

00008275

DU-~~000193~~

~~0000636~~

PREMIER COURS NATIONAL POST-GRADUE
SUR L'IRRIGATION, LE DRAINAGE
ET LA GESTION DES RESSOURCES HYDRIQUES

COORDINATION:

INSTITUT INTERAMERICAIN DE
COOPERATION POUR L'AGRICULTURE (IICA)
FACULTE D'AGRONOMIE ET
MEDECINE VETERINAIRE (FAMV)

SOUTIEN FINANCIER:

AGENCE DE DEVELOPPEMENT INTERNATIONAL (USAID)
AGENCE CANADIENNE POUR LE DEVELOPPEMENT INTERNATIONAL (ACDI)
INSTITUT INTERAMERICAIN DE COOPERATION POUR L'AGRICULTURE (IICA)
MINISTERE DE L'AGRICULTURE, DES RESSOURCES NATURELLES ET
DEVELOPPEMENT RURAL (MARNDR)
FACULTE D'AGRONOMIE ET MEDECINE VETERINAIRE (FAMV)

TEXTE:

DACTYLOGRAPHIE: MOYSETTE VICTOR
DESSINS : JEAN ROBERT MOREL
IMPRESSION : ALCE SARDE

PREAMBULE

Les écoulements dans les milieux poreux comprennent tous les mouvements des fluides qui s'effectuent dans un massif solide comportant des pores interconnectés. Le massif peut être du type granulaire (cailloux, gravier, sable, limon, argile, etc...) ou du type rocheux fissuré, soit par dissolution (roches karstiques) ou par fracturation (roches basaltiques).

Le domaine d'application des théories relatives aux écoulements dans les milieux poreux est très vaste. Il concerne aussi bien les infiltrations d'eau dans le cycle hydrologique naturel que le passage du fluide à travers les ouvrages hydrauliques aménagés par l'homme: canaux, digues, barrage, etc... Ce champ d'application s'étend jusqu'aux problèmes d'exploitation des gisements pétrolifères. L'étude complète des écoulements dans les milieux poreux implique plusieurs disciplines comme : l'hydrogéologie qui est une branche de la géologie, l'hydraulique, la géotechnique, la géologie, les mathématiques, l'informatique et autres.

L'objectif du présent Cours est cependant moins ambitieux car, il traite uniquement des écoulements d'eau à travers les ouvrages hydrauliques qui ont un intérêt dans l'aménagement des systèmes d'irrigation et de drainage. Il laisse le soin au Cours d'Hydrogéologie d'élaborer et d'approfondir les concepts de la dynamique des nappes phréatiques et de développer les sujets d'intérêt qui s'y rattachent.

Le Cours vise donc à offrir des outils de travail permettant de répondre aux problèmes suivants :

- Détermination du domaine d'écoulement (tracé des réseaux d'écoulement);
- Estimation du débit d'infiltration; et
- Analyse des pressions intersticielles et de la stabilité des structures.

Enfin, il est important de préciser qu'il ne sera question ici que des sols granulaires comme milieux poreux. Les percolations à travers les roches fissurées par dissolution ou par fracturation sont exclues, à moins que ces fissures aient des dimensions et des propriétés comparables à celles des pores rencontrés dans les massifs granulaires.

La structure de ce Cours est en partie inspirée des notes de Cours sur "Les Ecoulements dans les Milieux Poreux" offert à l'Université Laval (Canada) par le Professeur Marcel Frenette, D.Sc.Ing.

La compréhension des processus d'infiltration aide l'Ingénieur à mieux s'orienter dans la conception des ouvrages hydrauliques. Le Cours offre donc la base requise pour traiter la plupart des problèmes auxquels on fait face dans les études de perte d'eau par infiltration de petits systèmes d'irrigation et de drainage. Cependant, quand il s'agit de grands ouvrages hydrauliques, incluant ceux qui mettent en danger les vies humaines, il est indispensable de se référer aux spécialistes dans ce domaine qui sont en mesure d'exécuter des calculs raffinés en tenant compte d'autres aspects fondamentaux, non exposés dans ce Cours.

ÉCOULEMENT DANS LES MILIEUX POREUX

TABLE DES MATIERES	Page
PREAMBULE	1
TABLE DES MATIERES	11j
Liste des tableaux	vii
Liste des figures	viii

CHAPITRE I

LE COMPLEXE: SOL - EAU - AIR

I-1	Propriétés du Milieu Filtrant	1
1.1.1	La porosité	3
1.1.12	Indice des vides	4
1.2	L'eau dans le sol	5
1.2.1	L'eau suivant leur Origine	5
1.2.2	L'eau suivant leur Position dans le sol	5
1.2.3	Répartition de l'eau dans le Sol et le Sous-Sol	7
	Degré de saturation	10
1.2.4	Teneur en eau	12

CHAPITRE II

ÉCOULEMENT DE L'EAU DANS LES MILIEUX POREUX

2.1	Écoulement dans les milieux saturés	13
2.1.1	Loi de Darcy	13
2.1.2	La conductivité hydraulique dans un milieu poreux	17
	Coefficient de perméabilité intrinsèque	18
	Vitesse apparente, vitesse réelle	19
	Mesure de la conductivité hydraulique	20
	Perméamètre à charge constante	20

	Page
Perméamètre à charge variable	21
Variation de la conductivité hydraulique	22
Relation de Hazen	23
Relation de Slichter	23
Validité et limites de la loi de Darcy	24
Généralisation de la loi de Darcy	24
2.2 Ecoulement dans les Milieux non saturés	26
2.2.1 Capillarité	26
Hauteur d'ascension capillaire	27
Loi de Jurin	27
Relation de Terzhagi	28
Relation de F.T. Mavis et T.P. Tsui	28
Vitesse d'ascension Capillaire	29
2.2.2 Concept de charge hydraulique et de Succion	31

CHAPITRE III

	ÉCOULEMENTS BIDIMENSIONNELS - PROPRIÉTÉS DES RESEAUX	33
3.1	Écoulement dans un milieu homogène et isotrope	
3.1.1	Equation de continuité	
3.1.2	Lignes de courant, lignes équicharges, lignes équipotentielles	36
	Lignes de courant (Ψ)	36
	Relation entre Equicharge et lignes de courant	42
	Equipotentielles	44
3.1.3	Propriétés fondamentales des réseaux d'écoulement	47
	Equation de Laplace	47
	Conditions aux limites	48
	La limite imperméable	48
	Frontières des réservoirs	51
	Surface de suintement	53
	Les interfaces	53

	Page
Construction des réseaux orthogonaux et quadratiques	54
Les carrés curvilignes	54
Les méthodes analytiques	56
Écoulements parallèles	56
Fiche de palplanche dans une couche perméable d'épaisseur illimitée	56
Massif imperméable reposant sur une couche perméable d'épaisseur illimitée	58
Autres réseaux d'écoulements	59
Infiltration dans les canaux et les fossés	60
Pour un substratum drainant situé à l'infini (T/H: Très grand)	60
Canal Trapézoïdal et triangulaire	61
Pour un substratum imperméable	63
Superposition des écoulements. Un puits de recharge et un puits de pompage	64
Un puits et une nappe en mouvement	65
Méthodes d'analyse numérique	65
Méthodes de différences finies	66
Conditions aux limites	69
Discrétisation du milieu physique	71
Résolution par Relaxation	74
Méthodes expérimentales	76
Modèles analogiques	76
Analogie électrique	78
Analogie visqueuse "modèle Hele Shaw"	80
Modèles réduits	80
Méthodes graphiques	82
Bissectrices à 45° (Méthode de Prasil)	83
Débit facteur de forme	84
Pressions	85
3.2. Les Milieux Anisotropes et Milieux Hétérogènes	98
Milieux Anisotropes	98

	Page
Milieux Hétérogènes	101
CHAPITRE IV	
ECOULEMENT A SURFACE LIBRE	106
4.1 Substratum imperméable horizontal	106
4.2 Substratum imperméable incliné	109
4.3 Ecoulement dans un remblai sur une fondation horizontale imperméable	111
Solution de Dupuit	111
Solution de Schaffernak et Van Iterson	111
Solution de L. Casagrande	112
Solution de Gilboy	113
Solution de Kozeny pour tapis filtrants	114
Solution graphique pour tapis horizontal (Kozeny)	115
Drains inclinés	117
CHAPITRE V	
BOULANCE (RENARD) - EROSION - FILTRES	118
5.1 Phénomène de Boulance ou de Renard	
Facteur de sécurité	121
Protection contre la boulance	122
Surcharge contre le renard	122
Profondeur d'enfoncement d'une palplanche	123
Abaissement de gradient hydraulique condition de Lane	126
5.2 Phénomène d'Erosion	128
Erosion des talus	128
Erosion due aux écoulements internes	129
5.3 Filtres	131
Granulométrie des filtres	131
Épaisseur des filtres	134

LISTE DES TABLEAUX

TABLEAUX		Page
1.1	Porosité des Sols Naturels	4
2.1	Hauteur de la frange capillaire dans différents sols en fonction du diamètre des grains	30
3.1	CORRESPONDANCES ANALOGIQUES	77
5.1	Valeurs du coefficient C_w de Lane	127

LISTE DES FIGURES

FIGURE		Page
1.1	Schéma de la Composition d'un élément de Sol	1
1.2	Schéma de la Porosité des sols et roches	2
1.3	Répartition de l'eau dans le Sol et le Sous-Sol	9
1.4	Variation de la porosité, de la capacité de rétention spécifique et de la porosité efficace avec le diamètre des grains	11
2.1	Expérience de Darcy	14
2.2	Elément de la Colonne de sable, pour l'application de la relation de Bernouilli	15
2.3	Schéma du gradient hydraulique	16
2.4	Relation entre la conductivité hydraulique et le type de particules du milieu poreux	17
2.5	Schéma de l'écoulement dans un milieu poreux	19
2.6	Perméamètre à charge constante	20
2.7	Perméamètre à charge variable	21
2.8	Répartition du degré de saturation dans un sable au-dessus de la surface libre	27
2.9	Schéma de la distribution de la pression et la succion dans un milieu poreux	28
3.1	Représentation spatiale et plane d'un écoulement bidimensionnel	34
3.2	Equation de continuité dans un écoulement bidimensionnel	35
3.3	Schéma d'une ligne de courant	36
3.4	Aires de l'écoulement plan	37
3.5	Le débit dans un écoulement plan	39
3.6	Lignes de courant dans un écoulement rectiligne	41
3.7	Limites d'un écoulement plan dans un milieu poreux	50
3.8	Lignes équipotentielles et lignes de courant	52

FIGURE	Page	
3.9	Conditions de transfert	54
3.10	Lignes de courant et équipotentiellles dans un écoulement plan autour d'une palplanche	57
3.11	Réseau d'écoulement sous un massif imperméable	58
3.13	Écoulement simples a) puits, b) une source et c) un vortex	59
3.14	Écoulement dans un coin limité par deux barrières imperméables	59
3.15	Infiltration dans les canaux et fossés	60
3.15	Infiltration dans les canaux et fossés (suite) Infiltration	62
3.15	Infiltration dans les canaux et fossés (suite)	63
3.16	Image de la superposition d'un puits de recharge et d'un puits de pompage	64
3.17	Combinaison d'un puits et d'un écoulement uniforme	65
3.18	Schéma de la solution numérique de l'équation de Laplace	67
3.18.b.	Schéma moléculaire pour la solution numérique de l'équation de Laplace	68
3.19	Schéma pour résoudre l'équation de Laplace à partir de la loi de Darcy	69
3.20.a.	Écoulement sur une barrière imperméable	69
3.20.b.	Représentation moléculaire de l'écoulement sur une barrière imperméable	70
3.21.a.	Écoulement plan dans un milieu poreux intercalé par une palplanche	71
3.21.b.	Représentation moléculaire de la solution de la condition montrée dans la figure 3.21.a.	71
3.22.	Grillage pour la solution numérique de l'écoulement sous le barrage	72
3.23.a.	Écoulement à travers la fondation d'un barrage	75
3.23.b.	Solution numérique, méthode de relaxation du cas montré à la figure 3.23.a.	75

FIGURE	Page	
3.24	Solution graphique de l'équation de Laplace	83
3.25	Méthode de Prasil pour la solution d'un écoulement plan	83
3.26	Solution graphique d'un écoulement plan autour d'une palplanche dans un milieu poreux	85
3.27	Courbes des débits, barrage sous un écran horizontal et un écran central	86
3.28	Courbes des débits, barrage sous un écran horizontal et un écran central	87
3.29	Courbes des débits pour deux écrans symétriques	88
3.30	Courbes des débits pour deux écrans symétriques	89
3.31	Efficacité comparée des diverses solutions sur le débits	90
3.32	Efficacité comparée des diverses solutions sur le débits	91
3.33	Distribution des pressions autour d'un massif	92
3.34	Effet du parafouille sur la distribution des pressions	94
3.35	Courbes de pression à l'amont du radier derrière l'écran vertical	95
3.36	Courbes de la variation des charges sous le barrage	96
3.37	Courbes de répartition des charges sous le barrage	97
3.38	Réseaux d'écoulement dans un milieu poreux anisotrope	99
3.39	Réseaux d'écoulement dans un milieu stratifié	100
3.40	Direction de l'écoulement par rapport à la disposition d'un milieu poreux multicouches	103
3.41	Écoulement plan dans un milieu stratifié	104
3.42	Exemples d'écoulement dans un milieu poreux stratifié	105
4.1	Écoulement à surface libre dans un milieu poreux limité par un substratum imperméable	106

FIGURE	Page
4.2	Écoulement dans un milieu poreux, un puits et une rivière 107
4.3	Rabattement de la nappe par l'effet de deux drains 108
4.4	Allure de la surface libre de l'écoulement dans un milieu poreux sur un substratum imperméable incliné 110
4.5	Écoulement à travers un barrage en terre reposant sur un substratum imperméable 112
4.6	Schéma pour la solution de Casagrande 112
4.7	Abaque pour la solution de Gilboy 113
4.8	Exemples de tapis filtrants 114
4.9	Solution graphique pour l'écoulement à travers un barrage avec tapis filtrant horizontal 116
4.10	Relation entre l'angle α et le rapport $a/(a + \Delta a)$ 117
5.1	Écoulement au dessous d'un barrage pourvu d'une palplanche et un filtre 119
5.2	Abaque pour la condition de Renard 125
5.3	Écoulement au dessous d'un barrage pourvu des palplanches. Application de la méthode de Lane 126
5.4	Réseau d'écoulement au pie du talus 128
5.5	Exemples d'érosion interne 130
5.6	Effet de colmatage pour empêcher l'érosion dans un filtre 131
5.7	Courbes granulométriques 133
5.8	Abaque pour le calcul de l'épaisseur d'un filtre incliné 135
5.9	Abaque pour la détermination de l'épaisseur d'un filtre horizontal 136

CHAPITRE I

LE COMPLEXE : SOL - EAU - AIR

L'écoulement dans les sols saturés et non saturés dépend des caractéristiques du milieu filtrant et du fluide qui le traverse.

L'élément d'un sol est constitué de deux ou de trois phases : la phase solide qui est formée par les grains du sol laissant entre eux des pores ou interstices remplis d'eau (phase liquide) ou, remplis de vapeur d'eau et d'air (phase gazeuse) ou encore remplis d'un mélange des deux phases liquide et gazeuse. Cet élément de sol est schématisé à la fig. I-1 où les trois phases ont été séparées et ont des volumes et des poids différents.

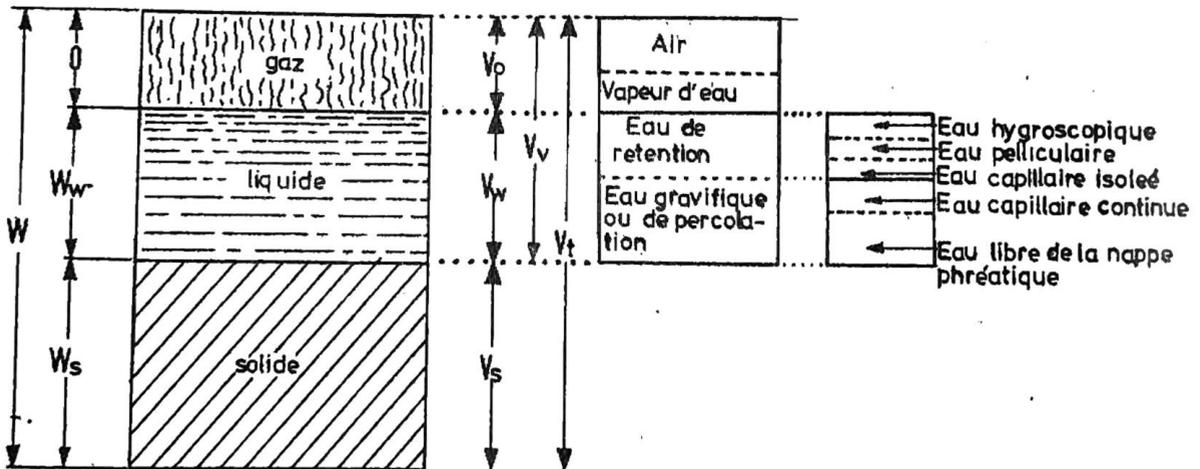


Fig. I-1 : Schéma de la composition d'un élément de sol

I-1 : Propriétés du Milieu Filtrant

Si l'on considère la phase solide du sol, c'est-à-dire, la partie squelettique qui forme le massif filtrant et qui est composée

uniquement des grains solides agglomérés. Les propriétés physiques qui affectent le plus les écoulements sont :

- La texture du sol (Répartition des grains suivant leur diamètre);
- La forme des grains solides;
- La structure des grains (arrangement de ces grains après sédimentation);
- Les propriétés hygroscopiques des grains.

La figure 1-2 présente les types d'interstices que l'on rencontre normalement dans les sols et les roches.

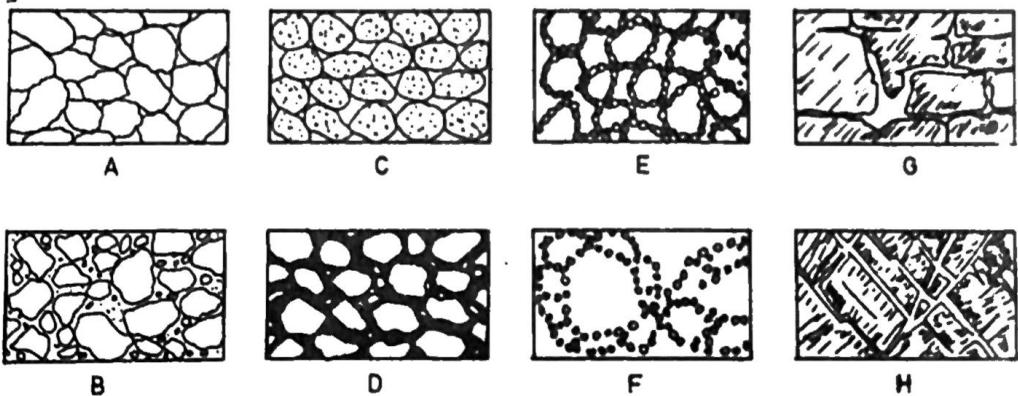


Fig. 1-2 : Schéma de la porosité des sols et roches

- A : Matériau alluvial de granulométrie uniforme - Forte porosité
- B : Matériau alluvial matelassé, de granulométrie étalée, faible porosité

- C : Granulométrie uniforme de graviers ou cailloux. Très forte porosité.
- D : Dépôt de granulométrie uniforme - Réduction de la porosité par cimentation.
- E : Structure argileuse en nid d'abeille - Très faible porosité efficace
- F : Structure argileuse floconneuse - Faible porosité efficace
- G : Roche rendue poreuse par dissolution.
- H : Roche rendue poreuse par fracturation.

Les quatre propriétés mentionnées ci-haut sont généralement représentées par la porosité et la perméabilité du milieu filtrant. Il faut retenir ici qu'une grande porosité n'implique pas nécessairement une grande perméabilité (conductivité hydraulique).

1.1.1 Porosité

$$n (\%) = \frac{V_v}{V_t} \times 100 \quad (1.1)$$

La porosité est une des propriétés essentielles des sols quant à leur capacité d'emmagasiner l'eau dans les interstices. Elle représente le rapport entre le volume des vides (V_v) et le volume total du sol (V_t).

En se référant à la figure 1-1, on remarquera que le volume des vides (V_v) est la somme des volumes occupés par les phases gazeuses et liquide ($V_v = V_a + V_w$) ou encore, la différence entre le volume total du sol et le volume occupé par la matière solide

$$(V_v = V_t - V_s)$$

Le Tableau 1-1 donne l'ordre de grandeur de la porosité que l'on observe en nature. On peut remarquer que les argiles sont plus poreuses que les sables, alors qu'elles sont beaucoup moins perméables (conductrices) que ces derniers.

Tableau 1-1 : Porosité des Sols Naturels

<u>Sols</u>	n(%)
Graviers	25 à 40
Graviers de 4 mm (uniforme)	36
Sables et graviers	25 à 30
Sables	26 à 48
Alluvions (granulométrie étendue)	5 à 20
Argiles	44 à 50
Marnes	47 à 50
Silt (limon)	34 à 50
Vases récentes	80 à 90

1.1.2 : Indice des vides

$$e = \frac{V_v}{V_s} = \frac{in}{1-n} \quad (1.2)$$

L'indice des vides qui s'exprime par un nombre décimal, c'est-à-dire une fraction simple, est le rapport entre le volume des vides (V_v) et le volume de la matière solide (V_s).

Il est d'une utilisation plus pratique et plus courante en mécanique des sols (Géotechnique) et dans tous les cas où il y a changement de volume du massif poreux.

1.2 : L'eau dans le Sol : Classification des eaux souterraines

Les eaux souterraines (toutes celles existant sous la surface du sol) peuvent être classifiées, soit suivant leur origine, soit suivant la position qu'elles occupent dans le sol.

1.2.1 : Suivant leur origine, on distingue :

- a) Les eaux absorbées : Ce sont les eaux atmosphériques ou de surface ayant pénétré dans la lithosphère par le jeu des forces de gravité et de capillarité.
- b) Les eaux de compaction : Ce sont les eaux libérées par les sables et les argiles sous l'action d'un accroissement de la compacité.
- c) Les eaux connées ou de constitution : Emprisonnées dans les interstices des roches au moment de leur formation
- d) Les eaux de deshydratation : Libérées par certains minéraux par suite de modifications chimiques.

Cette classification est cependant peu commode du point de vue écoulement en milieux poreux. La classification ci-après, s'avère beaucoup plus utile.

1.2.2 : Suivant leur position dans le sol, on distingue : (Fig. 1.1)

- a) L'eau de rétention, ou eau liée

La molécule d'eau, par son caractère polaire, est attirée et fixée par les charges électroniques existant à la surface des cristaux. Elle est souvent qualifiée "d'eau liée". Elle est représentée essentiellement par deux types d'eau.

- L'eau hygroscopique. Celle-ci est adsorbée à la surface des grains par le lien intermoléculaire et y reste fixée par le jeu des forces d'adsorption. Elle ne peut être déplacée qu'à l'état de vapeur.
- L'eau pelliculaire entoure les particules du sol et leur eau hygroscopique d'une mince pellicule dont l'épaisseur ne dépasse pas 0.1 micron. Elle peut se déplacer à l'état liquide par le jeu des attractions moléculaires des particules voisines. Cette eau ne transmet pas la pression hydrostatique, elle ne peut être déplacée par gravité, mais peut être extraite par centrifugation.

b) L'eau capillaire

L'eau capillaire remplit les pores existant entre les grains. Elle se maintient en équilibre par les forces de capillarité (tension superficielle) et transmet la pression hydrostatique.

On distingue l'eau capillaire isolée de l'eau capillaire continue. La première est suspendue au-dessus de la nappe phréatique, n'occupe qu'une partie des vides, (l'autre contenant de l'air et de la vapeur d'eau) et ne se déplace pas sous l'action de la force de gravité on peut ainsi la classer dans la catégorie de l'eau de rétention. L'eau capillaire continue, localisée dans la frange capillaire au-dessus de la surface phréatique

remplit la totalité des pores et interstices capillaires et subit l'action de la gravité.

c) L'eau de percolation ou eau gravifique

Celle-ci remplit l'espace resté libre des pores. Elle obéit uniquement à la gravité. Elle transmet la pression hydrostatique. Sous l'action des différences de pression, l'eau de percolation peut circuler, c'est elle qui constitue la partie active des eaux souterraines. On pourrait distinguer l'eau d'infiltration qui descend vers la surface piézométrique des nappes et l'eau de la nappe elle-même, dont le niveau coïncide avec celui de l'eau dans un puits d'observation voisin. Elle peut être au repos ou en mouvement. La pression y est égale ou supérieure à la pression atmosphérique.

1.2.3 La répartition de l'eau dans le sol et le sous-sol (Fig. 1.3)

On divise souvent la région dans laquelle se trouvent les eaux souterraines en deux grandes zones :

a) La zone saturée d'eau

La zone de saturation correspond à la zone inférieure, située au dessus du substratum imperméable. Les vides sont entièrement occupés par l'eau. Le volume d'eau est égal au volume des vides. Le degré de saturation est de 100%.

b) La zone non saturée d'eau ou zone d'aération

La zone d'aération comprend toute l'étendue au-dessus de la zone de saturation. Le degré de saturation (voir définition ci-après), permet de distinguer la frange capillaire, la zone de rétention et la zone d'évapotranspiration.

La frange capillaire est située entre la surface phréatique et la surface capillaire. La surface capillaire est la surface continue constituée par ces minisques sous lesquels tous les interstices sont remplis par le liquide. L'eau contenue dans la frange est capable de s'écouler librement si le niveau hydrostatique, auquel elle est liée, s'abaisse. La puissance de la frange capillaire varie en raison inverse de la granulométrie : de quelques décimètres dans les terrains très perméables; elle croît jusqu'à 3 ou 4 mètres dans les limons et davantage dans les argiles.

Elle suit les fluctuations de niveau de la surface phréatique (ou piézométrique).

Dans la zone de rétention, les vides sont occupés par de l'eau, de l'air et de la vapeur d'eau. L'eau de cette zone ne présente aucun lien hydraulique avec les couches inférieures; c'est le domaine de l'infiltration, l'eau apportée dans la partie supérieure (pluie, irrigation), transite par cette zone pour rejoindre la région saturée (nappe).

Enfin, la tranche supérieure, limitée au sommet par la surface du sol, est la zone d'évapotranspiration. Cette zone est soumise à des variations très rapides des teneurs en eau, suivant qu'elle subit un assèchement (évaporation ou évapotranspiration) ou une humidification (pluie, irrigation). L'épaisseur de cette zone varie en fonction du climat et du type de couverture végétale, sa profondeur peut atteindre 3 m.

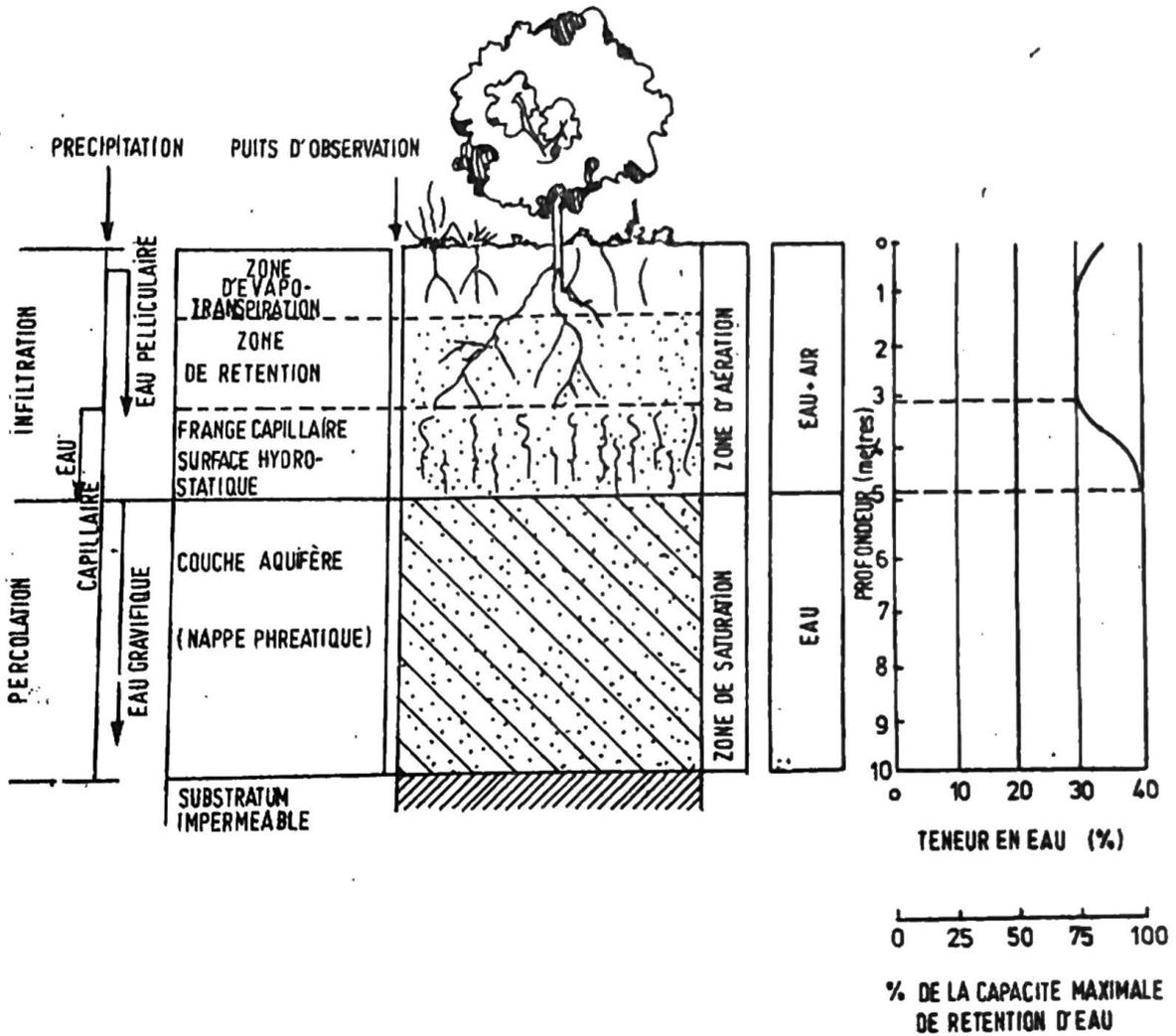


Fig. I.3 : Répartition de l'eau dans le sol et le sous-sol (d'après Castany).

1.2.3 Degré de saturation

$$S (\%) = \frac{V_w}{V_v} \times 100 \quad (1.3)$$

Le degré de saturation est le rapport en pourcentage entre le volume de l'eau du sol et le volume des vides.

Dans la nature, les sols situés sous la nappe d'eau (ou nappe phréatique) sont en général saturés d'eau à 100%, c'est-à-dire, que les pores du sol sont complètement remplis d'eau, alors que les sols situés au-dessus de la nappe d'eau auront un degré de saturation variable et inférieur à 100%. Un sol sec aura théoriquement un degré de saturation de 0%.

Puisque tout le volume d'eau contenu dans un sol ne s'écoule pas sous la seule force de gravité, on peut caractériser "l'eau de rétention", celle qui reste dans le sol après ressuyage, c'est-à-dire après drainage par gravité par la "capacité au champ" (ou capacité de rétention spécifique) qui est égal à :

$$\theta_r (\%) = \frac{V_r}{V_t} \times 100 \quad (1.4)$$

où V_r : volume de l'eau de rétention (hygroscopique + pelliculaire + capillaire isolée).

On peut en même temps définir le volume efficace des vides

par :

$$V_e = V_t - V_r :$$

Volume d'eau libérée par le simple effet de la gravité (nappe phréatique + eau capillaire continue).

1.2.3 Degré de saturation

$$S (\%) = \frac{V_w}{V_v} \times 100 \quad (1.3)$$

Le degré de saturation est le rapport en pourcentage entre le volume de l'eau du sol et le volume des vides.

Dans la nature, les sols situés sous la nappe d'eau (ou nappe phréatique) sont en général saturés d'eau à 100%, c'est-à-dire, que les pores du sol sont complètement remplis d'eau, alors que les sols situés au-dessus de la nappe d'eau auront un degré de saturation variable et inférieur à 100%. Un sol sec aura théoriquement un degré de saturation de 0%.

Puisque tout le volume d'eau contenu dans un sol ne s'écoule pas sous la seule force de gravité, on peut caractériser "l'eau de rétention", celle qui reste dans le sol après ressuyage, c'est-à-dire après drainage par gravité par la "capacité au champ" (ou capacité de rétention spécifique) qui est égal à :

$$\Theta_r (\%) = \frac{V_r}{V_t} \times 100 \quad (1.4)$$

où V_r : volume de l'eau de rétention (hygroscopique + pelliculaire + capillaire isolée).

On peut en même temps définir le volume efficace des vides

par :

$$V_e = V_t - V_r :$$

Volume d'eau libérée par le simple effet de la gravité (nappe phréatique + eau capillaire continue).

Note : Alors que le degré de saturation (S) se définit par rapport au volume des vides (V_w/V_v), la capacité au champ par contre se définit par rapport au volume total du sol (V_r/V_t).

$$\text{Puisque } V_v = V_r + V_e$$

On peut également définir la "porosité efficace" par :

$$n_e = \frac{V_e}{V_t} \times 100 \quad (1.5)$$

De telle sorte que l'on ait la relation :

$$n = n_e + \theta_r \quad (1.6)$$

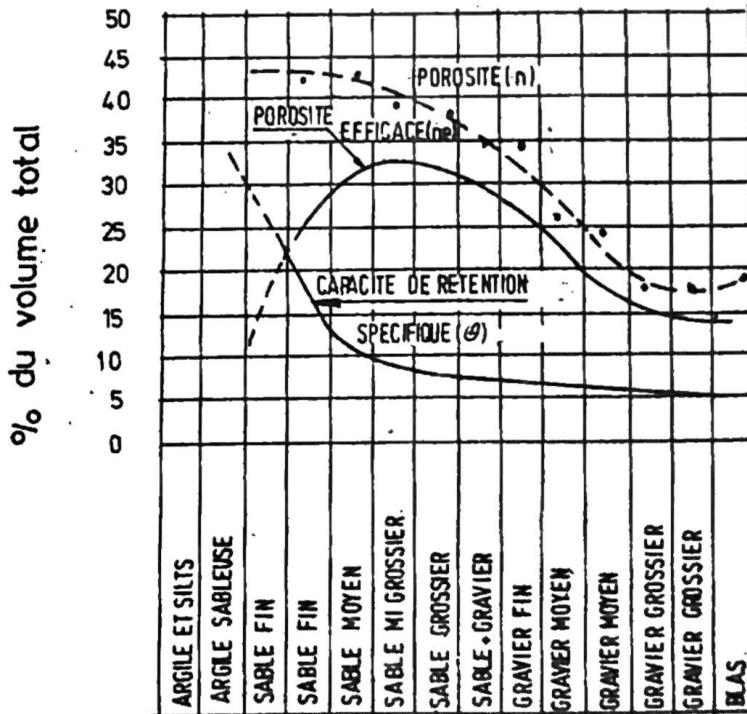


Fig. 1.4 Variations de la porosité, de la capacité de rétention spécifique et de la porosité efficace avec le diamètre des grains (d'après ECKIS)

En agronomie, on définit souvent le concept de coefficient de flétrissement (permanent wilting point) qui correspond au degré de saturation en dessous duquel une plante n'est plus capable d'absorber l'eau du sol; en effet, dans la zone de succion des plantes, seule l'eau pelliculaire peut être absorbée par la plante. La force de succion des plantes n'est pas suffisante pour arracher l'eau hygroscopique du sol.

1.2.4 Teneur en eau

$$W(\%) = \frac{W_w}{W_s} \times 100 \quad (1.7)$$

La teneur en eau est un rapport des poids, c'est-à-dire le rapport entre le poids de l'eau et celui du sol sec. C'est l'une des propriétés physiques les plus fréquemment employées en Géotechnique en raison de son influence sur les comportements mécaniques des sols (fondation, stabilité des talus, etc...). Sa détermination est simple : car, les poids de l'eau et du sol sec peuvent être obtenus aisément par pesées successives d'un échantillon de sol avant et après séchage à l'étuve ($T^{\circ} = 105^{\circ}\text{C}$ pendant 24 heures) et dans un dessiccateur (pendant une heure).

CHAPITRE II

ÉCOULEMENT DE L'EAU DANS LES MILIEUX POREUX

L'écoulement des fluides dans un milieu poreux est régi par des forces de nature différente selon que ce milieu est saturé ou non saturé.

Dans les milieux saturés, l'écoulement s'effectue sous la gouverne des forces de gravité; ou bien, dans le cas des nappes confinées, sous la gouverne de la somme des forces de gravité et des pressions hydrodynamiques. Dans les milieux non saturés par contre, l'écoulement est régi par la force de succion lorsqu'il s'effectue horizontalement et par la somme des forces de succion et de gravité lorsqu'il s'effectue dans le sens vertical.

2.1 Écoulement dans les Milieux Saturés

2.1.1 Loi de Darcy

$$Q = \frac{Ksh}{l} = KSi \quad (2.1)$$

L'écoulement dans les massifs granulaires ou massifs poreux équivalents, obéit à la loi empirique de Darcy, laquelle est valable dans des conditions bien définies.

- Milieu poreux homogène et isotrope
- Écoulement unidimensionnel
- Écoulement en régime laminaire.

En 1856, Henry Darcy réalisa une étude expérimentale de l'écoulement à travers une colonne de sable pour le Compte des "Fontaines Publiques de la ville de Dijon". Il observa qu'en régime permanent, le débit (Q) est directement proportionnel à la section d'écoulement, à la charge et inversement proportionnel à la longueur de la colonne de sable, Figure 2.1. D'où il tira la relation empirique (2.1) dans laquelle :

- h = Hauteur de charge hydraulique
 S = Section transversale et d'écoulement
 l = Longueur de la colonne de sable
 K = Coefficient de proportionnalité, appelé coefficient de perméabilité ou conductivité hydraulique.
 $i = h/l$: charge hydraulique par unité de longueur appelé "gradient hydraulique". C'est donc un nombre sans dimension qui joue un rôle important, avec le coefficient de perméabilité (K), dans la circulation des eaux d'infiltration. En mathématique, (i) est représenté par le symbole "grad H"

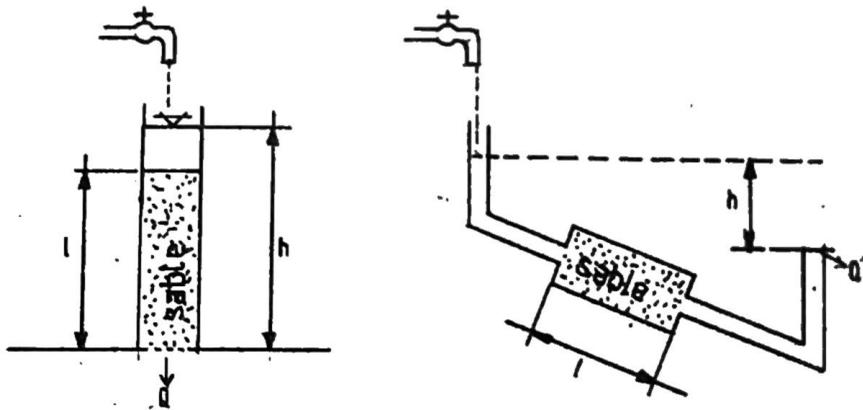


Fig. 2.1 : Expérience de Darcy

Suivant la relation de Bernoulli, la perte d'énergie due à la résistance visqueuse dans les pores est donnée par :

$$\Delta H = \left(\frac{P_a}{\gamma_w} + z_a - \frac{P_b}{\gamma_w} - z_b \right) + \left(\frac{\bar{V}^2 a^2}{2g} - \frac{\bar{V}^2 b^2}{2g} \right) \quad (2.2)$$

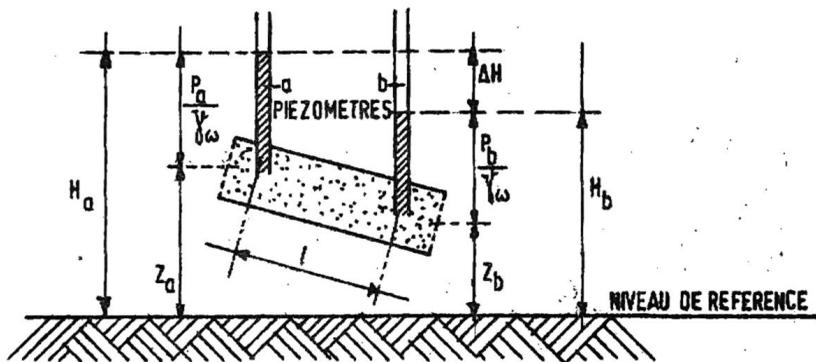


Fig. 2.2 : Élément de la colonne de sable.

où p : pression

γ_w : poids unitaire de l'eau

\bar{V} : vitesse "moyenne" sur la succion

g : accélération de la pesanteur.

Si l'on compare l'expérience de Darcy (Fig. 2.1) et la relation de Bernoulli (Fig. 2.2), on s'aperçoit que le **gradient** est alors défini comme :

$$i = -\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta H}{\Delta S} = -\frac{dH}{ds} \quad (2.3)$$

Puisque le terme $\left(\frac{v_a^2}{2g} - \frac{v_b^2}{2g}\right)$ est négligeable dans la plupart des cas, l'énoncé de Darcy peut s'écrire, en tenant compte de la relation 2.2, sous la forme :

$$v = \frac{Q}{S} = Ki = -K \frac{dH}{ds} = -K \frac{d}{ds} \left(\frac{P}{\gamma \omega} + z \right) \quad (2.4)$$

où v = Vitesse moyenne d'écoulement

$$H = \frac{P}{\gamma \omega} + z \quad \text{la charge hydraulique} \quad (2.5)$$

Dans la pratique, le gradient hydraulique n'est pas très différent de la pente d'énergie, c'est-à-dire, la pente de la surface piézométrique (Fig. 2.3).

$$i = \frac{AC}{AB} = \sin \alpha \approx \text{tg } \alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{\Delta H}{\Delta x} \quad (2.6.a)$$

$$\text{à la limite} \quad i = - \frac{dH}{dx} \quad (2.6.b)$$

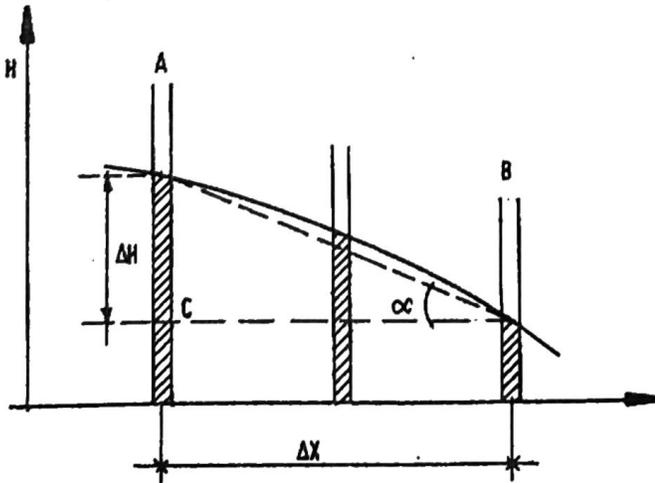


Fig. 2.3 : Schéma du gradient hydraulique.

2.1.2 La conductivité hydraulique dans un milieu poreux

a) Conductivité hydraulique

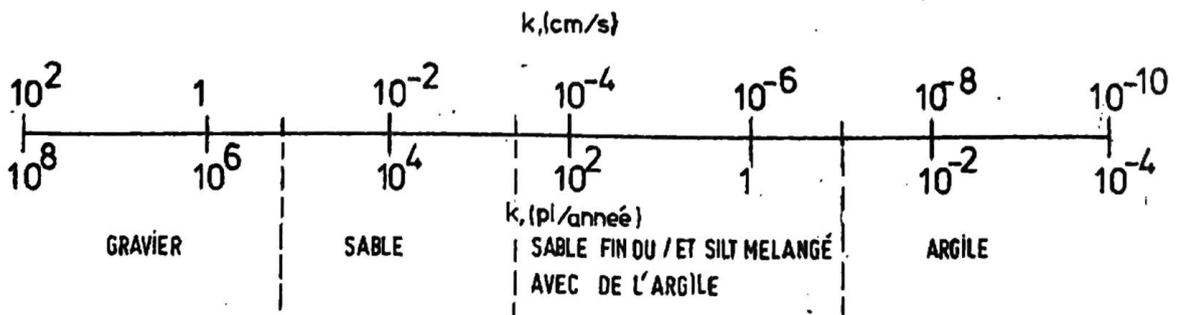
Le coefficient de Darcy, valable pour les écoulements laminaires peut être défini à partir de l'énoncé même de Darcy, soit,

$$K = \frac{Q}{SI} = \frac{Q}{S^d H/ds} \quad (2.7)$$

Il a la dimension d'une vitesse exprimée généralement en cm/sec. On l'exprime aussi parfois en litre par jour par m² (l/j-m²).

La conductivité hydraulique d'un milieu est une fonction des caractéristiques physiques du massif solide et aussi des caractéristiques du fluide qui le traverse. A titre d'exemple, la conductivité hydraulique du sable change lorsqu'il est traversé par l'eau ou bien par l'huile.

En ce qui concerne l'eau, le diagramme ci-après donne un ordre de grandeur de la conductivité hydraulique des sols.



b) Coefficient de perméabilité intrinsèque

$$K_0 = \frac{K \cdot \mu}{\gamma} \quad (2.8)$$

- où :
- K_0 = Coefficient de perméabilité
 - K = Conductivité hydraulique
 - μ = Viscosité dynamique
 - γ = Poids spécifique du fluide.

Le coefficient de perméabilité intrinsèque (ou perméabilité physique) est une constante. Il est indépendant des propriétés des fluides. Son expression qui est donnée par la relation 2.8 est due à Muskat.

A partir de la relation :

$$Q = -AK \frac{\Delta H}{\Delta L}$$

On trouve :

$$K_0 = \frac{\mu Q / S}{\Delta p / \Delta L}$$

$$\text{Où : } \Delta p = \gamma \Delta H$$

L'unité utilisée pour K_0 est le Darcy :

$$1 \text{ Darcy} = \frac{\frac{1 \text{ centipoise} \times 1 \text{ cm}^3/\text{s}}{1 \text{ cm}^2}}{1 \text{ atmosphere/cm}}$$

Le Darcy est donc la perméabilité d'un matériau aquifère débitant $1 \text{ cm}^3/\text{s}$ d'eau à 20 C° ($\mu = 1$ centipoise) à travers une surface de 1 cm^2 sous un gradient normal à cette surface de 1 atmosphère par centimètre. Très utilisé par les Ingénieurs en pétrole.

$$1 \text{ Darcy} = 0.987 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^2.$$

c) Vitesse apparente, vitesse réelle :

La loi de Darcy a permis de définir un débit d'écoulement (Q) à travers une section (S). Le rapport : $v = Q/S = KI$ représente par conséquent la vitesse moyenne d'écoulement à travers cette section. C'est une vitesse apparente qui est loin de représenter la vitesse réelle de suintement du fluide à travers les pores (Fig. 2.5). La vitesse de percolation est plus élevée que la vitesse moyenne de Darcy :

$$v = Q/S \quad : \quad \text{vitesse moyenne}$$

$$v_r = Q/S_v \quad : \quad \text{vitesse réelle de percolation}$$

$$\text{où, } S_v = \sum S_i \quad : \quad \text{section réelle d'écoulement.}$$

En admettant que :

$$S_v/S = v_r/v = n \quad : \quad \text{la porosité,}$$

on trouve :

$$v_r = \frac{v}{n} \quad (2.9)$$

$$K_r = \frac{K}{n}$$

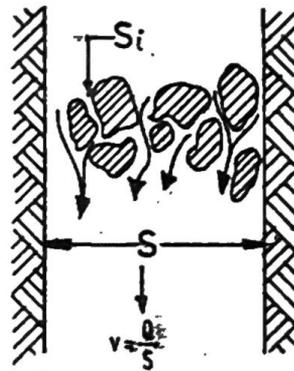


Fig. 2.5 Schéma de l'écoulement dans un milieu poreux.

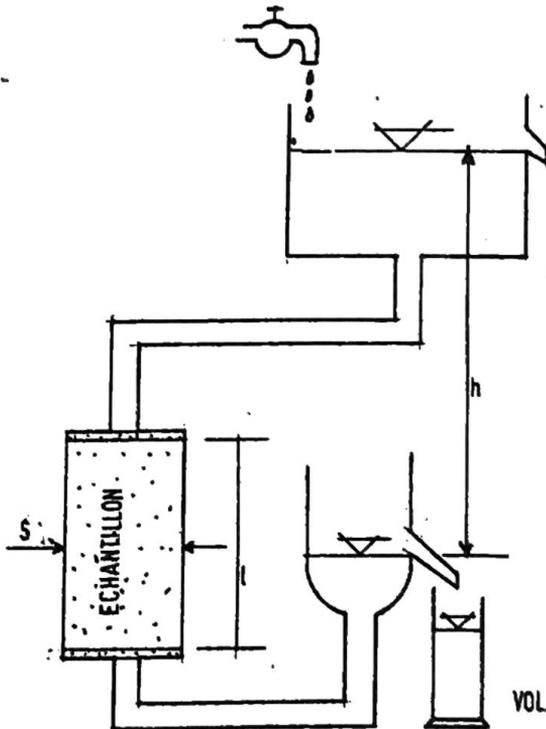
d) Mesure de la Conductivité Hydraulique

Les mesures du coefficient K se font généralement sur le terrain au cours des sondages de reconnaissance. Elles sont effectuées soit par pompage ou par injection d'eau et permettent d'obtenir les coefficients ponctuels.

Les mesures en laboratoire se font sur des échantillons au moyen d'un perméamètre qui peut être à charge constante ou à charge variable. Dans les deux cas, l'échantillon est placé entre deux pierres poreuses.

d-1) Perméamètre à charge constante :

Il est utilisé pour les sols à perméabilité élevée (sable, gravier).



$$i = \frac{h}{l}$$

$$\text{Vol.} = KSi (\Delta t)$$

$$\frac{\text{Vol.}}{\Delta t} = Q = KSi$$

$$K = \frac{Q}{Si}$$

$$v = \frac{Q}{S} = ki$$

} 2.10

Fig. 2.6. Perméamètre à charge constante.

d.i.1 Perméamètre à charge variable

Il est utilisé pour les sols à perméabilité faible (limons et argiles).

Entrée : $d \text{ Vol} = -adh$

h = fonction du temps

Sortie : $dq = \frac{d \text{ Vol}}{dt} = SKi = KS \frac{h}{l}$

d'où, $d \text{ Vol} = KS \frac{h}{l} dt$

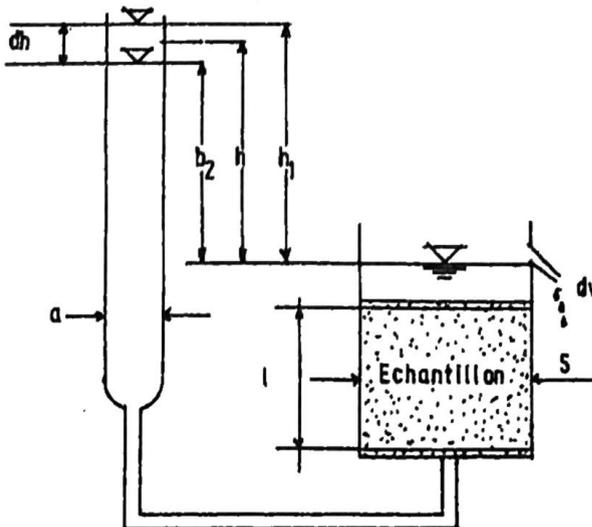
Egalant le volume d'eau à la sortie au volume d'eau à l'entrée:

$d \text{ Vol} = -adh = KS \frac{h}{l} dt$

$$-\int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{h} = \int_{t_1}^{t_2} K \frac{s}{al} dt$$

$$\text{Ln} \frac{h_1}{h_2} = -\frac{KS}{la} (t_1 - t_2)$$

$$K = \frac{al \text{ Ln} \left(\frac{h_1}{h_2} \right)}{s (t_2 - t_1)}$$



e) Variation de la Conductivité hydraulique

e-i) Avec la température : $K_T = K_{20^{\circ}} \frac{\mu_{20^{\circ}}}{\mu_T}$

On peut aussi démontrer que $v_T = v_{20^{\circ}} \frac{\mu_{20^{\circ}}}{\mu_T}$ et (2.12.a)

$$Q_T = Q_{20^{\circ}} \frac{\mu_{20^{\circ}}}{\mu_T}$$

où,

μ = Viscosité dynamique à la température (T°)

K_T = Conductivité hydraulique à la Température (T°)

$K_{20^{\circ}}$ = Coefficient à $T^{\circ} = 20^{\circ}\text{C}$

Pour $10^{\circ}\text{C} < T^{\circ} < 40^{\circ}\text{C}$, on peut admettre que :

$$K_{T^{\circ}} = K_{20^{\circ}} \frac{40}{T^{\circ} + 20} \quad (2.12.b)$$

e.ii) Avec l'indice des vides

Pour les sables, on démontre que

$$K = \lambda \frac{e^3}{1+e} \quad (2.13)$$

où :

e = indice des vides

$$\lambda = C_f \frac{g}{\nu} \frac{V_s^2}{S_s^2}$$

$$C_f = \text{Coefficient de frottement (Moody)} \quad \frac{1}{3} < C_f < \frac{1}{2}$$

ν = Viscosité cinématique

V_s = Volume des solides

S_s = Surface mouillée ou surface spécifique des grains.

Pour les argiles, la relation 2.13 peut être utilisée à condition de considérer le volume d'eau adsorbée comme faisant partie intégrante du volume des grains.

Lorsque les mesures de K sont effectuées en laboratoire sur un échantillon remanié, la relation 2.13 permet donc de faire la correction car le coefficient est le même pour le sol remanié et non remanié.

e.iii Relation de Hazen

Hazen a proposé la relation :

$$K = Cd_{10}^2 \quad (2.14)$$

où : d_{10} : Diamètre des grains correspondant à 10% sur la courbe granulométrique, en cm

C : Coefficient variant de 45.8 pour sables argileux à 142 pour les sables purs.

En moyenne, C = 100

Exemple : $d_{10} = 0.01 \text{ cm}$; $4.58 \cdot 10^{-3} \text{ cm/s} < K < 14. \cdot 10^{-3} \text{ cm/s}$

2.iv Relation Slichter :

Il propose que $C = 150 \left(\frac{n}{0.45} \right)^6$

Dans la relation de Hazen

Ex: $n = 36\%$; $d_{10} = 0.01 \text{ cm}$

$$C. = 39.32$$

$$K = 4.10^{-3} \text{ cm/s.}$$

f) Validité et limites de la loi de Darcy

L'expérience montre qu'à partir d'une certaine valeur du gradient hydraulique; le débit Q augmente moins rapidement que ne le voudrait la loi de Darcy. Il existe donc une limite au-delà de laquelle la loi de Darcy qui exprime une variation linéaire du débit en fonction du gradient ne s'applique plus.

L'écoulement d'eau dans le sol débute aussitôt qu'il y a une différence de potentiel d'un point à l'autre dans la phase liquide du sol et peut se poursuivre aussi bien dans l'eau libre que dans la frange capillaire. Cet écoulement se produit sous deux formes : soit écoulement turbulent ou écoulement laminaire.

En général, l'écoulement à travers des sols est laminaire. Il n'atteint l'état de turbulence que dans les rares cas indésirables où la charge hydraulique produit une vitesse critique permettant l'entraînement des particules de sol par le courant ou encore, lorsque l'écoulement s'effectue dans les sols à très gros grains tels les cailloux ou enrochements; ces derniers cas sortent évidemment des conditions de problèmes courants que l'on rencontre dans les aménagements hydroagricoles.

g) Généralisation de la loi de Darcy

La relation de Darcy a permis de définir la vitesse moyenne d'écoulement :

$$v = Q/S = Ki \quad (2.16)$$

Cette vitesse est un scalaire arithmétique c'est-à-dire, un débit par unité de surface (débit spécifique).

La relation 2.4 par contre, définit une vitesse d'écoulement suivant une abscisse curviligne (s) qui croît dans la direction de l'écoulement, soit :

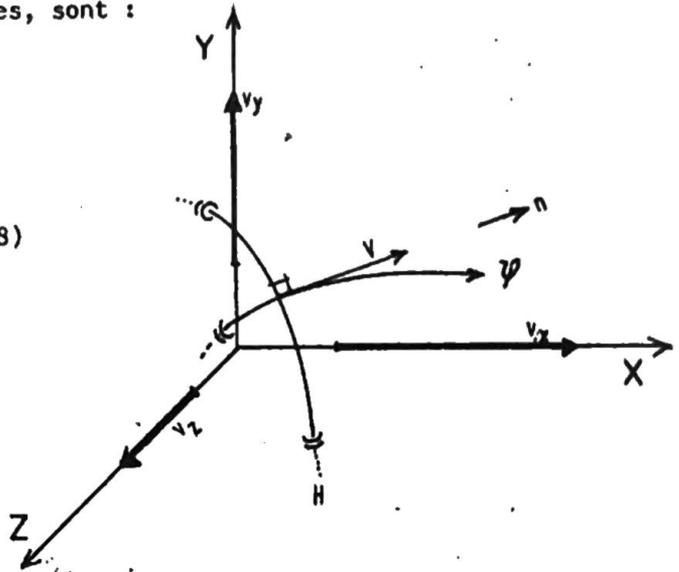
$$v = -K \frac{dH}{ds} \quad (2.4)$$

Cette dernière est un vecteur flux ou vecteur vitesse de filtration qui a une direction, un sens et une intensité :

$$\vec{v} = -K \vec{\text{grad}}H \quad (2.17)$$

Les composantes de ce vecteur vitesse suivant un système d'axes de coordonnées cartésiennes, sont :

$$\begin{aligned} v_x &= -K \frac{\partial H}{\partial x} \\ v_y &= -K \frac{\partial H}{\partial y} \\ v_z &= -K \frac{\partial H}{\partial z} \end{aligned} \quad (2.18)$$



La relation 2.18 traduit en outre l'orthogonalité du vecteur vitesse et de la surface équipotentielle ($H = \text{cte}$). Il en résulte que la valeur de la vitesse en tout point du milieu poreux est :

$$v = -K \frac{\partial H}{\partial n} \quad (2.19)$$

où, $\frac{\partial}{\partial n}$ note la différenciation dans la direction de la normale extérieure dirigée dans le sens du courant.

Les relations 2.18 concernent les milieux isotropes, c'est-à-dire les milieux où K est constant quelque soit la direction dans laquelle s'effectue l'écoulement.

Dans les milieux anisotropes, le coefficient K varie avec la direction autour du point étudié. L'équation 2.17 s'écrit alors :

$$\vec{V} = -\vec{K} \text{ Grad } H \quad (2.20)$$

où, K est un tenseur du deuxième ordre :

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial x} \\ \frac{\partial H}{\partial y} \\ \frac{\partial H}{\partial z} \end{bmatrix}$$

2,2 Écoulement dans les milieux non saturés

2.2.1 Capillarité

Dans les milieux poreux, l'eau s'élève généralement de la surface hydrostatique sous l'action de la capillarité et forme l'eau capillaire continue.

Lorsque la base d'une colonne de sable est plongée dans l'eau, celle-ci s'élève dans la colonne jusqu'à une hauteur h_c (hauteur d'ascension capillaire) avec une vitesse qui diminue dans le temps (vitesse d'ascension capillaire).

La figure 2.8 montre un exemple de la variation du degré de saturation avec la hauteur d'ascension dans la zone capillaire.

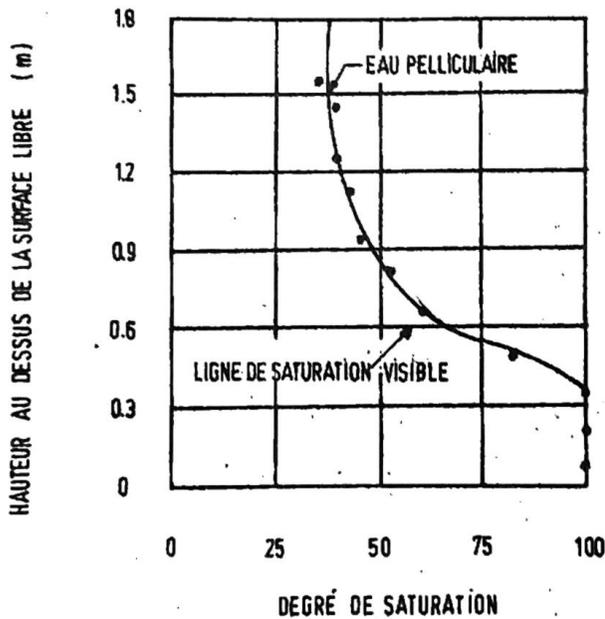


Fig. 2.8 Répartition du degré de saturation dans un sable au-dessus de la surface libre (d'après Lambe).

a) Hauteur d'ascension capillaire

a.1. Loi de Jurin :

La remontée de l'eau dans un tube capillaire est donnée par :

$$h_c = \frac{2 T_s}{r \gamma_w} \cos \alpha \quad (2.22)$$

où :

T_s : Tension superficielle

α : Angle de contact qui dépend des propriétés chimiques du tube et du fluide. Pour un verre et de l'eau pure, $\alpha = 20^\circ$

r = Rayon du tube capillaire

a.ii) Relation de Terzaghi :

Pour les sables, Terzaghi propose la relation :

$$h_c = \frac{C}{e \cdot d_{10}} \quad (2.23)$$

où :

C : Coefficient qui dépend de la forme des grains et de l'angle de contact : $0.1 \leq C \leq 0.45 \text{ cm}^2$

h_c et d_{10} : sont en centimètre,.

a.iii) Relation de F.T. Mavis et T.P. Tsui

$$h_c = \frac{2.2}{d} \left(\frac{1-n}{n} \right)^{2/3} \quad (2.24)$$

où :

d = diamètre des sédiments en millimètre (moyenne harmonique).

n = porosité.

Les relations 2.22, 2.23 et 2.24 donnent des valeurs plutôt approximatives. Dans la pratique, il est parfois préférable de procéder par des mesures expérimentales.

b) Vitesse d'ascension capillaire

Cette vitesse est maximale au début de l'établissement de la frange capillaire. Elle diminue progressivement et devient très lente vers la fin.

D'après Terzaghi, le temps requis pour atteindre une hauteur de remontée, h est :

$$t = \frac{nhc}{k} \ln \frac{hc}{h_c - 2} \quad (2.25)$$

où :

n = porosité

h = hauteur atteinte au temps t

h_c = hauteur maximale

Le Tableau 2.1 donne la hauteur de la frange capillaire en fonction du diamètre des grains.

Tableau 2.1. Hauteur de la frange capillaire dans différents sols en fonction du diamètre des grains.

Diamètre des grains (mm)	Temps Pour atteindre le maximum (jours)	Hauteur d'ascension capillaire (cm)
Argile :	350	150
Silts :		
0,016	475	310
0,025	300	265
0,036	147	130
Sables :		
0,047	160	135
0,072	144	88
0,12	158	66
0,16	171	49
0,30	188	33
0,5	138	28
Gravier fins :		
1	100	24
2	80	11

2.2.2 Concept de charge hydraulique et de suction

Dans le milieu saturé, la charge hydraulique représente la cote à laquelle se fixe l'eau souterraine dans un tube piézométrique :

$$H = \frac{P}{\gamma_w} + z \quad (2.5)$$

La pression p est une valeur relative qui est égale à la pression de l'eau (P_w) moins la pression atmosphérique (P_a).

$$P_w > P_a \text{ d'où : } P = P_w - P_a > 0$$

Le terme P/γ_w est donc positif sous la surface libre et s'annule sur la surface libre où $P_w = P_a$.

Dans la zone d'aération (zone non saturée d'eau), le concept de charge hydraulique se retrouve comme dans les zones saturées.

La charge hydraulique comprend également deux termes : z et P/γ_w , à la seule différence que P/γ_w est négatif car, il s'agit ici d'une suction :

$$P_w < P_a$$

d'où :

$$P = P_w - P_a < 0$$

La charge ou l'énergie est, donnée par l'expression :

$$H^* = P/\gamma_w + z \quad (2.26)$$

Pour distinguer l'énergie de pression (positive) de la zone saturée à celle (négative) dans la zone non saturée, on utilise des symboles différents :

$$h = \frac{P}{\gamma_w} \quad \text{pour la zone saturée (positive)}$$

$$h^* = \frac{P}{\gamma_w} \quad \text{pour la zone non saturée (négative)}$$

Dans un sol où les deux zones sont présentes, l'énergie de pression passe du positif dans la zone saturée au négatif dans la zone non saturée en s'annulant à la surface phréatique.

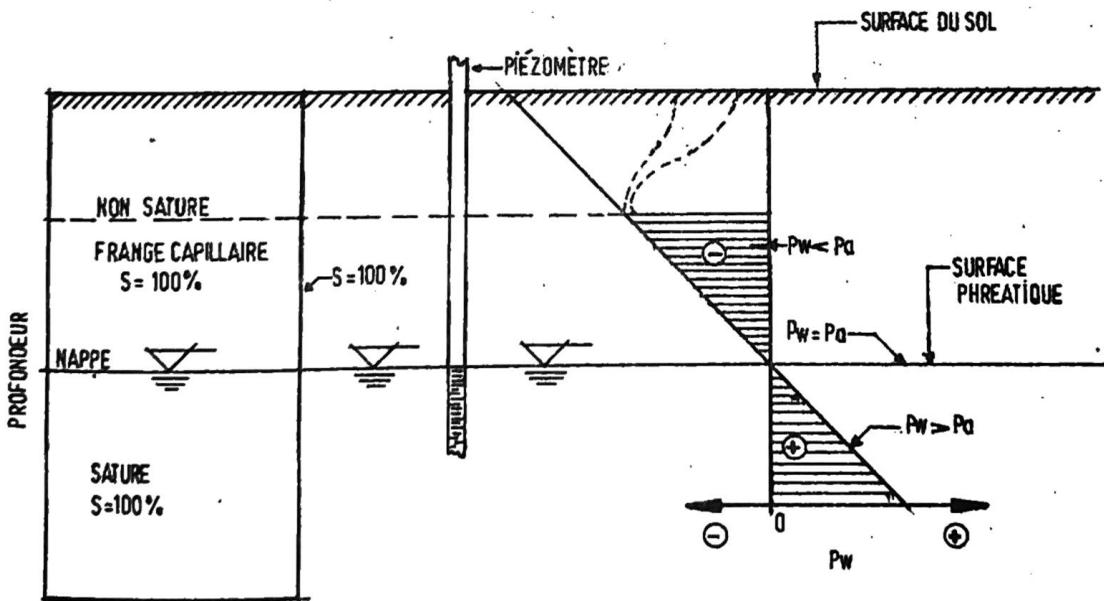


Fig. 2.9. Schéma de distribution de la pression et la succion dans un milieu poreux.

CHAPITRE III

ÉCOULEMENTS BIDIMENSIONNELS, PROPRIÉTÉS DES RESEAUX

La plupart des écoulements à travers les barrages ainsi que tous ceux que l'on rencontre dans les aménagements hydroagricoles peuvent être considérés comme bidimensionnels, c'est-à-dire que la vitesse d'écoulement et tous les autres paramètres hydrodynamiques sont fonctions seulement de deux coordonnées; ils sont donc indépendants de la troisième. Les écoulements bidimensionnels peuvent être étudiés dans un plan de coordonnées (x, y) , puisque le même schéma se répète suivant l'axe z . Pour cette raison, les écoulements bidimensionnels sont aussi appelés "écoulements plans". L'expérience de Darcy offre un cas type d'un écoulement unidimensionnel.

La figure 3.1.a offre une vue spatiale (x, y, z) d'un écoulement bidimensionnel dans lequel les lignes de courant et les lignes équipotentielles apparaissent comme des plans dans l'espace. Une réorientation du système d'axes permet de représenter cet écoulement dans le plan (x, y) , figure 3.1.b; système à deux dimensions où l'axe verticale est généralement notée par (y) .

3.1 Écoulement dans un milieu homogène et isotrope

Le milieu poreux est dit homogène lorsque le coefficient K et toutes ses composantes (K_{xx} , K_{yy} , K_{zz} , K_{xy} ,) ne varient pas d'un point à l'autre du milieu. A titre d'exemple, les milieux stratifiés qui sont formés par une superposition de plusieurs couches de sols de nature différente sont dits non homogènes.

Le milieu poreux est dit isotrope, lorsque les coefficients de perméabilité sont constants : $K_{xx} = K_{yy} = K_{zz} = K$ et que les autres composantes du tenseur sont nulles $K_{xy} = K_{xz} = K_{yx} = \dots = 0$.

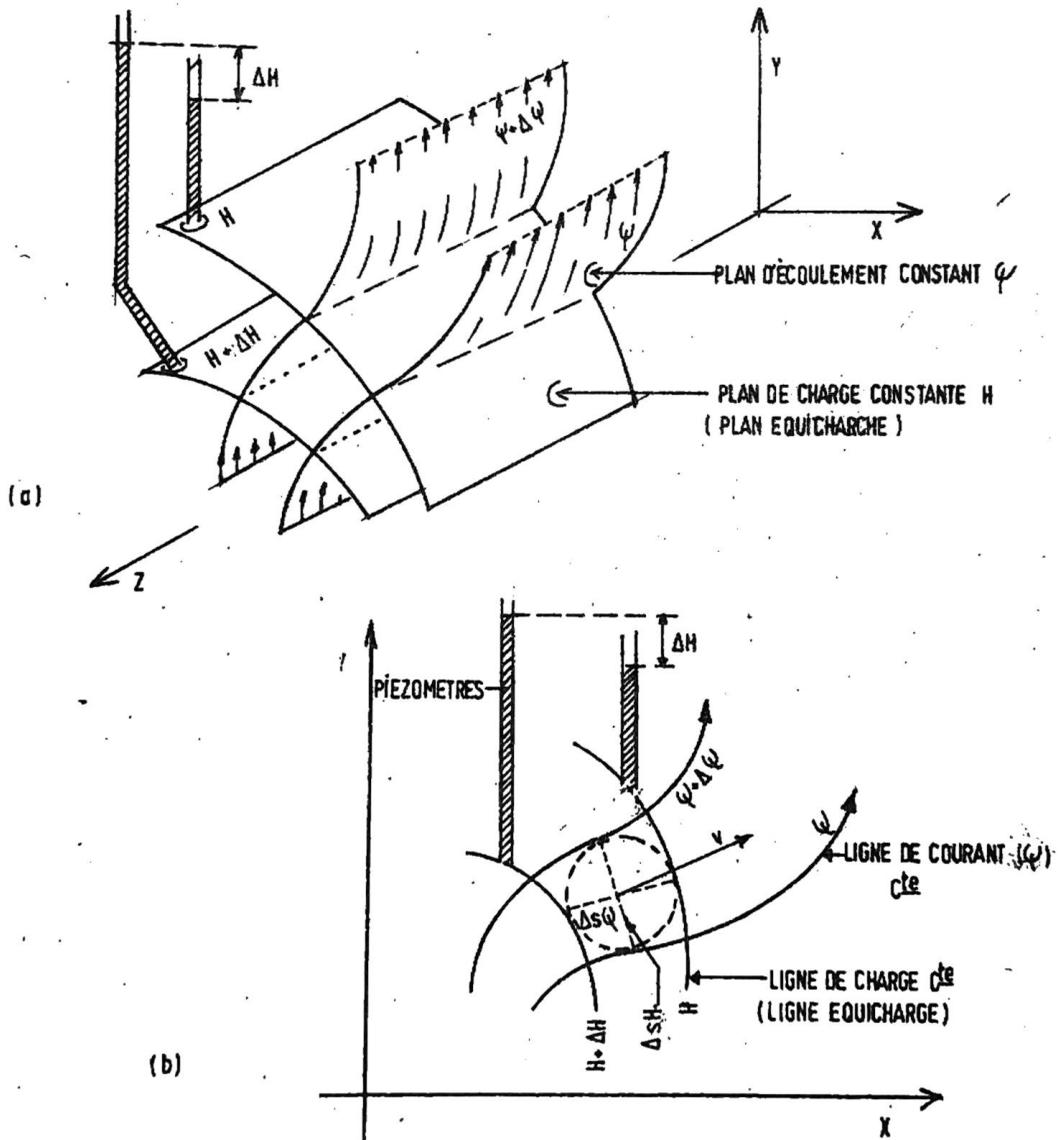


Fig. 3.1 Représentation spatiale et plane d'un écoulement bidimensionnel (écoulement plan)

Dans la nature, la plupart des sols formés par sédimentation sont plus ou moins anisotropes et non homogènes. Cependant, par le truchement de transformations mathématiques, les milieux anisotropes et non homogènes peuvent être ramenés en milieux isotropes et homogènes. Cela simplifie évidemment le traitement mathématique.

3.1.1 Equation de continuité

L'équation de continuité établit le bilan de la quantité d'eau qui traverse un élément de sol. Si on considère un champ de vitesses variables et un élément de sol, Fig. 3.2, le bilan de l'eau qui traverse l'élément de sol représenté par la surface (A) permet d'établir la relation :

$$\underbrace{[u\Delta y + v\Delta x]}_{\text{flux entrant}} - \underbrace{[(v+\Delta v)\Delta x + (u+\Delta u)\Delta y]}_{\text{flux sortant}}$$

En réorganisant les termes on obtient :

$$\frac{\Delta u}{\Delta x} + \frac{\Delta v}{\Delta y} = 0$$

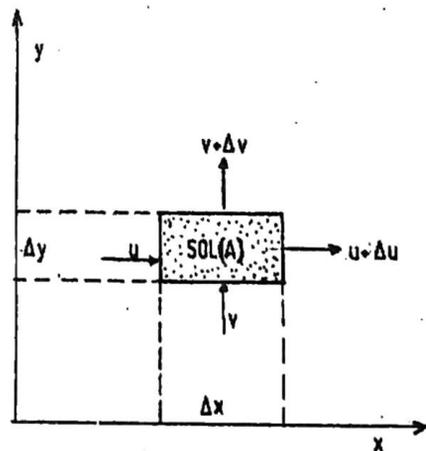


Fig. 3.2. Equation de continuité dans un écoulement bidimensionnel.

Pour les paragraphes qui suivent, u est la composante horizontale et v la composante verticale des vitesses.

3.1.2 Lignes de courant, Lignes équicharges, Lignes équipotentielles

a) Lignes de courant : (ψ)

On appelle ligne de courant, (ψ) une ligne définie par la condition d'être en tous ses points tangente au vecteur vitesse : fig. 3.3.

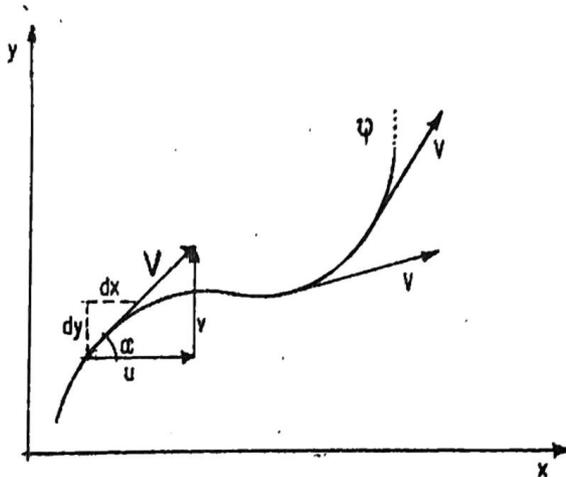


Fig. 3.3 Schéma d'une ligne de courant.

Soit : $\vec{V}(x, y)$ le vecteur vitesse. D'après la figure 3.3, on a :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v}{u} = \frac{dy}{dx} \quad (3.2.a)$$

Ce qui donne :

$$u dy - v dx = 0 \quad (3.2.b)$$

Les relations 3.2 (a et b) constituent deux représentations de l'équation de ligne de courant. Du point de vue géométrique, les termes $u dy$ et $v dx$ sont des aires infinitésimales qui sont balayées par unité de temps, suivant les deux directions x et y , respectivement, la figure 3.4 montre ces aires A_x et A_y et l'on peut démontrer qu'elles sont toujours égales quelque soit la direction du vecteur $\vec{V}(x, y)$.

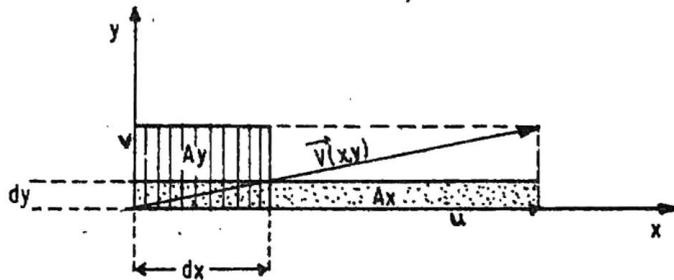


Fig. Aires de l'écoulement plan.

$$\left. \begin{array}{l} A_y = v dx \\ A_x = u dy \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Quelque soit la direction de } \vec{V}(x, y), \text{ on a toujours} \\ A_y = A_x, \text{ d'où,} \\ u dy - v dx = 0 \end{array}$$

Dans un champ d'écoulement il y a évidemment une infinité de lignes de courant qui satisfont toute la condition d'être tangente aux vecteurs vitesses. Chacune d'elles est fonction de x et de y soit: $\psi(x, y)$. Elles se distinguent les unes des autres par une constante additive près. Si on considère une seule de ces lignes comme celle qui est tracée sur la figure 3.3, le fait de se distinguer des autres par une simple constante additive permet de dire que la dérivée totale de ψ est nulle, c'est-à-dire :

$$d\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x} dx + \frac{\partial\varphi}{\partial y} dy = 0 \quad (3.3)$$

La relation (3.3) est également une autre forme de l'équation de la ligne de courant. Si on compare les relations (3.3) et (3.2), on s'aperçoit que :

$$\begin{aligned} u &= \frac{\partial\varphi}{\partial y} \\ v &= \frac{\partial\varphi}{\partial x} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Si on insère (3.4) dans (3.3), on peut écrire :

$$d\varphi = udy - vdx = 0$$

Ceci veut dire que la fonction φ a la dimension d'une surface par unité de temps (L^2/T)

De plus, si on dérive les relations (3.4), respectivement par x et par y , puis on les additionne, sachant que :

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y} = \frac{\partial^2\varphi}{\partial y\partial x} ;$$

on aboutit encore une fois à l'équation de continuité qui est donnée par la relation (3.1).

Les propriétés les plus importantes des lignes de courants sont :

- La composante de vitesse, normale (perpendiculaire) aux lignes de courant, est nulle, car, par définition, ces lignes sont en tout point tangentes aux vecteurs vitesses. Pour cela, chaque ligne de courant peut être considérée comme une frontière imperméable pour l'écoulement.

- Deux lignes de courant ne se croisent jamais. Elles ne se touchent que si elles ont la même valeur; dans ce cas, elles se confondent.
- L'une des propriétés les plus importantes des lignes de courant est celle obtenue en calculant le débit d'eau qui passe entre deux lignes φ_1 et φ_2 , exemple figure 3.5.

Le débit :

$$q = \int_{AB} \vec{V} \cdot \vec{n} \, ds = \int_{AB} V \cos \theta \, ds$$

$$q = \int_{AB} -(udy - vdx)$$

$$q = \int_{AB} -d\psi = \varphi_1 - \varphi_2$$

D'où :

$$q = \varphi_1 - \varphi_2 \quad (3.5)$$

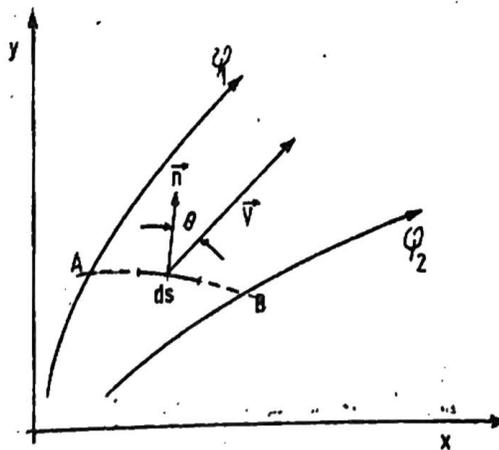


Fig. 3.5 Le débit dans un écoulement plan.

Puisque les lignes φ sont des plans dans la direction de z , le symbole q représente un débit par unité de longueur (z) normale au plan (x, y). Il suffit donc de multiplier (q) par la longueur totale dans la direction de (z) pour obtenir le débit total qui passe entre φ_1 et φ_2 .

La relation (3.5) est d'une importance majeure. Elle traduit de fait que "le débit (q) qui est véhiculé entre deux lignes de courant (φ_1 et φ_2) est constant". L'interprétation de cette relation peut être poursuivie en disant que :

- Lorsque les lignes de courant convergent, le débit étant constant, les vitesses augmentent. Et, inversement, lorsque les lignes φ divergent, les vitesses diminuent.

$$\varphi = ax + by \quad (3.6.a)$$

Dans laquelle a et b sont des constantes.

Ecrivons cette relation sous la forme explicite :

$$y = \frac{\varphi}{b} - \frac{a}{b} x \quad (3.6.b)$$

Si on assigne à φ , une infinité de valeurs numériques (0, 1, 2, 3), on obtient par la relation (3.6.b), une infinité de droites parallèles ayant comme pente ($-a/b$) et qui se distinguent les unes des autres seulement par l'ordonnée à l'origine qui est φ/b , c'est-à-dire, une constante additive. Le tracé de ces lignes (droites dans ce cas) est montré à la figure 3.6:

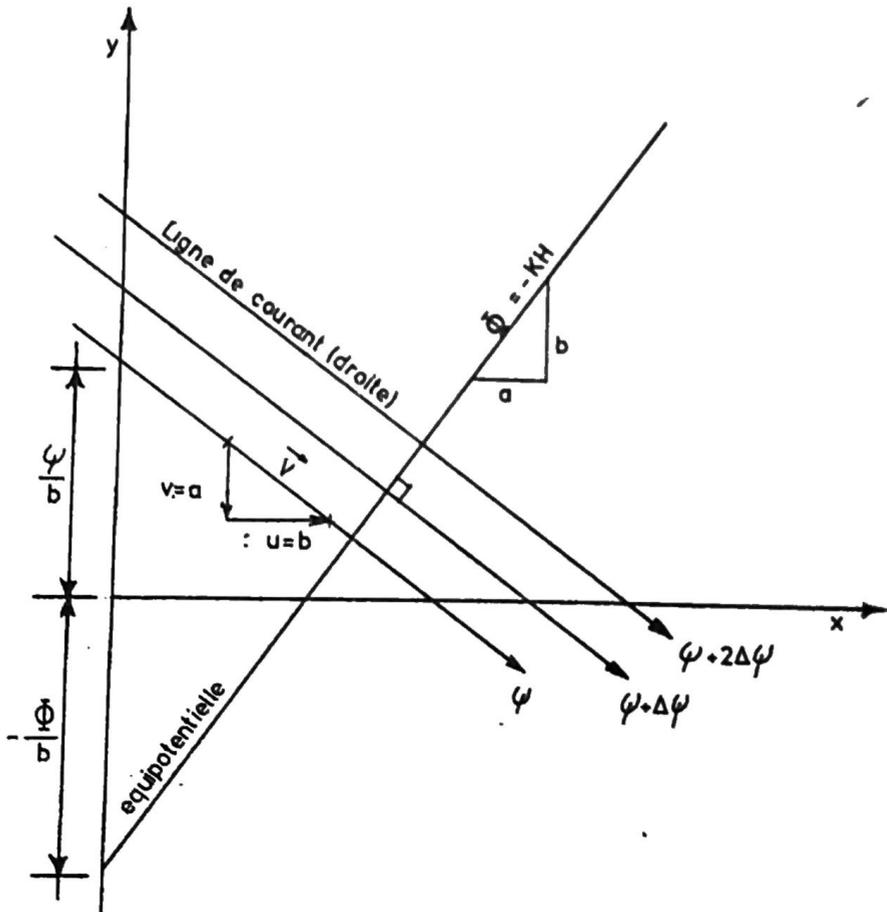


Fig. 3.6 Lignes de courant dans un écoulement rectiligne.

Dans l'exemple (3.6.a), les vitesses calculées à partir de la relation (3.4) sont :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} (ax + by) = b \quad (3.6.c)$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} (ax + by) = -a$$

b) Relation entre Equicharges et Lignes de courant

On appelle équicharge la ligne qui relie tous les points du champ d'écoulement ayant la même valeur de charge hydraulique, c'est-à-dire, $H = \text{cte}$. La loi de Darcy généralisée appliquée aux écoulements bidimensionnels s'écrit sous la forme :

$$u = -K \frac{\partial H}{\partial x} ; \quad v = -K \frac{\partial H}{\partial y} \quad (3.7)$$

Si par ailleurs, l'on considère une ligne équicharge $H = \text{cte}$, la dérivée totale de $H = \text{cte}$ est donc nulle le long de cette ligne, d'où :

$$dH = \frac{\partial H}{\partial x} dx + \frac{\partial H}{\partial y} dy = 0 \quad (3.8)$$

en y introduisant les relations (3.7), on obtient :

$$dH = -\frac{u}{K} dx - \frac{v}{K} dy = 0$$

$$\text{d'où :} \quad u dx + v dy = 0 \quad (3.9.a)$$

$$\text{et encore :} \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{u}{v} = -\frac{1}{\text{tg } \alpha} \quad (3.9.b)$$

L'angle α est montré à la figure 3.3.

Les relations (3.9.a) et (3.9.b) sont les équations d'une équi-charge. L'interprétation géométrique de l'équation 3.9.a n'est pas utile.

Comparons maintenant les relations (3.9.b) et (3.9.a), on remarquera que la pente des équicharges est exactement l'inverse de la pente des lignes de courant :

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}\alpha : \text{pente des lignes de courant et,}$$

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} ; \text{pente des lignes équicharges.}$$

Ceci veut dire que, dans le plan (x, y) les lignes équicharges et les lignes de courant se recoupent toujours à angle droit; elles forment donc un "Réseau Orthogonal".

La preuve de l'orthogonalité des lignes équicharges et des lignes de courant peut aussi être établie mathématiquement en insérant les relations (3.4) dans (3.7). On obtient alors les équations de Cauchy-Rieman :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial x} &= K & \frac{\partial H}{\partial y} &= -v \\ \frac{\partial \psi}{\partial y} &= -K & \frac{\partial H}{\partial x} &= u \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

Les relations (3.10) constituent la condition suffisante pour que les lignes ψ et H se coupent à angle droit en formant un réseau orthogonal.

Note importante : Les ψ et les H sont interchangeables.

Le vecteur vitesse qui est tangent aux lignes de courant $\psi = \text{cte}$ doit être obligatoirement perpendiculaire aux lignes équicharges définies par $H = \text{cte}$.

Rappelons ici que la charge H est égale à :

$H = \frac{P}{\gamma_w} + z$, c'est la hauteur piézométrique dont la dimension est une longueur [L].

c) Equipotentielles :

Dans le cas particulier d'un milieu homogène et isotrope, le coefficient de perméabilité K est constant en tout point et dans toutes les directions. On peut alors écrire les relations (3.7) sous la forme :

$$u = \frac{\partial(-KH)}{\partial x} \quad \text{et} \quad v = \frac{\partial(-KH)}{\partial y} \quad (3.11.a)$$

en posant :

$$\Phi = -KH \quad (3.11.b)$$

Notons que Φ a une dimension de surface par unité de temps comme les ψ

On obtient :

$$u = \frac{\partial\Phi}{\partial x} \quad \text{et} \quad v = \frac{\partial\Phi}{\partial y} \quad (3.11.c)$$

La notation vectorielle devient :

$$\vec{V} = -K \overrightarrow{\text{grad}} H = \overrightarrow{\text{grad}} \Phi \quad (13.11.d)$$

Les relations (3.11.c et 3.11.d) montrent que les vitesses sont des dérivées directes de la fonction Φ . On dit alors que les vitesses dérivent de cette fonction Φ , laquelle fonction est appelée "potentiel". Le mouvement est dit "à potentiel de vitesses".

Dans un champ d'écoulement, le lieu des points où $H = \text{constante}$ est appelé : "ligne équicharge", tandis que le lieu des points où $\Phi = -KH = \text{cte}$ est appelé "ligne équipotentielle". A toute ligne équicharge ($H = \text{cte}$) correspond "ipso facto" une ligne équipotentielle ($\Phi = \text{cte}$) ayant exactement les mêmes propriétés géométriques dans le plan (x, y) , c'est-à-dire :

- Les lignes Φ sont perpendiculaires aux vecteurs vitesses et aux lignes Ψ
- Les lignes Φ et Ψ forment un réseau orthogonal et sont interchangeables.
- Les lignes $\Phi = \text{cte}$ et $H = \text{cte}$ sont parallèles, la différence ne se situe que sur l'échelle de graduation.

Exemple :

Considérons la fonction Ψ donnée par l'équation (3.6.a) et cherchons les fonctions Φ et H qui lui soient orthogonales :

$$\text{Soit : } \Psi = ax + by \quad (3.6. a)$$

$$u = b$$

$$v = a \quad (3.6. c)$$

D'après la relation (3.11.c) et (3.6.c), on peut écrire :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = u = b \Rightarrow \partial \Phi = b \partial x \quad (3.12.a)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = v = -a \Rightarrow \partial \Phi = -a \partial y \quad (3.12.b)$$

En intégrant les deux relations, on a :

$$\Phi(x, y) = bx + C_1(y) \quad (3.12.c)$$

$$\Phi(x, y) = -ay + C_2(x) \quad (3.12.d)$$

où : $C_1(y)$ et $C_2(x)$ sont des constantes d'intégration

Ce résultat montre simplement que :

$$\Phi(x, y) = bx - ay \quad (3.12.e)$$

dont la forme explicite est :

$$Y = -\frac{\Phi}{a} + \frac{b}{a}x \quad (3.12.f)$$

De même, on a :

$$H(x, y) = \frac{a}{K}Y - \frac{b}{K}x \quad (3.12.g)$$

et,
$$Y = \frac{KH}{a} + \frac{b}{a}x \quad (3.12.h)$$

En assignant une infinité de valeurs numériques à Φ (0, 1, 2, 3... ∞) ou bien à H (0, 1, 2), on obtient à partir des relations (3.12.f) et (3.12.h), comme pour la relation (3.6.b), une infinité de droites parallèles ayant comme pente (b/a), soit l'inverse de la pente des Ψ . Ces droites parallèles ne se différencient les unes des autres que par une constante additive près qui est l'ordonnée à l'origine : $(-\Phi/a)$ pour les équipotentielles, et, $(\frac{KH}{a})$ pour les équicharges. La figure 3.6 montre les Φ et les lignes Ψ superposées.

3.1.3 Propriétés fondamentales des réseaux d'écoulement

Un réseau d'écoulement est un dessin (diagramme) montrant le domaine physique d'écoulement, avec toutes ses frontières dans le plan (x, y), sur lequel sont superposées les lignes de courant et les équipotentiellles ou les équicharges.

a) Equation de Laplace

Si on introduit la relation de Darcy, fig. (3.7) dans la loi de conservation, eq. (3.1), on établit ainsi l'équation de Laplace :

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = 0: \text{ pour les charges (3.13.a)}$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0 : \text{ pour les potentielles (3.13.b)}$$

On démontre également que les fonctions ψ satisfont l'équation de Laplace quand on admet la condition d'irrotationnalité de l'écoulement dont l'expression est :

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = 0 : \text{ écoulement irrotationnel (3.14)}$$

Tous les problèmes d'infiltration dans les milieux poreux homogènes, isotropes et saturés, satisfaisant aux conditions de l'écoulement de Darcy, peuvent être complètement étudiés à partir de l'équation de Laplace, qui est par conséquent très générale pour ces genres d'écoulement.

Il est important de remarquer que les relations (3.13.a) et (3.13.b), tout comme le Laplacien de ψ , sont indépendants des caractéristiques physiques du milieu filtrant et du fluide. Cela veut dire que leurs solutions sont purement géométriques. En d'autres termes, sous les mêmes conditions aux limites, le réseau d'écoulement est toujours le même quelque soit la nature du milieu poreux (sable, silt, argile, éponge, gravier, etc...) et du fluide qui y circule (eau, huile, etc...).

Il existe plusieurs procédés permettant de résoudre l'équation de Laplace : méthodes analytiques, méthodes numériques, méthodes graphiques et les méthodes expérimentales qui sont soit analogiques, soit par similitude (ou modèles réduits).

Lorsque les frontières (ou lignes de contour) du milieu poreux sont complexes, les solutions analytiques de l'équation de Laplace de - viennent souvent difficiles à établir. Dans ces cas on recourt alors aux autres méthodes de résolution graphiques, numériques et expérimentales. Ces dernières méthodes procèdent généralement par la construction du réseau d'écoulement; à partir duquel l'on peut évaluer tous les autres paramètres : potentiel, fonction de courant, débit, charge, pression, vitesses d'écoulement etc...

b) Conditions aux limites

Pour les genres de problèmes qui nous intéressent, soit: les écoulements bidimensionnels et permanents dans les sols homogènes, on rencontre en général "quatre types" de conditions aux limites :

b.1) : La limite imperméable

Sur une frontière imperméable, la composante de la vitesse normale perpendiculaire à cette frontière s'annule, car le fluide ne peut traverser cette limite. Si (n) et (t) sont

des coordonnées normales et tangentielles à la frontière, d'après les relations (3.10), la vitesse normale (v_n) est égale à :

$$v_n = -k \frac{\partial H}{\partial n} = \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0 \quad (3.15)$$

d'où : $\varphi = \text{constant}$ le long de la frontière imperméable.

Ceci veut dire que :

"La limite imperméable est une ligne de courant"

Sur les figures 3.7.a et 3.7.b, on voit deux types de frontières imperméables :

- 1) Le contour inférieur d'une structure imperméable (figure 3.7.a, ligne IJKL)
- 2) L'interface de contact entre deux massifs superposés de sol, dont l'un a une perméabilité de beaucoup supérieure à celle de l'autre (fig. 3.7.b, ligne AB).

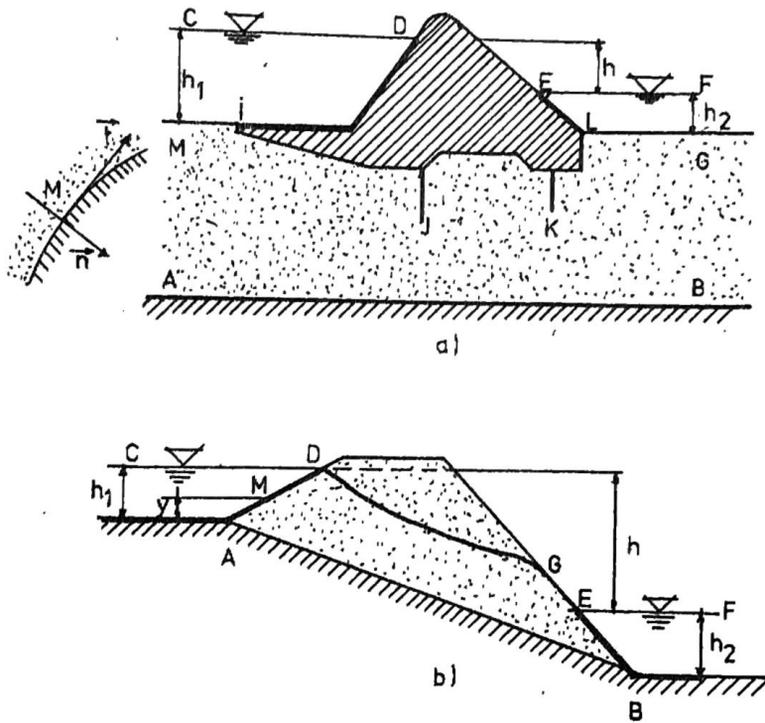


Fig. 3.7. Limites d'un écoulement plan dans un milieu poreux.

Sur les figures 3.7.a et b, le symbole h signifie :

$$h = P/\gamma_w \quad (3.16)$$

d'où la charge H est égale à :

$$H = P/\gamma_w + z = h + z \quad (3.17)$$

b.ii) Frontières des réservoirs

Les frontières des réservoirs ce sont les surfaces de contact entre l'eau libre et le milieu poreux, par lesquelles l'eau soit pénètre dans le sol, soit résurge du sol.

Le long de ces frontières, la répartition de la pression est hydrostatique, c'est-à-dire

$$H = \frac{P}{\gamma_w} + y = \text{cte} \quad (3.18)$$

d'où, $\Phi = -KH =$ constante.

"Les frontières des réservoirs sont des équipotentiels, (Fig. 3.7.a, lignes M-I et L-G; Fig. 3.7.b, ligne A-D et E-B)

b.iii) Surface libre

"La surface libre est une ligne de courant" sur laquelle règne la pression atmosphérique. Dans presque tous les cas, cette ligne est située dans la partie supérieure du domaine d'écoulement. (Fig. 3.7.b, ligne D-G).

Puisque la pression p est égale à P_a (constante) sur toute cette ligne, la charge devient :

$$H = \frac{P_a}{\gamma \omega} + y \quad (3.19)$$

$$\text{d'où : } \Phi + Ky = \text{cte} \quad (3.20)$$

Ceci montre que le potentiel le long de la surface libre varie linéairement avec la cote, Fig. 3.8. En d'autres termes, quand on subdivise la hauteur de chute en parties égales (Δy), les cotes de ces subdivisions correspondent aussi aux cotes des points d'intersection entre la surface libre et les équipotentielles d'un réseau quadratique. Cette propriété est fort intéressante pour tracer le réseau quadratique lorsque la surface libre est connue.

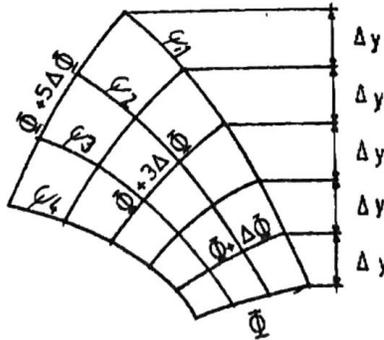


Fig. 3.8 Lignes équipotentielles et lignes de courant.

b.iv) Surface de suintement :

La surface de suintement, ligne GE, fig. 3.7.b représente une frontière où le fluide débouche à l'air libre. La pression est donc égale à la pression atmosphérique.

Le potentiel est donc égal à :

$$\Phi = -K \frac{P_0}{\rho g} = Ky \quad (3.21)$$

P_0 : pression atmosphérique

$$\text{d'où : } \Phi + Ky = \text{cte} \quad (3.22)$$

$$\text{ou bien : } H - y = \text{cte} \quad (3.23)$$

"Il faut remarquer que la surface de suintement n'est ni une ligne équipotentielle, ni une ligne de courant"

b.v) Les interfaces

Il existe par ailleurs plusieurs conditions d'entrée et de sortie de lignes de courant aux interfaces qui limitent deux régions de perméabilité différentes.

A la figure 3.9, on montre les conditions de transfert d'après les études de Casagrande.

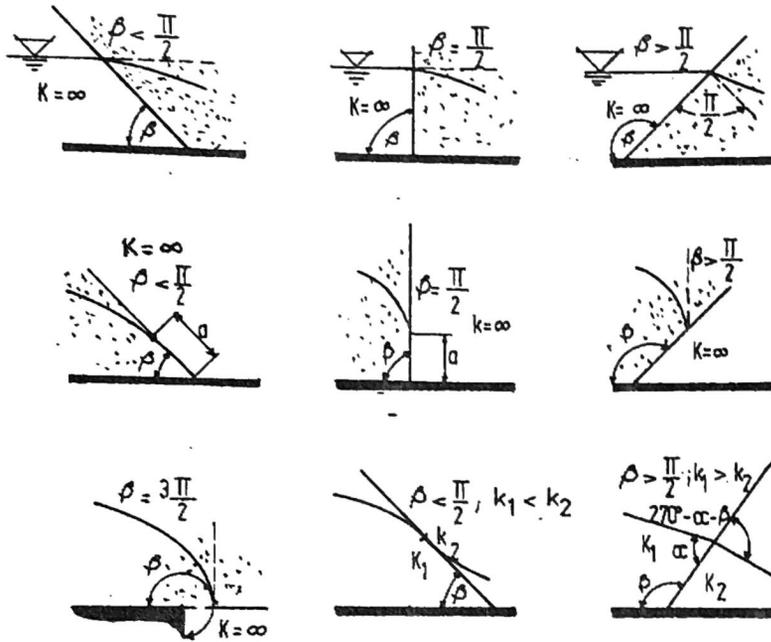


Fig. 3.9. Conditions de transfert (d'après Casagrande 1937).

c) Construction des réseaux orthogonaux et quadratiques

c.1) Les carrés curvilignes

D'après la figure 3.1 et la relation 3.5, le débit élémentaire Δq qui s'écoule entre les lignes ψ et $\psi + \Delta \psi$, par unité de largeur, est égal à :

$$\Delta q = \psi + \Delta \psi - \psi = \Delta \psi \quad (3.24.a)$$

Le débit est aussi égal à :

$$\Delta q = \Delta s_H \cdot v = \Delta \psi \quad , \text{ car } v \text{ est perpendiculaire à } \Delta s_H .$$

Puisque d'après Darcy,

$$v = -K \frac{\Delta H}{\Delta s_\psi}$$

$$\text{On trouve : } \Delta \psi = -\Delta s_H \cdot K \frac{\Delta H}{\Delta s_\psi}$$

D'où l'on tire les expressions :

$$-K \frac{\Delta H}{\Delta \psi} = \frac{\Delta s_\psi}{\Delta s_H} \quad (3.23.b)$$

$$\frac{\Delta \Phi}{\Delta \psi} = \frac{\Delta s_\psi}{\Delta s_H}$$

Si on choisit de tracer le réseau en prenant $\Delta \Phi = \Delta \psi$, c'est-à-dire $\Delta s_\psi = \Delta s_H$, on obtient alors un réseau "orthogonal quadratique"; c'est-à-dire, un réseau formé de carrés curvilignes; carrés dans lesquelles l'on peut inscrire un cercle qui touche tangentiellement les lignes ψ , $\psi + \Delta \psi$, Φ et $\Phi + \Delta \Phi$ comme montré sur la figure 3.1.b.

c.ii) Les méthodes analytiques

Les solutions analytiques consistent à trouver une expression mathématique de Φ , de ψ ou de H qui doit satisfaire l'équation de Laplace et les conditions aux limites imposées par le problème que l'on veut résoudre. Ainsi, à partir de cette expression, on peut calculer tous les autres paramètres tels que : le débit, les vitesses, etc...

Pour établir les solutions analytiques des problèmes classiques, on fait appel dans la plupart des cas aux "variables complexes", et aux techniques de "transformations conformes". Nous présentons ci-après quelques expressions mathématiques des fonctions Φ et ψ pour des cas très classiques et relativement simples :

c.ii- α) Ecoulement parallèles :

Voir l'exemple des paragraphes 3.1.2 a) et b)

- potentiel : $\Phi = ax - by$
- ligne de courant ; $\psi = bx + ay$
- vitesses : $u = a$
 $v = -b$

$$\vec{V} = \sqrt{u^2 + v^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Si $b = 0$, $a \neq 0$: l'écoulement est parallèle aux axes des x .

Si $a = 0$, $b \neq 0$: l'écoulement est parallèle aux axes des y .

c.ii- β) Fiche de Palplanche dans une couche perméable d'épaisseur illimitée (fig. 3.10)

- potentiel : $\frac{x^2}{t^2 \cos^2 \phi} - \frac{y^2}{t^2 \sin^2 \phi} = 1$ (3.25.a) : hyperbole

- ligne de courant : $\frac{x^2}{t^2 \operatorname{ch}^2 \psi} + \frac{y^2}{t^2 \operatorname{sh}^2 \psi} = 1$ (3.25.b) : ellipse

La figure 3.10 présente le réseau d'écoulement à partir duquel on peut obtenir les diagrammes de charges hydrauliques des pressions, des vitesses et des débits.

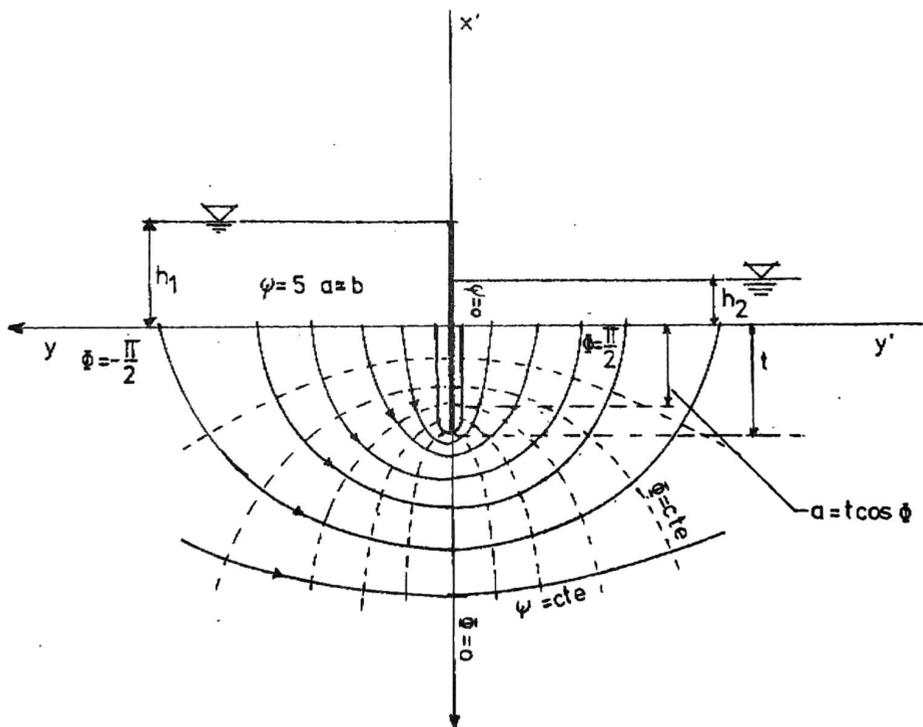


Fig. 3.10. Lignes de courant et équipotentiels dans un écoulement plan autour d'une palplanche

En deçà de $(\frac{y}{b} = 5)$, les lignes de courant, sont des demi-ellipses.
 Au delà, elles deviennent des demi-cercles.

0.11-f) Massif imperméable reposant sur une couche perméable
d'épaisseur illimitée (Fig. 3.11)

Les calculs sont analogues à ceux de la fiche de palplanches, sauf que les Φ et Ψ sont interchangés. La figure 3.11 montre l'allure du réseau d'écoulement.

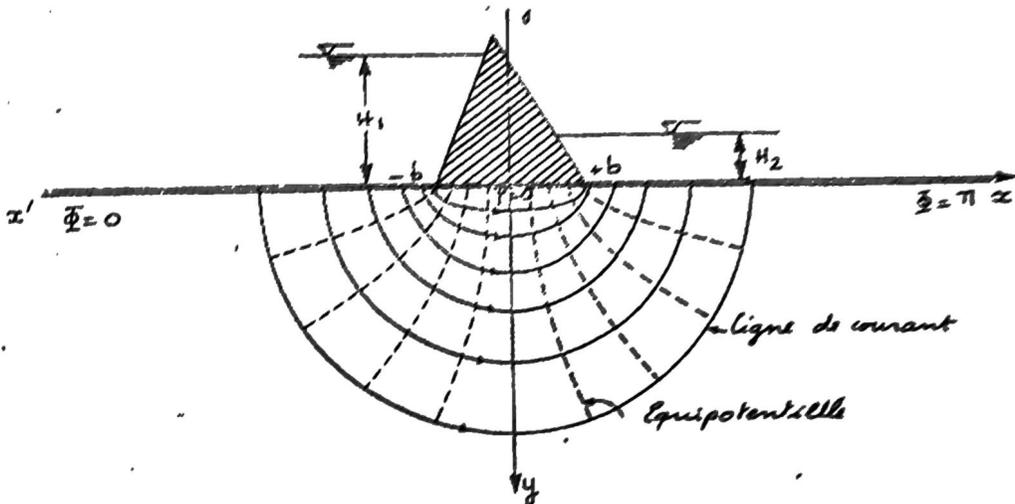


Fig. 3.11. Réseau d'écoulement sous un massif imperméable.

c.ii- ξ) Autres réseaux d'écoulements

Exemples :

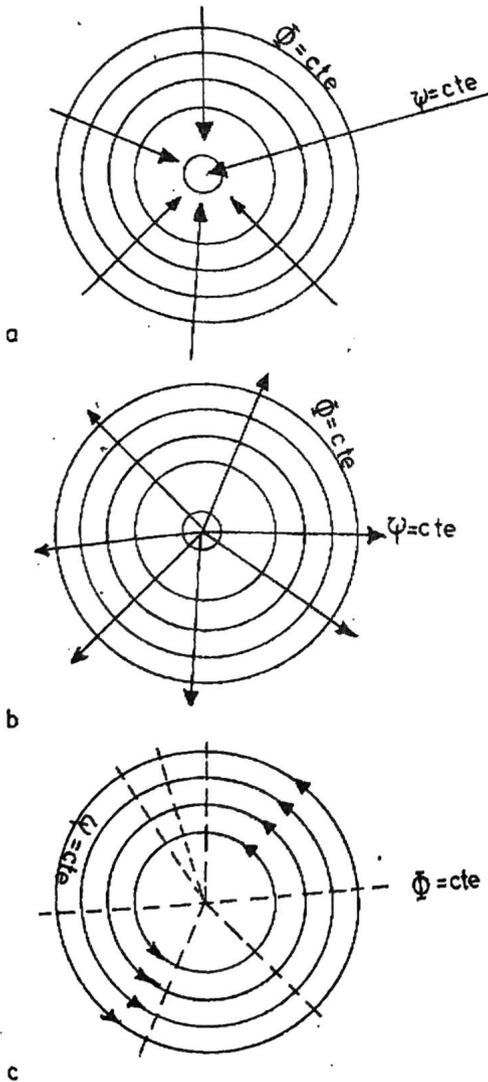
-)) Écoulements simples

Fig. 3.13. Écoulements simples
 a- un puits, b- une source et
 c- un vortex.

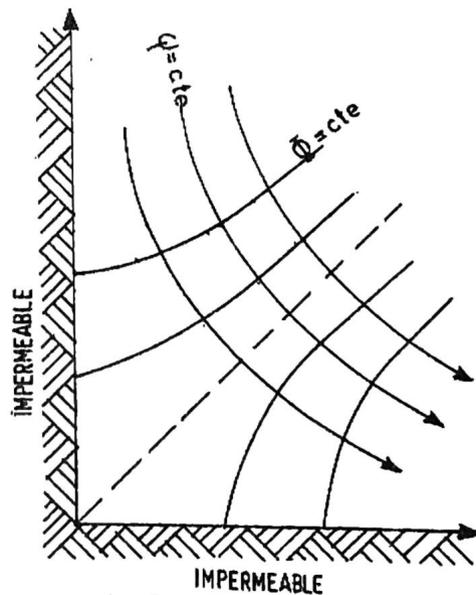


Fig. 3.14. Écoulement plan dans un coin limité par deux substratum imperméables.

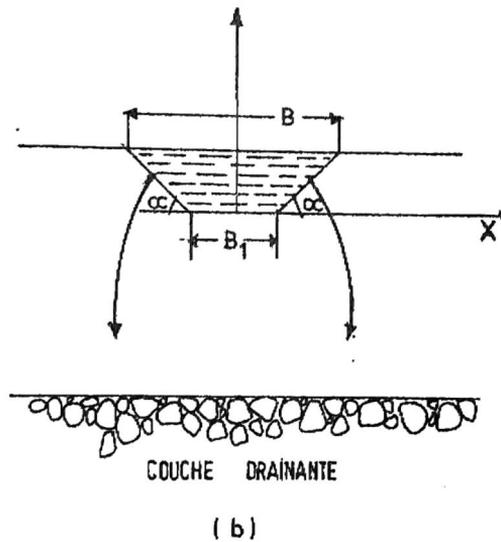
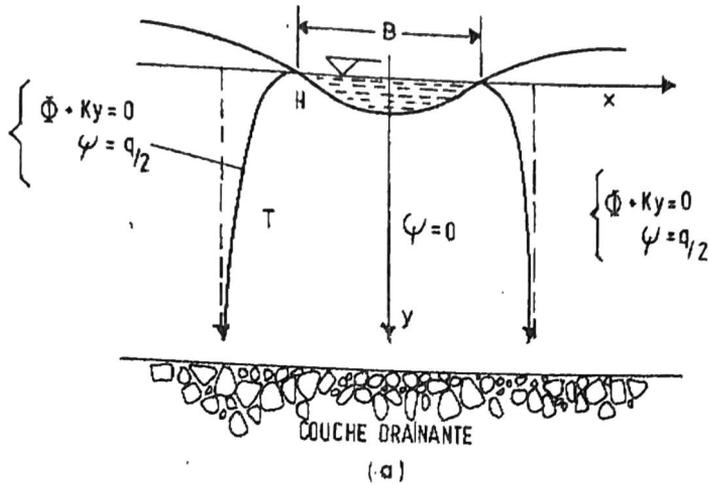


Figure 3.15. Infiltration dans les canaux et fossés.

·)) Infiltration dans les canaux et les fossés, réf. Milton Harr

Les relations ci-après concernent les cas où il y a un substratum drainant horizontal.

i ÷ Pour un substratum drainant situé à l'infini (T/H : très grand)

Fossé : (fig. 3.15.a)

Equations des lignes Φ et ψ :

$$-Y + \frac{\Phi}{K} = Ae^{\frac{\Phi}{\alpha}} \cos \frac{\psi}{\alpha}$$

$$X + \frac{\psi}{K} = Ae^{\frac{\Phi}{\alpha}} \sin \frac{\psi}{\alpha}$$

Débit :

$$q = K (B + 2H)$$

Périmètre mouillé du fossé

$$\pm X = -\sqrt{H^2 - Y^2} + \frac{B + 2H}{\pi} \cos^{-1} \frac{Y}{H}$$

Vitesses le long du périmètre mouillé

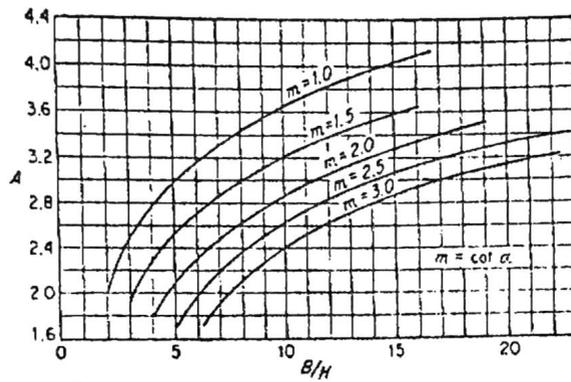
$$\bar{V} = \left\{ \frac{K}{1 + [\pi H / (B + 2H)]^2 - [2 \pi H / (B + 2H)] \cdot \cos[\pi \psi / K(B + 2H)]} \right\}^{1/2}$$

- Canal Trapézoïdal et triangulaire (fig. 3.15-b et d)

Débit :

$$q = K (B + AH)$$

Les valeurs de A sont présentées aux figures 3.15.c et 3.15.d
d'après "Vadernikov"



(c) Pour les canaux trapézoïdaux.

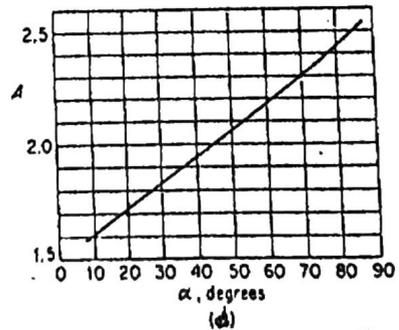
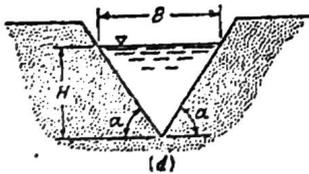


Fig. 3.15. Infiltration dans les canaux et fossés (suite)

ii † Pour un substratum drainant proche du Canal $T/H \leq \infty$

Lorsque T (la profondeur où se situe le substratum drainant) est relativement petit par rapport à la hauteur (H) de l'eau dans le canal, on calcule le débit à partir du facteur de forme q/KH présenté à la figure 3.15.f. Le schéma d'ensemble est montré à la figure 3.15.e

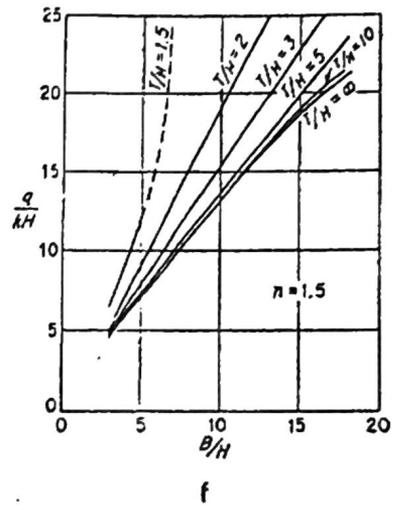
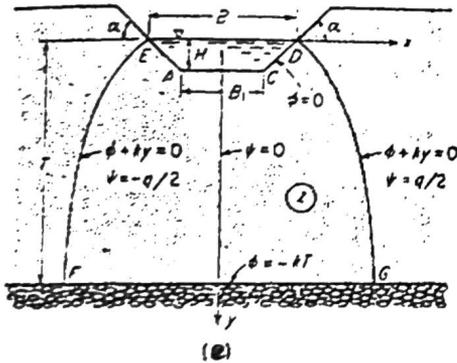


Fig. 3.15. Infiltration dans les canaux et fossés (suite).

iii † Pour un substratum imperméable

Les écoulements sur un substratum imperméable, sont traités au Chapitre IV.

-)) Superposition des écoulements. Un puits de recharge et un puits de pompage.

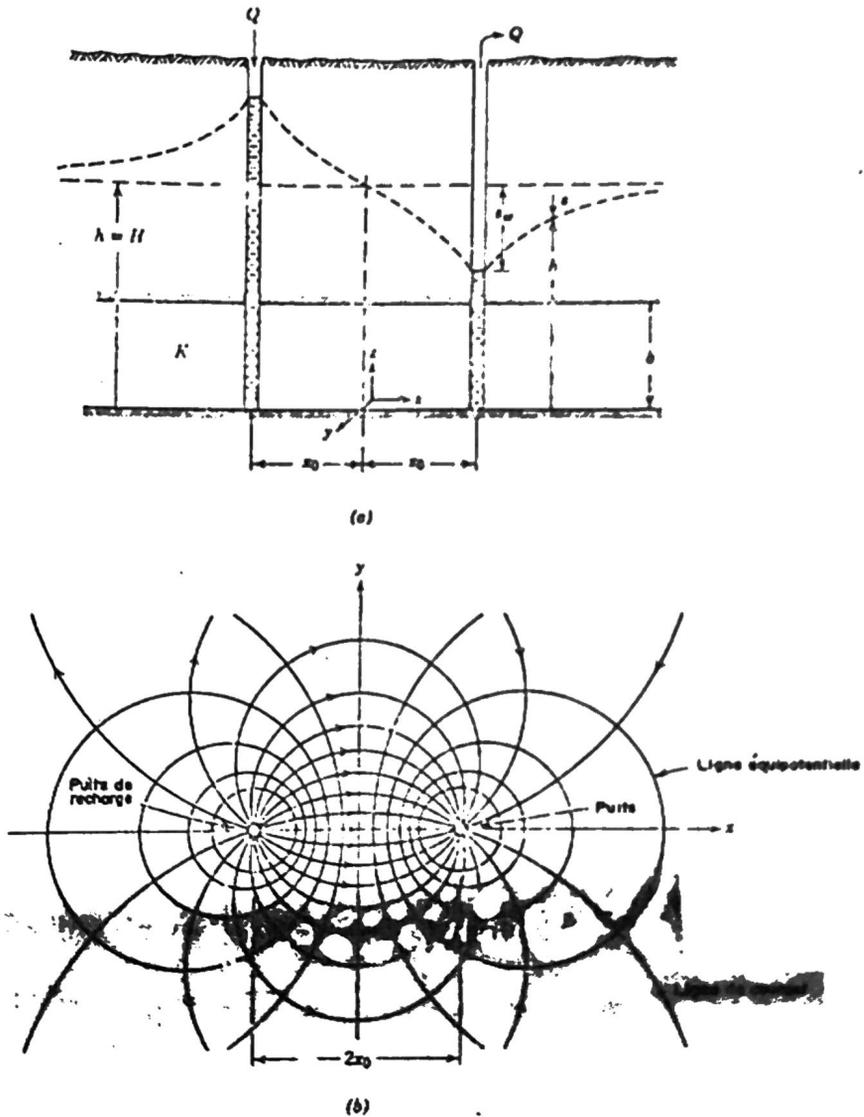


Fig. 3.16. Image de la superposition d'un puits de recharge et d'un puits de pompage.

- Un puits et une nappe en mouvement

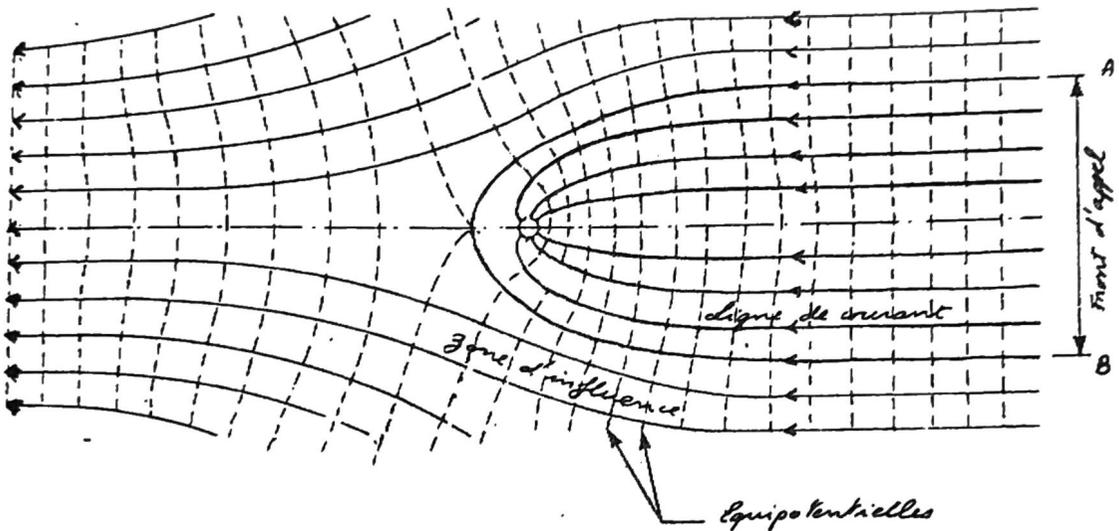


Fig. 3.17. Combinaison d'un puits et d'un écoulement uniforme.

c.iii) Méthodes d'analyse numérique

Les méthodes numériques, comme les méthodes analytiques, consistent à résoudre l'équation de Laplace :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0 \quad (3.13.b)$$

pour des conditions aux limites spécifiques au problème posé. Cependant, au lieu d'obtenir une expression mathématique de Φ en fonction des coordonnées (x, y) , les méthodes numériques donnent plutôt des valeurs numériques de Φ en différents points du milieu étudié. Pour ce faire, il faut discrétiser l'équation de Laplace ainsi que le milieu dans lequel se fait l'écoulement.

Pour les équations aux dérivées partielles, il y a deux grands procédés de résolutions numériques qui se distinguent par leur schéma de discrétisation : la méthode de différences finies et la méthode des éléments finis.

c.III-α) Méthodes de différences finies

-)) Discrétisation du Laplacien :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \frac{-\partial \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)}{\partial x} \approx \frac{\Delta \left(\frac{\Delta \Phi}{\Delta x} \right)}{\Delta x} \quad (3.26.a)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = \frac{\partial \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)}{\partial y} \approx \frac{\Delta \left(\frac{\Delta \Phi}{\Delta y} \right)}{\Delta y} \quad (3.26.b)$$

Le passage de la notation différentielle à notation de différence (Δ) suppose que l'on néglige les termes portant les dérivées supérieures à deux, dans le développement en série de Taylor

Si on se réfère à la figure 3.18 et que l'on prenne :

$$\Delta x = \Delta y = a,$$

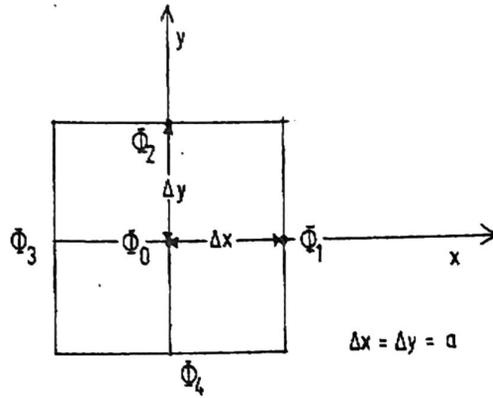


Fig. 3.18. Schéma, la solution numérique de l'équation de Laplace.

Les relations précédentes deviennent :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \approx \frac{1}{a} \left[\frac{\Phi_1 - \Phi_0}{a} - \frac{\Phi_0 - \Phi_3}{a} \right] = \frac{\Phi_1 + \Phi_3 - 2\Phi_0}{a^2} \quad (3.26-c)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = \frac{\Phi_2 + \Phi_4 - 2\Phi_0}{a^2} \quad (3.26-d)$$

d'où, l'équation de Laplace devient :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0 = \frac{\Phi_1 + \Phi_3 - 2\Phi_0}{a^2} + \frac{\Phi_2 + \Phi_4 - 2\Phi_0}{a^2} \quad (3.27)$$

de là, on obtient :

$$4\Phi_0 \approx \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4$$

(3.28)

La forme moléculaire générale est :

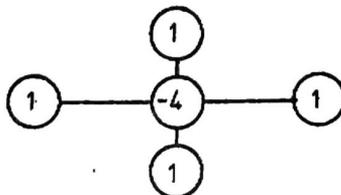


Fig. 3.18.b Schéma pour la solution numérique de l'équation de Laplace.

On peut également établir la relation (3.28) directement à partir de la loi de Darcy, Fig. 3.19. Les débits en travers l'élément de cette figure sont :

$$q_{3 \rightarrow 0} = 2a u = 2a \frac{\partial \Phi}{\partial x} \approx \frac{\Phi_3 - \Phi_0}{a} 2a = 2(\Phi_3 - \Phi_0)$$

$$q_{2 \rightarrow 0} \approx 2(\Phi_2 - \Phi_0)$$

$$q_{0 \rightarrow 4} \approx 2(\Phi_0 - \Phi_4)$$

$$q_{0 \rightarrow 1} \approx 2(\Phi_0 - \Phi_1)$$

D'après l'équation de continuité dans un écoulement permanent

$$q(\text{entrant}) = q(\text{sortant})$$

Ce faisant, on retrouve la relation (3.28)

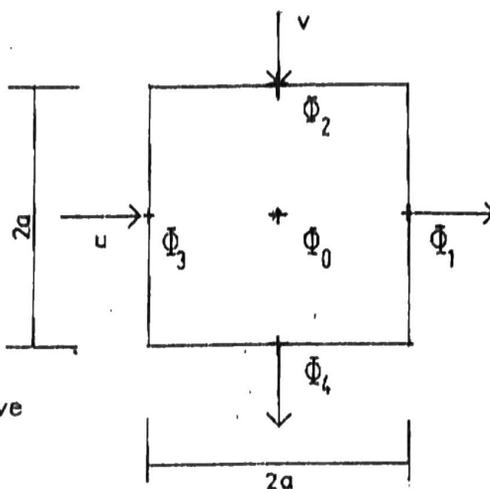


Fig. 3.19. Schéma pour résoudre l'équation de Laplace à partir de la loi de Darcy.

-)) Conditions aux limites

- Sur les limites imperméables (Fig. 3.20.a)

$$q_{8 \rightarrow 5} = \frac{(\Phi_8 - \Phi_5)}{a}$$

$$q_{5 \rightarrow 6} = \frac{(\Phi_5 - \Phi_6)}{a}$$

$$q_{5 \rightarrow 7} = 2(\Phi_5 - \Phi_7)$$

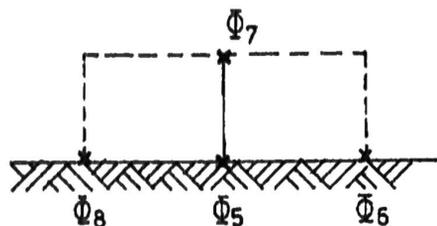


Fig. 3.20.a. Ecoulements sur une barrière imperméable.

d'où :

$$4\bar{\Phi}_5 = \bar{\Phi}_6 + \bar{\Phi}_8 + 2\bar{\Phi}_7 \quad (3.29)$$

La représentation moléculaire devient : (Fig. 3.20.b)

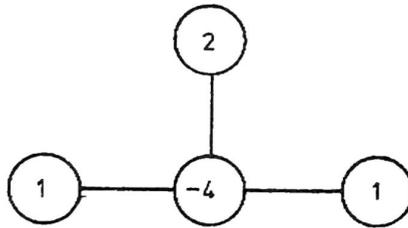


Fig. 3.20.b. Représentation de l'écoulement sur une barrière imperméable.

- Sur la palplanche on a : (Fig. 3.21.a) la relation :

$$4\bar{\Phi}_9 = \bar{\Phi}_{10} + \bar{\Phi}_{11} + \frac{1}{2}\bar{\Phi}_{12} + \frac{1}{2}\bar{\Phi}_{13} + \bar{\Phi}_{14} \quad (3.30)$$

La représentation moléculaire est donnée à la figure 3.21.b.

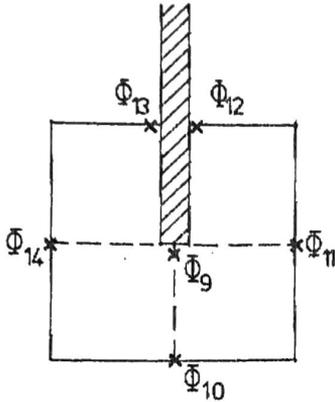


Fig. 3.21.a Ecoulement plan dans un milieu poreux intercalé par une palplanche.

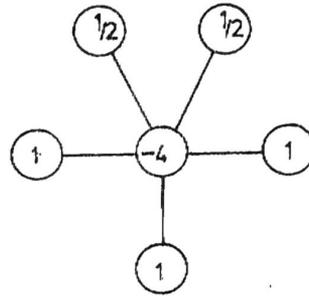


Fig. 3.21.b Représentation moléculaire de la solution de la condition montrée dans la Fig. 3.21.a.

-)) Discretisation du milieu physique

Puisque on a considéré $\Delta x = \Delta y = a$ dans la discretisation du Laplacien et dans l'établissement des relations (3.28), (3.29) et (3.30), il faut donc que le découpage du milieu physique se fasse suivant un grillage ayant des mailles carrées, exemple Fig. 3.22.

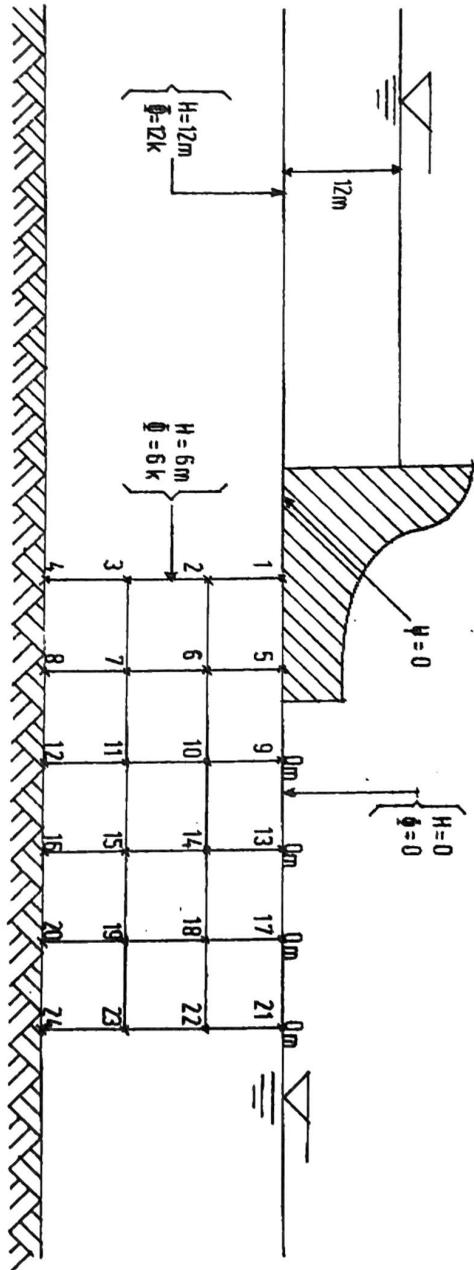


Fig. 3.22. Grillage pour la solution numérique de l'écoulement sous le barrage.

Les noeuds sont alors numérotés, dans ce cas, de 1 à 24. Les valeurs de H et Φ sont connues en certains noeuds : $H = 6m$; $\Phi = 6K$ aux noeuds 1, 2, 3 et 4; et, $H = 0m$; $\Phi = 0$ aux noeuds 9, 13, 17 et 21.

Le problème consiste donc à déterminer les valeurs de Φ (ou de H) aux autres noeuds (5, 6, 7, 8, 10 etc...) où H est inconnu, en utilisant les équations discrétisées.

- Résolution par système d'équations linéaires (Notation Matricielle)

Si on applique les relations 3.26, 3.24, 3.30 aux noeuds où H est inconnue, c'est-à-dire, progressivement aux noeuds 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 14... jusqu'à 24, on obtient un système de seize équations linéaires à seize inconnu ($\Phi_5, \Phi_6, \dots, \Phi_8, \Phi_{10}, \dots, \Phi_{24}$)

$$1: \quad \Phi_1 + 2\Phi_6 + \Phi_9 = 4\Phi_5$$

$$2: \quad \Phi_2 + \Phi_5 + \Phi_7 + \Phi_{10} = 4\Phi_6$$

$$3: \quad \Phi_3 + \Phi_6 + \Phi_8 + \Phi_{11} = 4\Phi_7 \quad (3.31)$$

$$4: \quad \dots\dots\dots \text{etc.} \dots\dots\dots$$

$$16: \quad \Phi_{20} + \Phi_{23} = 2\Phi_{24}$$

Les relations 3.31 (système de 16 équations à 16 inconnues peuvent être résolues par les méthodes conventionnelles : inversion de la matrice de rigidité, réduction élimination de Gauss, etc..., dont les algorithmes adaptables aux ordinateurs modernes facilitent, accélèrent et avantagent les méthodes d'analyse numérique.

- Résolution par Relaxation

Procédé

- 1- Sur un dessin à l'échelle, nous traçons une esquisse de ce que pourraient être les équipotentielles ($\Phi = \text{cte}$), et aux noeuds, nous supposons des valeurs de départ, Fig. 3.23.a.
- 2- Pour chacun des points du quadrillage, nous modifions la valeur en appliquant les équations de différences finies énoncées précédemment, Fig. 3.23.b.
- 3- Le procédé est répété jusqu'à ce que les essais successifs n'entraînent pas de variations dépassant l'erreur permise.
- 4- Finalement, nous traçons les lignes $\Phi = \text{cte}$ telles que précisées par les valeurs aux noeuds.

Bien que cette méthode soit précise et relativement simple on note qu'elle ne peut s'appliquer qu'à des problèmes particuliers et il faudra redessiner chacune des configurations à étudier, ce qui peut être relativement fastidieux. Toutefois, c'est une méthode traitable également sur ordinateur ce qui la rend intéressante. Quand on a un ordinateur puissant, la résolution directe par notation matricielle puis, inversion de matrice ou élimination de Gauss s'avère plus facile et plus rapide.

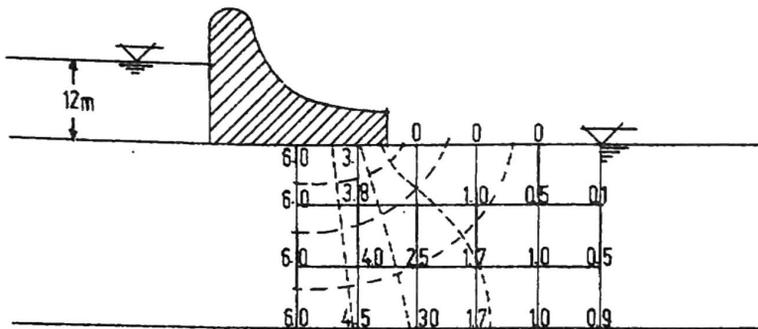


Fig. 3.23.a Ecoulement à travers la fondation d'un barrage.

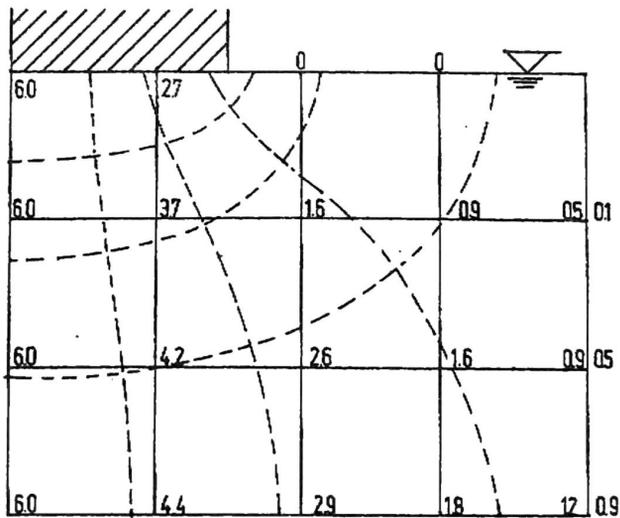


Fig. 3.23.b Solution numérique, méthode de relaxation du cas montré à la figure 3.23.a.

c.iv) Méthodes expérimentales

Les méthodes expérimentales se divisent en deux grandes catégories : les modèles analogiques et les modèles réduits (généralement en sable).

c.iv-a) Modèles analogiques

Les modèles analogiques établissent la correspondance entre deux phénomènes physiques différents, exemple : l'hydrodynamique et l'électricité. Ils se basent sur le fait que plusieurs phénomènes naturels évoluent grâce à un potentiel, c'est-à-dire, qu'ils vérifient l'équation de Laplace. Exemple : le potentiel électrique, le potentiel gravitationnel, le transfert de la chaleur, etc... Ainsi, il est donc possible d'étudier le potentiel hydraulique, par analogie, à partir du potentiel électrique.

Le Tableau 3.1 ci-après, donne la correspondance entre l'écoulement hydrodynamique dans les milieux poreux et la conductivité électrique, la conductivité thermique et l'électrostatique. Il y a également d'autres analogies qui peuvent être utilisées telles : la théorie des membranes élastiques, l'écoulement des fluides visqueux.

TABLÉAU 3.1 : CORRESPONDANCES ANALOGIQUES

Écoulement Hydrodynamique	Conduction Électrique	Conduction Thermique	Électrostatique
Potentiel Φ (Charge H)	Voltage (potentiel V)	Température : T	Potentiel Électrostatique : Φ
Gradient potentiel (négatif) $-\Delta\Phi$ $-\Delta H$	Gradient potentiel : $-\Delta V$ (négatif)	Gradient Température (négatif) ΔT	Vecteur de tension $\vec{E} = -\nabla\Phi$
Perméabilité : K Conductivité Hydraulique K	Conductivité Spécifique σ $\sigma = \frac{1}{R}$ résistivité	Conductivité Thermique k	Constante Diélectrique $\frac{\epsilon}{4\pi}$
Vecteur de Vitesse $\vec{v} = -k \text{grad } \psi$	Vecteur de Courant $\vec{I} = -\sigma \text{grad } V$	Taux de Transport $\vec{q} = -k \Delta T$	Déplacement Diélectrique $\frac{\epsilon}{4\pi} \vec{E} = -\frac{\epsilon}{4\pi} \Delta\Phi$
Loi de Darcy	Loi d'Ohm	Loi de Fourier	Loi de Maxwell
Surface Equipotentielle $\psi = \text{cte}$	Surface Equipotentielle $V = \text{cte}$	Surface Isothermale $T = \text{cte}$	Surface Equipotentielle $\Phi = \text{cte}$
Limite Imperméable	Limite Isolante	Limite Isolante	Ligne de Force
$\frac{\partial \psi}{\partial n} = 0$	$\frac{\partial V}{\partial n} = 0$	$\frac{\partial T}{\partial n} = 0$	$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0$

Dans la pratique, les analogies les plus utilisées sont :
 "l'analogie électrique" et "l'analogie visqueuse".

- Analogie électrique

On utilise ici le courant électrique traversant un milieu conducteur dont la géométrie est identique au domaine physique à étudier.

On passera des grandeurs électriques aux grandeurs hydrauliques, et réciproquement par le truchement de rapports sans dimension.

$$\frac{V}{V_0} = \frac{H}{H_0}$$

$$\frac{d}{V_0} \overrightarrow{\text{grad}} V = \frac{D}{H_0} \overrightarrow{\text{grad}} H \quad (3.32)$$

$$\frac{\rho d}{V_0} \overrightarrow{i} = \frac{D}{K H_0} \overrightarrow{V}$$

$$\frac{\rho I}{V_0 d} = \frac{Q}{K H_0 D}$$

Dans ces relations :

- V : Potentiel électrique en un point du modèle
- H : Charge hydraulique au point correspondant de l'écoulement de filtration
- V_0 : Différence totale de potentiel électrique à laquelle est soumise le modèle
- H_0 : Perte de charge totale de l'écoulement hydraulique
- d : Dimension linéaire caractérisant l'échelle du modèle électrique
- D : Dimension correspondante de l'écoulement hydraulique
- ρ : Résistivité du conducteur constituant le modèle
- K : Perméabilité ou conductivité hydraulique du milieu poreux
- \vec{i} : Densité de courant en un point du modèle
- \vec{V} : Vitesse de filtration du point correspondant de l'écoulement
- I : Intensité de courant traversant une surface donnée du modèle électrique
- Q : Débit de filtration traversant la surface correspondante.

Pour étudier les écoulements bidimensionnels, on utilise généralement un papier conducteur (papier télédeltos) que l'on découpe suivant les mêmes contours que le problème réel. Les lignes $\Phi = cte$

connues sont alors soumises à un potentiel constant connu. Il suffit de mesurer au moyen d'un voltmètre, le voltage en n'importe quel point du domaine et ainsi, obtenir les lignes équipotentielles.

La méthode a l'avantage d'être très simple et à la portée de non spécialistes. Il permet d'arriver très vite à la solution chaque fois que le problème échappe au calcul théorique.

- Analogie visqueuse "Modèle Hele Shaw"

L'écoulement d'un fluide visqueux entre deux plans de faible écartement se fait selon une loi analogue à celle de Darcy. Les modèles à plaques rapprochées (Modèles Hele Shaw), conviennent particulièrement bien à l'étude d'écoulements plans à surface libre. Ils permettent entre autre l'étude en régime non permanent (temps d'établissement de la surface libre, temps de vidange, vitesse d'abaissement du plan d'eau ...)

c.iv-β) : Modèles réduits

Les modèles réduits sont généralement construits en sable, pour permettre les observations sur une échelle de temps raisonnable, suivant la théorie de similitude.

On dit qu'il y a similitude entre deux écoulements lorsque :

- Il existe une similitude géométrique ou une affinité permettant de faire correspondre tous les points homologues de ces écoulements;
- Les valeurs d'une grandeur physique caractérisant l'un et l'autre en un point donné sont dans un rapport constant quelque soit le point.

La théorie de similitude établit donc les relations entre un prototype (en argile par exemple) et un modèle réduit (en sable) qui sont tous deux régis par la même loi de comportement, en l'occurrence : la loi de Darcy. D'où, pour qu'il y ait similitude, il faut bien que le nombre de Reynolds reste en deçà de la limite de validité de la loi de Darcy, tant dans le prototype que dans le modèle.

Puisque dans un milieu homogène et isotrope l'équation de Laplace est valable et indépendante de la perméabilité ou conductivité hydraulique (K), la similitude sera donc réalisée quelque soit la perméabilité du modèle et du prototype.

En posant :

$$L_r = \frac{L_m}{L_p} ; \quad H_r = \frac{H_m}{H_p} ; \quad K_r = \frac{K_m}{K_p} ; \quad q_r = \frac{q_m}{q_p} \quad (3.33)$$

On obtient :

$$q_r = H_r K_r / L_r$$

Dans lesquelles :

- L_m : Longueur de référence du modèle
- L_p : Longueur de référence du prototype
- L_r : Echelle du modèle

Si on a deux zones superposées de perméabilités ou conductivité hydraulique différentes, on démontre que les perméabilités ou conductivité hydraulique doivent respecter le même rapport :

$$\frac{(K_m)_1}{(K_m)_2} = \frac{(K_p)_1}{(K_p)_2}$$

- où :
- $(K_m)_1$: Perméabilité du modèle dans la zone 1
 - $(K_m)_2$: Perméabilité du modèle dans la zone 2
 - $(K_p)_1$: Perméabilité du prototype dans la zone 1
 - $(K_p)_2$: Perméabilité du prototype dans la zone 2

Les modèles en sable sont coûteux, parfois difficiles à construire et posent le problème de la similitude capillaire qui est difficile à respecter. Ils ont cependant l'avantage de reproduire physiquement les mêmes phénomènes "Prototype-Modèle" et les surfaces libres s'établissent d'elles-mêmes.

c- V) Méthodes graphiques

Les méthodes graphiques consistent à tracer le réseau d'écoulement à la main, en respectant le mieux possible les propriétés des réseaux, vues antérieurement. Il est toujours plus facile de construire un réseau quadratique, c'est-à-dire : $d\Phi = d\psi$. Ces méthodes dépendent beaucoup de l'habileté, l'intelligence et la pratique individuelle.

On peut signaler deux techniques pour tracer les réseaux à la main :

- Inscription de cercles :

Dessiner sur une feuille les contours du milfeu, puis repérer les lignes de courant et les équipotentielles connues d'après les conditions aux limites.

Tracer progressivement les lignes de courant et les équipotentielles en formant le mieux que possible des carrés curvilignes dans lesquels l'on peut inscrire des cercles (fig. 3.24). Les propriétés essentielles à respecter sont : 1°-équipotentielles et lignes de courant se coupent à angle droit.

- 2°- Deux lignes de courant ne doivent pas se rencontrer
- 3°- Deux équipotentielles ne doivent pas se rencontrer.

4°-
$$\begin{cases} (d\psi = d\Phi) \\ (ds = dn) \end{cases}$$

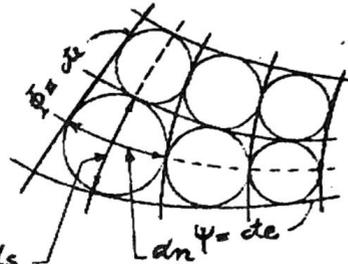


Fig. 3.24. Solution graphique de l'équation de Laplace.

- - Bissectrices à 45° (Méthode de Prasil)

La figure 3.25 illustre bien cette méthode qui consiste à tracer des bissectrices aux angles droits formés par les $\Phi = cte$ et $\psi = cte$. La méthode n'est donc utilisable que lorsque l'on connaît une ligne $\psi = cte$ et les valeurs de Φ sur cette ligne, exemple : surface libre dans une digue.

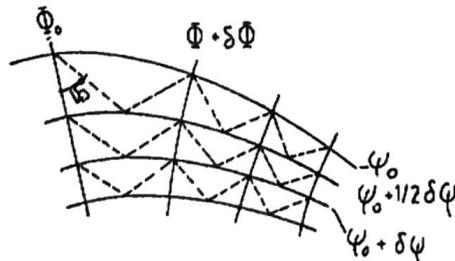


Fig. 3.25 Méthode de Prasil pour la solution d'un écoulement plan.

d) Débit - Facteur de Forme

Le débit de percolation à travers un réseau d'écoulement (réseau quadratique) dans un milieu isotrope est donné par la relation :

$$q = KH \frac{N_f}{N_e} \quad (3.34)$$

Dans laquelle :

H : La perte de charge totale

N_f : Le nombre de tubes de courant, définis par deux lignes de courant voisines, distantes de $\Delta N = \Delta S$.

N_e : Le nombre d'écarts entre les lignes équipotentielles (ou équicharges), distantes de $\Delta S = \Delta N$.

Le rapport $\frac{N_f}{N_e}$ est appelé "Facteur de Forme"

Exemple :

La figure 3.26, donne le réseau quadratique sous une palplanche. On y dénombre 9 tubes de courant et 18 écarts des lignes équipotentielles, d'où :

$$N_f = 9$$

$$N_e = 18$$

Le facteur de forme est :

$$N_f/N_e = 1/2$$

Le débit total par unité de largeur est : $q = 1/2 KH$.

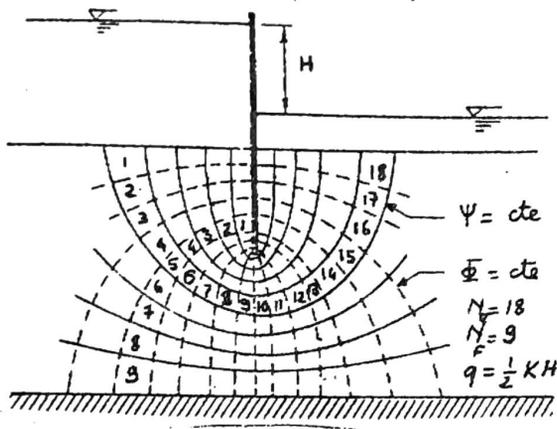


Fig. 3.26 Solution graphique d'un écoulement plan autour d'une palplanche dans un milieu poreux.

Les figures 3.27, 3.28, 3.29, 3.39, 3.31 et 3.32, montrent l'effet d'un parafoille (écran d'échantéité) sous un barrage. Ces résultats ont été obtenus en Laboratoire (Biarez) par analogie électrique.

e) Pressions

L'une des utilisations les plus importantes des réseaux d'écoulement c'est le calcul des pressions sous les structures hydrauliques; d'où, le calcul de leur stabilité.

Il faut se rappeler ici le principe de l'hydrostatique que la pression agit toujours perpendiculairement à la surface.

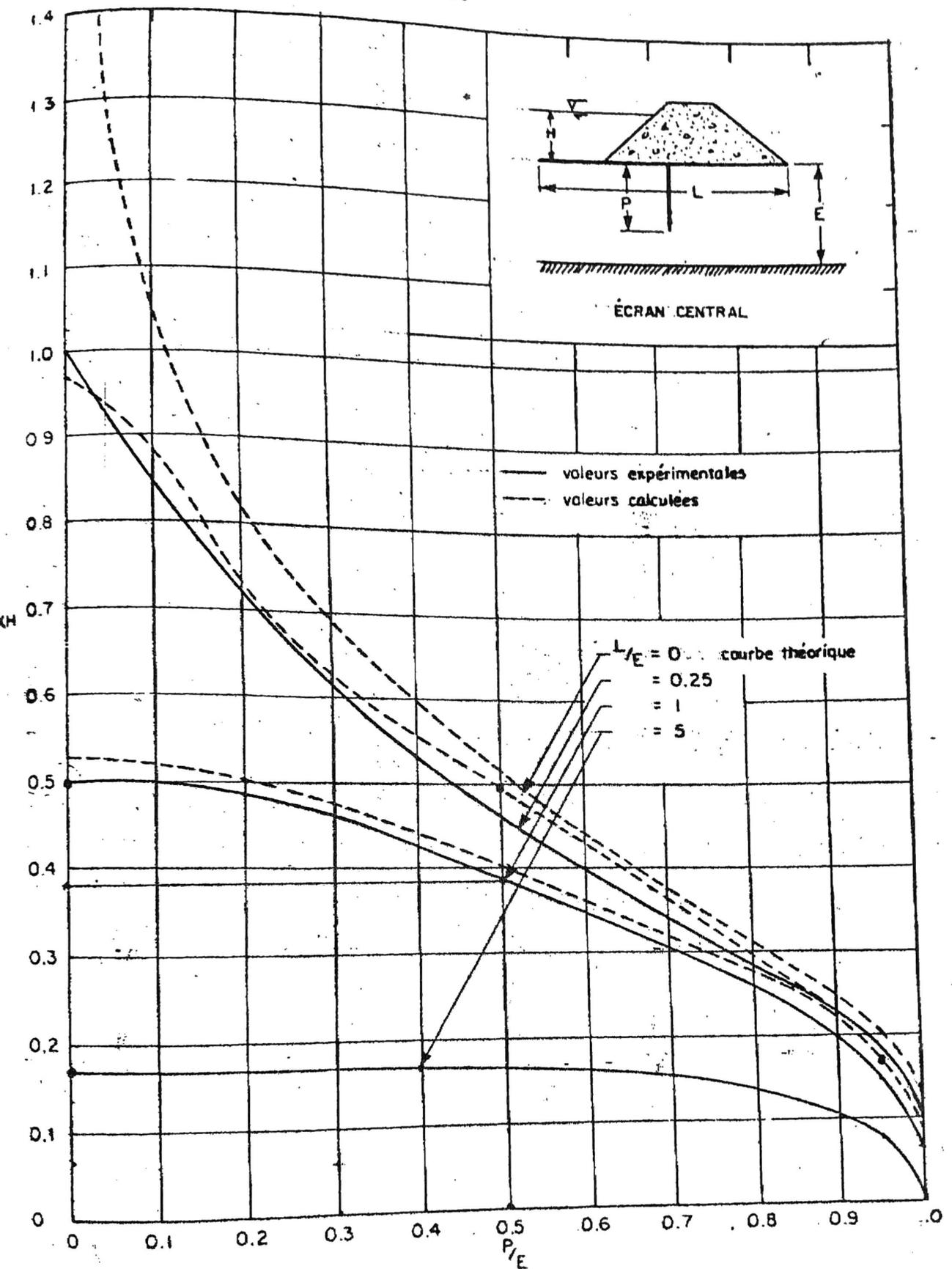


Fig3.27 — CALCUL DE DÉBITS.

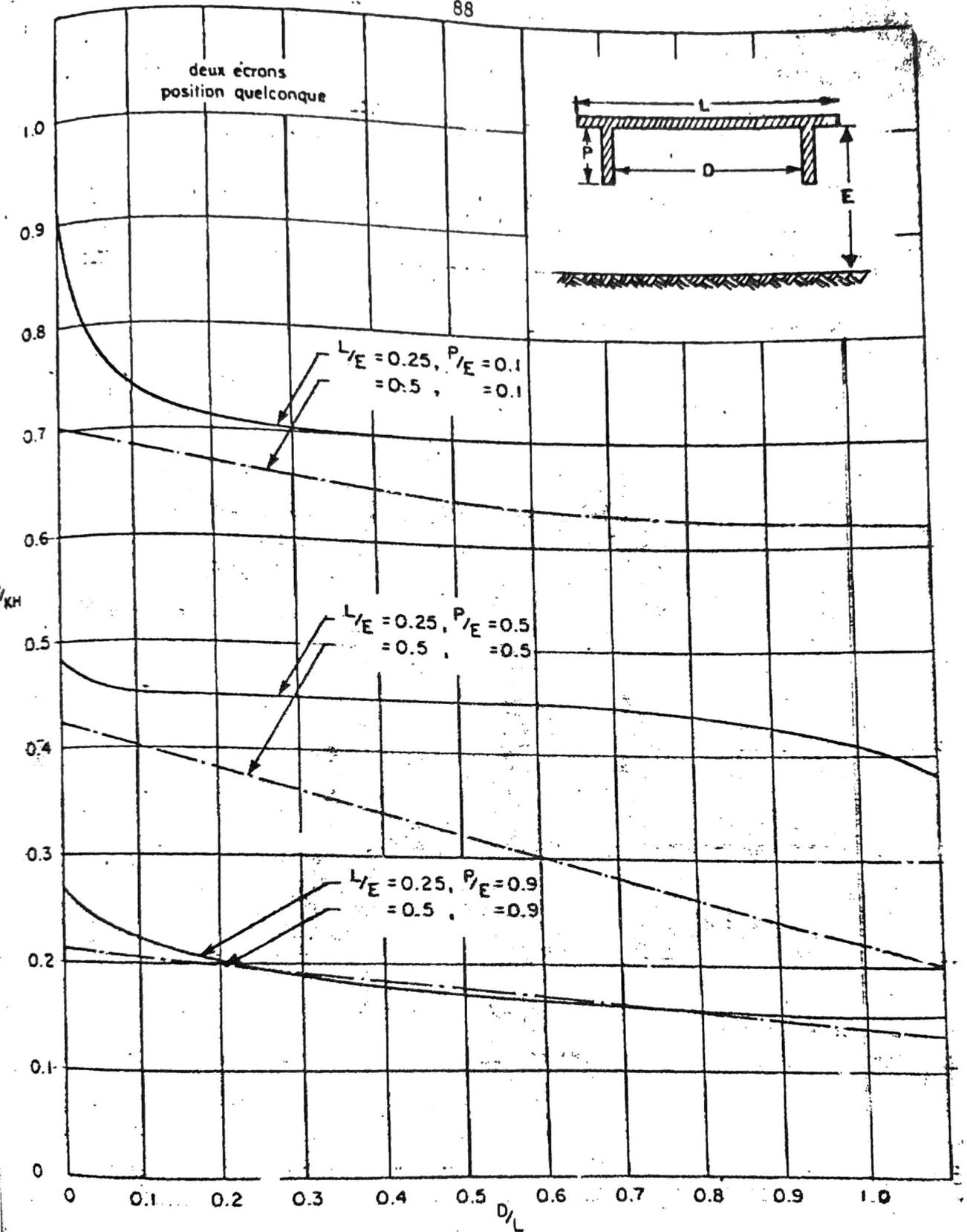


Fig 3.29 - DÉBITS POUR DEUX ÉCRANS SYMÉTRIQUES.

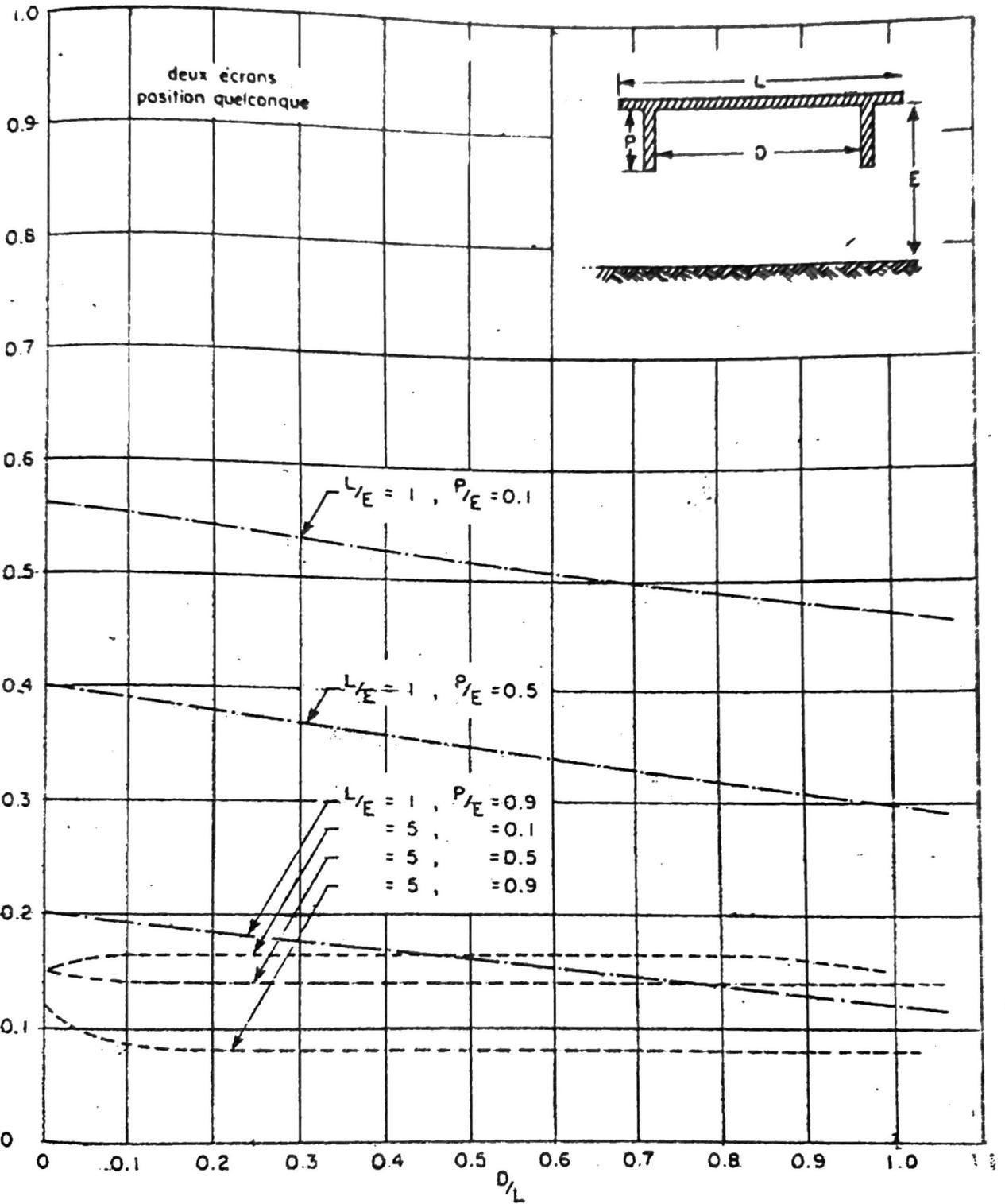
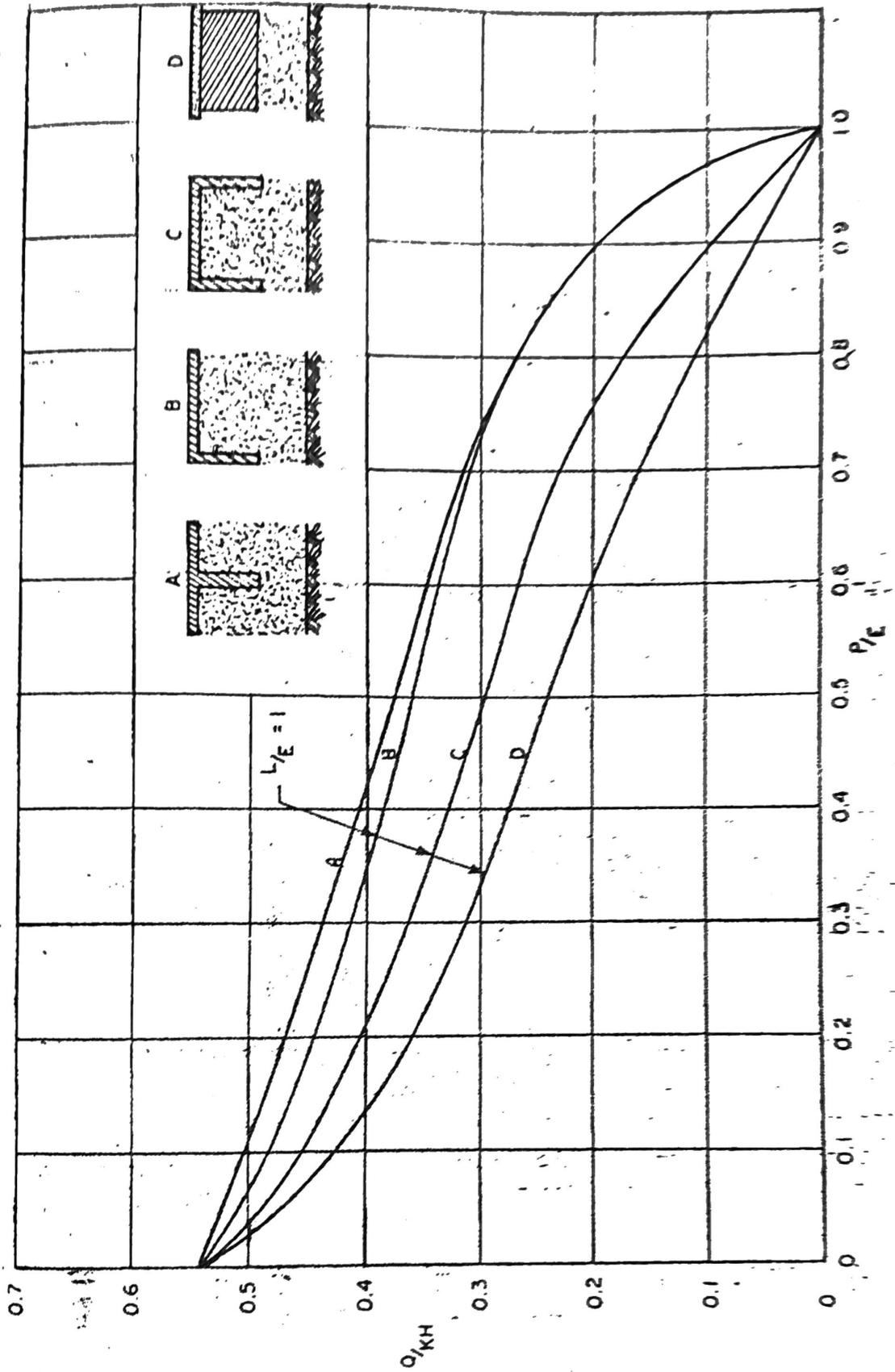
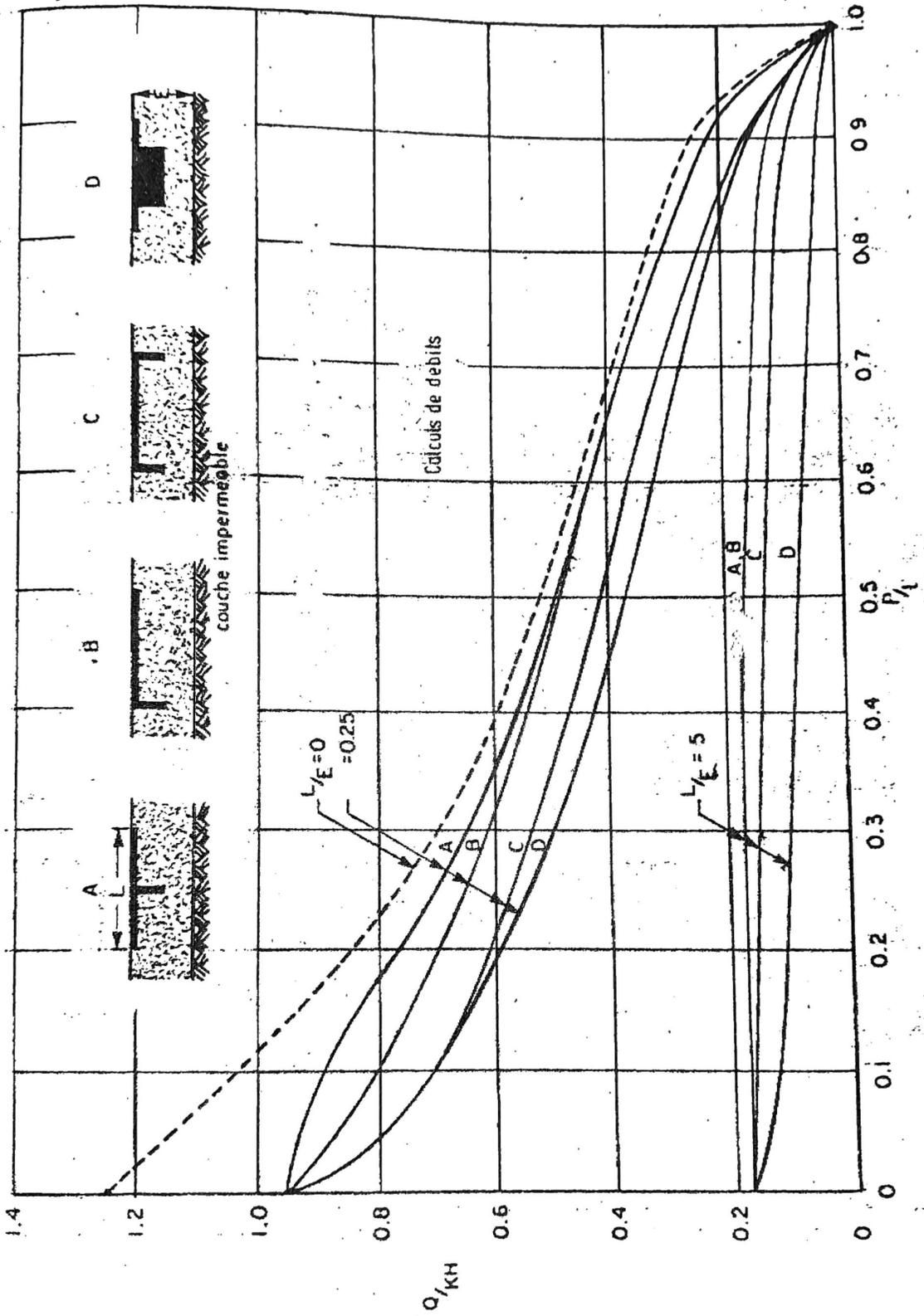


Fig. 3.30 — DÉBIT POUR DEUX ÉCRANS SYMÉTRIQUES.





Les figures 3.33 et 3.34, présentent la façon bien simple de tracer les diagrammes de charges hydrauliques autour d'une structure hydraulique.

Partant du principe que les écarts de charge ΔH sont constants le long d'une ligne de courant dans un réseau quadratique, on peut alors subdiviser H (la perte de charge totale figure 3.27) en N_e parties égales; puis de déterminer le niveau piézométrique le long de la ligne $\Psi = 0$. Il suffira ensuite de calculer l'aire du trapèze formé par cette ligne piézométrique qui, multipliée par le poids spécifique de l'eau (γ_w), donnera la pression totale qui agit sous le massif.

La pression sous un massif sans parafouille varie à peu près linéairement avec la longueur du radier.

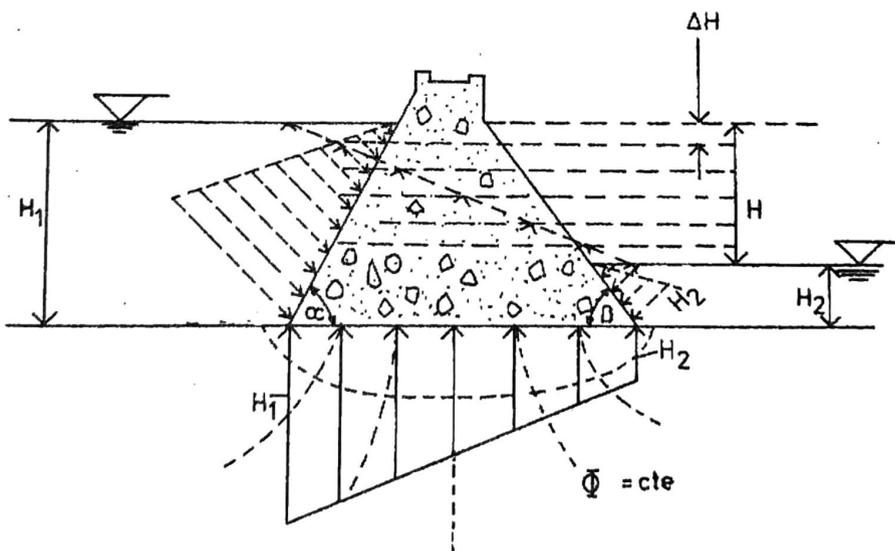


Fig. 3.33. Distribution des Pressions autour d'un massif.

Pression sous le massif, de largeur B

$$P_1 = \frac{H_1 + H_2}{2} \quad 3 \quad \gamma_w$$

Pression sur la face amont du massif

$$P_2 = \frac{-1}{2} \quad \frac{H_1^2}{\tan \alpha} \quad \gamma_w$$

Pression sur la face aval du massif

$$P_3 = \frac{1}{2} \quad \frac{H_2^2}{\tan \alpha} \quad \gamma_w$$

Poids propre du massif (Au centre de gravité)

$$P_4 = (\text{Aire de la section du massif}) \times (\text{Poids spécifique du massif}).$$

On étudie la stabilité de l'ouvrage ou renversement, en considérant toutes ces forces et en calculant le moment qui en résulte autour de la pointe du pied aval de la structure.

Dans l'exemple de la figure 3.33, on remarque que la poussée verticale qui tend à soulever l'ouvrage est importante. L'exemple de la figure 3.34, montre l'effet de la position d'un rideau de parafouille sur les pressions. En effet, lorsque le rideau est placé en amont, la poussée verticale diminue; lorsqu'il est placé en aval, la poussée verticale augmente.

Les figures 3.35, 3.36 et 3.37, montrent l'effet de l'écran d'étanchéité sur des pressions sous le radier, c'est-à-dire, sur la poussée hydrostatique.

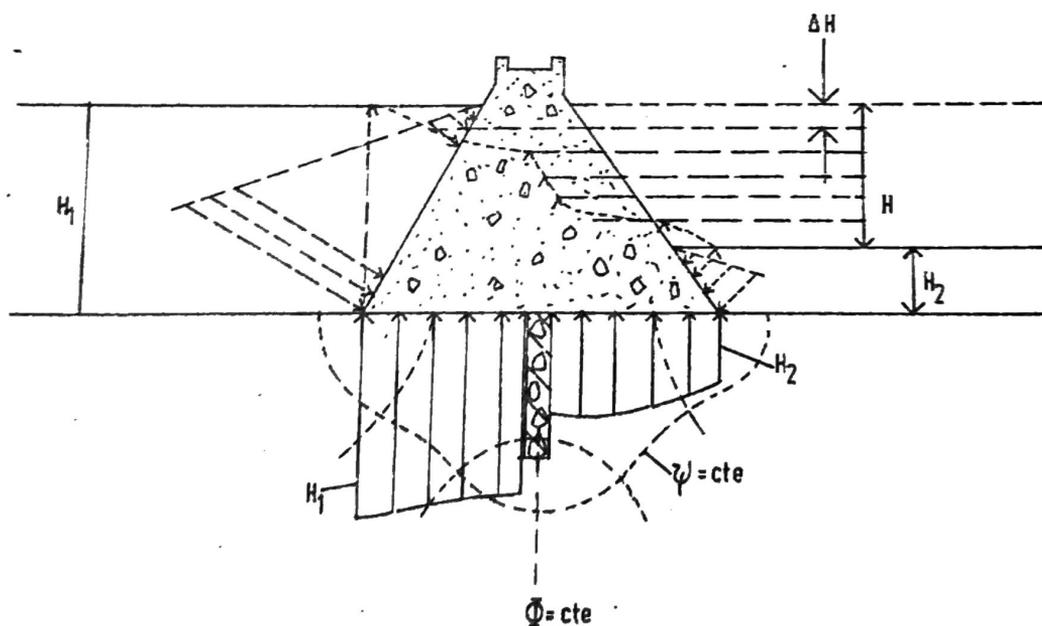
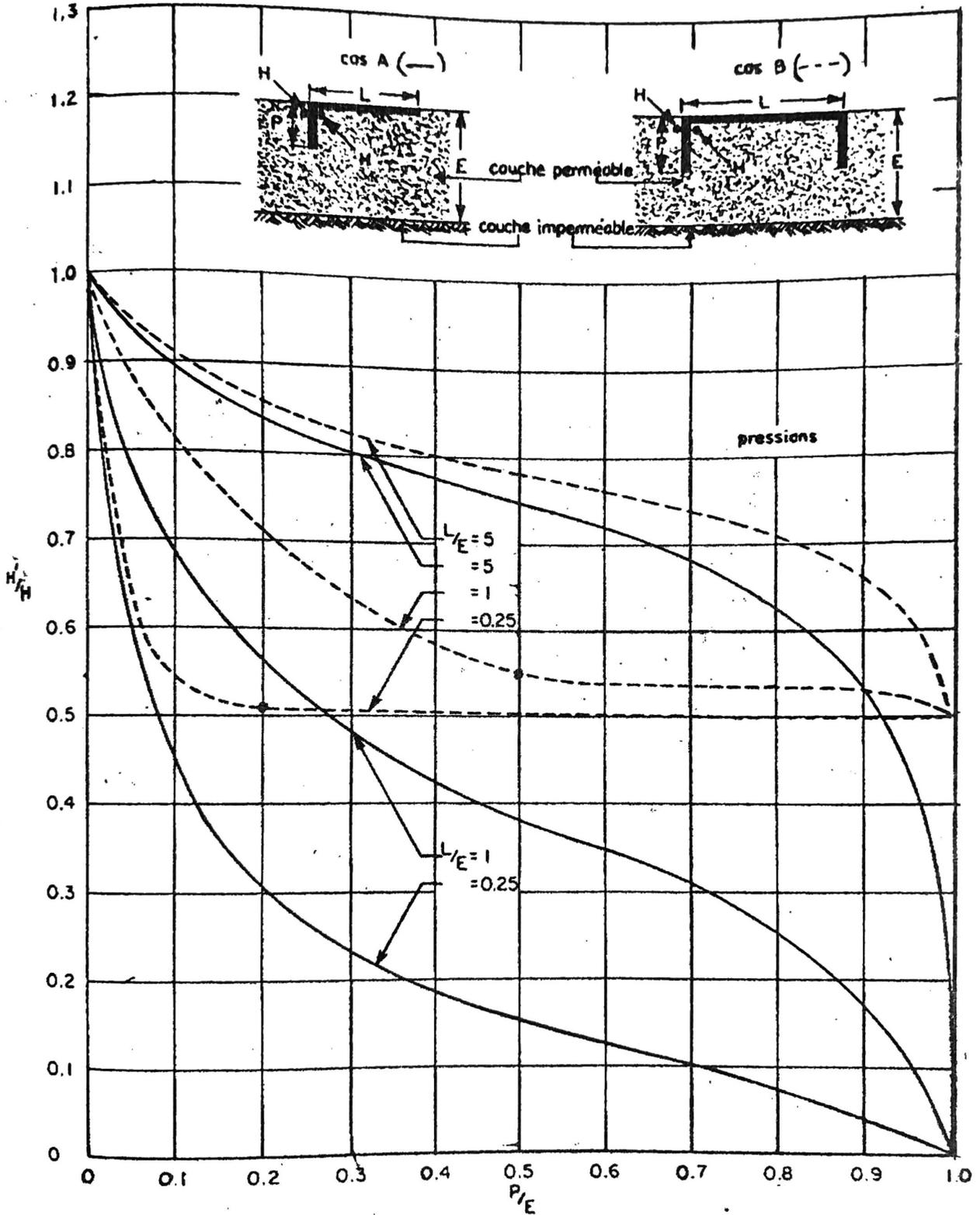


Fig. 3.34. Effet du Parafouille sur la Distribution des Pressions.



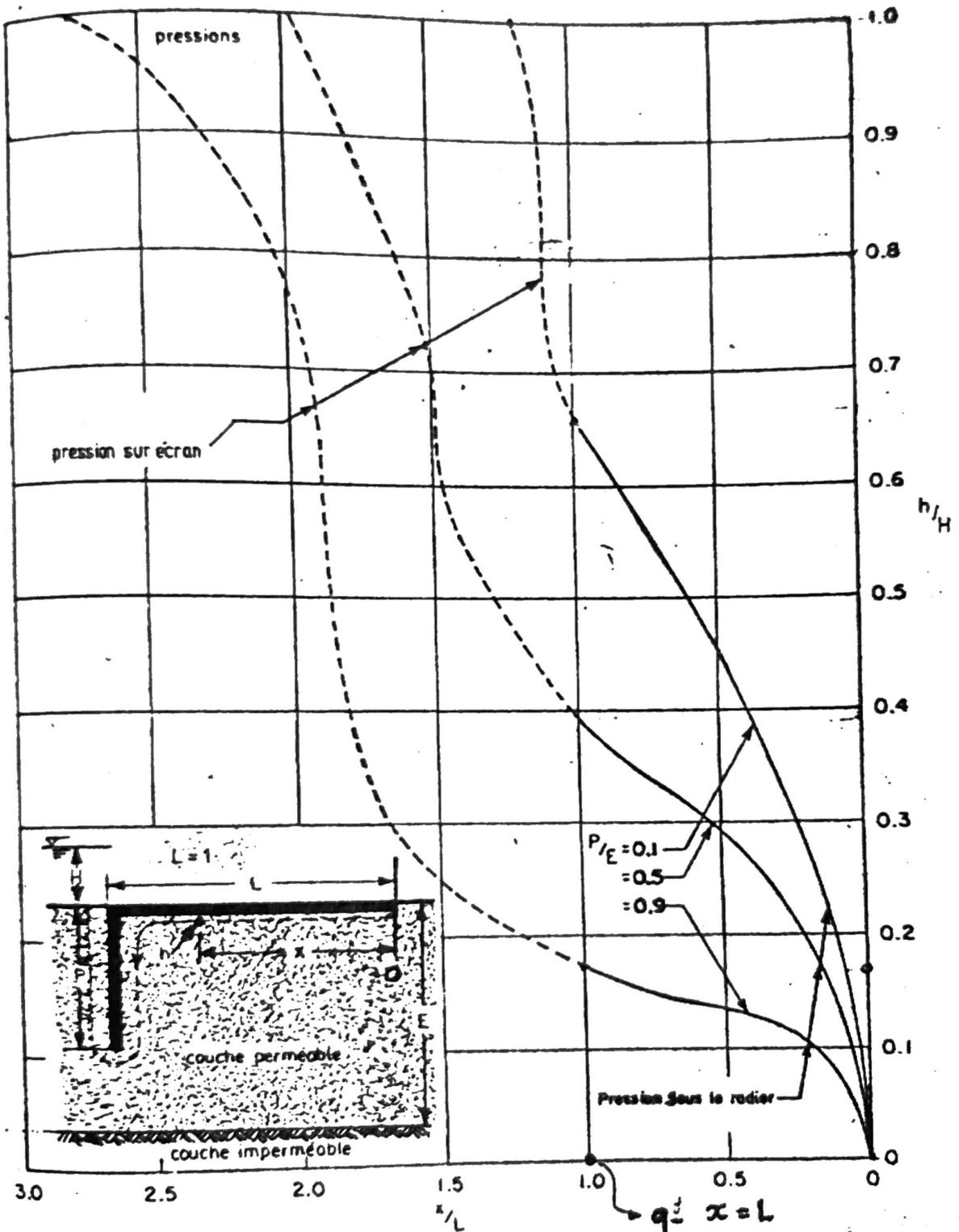


Fig.336 — VARIATION DES CHARGES SOUS LE BARRAGE.

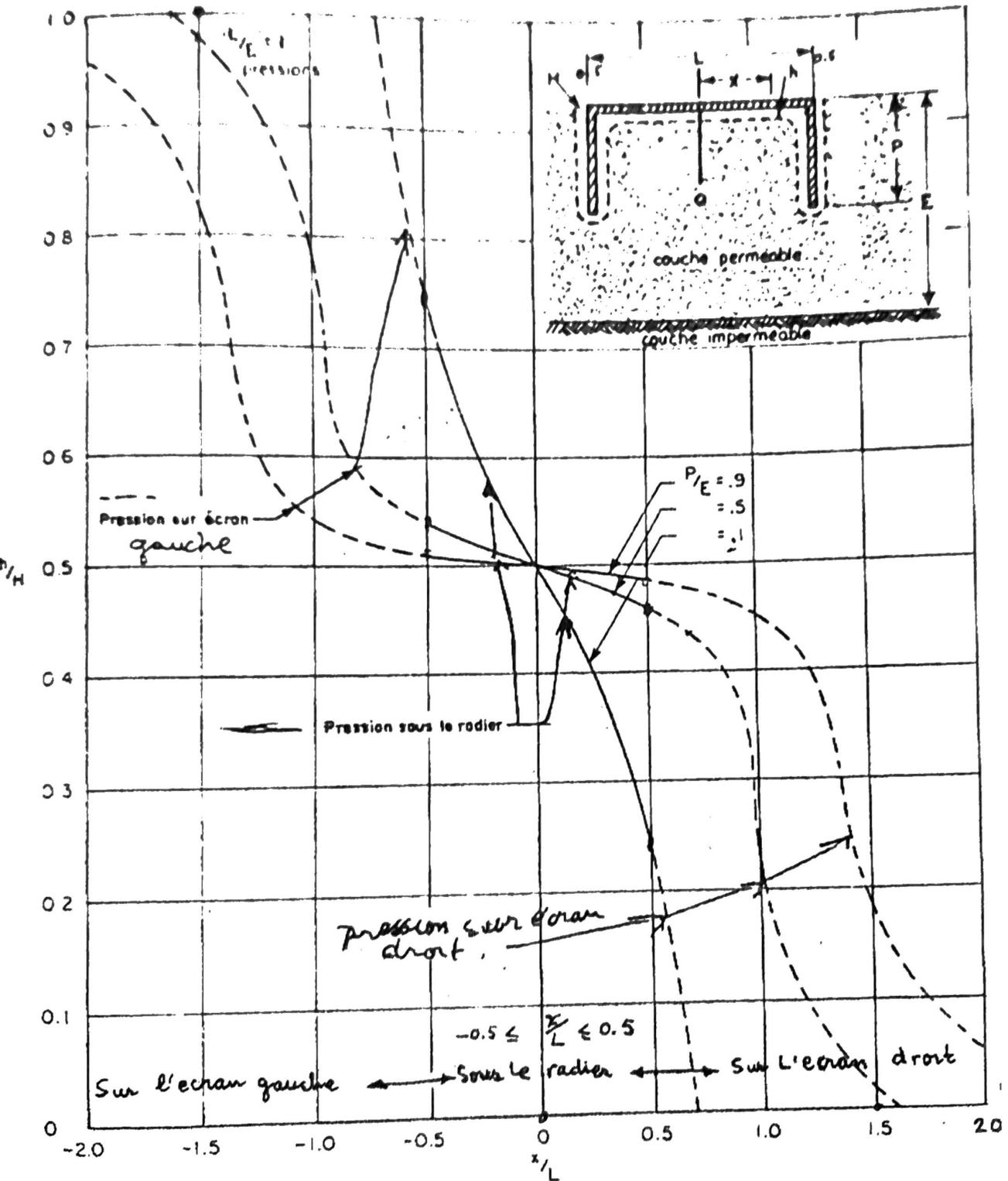


Fig. 337 — RÉPARTITION DES CHARGES SOUS LE BARRAGE.

3.2 Les Milieux Anisotropes et Milieux Hétérogènes

L'anisotropie ou l'hétérogénéité d'un milieu poreux affecte le coefficient de perméabilité.

Pour étudier les écoulements dans les milieux anisotropes dans les milieux hétérogènes (ou stratifiés), on transforme mathématiquement ces derniers en milieux "isotropes-homogènes". Puis, on applique toutes les théories exposées dans les paragraphes précédents pour le traçage des réseaux d'écoulement et pour le calcul du débit. On retransforme ensuite le réseau dans le milieu isotrope et hétérogène pour l'étude des pressions et de la stabilité de l'ouvrage.

3.2.a) Milieux Anisotropes

Un milieu est anisotrope lorsque la perméabilité en un point change suivant la direction.

En pratique, les milieux poreux formés par sédimentation accompagnée d'un tassement, d'un compactage ou d'une consolidation, ont un coefficient de perméabilité horizontal (K_H) plus élevé que le coefficient de perméabilité vertical (K_V). Cette situation se retrouve fréquemment dans tous les remblais (barrages en terre, digues et batardeaux) que l'on construit toujours par couches successives.

L'anisotropie affecte beaucoup l'écoulement, elle modifie sensiblement la position de la ligne de saturation dans un remblai.

Pour tenir compte de l'anisotropie, on transforme le plan réel (x, y) en un plan fictif (x', y') tel que :

$$\left. \begin{aligned} x' &= \sqrt{\frac{K_y}{K_x}} x \\ y' &= y \end{aligned} \right\} \quad (3.35)$$

On doit remarquer ici que le plan (x, y) correspondant aux axes principaux suivant lesquels on trouve la perméabilité maximale et minimale. Généralement, ces axes principaux correspondent au plan horizontal et vertical.

La figure 3.38, montre comment l'anisotropie du terrain modifie le réseau d'écoulement sous un barrage imperméable.

On a,
$$k_h = 9 k_v$$

L'échelle horizontale est réduite dans le rapport :

$$\sqrt{\frac{k_v}{k_h}} = \frac{1}{3}$$

et l'on a construit un réseau normal (b). Le réseau correspondant peut être obtenu dans le plan non distordu (a). Nous verrons dans le prochain paragraphe que le coefficient K pour les calculs des débits est :

$$K_K = \sqrt{k_h k_v} = 3 k_v$$

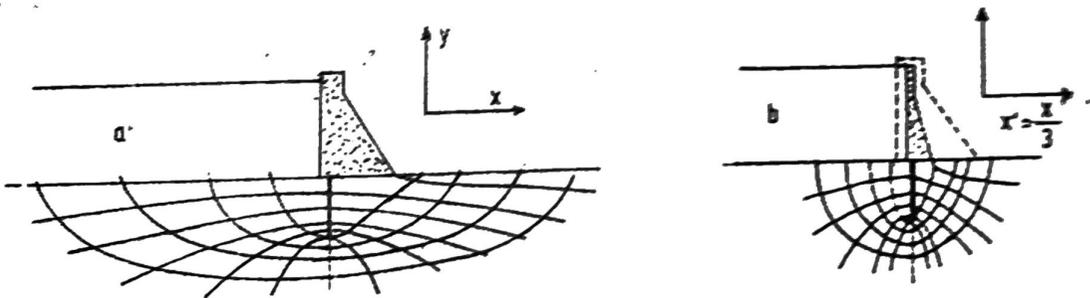


Fig. 3.38. Réseau d'écoulement dans un milieu poreux anisotrope

Il arrive cependant des cas où les axes principaux soient inclinés (figure 3.39).

Pour obtenir la section transformée, il faut multiplier par le facteur $\sqrt{k_2/k_1} = 1/2$, toutes les longueurs qui sont parallèles au grand axe de perméabilité, c'est-à-dire l'axe 1-1.

Toutes les longueurs parallèles à l'axe 1-1 sont donc réduites de 1/2.

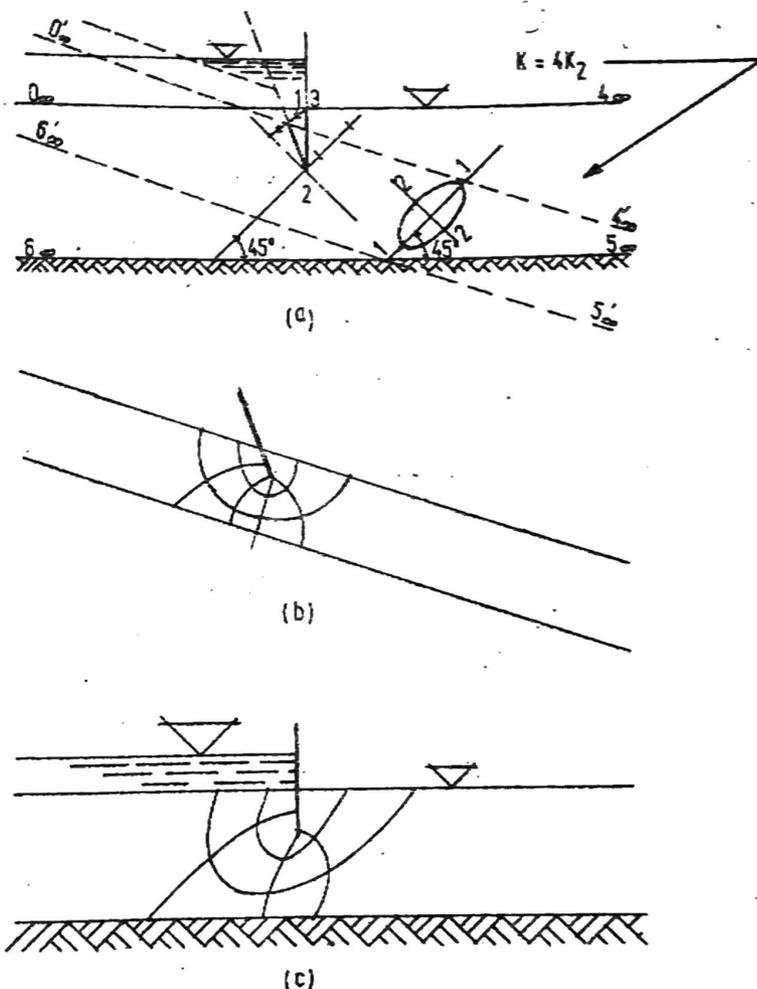


Fig. 3.39. Réseau d'écoulement en milieu stratifié : a) distribution d'équipotentiels dans le milieu réel, b) réseau quadratique dans le milieu fictif et c) réseau déformé dans le milieu réel.

Dans un milieu anisotrope, le débit est également donné par la relation 3.34 dans laquelle le coefficient K est remplacé par un coefficient de perméabilité équivalent (K_e) :

$$q = K_e H \frac{N_f}{N_e} \quad (3.36)$$

dans laquelle :

$$K_e = \sqrt{K_x K_y}$$

3.2.b) Milieus Hétérogènes

Un milieu est hétérogène quand il est formé d'une superposition de deux ou de plusieurs couches ayant des perméabilités différentes.

a) Effets liquides perpendiculaires à la stratification :

La figure 3.40.a, montre un écoulement perpendiculaire à la stratification.

Soit K_1, K_2, \dots, K_n les coefficients de perméabilités et d_1, d_2, \dots, d_n les épaisseurs respectives de chaque couche. Le principe de continuité veut que la vitesse de décharge soit la même à la traversée des différentes couches. On a :

$$v = K_{mv} i = K_{1v} i_1 = K_{2v} i_2 = \dots = K_{nv} i_n \quad (3.37)$$

$$\text{où : } i = \frac{h}{d} = \frac{h_1 + h_2 + \dots + h_n}{d_1 + d_2 + \dots + d_n} \quad \text{: gradient hydraulique}$$

h_1 : Perte de charge dans chaque couche

d : Epaisseur totale des couches ($d = \sum_{i=1}^n d_i$)

On trouve enfin :

$$K_{mv} = \frac{d}{\sum_{i=1}^n d_i / K_{1v}}$$

b) Filets liquides parallèles à la stratification

Ce cas est illustré à la figure 3.40.b. Le débit est donné par :

$$q = \sum_{i=1}^n K_{1h} d_i \frac{H_1 - H_2}{L} \quad (3.39)$$

où : $H_1 - H_2$: perte de charge de l'écoulement entre les sections H_1 et H_2 , sur la longueur L .

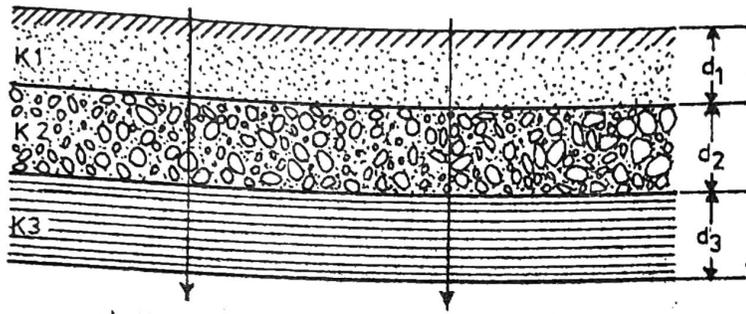
La vitesse moyenne est égale à :

$$v = \sum_{i=1}^n \frac{K_{1h} d_i}{d} \frac{H_1 - H_2}{L} \quad (3.40)$$

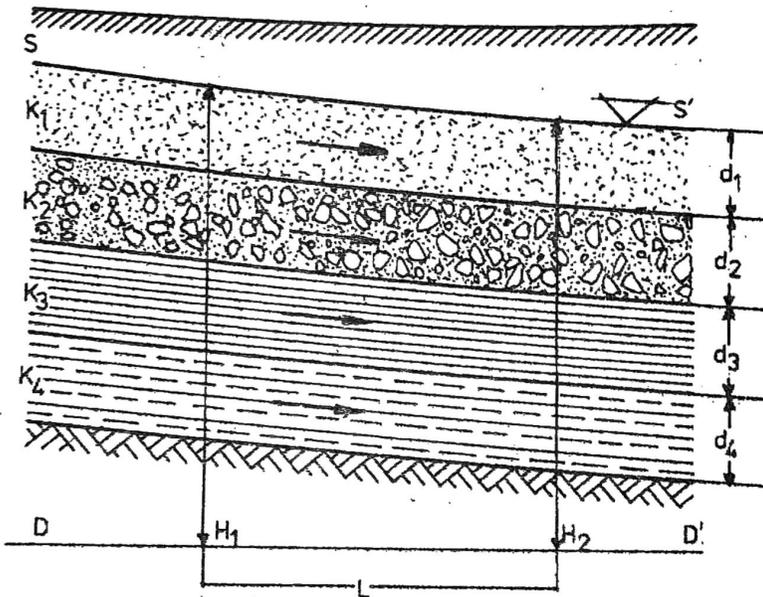
$$\text{où : } d = \sum_{i=1}^n d_i$$

Le coefficient de perméabilité équivalent est égal à :

$$K_{mh} = \sum_{i=1}^n \frac{K_{1h} d_i}{d} \quad (3.41)$$



a) filets liquides perpendiculaires a la stratification

b) filets liquides parallèles aux couches SS' surface piezométriques

c) filets liquides obliques aux couches

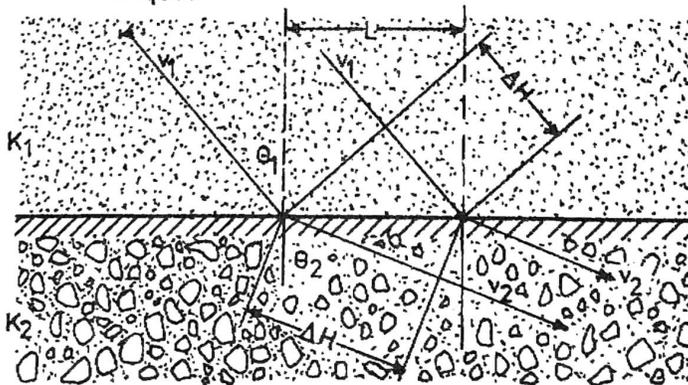


Fig. 3.40. Direction de l'écoulement par rapport à la disposition d'un milieu poreux multicouches.

c) Filets liquides obliques aux couches

On enregistre ici le phénomène de réfraction analogue à celui que l'on observe en optique pour la propagation des rayons lumineux dans deux milieux d'indices de réfraction différents (figure 3.40.c et figure 3.41).

On démontre dans ce cas que :

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\operatorname{tg} \theta_1}{\operatorname{tg} \theta_2} \quad (3.42.a)$$

$$\frac{c}{a} = \frac{K_1}{K_2} \quad (3.42.b)$$

La relation 3.42.b, permet de tracer le réseau d'écoulement.

Trois exemples d'écoulements en milieu stratifié sont montrés à la figure 3.42.

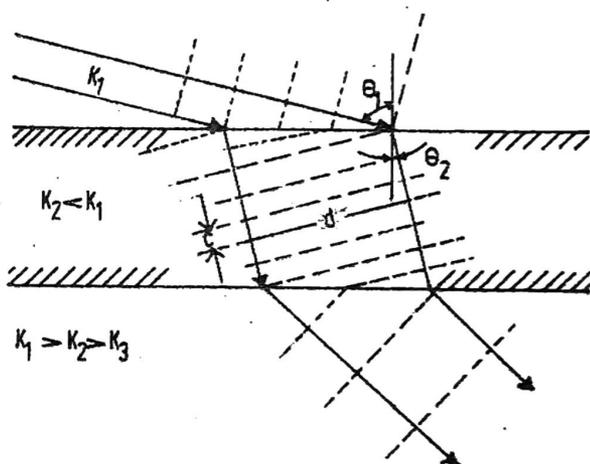
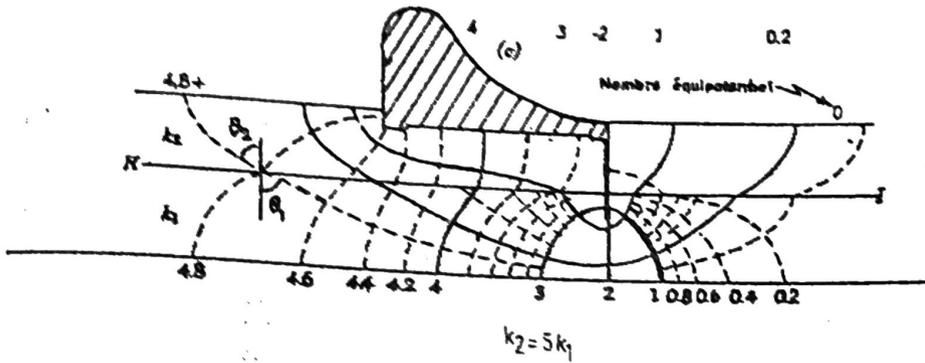


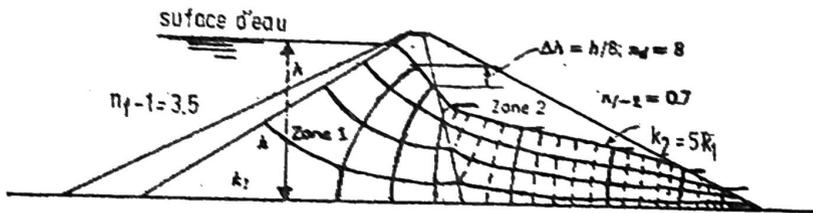
Fig. 3.41. Écoulement plan dans un milieu stratifié

Exemples de réseaux en milieux stratifiés

a) Ecoulement confiné....



b) Ecoulement à surface libre



c) Ecoulement combiné

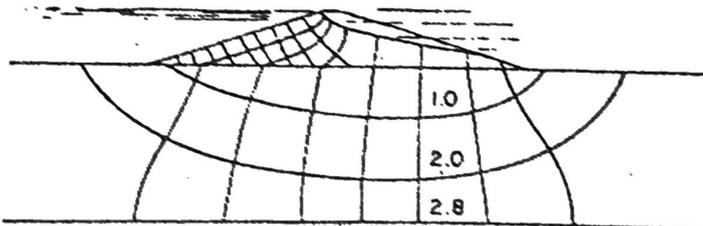


Fig. 3.42. Exemples d'écoulement en milieux poreux stratifiés.

ÉCOULEMENTS A SURFACE LIBRE

Ce sont des écoulements dont la ligne supérieure de saturation est à la pression atmosphérique.

4.1 Substratum Imperméable Horizontal

"Solution de Dupuit" - - - Hypothèses de base :

- Lignes de courant sont parallèles au substratum horizontal et les équipotentiels sont verticales.
- Le gradient hydraulique est égal à la pente de la surface libre et invariable suivant la profondeur.

Ces hypothèses sont paradoxales, mais donnent des résultats proches de la réalité. Dupuit a démontré alors que pour un écoulement bidimensionnel, on a les relations suivantes (Fig. 4.1).

$$h = \sqrt{h_1^2 - (h_1^2 - h_2^2) \frac{x}{L}} \quad (4.1)$$

$$q = K \frac{(h_1^2 - h_2^2)}{2L} \quad (4.2)$$

$$u = K \frac{(h_1^2 - h_2^2)}{L} \quad (4.3)$$

$$v = \frac{q}{h^2} \quad (4.4)$$

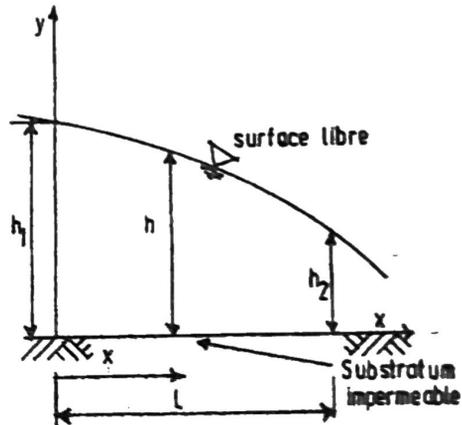


Fig. 4.1 Écoulement dans un milieu poreux à surface libre limité par un substratum imperméable.

Exemple 1 :

Deux piézomètres distants de 2.500 m.

$$h_1 = 226 \text{ m et } h_2 = 215 \text{ m; } v_w = 2 \times 10^{-2} \text{ m/s.}$$

D'après l'équation 4.2, on trouve $q = 0.019 \text{ m}^3/\text{s} \times \bar{m}$.

Exemple 2 :

Nappe indéfinie (courbe parabolique), figure 4.2

$$K = 2.5 \times 10 \text{ m/s}$$

$$h_1 = 14 \text{ m}$$

$$h_2 = 12 \text{ m}$$

$$L = 400 \text{ m}$$

$$q = 0.0016 \text{ m}^3/\text{s} \times \bar{m}$$

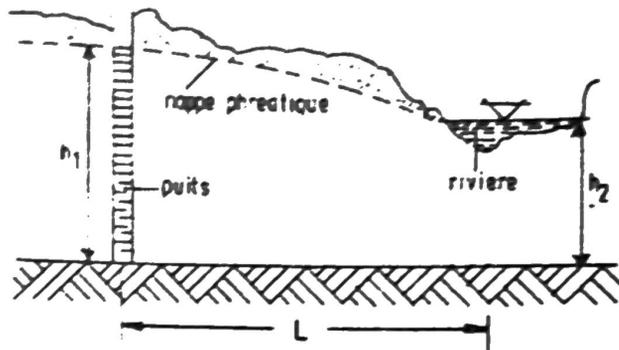


Fig. 4.2 Ecoulement dans un milieu poreux, un puits et une rivière.

Dans les cas où il y a une infiltration constante (précipitation) ou une évaporation constante, on a les relations suivantes :

- Surface libre

$$h = \sqrt{h_1^2 - \frac{(h_1^2 - h_2^2)}{L} x + \frac{e(L-x)}{K} x} \quad (4.5)$$

e = Positif si c'est une infiltration; négatif si c'est une évaporation. Il a les unités d'une vitesse (L/T)

- Le débit :

$$\frac{q_x}{x} = K \frac{(h_1^2 - h_2^2)}{2L} - e \left(\frac{L}{2} - x \right) \quad (4.6)$$

- Point d'élévation maximum :

$$a = \frac{L}{2} - \frac{K}{e} \frac{(h_1^2 - h_2^2)}{2L} \quad (4.7)$$

- L'élévation maximum du plan d'eau est à $(x = a)$ dans la relation 4-5.

Les solutions de Dupuit peuvent être utilisées pour calculer entre autres, les profondeurs de rabattement de la nappe phréatique au moyen des drains. Il faut cependant tenir compte de la remontée capillaire. Le profil donné par h est appelé "Parabole de Dupuit".

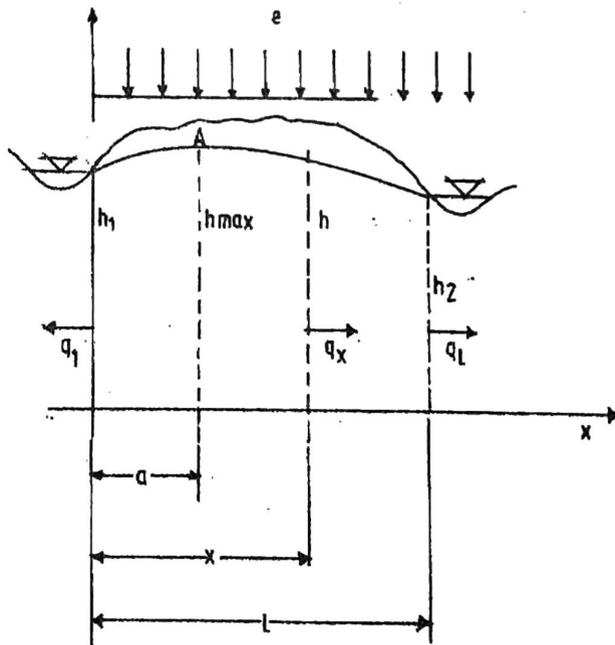


Fig. 4.3 Rabattement de la nappe par l'effet de deux drains.

4.2 Substratum Imperméable Incliné

"Solution de Pavlovsky - 1930"

Si I est la pente de substratum, la solution générale de Pavlovsky est :

$$y - Ix + \frac{q}{KI} = C \text{ Exp } \frac{KIY}{q} \quad (4.8)$$

Si $C = 0$, on a un écoulement uniforme où $i = I = \frac{H}{L}$;

Alors, le débit est :

$$q = -K.I.h_0 \quad (4.9)$$

où : $h_0 = y - Ix$: "Profondeur normale" de l'écoulement.

Dans ce cas, h_0 est parallèle au radier, donc constant (courbe D, figure 4.4.a).

Si $C \neq 0$, on a un écoulement non uniforme dont les trois principales formes sont montrées aux figures 4.4.b, c et d.

Le calcul du profil de ces courbes qui rappelle un peu le calcul des courbes de remous ne sera pas présenté dans ce cours. Pour calculer le débit de fuite pour $I > 0$, on utilise la relation 4-9-a dans laquelle la hauteur normale (h_0) doit être calculée par les relations suivantes :

- Courbe montante : $I > 0$; $h_2 > h_1$ (Fig. 4.4.b)

$$(h_2 - h_0) - (h_1 - h_0) (\text{Exp. } J)^{1/h_0} = 0 \quad (4.9.6)$$

$$J = IL + h_1 - h_2$$

Courbe tombante : $I > 0$; $h_2 < h_1$ (Fig. 4.4.c)

$$(h_0 - h_2) - (h_0 - h_1) \text{Exp.} J^{1/h_0} = 0 \quad (4.9.c)$$

$$J = IL + h_1 - h_2$$

Pente adverse : $I < 0$ (Fig. 4.4.d)

$$q = KI h_0$$

$$(h_2 + h_0) - (h_1 + h_0) (\text{Exp.} J')^{1/h_0} = 0 \quad (4.9.d)$$

$$J' = IL + h_2 - h_1$$

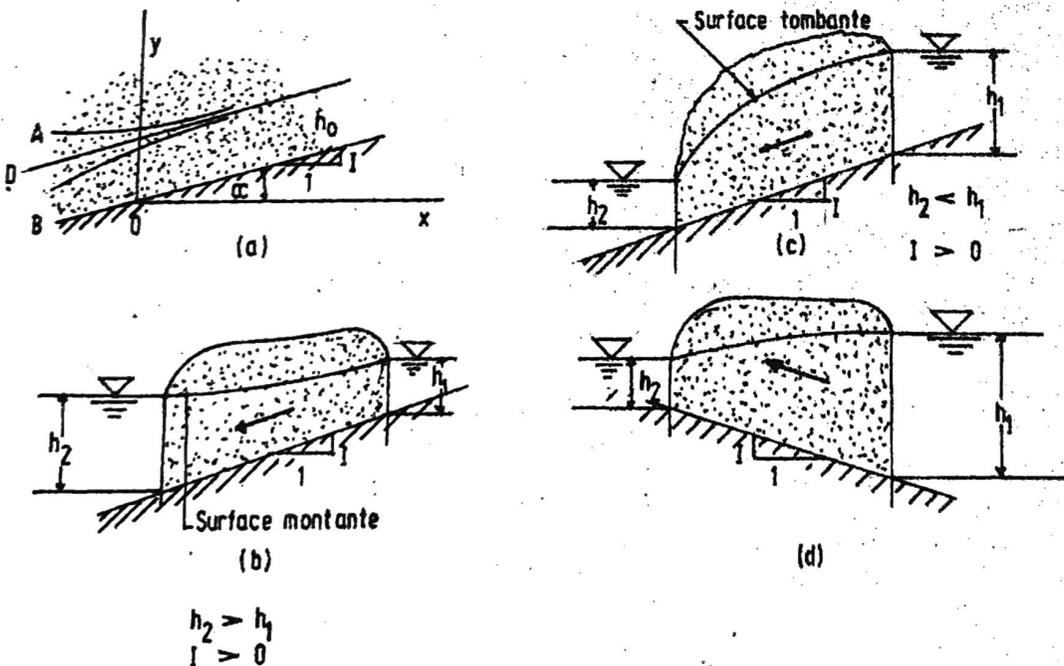


Fig. 4.4 Allure de la surface libre de l'écoulement dans un milieu poreux sur un substratum imperméable incliné.

4.3 Écoulement dans un remblai sur une fondation horizontale impénétrable. "Surface de suintement"

4.3.) Solution de "Dupuit"

Les solutions de Dupuit, équations 4-1 à 4-4 pourraient servir à résoudre ce problème en calculant la "parabole de Dupuit". Malheureusement, dans le cas des barrages, ces solutions ne sont pas satisfaisantes car, dans la pratique, on observe une "surface de suintement" en aval du barrage, c'est-à-dire, une surface de résurgence située au-dessus du plan d'eau aval.

4.3.) Solution de "Schaffernak et Van Iterson"

Cette solution (Fig. 4.5) se présente sous la forme :

$$q = K a \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha$$

où :

$$a = \frac{d}{\cos \alpha} - \sqrt{\frac{d^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{h^2}{\sin^2 \alpha}}$$

a = Longueur de la surface de suintement

α = angle du parement aval du barrage.

La parabole D_0B sur la figure 4.5, est donnée par la relation de Dupuit (équation 4-1) Le point D_0 , d'où part la parabole a été recommandé par Casagrande.

La solution de Schaffernak et V. Iterson est valable lorsque l'angle α est petit, c'est-à-dire, inférieur à 30° ($\alpha < 30^\circ$).

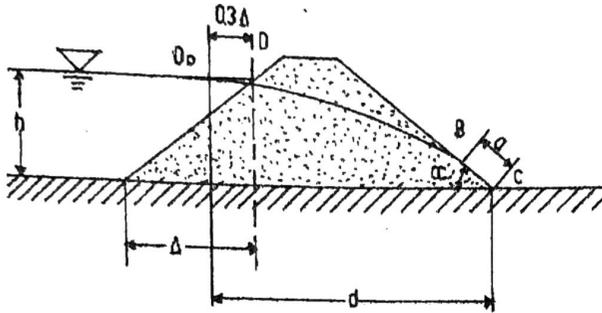


Fig. 4.5 Ecoulement à travers d'un barrage en terre reposant sur un substratum imperméable.

4.3) Solution de "L. Casagrande", Fig. 4.6)

Lorsque $30^\circ < \alpha < 60^\circ$, L. Casagrande a modifié la solution précédente et propose les relations suivantes :

$$q = K a \sin^2 \alpha$$

$$a = S - \sqrt{S^2 - \frac{h^2}{\sin^2 \alpha}} \quad (4.11)$$

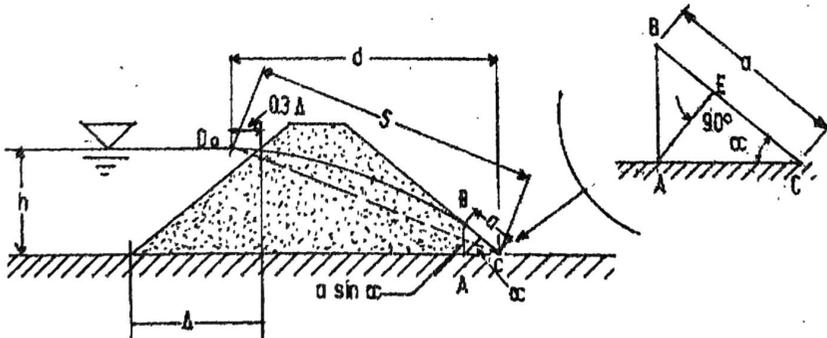


Fig. 4.6 Schéma pour la solution de Casagrande.

4.3.) Solution de "Gilboy" (1933)

Gilboy a présenté une solution complète qui évite toute approximation. Le graphique de la figure 4.7, permet de calculer (m) qui est en quelque sorte le facteur de forme.

$$q = K h m$$

$$a = \frac{m h}{\sin^2 \alpha} \tag{4.12}$$

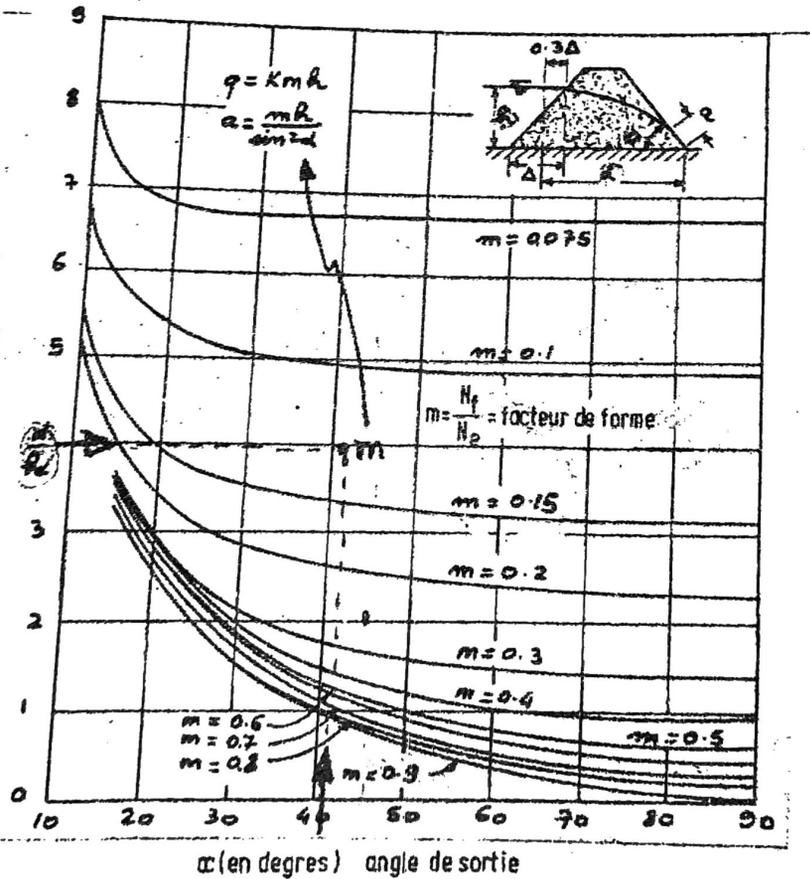


Fig. 4.7 Abaque pour la solution de Gilboy

4.4.e) Solution de "Kozeny pour tapis filtrants

La solution de Kozeny qui tient compte de l'influence du tapis filtrant ne fait pas appel aux hypothèses de Dupuit. Les surfaces de suintement tel que présentées aux paragraphes précédents sont indésirables dans les barrages en terre; car, elles sont la cause d'érosion qui peut endommager le barrage.

Pour éliminer la surface de suintement, on insère un filtre au pied du parement aval du barrage. Les figures 4.8 montrent quelques types de filtres les plus utilisés, sauf le filtre horizontal qui est rarement employé dans la pratique. C'est grâce à ces filtres que la ligne de saturation (surface libre) reste à l'intérieur du remblai. Le problème est donc de tracer cette surface libre telle que modifiée et de calculer le débit de fuite.

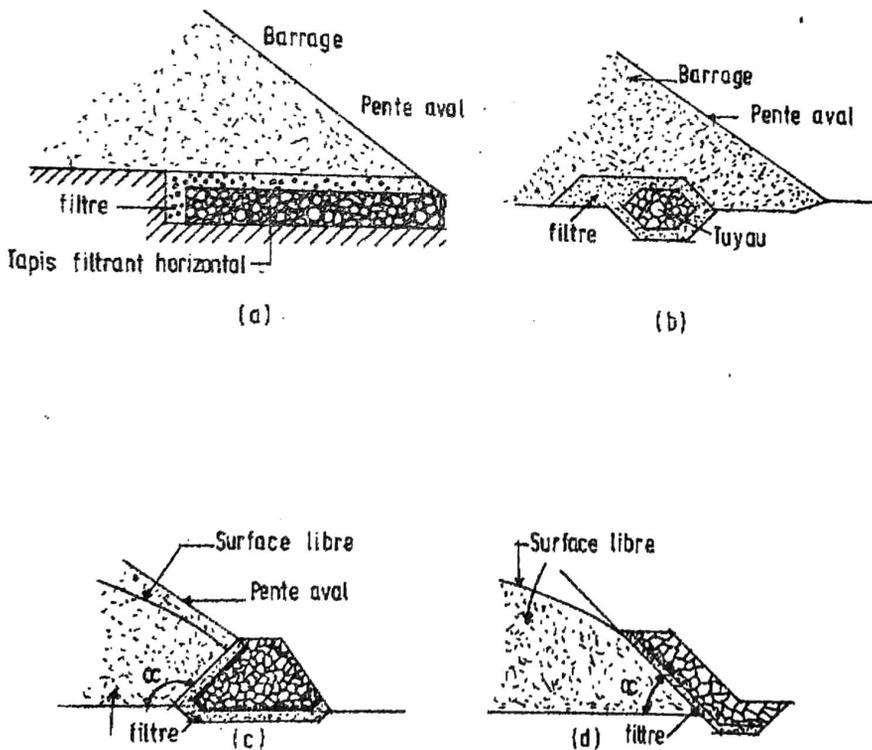


Fig. 4.8 Exemples de tapis filtrants.

a) Solution graphique pour tapis horizontal (Kozeny)

(Cette solution consiste donc à obtenir graphiquement la parabole de Kozeny. La marche à suivre est la suivante (figure 4.9).

- Déterminer le foyer (F)

- Calculer :

$$y_0 = \sqrt{d^2 + H^2} - d \quad \text{(position de la directrice par rapport au foyer)} \quad (4.13)$$

$$a_{or} = \frac{y_0}{2} \quad \text{(a critique)}$$

- Déterminer A_0 (proposé par Casagrande)

- Construire la parabole de Kozeny qui passe par les points équidistants du foyer et de la directrice, voir figure 4.9, autrement dit :

$$y_0 = FM = MM'; \quad FH = NN'; \quad FP = PP'; \quad \text{etc jusqu'à } A_0.$$

Alors Kozeny a démontré que le débit de fuite est égal à :

$$q = K y_0. \quad (4.14)$$

Connaissant ainsi la surface libre, on peut au besoin, tracer le réseau d'écoulement.

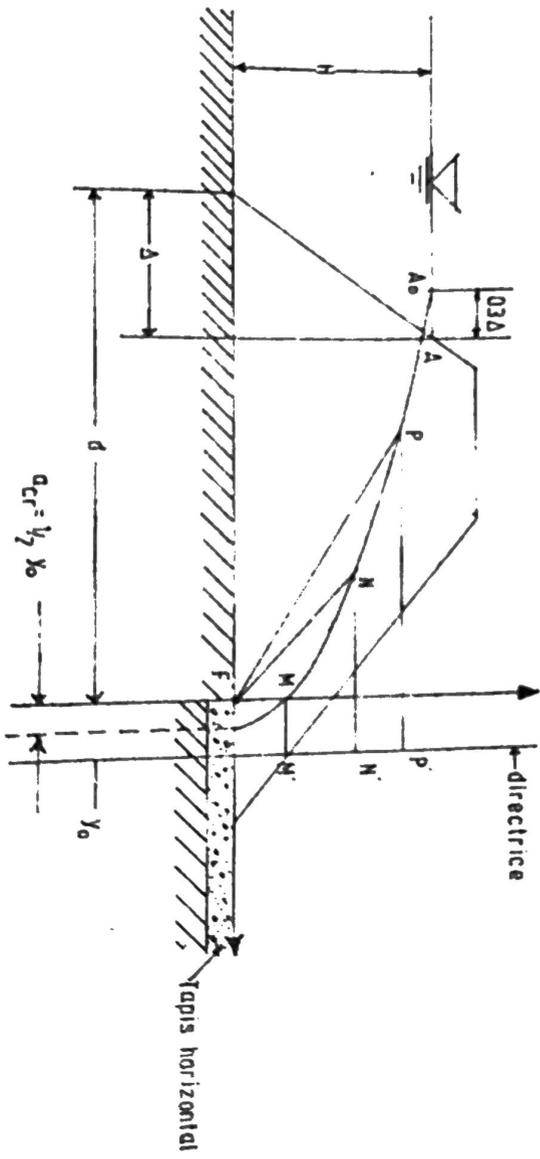


Fig. 4.9. Solution graphique pour l'écoulement à travers un barrage avec tapis filtrant horizontal.

b) Drains inclinés

On procède d'abord par la même construction que précédemment, puis on fait une légère correction qui tient compte de l'angle (α) du parement aval (figure 4.10).

Le débit peut être calculé avec suffisamment de précision par :

$$q = K \left(\sqrt{d^2 + H^2} - d \right) = K y_0 \quad (4.15)$$

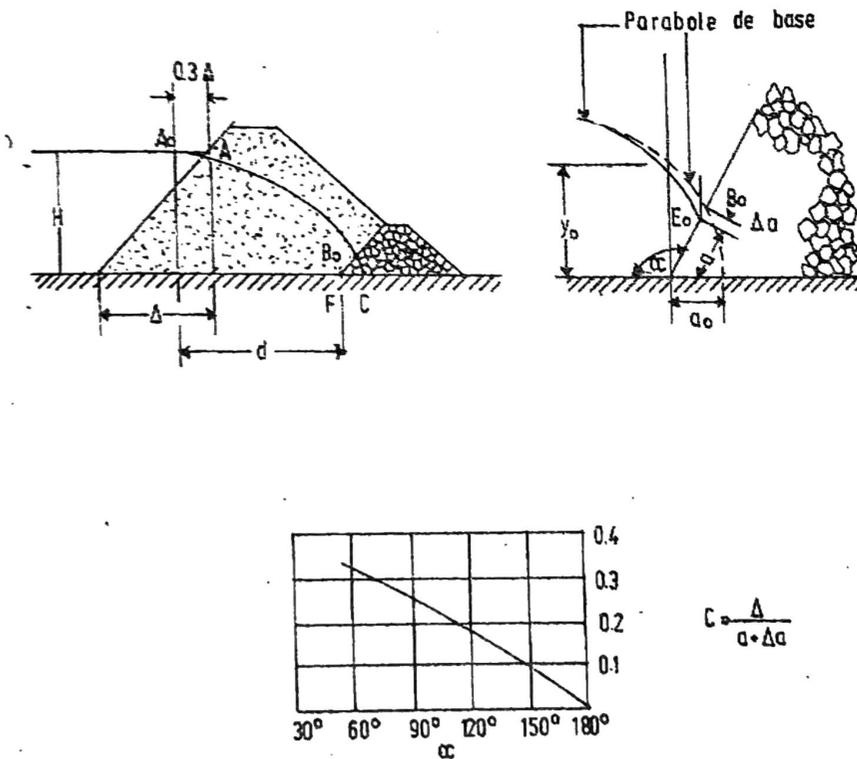


Fig. 4.10 Relation entre l'angle α et le rapport $\frac{\Delta}{a + \Delta a}$ (d'Après Casagrande)

BOULANCE (RENARD) - EROSION - EILTRES

Les chapitres précédents ont traité de l'action du squelette poreux sur l'écoulement de l'eau à travers les interstices. Cette action s'exerce suivant la loi de comportement (la loi de Darcy). Ainsi, nous avons implicitement admis que le squelette poreux ne subissait aucune modification due à l'écoulement; ce qui a permis en effet de rester dans les limites de la loi de Darcy.

En réalité, lorsqu'il s'établit un écoulement dans un milieu poreux initialement sec, ce milieu change du point de vue de la stabilité. Il y a deux facteurs qui interviennent dans ce changement :

- 1) La réduction du poids propre du squelette conformément au "Soulèvement hydrostatique d'Archimède", ce qui concourt à la réduction des forces de contact entre les grains solides; et,
- 2) La poussée hydrostatique ou "pression de courant" qui agit dans le sens de l'écoulement et qui est proportionnelle au gradient hydraulique ($\vec{i} = \text{grad } H$). Elle correspond à la force visqueuse transmise aux grains solides.

Les exemples montrant l'action de l'eau interstitielle sur le milieu poreux sont nombreux : glissement de terrains saturés par les fortes pluies, les renards, l'érosion des talus, l'affaissement des barrages en terres, etc...

5.1 Phénomènes de Boulance ou de Renard

La boulance est une conséquence des effets combinés du "soulèvement hydrostatique d'Archimède" et de la "pression de courant", c'est-à-dire, de la saturation et de l'écoulement.

L'origine du mot boullance se rapporte à l'idée erronée que les renards se produisent seulement dans certains sables connus sous le nom de "sables boullants". En réalité, la boullance peut survenir dans n'importe quel type de sables; il suffit d'y provoquer un gradient hydraulique générant un écoulement capable de soulever et d'entraîner les matériaux. Ces conditions critiques surviennent surtout dans la partie aval d'une palplanche (fouille ou batardeau) et d'un parafouille de barrage. Si l'on considère l'écoulement sous le seuil (Fig. 5.1), on remarquera que dans la zone située en aval du parafouille, soit ABCD, l'écoulement est vertical ascendant. Le volume ABCD, de par le simple fait de baigner dans l'eau, car il est saturé, subit déjà, sans considérer l'écoulement, le soulèvement hydrostatique d'Archimède. A cause maintenant de l'écoulement vertical ascendant, il s'ajoute alors un deuxième soulèvement qui est hydrodynamique, c'est-à-dire la pression du courant.

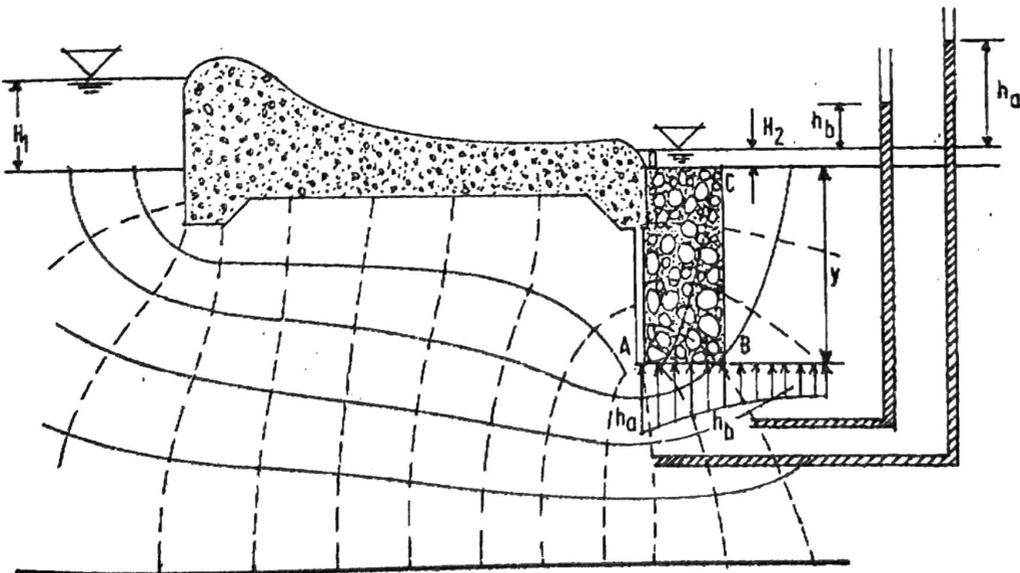


Fig. 5.1. Écoulement au dessus d'un barrage pourvu d'une palplanche.

Etudions maintenant les forces qui agissent sur cet élément de volume ABCD en terme des poids volumiques :

- 1) Poids volumique de l'eau = γ_w
- 2) Poids volumique des grains de sol = γ_g
- 3) Poids volumique de l'élément de sol sec (Squelette) non submergé = $\gamma_g (1 - n)$
- 4) Poids volumique de l'eau interstitielle située dans les interstices de l'élément de sol saturé = $\gamma_w n$
- 5) Poids volumique de l'élément de sol saturé d'eau =
squelette - eau interstitielle =

$$\gamma_s = \gamma_w n + \gamma_g (1 - n) \quad (5.1)$$

- 6) Poids volumique de l'élément saturé et submergé dans l'eau, c'est-à-dire, le complexe "squelette + eau interstitielle" plongé dans l'eau et subissant le soulèvement d'Archimède :

$$\gamma' = \gamma_s - \gamma_w = (1 - n) (\gamma_g - \gamma_w) \quad (5.2)$$

C'est le poids réel de l'élément de volume ABCD qui est dû à la pesanteur mais déjaugée. Il est la principale composante stabilisatrice de l'élément.

- 7) Pression de courant sur l'élément dû au mouvement ascendant de l'eau :

$$\vec{\gamma} = \gamma_w \vec{i} = \gamma_w \overrightarrow{\text{grad} H} \quad (5.3)$$

\vec{i} étant le gradient hydraulique qui est nul s'il n'y a pas d'écoulement. $\vec{\gamma}$ est la composante des forces destabilisatrices de l'élément.

Dans notre élément de référence (ABCD) de la figure 5.1, la pression de courant ($\vec{\gamma}$) s'exerce dans le sens opposé du poids déjaugé de l'élément ($\vec{\gamma}'$). Si on augmente progressivement le gradient hydraulique (\vec{i}), on atteint alors une valeur critique (\vec{i}_{cr}) où la pression de courant devient égale au poids déjaugé de l'élément, on a alors :

$$\vec{\gamma}_{cr} = \gamma_{\omega} \vec{i}_{cr} = \gamma' = (1-n) (\gamma_g - \gamma_{\omega})$$

$$\text{soit : } \vec{i}_{cr} = (1-n) (G-1) \quad (5.4)$$

dans laquelle : $G = \frac{\gamma_g}{\gamma_{\omega}}$: densité des grains solides
($G = 2.65$ pour les sables)

Pour les sables dont la porosité varie entre 26% et 48%, on a :

$$\begin{aligned} 26\% &\leq n \leq 48\% \\ 1.22 &\geq \vec{i}_{cr} \geq 0.86 \end{aligned} \quad (5.5)$$

a) Facteur de sécurité

Si nous reconsidérons encore l'élément de référence (ABCD) de la figure 5.1, on a :

- La charge hydraulique moyenne qui agit sur la face AB, est égale à :

$$\frac{1}{2} (h_a + h_b) \quad (5.6)$$

Terzaghi recommande de prendre $\overline{AB} = \frac{y}{2}$

- Le gradient moyen à travers l'élément est égal à :

$$\vec{i} = \frac{1}{2} \left(\frac{h_a + h_b}{y} \right) \quad (5.6)$$

- Le facteur de sécurité est par définition égal au rapport :

$$F_s = \frac{\vec{i}_{cr}}{\vec{i}} \quad (5.7)$$

On requiert en pratique un facteur de sécurité d'au moins 3, soit :

$$\vec{i} \leq \frac{1}{3} \vec{i}_{cr} \quad (5.8)$$

c'est-à-dire que le gradient réel d'opération du seuil doit être inférieur au tiers du gradient critique.

b) Protection contre la boulangerie

b.1) Surcharge contre le renard

Dans le cas où l'on ne peut pas réduire le gradient (\vec{i}) pour obtenir le facteur de sécurité désiré, on procède alors par une surcharge de l'élément ABCD, sur la face supérieure CD en y déposant des matériaux lourds qui augmentent le poids de l'élément. Ces matériaux de surcharge doivent être plus poreux que l'élément ABCD pour l'évacuation de l'eau; mais, assez filtrants pour empêcher l'entraînement des matériaux fins qui constituent l'élément ABCD. L'épaisseur des matériaux de surcharge doit être égale ou supérieure à :

$$\varepsilon = \frac{1}{4} \frac{\gamma_w}{\gamma'} (h_a + h_b) F_s \quad (5.9)$$

b.ii) Profondeur d'enfoncement d'une palplanche
(Fouille et Batardeau)

Le diagramme de la figure 5.2 permet de déterminer la profondeur d'enfoncement d'une palplanche, utilisée comme fouille ou comme batardeau, qui évite la condition de renard, d'après Mandel. Les exemples ci-après, donnent la marche à suivre.

Remarque : Les charges sont en fonction du système métrique, $\gamma_w = 1$
aussi $d_2 =$ poids spécifique de la terre saturée $\frac{\gamma_s}{\gamma_w}$

Exemple : Rechercher (Profondeur b ou z)

1) Fouille en terrain pulvérulent :

$$C = 0 \quad \sigma_c \text{ ou } H = 0 \quad \psi = 30^\circ$$

Soit, $d_2 = 2$ et d_1 pris égal à d_2 (plus sécuritaire)

$$h = \frac{G}{2} \quad B = G \quad P_0 = 0$$

On a, $S_2 = e^{\pi \tan \psi} \tan^2(\pi/4 + \psi/2) = 18.4$

$$\boxed{p = \gamma_s G} = 2 \gamma_s h, \text{ où } \frac{\gamma_s}{\gamma_w} = d_2 = 2$$

$$p = 4 \gamma_w h$$

$$z_1 = \frac{1}{(2-1)h} \left[\frac{4 \gamma_w h}{18.4-1} - 0 \right] = \frac{4 \gamma_w}{17.4} = 0.23 \quad (\gamma_w = 1)$$

$$z_2 = \frac{1}{2-1} = 1$$

$$z_3 = \frac{B}{h} = 2$$

$$z_4 = \frac{b}{h} = 0.645$$

On trouve : $z_4 = \frac{b}{h} = 0.645$ où $b = 0.323 G$

En prenant $d_1 = 1.6$ au lieu de $d_1 = d_2 = 2$, on aurait obtenu :

$$p = 3.6 \gamma_w h \text{ et } z_1 = \frac{1}{h} \left(\frac{3.6}{17.4} \right) = 0.207$$

Puis $\frac{b}{h} = 0.62$, valeur peu différente de la précédente.

Exemple 2 : Batardeau en terrain pulvérulent

$$c = 0 \quad \sigma_c = 0 \quad \varphi = 36^\circ$$

$$\text{Soit aussi : } d_2 = 2.2 \quad h = 0.4 G \quad B = 0.5 G$$

$$\text{On a : } S_2 = 37.75 \quad \gamma_s = d_2 \gamma_w$$

$$p = \gamma_w(2.5 h - h) + 2.2 \gamma_w h = 3.7 \gamma_w h$$

$$z_1 = \frac{1}{2.2-1} \left[\frac{3.7}{36.5} \right] = 0.084$$

$$\text{Batardeau: } z_2 = \frac{2.5 h}{1.2 h} = 2.083$$

$$z_3 = \frac{0.5 G}{0.4 G} = 1.25$$

$$\text{L'abaque donne : } z_4 = 1.03$$

$$\text{D'où } b = 1.04 h = 0.416 G$$

LEGENDE

Unités tonne-force, mètre

$$z_1 = \frac{1}{(d_2 - 1)h} \left[\frac{P}{s_2 - 1} - H \right]$$

$$z_2 = \begin{cases} \frac{1}{d_2 - 1} & \text{fouilles} \\ \frac{G}{(d_2 - 1)h} & \text{batardeaux} \end{cases}$$

$$z_3 = \frac{b}{h}$$

$$z_4 = \frac{b}{h}$$

d_2 : densité de la terre saturée $\frac{\gamma_s}{\gamma_w}$

P : pression totale au niveau du fond de la fouille

$$s_2 = e^{\gamma \tan \phi} \gamma^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right)$$

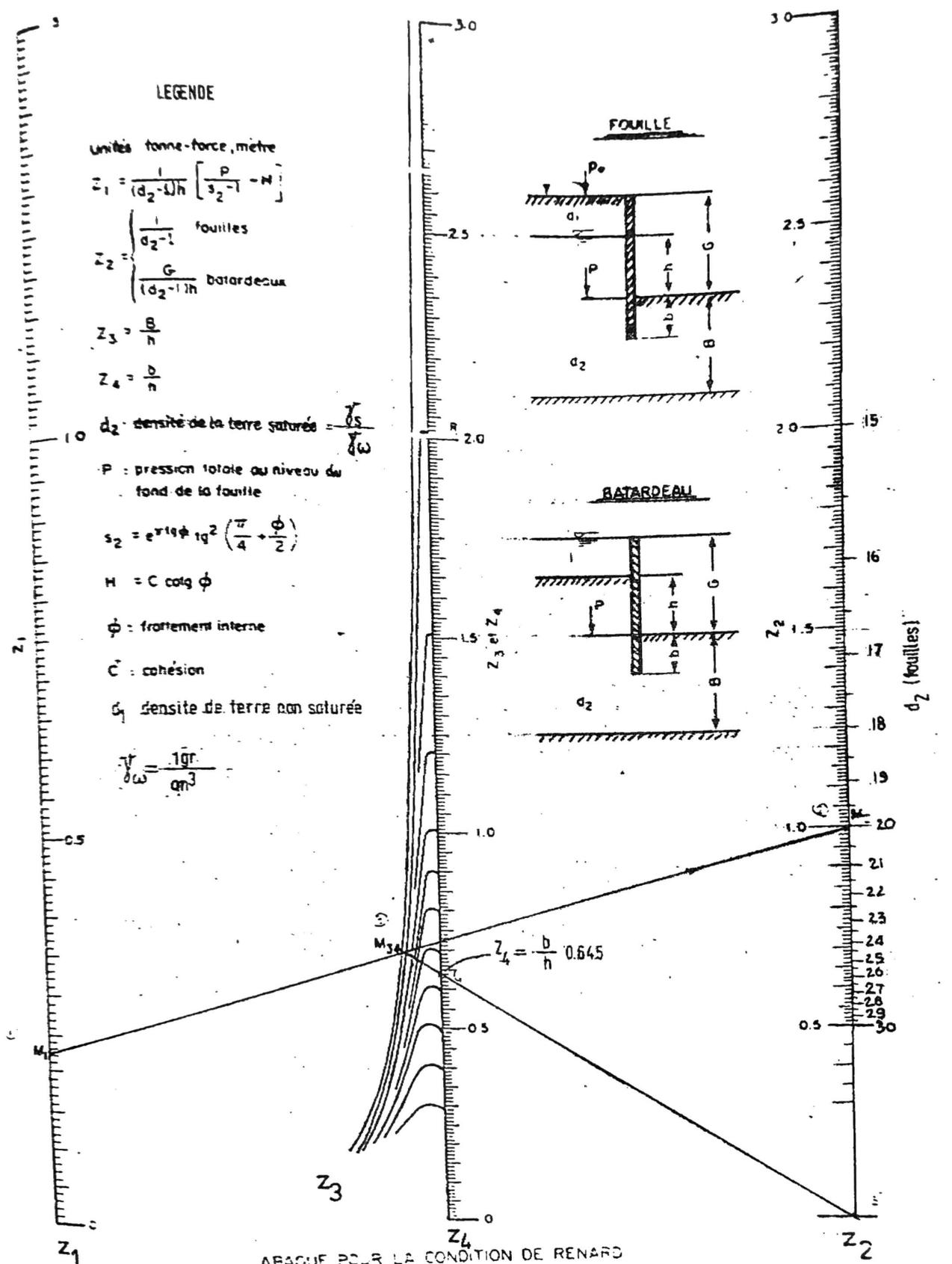
$$H = C \cot \phi$$

ϕ : frottement interne

C : cohésion

γ : densité de terre non saturée

$$\frac{\gamma}{\gamma_w} = \frac{1gr}{\text{cm}^3}$$



ABACQUE POUR LA CONDITION DE RENARD

b.iii) Abaissement du gradient hydraulique
"Conditions de Lane"

Il y a donc deux façons de prévenir les renards, soit : de mettre des filtres pour retenir les particules susceptibles d'être emportées; soit de réduire le gradient hydraulique en augmentant le cheminement des eaux (tapis ou écrans). Les conditions de Lane concernent donc ce deuxième procédé.

Lane considère que le trajet vertical (t), figure 5.3, provoque une perte de charge trois fois plus importante que le trajet horizontal (L) de même longueur. Il calcule donc le cheminement pondéré ($\frac{1}{3} L + \sum t$) qui doit être au moins égal à :

$$\frac{1}{3} L + \sum t = C_{\omega} H \quad (5.10)$$

où : H : Différence de charge amont et aval

C_{ω} : Coefficient empirique appelé "coefficient de cheminement pondéré de Lane"

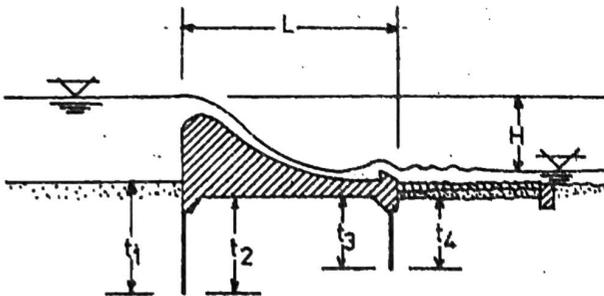


Fig. 5.3 Ecoulement au dessous d'un barrage pourvu des palplanches. Application de la méthode de Lane.

Pour un ouvrage donné il donc possible de calculer le coefficient C_w :

$$C_w = \frac{1/3 L + \sum e}{H}$$

D'après Lane, la valeur de C_w doit être supérieure aux valeurs données au Tableau 5.1. Lane a dressé ce tableau à partir des observations de 280 barrages et procure une très grande sécurité.

Tableau 5.1. Valeurs de Coefficient C_w de Lane

<u>Matériaux</u>	<u>C_w</u>
Sable très fin	8.5
Sable fin	7
Sable	6
Gros sable	5
Gravier fin	4
Gravier	3.5
Gravier et sable	3.5
Gros gravier, galets	3
Gros galets, graviers et sable	2.5
Marne	3
Argile	2
Argile compacte	1.8
Argile très compacte	1.6

5.2 Phénomène d'Erosion

L'érosion peut être interne ou externe et est causée soit par un gradient local important, soit lorsque l'eau ressort sur une surface inclinée, où sa vitesse, si faible soit elle, entraîne les particules une par une.

a) Erosion des talus

La figure 5.4, présente le réseau d'écoulement au pied d'un talus (point de résurgence de l'eau ou surface de suintement).

On démontre (M. Frenette 1971), que la composante normale de vitesse V_n varie suivant la courbe C_1 et tendrait théoriquement vers l'infini au point B.

Le pied des talus où il y a résurgence est un point sensible et dangeureuse pour l'érosion.

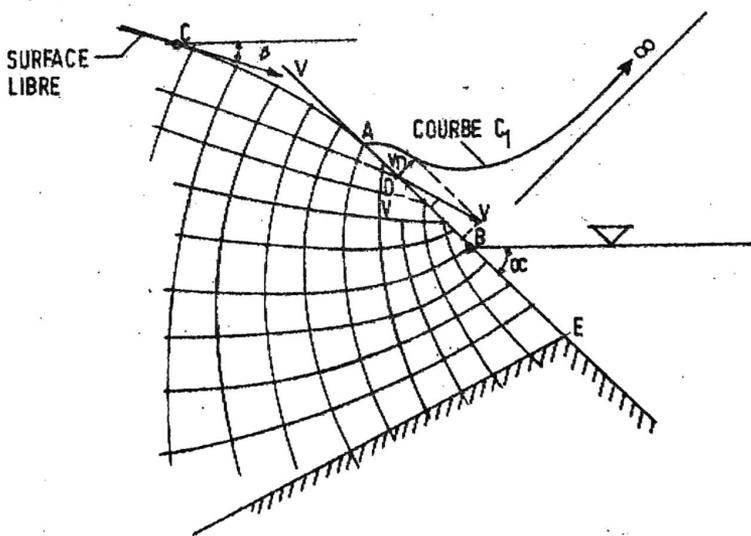


Fig. 5.4 Réseau d'écoulement au pied d'un talus.

b) Erosion due aux écoulements internes

La destruction des barrages par renards (boulanges) est souvent brutale et si complète qu'il est impossible de reconstituer l'enchaînement des faits. L'érosion interne laisse par contre des traces et s'effectue généralement sur une longue durée; aussi, dès les premiers signes, il est possible d'intervenir et éviter ainsi le pire.

Exemples d'érosions internes : (Fig. 5.5)

- 1) Erosion dans la zone centrale du barrage (figure 5.5.a)
effet : tassement
- 2) Erosion dans l'ensemble du barrage (figure 5.5.b)
effet : augmentation de K_h et du débit de fuite d'où,
risque de glissement
- 3) Erosion au pied aval du talus (figure 5.5 et figure 5.6)
effet : glissement dû à l'érosion.

Les protections sont de deux natures :

- 1) Diminution du gradient hydraulique en augmentant la longueur du cheminement des eaux (tapis, parafouilles, etc.)
- 2) Implantation des filtres.

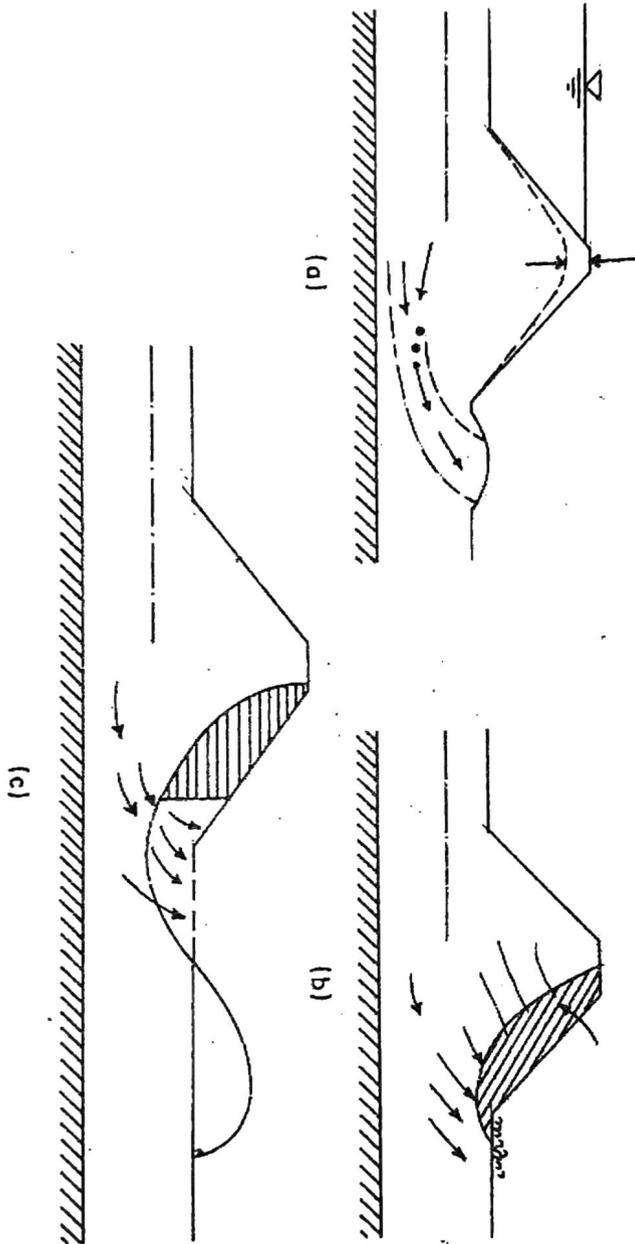


Fig. 5.5. Exemples d'érosion interne.

5.3 Les filtres

D'après la relation de Hazen, $K = Cd_{10}$, on voit que ce sont les particules les plus fines qui fixent la perméabilité d'un sol. Si ces particules sont emportées, la perméabilité augmente d'où le risque d'accident par renards ou par érosion interne.

Ainsi, quand on réalise un filtre, il faut lui donner une composition granulométrique telle que :

- 1) Les particules les plus fines du filtre, demeurent à l'intérieur même du filtre; et,
- 2) Les particules les plus fines du sol à protéger ne passent pas au travers de ce filtre.

a) Granulométrie des Filtrés

La granulométrie des filtres doit donc être très bien étudiée pour éviter un investissement inutile. Sur la figure 5.6, on a montré la façon dont les particules d_{85}^2 du sol en place colmatent le filtre et empêchent ainsi les plus fines de s'en aller.

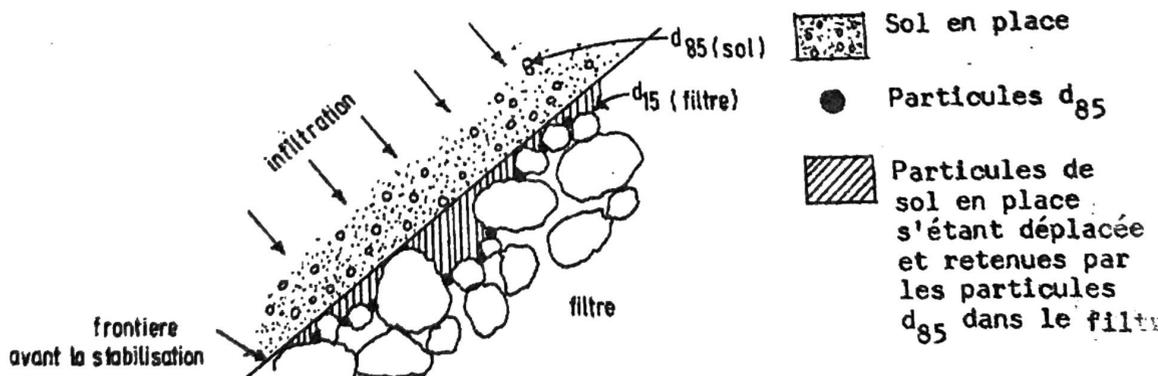


Fig. 5.6. Effet de colmatage pour empêcher l'érosion dans un filtre.

Les recherches faites sur les filtres ont conduit aux résultats suivants :

- 1) Filtres à granulométrie uniforme (étroite)

$$5 < \frac{d_{50} \text{ (filtre)}}{d_{50} \text{ (sol)}} < 10 \quad (5.11)$$

- 2) Filtres à granulométrie étalée et continue
Terzaghi et Bertram :

$$\frac{d_{15} \text{ (filtre)}}{d_{85} \text{ (sol)}} \ll 4 \text{ à } 5 < \frac{d_{15} \text{ (filtre)}}{d_{15} \text{ (sol)}} \quad (5.12)$$

Bureau of Reclamation

$$12 < \frac{d_{50} \text{ (filtre)}}{d_{50} \text{ (sol)}} < 58 \quad (5.13)$$

$$12 < \frac{d_{15} \text{ (filtre)}}{d_{15} \text{ (sol)}} < 40$$

U.S. Army :

$$\frac{d_{15} \text{ (filtre)}}{d_{85} \text{ (sol)}} \ll 5$$

$$\frac{d_{50} \text{ (filtre)}}{d_{50} \text{ (sol)}} \ll 25$$

$$\frac{d_{15} \text{ (filtre)}}{d_{15} \text{ (sol)}} \ll 20$$

3) Si on dispose des deniers dans le filtre, les grains du sol doivent avoir un diamètre (d) tel que :

$$d < \frac{d_{85} \text{ (filtre)}}{5} \tag{5.12}$$

D'après la relation 5.12 et la relation de Hazen ($K = \frac{C d_{15}^2}{\mu}$), on voit que la perméabilité du filtre sera plus de 20 fois celle du sol à protéger :

$$\frac{K \text{ (filtre)}}{K \text{ (sol)}} = \frac{C d_{15}^2 \text{ (filtre)}}{C d_{15}^2 \text{ (sol)}} = (5)^2 = 25$$

La figure 5.7 montre un exemple d'étude de la granulométrie d'un filtre de parement amont d'un barrage. La grosseur des enrochements, courbe 3, est souvent imposée par la condition de stabilité. La granulométrie du sol en place (le remblai) courbe 1 est également imposée. La question c'est donc de trouver un ou plusieurs filtres qui doivent faire la transition entre ces deux types de matériaux.

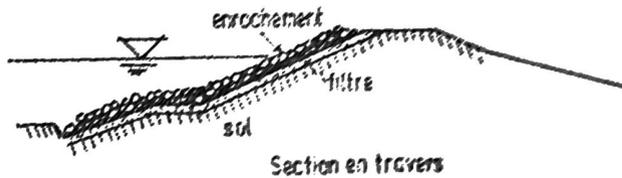


Fig. 5.7
Courbes
granulométriques

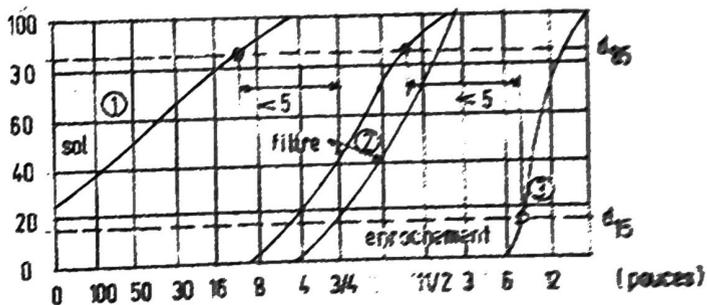


Fig. 5.7. Courbes granulométriques.

b) Épaisseur des filtres

L'épaisseur d'un filtre est fonction du rapport des perméabilités, de la charge hydraulique et de la pente du talus.

La figure 5.8 due à Terzaghi permet d'évaluer l'épaisseur d'un filtre incliné placé dans la zone de suintement. Si la charge H , la pente S du remblai et le rapport de perméabilité K_f/K_s sont connus, on peut alors déterminer l'épaisseur (T) du filtre.

Pour les filtres horizontaux, très utiles pour les routes, les fondations, etc..., la figure 5.9 permet d'en calculer l'épaisseur.

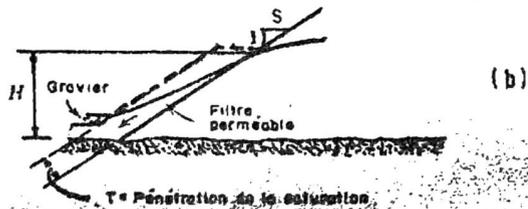
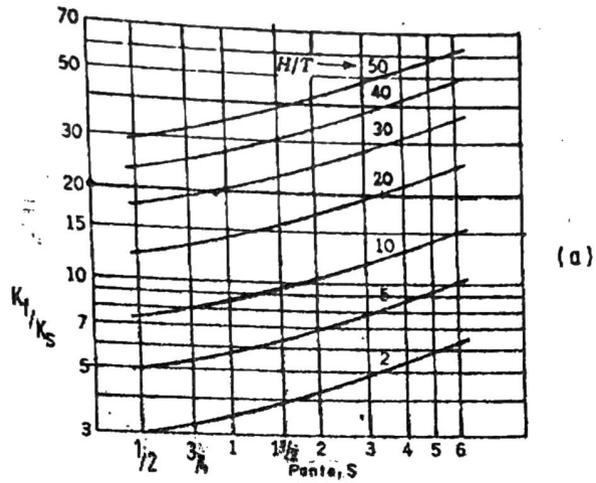


Fig. 5.8

Fig. 5.8 Abaque pour le calcul de l'épaisseur d'un filtre incliné (Terzaghi)

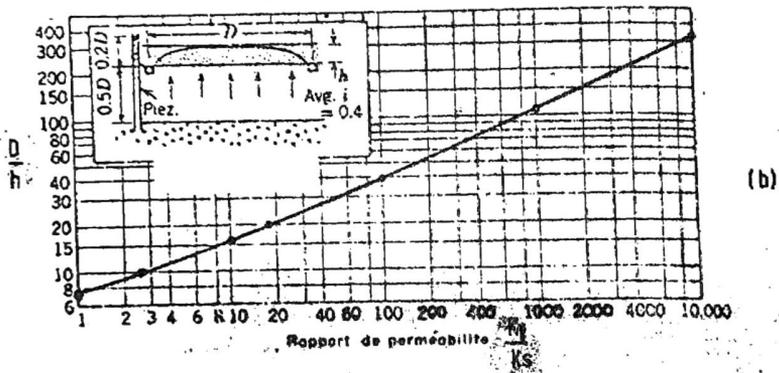
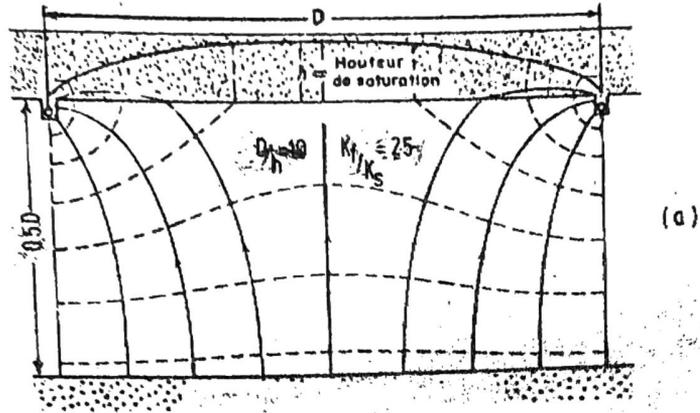


Fig. 5.9

Fig. 5.9 Abaque pour la détermination de l'épaisseur d'un filtre horizontal.

