Comptes Rendus des JNC 18 - ÉCOLE CENTRALE NANTES - 12, 13, 14 juin 2013

Optimisation des empilements dans les structures composites stratifiées avec arrêts de plis

Stacking sequence optimisation for laminated composite structures with ply-drops

François-Xavier Irisarri¹, Alexis Lasseigne^{1, 2}, François-Henri Leroy¹ et Rodolphe Le Riche^{2, 3}

1 : ONERA – The French Aerospace Lab 92322, Châtillon e-mail : <u>francois-xavier.irisarri@onera.fr</u> - <u>alexis.lasseigne@onera.fr</u> – <u>francois-henri.leroy@onera.fr</u>

> 2 : Ecole des Mines de Saint-Etienne, France 3 : CNRS LIMOS UMR6158, France e-mail : <u>leriche@emse.fr</u>

Résumé

Cet article introduit le concept de table de drapage pour la conception optimale de structures composites stratifiées avec arrêts de plis. La table de drapage décrit la série des arrêts de plis assurant la transition entre un empilement maître épais et un empilement plus fin. Une structure stratifiée d'épaisseur variable est représentée par une table de drapage combinée à une distribution d'épaisseur sur les régions de la structure. Un algorithme évolutionnaire est spécialisé pour l'optimisation des tables de drapage. L'optimisation de la série des arrêts de plis à l'aide de l'algorithme proposé permet de satisfaire des règles de conception qui n'avaient pu être introduites dans les études publiées à ce jour. Un large ensemble de règles de conception, représentatif des exigences industrielles actuelles, est introduit. La méthode est appliquée à un cas-test de la littérature, composé de 18 panneaux, avec des résultats convaincants. En particulier, ces résultats montrent que les règles de conception peuvent être appliquées sans pénaliser significativement le comportement en raideur et la masse de la structure.

Abstract

This article introduces the concept of stacking sequence table (SST) for the optimal design of laminated composite structures with ply drops. The SST describes the sequence of ply-drops ensuring the transition between a thick guide laminate and a thinner one. A laminated variable-stiffness structure is represented by a SST combined with a thickness distribution over the regions of the structure. An evolutionary algorithm is specialized for SST-based blending optimization. Optimization of the sequence of ply-drops with the proposed algorithm enables satisfying design guidelines that could not have been considered in previous studies. An extensive set of design guidelines representative of the actual industrial requirements is introduced. The method is applied to an 18-panel benchmark problem from the literature with convincing results. In particular, the present results show that guidelines can be enforced without significantly penalizing the stiffness behavior and consequently the mass of the structure.

Mots Clés : stratifié, continuité structurale, table de drapage, optimisation évolutionnaire **Keywords :** laminate, blending, stacking sequence table, evolutionary optimization

1. Introduction

De par leurs excellentes propriétés spécifiques, les matériaux composites, et en particulier les matériaux Composites à Matrice Organique (CMO) sous forme de préimprégnés unidirectionnels à fibres continues, sont de plus en plus largement employés pour les structures aéronautiques. De nombreuses méthodes d'optimisation des empilements sont aujourd'hui présentées dans la littérature, dont certaines sont déjà proposées dans des codes commerciaux. Néanmoins, les méthodes permettant de gérer des variations d'épaisseur par arrêts / reprises de plis dans des panneaux de grandes dimensions sont encore peu nombreuses et restent limitées, en ce sens que l'intervention d'un expert est nécessaire pour convertir les solutions générées en solutions réellement fabricables. Pourtant, l'optimisation conjointe des épaisseurs et des empilements permet potentiellement d'alléger significativement certaines structures par rapport aux solutions

d'épaisseur uniforme. Ce problème est connu dans la littérature sous le nom de « *laminate blending optimization* » [1]. Dans ce travail, nous proposons une méthode de conception optimale des structures composites stratifiées avec gestion des arrêts de plis et prise en compte d'un ensemble de règles de conception « métier » spécifiques aux structures composites.

Dans la section 2 de cet article, les règles de conception s'appliquant aux structures composites stratifiées avec variation d'épaisseur sont énumérées et brièvement justifiées. La section 3 propose une rapide analyse critique de la littérature et introduit la notion de table de drapage pour l'optimisation des structures stratifiées d'épaisseur variable. L'algorithme évolutionnaire développé est présenté en section 4 et appliqué en section 5 à un cas-test issu de la littérature.

2. Les règles de conception

Les règles de conception spécifiques aux stratifiés sont formulées à l'échelle mésoscopique. Ces règles proviennent de l'expérience industrielle en matière de conception et de fabrication composite. Elles visent pour la plupart à éviter les empilements susceptibles d'exacerber des comportements indésirables ou des modes critiques d'endommagement échappant aux capacités de prévision des modèles de pré-dimensionnement. Pour plus de justification, le lecteur peut se reporter à [2-4].

De façon générale, le dimensionnement d'un stratifié débute par le choix d'un ensemble pertinent d'orientations de pli admissibles pour l'application considérée. En raison de contraintes de fabrication et en particulier des tolérances de positionnement angulaire des plis, cet ensemble est le plus souvent restreint aux quatre orientations 0° , $\pm 45^\circ$ et 90°. Néanmoins, le développement des procédés de drapage automatisés tend à généraliser l'usage d'orientations supplémentaires telles que les orientations $\pm 15^\circ$, $\pm 30^\circ$, $\pm 60^\circ$ et $\pm 75^\circ$ offrant ainsi davantage de liberté pour la conception des empilements, en particulier pour les structures les plus minces.

Les six règles suivantes sont appliquées localement pour la conception de chaque empilement.

- 1. La règle de symétrie miroir consiste à définir des empilements symétriques par rapport au plan moyen du stratifié. Cette règle permet d'éviter les couplages entre le comportement de membrane et le comportement de flexion du stratifié.
- 2. La règle d'équilibrage consiste à imposer un même nombre de plis orientés à $+\theta^{\circ}$ qu'à $-\theta^{\circ}$, avec θ différent de 0 et 90. L'équilibrage permet d'annuler les couplages plans cisaillement/traction.
- 3. La règle de groupage consiste à limiter le nombre de plis contigus de même orientation. Cette règle vise à réduire les phénomènes d'endommagement sensibles à l'épaisseur des couches, comme les effets de bords libres ou la microfissuration matricielle.
- 4. La règle de désorientation impose une différence maximale de 45°, en valeur absolue, entre les orientations de deux plis adjacents. Cette règle de conception vise à minimiser les effets des cisaillements interlaminaires afin de limiter les problèmes de délaminage en bords libres et au niveau des perforations et des assemblages.
- 5. La règle des 10 % impose un minimum de 10 % plis dans chacune des directions 0°, ±45° et 90° (parfois 8 % selon la référence consultée). Cette règle de conception vise à éviter d'obtenir un stratifié dont le comportement est régi par celui de la matrice dans certaines directions.
- 6. La dernière règle concerne la **tolérance aux dommages** et recommande de protéger les plis les plus chargés en les protégeant des surfaces exposées du stratifié par des plis désorientés de $\pm 45^{\circ}$ par rapport à la direction de la sollicitation principale, ceci afin de minimiser les conséquences d'impacts ou de rayures éventuels.

Six règles s'appliquent localement pour la définition des arrêts et reprises de plis. Une zone de transition d'épaisseur portant sur une variation de quatre plis est présentée en Figure 1.

7. Les plis de surface doivent rester ininterrompus afin d'éviter tout risque de pelage. Les plis de surface doivent protéger les plis les plus chargés sur toute la surface de la structure.

- 8. L'angle de la zone de reprise ne doit pas excéder 7° (dans certaines références, cette valeur est réduite à 3° dans la direction de l'effort principal), dans le but d'éviter de trop fortes surcontraintes au niveau de la singularité géométrique et de privilégier des surfaces lissées.
- 9. Ne pas arrêter plus de deux plis au même incrément d'épaisseur.
- 10. Par rapport au stratifié le plus épais dans la structure, il convient de conserver au moins un pli continu tous les trois plis arrêtés afin d'assurer une bonne intégrité de la structure.
- 11. Les reprises de plis doivent être distribuées alternativement proches et éloignées du feuillet moyen du stratifié.
- 12. Les stratifiés de la zone de transition d'épaisseur doivent respecter, autant que possible, les règles d'empilement 1 à 6 énumérées précédemment. En particulier, la symétrie et l'équilibre doivent être préservés.



Figure 1. Représentation idéalisée d'une zone de transition d'épaisseur entre un panneau épais à 16 plis et un panneau fin à 12 plis. Les panneaux correspondent ici à des zones d'épaisseur constante.

Enfin, deux règles globales s'appliquent au dimensionnement de la structure dans son ensemble.

- 13. Afin d'assurer l'intégrité de la structure, tous les plis du panneau le plus fin doivent s'étendre sur l'ensemble de la structure. Couper un pli entre deux panneaux pour changer son orientation n'est pas admissible.
- 14. Dans le but de lisser la distribution des efforts dans la structure, il est recommandé de limiter les variations d'épaisseur entre panneaux adjacents.

3. Gestion des reprises de plis et tables de drapage

On distingue dans la littérature trois principales approches pour la gestion des arrêts de plis en optimisation composite. On parle à ce propos de « *laminate blending* ». Ce terme a été introduit par Kristinsdottir *et al.* en 2001 [5]. Dans ce travail, chaque pli émane d'un région clé de la structure, *a priori* la région la plus sollicitée, et peut couvrir n'importe quelle région adjacente, sous réserve qu'une fois arrêté, le plis ne puisse être réintroduit dans la structure. La méthode suppose qu'une connectique et un ordre de parcours des régions sont prédéfinis. Le problème d'optimisation résultant est très contraint et comporte de nombreuses variables. D'autres auteurs, comme [6-7], ont exploité des approches basées sur l'usage de contraintes d'inégalité pour imposer la continuité des empilements entre zones adjacentes, obtenant ainsi un compromis entre la continuité de la structure et sa masse.

La seconde approche, proposée par Zehnder et Ermanni [8] et plus développée dans [9-10] repose sur l'usage de *patchs*. Un patch est une couche d'orientation et de forme quelconque pouvant être positionnée de n'importe quelle manière sur la structure. En chaque point de la structure, l'empilement est défini par l'ordre et l'orientation des patchs. La méthode est très générale, néanmoins le très grand nombre de degrés de liberté offert rend les problèmes concrets délicats à résoudre et formuler.

L'approche ayant rencontré le plus de succès à ce jour a été proposée par Adams et al. [11]. Cette méthode repose sur la définition d'un empilement maître à partir duquel tous les autres empilements de la structure sont définis par suppression d'une série de plis contigus (« guide-based blending »). Dans le cas du « inner blending », les plis sont stoppés par l'intérieur, de part et d'autre du plan moyen du stratifié, alors que dans le cas du « outer blending », les plis sont supprimés par l'extérieur. Le principal avantage de la méthode réside dans le fait que la continuité structurale est obtenue par construction des solutions, sans contraindre le problème et en n'ajoutant qu'une unique variable par région de la structure, représentant le nombre de plis supprimés par rapport à l'empilement maître. Toutefois, imposer que tous les plis arrêtés soient contigus réduit considérablement l'espace de recherche et contredit les règles de conception des reprises de plis définies précédemment. De façon plus générale, le manque de prise en compte des règles de conception énumérées au paragraphe 2 représente la principale limitation des travaux publiés à ce jour concernant l'optimisation de structures stratifiées à épaisseur variable. Seules les règles de symétrie et d'équilibre sont parfois considérées. Pourtant, ce sont essentiellement les règles portant sur les zones de transition d'épaisseur et les règles globales qui conditionnent la faisabilité de la structure finale.

Dans ce travail, nous introduisons la notion de *table de drapage* pour représenter les solutions au cours de l'optimisation et gérer les règles de conception. Les tables de drapage sont utilisées dans l'industrie aéronautique pour la conception de panneaux raidis d'épaisseur variable [7]. Une table de drapage décrit un empilement unique pour chaque nombre de plis dans un intervalle [n_{min} , n_{max}] donné. Pour une structure et une quelconque distribution de nombres de plis sur ses régions constitutives, l'empilement de chaque région peut-être lu dans la table de drapage à partir du nombre de plis associé à la région. La Figure 2 présente une table de drapage implique que dans la structure, deux régions de même nombre de plis présentent le même empilement.

Comparée au « *guide-based blending* », la table de drapage contient l'information additionnelle de l'ordre des arrêts de plis. La table de drapage contient ainsi une information plus riche, qui généralise le « *guide-based blending* » et offre davantage de liberté dans le choix des plis à arrêter. De plus, la connaissance de l'ordre des arrêts de plis permet d'évaluer la satisfaction des règles de conception, y compris dans les zones de transition d'épaisseur.



Figure 2. Exemple de table de drapage compatible avec la zone de transition d'épaisseur représentée en Figure 1.

4. Optimisation des tables d'empilement par algorithme évolutionnaire

La méthode proposée dans cet article est basée sur un algorithme évolutionnaire spécialisé pour l'optimisation composite [12]. L'algorithme est adapté pour la gestion des variations d'épaisseur en proposant une nouvelle représentation des solutions et de nouveaux opérateurs génétiques, utilisés pour créer les solutions initiales puis les modifier.

Dans ce travail, une solution est entièrement définie par la donnée d'une table de drapage et de la distribution d'épaisseur sur les zones de la structure (sous forme d'une distribution de nombres de plis). En pratique, le matériau du pli, la géométrie de la structure et sa subdivision en zones d'épaisseur constante sont des paramètres figés du problème, ainsi que les bornes n_{min} et n_{max} du nombre de plis. Deux vecteurs sont utilisés pour représenter la table de drapage et un troisième pour la distribution d'épaisseur.

- i. Le vecteur SST_{lam} représente l'empilement le plus épais contenu dans la table. Il s'agit d'un vecteur d'entiers de longueur n_{max} .
- ii. Le vecteur SST_{ins} contient le rang d'insertion des plis permettant de construire l'empilement le plus épais en partant du plus fin. Les plis du stratifiés le plus fin se voient attribuer le rang 0. Le premier pli inséré, le rang 1, le second, le rang 2 et ainsi de suite. Il s'agit donc d'un vecteur d'entiers de longueur n_{max} contenant n_{min} valeur nulles.
- iii. Le vecteur N_{str} représente la distribution de nombres de plis sur la structure. Il s'agit d'un vecteur d'entiers de longueur r où r représente le nombre de régions de la structure.

L'encodage présenté dans le Tableau 1 correspond à la solution illustrée en Figure 1 et Figure 2. La symétrie de la table de drapage permet de n'encoder que la moitié supérieure et de condenser la représentation des solutions à la manière de la Figure 2.

N _{str}	[16 12]	
SST _{lam}	[45 90 - 45 0 - 45 0 45 90]	
SST _{ins}	$[0 \ 0 \ 0 \ 2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]$	

Tableau 1. Exemple d'encodage correspond à la solution illustrée en Figure 1 et Figure 2.

Les règles de conception sont imposées directement par le biais des opérateurs génétiques. Le principe général de construction d'opérateurs satisfaisants les règles de conception est le suivant.

- a. Choix d'un jeu de variables d'optimisation à modifier.
- b. Enumération partielle et stockage des valeurs compatibles avec les règles de conception.
- c. Tirage aléatoire d'un jeu de valeurs admissibles et attribution aux variables.

Les opérateurs s'appliquant aux tables de drapages sont détaillés dans la suite.

La création d'une table de drapage commence par la création de l'empilement le plus fin de la table selon la procédure décrite en [12]. La table est ensuite crée colonne par colonne, par insertions successives de plis. La position du pli à insérer est déterminée aléatoirement parmi les positions autorisées par les règles de conception des zones de transition d'épaisseur. Les orientations de pli satisfaisant aux règles d'empilement sont ensuite énumérées. Enfin, une valeur admissible est choisie aléatoirement. Le processus est illustré en Figure 3.

Le principe de l'opérateur de mutation est illustré en Figure 4. Afin de préserver l'équilibre des empilements, la mutation porte sur un couple équilibré de plis ($\pm \theta^{\circ}$ ou une quelconque combinaison de plis à 0° et 90°). L'orientation de ces plis est modifiée pour former un nouveau couple équilibré. Cet opérateur impacte le vecteur d'empilement SST_{lam} .

Un opérateur de permutation est introduit afin de modifier spécifiquement l'ordre d'insertion des plis SST_{ins} . Son fonctionnement est illustré en Figure 5. Le principe de l'opérateur repose sur l'identification de *cycles* de création d'une dissymétrie et, éventuellement, d'un déséquilibre puis de retour à la symétrie et l'équilibre. En effet, introduire un pli dans un empilement symétrique

équilibré engendre le plus souvent une dissymétrie et, pour tout pli introduit dont l'orientation est différente de 0° ou 90°, un déséquilibre. Il faut ainsi un cycle de deux insertions de plis pour créer puis corriger une dissymétrie seule, et un cycle de quatre insertions dans le cas d'une dissymétrie assortie d'un déséquilibre. Une fois ces cycles identifiés dans la table de drapage, l'opérateur consiste simplement à permuter deux cycles, ce qu'illustre la Figure 5.



Figure 3. Fonctionnement de l'opérateur de création de tables de drapage admissibles. Les orientations possibles sont ici restreintes à 0°, ±45° et 90°.



Figure 4. Fonctionnement de l'opérateur de mutation. Impact de la mutation sur le vecteur SST_{lam}. Vue condensée des tables (symétrie).

	Ι	II	Ι	II		SST_{ins}			Ι	Ι	II	II		SST_{ins}
45	45	45	45	45		0	E E	45	45	45	45	45	ſ	0
90	90	90	90	90		0	tatio	90	90	90	90	90		0
				-45		4	m				-45	-45		<u>3</u>
-45	-45	-45	-45	-45		0	Per	-45	-45	-45	-45	-45		0
		0	0	0		2						0		<u>4</u>
-45	-45	-45	-45	-45		0		-45	-45	-45	-45	-45		0
0	0	0	0	0		0		0	0	0	0	1 0 1		0
		ŀ	45	45		<u>3</u>				45	45	45		<u>2</u>
45	45	45	45	45		0		45	45	45	45	45		0
	90	90	90	90	L	1			90	90	90	90		1
Solut	tion ini	tiale			_			Solutio	on mo	difiée				

Figure 5. Fonctionnement de l'opérateur de permutation. Impact sur le vecteur SST_{ins} . Les cycles de création / réparation de dissymétries et déséquilibres sont identifiés par des chiffres romains. Vue condensée des tables.

L'opérateur de croisement permet de recombiner deux tables de drapage pour en générer deux nouvelles. Le principe de l'opérateur est illustré en Figure 6. Le croisement consiste à échanger des séquences de plis contigus de l'empilement le plus fin de chaque table. Ces séquences doivent être équilibrées et de mêmes longueurs mais pas nécessairement en même position. En procédant de la

sorte, les règles de conception portant sur le positionnement des reprises de pli dans l'épaisseur du stratifié ainsi que les règles globales de continuité structurale sont respectées. Néanmoins, les règles d'empilement, en particulier la règle de groupage et la règle de désorientation, ne sont acquises que pour l'empilement le plus mince. Contrairement aux opérateurs précédents, l'opérateur de croisement proposé ici inclut une étape de réparation des solutions générées. Ainsi, le croisement illustré en Figure 6 engendre une solution infaisable du point de vue de la règle de désorientation. Une réparation possible est illustrée en Figure 7. Le processus de réparation consiste à régénérer la table de drapage selon le processus illustré en Figure 3 à partir du premier cycle infaisable dans l'ordre défini par les rangs d'insertion. Dans le cas illustré en Figure 7, la violation de la règle de désorientation provient de l'insertion d'un couple de plis orientés à $\pm 30^{\circ}$ en positions 5 et 6 dans l'empilement SST_{lam} (correspondant aux rangs 3 et 4 dans SST_{lam}). Ces deux plis sont remplacés par un couple de plis orientés à $\pm 75^{\circ}$ en position 8 et 9 dans SST_{lam} .

Solutio	on init:	iale 1			SST_{lat}	n SST _{ins}	_	Soluti	on init	iale 2				SST _{lam}	SST_{ins}
45	45	45	45	45	45	0		-45	-45	-45	-45	-45]	-45	0
90	90	90	90	90	90	0			0	0	0	0		0	1
				-45	-45	4		<u>-15</u>	<u>-15</u>	<u>-15</u>	<u>-15</u>	<u>-15</u>		<u>-15</u>	0
-45	-45	-45	-45	-45	-45	0		<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>		<u>0</u>	0
		0	0	0	0	2		<u>15</u>	<u>15</u>	<u>15</u>	<u>15</u>	<u>15</u>		<u>15</u>	0
<u>-30</u>	<u>-30</u>	<u>-30</u>	<u>-30</u>	<u>-30</u>	<u>-30</u>	0						-30		-30	4
<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	0				0	0	0		0	2
			45	45	45	3					30	30		30	3
<u>30</u>	<u>30</u>	<u>30</u>	<u>30</u>	<u>30</u>	<u>30</u>	0		45	45	45	45	45		45	0
	0	0	0	0	0	1		90	_90	90	90	_90		90	0

Croisement : échange de séquences

Soluti	on mo	difiée	1: fais	able	_	SST_{lam}	SST_m
45	45	45	45	45		45	0
90	90	90	90	90		90	0
				-45		-45	4
-45	-45	-45	-45	-45		-45	0
_		0	0	0		0	2
<u>-15</u>	<u>-15</u>	<u>-15</u>	<u>-15</u>	<u>-15</u>		<u>-15</u>	0
<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>		<u>0</u>	0
			45	45		45	3
<u>15</u>	<u>15</u>	<u>15</u>	<u>15</u>	<u>15</u>		<u>15</u>	0

Solutio	on moo	lifiée	2: infa	isable	SST _{lam}	SST_{ins}
-45	-45	-45	-45	-45	-45	0
	0	0	0	0	0	1
<u>-30</u>	<u>-30</u>	<u>-30</u>	<u>-30</u>	<u>-30</u>	<u>-30</u>	0
<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	0
<u>30</u>	<u>30</u>	<u>30</u>	<u>30</u>	<u>30</u>	<u>30</u>	0
				-30	-30	4
		0	0	0	0	2
			30	30	30	3
45	45	45	45	45	45	0
90	90	90	90	90	90	0

Figure 6. Fonctionnement de l'opérateur de croisement. Impact sur les vecteurs SST_{ins} et SST_{lam}. Vue condensée des tables.

Solutio	on moo	difiée 2	2 : infa	aisable	1	SST _{lam}	SST_{ins}		Soluti	on moo	difiée 2	2 : rép	arée	SST_{lam}	SST_{ins}
-45	-45	-45	-45	-45		-45	0	_	-45	-45	-45	-45	-45	-45	0
	0	0	0	0		0	1	tior		0	0	0	0	0	1
-30	-30	-30	-30	-30		-30	0	ara	-30	-30	-30	-30	-30	-30	0
0	0	0	0	0		0	0	Réf	0	0	0	0	0	0	0
30	30	30	30	30		30	0		30	30	30	30	30	30	0
				<u>-30</u>		<u>-30</u>	<u>4</u>				0	0	0	0	2
		0	0	0		0	2		45	45	45	45	45	45	0
			30	<u>30</u>		<u>30</u>	<u>3</u>					<u>75</u>	<u>75</u>	<u>75</u>	<u>3</u>
45	45	45	45	45		45	0						<u>-75</u>	<u>-75</u>	<u>4</u>
90	90	90	90	90		90	0		90	90	90	90	90	90	0

Figure 7. Une réparation possible d'une solution infaisable à l'issue de l'opération de croisement. Vue condensée des tables.

Les opérateurs d'initialisation et de variation s'appliquant au vecteur de distribution des nombres de plis N_{str} sont uniquement concernés par la règle 14. Il s'agit ainsi de générer des distributions de plis respectant un écart maximal de nombres de plis Δn entre panneaux adjacents. La connectique des panneaux est ici une donnée figée du problème. Lors de l'initialisation de la recherche évolutionnaire, des distributions N_{str} uniformes sur la structure sont générées. La mutation consiste à modifier le nombre de pli d'une région *i* quelconque. Le nombre de plis de la région *i* est choisi par tirage uniforme dans l'ensemble des valeurs admissibles défini par n_{min} , n_{max} , Δn et les nombres de plis des régions connectées à la région *i*. Un opérateur de croisement deux points est adapté pour échanger des séquences contiguës de même longueur entre deux distributions de nombres de plis tout en respectant la règle 14. Les solutions à croiser sont ainsi préalablement scannées pour identifier les échanges admissibles de séquences. Seuls des échanges admissibles sont ensuite réalisés.

Tous les empilements contenus dans une table de drapage ne peuvent être parfaitement symétriques et équilibrés. Comme expliqué précédemment, la table de drapage est naturellement constituée de cycles de création de dissymétries et de déséquilibres puis de retour à la symétrie et l'équilibre. Ces cycles sont de longueur 2 ou 4. Ainsi, seules certaines colonnes de la table de drapage satisfont à l'ensemble des règles d'empilement, et en particulier à la symétrie et l'équilibre, définissant ainsi un sous-ensemble de nombres de plis admissibles pour les panneaux constitutifs de la structure. Afin de préserver la séparation entre gestion des empilements et gestion des épaisseurs, les solutions sont interprétées de façon déterministe avant leur évaluation, afin de forcer la symétrie et l'équilibre en tous panneaux de la structure. La méthode est inspirée des travaux de Todoroki et Haftka [13]. L'idée consiste à associer à chaque panneau le nombre de plis admissible le plus proche de la valeur contenue dans le vecteur N_{str} . En cas de variation d'épaisseur trop importante entre régions adjacentes, le nombre de plis de la région problématique la plus fine est incrémenté à la valeur admissible supérieure. Le processus est répété jusqu'à satisfaction de la règle 14. Il est important de souligner qu'il s'agit ici d'une opération d'interprétation des solutions et non de réparation : l'encodage de la solution n'est pas modifié dans cette opération.

5. Résultats

Les résultats présentés dans cette section concernent le cas-test proposé par Soremekun *et al.* en 2002 [14] et par la suite étudié dans [11, 15-16]. Il s'agit d'une structure en forme de U composée de 18 panneaux. Les dimensions des panneaux et les chargements locaux sont des données figées du problème. Les panneaux sont supposés simplement appuyés sur leurs quatre bords. Ici $n_{min} = 14$ et $n_{max} = 48$. Un matériau carbone/époxy est utilisé dont les propriétés sont $E_1 = 141$ GPa, $E_2 = 9,03$ GPa, $G_{12} = 4,27$ GPa et $v_{12} = 0,32$. L'épaisseur du pli est de 0,191 mm. Les orientations de plis varient de 15° en 15°. L'objectif du problème consiste à trouver la structure de masse minimale pour laquelle aucun panneau ne cède en flambement. Le facteur critique de flambement minimal sur les panneaux constitutifs de la structure est assimilé à son «*Reserve Factor* », noté RF dans la suite. La contrainte RF > 1 est traitée par pénalisation. Le facteur de flambement est déterminé pour chaque mode par la formule analytique reportée en Eq. 1, dans laquelle les paramètres *m* et *n* représentent le nombre de demi-longueurs d'onde dans les directions longitudinales et transverses respectivement. *a* et *b* représentent les dimensions de l'éprouvette et D_{ij} représentent les termes de la matrice de rigidité de flexion du stratifié :

$$\lambda_{(m,n)} = \frac{\pi^2 \Big[D_{11} \big(m/a \big)^4 + 2 \big(D_{12} + 2D_{66} \big) \big(m/a \big)^2 \big(n/b \big)^2 + D_{22} \big(n/b \big)^4 \Big]}{N_x \big(m/a \big)^2}.$$
 (Eq. 1)

Les résultats obtenus sont illustrés en Figure 8 dans le cas de stratifiés respectant l'ensemble des règles de reprise de plis (règles 7 à 12), des règles globales (13 à 14). Parmi les règles d'empilement, seule la symétrie et l'équilibre (règles 1 et 2) sont imposées pour permettre un

comparaison équitable avec la solution la plus légère à ce jour publiée par Adams et [11] (point (1,1) en Figure 8, à gauche). Afin de ne pas perturber la comparaison, le paramètre Δn est fixé ici à 20 de sorte que la règle 14 est inactive. La figure de droite illustre la cohérence des résultats obtenus en cinq exécutions de l'algorithme. Ici, une génération comporte 30 individus. La probabilité de mutation, permutation d'une solution est de 0,9. La probabilité de croisement est de 0,3. Les performances des solutions les plus légères obtenues sont détaillées dans le Tableau 2 et comparées aux solutions publiées par ailleurs. Les solutions S₀ et S₁ sont détaillées dans le Tableau 3. La solution S₀ correspond à la solution la plus légère de la Figure 8. La solution S₁ correspond à la plus légère solutions de performances comparables, voire supérieures, aux meilleures solutions publiées à ce jour tout en respectant un large éventail de règles de conception ignorées jusqu'alors.



Figure 8. A gauche : exemple de résultats obtenus à l'issu d'une exécution de l'algorithme. La solution la plus légère publiée à ce jour [11] est utilisée comme référence et correspond au point de coordonnées (1,1). A droite : évolution de la masse de la solution la plus légère au fil des générations pour cinq exécutions de l'algorithme. La courbe en trais épais correspond à la figure de gauche. En encart : géométrie du cas test d'après [16].

Référence des	Masse totale	Marge au	Symétrie des	Equilibre des	Autres
solutions	(kg)	flambage (%)	empilements	empilements	regles
[14]	29,21	aucune	1	1	0
[11]	28,63	aucune	1	1	0
[15]	28,82	1,0 %	1	1	0
Cette étude (S_0)	28,55	2,9 %	1	1	(8)
Cette étude (S ₁)	28,85	6,8 %	1	1	(12)

Tableau 2. Comparaison des solutions publiées les plus légères et des solutions obtenues ici.

Solution S ₀	Encodage
N_{str}	[34 28 22 19 16 22 19 26 38 35 30 28 22 19 26 32 19 24]
N_{str} (interprété)	[34 28 22 19 16 22 19 26 38 35 30 28 22 19 26 32 19 24]
SST _{lam}	[-45 30 45 45 -30 45 -45 60 30 30 -30 45 45 -45 -30 -45 -30 30 -45 -60 15 0 0 -15]
SST _{ins}	[0 15 5 0 6 9 8 0 12 7 14 0 2 4 13 0 16 17 1 0 10 3 0 11]
Solution S ₁	Encodage
N_{str}	[35 30 23 19 18 23 19 27 39 38 31 31 23 19 27 31 19 23]
N_{str} (interprété)	[34 30 22 18 18 22 18 26 38 38 30 30 22 18 26 30 18 22]
SST _{lam}	[45 45 60 30 45 30 30 45 90 -45 -30 -45 90 90 -45 -45 90 -60 -30 -45 0 -30 0 45]
SST _{ins}	[0 5 2 12 0 10 13 7 0 8 11 6 0 15 3 0 16 1 14 0 17 9 0 4]

Tableau 3. Détail des solutions S₀ et S₁.

6. Conclusions et perspectives

Cet article introduit le concept de table de drapage pour l'optimisation des structures composites stratifiées avec variation d'épaisseur. La table de drapage représente la séquence d'arrêts de plis assurant la transition entre un empilement épais et un empilement fin. Un algorithme évolutionnaire est spécialisé pour manipuler ces tables. La méthode proposée englobe et généralise le « guidebased blending » en offrant davantage de degrés de liberté. En effet, l'usage de tables de drapage permet d'optimiser l'ordre et la position des arrêts et reprises de plis dans l'empilement tout en satisfaisant de nombreuses règles de conception ignorées jusqu'ici en optimisation. Un large ensemble de règles de dimensionnement est pris en compte dans ces travaux. Ces règles visent à éviter les comportements couplés indésirables et des modes de rupture prématurée dans les panneaux ou au niveau des reprises de plis tout en assurant la continuité de la structure et sa faisabilité du point de vue de la fabrication. Elles sont imposées dans l'optimisation par construction des solutions par le biais d'opérateurs génétiques spécialisés. L'efficacité de la méthode est démontrée sur un cas-test issu de la littérature. Les solutions obtenues les plus légères rivalisent avec les meilleures solutions publiées tout en respectant bien plus de règles de conception. Ces résultats montrent que les contraintes de conception, et en particulier celles liées à la prévention de modes de rupture prématurée ou trop complexes pour être capturés par les modèles de prédimensionnement employés en optimisation, peuvent être satisfaites sans pour autant pénaliser le comportement en raideur et la masse de la structure. La méthode est appliquée en [17] pour l'optimisation d'une pièce issue du domaine spatial.

Références

- [1] H. GHIASI, K. FAYAZBAKHSH, D. PASINI, L. LESSARD. « Optimum Stacking Sequence Design of Composite Materials Part II: Variable Stiffness Design ». *Compos. Struct.*, Vol. 93(1), pp. 1-13, 2010.
- [2] J.A. BAILIE, R.P. LEY, A. PASRICHA. « A summary and review of composite laminate design guidelines ». Technical report NASA, NAS1-19347. *Northrop Grumman-Military Aircraft Systems Division*. 1997.
- [3] MIL-HDBK-17-3F. Military Handbook, Polymer Matrix Composites. US Department of Defense. 2002.
- [4] A. WEISS. « Comportement en fatigue des zones de reprises de plis ». *Thèse de doctorat de l'université de Toulouse*, 2010.
- [5] B.P. KRISTINSDOTTIR, Z.B. ZABINSKY, M.E. TUTTLE, S. NEOGI. « Optimal design of large composite panels with varying loads ». *Compos. Struct.*, Vol. 51, pp. 93-102, 2001.
- [6] B. LIU, RT. HAFTKA. « Composite Wing Structural Design Optimization with Continuity Constraints ». In: Proceedings of the 42nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Seattle, WA, USA, 16-19 April 2001.
- [7] A. CARPENTIER. « Optimisation multi-niveaux de panneaux Composites ». Thèse de doctorat de l'université de Toulouse, 2008.
- [8] N. ZEHNDER, P. ERMANNI. « A methodology for the global optimization of laminated composite structures ». *Compos. Struct.*, Vol. 72(3), pp 311-320, 2006.
- [9] M. GIGER, D. KELLER, P. ERMANNI. « A graph-based parameterization concept for global laminate optimization ». *Struct. Multidisc. Optim.*, Vol. 36, pp 289-305, 2008.
- [10] D. KELLER. « Optimization of ply angles in laminated composite structures by a hybrid, asynchronous, parallel evolutionary algorithm ». *Compos. Struct.*, Vol. 92, pp. 2781-2790, 2010.
- [11] D.B. ADAMS, L.T. WATSON, Z. GÜRDAL, C.M. ANDERSON-COOK. «Genetic algorithm optimization and blending of composite laminates by locally reducing laminate thickness ». *Adv. in Eng. Soft.*, Vol. 35(1), pp 35-43, 2004.
- [12] F.-X. IRISARRI, F. LAURIN, F.-H. LEROY, J.-F. MAIRE. « Computational strategy for multiobjective optimization of composite stiffened panels ». *Compos. Struct.*, Vol. 93(3), pp. 1158-1167, 2011.
- [13] A. TODOROKI, R.T. HAFTKA. « Stacking sequence optimization by a genetic algorithm with a new recessive gene like repair strategy ». *Compos. B: Eng.*, Vol. 29(3), pp. 277-285, 1998.
- [14] G. SOREMEKUN, Z. GÜRDAL, C. KASSAPOGLOU, D. TONI. « Stacking sequence blending of multiple composite laminates using genetic algorithms ». *Compos. Struct.*, Vol. 56(1), pp. 53-62, 2002.
- [15] O. SERESTA, M. ABDALLA, Z. GÜRDAL. « A Genetic Algorithm Based Blending Scheme for Design of Multiple Composite Laminates ». In: Proceedings of 50th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Palm Springs, California, USA, 4-7May 2009.
- [16] S.T. IJSSELMUIDEN, M. ABDALLA, O. SERESTA, Z. GÜRDAL. « Multi-step blended stacking sequence design of panel assemblies with buckling constraints ». *Compos. B: Eng.*, Vol. 40, pp. 329-336, 2009.
- [17] A. LASSEIGNE, F.X. IRISARRI, R. LE RICHE. « Conception de structures composites par optimisation locale du matériau ». *JNC18*, Nantes, 12-14 juin 2013.