Équilibrage des lignes de désassemblage sous incertitude en présence de composants polluants

Mohand Lounes Bentaha, Olga Battaïa, Alexandre Dolgui

Équilibrage des lignes de désassemblage sous incertitude en présence de composants polluants

Mohand Lounes Bentaha, Olga Battaïa, Alexandre Dolgui

École des Mines de Saint–Étienne, EMSE–FAYOL,
CNRS UMR6158, LIMOS, F–42023 Saint–Étienne, France
{bentaha, battaia, dolgui}@emse.fr

Mots-clés : *désassemblage, équilibrage des lignes, algorithme du point intérieur.*

1 Description du problème

Le problème d'équilibrage d'une ligne de désassemblage consiste en l'affectation des tâches de désassemblage, $I = \{1, 2, \dots, \mathsf{N}\}$, $\mathsf{N} \in \mathbb{N}^*$, à une séquence de postes de travail, $J = \{1, 2, \dots, \mathsf{M}\}$, $\mathsf{M} \in \mathbb{N}^*$, sous les contraintes de précédence et du temps de cycle, C_t. Certaines tâches impliquent le désassemblage des composants polluants. Les durées des tâches, ζ_i, $i \in I$ sont des variables aléatoires indépendantes normalement distribuées avec des paramètres connus *i.e.* $\zeta_i \sim \mathcal{N}(\mu_i, \sigma_i)$, $t_i > 0$, $i \in I$. Les contraintes de précédence sont modélisées par un graphe AND/OR, [1]. L'objectif est de minimiser le coût total de la ligne, en minimisant le nombre de postes de travail, ainsi que le nombre de postes sur lesquels le désassemblage des composants polluants est effectué. En même temps, il est nécessaire d'assurer que la probabilité d'arrêt de la ligne à cause d'un dépassement du temps de cycle sur un poste de travail soit inférieur à $1 - \alpha$, où α représente un seuil fixé par le décideur (de l'ordre de 5%).

2 Modélisation et résolution du problème

Paramètres du problème

K : Ensemble des indices des sous–assemblages : $K = \{0, 1, \dots, \mathsf{K}\}$, $\mathsf{K} \in \mathbb{N}$;
A_k : Le sous–assemblage k généré lors du processus de désassemblage, $k \in K$;
B_i : Tâche de désassemblage, $i \in I$;
H : Ensemble des indices des tâches générant des composants polluants ;
S : Tâche fictive servant au calcul du nombre de postes utilisés, $t_{\mathsf{S}} = 0$;
ζ_i : Durée de la tâche $B_i, i \in I$;
F_c : Coût fixe d'exploitation des postes de travail ;
C_h : Coût supplémentaire pour un poste traitant des composants polluants ;
$P(k)$: Ensemble des indices des prédécesseurs de A_k, $k \in K$, *i.e.* $P(k) = \{i |\ B_i \text{ preceeds } A_k\}$;
$S(k)$: Ensemble des indices des successeurs de A_k, $k \in K$, $S(k) = \{i |\ A_k \text{ preceeds } B_i\}$.

Variables de décision

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si la tâche } B_i \text{ est affectée au poste } j\,; \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

$$x_{\mathsf{S}j} = \begin{cases} 1, & \text{si la tâche fictive } \mathsf{S} \text{ est affectée au poste } j\,; \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

$$h_j = \begin{cases} 1, & \text{si au moins une tâche générant un composant polluant est affectée au poste } j\,; \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

$$z_j = \begin{cases} C_t, & \text{si } x_{\mathsf{S}j} = 1\,; \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

Modélisation du problème

$$\min \left\{ F_c \cdot \sum_{j \in J} j \cdot z_j + C_h \cdot \sum_{j \in J} h_j \right\} \tag{MIPJPC}$$

s.t.

$$z_j = C_t \cdot x_{\mathsf{S}j}, \forall j \in J \tag{1}$$

$$\sum_{i \in S(0)} \sum_{j \in J} x_{ij} = 1 \tag{2}$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} \leqslant 1, \forall i \in I \tag{3}$$

$$\sum_{i \in S(k)} \sum_{j \in J} x_{ij} = \sum_{i \in P(k)} \sum_{j \in J} x_{ij}, \forall k \in K \backslash \{0\} \tag{4}$$

$$\sum_{i \in S(k)} x_{iv} \leqslant \sum_{i \in P(k)} \sum_{j=1}^{v} x_{ij}, \forall k \in K \backslash \{0\}, \forall v \in J \tag{5}$$

$$\sum_{j \in J} x_{\mathsf{S}j} = 1 \tag{6}$$

$$\sum_{j \in J} j \cdot x_{ij} \leqslant \sum_{j \in J} j \cdot x_{\mathsf{S}j}, \forall i \in I \tag{7}$$

$$h_j \geqslant x_{ij}, \forall j \in J, \forall i \in H \tag{8}$$

$$\sum_{i \in I} \mu_i \cdot x_{ij} + \Phi^{-1}(\varrho^{y_j}) \cdot \sqrt{\sum_{i \in I} \sigma_i^2 \cdot x_{ij}^2} \leqslant C_t, \forall j \in J \tag{9}$$

$$\sum_{j \in J} y_j = 1$$

$$y_j \geqslant 0, \forall j \in J$$

$$z_j \in \{0, C_t\}, \forall j \in J \tag{10}$$

$$h_j, x_{\mathsf{S}j}, x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall i \in I, \forall j \in J \tag{11}$$

où $\varrho = 1 - \alpha$ et Φ^{-1} représente l'inverse de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite. Une modélisation sous forme de Second–Order Cone Program du problème est ainsi obtenue. Ce problème est alors résolu par l'algorithme du point intérieur [2] en utilisant le solveur IBM ILOG CPLEX.

Références

[1] Ali Koc, Ihsan Sabuncuoglu, and Erdal Erel. Two exact formulations for disassembly line balancing problems with task precedence diagram construction using an AND/OR graph. *IIE Transactions*, 41(10) :866–881, August 2009.

[2] Y. E. Nesterov and A. S. Nemirovski. *Interior-Point Polynomial Algorithms in Convex Programming.* Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 1994.