

## Комп'ютерне моделювання при дослідженні впливу нормованих величин на точність вимірювання квадратичної функції перетворення

В. Ю. Щербань, Г. О. Корогод, О. З. Колиско, А. П. Волівач, Ю. Ю. Щербань, Г. В. Щуцька

Проведеними дослідженнями систем рівнянь величин, що описують, відповідно, 5-ть та 6-ть тактів вимірювання, встановлені особливості формування надлишковості. Доведено, що найбільший вплив на результат вимірювання для обох систем має нормована за значенням температура  $T_1$ . Крім того, встановлено, що в обох системах підвищення точності відтворення нормованої за значенням температури  $T_1$  (при незмінному значенні похибки відтворення  $T_2$ ) не призводить до суттєвого покращення результатів. Завдяки цьому можна стверджувати про використання непрецензійних нормованих джерел для відтворення температури  $T_1$ . Однак при збільшенні на порядок точності відтворення обох нормованих за значенням температур  $T_1$  та  $T_2$  відбувається підвищення точності вимірювання також на порядок. Комп'ютерним моделюванням підтверджено, що для рівняння надлишкових вимірювань (11) при співвідношенні  $T_1 = T_i(0,0005 \cdot T_i + 1)$  на діапазоні  $(10 \div 200)$  °C забезпечується вимірювання з відносною похибкою  $(0,01 \div 0,00003)$  %. При застосуванні рівняння надлишкових вимірювань (13) підвищення точності відбувається до 0,0059 % лише в кінці діапазону. На основі отриманих результатів встановлено, що на точність надлишкових вимірювань чинить вплив вид самого рівняння, а не їх кількість. Обробка результатів за рівняння надлишкових вимірювань, до речі, забезпечує незалежність результату вимірювання від впливу абсолютних значень параметрів функції перетворення, а також їх відхилень від номінальних значень під впливом зовнішніх дестабілізуючих факторів.

Таким чином, є підстави стверджувати про можливість підвищити точність вимірювання в широкому його діапазоні за рахунок дотримання встановленого співвідношення між нормованою і контрольованою величинами.

Ключові слова: надлишкові методи, рівняння вимірювань, підвищення точності, нормовані за значенням величини, похибки відтворення величин.

### 1. Вступ

Переважає більшість виробничих і технічних процесів пов'язана з вимірюванням однієї або декількох шуканих фізичних величин, від точності та достовірності вимірювання яких залежить якість готової продукції або кінцевий результат дослідження. То ж для лабораторних досліджень або промислового застосування використовують датчики, до яких висувають високі вимоги по точності, лінійності та чутливості. У зв'язку з цим, на вдосконалення і подальший розвиток існуючих методів і засобів вимірювання щодо забезпечення якості вимірювання направлені відповідні дослідження та методики [1–3]. Так, для

зменшення похибки від нелінійності функції перетворення застосовують цифрові або аналогові методи. При застосуванні цифрових методів використовують алгоритми лінеаризації, а при застосуванні аналогових методів – додаткові схеми лінеаризації. Однак застосування вказаних методів призводить до звуження діапазону вимірювання. На точність результату вимірювання також впливає і нестабільність функції перетворення сенсора, що спричинена дією зовнішніх дестабілізуючих факторів і старінням матеріалів чутливих елементів. Це, в свою чергу, призводить до потреби частих повірок сенсорів або до застосування калібрування, що вимагає додаткових матеріальних і часових витрат.

Таким чином актуальними слід вважати дослідження, які спрямовані на комплексне вирішення задачі по підвищенню точності вимірювання при нелінійній і нестабільній функції перетворення сенсора.

## **2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми**

Процес вдосконалення датчиків і відповідних методів дослідження визначає якість вимірювання в цілому. То ж, для проведення достовірних вимірювань важливим є створення високоточних сенсорів і вдосконалення відповідних методів вимірювання. Для підвищення точності вимірювань в широкому діапазоні, як відомо, використовують різні заходи та методи: застосовують стабільні матеріали та калібрування, проводять корекцію систематичних похибок, проводять заходи з лінеаризації, підвищують чутливість тощо. Так, в роботі [4] підвищення чутливості досягалося завдяки використанню напруги база-колектор при малому струмі, а в роботі [5] були використані елементи твердої мікроелектроніки та багатофункціональні перетворювачі сигналів на основі калориметричних методів. Шляхи підвищення швидкодії транзисторів на основі матеріалознавчих структур та схематичних аспектів селективнолегованих гетеротранзисторів наведені в роботі [6]. Але залишилися невирішеними питання, пов'язані зі зменшенням систематичної похибки вимірювання. Варіантом подолання відповідних труднощів може бути використання рекурсивних методів. Саме такий підхід використаний у роботі [7], де шляхом отримання індивідуальних значень опорів резисторів в масиві датчиків дало можливість зменшити перехресні завади. Питання зменшення систематичної похибки вимірювального каналу було також розглянуто в роботі [8], де підвищення точності відбувалося за рахунок введення поправок. Однак не було розглянуто питання по отриманню достовірної та корисної інформації від датчиків. Так, в роботі [9] для ефективного отримання достовірної інформації від масиву датчиків газу застосовувалася апаратна обробка даних (аналоговий інтерфейс). Покращення ефективності обробки сигналів також було розглянуто в роботі [10], де обробка отриманих сигналів проводилася по запропонованим HD (гіперпросторовим) розрахункам. В роботі [11] підвищення інформативності сигналів від сенсорів досягалося шляхом поєднання термічних та ємнісних методів вимірювання. Але залишилися невирішеними питання, пов'язані з нелінійністю характеристик сенсорів, що призводить до звуження діапазону або до збільшення похибки вимірювання. Варіантом подолання відповідних труднощів може бути застосування методу лінеаризації. Саме такий підхід використаний в роботі [12], де запропоноване

формування компенсаційного вимірювального струму та зміна коефіцієнта перетворення вихідного масштабуючого підсилювача на окремих температурних діапазонах вимірювання. В роботі [13] шляхом введення корекції нелінійної кривизни при декількох еталонних температурах досягалося підвищення точності роботи датчика. Шляхи розширення лінійного діапазону за рахунок вдосконалення алгоритму обробки сигналів було представлено в роботі [14]. Однак невирішеними залишаються питання підвищення точності за рахунок мінімізації впливу похибок, викликаних впливом дестабілізуючих факторів на елементи вимірювання. Варіантом подолання відповідних труднощів може бути застосування методів калібрування. В роботі [15] процес калібрування заснований на безперервному розгортанні температури при одночасній реєстрації калібрувальних даних. Питання підвищення точності шляхом калібрування також було розглянуто в роботі [16]. В представленій роботі було з'ясовано, що на якість калібрування чинить вплив кількість коефіцієнтів у калібрувальному рівнянні. Тож на основі дев'яти додаткових калібрувальних рівнянь було запропоновано нове калібрувальне рівняння, яке забезпечує високу точність і достовірність отриманої інформації. Питання підвищення точності як за рахунок лінеаризації, так і калібрування було представлено в роботі [17], де для лінеаризації кривої було запропоновано CMOS датчик температури з вбудованим калібруванням. Але такі підходи по підвищенню точності вимагають застосування зразкових джерел (матеріалів) або високоточних компонентів, як в роботі [18], що вимагають для своєї реалізації певних матеріальних витрат.

Незважаючи на практичну значущість отриманих результатів в достатній мірі не розглядалося питання, що пов'язано з одного боку, з розкидом характеристик від вимірювання до вимірювання, з іншого – з нелінійністю характеристик. Варіантом подолання труднощів по підвищенню точності при нестабільній і нелінійній функції перетворення в широкому діапазоні значень можуть бути рекомендовані методи надлишкових вимірювань. Так, основні теоретичні аспекти надлишкових методів було розглянуто в роботі [19]. В роботі [20] був проведений структурний аналіз рівнянь надлишкових і понад надлишкових вимірювань, що описують надлишкові методи, з метою дослідження статистичних характеристик до і після модифікації їх структури. Однак практичний інтерес представляє також і математичний вид рівнянь надлишкових вимірювань. В роботі [21] математично представлено універсальне рівняння вимірювань. Не зважаючи на те, що були наведені різні форми рівнянь надлишкових вимірювань, однак не була продемонстрована практична їх реалізація при різних функціях перетворень сенсорів з метою отримання високоточного результату. Подальший розвиток надлишковості вимірювання отримали в роботі [22], де була розглянута можливість високоточного вимірювання опору резистивних сенсорів шляхом отримання не одного, а декількох базових рівнянь надлишкових вимірювань. Однак такі результати були отримані при лінійній функції перетворення. Тож для вирішення питання щодо застосування методу надлишкових вимірювань при нелінійній функції перетворення в роботі [23] був розглянутий сенсор з логарифмічною функцією перетворення. Показано ефективність представлених методів щодо підвищення точності вимірювань і можливості забезпе-

чення метрологічного самоконтролю. Однак не було розглянуто питання щодо впливу на результат вимірювання випадкової складової похибки вимірювання. Варіантом подолання відповідних труднощів може бути підхід, що запропоновано в роботі [24]. Обробка результатів вимірювань по запропонованим підходам дозволяє стверджувати про підвищення точності вимірювань за рахунок виключення систематичної складової похибки, обумовленої зміною параметрів функції перетворення, а також зменшення випадкової складової похибки. Але залишилося невирішеними питання, щодо впливу значень нормованих величин та їх співвідношення з шуканою величиною на кінцевий результат вимірювання при нелінійній функції перетворення. Тож, подальшими дослідженнями методів надлишкових вимірювань, що були наведені в роботі [25], була встановлена така закономірність між нормованою і шуканою величинами, при якій відбувається суттєве розширення діапазону високоточних вимірювань. Отримані результати продемонстрували високу ефективність методів надлишкових вимірювань щодо підвищення точності вимірювання за рахунок корегування значень нормованих величин при логарифмічній функції перетворення. Однак такі сенсори як транзистор і терморезистор мають квадратичні функції перетворення. Таким чином, науковий інтерес представляє подальше визначення шляхів по підвищенню точності вимірювань при квадратичній і нестабільній функції перетворення.

Це дозволяє стверджувати про доцільність проведення досліджень щодо визначення впливу нормованих за значенням величин та їх співвідношень з контрольованою величиною на точність вимірювання при квадратичній функції перетворення сенсора.

### **3. Мета та задачі дослідження**

Метою дослідження є визначення такого співвідношення між контрольованою та нормованою величинами, при якому забезпечується підвищення точності при квадратичній функції перетворення сенсора. Це дасть можливість шляхом корегування значень нормованих величин контролювати процес вимірювання з високою точністю в широкому діапазоні вимірювання.

Для досягнення поставленої мети вирішувалися наступні задачі:

- провести комп'ютерне моделювання системи нелінійних рівнянь величин, що складається з 5-ти рівнянь, та відповідного рівняння надлишкових вимірювань по дослідженню впливу нормованих величин на результат вимірювання;
- провести аналогічне комп'ютерне моделювання системи нелінійних рівнянь величин, що складається з 6-ти рівнянь, та відповідного рівняння надлишкових вимірювань по дослідженню впливу нормованих величин на результат вимірювання;
- зробити порівняльний аналіз отриманих результатів при застосуванні кожної із запропонованих систем з відповідним рівнянням надлишкових вимірювань.

## 4. Матеріали та методи дослідження

### 4. 1. Досліджувані матеріали і засоби моделювання

В якості досліджуваного матеріалу було обрано первинний перетворювач температури – кремнієвий біполярний транзистор КТЗ132 А-2 (Україна).

В якості засобів для математичного моделювання були використані прикладні програми Mathcad15.0 (США) та MS Excel (США).

### 4. 2. Метод дослідження надлишкових вимірювань

Для комплексного вирішення задачі по підвищенню точності у всьому діапазоні вимірювань добре зарекомендували себе методи надлишкових вимірювань (МНВ). Сутність МНВ полягає у розділеному у часі вимірювальному перетворенні крім шуканої фізичної величини ще й декількох нормованих за значенням фізичних величин, які пов'язані з шуканою певною закономірністю. Кількість таких вимірювань залежить від кількості параметрів функції перетворення (ФП). Так, якщо ФП складається з  $(n)$  параметрів, то кількість тактів вимірювань повинна складати не менше ніж  $(n+1)$ . Особливістю застосування МНВ при нелінійній ФП є наявність тактів вимірювання, в яких відбувається одночасне вимірювання шуканої і нормованої за значенням величини (або величинами). В загальному випадку математична модель МНВ представляє собою систему рівнянь величин, що описує такти вимірювань, в результаті рішення якої отримують рівняння надлишкових вимірювань шуканої фізичної величини. В загальному випадку нелінійна ФП виду:

$$y'_x = f(x_i, S'_H, S'_L, \Delta y), \quad (1)$$

має 4 параметри, отже необхідно скласти систему рівнянь не менше ніж з 5-ти рівнянь величин:

$$\begin{cases} y'_{H1} = f(x_1, S'_H, S'_L, \Delta y'); \\ y'_{H2} = f(x_2, S'_H, S'_L, \Delta y'); \\ y'_{H3} = f(x_3, S'_H, S'_L, \Delta y'); \\ y'_{H4} = f(x_i, x_2, S'_H, S'_L, \Delta y'); \\ y'_{H5} = f(x_i, x_3, S'_H, S'_L, \Delta y'). \end{cases} \quad (2)$$

Рішення даної системи відносно шуканої величини  $x_i$ , дає змогу отримати її значення:

$$x_i = F(y'_{H1}, \dots, y'_{H5}, x_1, x_2, x_3), \quad (3)$$

де  $y'_{Hj}$  – вихідні сигнали датчика ( $j=5$ );

$x_i$  – шукана фізична величина величини;

$x_1, \dots, x_3$  – нормовані за значення фізичні величини, розміри яких зв'язані між собою за певним законом, від джерела з нормованими характеристиками;

$S'_H, S'_L$  – чутливість (крутість) перетворення нелінійної і лінійної складової функції перетворення;

$\Delta y'$  – параметр (зміщення) функції перетворення з врахуванням адитивної складової похибки.

Як видно з рівняння надлишкових вимірювань (3), отримане значення шуканої величини  $x_i$  не залежить від значень параметрів  $S'_H, S'_L, \Delta y'$  нелінійної функції перетворення, а отже і від їх відхилень від номінальних значень.

Нижче розглянуто застосування МНВ при квадратичній ФП та вплив нормованих за значенням величин на результат вимірювання у випадках, коли система складається з  $(n+1)$  та з  $(n+2)$  рівнянь надлишкових вимірювань, що описують собою такти вимірювань.

Квадратична ФП має вид:

$$y'_H = S'_H x_i^2 + S'_L x_i + \Delta y', \quad (4)$$

Оскільки квадратична ФП (4) має 4 параметри, тож було досліджено два варіанти систем (5), (6), що складаються з 5-ти та з 6-ти тактів вимірювань, що описуються відповідними рівняннями величин. Так, за умови можливості формування нормованих за значенням фізичних величин  $x_1, 2x_1$  та  $x_2$  система нелінійних рівнянь величин прийме вид:

$$\begin{cases} y'_{H1} = S'_H x_1^2 + S'_L x_1 + \Delta y'; \\ y'_{H2} = S'_H x_2^2 + S'_L x_2 + \Delta y'; \\ y'_{H3} = S'_H x_i^2 + S'_L x_i + \Delta y'; \\ y'_{H4} = S'_H (x_i + x_1)^2 + S'_L (x_i + x_1) + \Delta y'; \\ y'_{H5} = S'_H (2x_1)^2 + S'_L (2x_1) + \Delta y'. \end{cases} \quad (5)$$

За умови можливості формування нормованих за значенням фізичних величин  $x_1, 2x_1$  та  $2x_2$  система нелінійних рівнянь величин прийме вид:

$$\begin{cases} y'_{H1} = S'_H x_1^2 + S'_L x_1 + \Delta y'; \\ y'_{H2} = S'_H x_2^2 + S'_L x_2 + \Delta y'; \\ y'_{H3} = S'_H x_i^2 + S'_L x_i + \Delta y'; \\ y'_{H4} = S'_H (x_i + x_1)^2 + S'_L (x_i + x_1) + \Delta y'; \\ y'_{H5} = S'_H (2x_1)^2 + S'_L (2x_1) + \Delta y'; \\ y'_{H6} = S'_H (2x_2)^2 + S'_L (2x_2) + \Delta y'. \end{cases} \quad (6)$$

В результаті рішення систем (5) і (6) були отримані відповідні рівняння надлишкових вимірювань шуканої фізичної величини  $x_i$ :

$$x_i = \frac{(y'_{H5} - y'_{H3})(3x_1x_2 - 2x_1^2 - x_2^2) - (y'_{H4} - y'_{H1})(x_1x_2 - x_2^2) - 2x_1^2(y'_{H2} - y'_{H1})}{2[(x_2 - x_1)(y'_{H4} - y'_{H1}) - x_1(y'_{H2} - y'_{H1})]} \quad (7)$$

та

$$x_i = \frac{2(y'_{H4} - y'_{H3})(x_2^2 - x_1^2) - x_1(x_1 + x_2)[4(y'_{H2} - y'_{H1}) - (y'_{H6} - y'_{H5})]}{2x_1[(y'_{H6} - y'_{H5}) - 2(y'_{H2} - y'_{H1})]} - \frac{x_1}{2}. \quad (8)$$

В рівняннях надлишкових вимірювань (7), (8) завдяки різницям вихідних сигналів датчика виключається адитивна складова похибки вимірювання, а завдяки їх діленню виключається мультиплікативна складова систематичної похибки. Таким чином виключаються вплив параметрів  $s'_H$ ,  $s'_L$ ,  $\Delta y'$  на результат вимірювання, що підтверджує ефективність застосування МНВ при квадратичній ФП.

## 5. Результати комп'ютерного моделювання по підвищенню точності вимірювань

### 5.1. Комп'ютерне моделювання системи рівнянь, що складається з 5-ти рівнянь величин

Як відомо [11], залежність напруги база-емітер транзистора від температури описується рівнянням:

$$U'_{bet} = U'_{bet0} - \Delta U'_A T_i - \Delta U'_B T_i^2, \quad (9)$$

де  $U'_{bet0}$  – значення напруги база-емітер при  $t=0$  °C;

$\Delta U'_A$  – лінійний коефіцієнт зміни напруги база-емітер від температури;

$\Delta U'_B$  – квадратичний коефіцієнт зміни напруги база-емітер від температури;

$T_i$  – значення шуканої температури.

При умові формування за допомогою стандартних джерел з нормованими характеристиками значень температур  $T_1$ ,  $2T_1$  та  $T_2$  на основі системи (5) отримуємо наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} U'_{bet1} = U'_{bet0} - \Delta U'_A T_1 - \Delta U'_B T_1^2; \\ U'_{bet2} = U'_{bet0} - \Delta U'_A T_2 - \Delta U'_B T_2^2; \\ U'_{bet3} = U'_{bet0} - \Delta U'_A T_i - \Delta U'_B T_i^2; \\ U'_{bet4} = U'_{bet0} - \Delta U'_A 2T_1 - \Delta U'_B (2T_1)^2; \\ U'_{bet5} = U'_{bet0} - \Delta U'_A (T_1 + T_i) - \Delta U'_B (T_1 + T_i)^2. \end{cases} \quad (10)$$

В результаті рішення системи (10) було отримане рівняння надлишкових вимірювань шуканої температури  $T_i$ :

$$T_i = \frac{(U'_{bet5} - U'_{bet3})(3T_1T_2 - 2T_1^2 - T_2^2) - (U'_{bet4} - U'_{bet1})(T_1T_2 - T_2^2) - 2T_1^2(U'_{bet2} - U'_{bet1})}{2(T_2 - T_1)(U'_{bet4} - U'_{bet1}) - T_1(U'_{bet2} - U'_{bet1})} \quad (11)$$

Як видно з рівняння надлишкових вимірювань (11), в нього не входять параметри  $\Delta U'_A$ ,  $\Delta U'_B$  і  $U'_{bet0}$ , тобто виключається їх вплив на результат вимірювання.

Для комп'ютерного моделювання було задано межі змін для параметрів  $\Delta U'_A$ ,  $\Delta U'_B$  і  $U'_{bet0}$ , що лежать в рамках  $\pm 10,0\%$ . Значення похибки відтворення нормованих за значенням температур  $T_1$  і  $T_2$  було обрано  $\Delta_T = 0,001$  °C. Таким чином система (10) прийме вид:

$$\begin{cases} U'_{bet1} = 1.1U'_{bet0} - 1.1\Delta U'_A(T_1 + 0.001) - 1.1\Delta U'_B(T_1 + 0.001)^2; \\ U'_{bet2} = 1.1U'_{bet0} - 1.1\Delta U'_A(T_2 + 0.001) - 1.1\Delta U'_B(T_2 + 0.001)^2; \\ U'_{bet3} = 1.1U'_{bet0} - 1.1\Delta U'_A(T_i + 0.001) - 1.1\Delta U'_B(T_i + 0.001)^2; \\ U'_{bet4} = 1.1U'_{bet0} - 1.1\Delta U'_A 2(T_1 + 0.001) - 1.1\Delta U'_B(2(T_1 + 0.001))^2; \\ U'_{bet5} = 1.1U'_{bet0} - 1.1\Delta U'_A(T_1 + T_i + 0.001) - 1.1\Delta U'_B(T_1 + T_i + 0.001)^2. \end{cases} \quad (12)$$

При моделюванні було обрано транзистор КТ3132 А-2 з діапазоном вимірювань від 10 °C до 200 °C,  $U_{bet0} = 0,6$  В та при  $\Delta U_A = 1,882$  мВ/°C,  $\Delta U_B = 0,41$  мкВ/°C<sup>2</sup> [11]. Для дослідження впливу значення кожного з нормованих температур  $T_1$  і  $T_2$  на результат вимірювання  $T_i$  за рівнянням (12) було розглянуто 3 випадки:

- 1)  $T_1 = T_2 = (10 \div 100)$  °C з кроком в 30 °C;
- 2)  $T_1 = (10 \div 100)$  °C,  $T_2 = (1 \div 10)$  °C з кроком в 30 °C;
- 3)  $T_1 = (1 \div 10)$  °C,  $T_2 = (10 \div 100)$  °C з кроком в 30 °C.

В результаті проведення комп'ютерного моделювання в середовищі Mathcad15.0 на трьох ділянках робочого діапазону (на початку, в середині і на кінці) були отримані наступні значення відносних похибок вимірювання, які представлені в табл. 1–3.

Як видно з представлених вище таблиць (табл. 1–3), існує певний зв'язок між  $T_i$  та нормованими за значеннями температурами  $T_1$  і  $T_2$ . З'ясовано, що більш суттєвий зв'язок виявлено між значенням  $T_1$  і  $T_i$  ніж між  $T_2$  і  $T_i$ . Так, найменше значення відносної похибки отримують при близькості  $T_1$  до  $T_i$ . Найкращі результати по точності були отримані для другого випадку (табл. 2) при  $T_1 = (10 \div 100)$  °C,  $T_2 = (1 \div 10)$  °C. Для даного випадку було розглянуто вплив похибок відтворення нормованих за значенням температур  $T_1$  і  $T_2$  при різних варіантах їх значень. З'ясовано, що підвищення точності відтворення нормованої за



значенням температури  $T_1$  (при незмінному значенні похибки відтворення  $T_2$ ) не призводить до суттєвого покращення результатів, що дає підстави використовувати непрецензійне нормоване джерело для відтворення  $T_1$ . Натомість, при збільшенні точності відтворення обох нормованих за значенням температур  $T_1$  і  $T_2$  на порядок сприяє підвищенню точності вимірювання також на порядок.

Таблиця 1

Відносні похибки вимірювань (%) при  $T_1=T_2=(10\div 100)^\circ\text{C}$

$T_i=10^\circ\text{C}$				
$T_{ij}$	$T_{21}=10^\circ\text{C}$	$T_{22}=40^\circ\text{C}$	$T_{23}=70^\circ\text{C}$	$T_{24}=100^\circ\text{C}$
$T_{11}=10^\circ\text{C}$	0,0095	0,010	0,010	0,010
$T_{12}=40^\circ\text{C}$	0,491	0,871	3,504	1,810
$T_{13}=70^\circ\text{C}$	0,302	0,399	0,577	1,023
$T_{14}=100^\circ\text{C}$	0,217	0,262	0,326	0,430
$T_i=100^\circ\text{C}$				
$T_{11}=10^\circ\text{C}$	3,974	2,141	0,849	0,532
$T_{12}=40^\circ\text{C}$	0,101	0,177	0,703	0,359
$T_{13}=70^\circ\text{C}$	0,017	0,021	0,030	0,053
$T_{14}=100^\circ\text{C}$	0,0009	0,0009	0,0009	0,0009
$T_i=200^\circ\text{C}$				
$T_{11}=10^\circ\text{C}$	4,194	2,261	0,897	0,562
$T_{12}=40^\circ\text{C}$	0,134	0,235	0,937	0,479
$T_{13}=70^\circ\text{C}$	0,034	0,045	0,064	0,112
$T_{14}=100^\circ\text{C}$	0,013	0,016	0,019	0,025

Таблиця 2

Відносні похибки вимірювань (%) при  $T_1=(10\div 100)^\circ\text{C}$ ,  $T_2=(1\div 10)^\circ\text{C}$

$T_i=10^\circ\text{C}$				
$T_{ij}$	$T_{21}=1^\circ\text{C}$	$T_{22}=4^\circ\text{C}$	$T_{23}=7^\circ\text{C}$	$T_{24}=10^\circ\text{C}$
$T_{11}=10^\circ\text{C}$	0,0094	0,0093	0,0091	0,0089
$T_{12}=40^\circ\text{C}$	0,433	0,451	0,470	0,491
$T_{13}=70^\circ\text{C}$	0,282	0,288	0,295	0,302
$T_{14}=100^\circ\text{C}$	0,207	0,210	0,214	0,217
$T_i=100^\circ\text{C}$				
$T_{11}=10^\circ\text{C}$	2,133	2,523	3,087	3,974
$T_{12}=40^\circ\text{C}$	0,090	0,093	0,097	0,101
$T_{13}=70^\circ\text{C}$	0,016	0,016	0,016	0,017
$T_{14}=100^\circ\text{C}$	0,0009	0,0009	0,0009	0,0009
$T_i=200^\circ\text{C}$				
$T_{11}=10^\circ\text{C}$	2,251	2,662	3,258	4,194
$T_{12}=40^\circ\text{C}$	0,119	0,123	0,128	0,134
$T_{13}=70^\circ\text{C}$	0,032	0,033	0,034	0,034
$T_{14}=100^\circ\text{C}$	0,013	0,013	0,013	0,013

Таблиця 3

Відносні похибки вимірювань (%) при  $T_1=(1\div 10)^\circ\text{C}$ ,  $T_2=(10\div 100)^\circ\text{C}$ 

$T_i=10^\circ\text{C}$				
$T_{ij}$	$T_{21}=10^\circ\text{C}$	$T_{22}=40^\circ\text{C}$	$T_{23}=70^\circ\text{C}$	$T_{24}=100^\circ\text{C}$
$T_{11}=1^\circ\text{C}$	121,219	12,446	6,595	4,503
$T_{12}=4^\circ\text{C}$	81,548	2,244	1,140	0,765
$T_{13}=7^\circ\text{C}$	4,248	0,775	0,352	0,226
$T_{14}=10^\circ\text{C}$	0,0089	0,011	0,010	0,010
$T_i=100^\circ\text{C}$				
$T_{11}=1^\circ\text{C}$	133,385	13,704	7,267	4,964
$T_{12}=4^\circ\text{C}$	130,543	3,606	1,840	1,240
$T_{13}=7^\circ\text{C}$	13,149	2,434	1,121	0,731
$T_{14}=10^\circ\text{C}$	3,974	2,141	0,849	0,532
$T_i=200^\circ\text{C}$				
$T_{11}=1^\circ\text{C}$	134,061	13,774	7,304	4,990
$T_{12}=4^\circ\text{C}$	133,265	3,682	1,878	1,266
$T_{13}=7^\circ\text{C}$	13,643	2,526	1,164	0,759
$T_{14}=10^\circ\text{C}$	4,194	2,261	0,897	0,562

Оскільки найкращі результати за точністю були отримані для другого випадку (табл. 2) при  $T_1=(10\div 100)^\circ\text{C}$ ,  $T_2=(1\div 10)^\circ\text{C}$ , то він був розглянутий більш детально. Для цього дослідження проводилися при  $T_1=(10\div 100)^\circ\text{C}$  з кроком в  $10^\circ\text{C}$  і при  $T_2=(1\div 10)^\circ\text{C}$  з кроком в  $1^\circ\text{C}$ , а також при  $T_i=50^\circ\text{C}$ . Отримані розрахунки відносної похибки вимірювання для другого випадку наведені в табл. 4.

Таблиця 4

Відносні похибки вимірювань (%) при  $T_1=(10\div 100)^\circ\text{C}$ ,  $T_2=(1\div 10)^\circ\text{C}$ 

$T_i=50^\circ\text{C}$										
Температура	$T_{21}$	$T_{22}$	$T_{23}$	$T_{24}$	$T_{25}$	$T_{26}$	$T_{27}$	$T_{28}$	$T_{29}$	$T_{210}$
$T_{11}$	1,897	2,000	2,115	2,244	2,390	2,555	2,746	2,966	3,226	3,535
$T_{12}$	0,356	0,365	0,375	0,386	0,397	0,408	0,421	0,434	0,448	0,462
$T_{13}$	0,107	0,109	0,111	0,112	0,115	0,117	0,119	0,121	0,123	0,126
$T_{14}$	0,032	0,032	0,032	0,033	0,033	0,034	0,034	0,034	0,035	0,035
$T_{15}$	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
$T_{16}$	0,011	0,011	0,011	0,012	0,012	0,012	0,012	0,012	0,012	0,012
$T_{17}$	0,017	0,018	0,018	0,018	0,018	0,018	0,018	0,019	0,019	0,019
$T_{18}$	0,020	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,022	0,022
$T_{19}$	0,022	0,022	0,022	0,022	0,022	0,022	0,023	0,023	0,023	0,023
$T_{10}$	0,022	0,022	0,022	0,022	0,023	0,023	0,023	0,023	0,023	0,023

Як видно з табл. 4, отримані результати підтверджують той факт, що значення  $T_1$  повинно бути рівним  $T_i$  або перевищувати його, натомість значення  $T_2$  при цих умовах має незначний вплив. Таким чином, при подальших розрахунках було обрано значення  $T_2=10^\circ\text{C}$ . Для знаходження бажаного співвідношення

між значеннями  $T_1$  і  $T_i$ , при яких забезпечуються високоточні результати вимірювання, було застосовано пакет аналізу даних MS Excel для нелінійної функції. Використовуючи опцію пошуку рішення та побудувавши лінію тренду, було знайдено оптимальне співвідношення між  $T_1$  і  $T_i$ , при якому відбувається зменшення похибки вимірювання. Таким чином було встановлено таке співвідношення між значеннями  $T_1$  і  $T_i$  виду  $T_1 = T_i(0,0005 \cdot T_i + 1)$ , при якому забезпечується високоточне вимірювання температури з відносною похибкою  $(0,01 \div 0,00003) \%$  на діапазоні вимірюваних температур  $(10 \div 200) \text{ } ^\circ\text{C}$ .

Оскільки результати, що наведені в табл. 1, близькі до результатів, наведених в табл. 2, то цей випадок був теж розглянутий більш детально. Так, при детальному дослідженні першого випадку при  $T_1 = T_2 = (10 \div 100) \text{ } ^\circ\text{C}$  і  $T_i = 100 \text{ } ^\circ\text{C}$ , що відповідає табл. 1, було побудовано функціональну залежність відносної похибки вимірювання від нормованих значень  $T_1$  і  $T_2$ . На рис. 1 представлено графік поверхні, де по осі  $z$  знаходяться значення відносної похибки, по осі  $i$  – порядковий номер кроку (від 1 до 10) для  $T_1 = (10 \div 100) \text{ } ^\circ\text{C}$ ,  $j$  – порядковий номер кроку (від 1 до 10) для  $T_2 = (10 \div 100) \text{ } ^\circ\text{C}$ .

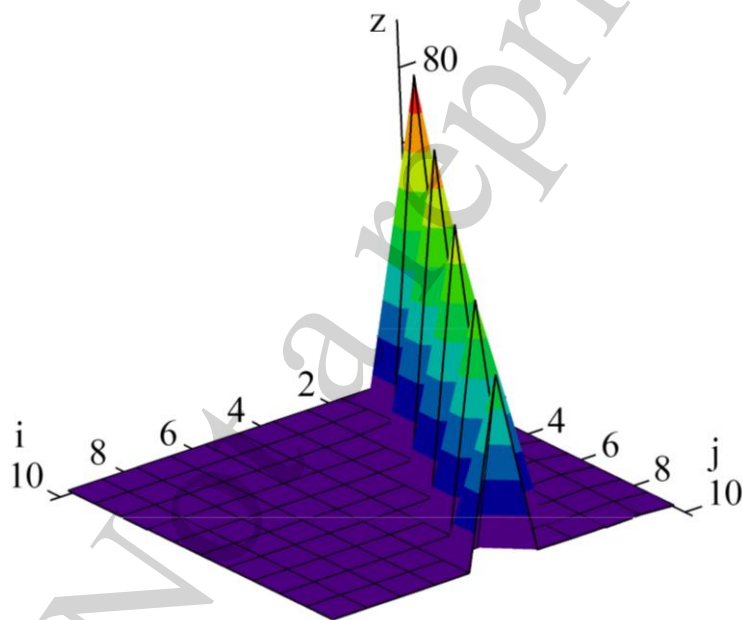


Рис. 1. Графік залежності відносної похибки від значень нормованих температур

Як видно з рис. 1, існує певне небажане співвідношення між  $T_1$  і  $T_2$ , при якому вимірювання стають недопустимі. На основі рис. 1 та проведених розрахунків в середовищі Mathcad15.0 було з'ясовано, що  $T_2 \neq 2T_1$ . Причому, при збільшенні різниці між  $T_1$  і  $T_i$ , це співвідношення буде не точковим, а мати певний діапазон з максимумом похибки в точці  $T_2 \neq 2 \cdot T_1$ . Це свідчить про доцільність дотримання знайденого раніше співвідношення між значеннями нормованої температури  $T_1$  і контрольованої  $T_i$ , що має вид  $T_1 = T_i(0,0005 \cdot T_i + 1)$ . Крім того, при вимірюваннях на початку діапазону при  $T_1 = T_2 = (10 \div 100) \text{ } ^\circ\text{C}$  і  $T_i = 100 \text{ } ^\circ\text{C}$  потрібно точніше дотримуватися бажаного співвідношення між нормованими температурами  $T_1$  і  $T_2$ .

Найгірші результати по точності були отримані для третього випадку (табл. 3) при  $T_1=(1\div 10)^\circ\text{C}$ ,  $T_2=(10\div 100)^\circ\text{C}$ , де навіть близькість  $T_2$  до  $T_i$  не призводить до бажаного результату. Таким чином було з'ясовано, що при застосуванні рівняння надлишкових вимірювань (11) значення  $T_2$  не повинно перевищувати значення  $T_1$ .

## 5. 2. Комп'ютерне моделювання системи, що складається з 6-ти рівнянь величин

На основі залежності напруги база-емітер транзистора від температури, що описується рівнянням (9), система нелінійних рівнянь величин (6) буде мати наступний вид:

$$\begin{cases} U'_{bet1} = U'_{bet0} - \Delta U'_A T_1 - \Delta U'_B T_1^2; \\ U'_{bet2} = U'_{bet0} - \Delta U'_A T_2 - \Delta U'_B T_2^2; \\ U'_{bet3} = U'_{bet0} - \Delta U'_A T_i - \Delta U'_B T_i^2; \\ U'_{bet4} = U'_{bet0} - \Delta U'_A (T_1 + T_i) - \Delta U'_B (T_1 + T_i)^2; \\ U'_{bet5} = U'_{bet0} - \Delta U'_A 2T_1 - \Delta U'_B (2T_1)^2; \\ U'_{bet6} = U'_{bet0} - \Delta U'_A 2T_2 - \Delta U'_B (2T_2)^2. \end{cases} \quad (13)$$

В результаті рішення системи (13) було отримано рівняння надлишкових вимірювань шуканої температури  $T_i$ :

$$T_i = \frac{2(U'_{bet4} - U'_{bet3})(T_2^2 - T_1^2) - T_1(T_1 + T_2)[4(U'_{bet2} - U'_{bet1}) - (U'_{bet6} - U'_{bet5})]}{2T_1[(U'_{bet6} - U'_{bet5}) - 2(U'_{bet2} - U'_{bet1})]} - \frac{T_1}{2}. \quad (14)$$

Для комп'ютерного моделювання були задані аналогічні як і для системи (10) межі змін для параметрів  $\Delta U'_A$ ,  $\Delta U'_B$  і  $U'_{bet0}$ , що лежать в рамках  $\pm 10,0\%$ . Значення похибки відтворення нормованих за значенням температур  $T_1$  і  $T_2$  було обрано  $\Delta_T=0,001^\circ\text{C}$ . Таким чином система (13) прийме вид:

$$\begin{cases} U'_{bet1} = 1.1U'_{bet0} - 1.1\Delta U'_A (T_1 + 0.001) - 1.1\Delta U'_B (T_1 + 0.001)^2; \\ U'_{bet2} = 1.1U'_{bet0} - 1.1\Delta U'_A (T_2 + 0.001) - 1.1\Delta U'_B (T_2 + 0.001)^2; \\ U'_{bet3} = 1.1U'_{bet0} - 1.1\Delta U'_A (T_i + 0.001) - 1.1\Delta U'_B (T_i + 0.001)^2; \\ U'_{bet4} = 1.1U'_{bet0} - 1.1\Delta U'_A (T_1 + T_i + 0.001) - 1.1\Delta U'_B (T_1 + T_i + 0.001)^2; \\ U'_{bet5} = 1.1U'_{bet0} - 1.1\Delta U'_A 2(T_1 + 0.001) - 1.1\Delta U'_B (2(T_1 + 0.001))^2; \\ U'_{bet6} = 1.1U'_{bet0} - 1.1\Delta U'_A 2(T_2 + 0.001) - 1.1\Delta U'_B (2(T_2 + 0.001))^2. \end{cases} \quad (15)$$

Для логічного порівняння результатів, отриманих по рівнянням (11) і (14), дослідження проводилися при однакових початкових даних для трьох випадків:

- 1)  $T_1=T_2=(10\div 100)$  °C з кроком в 30 °C;
- 2)  $T_1=(10\div 100)$  °C,  $T_2=(1\div 10)$  °C з кроком в 30 °C;
- 3)  $T_1=(1\div 10)$  °C,  $T_2=(10\div 100)$  °C з кроком в 30 °C.

В результаті проведення комп'ютерного моделювання в середовищі Mathcad15.0 були отримані наступні значення відносних похибок вимірювання, які представлені в табл. 5–7.

Таблиця 5  
Відносні похибки вимірювань (%) при  $T_1=T_2=(10\div 100)$  °C

$T_i=10$ °C				
$T_{ij}$	$T_{21}=10$ °C	$T_{22}=40$ °C	$T_{23}=70$ °C	$T_{24}=100$ °C
$T_{11}=10$ °C	2,300	2,308	2,311	2,312
$T_{12}=40$ °C	0,574	0,579	0,581	0,582
$T_{13}=70$ °C	0,328	0,331	0,333	0,334
$T_{14}=100$ °C	0,230	0,232	0,233	0,235
$T_i=100$ °C				
$T_{11}=10$ °C	0,230	0,236	0,238	0,239
$T_{12}=40$ °C	0,056	0,058	0,059	0,059
$T_{13}=70$ °C	0,032	0,033	0,033	0,034
$T_{14}=100$ °C	0,022	0,023	0,023	0,023
$T_i=200$ °C				
$T_{11}=10$ °C	0,115	0,121	0,123	0,123
$T_{12}=40$ °C	0,027	0,029	0,030	0,030
$T_{13}=70$ °C	0,015	0,016	0,017	0,017
$T_{14}=100$ °C	0,011	0,011	0,012	0,012

Як видно з табл. 5–7, найкращі результати за точністю були отримані для другого випадку (табл. 6) при  $T_1=(10\div 100)$  °C,  $T_2=(1\div 10)$  °C в середині і в кінці діапазону. Найгірші результати по точності, як і для рівняння (11), були отримані для третього випадку (табл. 7) при  $T_1=(1\div 10)$  °C,  $T_2=(10\div 100)$  °C, навіть на кінці діапазону. Таким чином, можна резюмувати, що зв'язок між  $T_i$  та  $T_1$  більш вагомий ніж між  $T_i$  та  $T_2$ , а також найкращі результати за точністю отримують при великому (більше за 100 °C) значенні  $T_1$ . Найменше значення відносної похибки отримують при збільшенні сумарного значення  $T_1$  і  $T_i$ . Було з'ясовано, що для другого випадку (при  $T_1=(10\div 100)$  °C,  $T_2=(1\div 10)$  °C) при збільшенні значення  $T_i$  відбувається зменшення значення відносної похибки вимірювання. Крім того, при підвищенні точності відтворення нормованої за значенням температури  $T_1$  (при незмінному значенні похибки відтворення  $T_2$ ) суттєвого покращення результатів не відбулося, що дає підстави використовувати неперезначене нормоване джерело для відтворення  $T_1$ . Натомість, при збільшенні точності відтворення обох нормованих за значенням температур  $T_1$  і  $T_2$  на порядок сприяє підвищенню точності вимірювання також на порядок.

Таблиця 6

Відносні похибки вимірювань (%) при  $T_1=(10\div 100)^\circ\text{C}$ ,  $T_2=(1\div 10)^\circ\text{C}$ 

$T_i=10^\circ\text{C}$				
$T_{ij}$	$T_{21}=1^\circ\text{C}$	$T_{22}=4^\circ\text{C}$	$T_{23}=7^\circ\text{C}$	$T_{24}=10^\circ\text{C}$
$T_{11}=10^\circ\text{C}$	2,287	2,293	2,297	2,300
$T_{12}=40^\circ\text{C}$	0,572	0,573	0,573	0,574
$T_{13}=70^\circ\text{C}$	0,327	0,327	0,328	0,328
$T_{14}=100^\circ\text{C}$	0,229	0,229	0,229	0,230
$T_i=100^\circ\text{C}$				
$T_{11}=10^\circ\text{C}$	0,221	0,225	0,228	0,230
$T_{12}=40^\circ\text{C}$	0,055	0,055	0,056	0,056
$T_{13}=70^\circ\text{C}$	0,031	0,032	0,032	0,032
$T_{14}=100^\circ\text{C}$	0,022	0,022	0,022	0,022
$T_i=200^\circ\text{C}$				
$T_{11}=10^\circ\text{C}$	0,107	0,111	0,113	0,115
$T_{12}=40^\circ\text{C}$	0,026	0,027	0,027	0,027
$T_{13}=70^\circ\text{C}$	0,015	0,015	0,015	0,015
$T_{14}=100^\circ\text{C}$	0,011	0,011	0,011	0,011

Таблиця 7

Відносні похибки вимірювань (%) при  $T_1=(1\div 10)^\circ\text{C}$ ,  $T_2=(10\div 100)^\circ\text{C}$ 

$T_i=10^\circ\text{C}$				
$T_{ij}$	$T_{21}=10^\circ\text{C}$	$T_{22}=40^\circ\text{C}$	$T_{23}=70^\circ\text{C}$	$T_{24}=100^\circ\text{C}$
$T_{11}=1^\circ\text{C}$	23,038	23,055	23,057	23,058
$T_{12}=4^\circ\text{C}$	5,755	5,767	5,769	5,770
$T_{13}=7^\circ\text{C}$	3,287	3,297	3,299	3,300
$T_{14}=10^\circ\text{C}$	2,300	2,309	2,311	2,312
$T_i=100^\circ\text{C}$				
$T_{11}=1^\circ\text{C}$	2,377	2,391	2,393	2,394
$T_{12}=4^\circ\text{C}$	0,585	0,595	0,597	0,598
$T_{13}=7^\circ\text{C}$	0,331	0,339	0,340	0,341
$T_{14}=10^\circ\text{C}$	0,230	0,236	0,238	0,239
$T_i=200^\circ\text{C}$				
$T_{11}=1^\circ\text{C}$	1,230	1,243	1,245	1,246
$T_{12}=4^\circ\text{C}$	0,298	0,308	0,310	0,310
$T_{13}=7^\circ\text{C}$	0,167	0,174	0,176	0,177
$T_{14}=10^\circ\text{C}$	0,115	0,121	0,123	0,123

В результаті проведення комп'ютерного моделювання в середовищі Mathcad15.0 були проведені розрахунки відносної похибки вимірювання при  $T_1=(100\div 190)^\circ\text{C}$  і  $T_i=(100\div 190)^\circ\text{C}$  та кроком в  $10^\circ\text{C}$ , які представлені в табл. 8. Оскільки параметр  $T_2$  не вносить вагомий вплив на результат вимірювання, то при розрахунках було взято  $T_2=10^\circ\text{C}$  (як і для рівняння надлишкових вимірювань (11)).

Таблиця 8  
Відносні похибки вимірювань, %

T <sub>2</sub> =10 °C										
Темпера- тура	T <sub>i1</sub>	T <sub>i2</sub>	T <sub>i3</sub>	T <sub>i4</sub>	T <sub>i5</sub>	T <sub>i6</sub>	T <sub>i7</sub>	T <sub>i8</sub>	T <sub>i9</sub>	T <sub>i10</sub>
T <sub>11</sub>	0,022 2	0,020 2	0,018 4	0,016 9	0,015 7	0,014 6	0,013 6	0,012 8	0,012 0	0,011 3
T <sub>12</sub>	0,020 2	0,018 3	0,016 7	0,015 4	0,014 2	0,013 2	0,012 4	0,011 6	0,010 9	0,010 3
T <sub>13</sub>	0,018 5	0,016 8	0,015 3	0,014 1	0,013 0	0,012 1	0,011 3	0,010 6	0,010 0	0,009 4
T <sub>14</sub>	0,017 1	0,015 5	0,014 1	0,013 0	0,012 0	0,011 2	0,010 4	0,009 8	0,009 2	0,008 7
T <sub>15</sub>	0,015 9	0,014 4	0,013 1	0,012 1	0,011 2	0,010 4	0,009 7	0,009 1	0,008 5	0,008 1
T <sub>16</sub>	0,014 8	0,013 4	0,012 2	0,011 2	0,010 4	0,009 7	0,009 0	0,008 5	0,008 0	0,007 5
T <sub>17</sub>	0,013 9	0,012 6	0,011 5	0,010 5	0,009 7	0,009 1	0,008 5	0,007 9	0,007 5	0,007 0
T <sub>18</sub>	0,013 0	0,011 8	0,010 8	0,009 9	0,009 2	0,008 5	0,008 0	0,007 5	0,007 0	0,006 6
T <sub>19</sub>	0,012 3	0,011 2	0,010 2	0,009 4	0,008 7	0,008 0	0,007 5	0,007 0	0,006 6	0,006 2
T <sub>10</sub>	0,011 7	0,010 6	0,009 6	0,008 9	0,008 2	0,007 6	0,007 1	0,006 7	0,006 3	0,005 9

Таким чином, обробку результатів вимірювань згідно з рівняння надлишкових вимірювань (14) рекомендовано застосовувати для вимірювання високих температур  $T_i \geq 100$  °C і  $T_1 = 190$  °C. Під час аналізу табл. 8 було з'ясовано, що найкращі результати по точності були отримані при  $T_1 = T_i = 190$  °C.

Слід зазначити, що для випадку, наведеного в табл. 8, підвищення на порядок точності відтворення нормованої за значенням температури  $T_1$  (при незмінному значенні похибки відтворення  $T_2$ ) не призводить до підвищення точності вимірювання. Тож можна зробити висновок про використання непрецензійного нормованого джерела для відтворення  $T_1$ .

Проведеними розрахунками було підтверджено, що збільшення точності відтворення нормованих температур  $T_1$  та  $T_2$  на порядок призводить до підвищення на порядок точності вимірювання.

### 5. 3. Порівняльний аналіз застосування двох систем

Порівняння отриманих результатів, що були отримані при дослідженні рівнянь надлишкових вимірювань (11) і (14), проводилися за наступними критеріями:

- 1) можливість вимірювання на всьому робочому діапазоні,
- 2) точність вимірювання,

- 3) кількість тактів вимірювання,
- 4) простота використання.

Нижче розглянуто систему надлишкових вимірювань (10), що описує і складається з 5-ти тактів вимірювання відносно зазначених критеріїв:

1) застосовується на всьому діапазоні при умові, що  $T_1 = T_i(0,0005 \cdot T_i + 1)$  і  $T_1 > T_2$  (рекомендовано діапазон нормованих температур  $T_1 = (10 \div 100)^\circ\text{C}$  і  $T_2 = (1 \div 10)^\circ\text{C}$ );

2) на діапазоні вимірювань від  $10^\circ\text{C}$  до  $200^\circ\text{C}$  забезпечується високоточне вимірювання з відносною похибкою від  $0,0100\%$  до  $0,00003\%$  при  $T_1 = T_i(0,0005 \cdot T_i + 1)$ ;

3) для своєї реалізації потрібно виконати 5 тактів вимірювання;

4) для високоточного вимірювання в широкому діапазоні потребує виконання співвідношення між шуканою температурою  $T_i$  і нормованою за значенням температурою  $T_1 = T_i(0,0005 \cdot T_i + 1)$ .

Нижче розглянуто систему надлишкових вимірювань (13), що описує і складається з 6-ти тактів вимірювання відносно зазначених критеріїв:

1) рекомендовано застосовувати для вимірювання високих температур  $T_i \geq 100^\circ\text{C}$ ;

2) на діапазоні вимірювань від  $100^\circ\text{C}$  до  $190^\circ\text{C}$  при  $T_1 = 190^\circ\text{C}$  забезпечується високоточне вимірювання з відносною похибкою від  $0,0117\%$  до  $0,0059\%$ ;

3) для своєї реалізації потрібно виконати 6 тактів вимірювання;

4) для високоточного вимірювання високих температур потребує дотримання умови щодо задання нормованої за значенням температури  $T_1$ , яке відповідає кінцю робочого діапазону ( $T_1 = 190^\circ\text{C}$ ).

Таким чином, при використанні сенсора з нестабільною квадратичною ФП для підвищення точності у всьому діапазоні слід застосовувати систему нелінійних рівнянь величин (10) та рівняння надлишкових вимірювань (11) для обробки отриманих результатів вимірювання.

## **6. Обговорення результатів комп'ютерного моделювання квадратичної функції перетворення**

При застосуванні МНВ необхідно сформулювати надлишковість або додаткові дані, як в роботі [16], що при обробці за певним алгоритмом, як і в роботах [9, 14], сприятимуть підвищенню точності. То ж, для квадратичної ФП досліджувалися два варіанти систем формування надлишковості, що складаються з 5-ти та 6-ти рівнянь величин, кожне з яких описує такт вимірювання. Слід зазначити, що в кожному такті відбувається вимірювання шуканої температури, нормованих за значенням температур  $T_1$  та  $T_2$ , та їх комбінація. Для створення нормованих за значенням величин (температур) необхідна наявність стандартизованих джерел з нормованими характеристиками, адже точне знання нормованих величин при подальшій їх обробці сприяє підвищенню точності, як і зазначено в роботах [12, 13]. В свою чергу, використання високоточних елементів при вимірюваннях, як і в роботі [18], обумовлює зменшення методичної похибки МНВ.



В результаті рішення запропонованих систем (10) та (13) були отримані відповідні рівняння надлишкових вимірювань (11) та (14). Обробка результатів вимірювання згідно з запропонованими рівняннями забезпечує автоматичне виключення адитивної і мультиплікативної складових похибки, тобто відбувається корекція похибок, що не розходиться з даними, наведеними в роботах [19–25]. Крім того, завдяки застосуванню запропонованих рівнянь надлишкових вимірювань (11) та (14) стає можливим безпосереднє використання нелінійної ФП без застосування спеціальних заходів по її лінеаризації, які притаманні для досліджень, опублікованих в [12–14].

При дослідженні впливу нормованих величин на результат вимірювання для систем (10) та (13), як видно з (табл. 1–3, 5–7), було виявлено, що більший вплив справляє величина  $T_1$  ніж  $T_2$ . Особливо це проявляється для системи (13) з відповідним рівнянням надлишкових вимірювань (14). Такий вплив нормованих величин на результат вимірювань, на думку авторів, обумовлено видом рівнянь величин: так в рівнянні (11) в знаменнику наявні дві величини  $T_1$  та  $T_2$ , а для рівняння (14) – лише величина  $T_1$ . Це означає, що такий механізм впливу нормованої величини  $T_1$  є тим фактором регулювання процесу, завдяки якому можна впливати на відносну похибку вимірювання. Вплив величин певних параметрів на результат вимірювання не розходиться з практичними даними, що були наведені в роботах [7, 12]. Також було з'ясовано, що для обох систем (10) та (13) найкращі результати по точності (табл. 2, 6) були отримані для випадку при  $T_1=(10\div 100)^\circ\text{C}$ ,  $T_2=(1\div 10)^\circ\text{C}$ . Для найкращого за точністю випадку, були проведені дослідження впливу на точності результату похибок відтворення нормованих за значенням температур, що представляють собою складову методичної похибки МНВ. Дослідження проводилися спочатку при збільшенні на один порядок точності відтворення нормованої за значенням температури  $T_1$ , а потім при збільшенні на один порядок точності відтворення обох нормованих за значенням температур  $T_1$  та  $T_2$ . В результаті чого було з'ясовано, що підвищення точності відтворення нормованої за значенням температури  $T_1$  (при незмінному значенні похибки відтворення  $T_2$ ) не призводить до суттєвого покращення результатів. Це дає підстави використовувати непрецензійне нормоване джерело для відтворення  $T_1$ . Натомість, при збільшенні на порядок точності відтворення обох нормованих за значенням температур  $T_1$  та  $T_2$  сприяє підвищенню точності вимірювання також на порядок.

Оскільки найкращі результати за точністю були отримані при  $T_1=(10\div 100)^\circ\text{C}$ ,  $T_2=(1\div 10)^\circ\text{C}$ , то особливий інтерес мають більш детальні дослідження системи (10) та відповідним рівнянням (11). При подальшому дослідженні (табл. 4) була виявлена певна закономірність між контрольованою  $T_i$  та нормованою величиною  $T_1$ , при якій спостерігалось найменше значення похибки. Так, стає можливим вимірювати з відносною похибкою, що складає 0,002 %, при близькості  $T_1$  до  $T_i$ , а саме  $T_1=T_i=50^\circ\text{C}$ , та  $T_2=(1\div 10)^\circ\text{C}$ . То ж для виявлення закономірності між контрольованою  $T_i$  та нормованою величиною  $T_1$ , при якій спостерігається збільшення точності, був проведений комп'ютерний аналіз. Таким чином було встановлено, що співвідношення між значеннями  $T_1$  і  $T_i$  має вигляд  $T_1=T_i(0,0005\cdot T_i+1)$ , при якому забезпечується високоточне вимірювання з

відносною похибкою від 0,01 % до 0,00003 % на діапазоні вимірюваних температур від 10 °С до 200 °С. Таким чином, дотримання співвідношення між контрольованою  $T_i$  та нормованою величиною  $T_1$  дає змогу отримати результат високої точності в широкому діапазоні значень. Це також не розходиться з висновками роботи [8], де підвищення точності вимірювання також пов'язане з дотриманням встановлених поправок до параметрів.

Для системи (10) з рівнянням (11) були проведені детальні дослідження і для іншого співвідношення між  $T_1$  і  $T_2$ :  $T_1=T_2=(10\div 100)$  °С та при значенні контрольованої температури  $T_i=100$  °С, тобто без дотримання знайденого співвідношення  $T_1=T_i(0,0005\cdot T_i+1)$ . Так було побудовано функціональну залежність відносної похибки вимірюванні від нормованих значень  $T_1$  і  $T_2$  та при значенні контрольованої температури  $T_i=100$  °С (рис. 1). При аналізі отриманої поверхні виявлено певне небажане співвідношення між  $T_1$  і  $T_2$ , при якому вимірювання стають недопустимі. То ж для виявлення небажаного співвідношення, був проведений комп'ютерний аналіз, в результаті якого було з'ясовано, що  $T_2\neq 2\cdot T_1$ . Слід зазначити, що при збільшенні різниці між  $T_1$  і  $T_i$  це співвідношення буде мати певний діапазон з максимумом похибки в точці  $T_2\neq 2\cdot T_1$ . Це свідчить про доцільність дотримання знайденого співвідношення між значеннями нормованою температурою  $T_1$  і контрольованою  $T_i$ , що має вид  $T_1=T_i(0,0005\cdot T_i+1)$ .

При визначенні характеру впливу нормованих величин  $T_1$  і  $T_2$  для системи (13) з відповідним рівнянням надлишкових вимірювань (14) дослідження проводилося при аналогічних для рівняння (11) вихідних даних. Найкращі результати по точності (табл. 5–7), на відміну від результатів, отриманих для рівняння (11), отримують лише при великому (більше за 100 °С) значенні  $T_1$ . Але, в той самий час, діапазон нормованих температур  $T_1=(10\div 100)$  °С і  $T_2=(1\div 10)$  °С, в якому забезпечується найменша похибка вимірювання, виявився таким же, як і для рівняння (11). Для цього діапазону були також проведені дослідження впливу на точність вимірювання похибок відтворення нормованих за значенням температур  $T_1$  та  $T_2$ . Результати такого дослідження виявилися аналогічними, як і для рівняння (11). Це свідчить про можливість використання непрецензійного нормованого джерела для відтворення  $T_1$ . При подальшому аналізі отриманих даних (табл. 5–7) було з'ясовано, що при збільшенні сумарного значення  $T_1$  і  $T_i$  відбувається зменшення значення відносної похибки. То ж для виявлення закономірності між нормованою температурою  $T_1$  і контрольованою  $T_i$  було проведене комп'ютерне моделювання при  $T_1=(100\div 190)$  °С та  $T_i=(100\div 190)$  °С. Оскільки, як видно з (табл. 1–3, 5–7), параметр  $T_2$  не вносить вагомий вплив на результат вимірювання, то при розрахунках було взято  $T_2=10$  °С. В результаті комп'ютерного моделювання було з'ясовано, що найменшу похибку (0,0059 %) отримують при  $T_1=T_i=190$  °С (табл. 8). Це означає, що при застосуванні рівняння надлишкових вимірювань (14) необхідно задавати значення нормованої температури  $T_1$ , яке відповідає кінцю робочого діапазону ( $T_1=190$  °С).

Аналіз отриманих результатів, що був наведений в п. 5. 3, показав, що найкраще себе зарекомендувала система рівнянь величин (10) з 5-ма рівняннями величин ніж система (13) з 6-ма рівняннями. Слід зазначити, що з точки зору обробки статистичних даних передбачалося отримання протилежних результа-

тів. Це свідчить про те, що на підвищення точності вимірювання МНВ чинить вплив не кількість вимірювань, а вид рівняння надлишкових вимірювань. Крім того, можливість застосовувати системи з різною кількістю рівнянь величин свідчить про гнучкість застосування МНВ в залежності від можливості їх реалізації, а також від можливості відтворення нормованих за значенням величин.

Таким чином, отримані дані щодо застосування системи (10) з рівнянням надлишкових вимірювань (11) при нестабільній квадратичній ФП, дозволяють стверджувати наступне:

1) завдяки дотриманню співвідношення між значеннями нормованої температури  $T_1$  і контрольованої  $T_i$ , що має вид  $T_1 = T_i(0,0005 \cdot T_i + 1)$ , стає можливим високоточне вимірювання в широкому діапазоні;

2) для відтворення  $T_1$  немає підстави використовувати прецензійне нормоване джерело.

Такі висновки можна вважати доцільними з практичної точки зору, тому що дозволяють високоточне вимірювання в широкому діапазоні при дотриманні знайденого співвідношення між значеннями нормованою температурою  $T_1$  і контрольованою  $T_i$ . Крім того, використання непрецензійного нормованого джерела для відтворення нормованої за значенням температури  $T_1$  дає можливість знизити вимоги до його потужності та точності. Також слід зазначити, що застосування рівняння надлишкових вимірювань (11) забезпечує незалежність результатів вимірювань від абсолютних значень параметрів функції перетворення та їх відхилень від номінальних значень. Завдяки цьому при застосуванні МНВ можуть бути використані недорогі сенсори (при невисоких вимогах до стабільності). З теоретичної точки зору знайдене співвідношення між  $T_1$  та  $T_i$  виду  $T_1 = T_i(0,0005 \cdot T_i + 1)$  дозволяє стверджувати про можливість підвищення точності вимірювання в широкому діапазоні значень, що є певними перевагами даного дослідження. Ще однією з переваг є визначення характеру впливу на результат вимірювання величин  $T_1$  та  $T_2$ . Було з'ясовано, що більший вплив на результат вимірювання має величина  $T_1$  ніж  $T_2$ . Крім того, найкращі результати по точності для рівнянь (11) та (14) були отримані для діапазону нормованих температур  $T_1 = (10 \div 100)^\circ\text{C}$  та  $T_2 = (1 \div 10)^\circ\text{C}$ . Однак неможливо не відмітити, що такі результати по точності отримуються у випадку, коли за час проведення тактів вимірювань зміни параметрів функції перетворення залишаються сталими. При дотриманні знайденого співвідношення між  $T_1$  та  $T_i$ , потрібні знання поточного значення контрольованої температури, що є не завжди відомим. Крім того, при застосуванні МНВ, існує і методична похибка, що обумовлена похибкою відтворення нормованої за значенням температури  $T_2$ . Неможливість зняти названі обмеження в рамках даного дослідження породжує потенційно цікавий напрям подальших досліджень.

## 7. Висновки

1. Проведене комп'ютерне моделювання представленої системи нелінійних рівнянь величин, що складаються з 5-ти рівнянь. Моделювання проводилося при різних значеннях нормованих температур  $T_1$  і  $T_2$  та при змінах параметрів функції перетворення в межах  $\pm 10,0\%$ . Проведеними дослідженнями було

встановлено, що найбільший вплив на похибку вимірювання серед нормованих величин має  $T_1$ . На основі проведених досліджень було з'ясовано, що  $T_1 > T_2$ , а рекомендований діапазон нормованих температур становитиме  $T_1 = (10 \div 100)^\circ\text{C}$  та  $T_2 = (1 \div 10)^\circ\text{C}$ . Крім того, було встановлено, що для рівняння надлишкових вимірювань (11) слід дотримуватися співвідношення між  $T_1$  та  $T_2$ , при якому  $T_2 \neq 2 \cdot T_1$ . Проведеними дослідженнями впливу похибок відтворення нормованих за значенням температур, було з'ясовано, що підвищення точності відтворення нормованої за значенням температури  $T_1$  (при незмінному значенні похибки відтворення  $T_2$ ) не призводить до суттєвого покращення результатів. Завдяки цьому можна стверджувати про використання непрецензійних нормованих джерел для відтворення  $T_1$ . При збільшенні на порядок точності відтворення обох нормованих за значенням температур  $T_1$  та  $T_2$  сприяє підвищенню точності вимірювання також на порядок, що свідчить про взаємозв'язок цих нормованих величин з контрольованою  $T_i$ . Були визначені такі співвідношення між контрольованою і нормованою величиною, при якому забезпечується зниження похибки вимірювань в широкому діапазоні. Встановлено, при застосуванні рівняння надлишкових вимірювань (11) рекомендовано дотримуватися такого співвідношення між значеннями  $T_1$  і  $T_i$  при якому  $T_1 = T_i(0,0005 \cdot T_i + 1)$ . Завдяки цьому забезпечується високоточне вимірювання з відносною похибкою від 0,01 % до 0,00003 % на діапазоні вимірюваних температур від  $10^\circ\text{C}$  до  $200^\circ\text{C}$ . Це свідчить, про можливість підвищити точність вимірювання при нестабільній квадратичній функції перетворення шляхом коректного задання нормованої зазначенням величини  $T_1$ .

2. Проведене комп'ютерне моделювання представленої системи нелінійних рівнянь величин, що складаються з 6-ти рівнянь, при однакових початкових даних, як і для системи з 5-ти рівнянь. Дослідженнями було встановлено, що найбільший вплив на похибку вимірювання серед нормованих величин має, як і для системи з 5-ти рівнянь, величина  $T_1$ . Проведеними дослідженнями було з'ясовано, що  $T_1 > T_2$ , а рекомендований діапазон нормованих температур складатиме  $T_1 = (10 \div 100)^\circ\text{C}$  та  $T_2 = (1 \div 10)^\circ\text{C}$ . Встановлено, що підвищення на порядок точності відтворення нормованої за значенням температури  $T_1$  (при незмінному значенні похибки відтворення  $T_2$ ) не призводить до підвищення точності вимірювання. Тож можна зробити висновок про використання непрецензійного нормованого джерела для відтворення  $T_1$ , як і для системи з 5-ти рівнянь. Збільшення на порядок точності відтворення обох нормованих температур  $T_1$  та  $T_2$  сприяє підвищенню точності вимірювання також на порядок, що свідчить про взаємозв'язок цих нормованих величин з контрольованою  $T_i$ . Проведеними дослідженнями встановлено, що при застосуванні рівняння надлишкових вимірювань (14) і при умові  $T_1 = T_i = 190^\circ\text{C}$  досягається зменшення похибки до 0,0059 %. Це свідчить про необхідність задавати значення нормованої температури  $T_1$ , яке відповідає кінцю робочого діапазону. Таким чином, рекомендовано застосовувати систему з 6-ти рівнянь величин і відповідне рівняння надлишкових вимірювань (14) при вимірюваннях великих значень контрольованої температури  $T_i$ .

3. Проведено порівняльний аналіз запропонованих систем з відповідними рівняннями надлишкових вимірювань. При порівнянні результатів, отриманих

згідно рівнянь (11) і (14), встановлено перспективність проведення 5-ти тактів вимірювань відповідно до системи (10). В порівнянні з системою, що складається з 6-ти рівнянь, обробка результатів по рівнянню (11) дає можливість отримувати високоточні результати на всьому діапазоні вимірювальних температур, а також потребує меншу кількість тактів вимірювань.

### Література

1. Shcherban', V., Kolysko, O., Melnyk, G., Sholudko, M., Shcherban', Y., Shchutka, G. (2020). Determining tension of yarns when interacting with guides and operative parts of textile machinery having the torus form. *Fibres and Textiles*, 4, 87–95. URL: [http://vat.ft.tul.cz/2020/4/VaT\\_2020\\_4\\_12.pdf](http://vat.ft.tul.cz/2020/4/VaT_2020_4_12.pdf)
2. Shcherban', V., Melnyk, G., Sholudko, M., Kolysko, O., Kalashnyk, V. (2019). Improvement of structure and technology of manufacture of multilayer technical fabric. *Fibres and Textiles*, 2, 54–63. URL: [http://vat.ft.tul.cz/2019/2/VaT\\_2019\\_2\\_10.pdf](http://vat.ft.tul.cz/2019/2/VaT_2019_2_10.pdf)
3. Shcherban', V., Makarenko, J., Melnyk, G., Shcherban', Y., Petko, A., Kirichenko, A. (2019). Effect of the yarn structure on the tension degree when interacting with high-curved guide. *Fibres and Textiles*, 4, 59–68. URL: [http://vat.ft.tul.cz/2019/4/VaT\\_2019\\_4\\_8.pdf](http://vat.ft.tul.cz/2019/4/VaT_2019_4_8.pdf)
4. Shi, B., Feng, S., Zhang, Y., Bai, K., Xiao, Y., Shi, L. et. al. (2019). Junction Temperature Measurement Method for SiC Bipolar Junction Transistor Using Base–Collector Voltage Drop at Low Current. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 34 (10), 10136–10142. doi: <https://doi.org/10.1109/tpel.2019.2894346>
5. Zyska, T., Boyko, O., Holyaka, R., Hotra, Z., Fechan, A., Ivanyuk, H. et. al. (2018). Functionally integrated sensors of thermal quantities based on optocoupler. *Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High-Energy Physics Experiments 2018*. doi: <https://doi.org/10.1117/12.2501632>
6. Новосядлий, С. П., Луцький, І. М. (2015). Шляхи підвищення швидкодії GaAs–полових транзисторів Шотткі (ПТШ) та селективнолегованих гетеротранзисторів (СЛГТ) для формування сучасних НВЧ–схем. *Фізика і хімія твердого тіла*, 16 (2), 413–419. doi: <https://doi.org/10.15330/pcss.16.2.413-419>
7. Hidalgo-López, J. A., Fernández-Ramos, R., Romero-Sánchez, J., Martín-Canales, J. F., Ríos-Gómez, F. J. (2018). Improving Accuracy in the Readout of Resistive Sensor Arrays. *Journal of Sensors*, 2018, 1–12. doi: <https://doi.org/10.1155/2018/9735741>
8. Танкевич, Є. М., Яковлева, І. В., Варський, Г. М. (2016). Підвищення точності вимірювальних каналів напруги систем керування електроенергетичних об'єктів. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, 1, 79–84. URL: <https://visnyk.vntu.edu.ua/index.php/visnyk/article/download/1880/1880/>
9. Rahimi, A., Kanerva, P., Benini, L., Rabaey, J. M. (2019). Efficient Bisignal Processing Using Hyperdimensional Computing: Network Templates for Combined Learning and Classification of ExG Signals. *Proceedings of the IEEE*, 107 (1), 123–143. doi: <https://doi.org/10.1109/jproc.2018.2871163>

10. Huang, P.-C., Rabaey, J. M. (2017). A Bio-Inspired Analog Gas Sensing Front End. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 64 (9), 2611–2623. doi: <https://doi.org/10.1109/tcsi.2017.2697945>
11. Boyko, O., Barylo, G., Holyaka, R., Hotra, Z., Ilkanych, K. (2018). Development of signal converter of thermal sensors based on combination of thermal and capacity research methods. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 4 (9 (94)), 36–42. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.139763>
12. Boyko, O. V., Hotra, Z. Y. (2020). Analysis and research of methods of linearization of the transfer function of precision semiconductor temperature sensors. *Physics and Chemistry of Solid State*, 21 (4), 737–742. doi: <https://doi.org/10.15330/pcss.21.4.737-742>
13. Lewis, G., Merken, P., Vandewal, M. (2018). Enhanced Accuracy of CMOS Smart Temperature Sensors by Nonlinear Curvature Correction. *Sensors*, 18 (12), 4087. doi: <https://doi.org/10.3390/s18124087>
14. Zhang, J., Qian, W., Gu, G., Mao, C., Ren, K., Wu, C. et. al. (2019). Improved algorithm for expanding the measurement linear range of a four-quadrant detector. *Applied Optics*, 58 (28), 7741. doi: <https://doi.org/10.1364/ao.58.007741>
15. Goumopoulos, C. (2018). A High Precision, Wireless Temperature Measurement System for Pervasive Computing Applications. *Sensors*, 18 (10), 3445. doi: <https://doi.org/10.3390/s18103445>
16. Liu, G., Guo, L., Liu, C., Wu, Q. (2018). Evaluation of different calibration equations for NTC thermistor applied to high-precision temperature measurement. *Measurement*, 120, 21–27. doi: <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2018.02.007>
17. Chen, C.-C., Chen, C.-L., Lin, Y. (2016). All-Digital Time-Domain CMOS Smart Temperature Sensor with On-Chip Linearity Enhancement. *Sensors*, 16 (2), 176. doi: <https://doi.org/10.3390/s16020176>
18. Cuesta-Frau, D., Varela, M., Aboy, M., Miró-Martínez, P. (2009). Description of a Portable Wireless Device for High-Frequency Body Temperature Acquisition and Analysis. *Sensors*, 9 (10), 7648–7663. doi: <https://doi.org/10.3390/s91007648>
19. Кондратов, В. Т. (2010). Методы избыточных измерений: основные определения и классификация. *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*, 3, 220–232. URL: [http://journals.khnu.km.ua/vestnik/pdf/tech/2010\\_3/47kon.pdf](http://journals.khnu.km.ua/vestnik/pdf/tech/2010_3/47kon.pdf)
20. Кондратов В. Т. (2016). Фундаментальная метрология: теория структурного анализа уравнений избыточных и сверхизбыточных измерений. Сообщение 1. Виміррювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах, 1, 17–26. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/vott\\_2016\\_1\\_4](http://nbuv.gov.ua/UJRN/vott_2016_1_4)
21. Кондратов, В. Т. (2009). Теория избыточных измерений: универсальное уравнение измерений. *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*, 5, 116–129. URL: [http://journals.khnu.km.ua/vestnik/pdf/tech/2009\\_5/zmist.files/23kon.pdf](http://journals.khnu.km.ua/vestnik/pdf/tech/2009_5/zmist.files/23kon.pdf)
22. Кондратов, В. Т. (2015). Теория избыточных и сверхизбыточных измерений: сверхизбыточные измерения сопротивления резисторов и резистив-

ных сенсоров. Сообщение 1. Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах, 4, 7–22. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/vott\\_2015\\_4\\_3](http://nbuv.gov.ua/UJRN/vott_2015_4_3)

23. Shcherban, V., Korogod, G., Chaban, V., Kolysko, O., Shcherban', Y., Shchutska, G. (2019). Computer simulation methods of redundant measurements with the nonlinear transformation function. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 2 (5 (98)), 16–22. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.160830>

24. Shcherban', V., Korogod, G., Kolysko, O., Kolysko, M., Shcherban', Y., Shchutska, G. (2020). Computer simulation of multiple measurements of logarithmic transformation function by two approaches. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 6 (4 (108)), 6–13. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2020.218517>

25. Shcherban', V., Korogod, G., Kolysko, O., Kolysko, M., Shcherban', Y., Shchutska, G. (2021). Computer simulation of logarithmic transformation function to expand the range of high-precision measurements. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 2 (9 (110)), 27–36. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.227984>

Not a reprint