

# Modélisation statistique de la température pour la gestion des produits dérivés climatiques

Olivier Roustant

*EMSE / ISFA*

*JDS 2006*

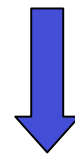
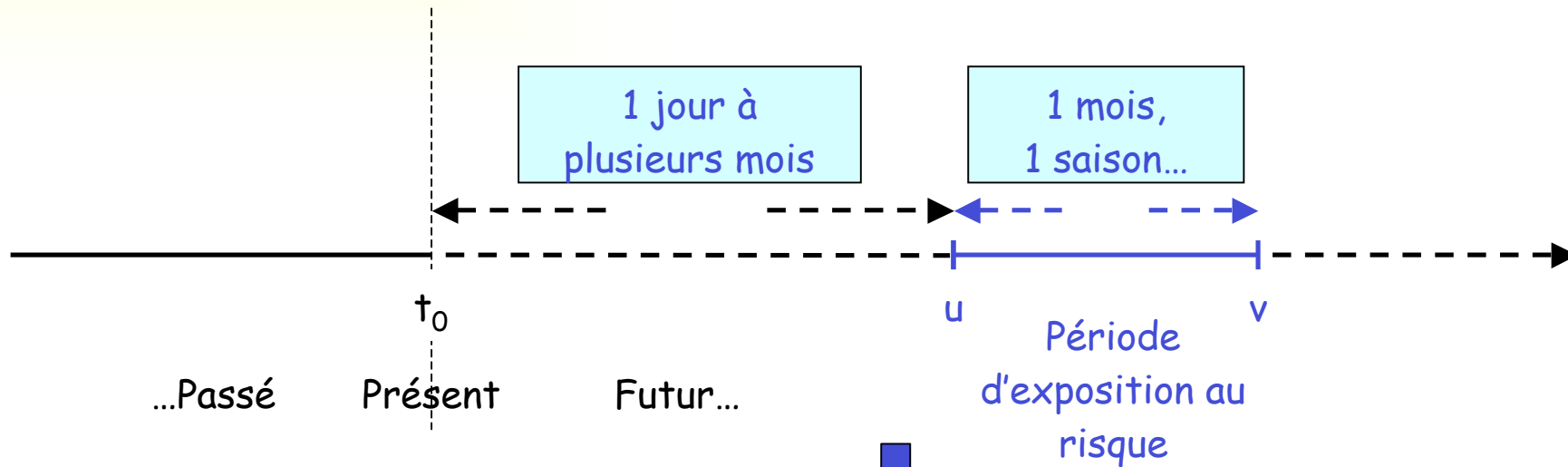
# 1. La température

2. Modèles de température

3. Risque de modèle

## Problématique (1/2)

### Aspect temporel



Indication de tendance à moyen terme

Prévision  
saisonnière

+

Modélisation  
probabiliste

Description de la *dynamique* de température :

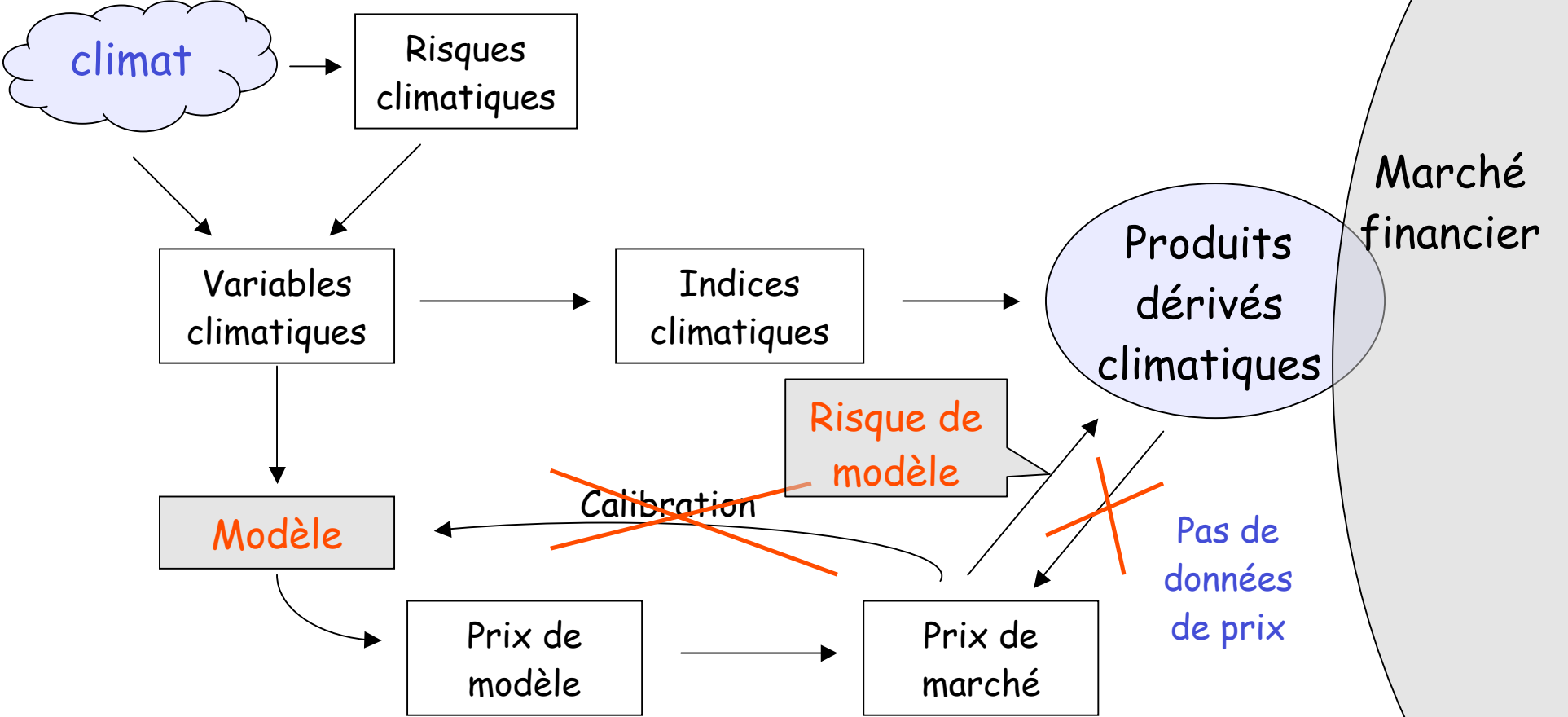
Loi de  $(T(u), T(u+1), \dots, T(v)) \mid T(t_0), T(t_0-1), \dots$

## Problématique (2/2)

### Aspect spatial



Contexte





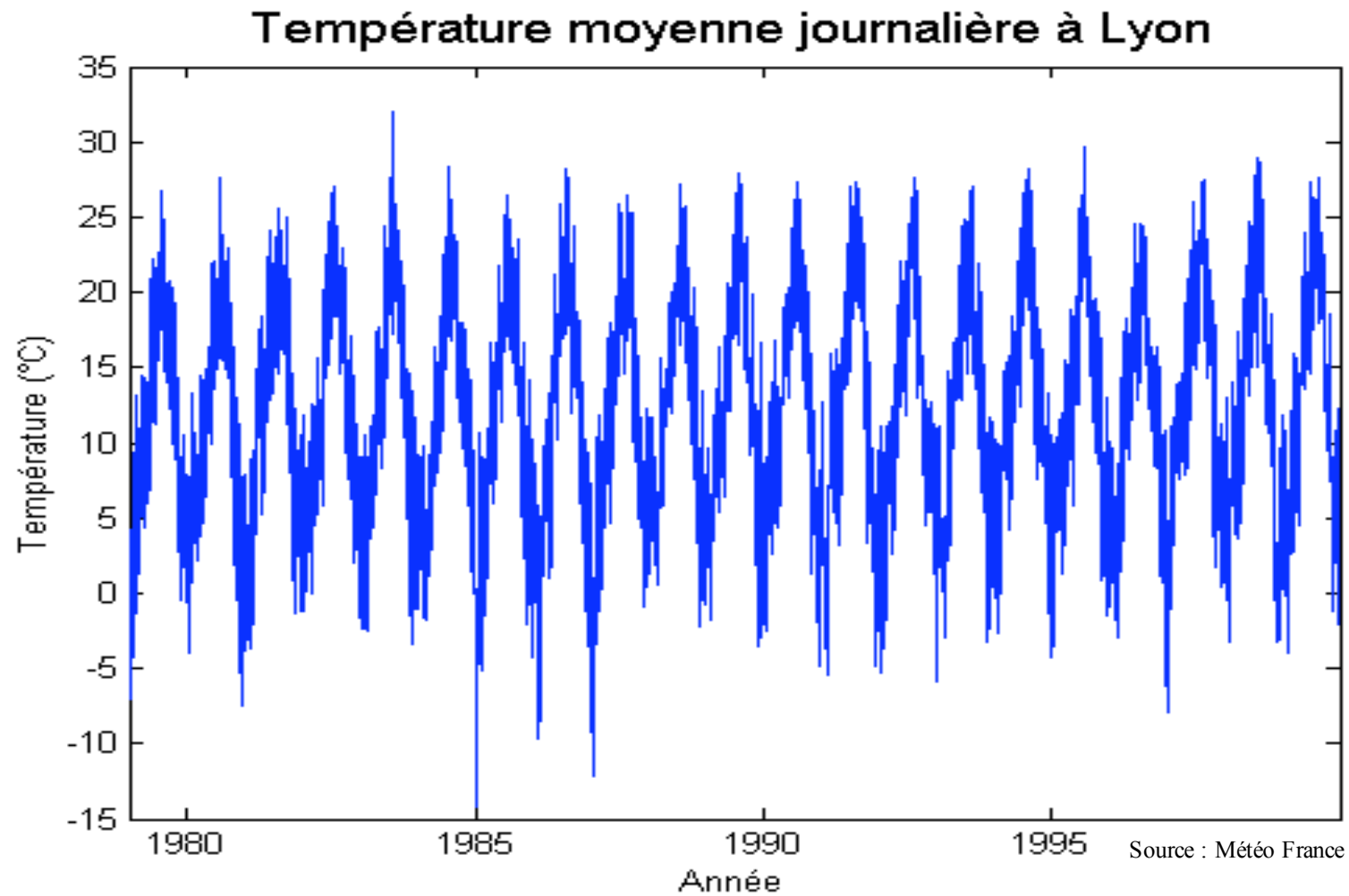
# Quelques caractéristiques de la température

# 1. La température

## 2. Modèles

## 3. Risque de modèle

# Exemple d'historique de température



# 1. La température

## 2. Modèles

## 3. Risque de modèle

# Caractéristiques de la température

connues a priori

- Saisonnalité annuelle (cycle des saisons)
- Tendance à la hausse (réchauffement de la planète, urbanisation)
- Dispersion saisonnière : dispersion plus élevée en hiver
- Prédicteur le plus pertinent pour prévoir la température en un lieu donné ?

*La température de la veille*

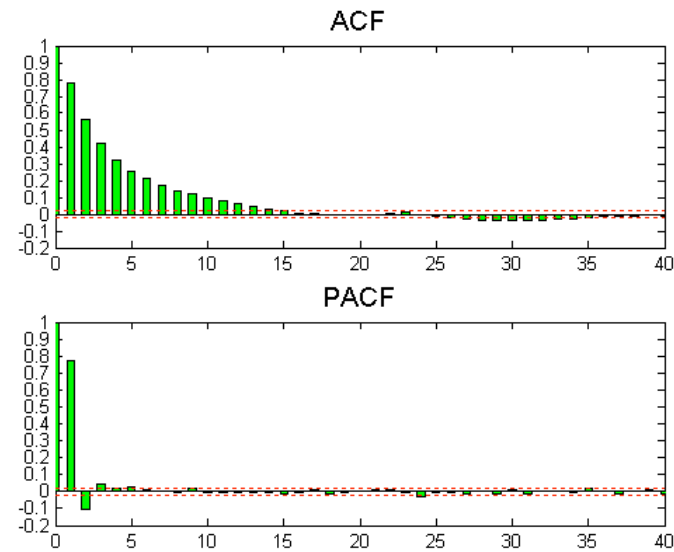
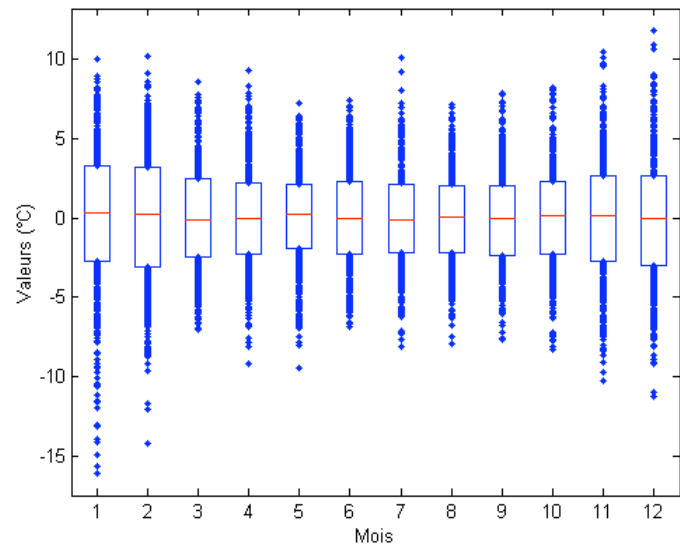
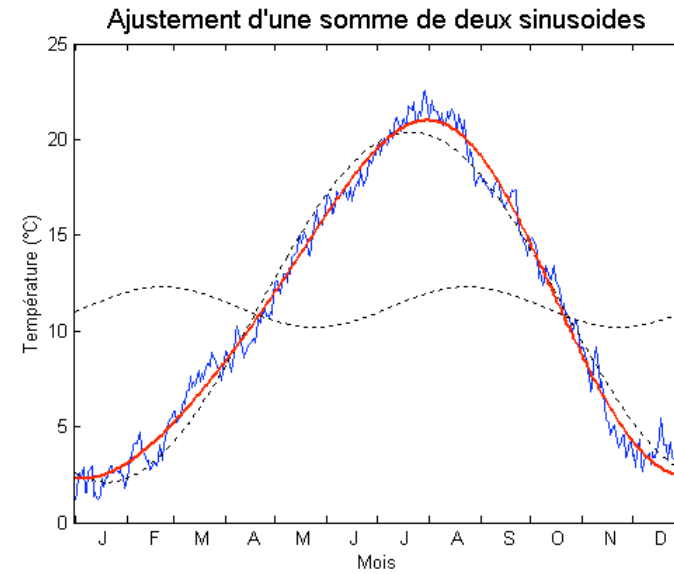
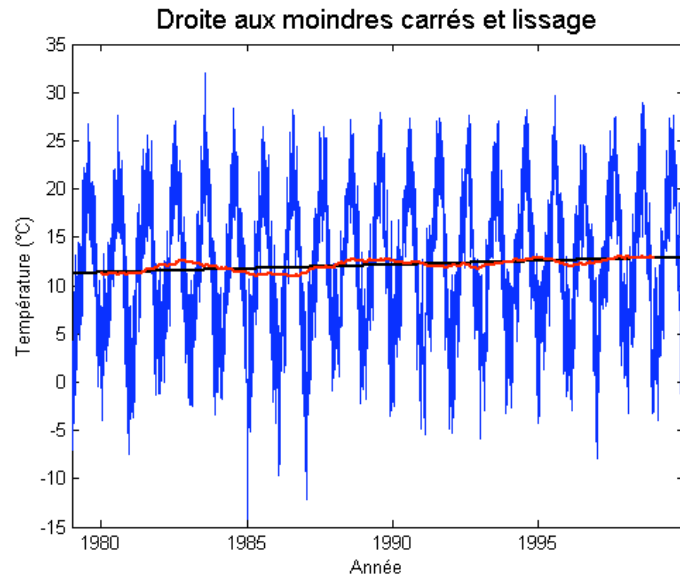
Utilisation des  
séries temporelles

# 1. La température

## 2. Modèles

## 3. Risque de modèle

# Éléments de résultats d'étude des données





# 1. La température


## 2. Modèles

## 3. Risque de modèle

### Précision de ces caractéristiques

### après étude des données

- Saisonnalité annuelle + *semestrielle*
- Tendance à la hausse *vérifiée mais... irrégulière*
- Dispersion saisonnière : dispersion plus élevée en hiver  
+ *asymétrie des températures hivernales*
- Prédicteur le plus pertinent pour prévoir la température en un lieu donné ?  
*La température de la veille*  
*Les températures des 3 jours précédents*

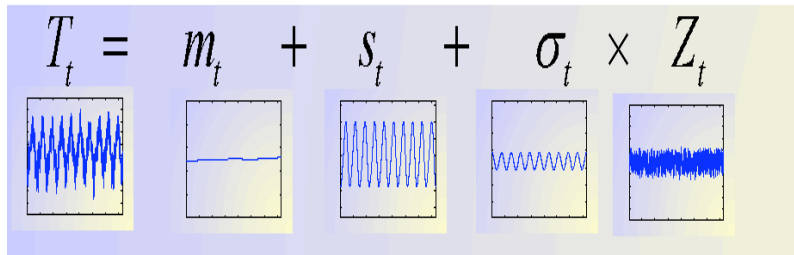


# Modèles statistiques de température

1. La température
2. Modèles
3. Risque de modèle

Point biblio (1/4)

## ■ Modèles ARMA à variance périodique



$(Z_t)$  processus ARMA(p,q) :

$$\Phi(B)Z_t = \Theta(B)\varepsilon_t$$

avec  $(\varepsilon_t)$  bruit blanc (gaussien?)

- Introduction : (Cao, Wei, 1998)
- Etudes statistiques :
  - (Moréno, 2000), (Roustant, 2000), (Tankov, 2001)...
    - validation sur des données françaises
    - la normalité est « douteuse »
  - (Campbell, Diebold, 2000 & 2005 [JASA])
    - ajout d'une hétéroscédasticité conditionnelle pour des données américaines

1. La température
2. Modèles
3. Risque de modèle

Point biblio (2/4)

■ Modèles de « retour à la moyenne »

■ Modèle de type Ornstein-Uhlenbeck (Dischel, 1998) :

$$dT_t = \alpha (\theta_t - T_t) dt + \sigma_t dW_t$$

« normale saisonnière »
température
MB standard

difficulté :  $ET_t \neq \theta_t$

■ Modèle amélioré (Dornier, Quéruel, 2000), (Alaton, Djehiche, Stillberger, 2001) :

$$dT_t = \left\{ \frac{d\theta_t}{dt} + \alpha (\theta_t - T_t) \right\} dt + \sigma_t dW_t$$

1. La température
2. Modèles
3. Risque de modèle

Point biblio (3/4)

## ■ Modèles à mémoire longue

- Modèle de « retour à la moyenne » de type Ornstein-Uhlenbeck *fractionnaire* (Brody, Syroka, Zervos, 2001)

$$dT_t = \alpha_t (\theta_t - T_t) dt + \sigma_t dW_t^H$$

↑  
MB fractionnaire :

PAS gaussien, continu tel que

$$E[W_t^H W_s^H] = \frac{1}{2} (t^{2H} + s^{2H} - |t - s|^{2H})$$

- Modèle ARFIMA (Caballero, Jewson, Brix, 2002)

$$\Phi(B)(1-B)^d X_t = \Theta(B)\varepsilon_t, \quad 0 < d < \frac{1}{2}$$

↑  
Température sans  
tendance et désaisonnalisée

1. La température
2. Modèles
3. Risque de modèle

Point biblio (4/4)

## ■ Modélisation des indices

Très peu de données...



- Modélisation des indices (Davis, 2001) par un mouvement brownien géométrique

## ■ Aspect spatio-temporel

- Etude de la pertinence d'un modèle spatio-temporel de type VARMA (Roustant, 2003)

## ■ Comparaison de modèles

- Comparaison du modèle de retour à la moyenne avec quelques modèles ARMA sur une option climatique (Barrieu, 2002)
  - Sur le produit étudié, bon comportement des modèles ARMA gaussiens
  - Forte sensibilité / paramètre pour le modèle de retour à la moyenne
  - Difficulté à aller plus loin à cause du manque de prix de marchés...

1. La température
2. Modèles
3. Risque de modèle

Modélisation de la normale saisonnière ?

Point biblio : bilan

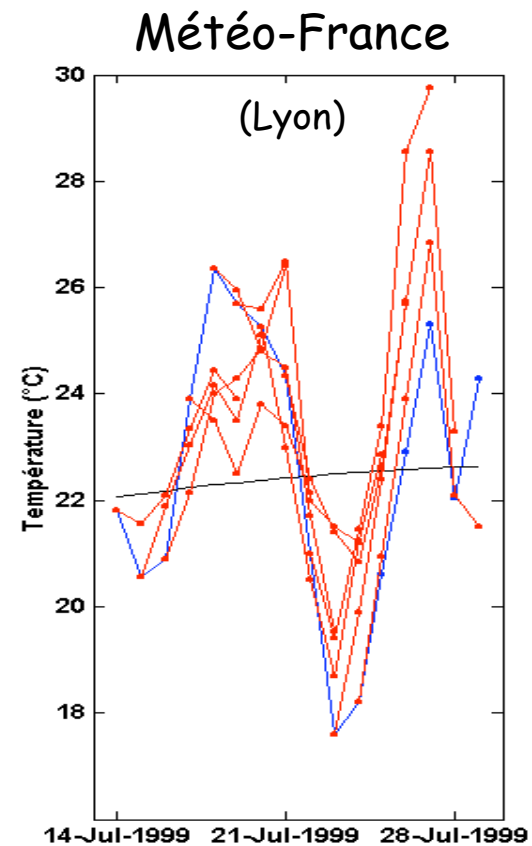
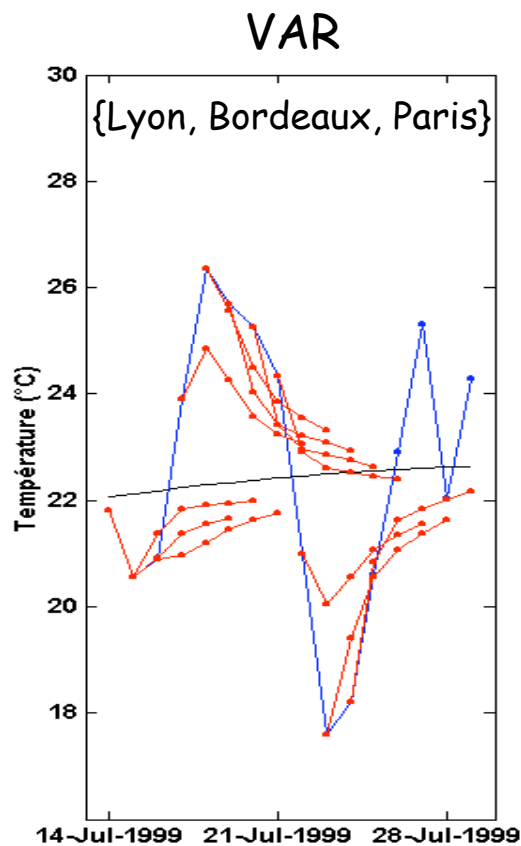
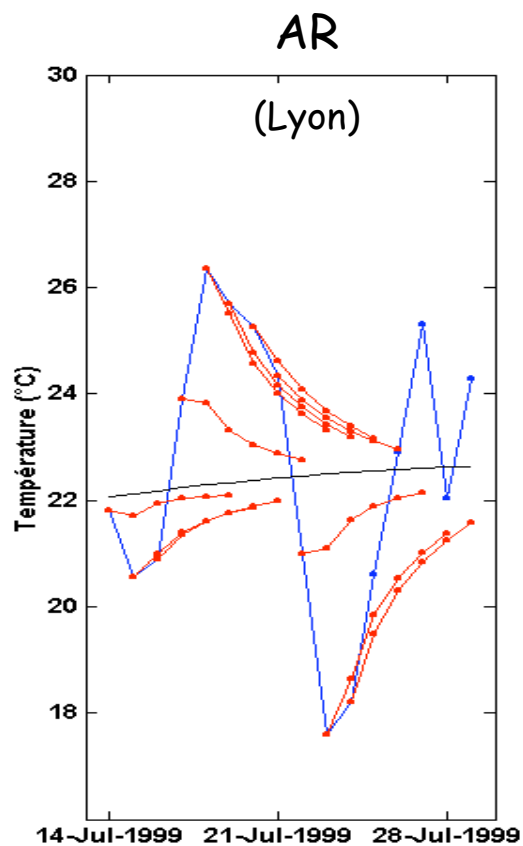
Type \ Temps	Temps discret	Temps continu
Retour à la moyenne	$\approx AR(1)^*$	Ornstein-Uhlenbeck
Mémoire courte	<u><math>ARMA^{*,(+)}</math></u>	
Mémoire longue	ARFIMA*	Ornstein-Uhlenbeck fractionnaire
Spatio-temporel	VARMA*	

Modèle validé statistiquement

\* Une fois tendance, saisonnalité et variance saisonnière prises en compte.  
 (+) Avec, le cas échéant, de l'hétéroscédasticité conditionnelle.

1. La température
2. Modèles
3. Risque de modèle

## Apports de la dimension spatiale : Comparaison des prévisions des modèles AR et VAR



(Données prévision : Météo France)

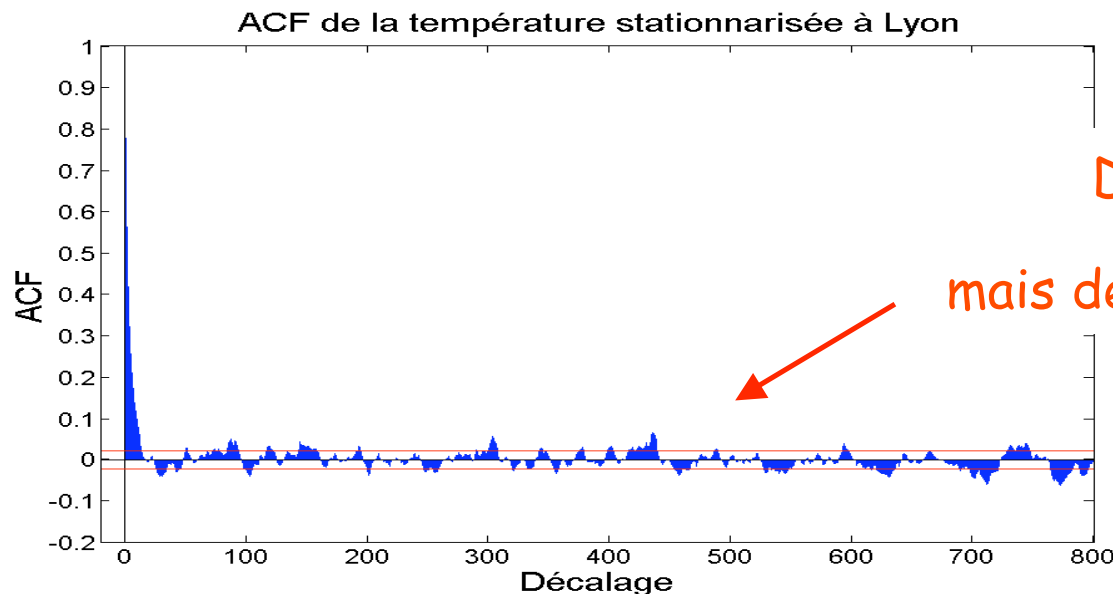


1. La température
2. Modèles
3. Risque de modèle

## Question ouverte

Mémoire longue ou mémoire courte ?

- Mémoire courte (ARMA)  $\Rightarrow$  décroissance exponentielle de l'ACF
- Mémoire longue (ARFIMA)  $\Rightarrow$  décroissance polynômiale de l'ACF



Décroissance... rapide,  
mais défaut de stationnarisation

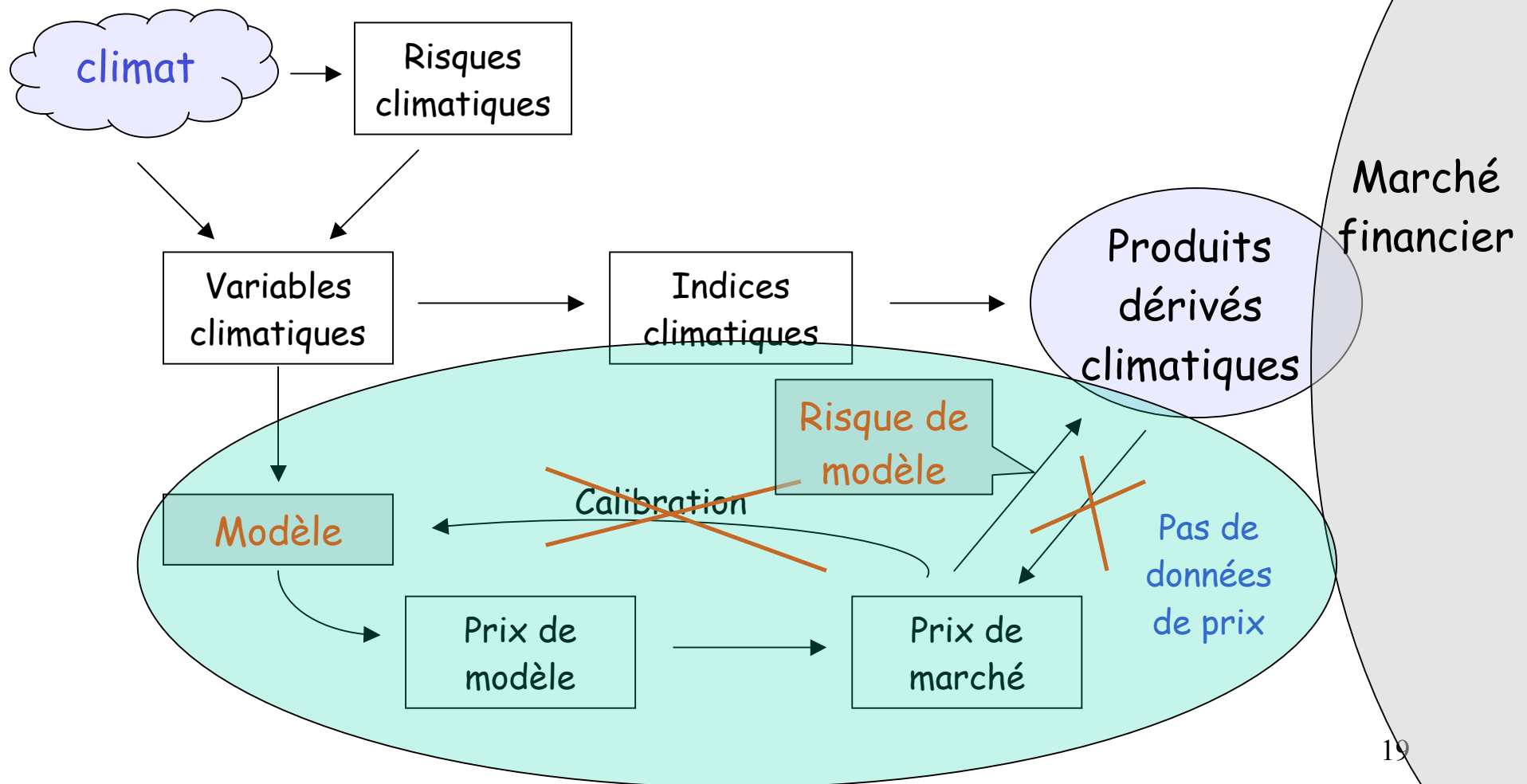
- Il est possible que les tests de détection de mémoire longue soient leurrés par la présence de termes déterministes résiduels  
 $\rightarrow$  cf. « Testing for long memory in the presence of a general trend »<sup>17</sup>  
(Giraitis, Kokoszka, Leipus, 2001)



# Risque de modèle

1. La température
2. Modèles
3. Risque de modèle

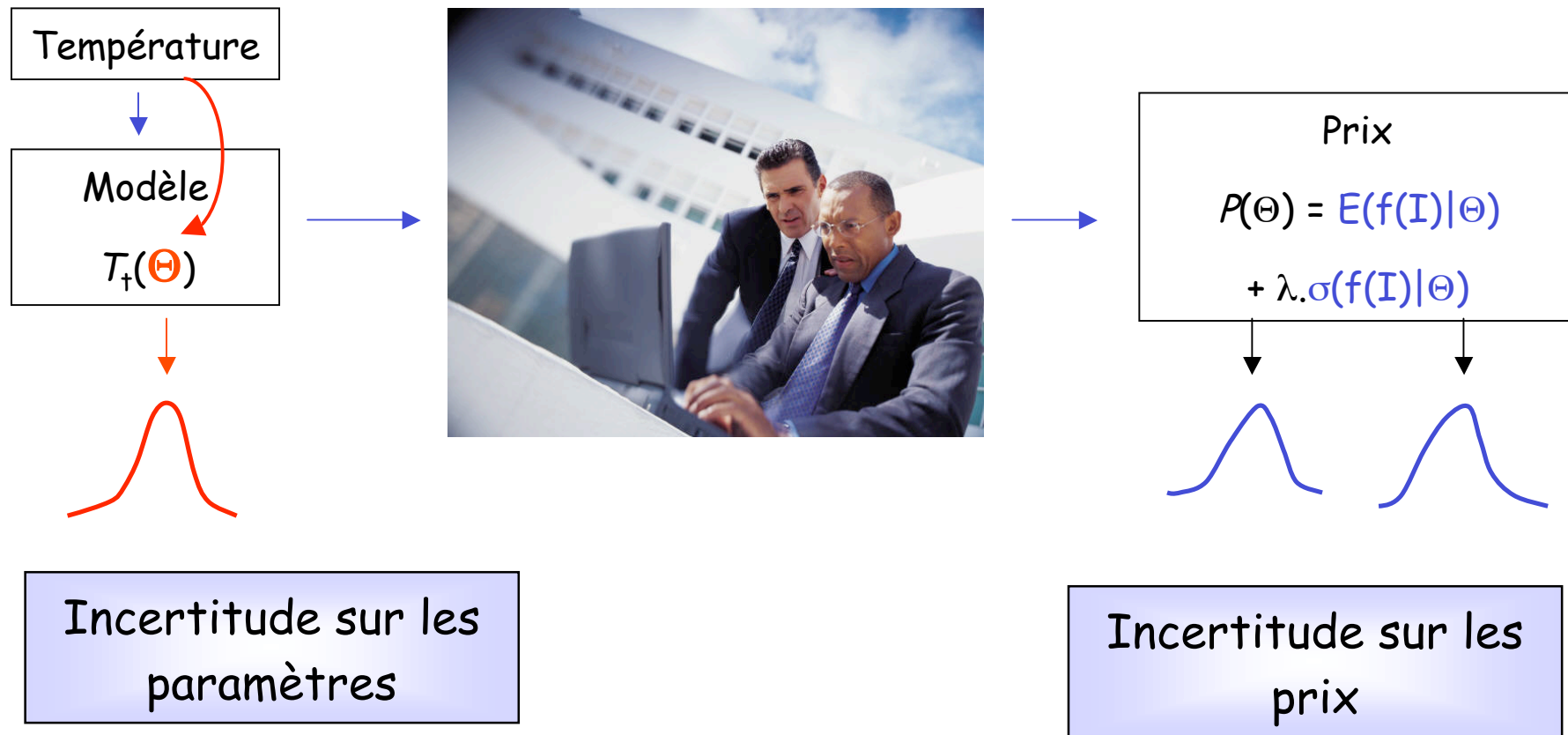
## Risque de modèle



1. La température
2. Modèles
3. Risque de modèle

## Risque d'estimation

Quel est l'impact de l'erreur de modélisation sur les prix ?



1. La température
2. Modèles
3. Risque de modèle

## Méthodologie

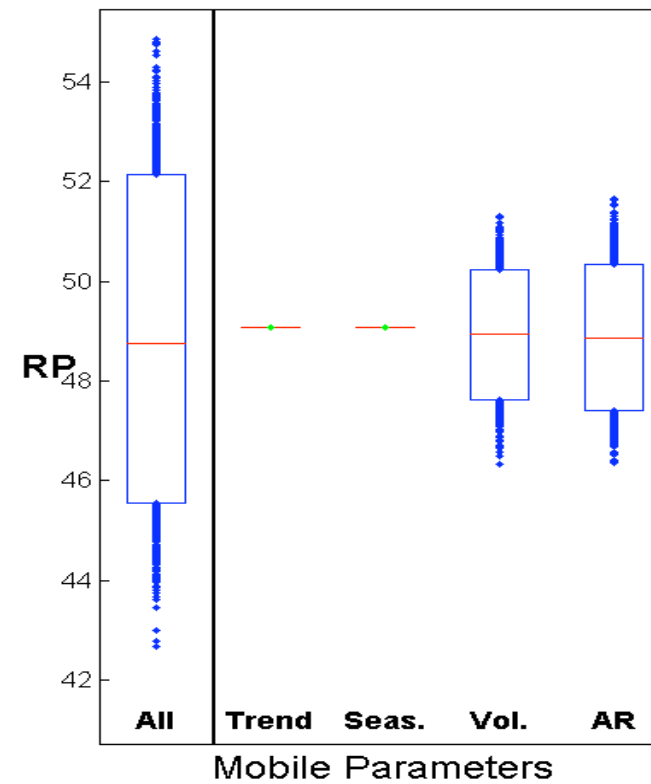
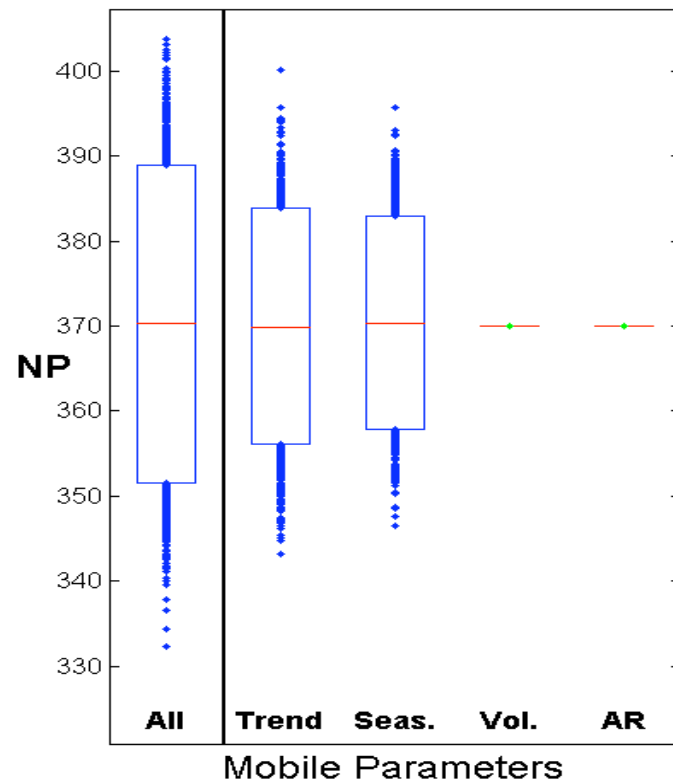
(Roustant, Laurent, Carraro, Bay, 2003)

- Estimation de l'incertitude des paramètres
  - Normalité du vecteur des paramètres assez bien vérifiée
  - Rééchantillonnage (*bootstrap*) dans les résidus du modèle AR pour calculer la matrice de variance-covariance
  - Vérification de l'hypothèse (tests statistiques)
- Propagation des incertitudes
  - Obtention d'un *échantillon de prix* par simulation des paramètres selon la loi normale obtenue
  - Possibilité de regarder l'impact d'un groupe de paramètre par *simulation conditionnelle*

1. La température
2. Modèles
3. Risque de modèle

## Résultats

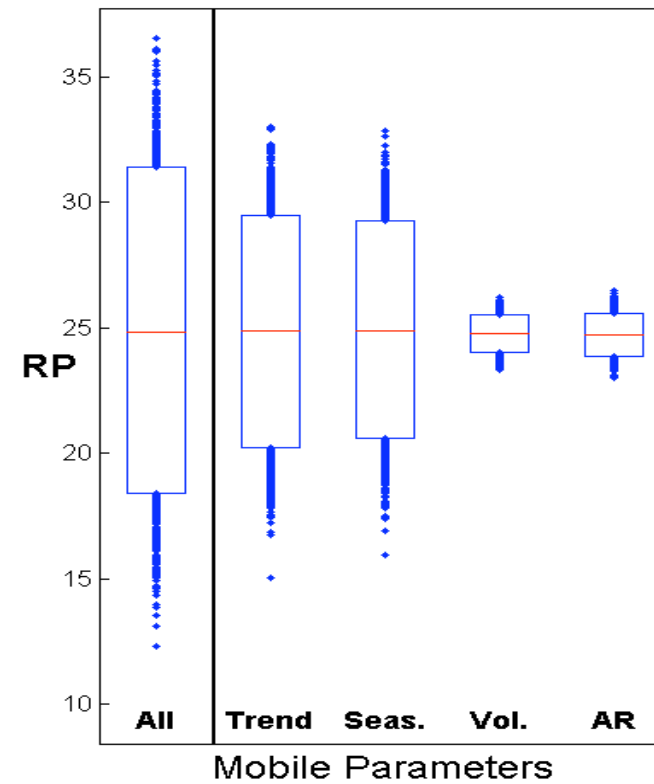
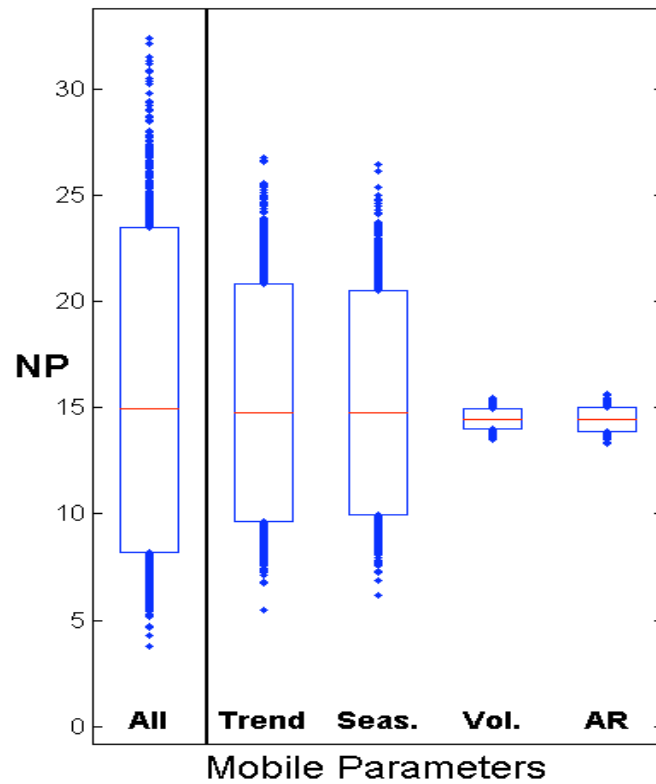
### Exemple : Future



1. La température
2. Modèles
3. Risque de modèle

## Résultats

### Exemple : Option



1. La température
2. Modèles
3. Risque de modèle

## Résultats

(Roustant, Laurent, Carraro, Bay, 2003)

L'incertitude des prix est acceptable pour les contrats Futures (entre 5 et 10 %) ... mais inacceptable pour les options (plus de 50% pour la prime pure)

Source des erreurs :

- composantes déterministes de la moyenne du processus :

tendance ET saisonnalité

- paramètre le plus néfaste : pente de la tendance





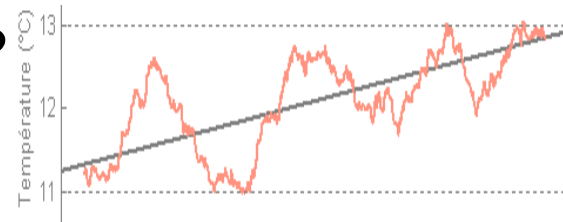
# Perspectives

Les améliorations de la modélisation de la température devraient également concerner la partie déterministe (souvent négligée)

- De façon endogène :

Modélisation de la tendance et de la saisonnalité

→ *modèle à changement de régime ?*



- Avec le renfort des météorologues

Utilisation de prévisions à moyen terme

→ *prévision saisonnière*

## Prévision saisonnière

*D'après Météo France*

- Prévision de la moyenne trimestrielle de la température (par ex.) pour les 4 à 6 mois à venir
  - Exprimée sous la forme de scénario : « normal, chaud, froid »
  
- Fonctionnement : modèle (atmosphère, océan)
  - La dynamique océanique est plus lente
    - possibilité de faire des prévisions à moyen terme
  
- Efficacité (température) :
  - Meilleure en hiver qu'en été
  - Faible en Europe de l'Ouest
  - Bonne dans la ceinture inter-tropicale, sur le pourtour du Pacifique