constitue la deuxième équation de Friedmann-Lemaître.

Annexe B

Puissances de bruit

La limite en sensibilité d'un détecteur est le bruit de photons de la radiation incidente qui correspond à une variation du nombre de photons en fonction du temps. Cette variation est due à la nature quantique d'un photon et est intrinsèque au rayonnement. La valeur du bruit de photon dépend de la fréquence d'observation et de la puissance collectée par l'instrument.

B.0.1 NEP (*Noise equivalent power*)

Un photon obéit à la statistique de Bose Einstein. Le nombre moyen de photons par modes spatiaux est donné par

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1} \quad (\text{B.0.1})$$

où k_B la constante de Boltzmann, ν la fréquence d'observation et T la température d'une source à l'équilibre thermique.

La variance de B.0.1 donne

$$\langle \Delta n^2 \rangle = \langle n \rangle + \langle n \rangle^2. \quad (\text{B.0.2})$$

L'énergie d'un mode spatial de la source en fonction de l'énergie d'un photon, par seconde, est

$$P = h\nu \langle n \rangle \Delta\nu \quad (\text{B.0.3})$$

et la variance de cette puissance est

$$\langle \Delta P^2 \rangle = (h\nu \Delta\nu)^2 \langle n \rangle (1 + \langle n \rangle). \quad (\text{B.0.4})$$

La variance correspond à la densité spectrale de puissance d'une variable dans notre cas, s'écrit comme la puissance bruit sur l'ensemble des fréquences balayées et la NEP est définie comme la racine carré de cette variance sur un intervalle de temps de $\frac{1}{2}$ s.

Nous obtenons alors

$$\frac{\text{NEP}_\gamma^2}{2} = h\nu P + \frac{P^2}{\Delta\nu}. \quad (\text{B.0.5})$$

d'où

$$\text{NEP}_\gamma^2 = 2h\nu P + 2 \frac{P^2}{\Delta\nu}. \quad (\text{B.0.6})$$

L'expression de la NEP_γ est donnée en $\text{W.Hz}^{-1/2}$. Une définition de la puissance équivalente de bruit est la suivante : la puissance nécessaire d'un signal pour égaler le niveau de bruit avec une bande passante de 1 Hz.

Le premier terme représente la contribution poissonnienne caractéristique d'événements aléatoires et non corrélés et est appelé le *shot noise*. Le second terme est le terme de *bunching* qui correspond à la corrélation du bruit. Ce terme de bruit est donc proportionnel à la puissance d'entrée et donc augmente avec le nombre de photons.

Le but sera donc de limiter la puissance de charge des différentes composantes et surtout de l'atmosphère.

La puissance équivalente de bruit total NEP_{tot} est donnée par le carré de la somme quadratique du bruit de photon et du bruit thermique d'un bolomètre.

$$\text{NEP}_{\text{tot}}^2 = \text{NEP}_\gamma^2 + \text{NEP}_{\text{bolo}}^2 \quad (\text{B.0.7})$$

B.0.2 NET (*Noise equivalent temperature*)

La NET est l'écart à la température du corps noir du rayonnement de fond cosmologique pour un rapport signal sur bruit de 1s durant un intervalle de temps de 1s.

La puissance équivalente en température peut être obtenue en $\text{K.s}^{1/2}$ par

$$\text{NET} = \frac{\text{NEP}}{\sqrt{2}\lambda^2\epsilon_q\Delta\nu} \frac{1}{\frac{\text{dB}(\nu, T_{\text{CMB}})}{\text{dT}}}. \quad (\text{B.0.8})$$

Le facteur $\frac{1}{\sqrt{2}}$ correspond à la conversion des $\text{K.Hz}^{-1/2}$ en $\text{K.s}^{1/2}$, T_{CMB} est la température du rayonnement de fond cosmologique et ϵ_q l'efficacité quantique.

B.0.3 Le rapport signal sur bruit

Le rapport signal sur bruit est donné par

$$r = \frac{T_A}{T_b} \quad (\text{B.0.9})$$

où T_A est la température d'antenne c'est à dire la température du signal de la source collectée par une antenne après dilution par le lobe et en négligeant le terme de *bunching*

$$T_A = \frac{P_S\sqrt{2\Delta t}}{\text{NEP}}. \quad (\text{B.0.10})$$

Une estimation de la sensibilité pouvant être atteinte par l'instrument est donnée par

$$\sigma = \frac{\text{NET}}{T_A\sqrt{t_b}} \quad (\text{B.0.11})$$

avec t_b la mesure par ligne de base.

Bibliographie

- [1] G. Aad et al. The ATLAS Experiment at the CERN Large Hadron Collider. *JINST*, 3 :S08003, 2008.
- [2] F. Aharonian, A. G. Akhperjanian, A. R. Bazer-Bachi, M. Beilicke, W. Benbow, D. Berge, K. Bernlöhr, C. Boisson, O. Bolz, V. Borrel, I. Braun, F. Breitling, A. M. Brown, P. M. Chadwick, L.-M. Chounet, R. Cornils, L. Costamante, B. Degrange, H. J. Dickinson, A. Djannati-Ataï, L. O. Drury, G. Dubus, D. Emmanoulopoulos, P. Espigat, F. Feinstein, G. Fontaine, Y. Fuchs, S. Funk, Y. A. Gallant, B. Giebels, S. Gillessen, J. F. Glicenstein, P. Goret, C. Hadjichristidis, M. Hauser, G. Heinzlmann, G. Henri, G. Hermann, J. A. Hinton, W. Hofmann, M. Holleran, D. Horns, A. Jacholkowska, O. C. de Jager, B. Khélifi, N. Komin, A. Konopelko, I. J. Latham, R. Le Gallou, A. Lemièrre, M. Lemoine-Goumard, N. Leroy, T. Lohse, J. M. Martin, O. Martineau-Huynh, A. Marcowith, C. Masterson, T. J. L. McComb, M. de Naurois, S. J. Nolan, A. Noutsos, K. J. Orford, J. L. Osborne, M. Ouchrif, M. Panter, G. Pelletier, S. Pita, G. Pühlhofer, M. Punch, B. C. Raubenheimer, M. Raue, J. Raux, S. M. Rayner, A. Reimer, O. Reimer, J. Ripken, L. Rob, L. Rolland, G. Rowell, V. Sahakian, L. Saugé, S. Schlenker, R. Schlickeiser, C. Schuster, U. Schwanke, M. Siewert, H. Sol, D. Spangler, R. Steenkamp, C. Stegmann, J.-P. Tavernet, R. Terrier, C. G. Théoret, M. Tluczykont, G. Vasileiadis, C. Venter, P. Vincent, H. J. Völk, and S. J. Wagner. The H.E.S.S. Survey of the Inner Galaxy in Very High Energy Gamma Rays. *The Astrophysical Journal*, 636 :777–797, January 2006.
- [3] Z. Ahmed, D. S. Akerib, S. Arrenberg, C. N. Bailey, D. Balakishiyeva, L. Baudis, D. A. Bauer, P. L. Brink, T. Bruch, R. Bunker, B. Cabrera, D. O. Caldwell, J. Cooley, E. Do Couto E Silva, P. Cushman, M. Daal, F. Dejongh, P. di Stefano, M. R. Dragowsky, L. Duong, S. Fallows, E. Figueroa-Feliciano, J. Filippini, J. Fox, M. Fritts, S. R. Golwala, J. Hall, R. Hennings-Yeomans, S. A. Hertel, D. Holmgren, L. Hsu, M. E. Huber, O. Kamaev, M. Kiveni, M. Kos, S. W. Leman, S. Liu, R. Mahapatra, V. Mandic, K. A. McCarthy, N. Mirabolfathi, D. Moore, H. Nelson, R. W. Ogburn, A. Phipps, M. Pyle, X. Qiu, E. Ramberg, W. Rau, M. Razeti, A. Reissetter, R. Resch, T. Saab, B. Sadoulet, J. Sander, R. W. Schnee, D. N. Seitz, B. Serfass, K. M. Sundqvist, M. Tarka, P. Wikus, S. Yellin, J. Yoo, B. A. Young, and J. Zhang. Search for inelastic dark matter with the CDMS II experiment. *Physical Review D*, 83(11) :112002, June 2011.
- [4] C. P. Ahn, R. Alexandroff, C. Allende Prieto, S. F. Anderson, T. Anderton, B. H. Andrews, É. Aubourg, S. Bailey, E. Balbinot, R. Barnes, and et al. The Ninth Data Release of the Sloan Digital Sky Survey : First Spectroscopic Data from the

SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey. *The Astrophysical Journal, Supplement*, 203 :21, December 2012.

- [5] Christopher P. Ahn, Rachael Alexandroff, Carlos Allende Prieto, Scott F. Anderson, Timothy Anderton, Brett H. Andrews, Éric Aubourg, Stephen Bailey, Eduardo Balbinot, Rory Barnes, Julian Bautista, Timothy C. Beers, Alessandra Beifiori, Andreas A. Berlind, Vaishali Bhardwaj, Dmitry Bizyaev, Cullen H. Blake, Michael R. Blanton, Michael Blomqvist, John J. Bochanski, Adam S. Bolton, Arnaud Borde, Jo Bovy, W. N. Brandt, J. Brinkmann, Peter J. Brown, Joel R. Brownstein, Kevin Bundy, N. G. Busca, William Carithers, Aurelio R. Carnero, Michael A. Carr, Dana I. Casetti-Dinescu, Yanmei Chen, Cristina Chiappini, Johan Comparat, Natalia Connolly, Justin R. Crepp, Stefano Cristiani, Rupert A. C. Croft, Antonio J. Cuesta, Luiz N. da Costa, James R. A. Davenport, Kyle S. Dawson, Roland de Putter, Nathan De Lee, Timothée Delubac, Saurav Dhital, Anne Ealet, Garrett L. Ebelke, Edward M. Edmondson, Daniel J. Eisenstein, S. Escoffier, Massimiliano Esposito, Michael L. Evans, Xiaohui Fan, Bruno Femenía Castellá, Emma Fernández Alvar, Leticia D. Ferreira, N. Filiz Ak, Hayley Finley, Scott W. Fleming, Andreu Font-Ribera, Peter M. Frinchaboy, D. A. García-Hernández, A. E. García Pérez, Jian Ge, R. Génova-Santos, Bruce A. Gillespie, Léo Girardi, Jonay I. González Hernández, Eva K. Grebel, James E. Gunn, Hong Guo, Daryl Haggard, Jean-Christophe Hamilton, David W. Harris, Suzanne L. Hawley, Frederick R. Hearty, Shirley Ho, David W. Hogg, Jon A. Holtzman, Klaus Honscheid, J. Huehnerhoff, Inese I. Ivans, Željko Ivezić, Heather R. Jacobson, Linhua Jiang, Jonas Johansson, Jennifer A. Johnson, Guinevere Kauffmann, David Kirkby, Jessica A. Kirkpatrick, Mark A. Klaene, Gillian R. Knapp, Jean-Paul Kneib, Jean-Marc Le Goff, Alexie Leauthaud, Khee-Gan Lee, Young Sun Lee, Daniel C. Long, Craig P. Loomis, Sara Lucatello, Britt Lundgren, Robert H. Lupton, Bo Ma, Zhibo Ma, Nicholas MacDonald, Claude E. Mack, Suvrath Mahadevan, Marcio A. G. Maia, Steven R. Majewski, Martin Makler, Elena Malanushenko, Viktor Malanushenko, A. Manchado, Rachel Mandelbaum, Marc Manera, Claudia Maraston, Daniel Margala, Sarah L. Martell, Cameron K. McBride, Ian D. McGreer, Richard G. McMahon, Brice Ménard, Sz. Meszaros, Jordi Miralda-Escudé, Antonio D. Montero-Dorta, Francesco Montesano, Heather L. Morrison, Demitri Muna, Jeffrey A. Munn, Hitoshi Murayama, Adam D. Myers, A. F. Neto, Duy Cuong Nguyen, Robert C. Nichol, David L. Nidever, Pasquier Noterdaeme, Sebastián E. Nuza, Ricardo L. C. Ogando, Matthew D. Olmstead, Daniel J. Oravetz, Russell Owen, Nikhil Padmanabhan, Nathalie Palanque-Delabrouille, Kaike Pan, John K. Parejko, Prachi Parihar, Isabelle Pâris, Petchara Pattarakijwanich, Joshua Pepper, Will J. Percival, Ismael Pérez-Fournon, Ignasi Pérez-Ràfols, Patrick Petitjean, Janine Pforr, Matthew M. Pieri, Marc H. Pinsonneault, G. F. Porto de Mello, Francisco Prada, Adrian M. Price-Whelan, M. Jordan Raddick, Rafael Rebolo, James Rich, Gordon T. Richards, Annie C. Robin, Helio J. Rocha-Pinto, Constance M. Rockosi, Natalie A. Roe, Ashley J. Ross, Nicholas P. Ross, Graziano Rossi, J. A. Rubiño-Martín, Lado Samushia, J. Sanchez Almeida, Ariel G. Sánchez, Basilio Santiago, Conor Sayres, David J. Schlegel, Katharine J. Schlesinger, Sarah J. Schmidt, Donald P. Schneider, Mathias Schultheis, Axel D. Schwöpe, C. G. Scóccola, Uros Seljak, Erin Sheldon, Yue Shen, Yiping Shu, Jennifer Simmerer, Audrey E. Simmons, Ramin A. Skibba, M. F. Skrutskie, A. Slosar, Flavia Sobreira, Jennifer S.

- Sobeck, Keivan G. Stassun, Oliver Steele, Matthias Steinmetz, Michael A. Strauss, Alina Streblyanska, Nao Suzuki, Molly E. C. Swanson, Tomer Tal, Aniruddha R. Thakar, Daniel Thomas, Benjamin A. Thompson, Jeremy L. Tinker, Rita Tojeiro, Christy A. Tremonti, M. Vargas Magaña, Licia Verde, Matteo Viel, Shailendra K. Vikas, Nicole P. Vogt, David A. Wake, Ji Wang, Benjamin A. Weaver, David H. Weinberg, Benjamin J. Weiner, Andrew A. West, Martin White, John C. Wilson, John P. Wisniewski, W. M. Wood-Vasey, Brian Yanny, Christophe Yèche, Donald G. York, O. Zamora, Gail Zasowski, Idit Zehavi, Gong-Bo Zhao, Zheng Zheng, Guangtun Zhu, and Joel C. Zinn. The ninth data release of the sloan digital sky survey : First spectroscopic data from the sdss-iii baryon oscillation spectroscopic survey. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 203(2) :21, 2012.
- [6] R. W. Aikin, P. A. Ade, S. Benton, J. J. Bock, J. A. Bonetti, J. A. Brevik, C. D. Dowell, L. Duband, J. P. Filippini, S. R. Golwala, M. Halpern, V. V. Hristov, K. Irwin, J. P. Kaufman, B. G. Keating, J. M. Kovac, C. L. Kuo, A. E. Lange, C. B. Netterfield, H. T. Nguyen, R. W. Ogburn, IV, A. Orlando, C. Pryke, S. Richter, J. E. Ruhl, M. C. Runyan, C. Sheehy, S. A. Stokes, R. Sudiwala, G. P. Teply, J. E. Tolan, A. D. Turner, P. Wilson, and C. L. Wong. Optical performance of the BICEP2 Telescope at the South Pole. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7741 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, July 2010.
- [7] S. W. Allen, D. A. Rapetti, R. W. Schmidt, H. Ebeling, R. G. Morris, and A. C. Fabian. Improved constraints on dark energy from Chandra X-ray observations of the largest relaxed galaxy clusters. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 383 :879–896, January 2008.
- [8] R. A. Alpher, H. Bethe, and G. Gamow. The origin of chemical elements. *Phys. Rev.*, 73 :803–804, Apr 1948.
- [9] R. A. Alpher, H. Bethe, and G. Gamow. The Origin of Chemical Elements. *Physical Review*, 73 :803–804, April 1948.
- [10] R. A. Alpher, R. Herman, and G. A. Gamow. Thermonuclear reactions in the expanding universe. *Phys. Rev.*, 74 :1198–1199, Nov 1948.
- [11] R. A. Alpher and R. C. Herman. Remarks on the Evolution of the Expanding Universe. *Physical Review*, 75 :1089–1095, April 1949.
- [12] Ralph A. Alpher and Robert C. Herman. On the relative abundance of the elements. *Phys. Rev.*, 74 :1737–1742, Dec 1948.
- [13] A. Amblard and J.-C. Hamilton. Noise power spectrum estimation and fast map making for CMB experiments. *Astronomy & Astrophysics*, 417 :1189–1194, April 2004.
- [14] L. Anderson, E. Aubourg, S. Bailey, D. Bizyaev, M. Blanton, A. S. Bolton, J. Brinkmann, J. R. Brownstein, A. Burden, A. J. Cuesta, L. A. N. da Costa, K. S. Dawson, R. de Putter, D. J. Eisenstein, J. E. Gunn, H. Guo, J.-C. Hamilton, P. Harding, S. Ho, K. Honscheid, E. Kazin, D. Kirkby, J.-P. Kneib, A. Labatie, C. Loomis, R. H. Lupton, E. Malanushenko, V. Malanushenko, R. Mandelbaum, M. Manera, C. Maraston, C. K. McBride, K. T. Mehta, O. Mena, F. Montesano, D. Muna, R. C. Nichol, S. E. Nuza, M. D. Olmstead, D. Oravetz, N. Padmanabhan, N. Palanque-Delabrouille, K. Pan, J. Parejko, I. Pâris, W. J. Percival, P. Petitjean, F. Prada,

- B. Reid, N. A. Roe, A. J. Ross, N. P. Ross, L. Samushia, A. G. Sánchez, D. J. Schlegel, D. P. Schneider, C. G. Scóccola, H.-J. Seo, E. S. Sheldon, A. Simmons, R. A. Skibba, M. A. Strauss, M. E. C. Swanson, D. Thomas, J. L. Tinker, R. Tojeiro, M. V. Magaña, L. Verde, C. Wagner, D. A. Wake, B. A. Weaver, D. H. Weinberg, M. White, X. Xu, C. Yèche, I. Zehavi, and G.-B. Zhao. The clustering of galaxies in the SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey : baryon acoustic oscillations in the Data Release 9 spectroscopic galaxy sample. *Monthly Notices of the RAS*, 427 :3435–3467, December 2012.
- [15] L. Anderson, E. Aubourg, S. Bailey, D. Bizyaev, M. Blanton, A. S. Bolton, J. Brinkmann, J. R. Brownstein, A. Burden, A. J. Cuesta, L. A. N. da Costa, K. S. Dawson, R. de Putter, D. J. Eisenstein, J. E. Gunn, H. Guo, J.-C. Hamilton, P. Harding, S. Ho, K. Honscheid, E. Kazin, D. Kirkby, J.-P. Kneib, A. Labatie, C. Loomis, R. H. Lupton, E. Malanushenko, V. Malanushenko, R. Mandelbaum, M. Manera, C. Maraston, C. K. McBride, K. T. Mehta, O. Mena, F. Montesano, D. Muna, R. C. Nichol, S. E. Nuza, M. D. Olmstead, D. Oravetz, N. Padmanabhan, N. Palanque-Delabrouille, K. Pan, J. Parejko, I. Pâris, W. J. Percival, P. Petitjean, F. Prada, B. Reid, N. A. Roe, A. J. Ross, N. P. Ross, L. Samushia, A. G. Sánchez, D. J. Schlegel, D. P. Schneider, C. G. Scóccola, H.-J. Seo, E. S. Sheldon, A. Simmons, R. A. Skibba, M. A. Strauss, M. E. C. Swanson, D. Thomas, J. L. Tinker, R. Tojeiro, M. V. Magaña, L. Verde, C. Wagner, D. A. Wake, B. A. Weaver, D. H. Weinberg, M. White, X. Xu, C. Yèche, I. Zehavi, and G.-B. Zhao. The clustering of galaxies in the SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey : baryon acoustic oscillations in the Data Release 9 spectroscopic galaxy sample. *Monthly Notices of the RAS*, 427 :3435–3467, December 2012.
- [16] L. Anderson, E. Aubourg, S. Bailey, D. Bizyaev, M. Blanton, A. S. Bolton, J. Brinkmann, J. R. Brownstein, A. Burden, A. J. Cuesta, L. A. N. da Costa, K. S. Dawson, R. de Putter, D. J. Eisenstein, J. E. Gunn, H. Guo, J.-C. Hamilton, P. Harding, S. Ho, K. Honscheid, E. Kazin, D. Kirkby, J.-P. Kneib, A. Labatie, C. Loomis, R. H. Lupton, E. Malanushenko, V. Malanushenko, R. Mandelbaum, M. Manera, C. Maraston, C. K. McBride, K. T. Mehta, O. Mena, F. Montesano, D. Muna, R. C. Nichol, S. E. Nuza, M. D. Olmstead, D. Oravetz, N. Padmanabhan, N. Palanque-Delabrouille, K. Pan, J. Parejko, I. Pâris, W. J. Percival, P. Petitjean, F. Prada, B. Reid, N. A. Roe, A. J. Ross, N. P. Ross, L. Samushia, A. G. Sánchez, D. J. Schlegel, D. P. Schneider, C. G. Scóccola, H.-J. Seo, E. S. Sheldon, A. Simmons, R. A. Skibba, M. A. Strauss, M. E. C. Swanson, D. Thomas, J. L. Tinker, R. Tojeiro, M. V. Magaña, L. Verde, C. Wagner, D. A. Wake, B. A. Weaver, D. H. Weinberg, M. White, X. Xu, C. Yèche, I. Zehavi, and G.-B. Zhao. The clustering of galaxies in the SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey : baryon acoustic oscillations in the Data Release 9 spectroscopic galaxy sample. *Monthly Notices of the RAS*, 427 :3435–3467, December 2012.
- [17] E. Aprile, M. Alfonsi, K. Arisaka, F. Arneodo, C. Balan, L. Baudis, B. Bauermeister, A. Behrens, P. Beltrame, K. Bokeloh, E. Brown, G. Bruno, R. Budnik, J. M. R. Cardoso, W.-T. Chen, B. Choi, D. Cline, A. P. Colijn, H. Contreras, J. P. Cussonneau, M. P. Decowski, E. Duchovni, S. Fattori, A. D. Ferella, W. Fulgione, F. Gao, M. Garbini, C. Ghag, K.-L. Giboni, L. W. Goetzke, C. Grignon, E. Gross, W. Hampel, F. Kaether, A. Kish, J. Lamblin, H. Landsman, R. F. Lang, M. Le Calloch, C. Levy, K. E. Lim, Q. Lin, S. Lindemann, M. Lindner, J. A. M. Lopes,

- K. Lung, T. Marrodán Undagoitia, F. V. Massoli, A. J. Melgarejo Fernandez, Y. Meng, A. Molinario, E. Nativ, K. Ni, U. Oberlack, S. E. A. Orrigo, E. Pantic, R. Persiani, G. Plante, N. Priel, A. Rizzo, S. Rosendahl, J. M. F. dos Santos, G. Sartorelli, J. Schreiner, M. Schumann, L. Scotto Lavina, P. R. Scovell, M. Selvi, P. Shagin, H. Simgen, A. Teymourian, D. Thers, O. Vitells, H. Wang, M. Weber, and C. Weinheimer. Dark Matter Results from 225 Live Days of XENON100 Data. *Physical Review Letters*, 109(18) :181301, November 2012.
- [18] D. Barkats, C. Bischoff, P. Farese, T. Gaier, J. O. Gundersen, M. M. Hedman, L. Hyatt, J. J. McMahon, D. Samtleben, S. T. Staggs, E. Stefanescu, K. Vanderlinde, and B. Winstein. Cosmic Microwave Background Polarimetry Using Correlation Receivers with the PIQUE and CAPMAP Experiments. *Astrophysical Journal, Supplement*, 159 :1–26, July 2005.
- [19] B. A. Bassett, S. Tsujikawa, and D. Wands. Inflation dynamics and reheating. *Reviews of Modern Physics*, 78 :537–589, April 2006.
- [20] D. Baumann. TASI Lectures on Inflation. *ArXiv e-prints*, July 2009.
- [21] D. Baumann, M. G. Jackson, P. Adshead, A. Amblard, A. Ashoorioon, N. Bartolo, R. Bean, M. Beltrán, F. de Bernardis, S. Bird, X. Chen, D. J. H. Chung, L. Colombo, A. Cooray, P. Creminelli, S. Dodelson, J. Dunkley, C. Dvorkin, R. Easther, F. Finelli, R. Flauger, M. P. Hertzberg, K. Jones-Smith, S. Kachru, K. Kadota, J. Khoury, W. H. Kinney, E. Komatsu, L. M. Krauss, J. Lesgourgues, A. Liddle, M. Liguori, E. Lim, A. Linde, S. Matarrese, H. Mathur, L. McAllister, A. Melchiorri, A. Nicolis, L. Pagano, H. V. Peiris, M. Peloso, L. Pogosian, E. Pierpaoli, A. Riotto, U. Seljak, L. Senatore, S. Shandera, E. Silverstein, T. Smith, P. Vaudrevange, L. Verde, B. Wandelt, D. Wands, S. Watson, M. Wyman, A. Yadav, W. Valkenburg, and M. Zaldarriaga. Probing Inflation with CMB Polarization. In S. Dodelson, D. Baumann, A. Cooray, J. Dunkley, A. Fraisse, M. G. Jackson, A. Kogut, L. Krauss, M. Zaldarriaga, and K. Smith, editors, *American Institute of Physics Conference Series*, volume 1141 of *American Institute of Physics Conference Series*, pages 10–120, June 2009.
- [22] C. L. Bennett, R. S. Hill, G. Hinshaw, D. Larson, K. M. Smith, J. Dunkley, B. Gold, M. Halpern, N. Jarosik, A. Kogut, E. Komatsu, M. Limon, S. S. Meyer, M. R. Nolte, N. Odegard, L. Page, D. N. Spergel, G. S. Tucker, J. L. Weiland, E. Wollack, and E. L. Wright. Seven-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Are There Cosmic Microwave Background Anomalies? *The Astrophysical Journal, Supplement*, 192 :17, February 2011.
- [23] C. L. Bennett, D. Larson, J. L. Weiland, N. Jarosik, G. Hinshaw, N. Odegard, K. M. Smith, R. S. Hill, B. Gold, M. Halpern, E. Komatsu, M. R. Nolte, L. Page, D. N. Spergel, E. Wollack, J. Dunkley, A. Kogut, M. Limon, S. S. Meyer, G. S. Tucker, and E. L. Wright. Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Final Maps and Results. *ArXiv e-prints*, December 2012.
- [24] C. L. Bennett, D. Larson, J. L. Weiland, N. Jarosik, G. Hinshaw, N. Odegard, K. M. Smith, R. S. Hill, B. Gold, M. Halpern, E. Komatsu, M. R. Nolte, L. Page, D. N. Spergel, E. Wollack, J. Dunkley, A. Kogut, M. Limon, S. S. Meyer, G. S. Tucker, and E. L. Wright. Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Final Maps and Results. *ArXiv e-prints*, December 2012.

- [25] A. Benoît, P. Ade, A. Amblard, R. Ansari, E. Aubourg, J. Bartlett, J.-P. Bernard, R. S. Bhatia, A. Blanchard, J. J. Bock, A. Boscaleri, F. R. Bouchet, A. Bourrachot, P. Camus, F. Couchot, P. de Bernardis, J. Delabrouille, F.-X. Désert, O. Doré, M. Douspis, L. Dumoulin, X. Dupac, P. Filliatre, K. Ganga, F. Ganaway, B. Gautier, M. Giard, Y. Giraud-Héraud, R. Gispert, L. Guglielmi, J.-C. Hamilton, S. Hanany, S. Henrot-Versillé, V. V. Hristov, J. Kaplan, G. Lagache, J.-M. Lamarre, A. E. Lange, K. Madet, B. Maffei, D. Marrone, S. Masi, J. A. Murphy, F. Naraghi, F. Nati, G. Perrin, M. Piat, J.-L. Puget, D. Santos, R. V. Sudiwala, J.-C. Vanel, D. Vibert, E. Wakui, and D. Yvon. Archeops : a high resolution, large sky coverage balloon experiment for mapping cosmic microwave background anisotropies. *Astroparticle Physics*, 17 :101–124, May 2002.
- [26] M. Betoule, J. Murriner, N. Regnault, J.-C. Cuillandre, P. Astier, J. Guy, C. Balland, P. El Hage, D. Hardin, R. Kessler, L. Le Guillou, J. Mosher, R. Pain, P.-F. Rocci, M. Sako, and K. Schahmaneche. Improved photometric calibration of the SNLS and the SDSS supernova surveys. *Astronomy and Astrophysics*, 552 :A124, April 2013.
- [27] F. Beutler, C. Blake, M. Colless, D. H. Jones, L. Staveley-Smith, G. B. Poole, L. Campbell, Q. Parker, W. Saunders, and F. Watson. The 6dF Galaxy Survey : $z=0$ measurements of the growth rate and σ_8 . *Monthly Notices of the RAS*, 423 :3430–3444, July 2012.
- [28] M.-A. Bigot-Sazy, R. Charlassier, J.-C. Hamilton, J. Kaplan, and G. Zahariade. Self-calibration : an efficient method to control systematic effects in bolometric interferometry. *Astronomy & Astrophysics*, 550 :A59, February 2013.
- [29] C. Blake, E. A. Kazin, F. Beutler, T. M. Davis, D. Parkinson, S. Brough, M. Colless, C. Contreras, W. Couch, S. Croom, D. Croton, M. J. Drinkwater, K. Forster, D. Gilbank, M. Gladders, K. Glazebrook, B. Jelliffe, R. J. Jurek, I.-H. Li, B. Madore, D. C. Martin, K. Pimbblet, G. B. Poole, M. Pracy, R. Sharp, E. Wisnioski, D. Woods, T. K. Wyder, and H. K. C. Yee. The WiggleZ Dark Energy Survey : mapping the distance-redshift relation with baryon acoustic oscillations. *Monthly Notices of the RAS*, 418 :1707–1724, December 2011.
- [30] N. W. Boggess, J. C. Mather, R. Weiss, C. L. Bennett, E. S. Cheng, E. Dwek, S. Gulkis, M. G. Hauser, M. A. Janssen, T. Kelsall, S. S. Meyer, S. H. Moseley, T. L. Murdock, R. A. Shafer, R. F. Silverberg, G. F. Smoot, D. T. Wilkinson, and E. L. Wright. The COBE mission - Its design and performance two years after launch. *Astrophysical Journal*, 397 :420–429, October 1992.
- [31] J. R. Bond, A. H. Jaffe, and L. Knox. Estimating the power spectrum of the cosmic microwave background. *Phys. Rev. D*, 57 :2117–2137, Feb 1998.
- [32] J. Borrill. MADCAP - The Microwave Anisotropy Dataset Computational Analysis Package. *ArXiv Astrophysics e-prints*, November 1999.
- [33] Julian Borrill. Madcap - the microwave anisotropy dataset computational analysis package. In *In 5th European SGI/Cray MPP Workshop*, page 9911389, 1999.
- [34] J. S. Bullock. Notes on the Missing Satellites Problem. *ArXiv e-prints*, September 2010.
- [35] E. F. Bunn. Systematic errors in cosmic microwave background interferometry. *Physical Review D*, 75(8) :083517, April 2007.

- [36] E. F. Bunn and M. White. Mosaicking with Cosmic Microwave Background Interferometers. *The astrophysical Journal*, 655 :21–29, January 2007.
- [37] E. M. Burbidge, G. R. Burbidge, W. A. Fowler, and F. Hoyle. Synthesis of the Elements in Stars. *Reviews of Modern Physics*, 29 :547–650, 1957.
- [38] N. G. Busca, T. Delubac, J. Rich, S. Bailey, A. Font-Ribera, D. Kirkby, J.-M. Le Goff, M. M. Pieri, A. Slosar, É. Aubourg, J. E. Bautista, D. Bizyaev, M. Blomqvist, A. S. Bolton, J. Bovy, H. Brewington, A. Borde, J. Brinkmann, B. Carithers, R. A. C. Croft, K. S. Dawson, G. Ebelke, D. J. Eisenstein, J.-C. Hamilton, S. Ho, D. W. Hogg, K. Honscheid, K.-G. Lee, B. Lundgren, E. Malanushenko, V. Malanushenko, D. Margala, C. Maraston, K. Mehta, J. Miralda-Escudé, A. D. Myers, R. C. Nichol, P. Noterdaeme, M. D. Olmstead, D. Oravetz, N. Palanque-DeLabrouille, K. Pan, I. Pâris, W. J. Percival, P. Petitjean, N. A. Roe, E. Rollinde, N. P. Ross, G. Rossi, D. J. Schlegel, D. P. Schneider, A. Sheldon, E. S. Sheldon, A. Simmons, S. Snedden, J. L. Tinker, M. Viel, B. A. Weaver, D. H. Weinberg, M. White, C. Yèche, and D. G. York. Baryon acoustic oscillations in the Ly α forest of BOSS quasars. *Astronomy and Astrophysics*, 552 :A96, April 2013.
- [39] H. Campbell, C. B. D’Andrea, R. C. Nichol, M. Sako, M. Smith, H. Lampeitl, M. D. Olmstead, B. Bassett, R. Biswas, P. Brown, D. Cinabro, K. S. Dawson, B. Dilday, R. J. Foley, J. A. Frieman, P. Garnavich, R. Hlozek, S. W. Jha, S. Kuhlmann, M. Kunz, J. Marriner, R. Miquel, M. Richmond, A. Riess, D. P. Schneider, J. Sollerman, M. Taylor, and G.-B. Zhao. Cosmology with Photometrically Classified Type Ia Supernovae from the SDSS-II Supernova Survey. *Astrophysical Journal*, 763 :88, February 2013.
- [40] John E. Carlstrom, Marshall Joy, and Laura Grego. Interferometric imaging of the sunyaev-zeldovich effect at 30 ghz. *The Astrophysical Journal Letters*, 456(2) :L75, 1996.
- [41] R. Charlassier. *Thèse Mesure des anisotropies de polarisation du fond diffus cosmologique avec l’interféromètre bolométrique QUBIC*. 2010.
- [42] R. Charlassier, E. F. Bunn, J. . Hamilton, J. Kaplan, and S. Malu. Bandwidth in bolometric interferometry. *ArXiv e-prints*, October 2009.
- [43] R. Charlassier, J.-C. Hamilton, É. Bréelle, A. Ghribi, Y. Giraud-Héraud, J. Kaplan, M. Piat, and D. Prêle. An efficient phase-shifting scheme for bolometric additive interferometry. *Astronomy & Astrophysics*, 497 :963–971, April 2009.
- [44] R. Charlassier, J.-C. Hamilton, É. Bréelle, A. Ghribi, Y. Giraud-Héraud, J. Kaplan, M. Piat, and D. Prêle. An efficient phase-shifting scheme for bolometric additive interferometry. *Astronomy & Astrophysics*, 497 :963–971, April 2009.
- [45] H. C. Chiang, P. A. R. Ade, D. Barkats, J. O. Battle, E. M. Bierman, J. J. Bock, C. D. Dowell, L. Duband, E. F. Hivon, W. L. Holzapfel, V. V. Hristov, W. C. Jones, B. G. Keating, J. M. Kovac, C. L. Kuo, A. E. Lange, E. M. Leitch, P. V. Mason, T. Matsumura, H. T. Nguyen, N. Ponthieu, C. Pryke, S. Richter, G. Rocha, C. Sheehy, Y. D. Takahashi, J. E. Tolan, and K. W. Yoon. Measurement of Cosmic Microwave Background Polarization Power Spectra from Two Years of BICEP Data. *Astrophysical Journal*, 711 :1123–1140, March 2010.
- [46] J. Chluba and R. A. Sunyaev. The evolution of CMB spectral distortions in the early Universe. *Monthly Notices of the RAS*, 419 :1294–1314, January 2012.

- [47] T. Clifton, P. G. Ferreira, A. Padilla, and C. Skordis. Modified gravity and cosmology. *Physics Reports*, 513 :1–189, March 2012.
- [48] D. Clowe, M. Bradač, A. H. Gonzalez, M. Markevitch, S. W. Randall, C. Jones, and D. Zaritsky. A Direct Empirical Proof of the Existence of Dark Matter. *Astrophysical Journal, Letters*, 648 :L109–L113, September 2006.
- [49] QUIET Collaboration, C. Bischoff, A. Brizius, I. Buder, Y. Chinone, K. Cleary, R. N. Dumoulin, A. Kusaka, R. Monsalve, S. K. Næss, L. B. Newburgh, R. Reeves, K. M. Smith, I. K. Wehus, J. A. Zuntz, J. T. L. Zwart, L. Bronfman, R. Bustos, S. E. Church, C. Dickinson, H. K. Eriksen, P. G. Ferreira, T. Gaier, J. O. Gundersen, M. Hasegawa, M. Hazumi, K. M. Huffenberger, M. E. Jones, P. Kangaslahti, D. J. Kapner, C. R. Lawrence, M. Limon, J. May, J. J. McMahon, A. D. Miller, H. Nguyen, G. W. Nixon, T. J. Pearson, L. Piccirillo, S. J. E. Radford, A. C. S. Readhead, J. L. Richards, D. Samtleben, M. Seiffert, M. C. Shepherd, S. T. Staggs, O. Tajima, K. L. Thompson, K. Vanderlinde, R. Williamson, and B. Winstein. First season quiet observations : Measurements of cosmic microwave background polarization power spectra at 43 ghz in the multipole range $25 \leq l \leq 475$. *The Astrophysical Journal*, 741(2) :111, 2011.
- [50] M. Colless, B. A. Peterson, C. Jackson, J. A. Peacock, S. Cole, P. Norberg, I. K. Baldry, C. M. Baugh, J. Bland-Hawthorn, T. Bridges, R. Cannon, C. Collins, W. Couch, N. Cross, G. Dalton, R. De Propris, S. P. Driver, G. Efstathiou, R. S. Ellis, C. S. Frenk, K. Glazebrook, O. Lahav, I. Lewis, S. Lumsden, S. Maddox, D. Madgwick, W. Sutherland, and K. Taylor. The 2dF Galaxy Redshift Survey : Final Data Release. *ArXiv Astrophysics e-prints*, June 2003.
- [51] A. Conley, J. Guy, M. Sullivan, N. Regnault, P. Astier, C. Balland, S. Basa, R. G. Carlberg, D. Fouchez, D. Hardin, I. M. Hook, D. A. Howell, R. Pain, N. Palanque-Delabrouille, K. M. Perrett, C. J. Pritchet, J. Rich, V. Ruhlmann-Kleider, D. Balam, S. Baumont, R. S. Ellis, S. Fabbro, H. K. Fakhouri, N. Fourmanoit, S. González-Gaitán, M. L. Graham, M. J. Hudson, E. Hsiao, T. Kronborg, C. Lidman, A. M. Mourao, J. D. Neill, S. Perlmutter, P. Ripoche, N. Suzuki, and E. S. Walker. Supernova Constraints and Systematic Uncertainties from the First Three Years of the Supernova Legacy Survey. *Astrophysical Journal, Supplement*, 192 :1, January 2011.
- [52] B. E. Corey and D. T. Wilkinson. A Measurement of the Cosmic Microwave Background Anisotropy at 19 GHz. In *Bulletin of the American Astronomical Society*, volume 8 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 351, March 1976.
- [53] J. Cui, J. Bechtold, J. Ge, and D. M. Meyer. Molecular Hydrogen in the Damped Ly α Absorber of Q1331+170. *Astrophysical Journal*, 633 :649–663, November 2005.
- [54] T. M. Davis and C. H. Lineweaver. Expanding Confusion : Common Misconceptions of Cosmological Horizons and the Superluminal Expansion of the Universe. *Publications of the Astron. Soc. of Australia*, 21 :97–109, 2004.
- [55] K. S. Dawson, W. L. Holzapfel, J. E. Carlstrom, M. Joy, S. J. LaRoque, A. D. Miller, and D. Nagai. Measurement of Arcminute-Scale Cosmic Microwave Background Anisotropy with the Berkeley-Illinois-Maryland Association Array. *The Astrophysical Journal*, 581 :86–95, December 2002.

- [56] P. de Bernardis, P. A. R. Ade, J. J. Bock, J. R. Bond, J. Borrill, A. Boscaleri, K. Coble, B. P. Crill, G. de Gasperis, G. de Troia, P. C. Farese, P. G. Ferreira, K. Ganga, M. Giacometti, E. Hivon, V. V. Hristov, A. Iacoangeli, A. H. Jaffe, A. E. Lange, L. Martinis, S. Masi, P. Mason, P. D. Mauskopf, A. Melchiorri, L. Miglio, T. Montroy, C. B. Netterfield, E. Pascale, F. Piacentini, D. Pogosyan, F. Pongetti, S. Prunet, S. Rao, G. Romeo, J. E. Ruhl, F. Scaramuzzi, D. Sforna, and N. Vittorio. First results from the BOOMERanG experiment. In R. Durrer, J. Garcia-Bellido, and M. Shaposhnikov, editors, *Cosmology and Particle Physics*, volume 555 of *American Institute of Physics Conference Series*, pages 85–94, February 2001.
- [57] P. de Bernardis, P. A. R. Ade, J. J. Bock, J. R. Bond, J. Borrill, A. Boscaleri, K. Coble, B. P. Crill, G. De Gasperis, P. C. Farese, P. G. Ferreira, K. Ganga, M. Giacometti, E. Hivon, V. V. Hristov, A. Iacoangeli, A. H. Jaffe, A. E. Lange, L. Martinis, S. Masi, P. V. Mason, P. D. Mauskopf, A. Melchiorri, L. Miglio, T. Montroy, C. B. Netterfield, E. Pascale, F. Piacentini, D. Pogosyan, S. Prunet, S. Rao, G. Romeo, J. E. Ruhl, F. Scaramuzzi, D. Sforna, and N. Vittorio. A flat Universe from high-resolution maps of the cosmic microwave background radiation. *Nature*, 404 :955–959, April 2000.
- [58] F.-X. Desert, F. Boulanger, and J. L. Puget. Interstellar dust models for extinction and emission. *Astronomy & Astrophysics*, 237 :215–236, October 1990.
- [59] R. H. Dicke, P. J. E. Peebles, P. G. Roll, and D. T. Wilkinson. Cosmic Black-Body Radiation. *Astrophysical Journal*, keywords = *Big Bang*, year = 1965, month = jul, volume = 142, pages = 414-419, doi = 10.1086/148306, adsurl = <http://adsabs.harvard.edu/abs/1965ApJ...142..414D>, adsnote = *Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System*.
- [60] C. Dickinson, R. A. Battye, P. Carreira, K. Cleary, R. D. Davies, R. J. Davis, R. Genova-Santos, K. Grainge, C. M. Gutiérrez, Y. A. Hafez, M. P. Hobson, M. E. Jones, R. Kneissl, K. Lancaster, A. Lasenby, J. P. Leahy, K. Maisinger, C. Ödman, G. Pooley, N. Rajguru, R. Rebolo, J. A. Rubiño-Martin, R. D. E. Saunders, R. S. Savage, A. Scaife, P. F. Scott, A. Slosar, P. Sosa Molina, A. C. Taylor, D. Titterton, E. Waldram, R. A. Watson, and A. Wilkinson. High-sensitivity measurements of the cosmic microwave background power spectrum with the extended Very Small Array. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 353 :732–746, September 2004.
- [61] C. Dickinson, R. D. Davies, and R. J. Davis. Towards a free-free template for CMB foregrounds. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 341 :369–384, May 2003.
- [62] C. Dragone. *IEEE Trans. Ant. Prop.*, AP-30, No. 3, 331, 1982.
- [63] C. Dragone and D.C. Hogg. *IEEE Trans. Ant. Prop.*, AP-22, 472, 1974.
- [64] EDELWEISS Collaboration, E. Armengaud, C. Augier, A. Benoit, L. Berge, J. Blumer, A. Broniatowski, V. Brudanin, B. Censier, G. Chardin, M. Chapelier, F. Charlieux, P. Coulter, G. A. Cox, X. Defay, M. de Jesus, Y. Dolgorouki, J. Domange, L. Dumoulin, K. Eitel, D. Filosofov, N. Fourches, J. Gascon, G. Gerbier, J. Gironnet, M. Gros, S. Henry, S. Herve, A. Juillard, H. Kluck, V. Kozlov, H. Kraus, V. A. Kudryavtsev, P. Loaiza, S. Marnieros, X.-F. Navick, C. Nones, E. Olivieri, P. Pari, L. Pattavina, B. Paul, M. Robinson, S. Rozov, V. Sanglard,

- B. Schmidt, S. Scorza, S. Semikh, A. S. Torrento-Coello, L. Vagneron, M.-A. Verdier, R. J. Walker, and E. Yakushev. Final results of the EDELWEISS-II WIMP search using a 4-kg array of cryogenic germanium detectors with interleaved electrodes. *Physics Letters B*, 702 :329–335, August 2011.
- [65] D. J. Eisenstein, D. H. Weinberg, E. Agol, H. Aihara, C. Allende Prieto, S. F. Anderson, J. A. Arns, É. Aubourg, S. Bailey, E. Balbinot, and et al. SDSS-III : Massive Spectroscopic Surveys of the Distant Universe, the Milky Way, and Extra-Solar Planetary Systems. *Astrophysical Journal*, 142 :72, September 2011.
- [66] T. Erben, H. Hildebrandt, L. Miller, L. van Waerbeke, C. Heymans, H. Hoekstra, T. D. Kitching, Y. Mellier, J. Benjamin, C. Blake, C. Bonnett, O. Cordes, J. Coupon, L. Fu, R. Gavazzi, B. Gillis, E. Grocutt, S. D. J. Gwyn, K. Holhjem, M. J. Hudson, M. Kilbinger, K. Kuijken, M. Milkeraitis, B. T. P. Rowe, T. Schrabback, E. Semboloni, P. Simon, M. Smit, O. Toader, S. Vafaei, E. van Uitert, and M. Velander. CFHTLenS : The Canada-France-Hawaii Telescope Lensing Survey - Imaging Data and Catalogue Products. *ArXiv e-prints*, October 2012.
- [67] T. Essinger-Hileman, J. W. Appel, J. A. Beall, H. M. Cho, J. Fowler, M. Halpern, M. Hasselfield, K. D. Irwin, T. A. Marriage, M. D. Niemack, L. Page, L. P. Parker, S. Pufu, S. T. Staggs, O. Stryzak, C. Visnjic, K. W. Yoon, and Y. Zhao. The Atacama B-Mode Search : CMB Polarimetry with Transition-Edge-Sensor Bolometers. *ArXiv e-prints*, August 2010.
- [68] R. Fabbri, I. Guidi, F. Melchiorri, and V. Natale. Measurement of the cosmic-background large-scale anisotropy in the millimetric region. *Phys. Rev. Lett.*, 45 :401–401, Aug 1980.
- [69] B. Famaey and S. S. McGaugh. Modified Newtonian Dynamics (MOND) : Observational Phenomenology and Relativistic Extensions. *Living Reviews in Relativity*, 15 :10, September 2012.
- [70] P. C. Farese, G. dall’Oglio, J. Gundersen, B. Keating, S. Klawikowski, L. Knox, A. Levy, C. O’dell, A. Peel, L. Piccirillo, J. Ruhl, and P. Timbie. COMPASS : an instrument for measuring the polarization of the CMB on intermediate angular scales. *New Astronomy Review*, 47 :1033–1046, December 2003.
- [71] J. W. Fowler, W. B. Doriese, T. A. Marriage, H. T. Tran, A. M. Aboobaker, C. Dumont, M. Halpern, Z. D. Kermish, Y.-S. Loh, L. A. Page, S. T. Staggs, and D. H. Wesley. Cosmic Microwave Background Observations with a Compact Heterogeneous 150 GHz Interferometer in Chile. *Astrophysical Journal, Supplement*, 156 :1–11, January 2005.
- [72] W. L. Freedman, B. F. Madore, B. K. Gibson, L. Ferrarese, D. D. Kelson, S. Sakai, J. R. Mould, R. C. Kennicutt, Jr., H. C. Ford, J. A. Graham, J. P. Huchra, S. M. G. Hughes, G. D. Illingworth, L. M. Macri, and P. B. Stetson. Final Results from the Hubble Space Telescope Key Project to Measure the Hubble Constant. *Astrophysical Journal*, 553 :47–72, May 2001.
- [73] J. Ge, J. Bechtold, and J. H. Black. A New Measurement of the Cosmic Microwave Background Radiation Temperature at $Z = 1.97$. *Astrophysical Journal*, 474 :67, January 1997.
- [74] M.J. Geller and J.P. Huchra. Mapping the universe. *Science*, 246(4932) :897–903, 1989.

-
- [75] A. Ghribi, A. Tartari, S. Galli, M. Piat, E. Breille, J.-C. Hamilton, S. Spinelli, M. Gervasi, and M. Zannoni. A demonstrator for bolometric interferometry. *ArXiv e-prints*, February 2009.
- [76] N. Y. Gnedin and O. Y. Gnedin. Cosmological Neutrino Background Revisited. *Astrophysical Journal*, 509 :11–15, December 1998.
- [77] Paul S. Goldsmith. *CMB Telescopes and Optical Systems*. 1998.
- [78] K. M. Górski, E. Hivon, A. J. Banday, B. D. Wandelt, F. K. Hansen, M. Reinecke, and M. Bartelmann. HEALPix : A Framework for High-Resolution Discretization and Fast Analysis of Data Distributed on the Sphere. *Astrophysical Journal*, 622 :759–771, April 2005.
- [79] J. Grain, M. Tristram, and R. Stompor. Polarized CMB power spectrum estimation using the pure pseudo-cross-spectrum approach. *Physical Review D : Particles, Fields, Gravitation and Cosmology*, 79(12) :123515, June 2009.
- [80] K. Grainge, P. Carreira, K. Cleary, R. D. Davies, R. J. Davis, C. Dickinson, R. Genova-Santos, C. M. Gutiérrez, Y. A. Hafez, M. P. Hobson, M. E. Jones, R. Kneissl, K. Lancaster, A. Lasenby, J. P. Leahy, K. Maisinger, G. G. Pooley, R. Rebolo, J. A. Rubiño-Martin, P. J. Sosa Molina, C. Ödman, B. Rusholme, R. D. E. Saunders, R. Savage, P. F. Scott, A. Slosar, A. C. Taylor, D. Titterton, E. Waldram, R. A. Watson, and A. Wilkinson. The cosmic microwave background power spectrum out to $l=1400$ measured by the Very Small Array. *Monthly Notices of the RAS*, 341 :L23–L28, June 2003.
- [81] B. R. Granett, M. C. Neyrinck, and I. Szapudi. An Imprint of Superstructures on the Microwave Background due to the Integrated Sachs-Wolfe Effect. *Astrophysical Journal, Letters*, 683 :L99–L102, August 2008.
- [82] J. E. Gunn and B. A. Peterson. On the Density of Neutral Hydrogen in Intergalactic Space. *Astrophysical Journal*, 142 :1633–1641, November 1965.
- [83] N. W. Halverson, E. M. Leitch, C. Pryke, J. Kovac, J. E. Carlstrom, W. L. Holzapfel, M. Dragovan, J. K. Cartwright, B. S. Mason, S. Padin, T. J. Pearson, A. C. S. Readhead, and M. C. Shepherd. Degree Angular Scale Interferometer First Results : A Measurement of the Cosmic Microwave Background Angular Power Spectrum. *The Astrophysical Journal*, 568 :38–45, March 2002.
- [84] J. . Hamilton. CMB map-making and power spectrum estimation. *ArXiv Astrophysics e-prints*, October 2003.
- [85] J.-C. Hamilton, R. Charlassier, C. Cressiot, J. Kaplan, M. Piat, and C. Rosset. Sensitivity of a bolometric interferometer to the cosmic microwave background power spectrum. *Astronomy & Astrophysics*, 491 :923–927, December 2008.
- [86] S. Hanany, M. D. Niemack, and L. Page. *CMB Telescopes and Optical Systems*, page 431. 2013.
- [87] D. D. Harari and M. Zaldarriaga. Polarization of the microwave background in inflationary cosmology. *Physics Letters B*, 319 :96–103, December 1993.
- [88] D. L. Harrison, J. A. Rubiño-Martin, S. J. Melhuish, R. A. Watson, R. D. Davies, R. Rebolo, R. J. Davis, C. M. Gutiérrez, and J. F. Macias-Perez. A measurement at the first acoustic peak of the cosmic microwave background with the 33-GHz interferometer. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 316 :L24–L28, August 2000.

- [89] M. Hazumi, J. Borrill, Y. Chinone, M. A. Dobbs, H. Fuke, A. Ghribi, M. Hasegawa, K. Hattori, M. Hattori, W. L. Holzapfel, Y. Inoue, K. Ishidoshio, H. Ishino, K. Karatsu, N. Katayama, I. Kawano, A. Kibayashi, Y. Kibe, N. Kimura, K. Koga, E. Komatsu, A. T. Lee, H. Matsuhara, T. Matsumura, S. Mima, K. Mitsuda, H. Morii, S. Murayama, M. Nagai, R. Nagata, S. Nakamura, K. Natsume, H. Nishino, A. Noda, T. Noguchi, I. Ohta, C. Otani, P. L. Richards, S. Sakai, N. Sato, Y. Sato, Y. Sekimoto, A. Shimizu, K. Shinozaki, H. Sugita, A. Suzuki, T. Suzuki, O. Tajima, S. Takada, Y. Takagi, Y. Takei, T. Tomaru, Y. Uzawa, H. Watanabe, N. Yamasaki, M. Yoshida, T. Yoshida, and K. Yotsumoto. LiteBIRD : a small satellite for the study of B-mode polarization and inflation from cosmic background radiation detection. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 8442 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, September 2012.
- [90] C. Heymans, L. Van Waerbeke, L. Miller, T. Erben, H. Hildebrandt, H. Hoekstra, T. D. Kitching, Y. Mellier, P. Simon, C. Bonnett, J. Coupon, L. Fu, J. Harnois Déraps, M. J. Hudson, M. Kilbinger, K. Kuijken, B. Rowe, T. Schrabback, E. Semboloni, E. van Uitert, S. Vafaei, and M. Velander. CFHTLenS : the Canada-France-Hawaii Telescope Lensing Survey. *Monthly Notices of the RAS*, 427 :146–166, November 2012.
- [91] G. Hinshaw, M. R. Nolta, C. L. Bennett, R. Bean, O. Doré, M. R. Greason, M. Halpern, R. S. Hill, N. Jarosik, A. Kogut, E. Komatsu, M. Limon, N. Odegard, S. S. Meyer, L. Page, H. V. Peiris, D. N. Spergel, G. S. Tucker, L. Verde, J. L. Weiland, E. Wollack, and E. L. Wright. Three-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Temperature Analysis. *The Astrophysical Journal, Supplement*, 170 :288–334, June 2007.
- [92] G. Hinshaw, D. N. Spergel, L. Verde, R. S. Hill, S. S. Meyer, C. Barnes, C. L. Bennett, M. Halpern, N. Jarosik, A. Kogut, E. Komatsu, M. Limon, L. Page, G. S. Tucker, J. L. Weiland, E. Wollack, and E. L. Wright. First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : The Angular Power Spectrum. *Astrophysical Journal, Supplement*, 148 :135–159, September 2003.
- [93] E. Hivon, K. M. Górski, C. B. Netterfield, B. P. Crill, S. Prunet, and F. Hansen. MASTER of the Cosmic Microwave Background Anisotropy Power Spectrum : A Fast Method for Statistical Analysis of Large and Complex Cosmic Microwave Background Data Sets. *Astrophysical Journal*, 567 :2–17, March 2002.
- [94] J. A. Högbom. Aperture Synthesis with a Non-Regular Distribution of Interferometer Baselines. *Astronomy and Astrophysics, Supplement*, 15 :417, June 1974.
- [95] Wayne Hu, Matthew M. Hedman, and Matias Zaldarriaga. Benchmark parameters for cmb polarization experiments. *Phys. Rev. D*, 67 :043004, Feb 2003.
- [96] E. Hubble. A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae. *Proceedings of the National Academy of Science*, 15 :168–173, March 1929.
- [97] E. P. Hubble. The Observational Approach to Cosmology. *Clarendon Press, Oxford*, 1937.
- [98] D. H. Jones, M. A. Read, W. Saunders, M. Colless, T. Jarrett, Q. A. Parker, A. P. Fairall, T. Mauch, E. M. Sadler, F. G. Watson, D. Burton, L. A. Campbell,

- P. Cass, S. M. Croom, J. Dawe, K. Fiegert, L. Frankcombe, M. Hartley, J. Huchra, D. James, E. Kirby, O. Lahav, J. Lucey, G. A. Mamon, L. Moore, B. A. Peterson, S. Prior, D. Proust, K. Russell, V. Safouris, K.-I. Wakamatsu, E. Westra, and M. Williams. The 6dF Galaxy Survey : final redshift release (DR3) and southern large-scale structures. *Monthly Notices of the RAS*, 399 :683–698, October 2009.
- [99] M. Jones, R. Saunders, P. Alexander, M. Birkinshaw, N. Dilon, K. Grainge, S. Hancock, A. Lasenby, D. Lefebvre, and G. Pooley. An image of the Sunyaev-Zel'dovich effect. *Nature*, 365 :320–323, September 1993.
- [100] R. Clark Jones. A new calculus for the treatment of optical systems. iv. *J. Opt. Soc. Am.*, 32(8) :486–493, Aug 1942.
- [101] N. Kaiser. On the spatial correlations of Abell clusters. *Astrophysical Journal, Letters*, 284 :L9–L12, September 1984.
- [102] M. Kamionkowski, A. Kosowsky, and A. Stebbins. Statistics of cosmic microwave background polarization. *Physical Review D*, 55 :7368–7388, June 1997.
- [103] J. Kaplan. Polarisation du CMB comme information complémentaire aux anisotropies. *Comptes Rendus Physique*, 4 :917–924, October 2003.
- [104] S. Kazemi, S. Yatawatta, and S. Zaroubi. Clustered Radio Interferometric Calibration. *ArXiv e-prints*, May 2011.
- [105] B. G. Keating, C. W. O'Dell, J. O. Gundersen, L. Piccirillo, N. C. Stebor, and P. T. Timbie. An Instrument for Investigating the Large Angular Scale Polarization of the Cosmic Microwave Background. *Astrophysical Journal, Supplement*, 144 :1–20, January 2003.
- [106] Z. D. Kermish, P. Ade, A. Anthony, K. Arnold, D. Barron, D. Boettger, J. Borrill, S. Chapman, Y. Chinone, M. A. Dobbs, J. Errard, G. Fabbian, D. Flanigan, G. Fuller, A. Ghribi, W. Grainger, N. Halverson, M. Hasegawa, K. Hattori, M. Hazumi, W. L. Holzapfel, J. Howard, P. Hyland, A. Jaffe, B. Keating, T. Kisner, A. T. Lee, M. Le Jeune, E. Linder, M. Lungu, F. Matsuda, T. Matsumura, X. Meng, N. J. Miller, H. Morii, S. Moyerman, M. J. Myers, H. Nishino, H. Paar, E. Quealy, C. L. Reichardt, P. L. Richards, C. Ross, A. Shimizu, M. Shimon, C. Shimmin, M. Sholl, P. Siritanasak, H. Spieler, N. Stebor, B. Steinbach, R. Stompor, A. Suzuki, T. Tomaru, C. Tucker, and O. Zahn. The POLARBEAR experiment. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 8452 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, September 2012.
- [107] R. Khatri and R. A. Sunyaev. Beyond γ and μ : the shape of the CMB spectral distortions in the intermediate epoch. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 9 :16, September 2012.
- [108] K. Kim, L. Mandel, and E. Wolf. Relationship between Jones and Mueller matrices for random media. *Journal of the Optical Society of America A*, 4 :433–437, March 1987.
- [109] A. Kogut, J. Dunkley, C. L. Bennett, O. Doré, B. Gold, M. Halpern, G. Hinshaw, N. Jarosik, E. Komatsu, M. R. Nolta, N. Odegard, L. Page, D. N. Spergel, G. S. Tucker, J. L. Weiland, E. Wollack, and E. L. Wright. Three-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Foreground Polarization. *The astrophysical Journal*, 665 :355–362, August 2007.

- [110] A. Kogut, D. J. Fixsen, D. T. Chuss, J. Dotson, E. Dwek, M. Halpern, G. F. Hinshaw, S. M. Meyer, S. H. Moseley, M. D. Seiffert, D. N. Spergel, and E. J. Wollack. The Primordial Inflation Explorer (PIXIE) : a nulling polarimeter for cosmic microwave background observations. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 7 :25, July 2011.
- [111] E. Komatsu, K. M. Smith, J. Dunkley, C. L. Bennett, B. Gold, G. Hinshaw, N. Jarosik, D. Larson, M. R. Nolta, L. Page, D. N. Spergel, M. Halpern, R. S. Hill, A. Kogut, M. Limon, S. S. Meyer, N. Odegard, G. S. Tucker, J. L. Weiland, E. Wollack, and E. L. Wright. Seven-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Cosmological Interpretation. *The Astrophysical Journal, Supplement*, 192 :18, February 2011.
- [112] A. Kosowsky. The Atacama Cosmology Telescope. *New Astronomy Review*, 47 :939–943, December 2003.
- [113] J. M. Kovac, E. M. Leitch, C. Pryke, J. E. Carlstrom, N. W. Halverson, and W. L. Holzapfel. Detection of polarization in the cosmic microwave background using DASI. *New Astronomy Review*, eprint = *arXiv :astro-ph/0209478*, year = 2002, month = dec, volume = 420, pages = 772-787, doi = 10.1038/nature01269, adsurl = *http ://adsabs.harvard.edu/abs/2002Natur.420..772K*, adsnote = *Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System*.
- [114] P. L. Nolan and al. FERMI LARGE AREA TELESCOPE SECOND SOURCE CATALOG. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 199 :31, 2012.
- [115] D. Langlois. Inflation and Cosmological Perturbations. *Lecture Notes in Physics Berlin Springer Verlag*, 800 :1–57, 2010.
- [116] E. M. Leitch, C. Pryke, N. W. Halverson, J. Kovac, G. Davidson, S. LaRoque, E. Schartman, J. Yamasaki, J. E. Carlstrom, W. L. Holzapfel, M. Dragovan, J. K. Cartwright, B. S. Mason, S. Padin, T. J. Pearson, A. C. S. Readhead, and M. C. Shepherd. Experiment design and first season observations with the degree angular scale interferometer. *The Astrophysical Journal*, 568(1) :28, 2002.
- [117] M. Li, X.-D. Li, S. Wang, and Y. Wang. Dark energy : A brief review. *Frontiers of Physics*, March 2013.
- [118] J. E. Lidsey, A. R. Liddle, E. W. Kolb, Copeland E. J., T. Barreiro, and M. Abney. Reconstructing the inflaton potential, an overview. *Reviews of Modern Physics*, 69 :373–410, 1997.
- [119] A. Liu, M. Tegmark, S. Morrison, A. Lutmirski, and M. Zaldarriaga. Precision calibration of radio interferometers using redundant baselines. *Monthly Notices of the RAS*, 408 :1029–1050, October 2010.
- [120] E. Lorenz. Status of the 17 m MAGIC telescope. *New Astronomy Review*, 48 :339–344, April 2004.
- [121] G. Luzzi, M. Shimon, L. Lamagna, Y. Rephaeli, M. De Petris, A. Conte, S. De Gregori, and E. S. Battistelli. Redshift Dependence of the Cosmic Microwave Background Temperature from Sunyaev-Zeldovich Measurements. *Astrophysical Journal*, 705 :1122–1128, November 2009.
- [122] C. B. Markwardt. Non-linear Least-squares Fitting in IDL with MPFIT. In D. A. Bohlender, D. Durand, and P. Dowler, editors, *Astronomical Data Analysis Software and Systems XVIII*, volume 411 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 251, September 2009.

- [123] B. S. Mason, T. J. Pearson, A. C. S. Readhead, M. C. Shepherd, J. Sievers, P. S. Udomprasert, J. K. Cartwright, A. J. Farmer, S. Padin, S. T. Myers, J. R. Bond, C. R. Contaldi, U. Pen, S. Prunet, D. Pogosyan, J. E. Carlstrom, J. Kovac, E. M. Leitch, C. Pryke, N. W. Halverson, W. L. Holzapfel, P. Altamirano, L. Bronfman, S. Casassus, J. May, and M. Joy. The Anisotropy of the Microwave Background to $l = 3500$: Deep Field Observations with the Cosmic Background Imager. *Astrophysical Journal*, 591 :540–555, July 2003.
- [124] J. C. Mather, D. J. Fixsen, R. A. Shafer, C. Mosier, and D. T. Wilkinson. Calibrator Design for the COBE Far-Infrared Absolute Spectrophotometer (FIRAS). *Astrophysical Journal*, 512 :511–520, February 1999.
- [125] J. J. McMahon, K. A. Aird, B. A. Benson, L. E. Bleem, J. Britton, J. E. Carlstrom, C. L. Chang, H. S. Cho, T. de Haan, T. M. Crawford, A. T. Crites, A. Datsman, M. A. Dobbs, W. Everett, N. W. Halverson, G. P. Holder, W. L. Holzapfel, D. Hrubes, K. D. Irwin, M. Joy, R. Keisler, T. M. Lanting, A. T. Lee, E. M. Leitch, A. Loehr, M. Lueker, J. Mehl, S. S. Meyer, J. J. Mohr, T. E. Montroy, M. D. Niemack, C. C. Ngeow, V. Novosad, S. Padin, T. Plagge, C. Pryke, C. Reichardt, J. E. Ruhl, K. K. Schaffer, L. Shaw, E. Shirokoff, H. G. Spieler, B. Stadler, A. A. Stark, Z. Staniszewski, K. Vanderlinde, J. D. Vieira, G. Wang, R. Williamson, V. Yefremenko, K. W. Yoon, O. Zhan, and A. Zenteno. SPTpol : an instrument for CMB polarization. In B. Young, B. Cabrera, and A. Miller, editors, *American Institute of Physics Conference Series*, volume 1185 of *American Institute of Physics Conference Series*, pages 511–514, December 2009.
- [126] P. R. Meinhold, A. O. Chingcuanco, J. O. Gundersen, J. A. Schuster, M. D. Seiffert, P. M. Lubin, D. Morris, and T. Villela. The advanced cosmic microwave explorer - A millimeter-wave telescope and stabilized platform. *Astrophysical Journal*, 406 :12–25, March 1993.
- [127] G. Mellema, L. V. E. Koopmans, F. A. Abdalla, G. Bernardi, B. Ciardi, S. Dai-boo, A. G. de Bruyn, K. K. Datta, H. Falcke, A. Ferrara, I. T. Iliev, F. Iocco, V. Jelić, H. Jensen, R. Joseph, P. Labropoulos, A. Meiksin, A. Mesinger, A. R. Offringa, V. N. Pandey, J. R. Pritchard, M. G. Santos, D. J. Schwarz, B. Semelin, H. Vedantham, S. Yatawatta, and S. Zaroubi. Reionization and the Cosmic Dawn with the Square Kilometre Array. *Experimental Astronomy*, April 2013.
- [128] Akagawa M. Mizuguchi, Y. and H. Yokoi. *Elect. Comm. in Japan*, 61-B, No. 3, 58, 1978.
- [129] P. Molaro, S. A. Levshakov, M. Dessauges-Zavadsky, and S. D’Odorico. The cosmic microwave background radiation temperature at $z_{abs} = 3.025$ toward QSO 0347-3819. *Astronomy & Astrophysics*, 381 :L64–L67, January 2002.
- [130] T. E. Montroy, P. A. R. Ade, R. Bihary, J. J. Bock, J. R. Bond, J. Breveck, C. R. Contaldi, B. P. Crill, A. Crites, O. Doré, L. Duband, S. R. Golwala, M. Halpern, G. Hilton, W. Holmes, V. V. Hristov, K. Irwin, W. C. Jones, C. L. Kuo, A. E. Lange, C. J. MacTavish, P. Mason, J. Mulder, C. B. Netterfield, E. Pascale, J. E. Ruhl, A. Trangsrud, C. Tucker, A. Turner, and M. Viero. SPIDER : a new balloon-borne experiment to measure CMB polarization on large angular scales. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 6267 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, July 2006.

- [131] H. Mueller. The foundation of optics. *J. Opt. Soc. Am.*, 36 :661, 1948.
- [132] J. A. Murphy. Distortion of a simple Gaussian beam on reflection from off-axis ellipsoidal mirrors. *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, 8 :1165–1187, September 1987.
- [133] M. D. Niemack, P. A. R. Ade, J. Aguirre, F. Barrientos, J. A. Beall, J. R. Bond, J. Britton, H. M. Cho, S. Das, M. J. Devlin, S. Dicker, J. Dunkley, R. Dünner, J. W. Fowler, A. Hajian, M. Halpern, M. Hasselfield, G. C. Hilton, M. Hilton, J. Hubmayr, J. P. Hughes, L. Infante, K. D. Irwin, N. Jarosik, J. Klein, A. Kosowsky, T. A. Marriage, J. McMahon, F. Menanteau, K. Moodley, J. P. Nibarger, M. R. Nolta, L. A. Page, B. Partridge, E. D. Reese, J. Sievers, D. N. Spergel, S. T. Staggs, R. Thornton, C. Tucker, E. Wollack, and K. W. Yoon. ACTPol : a polarization-sensitive receiver for the Atacama Cosmology Telescope. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7741 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, July 2010.
- [134] P. Noterdaeme, P. Petitjean, R. Srianand, C. Ledoux, and S. López. The evolution of the cosmic microwave background temperature. Measurements of T_{CMB} at high redshift from carbon monoxide excitation. *Astronomy & Astrophysics*, 526 :L7, February 2011.
- [135] P. Noterdaeme, P. Petitjean, R. Srianand, C. Ledoux, and S. López. The evolution of the cosmic microwave background temperature. Measurements of T_{CMB} at high redshift from carbon monoxide excitation. *Astronomy and Astrophysics*, 526 :L7, February 2011.
- [136] D. O’Dea, A. Challinor, and B. R. Johnson. Systematic errors in cosmic microwave background polarization measurements. *Monthly Notices of the RAS*, 376 :1767–1783, April 2007.
- [137] R. W. Ogburn, P. A. R. Ade, R. W. Aikin, M. Amiri, S. J. Benton, C. A. Bischoff, J. J. Bock, J. A. Bonetti, J. A. Brevik, E. Bullock, B. Burger, G. Davis, C. D. Dowell, L. Duband, J. P. Filippini, S. Fliescher, S. R. Golwala, M. Gordon, M. Halpern, M. Hasselfield, G. Hilton, V. V. Hristov, H. Hui, K. Irwin, J. P. Kaufman, B. G. Keating, S. A. Kernasovskiy, J. M. Kovac, C. L. Kuo, E. M. Leitch, M. Lueker, T. Montroy, C. B. Netterfield, H. T. Nguyen, R. O’Brient, A. Orlando, C. L. Pryke, C. Reintsema, S. Richter, J. E. Ruhl, M. C. Runyan, R. Schwarz, C. D. Sheehy, Z. K. Staniszewski, R. V. Sudiwala, G. P. Teply, K. Thompson, J. E. Tolan, A. D. Turner, A. G. Vieregg, D. V. Wiebe, P. Wilson, and C. L. Wong. BICEP2 and Keck array operational overview and status of observations. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 8452 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, September 2012.
- [138] J. M. O’Meara, D. Tytler, D. Kirkman, N. Suzuki, J. X. Prochaska, D. Lubin, and A. M. Wolfe. The Deuterium to Hydrogen Abundance Ratio toward a Fourth QSO : HS 0105+1619. *Astronomical Journal*, 552 :718–730, May 2001.
- [139] P. Oxley, P. A. Ade, C. Baccigalupi, P. deBernardis, H.-M. Cho, M. J. Devlin, S. Hanany, B. R. Johnson, T. Jones, A. T. Lee, T. Matsumura, A. D. Miller, M. Milligan, T. Renbarger, H. G. Spieler, R. Stompor, G. S. Tucker, and M. Zaldarriaga. The EBEX experiment. In M. Strojnik, editor, *Society of Photo-Optical*

- Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 5543 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, pages 320–331, November 2004.
- [140] S. Padin, M. C. Shepherd, J. K. Cartwright, R. G. Keeney, B. S. Mason, T. J. Pearson, A. C. S. Readhead, W. A. Schaal, J. Sievers, P. S. Udomprasert, J. K. Yamasaki, W. L. Holzapfel, J. E. Carlstrom, M. Joy, S. T. Myers, and A. Otarola. The Cosmic Background Imager. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 114 :83–97, January 2002.
- [141] N. Padmanabhan, X. Xu, D. J. Eisenstein, R. Scalzo, A. J. Cuesta, K. T. Mehta, and E. Kazin. A 2 per cent distance to $z = 0.35$ by reconstructing baryon acoustic oscillations - I. Methods and application to the Sloan Digital Sky Survey. *Monthly Notices of the RAS*, 427 :2132–2145, December 2012.
- [142] L. Page, C. Jackson, C. Barnes, C. Bennett, M. Halpern, G. Hinshaw, N. Jarosik, A. Kogut, M. Limon, S. S. Meyer, D. N. Spergel, G. S. Tucker, D. T. Wilkinson, E. Wollack, and E. L. Wright. The Optical Design and Characterization of the Microwave Anisotropy Probe. *Astrophysical Journal*, 585 :566–586, March 2003.
- [143] C.-G. Park and K.-W. Ng. E/B Separation in Cosmic Microwave Background Interferometry. *Astrophysical Journal*, 609 :15–21, July 2004.
- [144] R. Bruce Partridge, Eric A. Richards, Edward B. Fomalont, K. I. Kellerman, and Rogier A. Windhorst. Small-scale cosmic microwave background observations at 8.4 ghz. *The Astrophysical Journal*, 483(1) :38, 1997.
- [145] T. J. Pearson and A. C. S. Readhead. Image Formation by Self-Calibration in Radio Astronomy. *Annual Review of Astron and Astrophys*, 22 :97–130, 1984.
- [146] P. J. E. Peebles. Primeval helium abundance and the primeval fireball. *Phys. Rev. Lett.*, 16 :410–413, Mar 1966.
- [147] A. A. Penzias and R. W. Wilson. A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s. *Astrophysical Journal*, 142 :419–421, July 1965.
- [148] W. J. Percival, B. A. Reid, D. J. Eisenstein, N. A. Bahcall, T. Budavari, J. A. Frieman, M. Fukugita, J. E. Gunn, Z. Ivezić, G. R. Knapp, R. G. Kron, J. Loveday, R. H. Lupton, T. A. McKay, A. Meiksin, R. C. Nichol, A. C. Pope, D. J. Schlegel, D. P. Schneider, D. N. Spergel, C. Stoughton, M. A. Strauss, A. S. Szalay, M. Tegmark, M. S. Vogeley, D. H. Weinberg, D. G. York, and I. Zehavi. Baryon acoustic oscillations in the Sloan Digital Sky Survey Data Release 7 galaxy sample. *Monthly Notices of the RAS*, 401 :2148–2168, February 2010.
- [149] S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber, R. A. Knop, P. Nugent, P. G. Castro, S. Deustua, S. Fabbro, A. Goobar, D. E. Groom, I. M. Hook, A. G. Kim, M. Y. Kim, J. C. Lee, N. J. Nunes, R. Pain, C. R. Pennypacker, R. Quimby, C. Lidman, R. S. Ellis, M. Irwin, R. G. McMahon, P. Ruiz-Lapuente, N. Walton, B. Schaefer, B. J. Boyle, A. V. Filippenko, T. Matheson, A. S. Fruchter, N. Panagia, H. J. M. Newberg, W. J. Couch, and Supernova Cosmology Project. Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae. *Astrophysical Journal*, 517 :565–586, June 1999.
- [150] S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber, R. A. Knop, P. Nugent, P. G. Castro, S. Deustua, S. Fabbro, A. Goobar, D. E. Groom, I. M. Hook, A. G. Kim, M. Y. Kim, J. C. Lee, N. J. Nunes, R. Pain, C. R. Pennypacker, R. Quimby, C. Lidman,

- R. S. Ellis, M. Irwin, R. G. McMahon, P. Ruiz-Lapuente, N. Walton, B. Schaefer, B. J. Boyle, A. V. Filippenko, T. Matheson, A. S. Fruchter, N. Panagia, H. J. M. Newberg, W. J. Couch, and The Supernova Cosmology Project. Measurements of ω and λ from 42 high-redshift supernovae. *The Astrophysical Journal*, 517(2) :565, 1999.
- [151] J. B. Peterson, G. S. Griffin, M. G. Newcomb, D. L. Alvarez, C. M. Cantalupo, D. Morgan, K. W. Miller, K. Ganga, D. Pernic, and M. Thoma. First Results from Viper : Detection of Small-scale Anisotropy at 40 GHZ. *Astrophysical Journal, Letters*, 532 :L83–L86, April 2000.
- [152] Planck Collaboration, P. A. R. Ade, N. Aghanim, M. I. R. Alves, M. Arnaud, M. Ashdown, F. Atrio-Barandela, J. Aumont, C. Baccigalupi, A. Balbi, A. J. Banday, R. B. Barreiro, J. G. Bartlett, E. Battaner, L. Bedini, K. Benabed, A. Benoît, J.-P. Bernard, M. Bersanelli, A. Bonaldi, J. R. Bond, J. Borrill, F. R. Bouchet, F. Boulanger, C. Burigana, R. C. Butler, P. Cabella, J.-F. Cardoso, X. Chen, L.-Y. Chiang, P. R. Christensen, D. L. Clements, S. Colombi, L. P. L. Colombo, A. Coullais, F. Cuttaia, R. D. Davies, R. J. Davis, P. de Bernardis, G. de Gasperis, G. de Zotti, J. Delabrouille, C. Dickinson, J. M. Diego, G. Dobler, H. Dole, S. Donzelli, O. Doré, M. Douspis, X. Dupac, T. A. Enßlin, F. Finelli, O. Forni, M. Frailis, E. Franceschi, S. Galeotta, K. Ganga, R. T. Génova-Santos, T. Ghosh, M. Giard, G. Giardino, Y. Giraud-Héraud, J. González-Nuevo, K. M. Górski, A. Gregorio, A. Gruppuso, F. K. Hansen, D. Harrison, C. Hernández-Monteagudo, S. R. Hildebrandt, E. Hivon, M. Hobson, W. A. Holmes, A. Hornstrup, W. Hovest, K. M. Huffenberger, T. R. Jaffe, A. H. Jaffe, M. Juvela, E. Keihänen, R. Keskitalo, T. S. Kisner, J. Knoche, M. Kunz, H. Kurki-Suonio, G. Lagache, A. Lähteenmäki, J.-M. Lamarre, A. Lasenby, C. R. Lawrence, S. Leach, R. Leonardi, P. B. Lilje, M. Linden-Vørnle, P. M. Lubin, J. F. Macías-Pérez, B. Maffei, D. Maino, N. Mandolesi, M. Maris, D. J. Marshall, P. G. Martin, E. Martínez-González, S. Masi, M. Massardi, S. Matarrese, P. Mazzotta, A. Melchiorri, A. Mennella, S. Mitra, M.-A. Miville-Deschênes, A. Moneti, L. Montier, G. Morgante, D. Mortlock, D. Munchi, J. A. Murphy, P. Naselsky, F. Nati, P. Natoli, H. U. Nørgaard-Nielsen, F. Novello, D. Novikov, I. Novikov, S. Osborne, C. A. Oxborrow, F. Pajot, R. Paladini, D. Paoletti, M. Peel, L. Perotto, F. Perrotta, F. Piacentini, M. Piat, E. Pierpaoli, D. Pietrobon, S. Plaszczynski, E. Pointecouteau, G. Polenta, L. Popa, T. Poutanen, G. W. Pratt, S. Prunet, J.-L. Puget, J. P. Rachen, W. T. Reach, R. Rebolo, M. Reinecke, C. Renault, S. Ricciardi, I. Ristorcelli, G. Rocha, C. Rosset, J. A. Rubiño-Martín, B. Rusholme, E. Salerno, M. Sandri, G. Savini, D. Scott, L. Spencer, V. Stolyarov, R. Sudiwala, A.-S. Suur-Uski, J.-F. Sygnet, J. A. Tauber, L. Terenzi, C. T. Tibbs, L. Toffolatti, M. Tomasi, M. Tristram, L. Valenziano, B. Van Tent, J. Varis, P. Vielva, F. Villa, N. Vittorio, L. A. Wade, B. D. Wandelt, N. Ysard, D. Yvon, A. Zacchei, and A. Zonca. Planck intermediate results. XII : Diffuse Galactic components in the Gould Belt System. *ArXiv e-prints*, January 2013.
- [153] Planck Collaboration, P. A. R. Ade, N. Aghanim, C. Armitage-Caplan, M. Arnaud, M. Ashdown, F. Atrio-Barandela, J. Aumont, C. Baccigalupi, A. J. Banday, and et al. Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific results. *ArXiv e-prints*, March 2013.

-
- [154] Planck Collaboration, P. A. R. Ade, N. Aghanim, C. Armitage-Caplan, M. Arnaud, M. Ashdown, F. Atrio-Barandela, J. Aumont, C. Baccigalupi, A. J. Banday, and et al. Planck 2013 results. XIV. Zodiacal emission. *ArXiv e-prints*, March 2013.
- [155] Planck collaboration, P. A. R. Ade, N. Aghanim, C. Armitage-Caplan, M. Arnaud, M. Ashdown, F. Atrio-Barandela, J. Aumont, C. Baccigalupi, A. J. Banday, and et al. Planck 2013 results. XV. CMB power spectra and likelihood. *ArXiv e-prints*, March 2013.
- [156] Planck Collaboration, P. A. R. Ade, N. Aghanim, C. Armitage-Caplan, M. Arnaud, M. Ashdown, F. Atrio-Barandela, J. Aumont, C. Baccigalupi, A. J. Banday, and et al. Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters. *ArXiv e-prints*, March 2013.
- [157] Planck Collaboration, P. A. R. Ade, N. Aghanim, C. Armitage-Caplan, M. Arnaud, M. Ashdown, F. Atrio-Barandela, J. Aumont, C. Baccigalupi, A. J. Banday, and et al. Planck 2013 results. XXII. Constraints on inflation. *ArXiv e-prints*, March 2013.
- [158] Planck Collaboration, P. A. R. Ade, N. Aghanim, C. Armitage-Caplan, M. Arnaud, M. Ashdown, F. Atrio-Barandela, J. Aumont, C. Baccigalupi, A. J. Banday, and et al. Planck 2013 results. XXIII. Isotropy and Statistics of the CMB. *ArXiv e-prints*, March 2013.
- [159] Planck Collaboration, P. A. R. Ade, N. Aghanim, C. Armitage-Caplan, M. Arnaud, M. Ashdown, F. Atrio-Barandela, J. Aumont, C. Baccigalupi, A. J. Banday, and et al. Planck 2013 Results. XXIV. Constraints on primordial non-Gaussianity. *ArXiv e-prints*, March 2013.
- [160] Planck Collaboration, P. A. R. Ade, N. Aghanim, M. Arnaud, M. Ashdown, J. Aumont, C. Baccigalupi, A. Balbi, A. J. Banday, R. B. Barreiro, and et al. Planck early results. XIX. All-sky temperature and dust optical depth from Planck and IRAS. Constraints on the "dark gas" in our Galaxy. *Astronomy & Astrophysics*, 536 :A19, December 2011.
- [161] G. Polenta, P. A. R. Ade, J. Bartlett, E. Bréelle, L. Conversi, P. de Bernardis, C. Dufour, M. Gervasi, M. Giard, C. Giordano, Y. Giraud-Heraud, B. Maffei, S. Masi, F. Nati, A. Orlando, S. Peterzen, F. Piacentini, M. Piat, L. Piccirillo, G. Pisano, R. Pons, C. Rosset, G. Savini, G. Sironi, A. Tartari, M. Veneziani, and M. Zannoni. The BRAIN CMB polarization experiment. *New Astronomy Reviews*, 51 :256–259, 2007.
- [162] PRISM Collaboration, P. Andre, C. Baccigalupi, D. Barbosa, J. Bartlett, N. Bartolo, E. Battistelli, R. Battye, G. Bendo, J.-P. Bernard, M. Bersanelli, M. Bethermin, P. Bielewicz, A. Bonaldi, F. Bouchet, F. Boulanger, J. Brand, M. Bucher, C. Burigana, Z.-Y. Cai, V. Casasola, G. Castex, A. Challinor, J. Chluba, S. Colafrancesco, F. Cuttaia, G. D'Alessandro, R. Davis, M. de Avillez, P. de Bernardis, M. de Petris, A. de Rosa, G. de Zotti, J. Delabrouille, C. Dickinson, J. M. Diego, E. Falgarone, P. Ferreira, K. Ferriere, F. Finelli, A. Fletcher, G. Fuller, S. Galli, K. Ganga, J. Garcia-Bellido, A. Ghribi, J. Gonzalez-Nuevo, K. Grainge, A. Gruppuso, A. Hall, C. Hernandez-Monteagudo, M. Jackson, A. Jaffe, R. Khatri, L. Lammagna, M. Lattanzi, P. Leahy, M. Liguori, E. Liuzzo, M. Lopez-Caniego, J. Macias-Perez, B. Maffei, D. Maino, S. Masi, A. Mangilli, M. Massardi, S. Matarrese,

- A. Melchiorri, J.-B. Melin, A. Mennella, A. Mignano, M.-A. Miville-Deschenes, F. Nati, P. Natoli, M. Negrello, F. Noviello, F. Paci, R. Paladino, D. Paoletti, F. Perrotta, F. Piacentini, M. Piat, L. Piccirillo, G. Pisano, G. Polenta, S. Ricciardi, M. Roman, J.-A. Rubino-Martin, M. Salatino, A. Schillaci, P. Shellard, J. Silk, R. Stompor, R. Sunyaev, A. Tartari, L. Terenzi, L. Toffolatti, M. Tomasi, T. Trombetti, M. Tucci, B. Van Tent, L. Verde, B. Wandelt, and S. Withington. PRISM (Polarized Radiation Imaging and Spectroscopy Mission) : A White Paper on the Ultimate Polarimetric Spectro-Imaging of the Microwave and Far-Infrared Sky. *ArXiv e-prints*, June 2013.
- [163] C. Pryke, P. Ade, J. Bock, M. Bowden, M. L. Brown, G. Cahill, P. G. Castro, S. Church, T. Culverhouse, R. Friedman, K. Ganga, W. K. Gear, S. Gupta, J. Hinderks, J. Kovac, A. E. Lange, E. Leitch, S. J. Melhuish, Y. Memari, J. A. Murphy, A. Orlando, R. Schwarz, C. O'Sullivan, L. Piccirillo, N. Rajguru, B. Rusholme, A. N. Taylor, K. L. Thompson, A. H. Turner, E. Y. S. Wu, and M. Zemcov. Second and Third Season QUaD Cosmic Microwave Background Temperature and Polarization Power Spectra. *Astrophysical Journal*, 692 :1247–1270, February 2009.
- [164] Qubic Collaboration, E. Battistelli, A. Baú, D. Bennett, L. Bergé, J.-P. Bernard, P. de Bernardis, G. Bordier, A. Bounab, É. Bréelle, E. F. Bunn, M. Calvo, R. Charlassier, S. Collin, A. Coppolecchia, A. Cruciani, G. Curran, M. de Petris, L. Dumoulin, A. Gault, M. Gervasi, A. Ghribi, M. Giard, C. Giordano, Y. Giraud-Héraud, M. Gradziel, L. Guglielmi, J.-C. Hamilton, V. Haynes, J. Kaplan, A. Korotkov, J. Landé, B. Maffei, M. Maiello, S. Malu, S. Marnieros, J. Martino, S. Masi, A. Murphy, F. Nati, C. O'Sullivan, F. Pajot, A. Passerini, S. Peterzen, F. Piacentini, M. Piat, L. Piccirillo, G. Pisano, G. Polenta, D. Prêle, D. Romano, C. Rosset, M. Salatino, A. Schillaci, G. Sironi, R. Sordini, S. Spinelli, A. Tartari, P. Timbie, G. Tucker, L. Vibert, F. Voisin, R. A. Watson, M. Zannoni, and QUBIC Collaboration. QUBIC : The QU bolometric interferometer for cosmology. *Astroparticle Physics*, 34 :705–716, April 2011.
- [165] B. Rabbii, C. D. Winant, J. S. Collins, A. T. Lee, P. L. Richards, M. E. Abroe, S. Hanany, B. R. Johnson, P. Ade, A. Balbi, J. J. Bock, J. Borrill, R. Stompor, A. Boscaleri, E. Pascale, P. de Bernardis, P. G. Ferreira, V. V. Hristov, A. E. Lange, A. H. Jaffe, C. B. Netterfield, G. F. Smoot, and J. H. P. Wu. MAXIMA : A balloon-borne cosmic microwave background anisotropy experiment. *Review of Scientific Instruments*, 77(7) :071101, July 2006.
- [166] S. J. E. Radford. Isotropy of the cosmic background radiation at 3.4 millimeters with 10-arcsec resolution. *The Astrophysical Journal, Letters*, 404 :L33–L35, February 1993.
- [167] A. C. S. Readhead, S. T. Myers, T. J. Pearson, J. L. Sievers, B. S. Mason, C. R. Contaldi, J. R. Bond, R. Bustos, P. Altamirano, C. Achermann, L. Bronfman, J. E. Carlstrom, J. K. Cartwright, S. Casassus, C. Dickinson, W. L. Holzapfel, J. M. Kovac, E. M. Leitch, J. May, S. Padin, D. Pogosyan, M. Pospieszalski, C. Pryke, R. Reeves, M. C. Shepherd, and S. Torres. Polarization Observations with the Cosmic Background Imager. *Science*, 306 :836–844, October 2004.
- [168] A. Riazuelo. *Signature de divers modeles d'univers primordiaux dans les anisotropies du rayonnement fossile*. These, Université Paris Sud, 2000.

- [169] A. G. Riess, A. V. Filippenko, P. Challis, A. Clocchiatti, A. Diercks, P. M. Garnavich, R. L. Gilliland, C. J. Hogan, S. Jha, R. P. Kirshner, B. Leibundgut, M. M. Phillips, D. Reiss, B. P. Schmidt, R. A. Schommer, R. C. Smith, J. Spyromilio, C. Stubbs, N. B. Suntzeff, and J. Tonry. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant. *Astronomical Journal*, eprint = arXiv :astro-ph/9805201, keywords = COSMOLOGY : OBSERVATIONS, STARS : SUPERNOVAE : GENERAL, year = 1998, month = sep, volume = 116, pages = 1009-1038, doi = 10.1086/300499, adsurl = http ://adsabs.harvard.edu/abs/1998AJ....116.1009R, adsnote = Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- [170] A. G. Riess, L. Macri, S. Casertano, H. Lampeitl, H. C. Ferguson, A. V. Filippenko, S. W. Jha, W. Li, and R. Chornock. A 3% Solution : Determination of the Hubble Constant with the Hubble Space Telescope and Wide Field Camera 3. *The Astrophysical Journal*, 730 :119, April 2011.
- [171] W. Rindler. Visual horizons in world models. *Monthly Notices of the RAS*, 116 :662, 1956.
- [172] M. Robson, G. Yassin, G. Woan, D. M. A. Wilson, P. F. Scott, A. N. Lasenby, S. Kenderdine, and P. J. Duffett-Smith. The cosmic anisotropy telescope. *Astronomy and Astrophysics*, 277 :314, September 1993.
- [173] C. Rosset, M. Tristram, N. Ponthieu, P. Ade, J. Aumont, A. Catalano, L. Conversi, F. Couchot, B. P. Crill, F.-X. Désert, K. Ganga, M. Giard, Y. Giraud-Héraud, J. Hässinski, S. Henrot-Versillé, W. Holmes, W. C. Jones, J.-M. Lamarre, A. Lange, C. Leroy, J. Macías-Pérez, B. Maffei, P. de Marcillac, M.-A. Miville-Deschênes, L. Montier, F. Noviello, F. Pajot, O. Perdureau, F. Piacentini, M. Piat, S. Plaszczynski, E. Pointecouteau, J.-L. Puget, I. Ristorcelli, G. Savini, R. Sudiwala, M. Veneziani, and D. Yvon. Planck pre-launch status : High Frequency Instrument polarization calibration. *Astronomy & Astrophysics*, 520 :A13, September 2010.
- [174] J. Ruhl, P. A. R. Ade, J. E. Carlstrom, H.-M. Cho, T. Crawford, M. Dobbs, C. H. Greer, N. w. Halverson, W. L. Holzapfel, T. M. Lanting, A. T. Lee, E. M. Leitch, J. Leong, W. Lu, M. Lueker, J. Mehl, S. S. Meyer, J. J. Mohr, S. Padin, T. Plagge, C. Pryke, M. C. Runyan, D. Schwan, M. K. Sharp, H. Spieler, Z. Staniszewski, and A. A. Stark. The South Pole Telescope. In C. M. Bradford, P. A. R. Ade, J. E. Aguirre, J. J. Bock, M. Dragovan, L. Duband, L. Earle, J. Glenn, H. Matsu-hara, B. J. Naylor, H. T. Nguyen, M. Yun, and J. Zmuidzinas, editors, *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 5498 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, pages 11–29, October 2004.
- [175] Lightman A. Rybicki G. B. *Radiative Processes in Astrophysics*. Wiley & sons, New York, 1979.
- [176] R. K. Sachs and A. M. Wolfe. Perturbations of a Cosmological Model and Angular Variations of the Microwave Background. *Astrophysical Journal*, 147 :73, January 1967.
- [177] M. Salatino and P. de Bernardis. On Stokes polarimeters for high precision CMB measurements and mm Astronomy measurements. *ArXiv e-prints*, June 2010.

- [178] P.F. Scott, R. Saunders, G.G. Pooley, C. O’Sullivan, A.N. Lasenby, M. Jones, M.P. Hobson, P.J. Duffett-Smith, and J.C. Baker. Measurements of structure in the cosmic microwave background radiation with the cambridge cosmic anisotropy telescope. *The Astrophysical Journal, Letters*, 461 :L1, 1996.
- [179] M. K. Sharp, D. P. Marrone, J. E. Carlstrom, T. Culverhouse, C. Greer, D. Hawkins, R. Hennessy, M. Joy, J. W. Lamb, E. M. Leitch, M. Loh, A. Miller, T. Mroczkowski, S. Muchovej, C. Pryke, and D. Woody. A Measurement of Arcminute Anisotropy in the Cosmic Microwave Background with the Sunyaev-Zel’dovich Array. *The Astrophysical Journal*, 713 :82–89, April 2010.
- [180] J. L. Sievers, C. Achermann, J. R. Bond, L. Bronfman, R. Bustos, C. R. Contaldi, C. Dickinson, P. G. Ferreira, M. E. Jones, A. M. Lewis, B. S. Mason, J. May, S. T. Myers, N. Oyarce, S. Padin, T. J. Pearson, M. Pospieszalski, A. C. S. Readhead, R. Reeves, A. C. Taylor, and S. Torres. Implications of the cosmic background imager polarization data. *The Astrophysical Journal*, 660(2) :976, 2007.
- [181] J. Silk. Cosmic Black-Body Radiation and Galaxy Formation. *Astrophysical Journal*, 151 :459, February 1968.
- [182] Kendrick M. Smith, Duncan Hanson, Marilena LoVerde, Christopher M. Hirata, and Oliver Zahn. Delensing CMB Polarization with External Datasets. *JCAP*, 1206 :014, 2012.
- [183] G. Smoot, C. Bennett, R. Weber, J. Maruschak, R. Ratliff, M. Janssen, J. Chitwood, L. Hilliard, M. Lecha, R. Mills, R. Patschke, C. Richards, C. Backus, J. Mather, M. Hauser, R. Weiss, D. Wilkinson, S. Gulkis, N. Boggess, E. Cheng, T. Kelsall, P. Lubin, S. Meyer, H. Moseley, T. Murdock, R. Shafer, R. Silverberg, and E. Wright. COBE Differential Microwave Radiometers - Instrument design and implementation. *Astrophysical Journal*, 360 :685–695, September 1990.
- [184] G. F. Smoot, M. V. Gorenstein, and R. A. Muller. Detection of anisotropy in the cosmic blackbody radiation. *Physical Review Letters*, 39 :898–901, October 1977.
- [185] R. Srianand, P. Noterdaeme, C. Ledoux, and P. Petitjean. First detection of CO in a high-redshift damped Lyman- α system. *Astronomy & Astrophysics*, 482 :L39–L42, May 2008.
- [186] R. Srianand, P. Petitjean, and C. Ledoux. The cosmic microwave background radiation temperature at a redshift of 2.34. *Nature*, 408 :931–935, December 2000.
- [187] R. Stompor, S. Hanany, M. E. Abroe, J. Borrill, P. G. Ferreira, A. H. Jaffe, B. Johnson, A. T. Lee, B. Rabbii, P. L. Richards, G. Smoot, C. Winant, and J. H. P. Wu. The MAXIMA Experiment : Latest Results and Consistency Tests. *ArXiv Astrophysics e-prints*, September 2003.
- [188] R. Subrahmanyan, M. J. Kesteven, R. D. Ekers, M. Sinclair, and J. Silk. The Australia Telescope search for cosmic microwave background anisotropy. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 298 :1189–1197, August 1998.
- [189] N. Suzuki, D. Rubin, C. Lidman, G. Aldering, R. Amanullah, K. Barbary, L. F. Barrientos, J. Botyanszki, M. Brodwin, N. Connolly, K. S. Dawson, A. Dey, M. Doi, M. Donahue, S. Deustua, P. Eisenhardt, E. Ellingson, L. Faccioli, V. Fadeyev, H. K. Fakhouri, A. S. Fruchter, D. G. Gilbank, M. D. Gladders, G. Goldhaber, A. H. Gonzalez, A. Goobar, A. Gude, T. Hattori, H. Hoekstra, E. Hsiao, X. Huang, Y. Ihara, M. J. Jee, D. Johnston, N. Kashikawa, B. Koester, K. Konishi, M. Kowalski, E. V.

- Linder, L. Lubin, J. Melbourne, J. Meyers, T. Morokuma, F. Munshi, C. Mullis, T. Oda, N. Panagia, S. Perlmutter, M. Postman, T. Pritchard, J. Rhodes, P. Ripoche, P. Rosati, D. J. Schlegel, A. Spadafora, S. A. Stanford, V. Stanishev, D. Stern, M. Strovink, N. Takanashi, K. Tokita, M. Wagner, L. Wang, N. Yasuda, H. K. C. Yee, and T. Supernova Cosmology Project. The Hubble Space Telescope Cluster Supernova Survey. V. Improving the Dark-energy Constraints above $z > 1$ and Building an Early-type-hosted Supernova Sample. *Astrophysical Journal*, 746 :85, February 2012.
- [190] Y. D. Takahashi, P. A. R. Ade, D. Barkats, J. O. Battle, E. M. Bierman, J. J. Bock, H. C. Chiang, C. D. Dowell, L. Duband, E. F. Hivon, W. L. Holzapfel, V. V. Hristov, W. C. Jones, B. G. Keating, J. M. Kovac, C. L. Kuo, A. E. Lange, E. M. Leitch, P. V. Mason, T. Matsumura, H. T. Nguyen, N. Ponthieu, C. Pryke, S. Richter, G. Rocha, and K. W. Yoon. Characterization of the BICEP Telescope for High-precision Cosmic Microwave Background Polarimetry. *Astrophysical Journal*, 711 :1141–1156, March 2010.
- [191] J. A. Tauber, H. U. Norgaard-Nielsen, P. A. R. Ade, J. Amiri Parian, T. Banos, M. Bersanelli, C. Burigana, A. Chamballu, D. de Chambure, P. R. Christensen, O. Corre, A. Cozzani, B. Crill, G. Crone, O. D’Arcangelo, R. Daddato, D. Doyle, D. Dubruel, G. Forma, R. Hills, K. Huffenberger, A. H. Jaffe, N. Jessen, P. Kletzkine, J. M. Lamarre, J. P. Leahy, Y. Longval, P. de Maagt, B. Maffei, N. Mandolesi, J. Martí-Canales, A. Martín-Polegre, P. Martin, L. Mendes, J. A. Murphy, P. Nielsen, F. Noviello, M. Paquay, T. Peacocke, N. Ponthieu, K. Pontoppidan, I. Ristorcelli, J.-B. Riti, L. Rolo, C. Rosset, M. Sandri, G. Savini, R. Sudiwala, M. Tristram, L. Valenziano, M. van der Vorst, K. van’t Klooster, F. Villa, and V. Yurchenko. Planck pre-launch status : The optical system. *Astronomy and Astrophysics*, 520 :A2, September 2010.
- [192] A. C. Taylor. Clover A B-mode polarization experiment. *New Astronomy Reviews*, 50 :993–998, December 2006.
- [193] M. Tegmark. CMB mapping experiments : A designer’s guide. *Phys. Rev. D*, 56 :4514–4529, October 1997.
- [194] The COre Collaboration, C. Armitage-Caplan, M. Avillez, D. Barbosa, A. Banday, N. Bartolo, R. Battye, J. Bernard, P. de Bernardis, S. Basak, M. Bersanelli, P. Bielewicz, A. Bonaldi, M. Bucher, F. Bouchet, F. Boulanger, C. Burigana, P. Camus, A. Challinor, S. Chongchitnan, D. Clements, S. Colafrancesco, J. Delabrouille, M. De Petris, G. De Zotti, C. Dickinson, J. Dunkley, T. Ensslin, J. Fergusson, P. Ferreira, K. Ferriere, F. Finelli, S. Galli, J. Garcia-Bellido, C. Gauthier, M. Haverkorn, M. Hindmarsh, A. Jaffe, M. Kunz, J. Lesgourgues, A. Liddle, M. Liguori, M. Lopez-Caniego, B. Maffei, P. Marchegiani, E. Martinez-Gonzalez, S. Masi, P. Matuskopf, S. Matarrese, A. Melchiorri, P. Mukherjee, F. Nati, P. Natoli, M. Negrello, L. Pagano, D. Paoletti, T. Peacocke, H. Peiris, L. Perrotto, F. Piacentini, M. Piat, L. Piccirillo, G. Pisano, N. Ponthieu, C. Rath, S. Ricciardi, J. Rubino Martin, M. Salatino, P. Shellard, R. Stompor, L. T. J. Urrutilla, B. Van Tent, L. Verde, B. Wandelt, and S. Withington. COre (Cosmic Origins Explorer) A White Paper. *ArXiv e-prints*, February 2011.

- [195] P. T. Timbie and D. T. Wilkinson. A search for anisotropy in the cosmic microwave radiation at medium angular scales. *The Astrophysical Journal*, 353 :140–144, April 1990.
- [196] P.T. Timbie, G.S. Tucker, P.A.R. Ade, S. Ali, E. Bierman, E.F. Bunn, C. Calderon, A.C. Gault, P.O. Hyland, B.G. Keating, J. Kim, A. Korotkov, S.S. Malu, P. Mauskopf, J.A. Murphy, C. O’Sullivan, L. Piccirillo, and B.D. Wandelt. The einstein polarization interferometer for cosmology (epic) and the millimeter-wave bolometric interferometer (mbi). *New Astronomy Reviews*, 50(11-12) :999 – 1008, 2006.
- [197] P. Tremblin, V. Minier, N. Schneider, G. A. Durand, M. C. B. Ashley, J. S. Lawrence, D. M. Luong-van, J. W. V. Storey, G. A. Durand, Y. Reinert, C. Veyssiere, C. Walter, P. Ade, P. G. Calisse, Z. Challita, E. Fossat, L. Sabbatini, A. Pellegrini, P. Ricaud, and J. Urban. Site testing for submillimetre astronomy at Dome C, Antarctica. *Astronomy and Astrophysics*, 535 :A112, November 2011.
- [198] M. Tristram, J. F. Macías-Pérez, C. Renault, and J.-C. Hamilton. ASYMPFAST : A method for convolving maps with asymmetric main beams. *Physical Review D : Particles, Fields, Gravitation and Cosmology*, 69(12) :123008, June 2004.
- [199] M. Tristram, J. F. Macías-Pérez, C. Renault, and D. Santos. XSPECT, estimation of the angular power spectrum by computing cross-power spectra with analytical error bars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 358 :833–842, April 2005.
- [200] R. V. Wagoner, W. A. Fowler, and F. Hoyle. On the Synthesis of Elements at Very High Temperatures. *Astrophysical Journal*, 148 :3, April 1967.
- [201] D. P. Woody and P. L. Richards. Spectrum of the cosmic background radiation. *Physical Review Letters*, 42 :925–929, April 1979.
- [202] E. L. Wright. Scanning and Mapping Strategies for CMB Experiments. *ArXiv Astrophysics e-prints*, November 1996.
- [203] S. Yatawatta, A. G. de Bruyn, M. A. Brentjens, P. Labropoulos, V. N. Pandey, S. Kazemi, S. Zaroubi, L. V. E. Koopmans, A. R. Offringa, V. Jelić, O. Martinez Rubi, V. Veligatla, S. J. Wijnholds, W. N. Brouw, G. Bernardi, B. Ciardi, S. Dai-boo, G. Harker, G. Mellema, J. Schaye, R. Thomas, H. Vedantham, E. Chapman, F. B. Abdalla, A. Alexov, J. Anderson, I. M. Avruch, F. Batejat, M. E. Bell, M. R. Bell, M. Bentum, P. Best, A. Bonafede, J. Bregman, F. Breitling, R. H. van de Brink, J. W. Broderick, M. Brüggen, J. Conway, F. de Gasperin, E. de Geus, S. Duscha, H. Falcke, R. A. Fallows, C. Ferrari, W. Frieswijk, M. A. Garrett, J. M. Griessmeier, A. W. Gunst, T. E. Hassall, J. W. T. Hessels, M. Hoefl, M. Iacobelli, E. Juette, A. Karastergiou, V. I. Kondratiev, M. Kramer, M. Kuniyoshi, G. Kuper, J. van Leeuwen, P. Maat, G. Mann, J. P. McKean, M. Mevius, J. D. Mol, H. Munk, R. Nijboer, J. E. Noordam, M. J. Norden, E. Orru, H. Paas, M. Pandey-Pommier, R. Pizzo, A. G. Polatidis, W. Reich, H. J. A. Röttgering, J. Sluman, O. Smirnov, B. Stappers, M. Steinmetz, M. Tagger, Y. Tang, C. Tasse, S. ter Veen, R. Vermeulen, R. J. van Weeren, M. Wise, O. Wucknitz, and P. Zarka. Initial deep LOFAR observations of epoch of reionization windows. I. The north celestial pole. *Astronomy & Astrophysics*, 550 :A136, February 2013.
- [204] Matias Zaldarriaga and Uro š Seljak. All-sky analysis of polarization in the microwave background. *Phys. Rev. D*, 55 :1830–1840, Feb 1997.

- [205] J. T. L. Zwart, R. W. Barker, P. Biddulph, D. Bly, R. C. Boysen, A. R. Brown, C. Clementson, M. Crofts, T. L. Culverhouse, J. Czeres, R. J. Dace, M. L. Davies, R. D'Alessandro, P. Doherty, K. Duggan, J. A. Ely, M. Felvus, F. Feroz, W. Flynn, T. M. O. Franzen, J. Geisbüsch, R. Génova-Santos, K. J. B. Grainge, W. F. Grainger, D. Hammett, R. E. Hills, M. P. Hobson, C. M. Holler, N. Hurley-Walker, R. Jilley, M. E. Jones, T. Kaneko, R. Kneissl, K. Lancaster, A. N. Lasenby, P. J. Marshall, F. Newton, O. Norris, I. Northrop, D. M. Odell, G. Petencin, J. C. Pober, G. G. Pooley, M. W. Pospieszalski, V. Quy, C. Rodríguez-González, R. D. E. Saunders, A. M. M. Scaife, J. Schofield, P. F. Scott, C. Shaw, T. W. Shimwell, H. Smith, A. C. Taylor, D. J. Titterington, M. Velić, E. M. Waldram, S. West, B. A. Wood, G. Yassin, and AMI Consortium. The Arcminute Microkelvin Imager. *Monthly Notices of the RAS*, 391 :1545–1558, December 2008.