Jurnal Riset Matematika dan Sains Terapan
Volume 1, Nomor 1, Desember 2021, 32-40
ISSN: 2809-4581

Desain Pembelajaran Materi Fungsi Gamma untuk Mengoptimalkan Kemampuan Berpikir Mahasiswa pada Mata Kuliah Fungsi Khusus

Emas Marlina[1] dan Siti Dwi Rahayu Septiani[2]

[1,2]Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Bale Bandung, Bandung, Indonesia

emasmarlina@unibba.ac.id

Abstrak. Penelitian ini dilatarbelakangi oleh adanya kesulitan yang dialami mahasiswa dalam memahami dan menyelesaikan masalah-masalah yang berkaitan dengan konsep fungsi gamma. Tujuan penelitian ini adalah untuk mendesain pembelajaran materi fungsi gamma yang dapat mengoptimalkan kemampuan berpikir mahasiswa dalam mata kuliah fungsi khusus. Penelitian ini dilakukan di tempat penulis bekerja pada mata kuliah fungsi khusus semester ganjil tahun ajaran 2021-2022 dengan peserta sebanyak 6 orang. Penelitian ini merupakan suatu design research yang terdiri dari 3 tahapan. Tahapan pertama adalah penelitian pendahuluan, tahap peneliti menganalisis kebutuhan dan konteks kegiatan pembelajaran, studi literatur, dan mengembangkan kerangka berpikir. Tahap kedua adalah tahapan pengembangan, tahap peneliti melakukan validasi desain pembelajaran untuk selanjutnya diadakan revisi (perbaikan), aplikasi desain di kelas, dan perbaikan berdasarkan pertemuan. Tahap ketiga yakni tahap asesmen, tahap peneliti memberikan soal evaluasi kepada mahasiswa untuk mengetahui hasil penerapan desain terkait optimalisasi hasil belajar fungsi khusus. Hasil desain yang diperoleh secara umum adalah kegiatan pembelajaran, self reflection, dan evaluasi. Hasil yang kedua adalah terdapat 5 mahasiswa (90%) yang menguasai materi fungsi gamma.

Kata kunci: Desain Pembelajaran, Fungsi Gamma, Fungsi Khusus.

1. Pendahuluan

Matematika merupakan ilmu pendukung dalam memenuhi kebutuhan manusia, baik dalam bidang ekonomi, sosial, dan menggali ilmu alam lainnya. Dalam hal ini tentunya Matematika mempunyai kegunaan yang sangat penting dalam kehidupan sehari-hari. Mahasiswa dalam mempelajari mata kuliah Matematika diharapkan selain menguasai konsep yang diajarkan, namun dapat menganalisis kegunaan yang terdapat pada konsep tersebut dalam kehidupannya di kemudian hari [1].

Fungsi khusus adalah mata kuliah yang diajarkan pada program sarjana Matematika murni, dimana mata kuliah ini menuntut mahasiswa mempunyai kemampuan berpikir logis, kritis dan dapat menyelesaikan masalah-masalah yang abstrak. Pada mata kuliah ini mahasiswa diharapkan mampu menguasai materi, menjabarkan rumus dan menurunkan sebuah konsep baru dari materi yang ada agar menjadi seseorang matematikawan yang handal, berbudi pekerti yang luhur, berpikir kritis, logis dan berdaya saing dengan kebutuhan pada abad 21 ini.

Setiap pengajaran yang dilakukan oleh seorang pendidik mata tentunya harus mempersiapkan diri dalam mendesaian pembelajaran agar mudah dipahami mahasiswa dan mempersiapkan pengajaran tersebut, setiap kegiatan perkuliahan di desain sedemikian rupa sehingga materi yang disampaikan terhadap mahasiswa mampu mengoptimalkan kemampuan berpikir mahasiswa terhadap mata kuliah tersebut.

Pada artikel ini akan dipaparkan desain pembelajaran fungsi gamma yang dianggap sangat penting dalam untuk dikuasai oleh Mahasiswa prodi Matematika yang sedang mengampu mata kuliah fungsi khusus. Selain daripada itu, penulis merupakan dosen pengampu mata kuliah ini selama 2 tahun dan perlu untuk dikembangkan pembelajarannya agar mahasiswa menguasai konsep tersebut. Berdasarkan hasil kegiatan pembelajaran fungsi gamma semester lalu, di observasi, melakukan refleksi dan evaluasi serta wawancara terhadap mahasiswa ditemukan kesulitan dalam memahami

Diterima 12 November 2021; Disetujui untuk publikasi 24 Desember 2021,
Diterbitkan oleh Program Studi Matematika UNIBBA.

fungsi gamma. Dengan demikian pada artikel ini akan di desain pembelajaran fungsi gamma disesuaikan dengan proses cara berpikir mahasiswa agar mudah dipahami.

2. Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan di tempat penulis bekerja pada mata kuliah fungsi khusus semester ganjil tahun ajaran 2021-2022 dengan peserta sebanyak 6 orang. Penelitian ini merupakan suatu design research yang terdiri dari 3 tahapan. Tahapan pertama adalah penelitian pendahuluan, tahap peneliti menganalisis kebutuhan dan konteks kegiatan pembelajaran, studi literatur, dan mengembangkan kerangka berpikir. Tahap kedua adalah tahapan pengembangan, tahap peneliti melakukan validasi desain pembelajaran untuk selanjutnya diadakan revisi (perbaikan), aplikasi desain di kelas, dan perbaikan berdasarkan pertemuan. Tahap ketiga yakni tahap asesmen, tahap peneliti memberikan soal evaluasi kepada mahasiswa untuk mengetahui hasil penerapan desain terkait optimalisasi hasil belajar fungsi khusus.

Penelitian ini merupakan suatu design research yang tahapannya [3] yaitu sebagai berikut:

1. Tahapan preliminary research, peneliti menganalisis kebutuhan kurikulum program studi (terkait KKNI). Peneliti juga menganalisis kebutuhan pembelajaran terkait profil mahasiswa yang diketahui berdasarkan tes awal kemampuan awal fungsi gamma.
2. Tahapan developing, peneliti memberikan desain pembelajaran kepada tim ahli untuk kemudian divalidasi. Berdasarkan hasil validasi tersebut, dilakukan revisi desain pembelajaran untuk kemudian diaplikasikan dalam pembelajaran di kelas. Hasil kegiatan pembelajaran di kelas peneliti jadikan sebagai bahan revisi (tahap 2) desain pembelajaran.
3. Pada tahapan assessment peneliti memberikan soal tes untuk diselesaikan oleh setiap mahasiswa. Soal yang diberikan merupakan tes untuk mengetahui tingkat penguasaan konsep fungsi gamma pada mahasiswa.

3. Hasil dan Pembahasan

Penelitian ini memperoleh dua hasil yaitu desain pembelajaran fungsi gamma dan hasil evaluasi kemampuan berpikir mahasiswa pada mata kuliah fungsi khusus.

Desain pembelajaran dimulai dengan kegiantan awal atau pendahuluan dengan memperhatikan prasyarat utama yang telah dipelajari sebelumnya untuk menunjang pembelajaran fungsi gamma. Kemudian kegiatan inti dengan mendesain pembelajaran fungsi gamma dalam proses pembelajaran dan yang teakhir adalah evaluasi.

Kegiatan inti dengan mendesain pembelajaran fungsi khusus sebagai berikut:

3.1. *Desain pembelajaran fungsi Gamma*

Fungsi khusus dimulai dari zaman Babilonian yang asal mulanya berkembang secara sederhana, kemudian pada pertengahan abad, fungsi ini berupa trigonometri dan logaritma. Setelah muncul Kalkulus pada tahun 1600-an, mulailah terdapat fungsi tertentu hasil pengembangan diferensial dan integral. Sehingga tahun 1700-an Bernoulli berpendapat bahwa integral fungsi elementer akan menjadi fungsi elementer juga, akan tetapi bertentangan dengan pernyataan Leibniz bahwa tidak semua integral fungsi elementer dapat diselesaikan.

Contoh integral yang diungkapkan oleh Leibniz adalah $\int \frac{1}{x^4+a^4}\,dx$. Beberapa tahun kemudian muncullah integral eliptik (tidak analitik) dalam bentuk deret yang mengarah pada fungsi Bessel yaitu $F(\varphi, k) = \int_0^{\varphi} \frac{1}{\sqrt{1-k^2 Sin^2\theta}}\,d\theta$.

Sekitar tahun 1720-an kemudian diperkenalkannya suatu standarisasi fungsi khusus oleh Euler. Dia menenemukan fungsi Gamma sebagai kelanjutan faktorial dan mendefinisikan fungsi Bessel untuk penelitian drum sikular, mengembangkan integral elliptik dan sebagainya. Pada penghujung tahun 1700-an muncul beberapa fungsi khusus di antaranya ialah fungsi Legendre yang berkaitan dengan teori potensial dan mekanika benda langit. Pada tahun tersebut para ahli Matematika tidak berhenti dalam menemukan sesuatu hal yang baru, sehingga di tahun berikutnya 1800-an ditemukanlah beberapa fungsi khusus lainnya di antaranya adalah muncul fungsi periodik tepatnya pada tahun 1820-an.

Selain dari fungsi periodik, beberapa tahun kemudian muncul analisis harmonik, beberapa polinomial orthogonal seperti Hermite Laguerre dan sebagainya. Dikarenakan pada tahun 1800-an hampir semua fungsi khusus bermunculan, sehingga Gauss menyatukan semua fungsi khusus, dan muncullah fungsi Gauss Hipergeometrik. Seiring waktu fungsi khusus berkembang hingga saat ini, pada ilmu Fisika selalu memberikan energi baru dengan memanfaatkan mekanika, teori elastisitas, dan teori elektromagnetik. Sehingga pada tahun 1920-an dengan kelahiran mekanika kuantum banyak problem berkaitan dengan polinomial Leguerre dan Hermite. Adanya teori hamburan ini, maka diperlukan fungsi-fungsi khusus pada mekanika kuantum.

Fungsi Gamma dan Beta sering muncul pada pemecahan persamaan diferensial, proses Fisika, perpindahan panas, gesekan sumber bunyi, rambatan gelombang, potensial gaya, persamaan gelombang, mekanika kuantum dan lainnya.

Fungsi gamma merupakan perluasan dari faktorial dan didefinisikan untuk semua bilangan kompleks kecuali bilangan negatif dan nol. Fungsi ini merupakan salah satu fungsi khusus dalam pembahasan Kalkulus tingkat lanjut, digunakan untuk menyelesaikan integral-integral khusus.

Definisi 3.1.

$$\Gamma(n) = \int_0^\infty x^{n-1}e^{-x}\,dx = \lim_{b\to\infty}\int_0^\infty x^{n-1}e^{-x}\,dx$$

Konvergen untuk $n > 0$. Hasil integral menyatakan bahwa $\Gamma(n) = (n-1)!$ $\Gamma(n)$ disebut fungsi faktorial dengan $n = 1,\ 2,\ 3, ...$

Contoh:

$$\begin{aligned}\Gamma(1) &= \int_0^\infty x^{1-1}e^{-x}\,dx = \lim_{b\to\infty}\int_0^b e^{-x}\,dx \\ &= \lim_{b\to\infty}[\,e^{-x}]_0^b = \lim_{b\to\infty}[\,e^{-b} + e^0] = 1\end{aligned}$$

Rumus rekusi fungsi gamma adalah sebagai berikut.

$\Gamma\ (\mathrm{n}+1) = \mathrm{n}\ \Gamma(\mathrm{n})$, dengan $\Gamma(1) = 1$

Contoh:
1. $\Gamma(2) = (1+1) = 1\Gamma(1) = 1$
2. $\Gamma(3) = (2+1) = 2\Gamma(1) = 2$
3. $\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}+1\right) = \frac{1}{2}\Gamma(1) = \frac{1}{2}\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)$
4. $\Gamma(1{,}3) = (0{,}3+1) = 0{,}3\Gamma(1) = 0{,}3\ \Gamma(0{,}3)$

Fungsi Gamma Bilangan Bulat Positif:
Bila *n* bilangan bulat positif, maka rumus fungsi gamma adalah sebagai berikut.

$\Gamma(\mathrm{n}+1) = n!$ dimana $\Gamma(1) = 1$

Contoh:
1. $\Gamma(2) = (1+1) = 1\,\Gamma(1) = 1! = 1$
2. $\Gamma(3) = (2+1) = 2\,\Gamma(1) = 2! = 2$
3. $\Gamma(4) = (3+1) = 3\,\Gamma(1) = 3! = 6$
4. $\frac{3\Gamma(2)}{\Gamma(3)} = \frac{3(1!)}{2!} = \frac{3}{2}$

Fungsi Gamma Bilangan Pecahan Positif:
Bila *n* bilangan pecahan positif, maka rumus fungsi gamma adalah sebagai berikut.

$$\Gamma(n) = (n-1).(n-2)\ldots.\alpha\Gamma\alpha$$

Contoh:

1. $\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)\ \Gamma\left(\frac{1}{2}\right)$
2. $\Gamma\left(\frac{5}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\ \Gamma\left(\frac{1}{2}\right)$
3. $\Gamma\left(\frac{7}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}\right)\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\ \Gamma\left(\frac{1}{2}\right)$

Dari contoh di atas, kita perlu mencari nilai $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)$, agar mengetahui nilai fungsi gamma tersebut.

$$\Gamma(n) = \int_0^\infty x^{n-1}e^{-x}\,dx$$

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \int_0^\infty x^{\frac{1}{2}-1}e^{-x}\,dx = \int_0^\infty x^{-1}e^{-x}\,dx$$

$$= \int_0^\infty \frac{1}{x}e^{-x}\,dx$$

Misalnya, $x = y^2$ maka $dx = 2y$

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \int_0^\infty \frac{1}{y}e^{-y^2}\,dx \text{ dan } \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \int_0^\infty \frac{1}{x}e^{-x^2}\,dx$$

$$\left[\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\right]^2 = 4\int_0^\infty\int_0^\infty e^{-(x^2+y^2)}\,dx$$

$$= 4\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^\infty e^{-r^2}\,r\,dr\,d\theta$$

$$= \left[4\frac{\pi}{2}\frac{e^{-r^2}}{-2}\right]_0^\infty = \pi$$

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi} \approx 1{,}772$$

Jika $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)$, hitunglah nilai fungsi gamma berikut ini.

1. $\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)\ \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \approx 0{,}886$
2. $\Gamma\left(\frac{5}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\ \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \approx 1{,}329$
3. $\Gamma\left(\frac{7}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}\right)\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\ \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{15\sqrt{\pi}}{8} \approx 3{,}323$

Fungsi Gamma Bilangan Pecahan Negatif:
Bila *n* bilangan pecahan negatif, maka rumus fungsi gamma adalah sebagai berikut.

$$\Gamma(n) = \underbrace{\frac{(n+1)}{n}}_{m \text{ bilangan}} \text{ atau } \Gamma(n) = \frac{(n+m)}{n(n-1)\ldots}$$

Contoh:

$$\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\Gamma(-\frac{1}{2}+1)}{(-\frac{1}{2})} = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)} = -2\pi \approx -3{,}545$$

$$\Gamma\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(-\frac{3}{2}+1\right)}{\left(-\frac{3}{2}\right)}$$

$$= \frac{\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)}{(-\frac{3}{2})\left(-\frac{1}{2}\right)}$$

$$= \frac{\Gamma\left(-\frac{1}{2}+1\right)}{(-\frac{3}{2})\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{3}{4}\right)} = \frac{4\sqrt{\pi}}{3} \approx 2{,}363$$

$$\Gamma\left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(-\frac{5}{2}+1\right)}{\left(-\frac{5}{2}\right)} = \frac{\Gamma\left(-\frac{3}{2}\right)}{\left(-\frac{5}{2}\right)}$$

$$= \frac{\Gamma\left(-\frac{3}{2}+1\right)}{\left(-\frac{5}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)}$$

$$= \frac{\Gamma\left(-\frac{1}{2}+1\right)}{\left(-\frac{5}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)}$$

$$= \frac{\Gamma(\frac{1}{2})}{\Gamma(-\frac{15}{18})} = -\frac{8\sqrt{\pi}}{15}$$

Penggunaan Fungsi Gamma dalam Integral:
Contoh:

1. $\int_0^{\infty} x^6\, e^{-2x} dx$

Misal $2x = y \rightarrow x = \frac{1}{2}y \rightarrow dx = \frac{1}{2}\, dy$
Untuk $x = 0$ maka $y = \infty$ dan $x = \infty$ maka $y = 0$

$$\int_0^{\infty} x^6\, e^{-2x} dx = \int_0^{\infty} (\frac{1}{2}y)^6\, e^{-y} \frac{1}{2}\, dy$$

$$= \int_0^{\infty} (\frac{1}{2})^6\, y^6 e^{-y} \frac{1}{2}\, dy$$

$$= (\frac{1}{2})^7 \int_0^{\infty} y^{7-1} e^{-y}\, dy$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^7 \Gamma(7) = \frac{6!}{2^7} = \frac{45}{8}$$

2. $\int_0^{\infty} x^3\, e^{-3x} dx$

Misal $3x = y \rightarrow x = \frac{1}{3}y \rightarrow dx = \frac{1}{3}\, dy$

Untuk $x = 0$ maka $y = \infty$ dan $x = \infty$ maka $y = 0$

$$\int_0^\infty x^3\, e^{-3x} dx = \int_0^\infty (\frac{1}{3}y)^3\, e^{-y} \frac{1}{3}\, dy$$

$$= \int_0^\infty (\frac{1}{3})^3\, y^3 e^{-y} \frac{1}{3}\, dy$$

$$= (\frac{1}{3})^4 \int_0^\infty y^{4-1} e^{-y}\, dy$$

$$= \left(\frac{1}{3}\right)^4 \Gamma(4) = \frac{3!}{3^4} = \frac{6}{81}$$

3. $\int_0^\infty x^2\, e^{-x^2} dx$

Misal $x^2 = y \rightarrow x = y^{\frac{1}{2}}$

$2xdx = dy \rightarrow dx = \frac{1}{2x}\, dy$

Untuk $x = 0$ maka $y = \infty$ dan $x = \infty$ maka $y = 0$

$$\int_0^\infty x^2\, e^{-x^2} dx = \int_0^\infty (y^{\frac{1}{2}})^2\, e^{-y} \frac{1}{2x}\, dy$$

$$= \int_0^\infty \left(y^{\frac{1}{2}}\right)^2 e^{-y} \frac{1}{2(y^{\frac{1}{2}})}\, dy$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^\infty y^{1-\frac{1}{2}} e^{-y}\, dy$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^\infty y^{-\frac{1}{2}} e^{-y}\, dy$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^\infty y^{\frac{3}{2}-1} e^{-y}\, dy$$

$$= \frac{1}{2}\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{4}$$

4. $\int_0^\infty \sqrt{y}\, e^{-3} dx$

Misal $y^3 = x \rightarrow y = x^{\frac{1}{3}}$

$3ydy = dx \rightarrow dy = \frac{1}{3y}\, dx$

Untuk $x = 0$ maka $y = \infty$ dan $x = \infty$ maka $y = 0$

$$\int_0^\infty \sqrt{y}\, e^{-3} dx = \int_0^\infty \sqrt{x^{\frac{1}{3}}}\; e^{-x} \frac{1}{3y}\; dx$$

$$= \int_0^\infty x^{\frac{1}{6}} e^{-x} \frac{1}{3(x^{\frac{1}{3}})}\; dx$$

$$= \frac{1}{3}\int_0^\infty x^{\frac{1}{6}-\frac{1}{3}} e^{-x}\; dx$$

$$= \frac{1}{3}\int_0^\infty x^{-\frac{1}{2}} e^{-x}\; dx = \frac{1}{3}\int_0^\infty x^{\frac{1}{2}-1} e^{-x}\; dx = \frac{1}{3}\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{3}$$

5. $\int_0^\infty 3^{-4z^2}\; dz = \int_0^\infty (e^{ln3})^{-4z^2}\; dz$

Misal (4 ln 3) $z^2 = x \;\rightarrow z = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{4 \ln 3}}$

(2.4 ln 3) z dz = dx → $dz = \frac{dx}{(2.4 \ln 3)\text{ z}}$

$$\int_0^\infty 3^{-4z^2}\; dz = \int_0^\infty e^{-(4\ln 3)z^2}\; dz$$

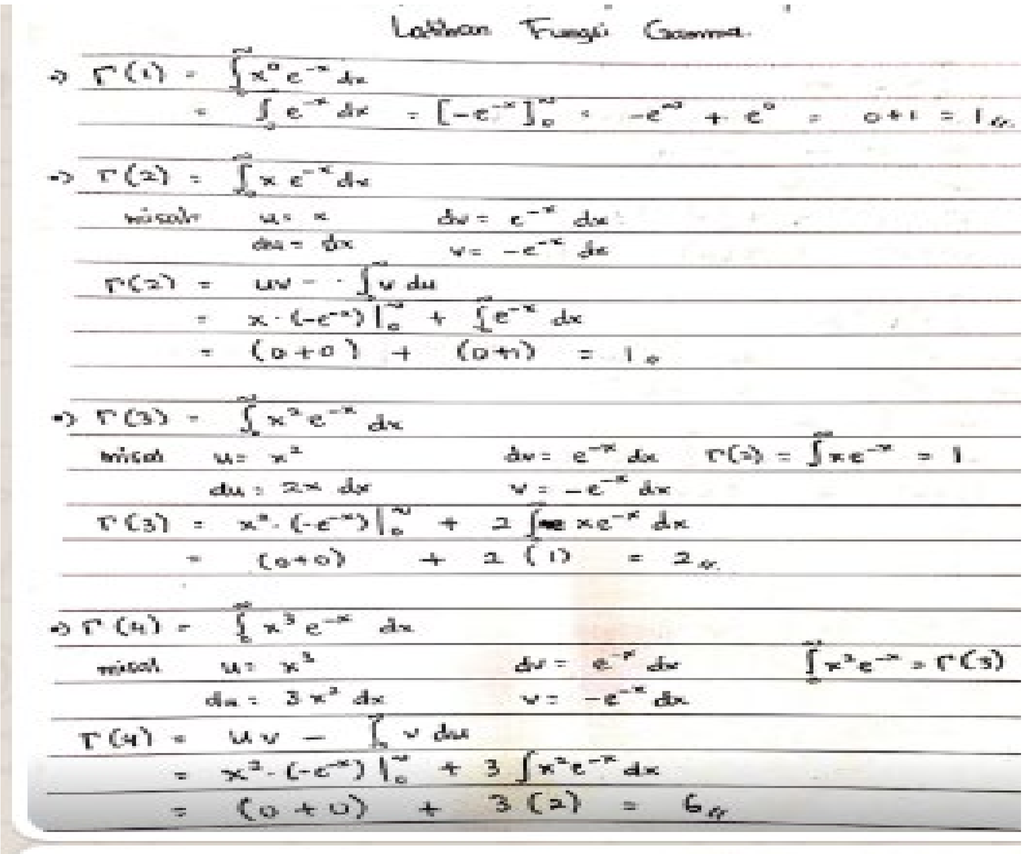
$$= \int_0^\infty e^{-x}\; \frac{dx}{(2.4 \ln 3)\text{ z}}$$

$$= \int_0^\infty e^{-x}\; \frac{dx}{(2.4 \ln 3)\; (\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{4 \ln 3}})}$$

$$= \int_0^\infty e^{-x}\; \frac{\sqrt{4 \ln 3}\, x^{\frac{1}{2}}}{(2.4 \ln 3)}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{4 \ln 3}}\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{4\sqrt{\ln 3}} \;=\; \frac{\sqrt{\pi ln}}{4 \ln 3}$$

Untuk mengetahui timbal balik hasil pembelajaran mahasiswa dilakukan tes kemampuan berpikir tentang fungsi gamma dengan memperoleh hasil berikut:



Latihan Fungsi Gamma

$\Rightarrow \Gamma(1) = \int_0^\infty x^0 e^{-x}\,dx$

$= \int_0^\infty e^{-x}\,dx = [-e^{-x}]_0^\infty = -e^{-\infty} + e^0 = 0+1 = 1$

$\Rightarrow \Gamma(2) = \int_0^\infty x e^{-x}\,dx$

misal $u = x$ $\quad dv = e^{-x}\,dx$

$du = dx$ $\quad v = -e^{-x}\,dx$

$\Gamma(2) = uv - \int v\,du$

$= x\cdot(-e^{-x})|_0^\infty + \int_0^\infty e^{-x}\,dx$

$= (0+0) + (0+1) = 1$

$\Rightarrow \Gamma(3) = \int_0^\infty x^2 e^{-x}\,dx$

misal $u = x^2$ $\quad dv = e^{-x}\,dx$ $\quad \Gamma(2) = \int_0^\infty x e^{-x} = 1$

$du = 2x\,dx$ $\quad v = -e^{-x}\,dx$

$\Gamma(3) = x^2\cdot(-e^{-x})|_0^\infty + 2\int x e^{-x}\,dx$

$= (0+0) + 2(1) = 2$

$\Rightarrow \Gamma(4) = \int_0^\infty x^3 e^{-x}\,dx$

misal $u = x^3$ $\quad dv = e^{-x}\,dx$ $\quad \int_0^\infty x^2 e^{-x} = \Gamma(3)$

$du = 3x^2\,dx$ $\quad v = -e^{-x}\,dx$

$\Gamma(4) = uv - \int_0^\infty v\,du$

$= x^3\cdot(-e^{-x})|_0^\infty + 3\int x^2 e^{-x}\,dx$

$= (0+0) + 3(2) = 6$

Gambar 1. Hasil Lembar Kerja Mahasiswa

Dari gambar di atas dapat dianalisis, tingkat keberhasilan dari mendesain pembelajaran fungsi gamma memperoleh hasil yang memuaskan karena mahasiswa mampu menjabarkan fungsi gamma secara terperinci dan benar.

4. Kesimpulan

Hasil dari penelitian adalah desain pembelajaran fungsi gamma dalam mengoptimalkan kemampuan berpikir mahasiswa pada mata kuliah fungsi khusus. Hasil pertama adalah desain pembelajaran fungsi gamma adalah sebagai berikut:

1. Kegiatan awal adalah persiapan, kemudian dilanjutkan dengan peninjauan konsep
2. Kegiatan inti adalah proses pembelajaran fungsi khusus dengan pembelajaran yang telah didesain sedemikian rupa, sehingga dapat mengoptimalkan kemampuan berpikir mahasiswa pada mata kuliah fungsi khusus.
3. Kegiatan Akhir adalah kegiatanevaluasi dan pemberian tugas.

Hasil yang kedua adalah terdapat 5 mahasiswa (90%) yang menguasai materi fungsi gamma. Dengan demikian desain pembelajaran ini berpengaruh besar terhadap optimalisasi kemampuan berpikir mahasiswa.

5. Rekomendasi (jika ada)

Rekomendasi/usulan/ saran untuk penelitian selanjutnya.

Ucapan Terima Kasih

Bab ini ditulis sebelum bab **Referensi**. Informasi mengenai pendanaan juga dapat dituliskan di sini.

Referensi

[1] E. Marlina, "*Bahan Ajar Fungsi Khusus*", Jawa Tenggah : CV. Pena Persada, 2020.
[2] E. Marlina dan D. Ruhiat, "Penerapan Sub Pokok Fungsi pada Matematika Ekonomi terhadap Fungsi Permintaan dan Fungsi Penawaran". *Akurat, Jurnal Ilmiah Akutansi Vol 9 No 2 hal 90-96,* 2018.
[3] Ihsan dan Kosasih, "Penelitian Pendahuluan Mengenai Desain Pembelajaran Terkait Berpikir Kombinatorial," *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan matematika Universitas Suryakancana (MINATKU) pp. 131-136,* Cianjur : Universitas Suryakancana, 2018.