



## Analyse de sensibilité globale d'un modèle d'évaluation économique du risque d'inondation

Nathalie Saint-Geours, Christian Lavergne, Jean-Stéphane Bailly, Frédéric Grelot

### ► To cite this version:

Nathalie Saint-Geours, Christian Lavergne, Jean-Stéphane Bailly, Frédéric Grelot. Analyse de sensibilité globale d'un modèle d'évaluation économique du risque d'inondation. 43ème Journées de Statistique de la SFdS, May 2011, Gammarth, Tunisia. <hal-00762006>

**HAL Id: hal-00762006**

**<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00762006>**

Submitted on 6 Dec 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# ANALYSE DE SENSIBILITÉ GLOBALE D'UN MODÈLE D'ÉVALUATION ÉCONOMIQUE DU RISQUE D'INONDATION

Nathalie Saint-Geours<sup>1,2</sup>, Christian Lavergne<sup>1</sup>, Jean-Stéphane Bailly<sup>2</sup> & Frédéric Grelot<sup>3</sup>

<sup>1</sup> *UMR I3M, Université Montpellier 2, France*

<sup>2</sup> *AgroParisTech, UMR TETIS, F-34093, Montpellier, France*

<sup>3</sup> *Cemagref, UMR G-EAU, F-34093, Montpellier, France*

**Mots-clés :** analyse de sensibilité globale, indices de Sobol, spatial, inondation

**Keywords:** global sensitivity analysis, variance-based, Sobol' indices, spatial, flood

**Résumé<sup>1</sup> :** L'analyse de sensibilité globale peine à se développer dans le champ de la modélisation environnementale. Dans sa formulation initiale, elle est limitée à l'étude de modèles  $Y = f(X_1, \dots, X_p)$  où les variables d'entrée  $X_j$  et la sortie  $Y$  sont scalaires, alors que nombre de modèles environnementaux incluent une dimension spatiale marquée, soit qu'ils fassent appel à des cartes comme variables d'entrée, soit que leurs sorties soient distribuées spatialement. Au travers d'une étude de cas détaillée, nous présentons dans cet article une extension de l'analyse de sensibilité globale à l'étude de modèles spatialisés. Le modèle étudié, nommé ACB-DE, est un outil d'évaluation économique du risque d'inondation. La réalisation de cartes d'indices de sensibilité permet d'étudier les sorties spatialisées du modèle ACB-DE et de rendre compte de la variabilité spatiale des indices de Sobol. L'influence relative des variables d'entrée à différentes échelles d'étude est analysée par la réalisation de cartes d'indices de sensibilité de résolution croissante. L'analyse réalisée permet d'identifier les variables d'entrée incertaines qui expliquent la plus grande part de la variabilité de l'indicateur économique fourni par le modèle ACB-DE ; elle apporte un éclairage nouveau sur le choix de l'échelle adéquate de représentation spatialisée de cet indicateur selon la précision des variables d'entrée.

**Abstract:** Variance-based Sobol' global sensitivity analysis (GSA) was initially designed for the study of models with scalar inputs and outputs, while many models in the environmental field are spatially explicit. As a result, GSA is not a common practise in environmental modelling. In this paper we describe a detailed case study where GSA is performed on a spatially dependent model for flood risk economic assessment on the Orb valley (southeast France). The realisations of random input maps can be generated by any method including geostatistical simulation techniques, allowing for spatial structure and auto-correlation to be taken into account. The estimation of sensitivity indices on ACB-DE spatial outputs makes it possible to produce maps of sensitivity indices. These maps describe the spatial variability of Sobol' indices. Sensitivity maps of different resolutions are then compared to discuss the relative influence of uncertain input factors at different scales.

---

<sup>1</sup>Un article présentant ce travail plus en détails a été soumis au Journal de la SFdS pour un numéro spécial *Analyse de sensibilité*.

## Introduction

L'analyse de sensibilité d'un modèle  $Y = f(X_1, \dots, X_p)$  vise à quantifier l'impact de l'incertitude pesant sur les  $p$  variables d'entrée  $X_i$  du modèle sur la variabilité de sa sortie  $Y$ . L'analyse de sensibilité globale basée sur la variance proposée par Sobol (1993) peut être utilisée pour étudier des codes numériques de type *boîte noire* peu coûteux en temps de calcul. Elle s'appuie sur la décomposition de la variance de  $Y$  en variances conditionnelles ; on y définit des indices de sensibilité  $S_i$  (parfois appelés indices de Sobol), compris entre 0 et 1, qui traduisent la part de chaque variable d'entrée  $X_i$  dans la variance de  $Y$  :

$$S_i = \frac{\text{Var}[E(Y | X_i)]}{\text{Var}(Y)}$$

Dans sa formulation initiale, l'analyse de sensibilité globale basée sur la variance est limitée à l'étude de modèles où les variables d'entrée  $X_i$  sont scalaires, tout comme la sortie  $Y$ . Or, dans le vaste champ de la recherche en environnement, notamment dans l'étude des risques naturels, nombre de modèles incluent une dimension spatiale marquée, soit qu'ils fassent appel à des *cartes* comme variables d'entrée, soit que leurs sorties soient spatialisées (cartes de risque par exemple). De ce fait, l'analyse de sensibilité peine à se développer dans ces champs thématiques, comme l'a montré Delgado (2004). Nous présentons ici une application de l'analyse de sensibilité globale basée sur la variance à un modèle d'évaluation économique du risque d'inondation (modèle ACB-DE), dont les variables d'entrée et les sorties sont distribuées spatialement.

## 1 Modèle ACB-DE

Le modèle ACB-DE est un outil d'évaluation économique du risque d'inondation développé par Erdlenbruch et al. (2008). Il vise à caractériser l'exposition d'un territoire au risque d'inondation, au moyen d'un indicateur spatialisé décrivant les dommages liés aux crues potentielles. Les données utilisées dans ce travail sont issues d'une étude de cas sur la basse vallée de l'Orb, dans l'Hérault (superficie de 100 km<sup>2</sup>).

Le modèle ACB-DE fait appel à des modules de natures différentes (hydrologique, hydraulique, économique), et combine six variables d'entrée notées  $X_0$  à  $X_5$  :  $X_2$ ,  $X_3$  et  $X_5$  appartiennent respectivement à  $\mathbb{R}^5$ ,  $\mathbb{R}^{20}$  et  $\mathbb{R}$ . Les trois autres variables d'entrée sont distribuées spatialement et sont représentées sous forme de couches dans un logiciel de Système d'Information Géographique :  $X_0$  est une carte décrivant l'étendue des plaines d'inondation,  $X_1$  est un Modèle Numérique de Terrain et  $X_2$  une carte d'occupation du sol. La résolution horizontale de ces cartes est de 5 m.

La sortie  $Y$  du modèle ACB-DE est une carte donnant en tout point  $u$  du territoire les dommages évités  $Y(u)$  en ce point. Sa résolution horizontale est de 5 m. A partir de cette sortie  $Y$ , on crée quatre autres cartes plus grossières notées  $Y^{(200)}$ ,  $Y^{(400)}$ ,  $Y^{(800)}$  et  $Y^{(1600)}$ , de résolution respectives  $s = 200, 400, 800$  et  $1600$  m, à destination des gestionnaires de

bassins versants (Figure 1). Plus précisément, pour une résolution  $s$  donnée,  $Y^{(s)}$  désigne la carte donnant en toute cellule  $C$  de côté  $s$  la somme  $Y_C$  des dommages évités sur cette cellule :  $Y_C = \int_{u \in C} Y(u) du$ .

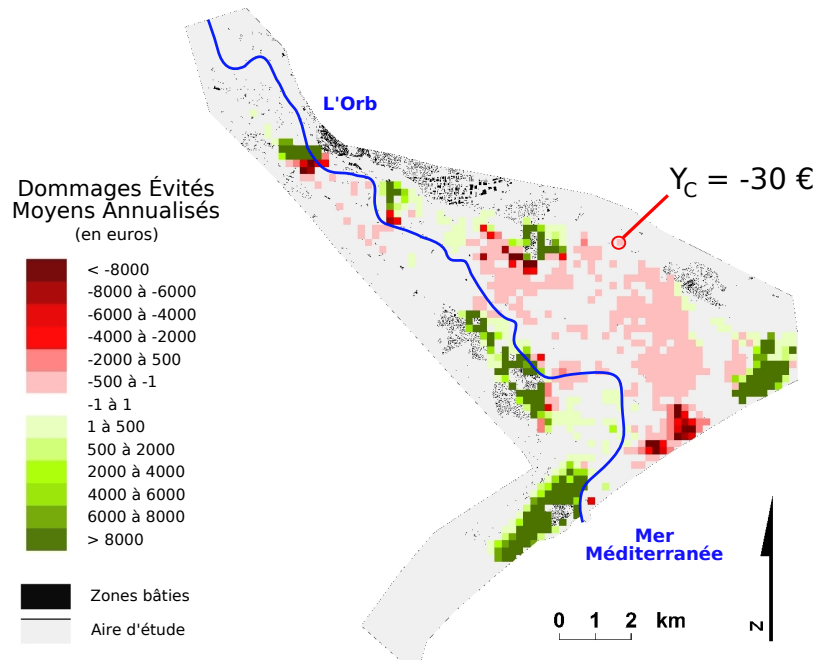


Figure 1:  $Y^{(200)}$ , carte des Dommages Évités Moyens Annualisés sur une grille régulière constituée de cellules de côté  $s = 200$  m. En chaque cellule  $C$  est représentée la somme  $Y_C$  des dommages évités sur cette cellule.

## 2 Analyse de sensibilité globale spatialisée

Plusieurs travaux ont déjà apporté des éléments de réponse aux problèmes posés par l'analyse de sensibilité globale d'un modèle spatialisé ; ils se sont intéressés à l'intégration dans l'analyse de variables d'entrée spatialisées et à l'étude de sorties spatialisées. On renvoie à Lilburne et Tarantola (2009) pour une liste de références sur ce sujet.

On propose ici de combiner deux approches pour mener à bien l'analyse de sensibilité du modèle ACB-DE : on associe le traitement des variables d'entrée spatialisées selon la méthode de Lilburne et Tarantola (2009) et l'analyse de sorties spatialisées via des cartes de sensibilité comme proposé par Marrel et al (2009). On explore de plus un point non abordé à notre connaissance, qui est l'impact sur la valeur des indices de Sobol de la résolution  $s$  à laquelle est représentée la variable de sortie  $Y$  spatialisée.

**Description des incertitudes** Dans un premier temps, on spécifie l’incertitude pesant sur chaque variable d’entrée (Table 1). Des distributions de probabilité sont identifiées pour les variables  $X_2$ ,  $X_3$  et  $X_5$ . Afin de rendre compte de l’incertitude sur les deux variables spatialisées ( $X_1$ , carte d’occupation du sol et  $X_4$ , Modèle Numérique de Terrain), deux jeux de  $n_1 = 1000$  et  $n_4 = 100$  réalisations aléatoires de ces variables ont été générés : un champ d’erreur Gaussien présentant une structure spatiale de covariance modélisée par un variogramme est ajouté au Modèle Numérique de Terrain initial selon un algorithme de simulation Gaussienne séquentielle proposé par Castrignano (2006) ; des confusions probabilistes entre classes sont introduites dans la carte d’occupation du sol.

	Variable d’entrée	Spécification de l’incertitude
$X_0$	Carte de la plaine d’inondation	Incertaines non prises en compte.
$X_1$	Carte d’occupation du sol	Matrice de confusion
$X_2 \in \mathbb{R}^5$	Périodes	Composantes indépendantes de lois uniformes.
$X_3 \in \mathbb{R}^{20}$	Endommagement	Composantes indépendantes de loi uniforme.
$X_4$	Modèle Numérique de Terrain	Modélisation et simulation géostatistique.
$X_5 \in \mathbb{R}$	$C_\infty$	Distribution triangulaire symétrique.

Table 1: Spécification de l’incertitude sur les variables d’entrée du modèle ACB-DE.

**Estimation des indices de sensibilité** Dans un second temps, un échantillon de taille  $N = 28\,672$  est constitué afin d’explorer l’espace des variables incertaines  $X_1$  à  $X_5$ , puis le modèle ACB-DE est simulé en chaque point de cet échantillon. La variable spatialisée  $X_1$  (resp.  $X_4$ ) est intégrée dans cet échantillon en associant un entier compris entre 1 et  $n_1$  (resp.  $n_4$ ) à chaque réalisation aléatoire préalablement générée de cette variable, ces réalisations étant considérées équiprobables. On estime alors les indices de sensibilité de premier ordre de chacune des variables  $X_j$  par rapport à  $Y$ , notés  $S_j(Y)$ , selon les expressions proposées par Saltelli et al (2008). Des intervalles de confiance à 90 % sont estimés pour chacun des indices de sensibilité par bootstrap (nombre d’échantillons bootstrap  $n_{\text{boot}} = 100$ ).

**Réalisation de cartes d’indices de sensibilité** Pour chacune des quatre sorties spatialisées  $Y^{(200)}$  à  $Y^{(1600)}$ , on établit des *cartes de sensibilité* pour chaque variable d’entrée  $X_1$  à  $X_5$ . Ces cartes sont définies sur la même grille régulière que la sortie  $Y^{(s)}$  considérée. La valeur de la carte de sensibilité de la variable  $X_j$  en une cellule  $C$  est égale à l’indice de sensibilité  $S_j(Y_C)$  de cette variable par rapport à la somme  $Y_C$  des dommages évités sur cette cellule. On obtient ainsi un jeu de 20 cartes de sensibilité qui traduisent l’influence de l’incertitude des différentes variables d’entrée  $X_1$  à  $X_5$  sur la variabilité de la carte  $Y$  des dommages évités à différentes résolutions spatiales.

### 3 Résultats

La Figure 2 présente les *cartes d'indices de sensibilité* de trois variables d'entrée ( $X_1$ ,  $X_2$  et  $X_3$ ) par rapport à la carte  $Y$  des dommages évités à deux résolutions différentes,  $s = 200$  et  $s = 1600$  m. Sur chacune de ces cartes, on observe une variabilité spatiale des indices de sensibilité. À une résolution  $s$  donnée, l'influence d'une variable incertaine  $X_i$  sur la variance de la sortie  $Y_C$  (somme des dommages évités sur la cellule  $C$ ) varie d'une zone à l'autre du territoire. On peut identifier deux éléments de structuration spatiale majeurs : les effets de bord et la présence de villes (bâti urbain).

Par ailleurs, on observe que les cartes de sensibilité par rapport à la sortie  $Y^{(200)}$  sont différentes des cartes réalisées par rapport à la sortie  $Y^{(1600)}$ . Pour permettre une comparaison entre les cartes d'indices de sensibilité aux différentes échelles, on a calculé pour chaque variable d'entrée  $X_j$  et chaque résolution  $s = 200, 400, 800$  et  $1600$  m la valeur moyenne  $\mu_j^{(s)}$  de l'indice de sensibilité  $S_j(Y_C)$  sur l'ensemble des cellules  $C$  de la grille.

On montre que pour chaque variable d'entrée  $X_j$ , l'indice moyen  $\mu_j^{(s)}$  dépend de manière monotone de la résolution  $s$ . L'indice de sensibilité des variables *distribuées spatialement* (ici  $X_1$  et  $X_4$ ) diminue à mesure qu'augmente le côté  $s$  des cellules sur lesquelles sont calculés les dommages évités. Un effet de compensation des incertitudes en est responsable : les incertitudes qui affectent les variables spatialisées sont *locales* ; lorsqu'une large zone est considérée, ces incertitudes locales se compensent et leur impact relatif par rapport aux autres variables diminue. Symétriquement, l'indice de sensibilité des variables *non distribuées spatialement* (ici  $X_2$ ,  $X_3$  et  $X_5$ ) augmente avec le côté  $s$  de la cellule  $C$  sur laquelle on calcule les dommages évités. Selon la résolution  $s$  à laquelle on représente le champ  $Y$  des dommages évités, les variables d'entrée qui expliquent sa variabilité ne sont donc pas les mêmes.

### Conclusion

L'approche proposée est applicable à un large éventail de modèles spatialisés, à la condition qu'ils soient peu coûteux en temps de calcul. Elle offre de nouvelles perspectives dans la compréhension des liens entre effets d'échelle, incertitudes et sensibilité, questions qui sont propres à ce type de modèles. Des travaux complémentaires sont à mener pour préciser les effets de biais induit par la méthode de représentation de l'incertitude sur les variables spatialisées, pour optimiser l'échantillonnage de réalisations aléatoires de ces variables, ou encore pour mieux comprendre et prédire la structure spatiale des cartes de sensibilité.

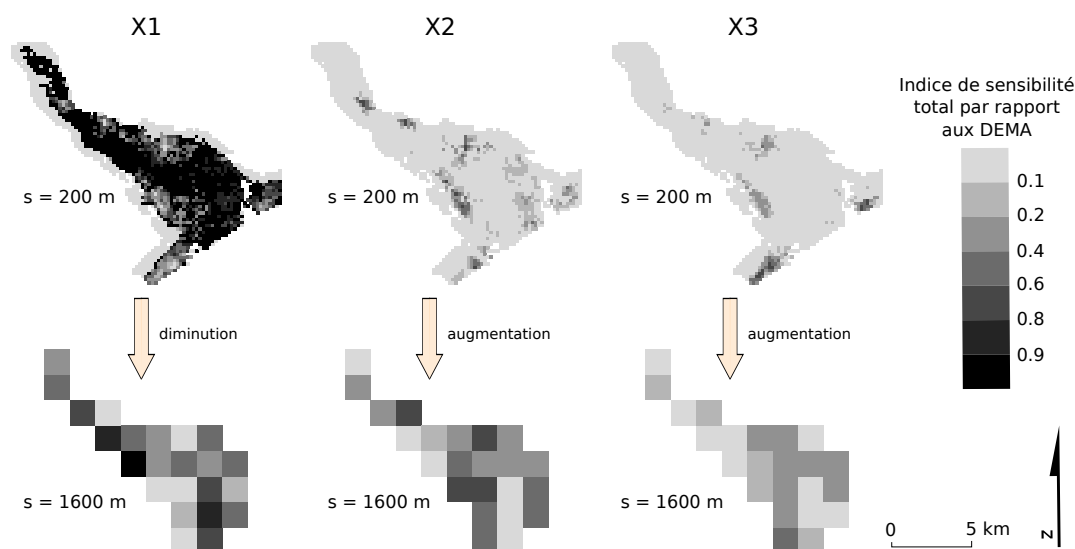


Figure 2: Cartes de sensibilité. Pour chacune des trois variables  $X_1$  à  $X_3$ , la carte du haut (resp. du bas) présente la *carte de sensibilité* de la variable  $X_j$  par rapport à la sortie spatialisée  $Y^{(200)}$  (resp.  $Y^{(1600)}$ ) : sur chaque cellule  $C$  de côté  $s = 200$  m (resp.  $1600$  m), on représente  $S_j(Y_C)$ , indice de sensibilité de la variable  $X_j$  par rapport à la somme  $Y_C$  des dommages évités sur la cellule.

## Bibliographie

- [1] Castrignano, A. (2006) Accuracy assessment of Digital Elevation Model using stochastic simulation. *7th International Symposium on Spatial Accuracy Assessment in Natural Resources and Environmental Sciences*.
- [2] Delgado, M. et Sendra, J. (2004) Sensitivity analysis in multicriteria spatial decision-making: a review. *Human and Ecological Risk Assessment*, 10(6), 1173-1187.
- [3] Erdlenbruch, K., Gilbert, E., Grelot, F. et Lescoulier, C. (2008) Une analyse coût-bénéfice spatialisée de la protection contre les inondations : Application de la méthode des dommages évités à la basse vallée de l'Orb. *Ingénieries Eau-Agriculture-Territoires*, 53, 3-20.
- [4] Lilburne, L. et Tarantola, S. (2009) Sensitivity analysis of spatial models. *International Journal of Geographical Information Science*, 23(2), 151-168.
- [5] Saltelli, A., Ratto, M., Andres, T., Campolongo, F., Cariboni, J., Gatelli, D., Saisana, M. et Tarantola, S. (2008) *Global Sensitivity Analysis - The Primer*, Wiley, Ltd.
- [6] Sobol', I. M. (1993) Sensitivity analysis for non-linear mathematical models. *Mathematical Modelling and Computational Experiment*, 1, 407-414.
- [7] Volkova, E., Iooss, B. et Van Dorpe, F. (2008) Global sensitivity analysis for a numerical model of radionuclide migration from the RRC Kurchatov Institute radwaste disposal site. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 22(1), 17-31.