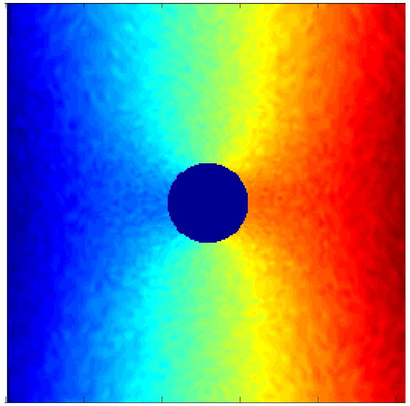
Faciliter l'identification bayesienne à partir de mesures de champ par la méthode des surfaces de réponse et l'expansion de Karhunen Loeve

Mesures de champ



JFMS'10, Toulouse, 24-26 mars 2010

Christian Gogu, Raphael Haftka, Rodolphe Le Riche

Institut Clément Ader

Université de Toulouse

University of Florida

Ecole Nationale Supérieure des Mines Saint-Etienne

Introduction

- % de matériaux composites dans les structures aérospatiales augmente

Ex: Boeing 787,
Airbus A350 WB

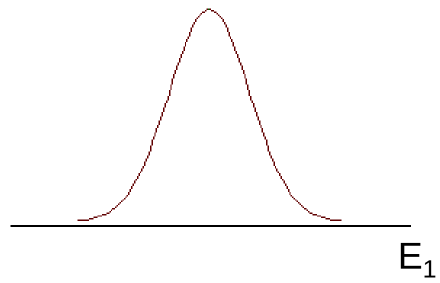
- Connaissance précise des propriétés matériaux => diminue poids donc coûts

Motivation

- Identification: obtenir la meilleure estimation possible des paramètres d'un modèle à partir de mesures expérimentales
- Les erreurs et incertitudes dans l'expérience et la modélisation de l'expérience affectent les résultats de l'identification
- A partir d'une expérience donnée les différentes propriétés ne seront pas identifiées avec la même incertitude/confiance (surtout si identification de plusieurs paramètres)

Motivation

- L'identification bayesienne est une des approches probabilistes qui peut rendre compte de ces aspects
  - Sources d'incertitudes dans le problème
  - Identifie une densité de probabilité



information sur l'incertitude avec laquelle les propriétés (module longitudinal E_1 par ex.) sont identifiées

- Défi majeur: temps de calcul (car simulations de Monte Carlo) => modèles éléments finis prohibitifs

- Objectif: rendre numériquement possible l'approche bayesienne sur un problème d'identification des propriétés élastiques orthotropes à partir de mesures de champ ; utilisation de surfaces de réponse et de l'expansion de Karhunen Loeve

Plan

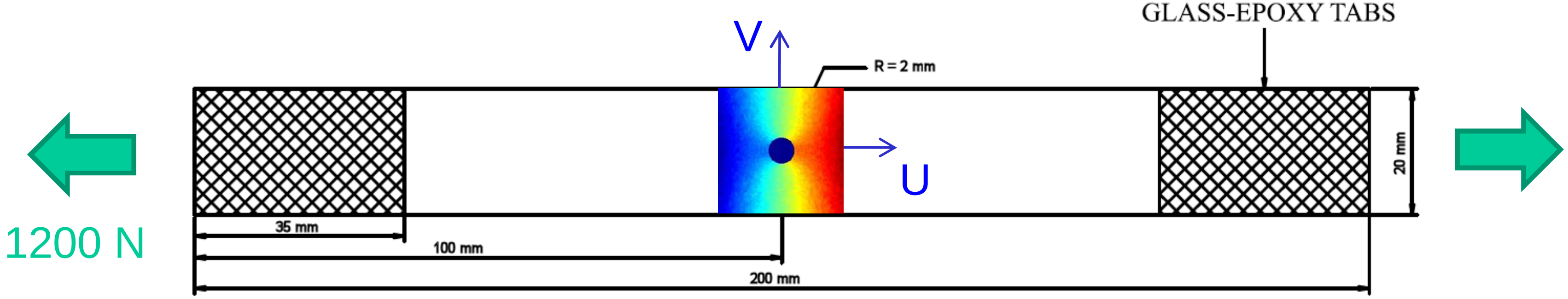
1. Problème d'identification considéré

2. Réduction de dimensionnalité par expansion de Karhunen Loeve (décomposition POD)

3. Procédure d'identification bayesienne et résultats

Expérience simulée

- Expérience simulée de traction sur une plaque trouée
- Stratifié $[45,-45,0]_s$ (fibre de carbone/epoxy)



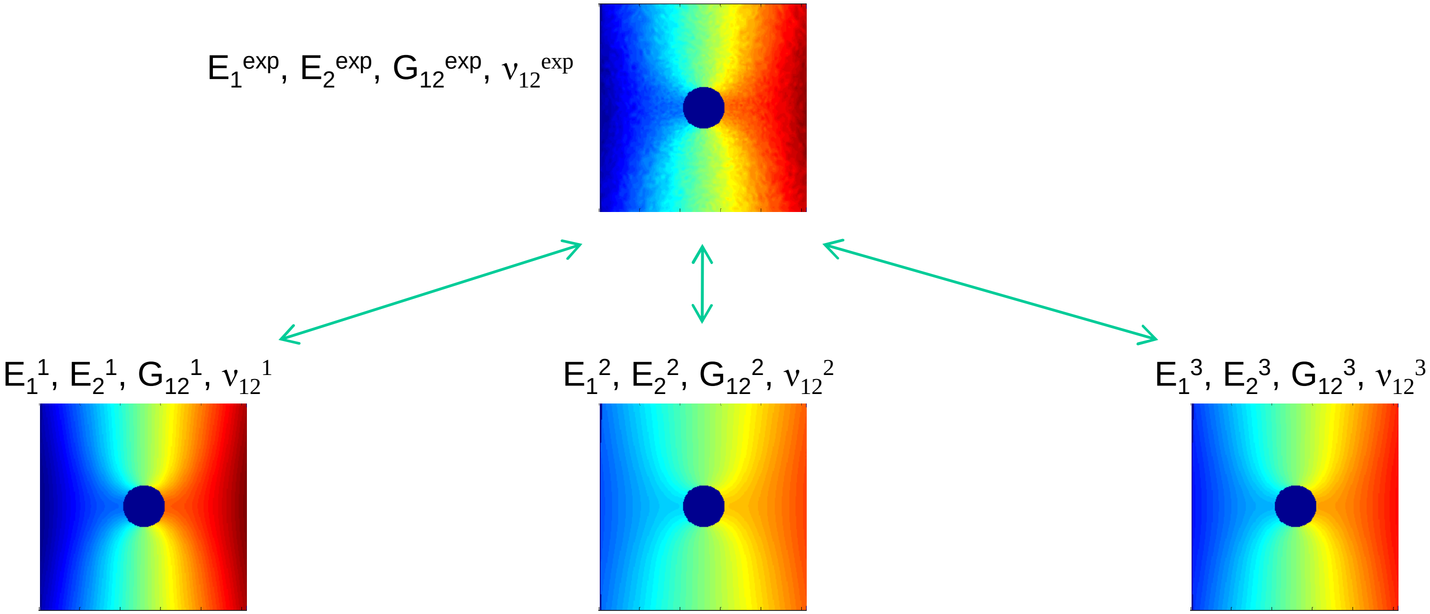
- Mesures des champ de déplacements héterogènes U et V (e.g. corrélation d'images) => permet d'identifier les quatre proprietés élastiques du pli en même temps

- Modèle EF réalisé sous Abaqus (8020 éléments S4R)

- On cherche à identifier les 4 proprietés élastiques orthotropes du pli

Problème d'identification

- Identification à partir de mesures de champ



- Identification bayesienne nécessite la corrélation entre les différents point du champ de mesure
- En mesures de champ, 1 pixel =1 mesure => milliers de mesures
- Matrices de corrélation de cette taille prohibitives pour l'identification

  => nécessite une réduction drastique de la dimensionnalité des champs

Approche par décomposition modale

- Utilisation de la méthode de décomposition en composantes principales, également connue ici comme décomposition orthogonale propre (POD) ou expansion de Karhunen Loeve (KL)
- POD: méthode pour extraire une base modale à partir d'échantillons, (appelés snapshots), issus des simulations EF, à l'intérieur de la région d'intérêt
- Domaine d'intérêt défini par les bornes:

Paramètre	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	ν_{12}	G_{12} (GPa)	t (mm)
Borne inf.	126	7	0.189	3.5	0.12
Borne sup.	234	13	0.351	6.5	0.18

- Pour tout champ à l'intérieur de ces bornes on cherche une représentation de dimension réduite (au lieu d'exprimer chaque champ par la valeur à chaque pixel): trouver une base modale

Méthode POD

- Méthode POD permet d'exprimer exactement tout snapshot par:

$$U = \sum_{i=1}^{M} \alpha_i \phi_i$$

Φ_i = modes POD (vecteurs de la base), eigenvectors of $C = SS^T$

M = nombre de snapshots utilisés (200 simulation EF ici)

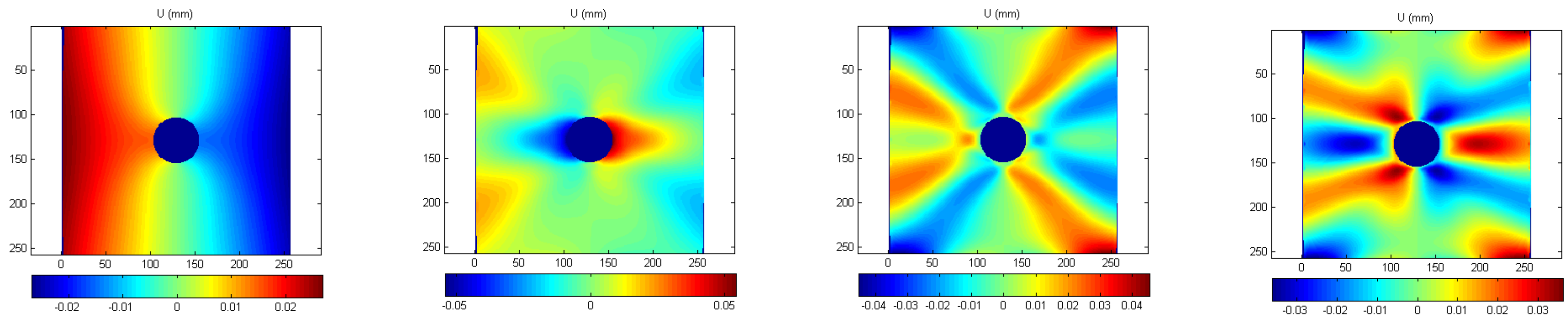
- Méthode POD permet d'exprimer approximativement tout snapshot ou tout champ à l'intérieur du domaine de construction par:

$$\tilde{U} = \sum_{i=1}^{K} \alpha_i \phi_i \qquad K << M$$

- décomposition optimale pour les snapshots utilisés (minimise l'erreur d'approximation pour un K donné)

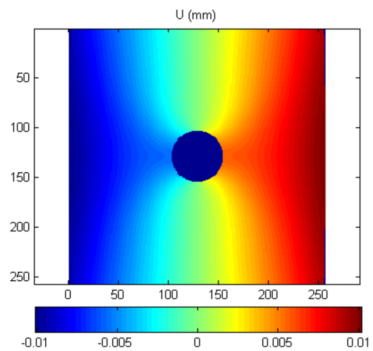
Méthode POD appliquée sur les champs U

- Premiers 4 modes POD pour les champs de déplacement U



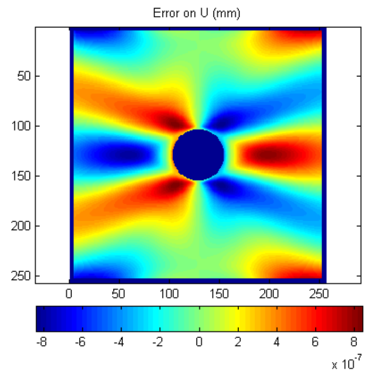
- Erreur de troncature en fonction de K pour le snapshot 1:

Champ vrai



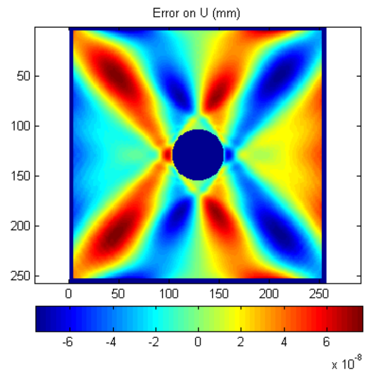
Max(U) = 1.01 10^{-2} mm

Erreur pour K=3



Max error: 8.9 10^{-7} mm

Erreur pour K=4



Max error: 9.4 10^{-8} mm

Identification bayesienne

- Champs des déplacements exprimés dans la base POD:

$$U = \sum_{i=1}^{4} \alpha_i \phi_i \qquad\qquad V = \sum_{i=4}^{8} \alpha_i \phi_i$$

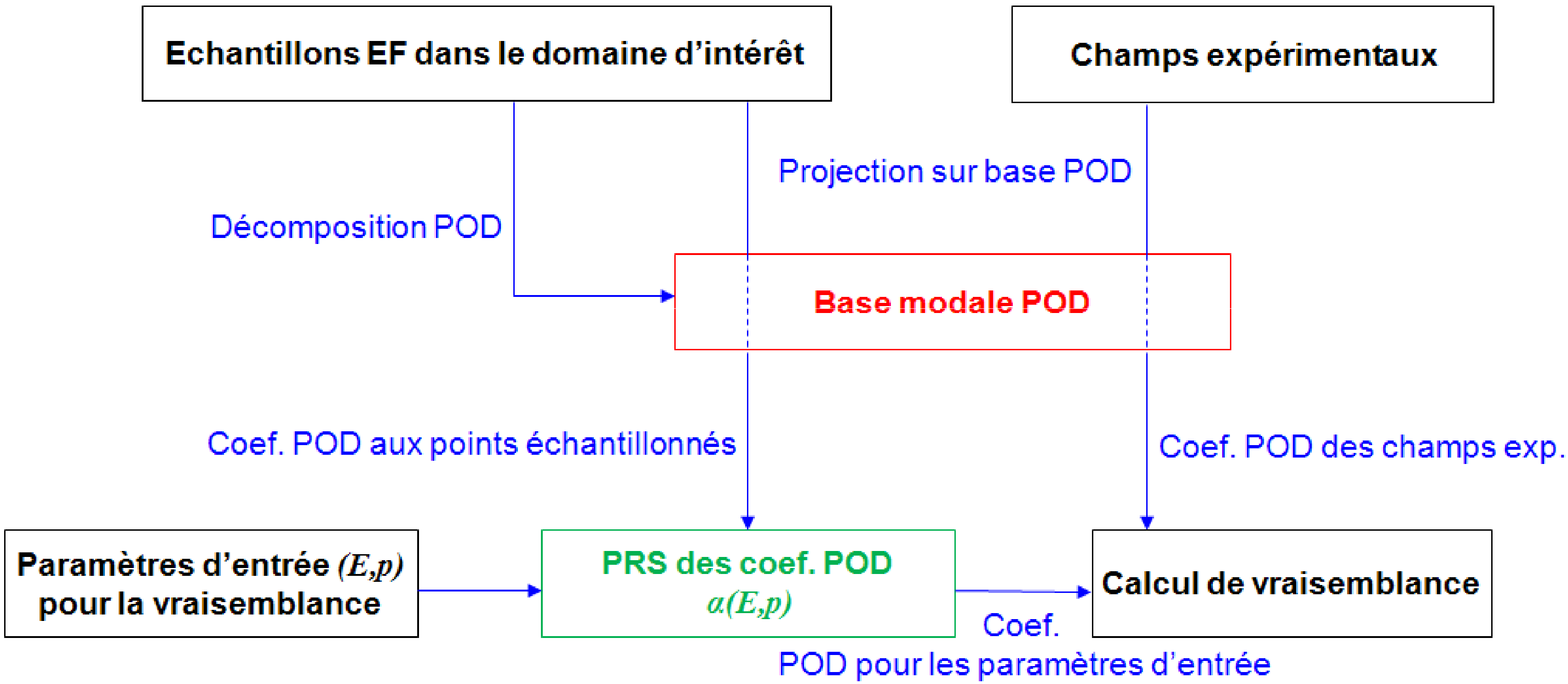
- Formulation bayesienne, en posant: $\boldsymbol{E} = \{E_1, E_2, G_{12}, \nu_{12}\}$

$$\underbrace{\pi\left(\boldsymbol{E} \big/ \left\{\alpha_1 = \alpha_1^{mesure} \ldots \alpha_8 = \alpha_8^{mesure}\right\}\right)}_{\text{Distribution à posteriori de } \boldsymbol{E} \text{ étant donné les mesures}} = \frac{1}{K} \underbrace{\pi\left(\left\{\alpha_1 = \alpha_1^{mesure} \ldots \alpha_8 = \alpha_8^{mesure}\right\} \big/ \boldsymbol{E}\right)}_{\text{Vraisemblance des mesures étant donné } \boldsymbol{E}} \cdot \underbrace{\pi^{prior}(\boldsymbol{E})}_{\text{Densité à priori de } \boldsymbol{E}}$$

- Fonction de vraisemblance calculée par simulation de Monte Carlo
- Modèle numérique des α_i (basé sur EF) est trop cher => utilisation d'approximations par surface de réponse

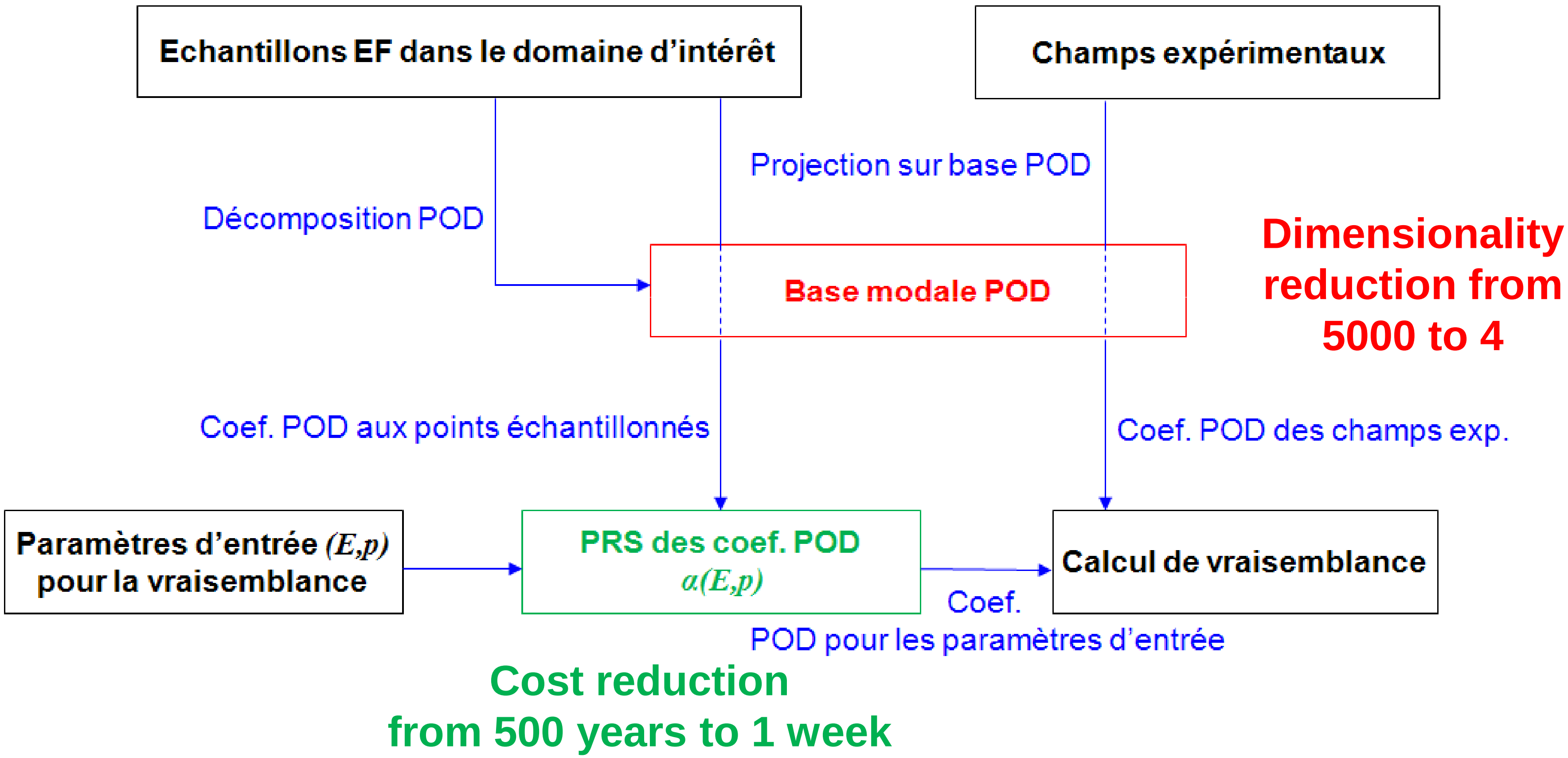
Procédures utilisées

- Procédures de réduction des coûts et de réduction de dimensionnalité



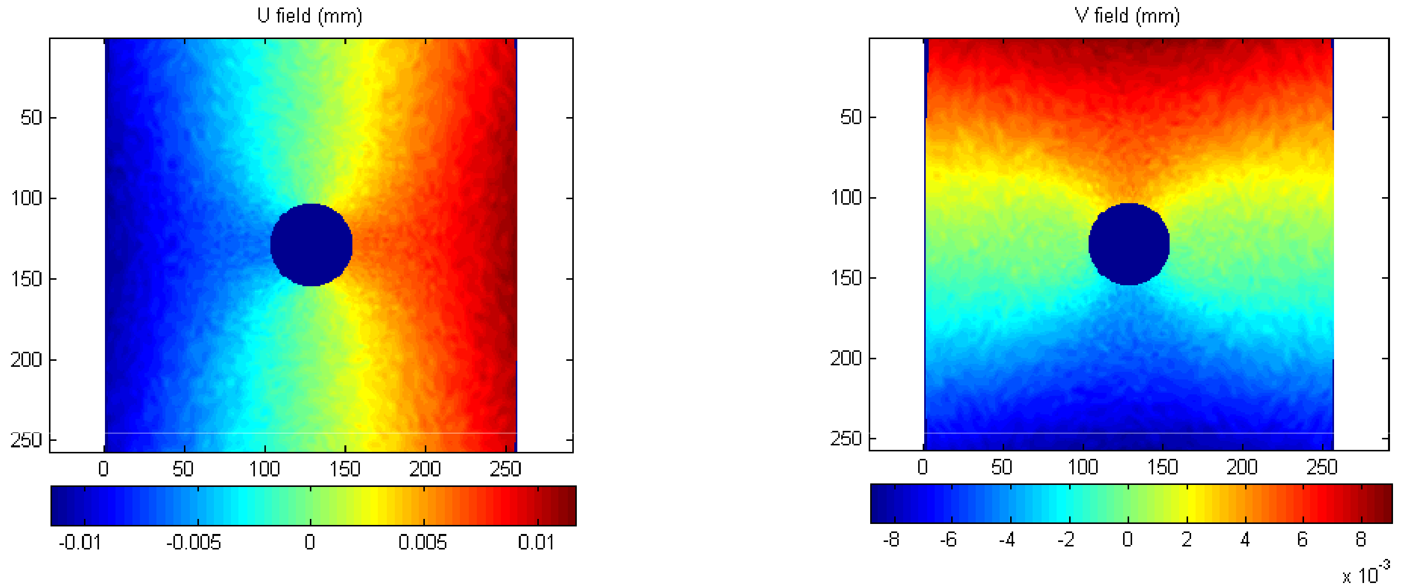
Procédures utilisées

- Procédures de réduction des coûts et de réduction de dimensionnalité



Données sur l’identification bayesienne

- Champs expérimentaux simulés (solution EF + bruit blanc gaussien)



- Sources d’incertitudes prises en compte dans l’identification bayesienne :
  - Bruit de mesure sur les champs => incertitude sur les coef. POD
  - Incertitude sur la mesure de l’épaisseur de la plaque (+/- 0.005 mm)
  - Autres incertitudes (e.g. alignements) => terme générique sur coef. POD

Résultats de l'identification bayesienne

- Vrais paramètres utilisés pour simuler l'expérience:

Paramètre	E_1(GPa)	E_2 (GPa)	ν_{12}	G_{12} (GPa)
Valeur	155	11	0.3	5

- Paramètres de la distribution de probabilité identifiée:

Paramètre	E_1(GPa)	E_2 (GPa)	ν_{12}	G_{12} (GPa)
Valeur moyenne	155	10.7	0.29	5.01
COV (%)	2.23	5.67	9.33	3.02

Matrice de corrélation:

	E_1	E_2	ν_{12}	G_{12}
E_1	1	0.43	-0.18	0.60
E_2	-	1	-0.22	-0.07
ν_{12}	-	-	1	0.62
G_{12}	-	-	-	1

- Valeurs moyennes correspondent bien
- Propriétés identifiées avec des incertitudes très différentes
- Corrélation non négligeable entre les propriétés

Conclusion

- Approche bayesienne:
  - Rend compte des différentes sources d'incertitude dans le problème
  - Identifie une densité de probabilité

- Utilisation de surfaces de réponses et de la méthode POD de réduction de modèles pour faciliter l'identification bayesienne à partir de mesures de champ

- Perspectives: utilisation de l'information supplémentaire apportée par l'identification bayesienne pour affiner les modèles d'incertitudes utilisés dans les études de fiabilité