

Оптимізація вивозу сміття у територіальній громаді

Р. Р. Бігун, В. В. Литвин

Пропонується алгоритм оптимізації маршруту збору сміття в об'єднаній територіальній громаді (або окремого населеного пункту). Дослідження проведено для одного сміттєвозу. Для максимальної ефективності алгоритму, зроблено припущення, що пункти вивезення зібраних відходів сміттєвозом можуть бути розміщені на шляху між запропонованими кластерами пунктів збору сміття. Доведено оптимізацію побудованих маршрутів з урахуванням вищезгаданих припущень. Отримані результати можуть бути використані для зменшення витрат бюджету влади територіальних громад для збору та утилізації відходів. Знайдені рішення можуть значно скоротити час на збір сміття, що покращить екологічно-естетичну ситуацію досліджуваної території. Використання нового алгоритму дозволяє відобразити результати, як в кількісній, так і в якісній формі.

Для кластеризації було вибрано покращений алгоритм k -середніх з максимальним розміром кластера. Кожний кластер побудований на основі значення максимальної тоннажності сміттєвоза. Це означає, що розмір кластера визначиться значенням максимальної кількості відходів, які можуть бути вивезені за один раз сміттєвозом.

Для пошуку найкоротшого шляху між представниками одного кластеру (пункти збору сміття) з обходом всіх його точок та для пошуку оптимального шляху між всіма кластерами, сформованими для територіальної громади, використано задачу комівояжера.

Проблема ефективної утилізації відходів у територіальних громадах має тенденцію швидкого зростання та все більш гостро постає питання про оптимізацію збору та вивозу сміття. Це пов'язано з тим, що в даний час разом зі збільшенням глобального населення всі види виробництва нарощують свої обсяги, що в свою чергу призводить до збільшення кількості відходів, зокрема побутових.

Ключові слова: оптимізація маршруту вивозу сміття, кластеризація, задача комівояжера, розвиток територіальних громад.

1. Вступ

Підходи до вирішення збору та утилізації сміття вражають своєю різноманітністю та варіюються від країни до країни. Для більш комфортного користування термінологією всіх методів їх було узагальнено до двох видів. Перший з них групує всі підходи, які задовольняють категорію «проблема збору та утилізації відходів, коли пункти збору розташовані у фіксованих місцях». До іншого відносять всі підходи, які підпадають під тематику «проблема збору та утилізації відходів, коли пункти збору розташовані від будинку до будинку».

Сміттєвий менеджмент включає в себе розгляд таких питань, як процес виробництва, збору відходів, їх обробки та транспортування, включаючи процес розробки маршрутів для транспортування. Неправильний підхід до цих питань, зокрема до маршрутизації транспортування, гарантує збільшення фінансових витрат урядом держави.

Через зростання глобального населення та збільшення побутових відходів з кожним роком збільшується інтерес урядів та дослідників до «проблеми сміття». Проблема управління відходами створює широке дерево запитань різнопланового характеру, а саме: питання створення відходів на виробництвах, їхнього збору, транспортування та утилізації, мінімізації шкідливого впливу на екологію середовища, повторного використання. Ця різноманітність питань створює різнонаправлені течії зацікавленості дослідників. Одна частина з них звертає увагу на екологічну сторону цієї проблеми, а інша – на фінансову. Для прикладу, маршрутизація транспортування передбачає великі витрати у вигляді капіталу, робочої сили, змінних експлуатаційних витрат тощо. Кожна з озвучених сторін з кожним роком стає дедалі актуальнішою та проблематичнішою.

Моделі для оптимізації озвучених проблем називаються задачами збору та утилізації сміття. Ці задачі є розширенням до вже відомих задач маршрутизації транспортних засобів. Задача збору та утилізації сміття може бути представлена, як задача маршрутизації транспортного засобу для збору відходів у певних групах вузлів (кластерів) та збуту зібраних матеріалів у певних визначених пунктах (пункти збору сміття). Приклад кластеризації зображено на рис. 1.



Рис. 1. Приклад кластеризації пунктів збору сміття

Задача для транспортувальних машин, аналогічно до задачі маршрутизації транспортних засобів, розглядає фіксовану навантаженість. Більше того, такі задачі розглядають такі самі цілі, як і задачі маршрутизації транспортних засобів, зокрема мінімізація загальної дистанції та/або часу подорожі, мінімізація наповненості контейнера транспортного засобу. Різницею між цими задачами є те, що у задачах збору та утилізації відходів є допустима умова багатьох візитів до пунктів збуту матеріалів для всіх досліджувальних транспортних засобів. У контексті такої задачі пунктами збуту сміття є сміттєзвалища. Іншою відмінністю є те, що перед поверненням до пунктів відправлення ці транспортні засоби мають бути обов'язково звільнені від зібраних відходів.

Значне зростання темпів глобалізації, погіршення екологічної ситуації значно впливають на зростання цін на всі фінансові питання, які виносяться при обговоренні утилізації сміття. Це змушує керівництво територіальних громад чи населених пунктів глибше цікавитися питанням оптимального вивозу сміття.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

Оптимізація збору відходів є досить важливою і актуальною темою у світі. Неправильне управління відходами, наприклад неефективне транспортування або маршрутизація, призведе до більших витрат на збір відходів. Загалом проблему збору відходів у різних країнах формують двояко різними способами залежно від типу міського середовища, а саме: «проблема дуги» та «проблема з вузлом». Коли така проблема сформульована як проблема дуги, відходи накопичуються вздовж вулиці і транспортний засіб повинен відвідати вулицю, щоб виконати збір. Коли формулюється як проблема з вузлом, то відходи накопичуються на пунктах збору сміття, і транспортний засіб виконує збір у таких призначених місцях. У такому випадку вирішують проблему маршрутизації транспортного засобу. У роботі [1] розглянуто двоцільову модель збору сміття в сільській місцевості протягом планового періоду. А також розглядається задача з проблемою дуги на територіях сільських місцевостей Іспанії. Але залишилося нерозглянутим питання для проблеми вузла.

У [2] представлено міні-огляд останніх підходів та їх застосування у зборі та транспортуванні відходів. Розглянуто кілька метаевристичних алгоритмів, таких як оптимізація колоній мурах, імітований відпал, генетичний алгоритм, пошук великого околиці, жадібні рандомізовані адаптивні процедури пошуку та інші.

Робота [3] представляє рішення задачі оптимізації збору та утилізації сміття, включаючи часові перерви для водіїв транспорту перевезення відходів. Було побудовано алгоритм вирішення проблеми маршрутизації з часовими вікнами. За часове вікно вважають обідню перерву для водіїв. Результати обґрунтовані на даних датської компанії по переробці відходів.

У [4] запропоновано алгоритм вирішення задачі оптимізації вивозу сміття, але результат містить покращення або відносно відстані або відносно кількості транспортних засобів. Одночасне вирішення оптимізації і відносно транспорту, і відносно кількості транспортних засобів запропоновано у роботі [5].

У [6] було запропоновано гібридний алгоритм між оптимізованим методом рою хаотичних частинок та ArcGIS. Запропонований метод був експеримента-

льно перевірений на реальному наборі даних Дананга. Він отримав кращу загальну кількість зібраних відходів, ніж відповідні методи, однак програє іншим через збільшення значення пройденої відстані та більшого робочого часу.

Використання ArcGIS для оптимізації вивезення сміття також було вису-нуто у [7], де було запропоновано розширення для аналізу мережі ArcGIS. Такий підхід був використаний у трьох місцевих органах влади в Гані. Завдяки такому варіанту зменшилася тижнева відстань у дорозі на 81,27 км, загальна кількість транспортних засобів на 4,79 %, час у дорозі на 853,59 хвилини.

У [8] було застосовано генетичний алгоритм та алгоритм найближчого су-сіда. Результати показали значне скорочення загальної відстані подорожі в по-рівнянні з попередньою ситуацією. Відстань вантажівок зменшилася в серед-ньому на 66,42 %.

Через збільшення утворення відходів та всіх проблем, пов'язаних з їх ефе-ктивною утилізацією, зростає потреба в покращенні існуючих оптимізаційних підходів для маршрутизації збору відходів (waste collection routing problem (WCRP)) та розробці нових підходів та алгоритмів.

3. Мета та задачі дослідження

Метою роботи є оптимізація шляху вивозу сміття одним сміттєвозом у ме-жах об'єднаної територіальної громади. Це дозволить зменшити фінансові ви-трати у даній площині тематики збору та утилізації відходів.

Для досягнення мети було поставлено таке завдання:

- розробити алгоритм оптимізації маршруту вивозу сміття;
- розробити програму на основі запропонованого алгоритму та провести верифікацію методу.

4. Матеріали та методи дослідження

Акцент дослідження падає на оптимізацію маршрутизації збору сміття в об'єднаній територіальній громаді за певних умов. Першою з умов є те, що за-дача розглядається для одного транспортного засобу (сміттєвоза). Наступною є умова, яка каже, що сміттєзвалища можуть бути розміщені на шляху між за-пропонованими кластерами пунктів збору сміття. І остання умова описує те, що кожна транспортна машина має обмежену фіксовану навантаженість. Підхід збору сміття визначений підходом «збір сміття відбувається у фіксованих точ-ках на території громад».

В ході дослідження використали покращений алгоритм методу k -середніх для задачі об'ємної кластеризації [9]. Мета цього методу присвоїти кожному точку з множини до відповідного (найближчого) кластера, базуючись на центрах кла-стерів, які називаються центроїдами («середня» точка в кластері).

Простий алгоритм k -середніх передбачає такі кроки:

- 1) вибирається число кластерів k ;
- 2) рандомно генерується k кластерів і визначається їхні центроїди, або рандомно вказується k точок, які відповідатимуть центроїдам кластерів;
- 3) присвоюється кожна точка множини до найближчого центроїда (відпо-відно до кластера);

4) перераховуються нові центроїди кластерів;

5) повторюються кроки 3, 4 допоки деякий критерій збіжності не буде досягнутим, або переприсвоєння втратить зміст.

Але, оскільки, кожне ПЗС може мати різну ємність, то логічніше формувати кластери таким чином, щоб ПЗС з більшою пріоритетністю (тобто з більшою ємністю) були розташовані ближче до центроїда. Якщо нехтувати цим припущенням, то може виникнути проблема з оптимізацією, оскільки можливе утворення більшої кількості кластерів ніж потрібно. Тобто, якщо спочатку були прив'язані ПЗС з меншою ємністю, то залишаються з більшою, матеріали яких можуть не вміститися в сміттєвоз і тоді потрібно формувати ще один кластер. Саме тому використано покращений алгоритм k -середніх, щоб усунути дану проблему.

Також в ході дослідження будемо використовувати задачу комівояжера. Її можна розв'язати різними методами. У загальному їх можна поділити на два типи: точні методи та евристичні методи. Суть точних методів полягає в знаходженні гарантованого оптимального шляху, але під припущенням, що часовий ресурс для такого пошуку є необмеженим. Евристичні методи дозволяють знайти достатньо хороші розв'язки в умовах обмеженої тривалості пошуку. Для дослідження оптимального шляху між представниками одного кластеру (точками збору відходів) та між самими кластерами використаємо точний метод дискретної оптимізації, який називається методом «гілок та меж» [10]. Методи дискретної оптимізації добре використовувати для пошуку розв'язку об'ємних задач, та які дають оптимальні чи приблизні розв'язки.

Для написання програми було використано мову програмування Python та бібліотеку NumPy для чисельних обчислень. Для візуалізації даних використано бібліотеку OpenCV. Характеристики апаратного забезпечення комп'ютера, на якому робилися досліди: процесор Intel(R) Core(TM) i7 (8-го покоління, 4 ядра), 16 ГБ ОЗП.

5. Результати дослідження оптимізації вивозу сміття у територіальній громаді

5.1. Алгоритм оптимізації вивозу сміття в об'єднаній територіальній громаді

Перший крок алгоритму розглядає побудову кластерів, використовуючи покращений алгоритм k -середніх для задачі об'ємної кластеризації.

Припустимо, що задача розглядає територіальну громаду, яка має n , $n \in \mathbb{N}$ пунктів збору сміття (ПЗС), які мають відомий розподіл (тобто для кожного такого пункту маємо його координати $((x, y) \in \mathbb{R}^2)$).

Припустимо, що n ПЗС можна згенерувати в k кластерів:

$$\sum_{j=1}^k n_j = n,$$

де k – кількість кластерів, n – загальна кількість ПЗС, n_j – кількість ПЗС в одному кластері j .

Нехай для вивозу сміття доступний тільки один сміттєвоз і відома його тоннажність C , та відомі d_1, \dots, d_n – місткість конкретного ПЗС.

Нехай X – бінарна матриця така, що

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{якщо ПЗС } i \text{ належить кластеру } j, \\ 0, & \text{якщо ні.} \end{cases}$$

Метою задачі є знаходження такої X , щоб мінімізувати

$$\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n \text{cost}_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, \quad (1)$$

де cost_{ij} – Евклідова відстань, яка обчислюється за формулою

$$\text{cost}_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}, \quad (2)$$

де $(x_i, y_i), (x_j, y_j)$ – координати i -го та j -го ПЗС, з наступними умовами

$$\sum_{j=1}^k x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad n \in N, \quad (3)$$

та

$$\sum_{i=1}^n d_i x_{ij} < C, \quad j = 1, 2, \dots, k; \quad k \in N, \quad (4)$$

(3) описує умову того, що кожне ПЗС є прив'язане тільки до одного кластеру, а умова (4) описує вимогу того, що з одного кластеру може бути зібрано не більше як C тонн сміття.

Покращений алгоритм k -середніх для задачі об'ємної кластеризації [9] має наступні етапи:

1) обчислюємо кількість кластерів на основі ємності пункту збору сміття d_i ($i=1, \dots, n$; n – кількість пунктів збору) і тонажу машини (ємність кластера, C):

$$k = \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{C}; \quad (5)$$

2) вибираємо початкові k центроїдів шляхом розташування пунктів ПЗС (d_i) на основі вимоги спадаючого порядку ($d_1 > d_2 > \dots > d_{n-1} > d_n$). Нехай це буде список D . Тоді перші k пункти стають центроїдами;

3) прив'язуємо ПЗС до кластера. Визначаємо Евклідові відстані між кожним пунктом до всіх k центроїдів. Групуємо всі пункти до найближчого центроїду j . Щоб знайти відповідний центроїд j для пункту вивозу, обчислюємо значення пріоритету як

$$Priority P_i = \frac{cost_{ij}}{d_i}. \quad (6)$$

Цей пріоритет визначає ПЗС, який має найвищий пріоритет мати центроїд j . Вибраний пункт призначається на основі обмеження (3). Якщо обмеження не виконується, то ПЗС буде призначено до наступного найближчого центроїда на основі (6) і (4);

4) обчислення центроїдів. Центроїд (X_j, Y_j) обчислюється на основі членів кластеру для кожного кластера. Нехай $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_j, y_j)$ – координати членів кластера j .

$$x_j = \sum_{m=1}^j \frac{x_m}{n_j},$$

$$y_j = \sum_{m=1}^j \frac{y_m}{n_j},$$

$$c_j = (x_j, y_j), \quad (7)$$

де c_j представляє j -ий центроїд; n_j – кількість ПЗС в кластері j ; m – ітератор циклу;

5) конвергентний критерій. Повторюємо процедуру поки є зміни в утвореному кластері.

Позначимо ПЗС через r_i ($i=1, 2, \dots, n$), $r_i \in R$.

Знайдені кластери позначимо як $K_i, i=1, \dots, k$; $k \in N$ – кількість кластерів.

Наступний крок передбачає побудову найкоротшого шляху між самими кластерами за допомогою задачі комівояжера. Цей крок вирішить питання порядку вивезення сміття з кожного сформованої множини точок (кластер за кластером, 1 кластер=одна машина). Для вирішення задачі комівояжера використовуємо метод «гілок та меж» [10]. Для опису етапів даного методу потрібні наступні лема та твердження.

Лема 1. Нехай маємо відшукану довжину оптимального гамільтонового циклу з матрицею відстаней A . Якщо від елементів деякого рядка або стовпця матриці відняти деяке число і знову розв'язати задачу з новою матрицею, то гамільтонів цикл комівояжера не зміниться. Більше того, його довжина зменшиться на це число.

Твердження 1. Априорне долучення ребра (i, j) у гамільтоновий цикл скорочує розмірність матриці відстаней внаслідок викреслювання з цієї матриці i -

го рядка та j -го стовпця. Потрібно врахувати, що якщо до якого-небудь початкового ребра (a, b) долучити деяке ребро (i, j) може сформулюватися негамільтоновий шлях – тому потрібно одразу вилучити ребро (j, a) .

Твердження 2. Априорне вилучення ребра (i, j) з гамільтонового циклу дає змогу виконати додаткове зведення матриці і покращити нижню межу. Таке вилучення здійснюється шляхом заміни відповідного елемента матриці відстані на ∞ .

На першому етапі визначається якась множина R усіх можливих гамільтонових циклів та деяка нижня множина граней довжини цих циклів, яку позначимо, як φ_R . Далі знаходимо такий гамільтоновий цикл, значення нижньої грані довжини якого є кращим за значення φ_R .

Другий етап передбачає початок розбиття множини на дві підмножини $(\{i, j\})$ – множина гамільтонових циклів з деяким спеціально вибраним ребром (i, j) , та $(\overline{\{i, j\}})$ – множина гамільтонових циклів без такого ребра. Для кожної з цих двох підмножин знаходимо відповідні значення нижніх граней $\varphi_{(\{i, j\})}$ та $\varphi_{(\overline{\{i, j\}})}$. Базуючись на цих отриманих значеннях нижніх граней вибираємо ту підмножину, яка має найменше значення φ . Вибрану підмножину далі розбиваємо таким самим чином, допоки розмірність матриці відстаней A не стане 2×2 .

Третій етап ґрунтується на побудові дерева взаємозв'язків підмножин, які були отримані в результаті розбиття початкової матриці відстаней A (вершинами дерева є відповідні обчислені нижні грані для кожної підмножини). Це дерево дає змогу виокремити поточний гамільтоновий шлях. Варто зауважити, що у випадку, коли таке побудоване дерево має деякі обірвані гілки, то потрібно перевірити чи нижні грані таких гілок не є менші за довжину поточного гамільтонового циклу.

Якщо перевірка дає негативний результат (тобто одна чи більше нижніх меж з підмножин обірваних гілок є більшою за довжину поточного гамільтонового циклу) то можна знайти нові гамільтонові цикли шляхом такого самого підходу (розбиття). Шуканий гамільтоновий цикл буде той цикл з отриманих, який має найменшу нижню грань довжин.

Зв'язок між цими етапами наступний. Застосовуючи Лему 1 спочатку на рядках відомої матриці відстаней A з мінімальними елементами рядків

$$\alpha_i = \min_j (a_{ij}), \quad (j = 1, \dots, n).$$

Потім до стовпців цієї матриці з мінімальними елементами стовпців

$$\beta_j = \min_i (a_{ij}), \quad (i = 1, \dots, n),$$

отримуємо цілковито зведену матрицю, яка містить хоча б один нуль в кожному рядку та стовпці. Більше того, елементи такої матриці не від'ємні. Зауважимо, що числа α_i, β_j називаються коефіцієнтами зведення. З Лемми 1 також випливає, що довжина L гамільтонового циклу незведеної матриці відстаней можна подати у вигляді

$$L = L_1 + \gamma, \quad (8)$$

де L_1 – довжина гамільтонового шляху зведеної матриці відстаней, а γ визначається, як

$$\gamma = \sum_{i=1}^n \alpha_i + \sum_{j=1}^n \beta_j. \quad (9)$$

Очевидно, що $L_1 \geq 0$. Враховуючи це та (8) можна визначити нижню грань довжин множини гамільтонових циклів, як

$$\Phi_R = \gamma. \quad (10)$$

Вибір спеціального ребра (i, j) для другого етапу визначається на основі Тверджень 1 та 2: для деякого нульового елемента $a_{ij}=0$ отриманої зведеної матриці A уявно заміняємо на ∞ та визначаємо

$$\gamma_{(i,j)} = \alpha_i + \beta_j. \quad (11)$$

Аналогічно обчислюються $\gamma_{(i,j)}$ для всіх нульових елементів зведеної матриці. Найбільша зміна довжини гамільтонового циклу відбудеться тоді, коли вилучається ребро з максимальною довжиною, тому в ролі ребра (i, j) вибираємо таке ребро (r, s) , що

$$\gamma_{(r,s)} = \max \left\{ \gamma_{(i,j)} \right\}. \quad (12)$$

Таким самим підходом до вибору ребра розбиття продовжуємо розбиття матриці відстаней A доки її розмірність не зменшиться до значення 2×2 . Після зведення отриманої матриці до вказаного розміру її нульові елементи вказуватимуть на ребра, які необхідно додати до циклу, щоб отримати оптимальний гамільтоновий цикл. Третій етап дозволить перевірити наявність інших оптимальних гамільтонових шляхів та, якщо вони існують, обрати той з них, який має найменше значення довжини. На цьому алгоритм методу «гілок і меж» закінчується.

Для застосування вищенаведеного методу «гілок і меж» на другому кроці алгоритму вивозу сміття і знаходження найкоротшого шляху між самими кластерами вибираємо за початковий кластер той, який є найближчим до водія.

Знайшовши найкоротший шлях між кластерами приступаємо до третього кроку, на якому спочатку знаходимо першу і останню точку в кожному кластері. Це будуть точки, які є найближчими точками між кластерами найкоротшого шляху.

Нехай порядок кластерів найкоротшого шляху – K_1, K_2, \dots, K_k . Початковою точкою в K_1 буде точка, найближча для водія. Останньою вибираємо таку точку

з K_1 , яка є найближчою до якоїсь точки з наступного кластеру K_2 . Ця точка відповідно стає першою в кластері K_2 . Подібним чином знаходимо такі точки для кожного кластеру. Маючи першу і останню точку будуємо найкоротший шлях у кожному кластері, використовуючи задачу комівояжера та метод «гілок і меж» для того, щоб об'їхати всі пункти збору сміття. Оскільки початкова точка і кінцева у нас уже задані, а також не потрібно повертатися у початкову точку, то необхідно внести певні модифікації перед початком виконання методу «гілок і меж». Як уже запропоновано у [11], додаємо фіктивний вузол, який з'єднується з початковим і кінцевим вузлом з ребрами з вагою 0. Оскільки задача комівояжера повинна містити фіктивний вузол, кінцевий результат повинен містити послідовність «початкова точка – фіктивний вузол – кінцева точка» (іншого способу досягти фіктивний вузол нема). Таким чином, задача має $(n+1)$ пунктів. Після вирішення задачі, просто видаляємо фіктивну точку, і тоді мінімальна довжина гамільтонівського шляху буде вирішена, і отримаємо найкоротший шлях, не повертаючи назад у початкову точку.

Оскільки кластери будувалися на основі ємності сміттевоза C , то для оптимальності та для логічності побудови кластерів вважаємо, що між кластерами є сміттєзвалище, де можна спорознати сміттевоз.

5.2. Програмна реалізація алгоритму оптимізації вивозу сміття в об'єднаній територіальній громаді

Нижче наведено псевдокод для першого кроку алгоритму, а саме: для кластеризації пунктів вивозу сміття покращеним алгоритмом k -середніх для задачі об'ємної кластеризації.

Псевдокод:

Обчислюємо k використовуючи (1)

Вибираємо перші k центроїди зі списку D

Ініціалізуємо двійкову матрицю X нулями

поки не зійшлося

для кожного $r_i \in R$

поки r_i не присвоєний

Обчислюємо Евклідову відстань за допомогою (2) до кожного з k кластерів і розташовуємо її в упорядкованому порядку.

Призначаємо найближчий центроїд r_i як m .

Групуємо всі непризначені пункти як G з найближчим центроїдом m .

Обчислюємо значення пріоритету для $r_i \in R$ за (6).

Призначаємо $r_i \in R$ найближчому центроїду на основі значення пріоритету, не порушуючи обмеження (3).

Оновлюємо x_{ij} .

якщо r_i не присвоєний тоді

вибираємо наступний найближчий центроїд

кінець якщо

кінець поки

кінець для кожного

Обчислюємо новий центроїд із утворених кластерів за допомогою (7)
кінець поки

Другим етапом у написанні програми є формування логіки для побудови найкоротшого шляху між знайденими кластерами $K_i, i \in [1, k]$ де k – кількість сформованих кластерів. Для цього використовується алгоритм методу «гілок та меж» для розв'язку задачі комівояжера. Початковим вважатимемо кластер, який є найближчим до водія. Псевдокод алгоритму подано нижче.

Псевдокод:

Визначаємо матрицю відстаней A_l для кожного кластеру $K_l, l \in [1, k]$
для кожного K_l

поки не зійшлося

поки скорочена матриця не має розмірності 2×2

Зводимо матрицю відстаней $K_l, l \in [1, k]$ за рядками і стовпцями

та визначаємо нижні грані за формулою $\varphi_R = \gamma = \sum_{i=1}^n \alpha_i + \sum_{j=1}^n \beta_j$,

де i, j – відповідні рядки та стовпці даної матриці.

Кожний нуль у зведеній матриці умовно замінюємо на ∞ і знаходимо значення суми коефіцієнтів зведення.

Апріорно вилучаємо з гамільтонового циклу ребро (i, j) з найбільшою сумою констант зведень та формуємо підмножину гамільтонових циклів $\{\overline{(i, j)}\}$.

Одержану матрицю відстаней зводимо і визначаємо нижню грань $\varphi_{\overline{(i, j)}}$ підмножини гамільтонових циклів $\{\overline{(i, j)}\}$.

Апріорно долучаємо дугу (i, j) в гамільтоновий цикл та замінюємо один з елементів отриманої зведеної матриці на ∞ , щоб не утворився негамільтоновий цикл.

Зводимо скорочену матрицю і визначаємо нижню грань $\varphi_{\{(i, j)\}}$

підмножини множини $\{(i, j)\}$.

кінець поки

Визначаємо поточний гамільтоновий цикл і його довжину d

якщо d не перевищує нижні грані обірваних гілок

вихід з циклу поки

кінець якщо

кінець поки

кінець для кожного

Третім етапом є написання частини коду для побудови найкоротшого шляху всередині кожного кластера $K_i, i \in [1, k]$ де k – кількість сформованих кластерів. Спочатку знаходимо перші і останні точки, які є найближчими точками між

кластерами найкоротшого шляху. Початковою точкою в K_1 буде точка, найближча для водія. Останньою вибираємо таку точку з K_1 , яка є найближчою до якоїсь точки з наступного кластеру K_2 . Ця точка відповідно буде першою в кластері K_2 . Таким самим чином знаходимо такі точки для кожного кластеру. Далі додаємо у кожному кластері фіктивний вузол, який з'єднується з початковим і кінцевим вузлом у даному кластері, з вагою 0. Після цього використовується алгоритм задачі комівояжера. Псевдокод будується аналогічно до другого кроку. Вкінці видаляємо всі фіктивні вузли, які були додані.

Для верифікації методу розглянуто дані, які представляють місце розташування сміття у деякій невеликій територіальній громаді, що складається в основному з сільських територій. Тонаж сміттєвозу – 10 тонн. Ємність пунктів збору сміття та їхні координати наведено у табл. 1.

Таблиця 1
Ємність і координати пунктів збору сміття

Номер	Позиція x	Позиція y	Ємність пункту збору сміття
1	2	4	1,5
2	2,2	5,2	1
3	3,3	2,3	1,5
4	1,5	6	2
5	5,2	8	1
6	8	12	2
7	10,1	16,7	1
8	15	21	1
9	18	19,7	1,5
10	19,7	24	2
11	22	22	2
12	23,1	27	1
13	26	18,4	1
14	29,2	23,8	1,5
15	39	17,1	1
16	37,8	21,9	1
17	42,1	27,8	1
18	46,2	30,1	1,5
19	48	36,2	1,5
20	51,4	34,6	2
21	54,4	38	2

Використовуючи побудований алгоритм, отримуємо результат, який візуалізований на рис. 2. Тобто, спочатку всі пункти вивозу сміття розбито на оптимальну кількість кластерів, які виділені червоним кольором. Далі знайдено оптимальний маршрут між кластерами, який позначено зеленими пунктирними

стрілками. Після того було знайдено перші і останні точки в кожному кластері і додано фіктивні точки, які вкінці було видалено. Далі побудовано оптимальний маршрут всередині кожного кластеру. Запропонованим місцем розташування сміттєзвалищ є яка-небудь дозволена локація на маршруті, що представлений зеленими пунктирними стрілками.

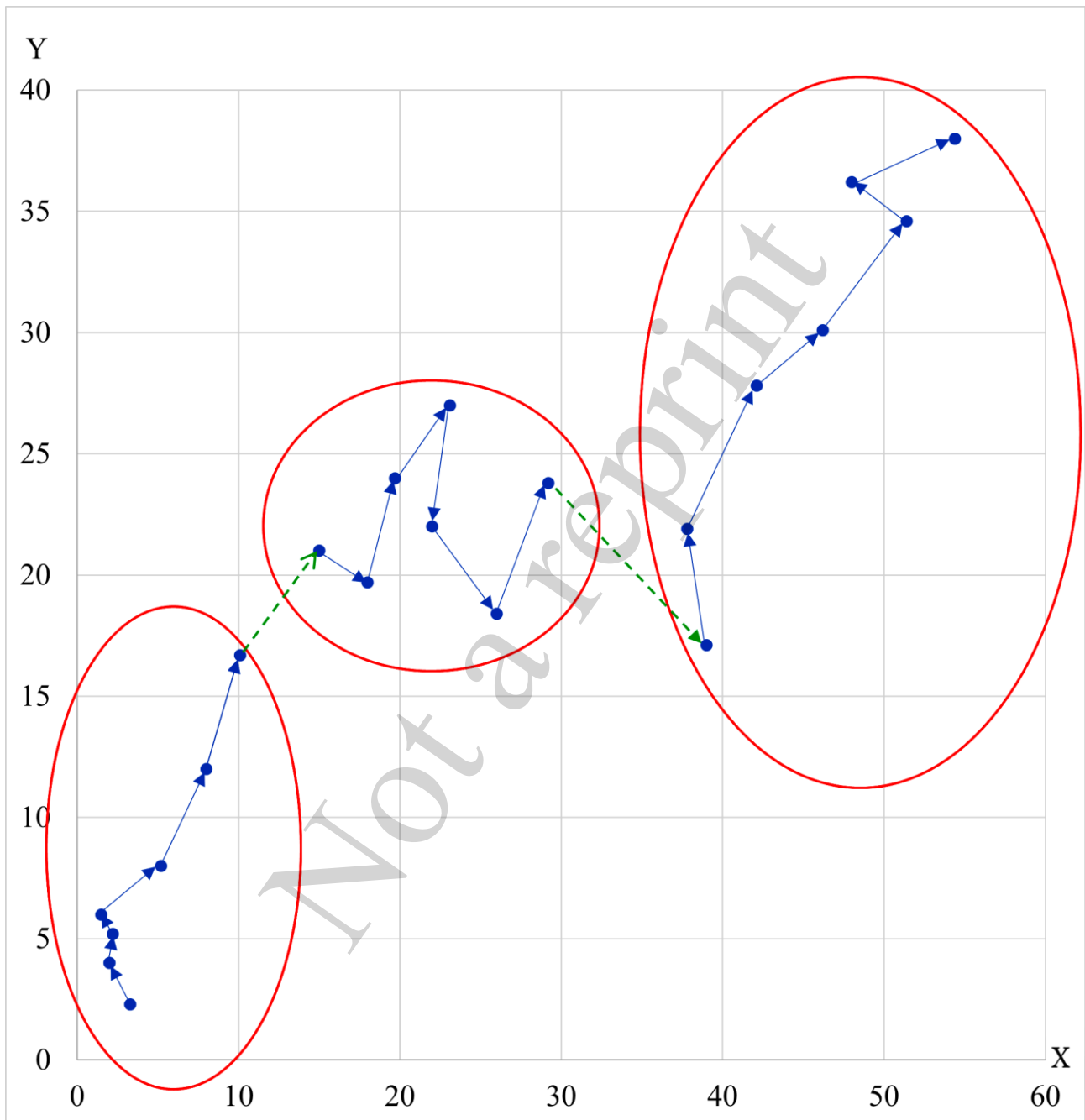


Рис. 2. Результат кластеризації та найкоротшого шляху збору відходів

Довжина найкоротшого шляху одним сміттєвозом за даним алгоритмом – 23 км. Сміттєвоз необхідно вивантажити 3 рази.

6. Обговорення результатів дослідження оптимізації вивозу сміття у територіальній громаді

Запропонований алгоритм дозволяє полегшити формування фінансових рішень для об'єднаних територіальних громад у площині вирішення проблем збору та утилізації сміття на визначеній території. Це можливо завдяки інтеграції в дослідження сучасних методів машинного навчання з розділу «навчання без вчителя», одним з яких є метод кластеризації, який називають k -середнім. Зокрема, для оптимізації побудови кластерів, а саме їх кількості, на даній території, використовуються покращений метод k -середніх, який включає розгляд пріоритезації вивозу сміття з визначених кластерів. Результат кластеризації для деякої територіальної громади з даними, які подані у таблиці 1, показаний на рис. 2 червоним кольором. Об'єм кожного кластера рівний ємності сміттєвоза (10 тонн) завдяки умові (4). Застосувавши задачу комівояжера та метод «гілок та меж», досягнуто оптимальності побудови шляху між кластерами (другий крок алгоритму). Схематично це зображено на рис. 2 зеленими пунктирними стрілками. На третьому кроці теж використано задачу комівояжера та метод «гілок та меж» для знаходження найкоротшого шляху об'їзду всіх пунктів збору сміття у кожному кластері. Схематично це зображено на рис. 2 синіми стрілками. Довжина всього шляху становила 23 км. Оптимізація шляху із застосуванням задачі комівояжера може призвести до зменшення витрат на такі фактори, як оплата витрат пального, кількості потрібних машин, загальної тривалості маршруту тощо. Особливістю на другому кроці є те, що вибрано початковий кластер той, який є найближчим до водія. А на третьому кроці особливістю є вибір першої і останньої точки в кожному кластері, щоб отримати оптимальних шлях не тільки в одному кластері, а на шляху в цілому.

Варто зазначити, що об'єктом може бути будь-який населений пункт, не обов'язково об'єднана територіальна громада.

Тим не менше, існує ряд обмежень, пов'язаних із погодними умовами, станом водія, дороги і т. д. На ці умови важко вплинути при розв'язуванні задач оптимізації вивозу сміття. Тому дані обмеження не розглядалися.

Недоліком методу, але водночас перспективою подальшого розвитку запропонованого алгоритму, є припущення, що сміттєзвалища можна побудувати, або вже побудовані на складеному маршруті, оскільки повинні бути дотримані певні санітарні норми. Тут може бути розглянуто оптимізація кількості відходів, які скидаються в одне сміттєзвалище на шляху від кластеру до кластеру.

Також рівень заповнюваності сміттевого контейнера може бути різним. Алгоритм можна вдосконалити, якщо контейнери облаштувати пристроями для визначення рівня заповнюваності.

7. Висновки

1. Для того, щоб зменшити фінансові витрати у сфері збору та утилізації відходів, було реалізовано алгоритм оптимізації вивозу сміття, який містить декілька етапів. На першому етапі використано покращений алгоритм k -середніх для кластеризації ПЗС. Другим етапом є застосування задачі комівояжера та метод «гілок та меж» задля пошуку оптимальних шляхів між самими кластера-

ми. З третім етапом будується оптимальний шлях всередині кожного кластера, базуючись на спеціальному виборі потрібних точок. За допомогою побудованого алгоритму вдалося досягнути мінімазації декількох важливих значень. Одним з таких значень є довжина пройденого сміттєвозом маршруту. Зменшення даної величини показує зменшення витрат, які відводяться на забезпечення роботи відповідного транспортного засобу. Також спостерігається зменшення загального часу, який витрачається на один маршрут. Це теж впливає на оптимізацію процесу збору сміття за принципом «вузлів».

2. Побудована програма дозволяє знайти оптимальні шляхи для будь-якого набору даних, які репрезентують деяку територіальну громаду або населений пункт, використовуючи поєднання декількох інструментів. Цими інструментами є покращений алгоритм k -середніх для кластеризації даних, метод «гілок та меж» для пошуку оптимальних шляхів в певній території та підхід поєднання отриманих оптимальних частин шляху в один загальний.

Подяка

Висловлюємо подяку Бігун Ніколетті Ярославівні за участь у написанні комп'ютерної програми для оптимізації вивозу сміття у територіальних громадах.

Література

1. Gómez, J. R., Pacheco, J., Gonzalo-Orden, H. (2013). A Tabu Search Method for a Bi-Objective Urban Waste Collection Problem. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 30 (1), 36–53. doi: <https://doi.org/10.1111/mice.12031>
2. Liang, Y.-C., Minanda, V., Gunawan, A. (2021). Waste collection routing problem: A mini-review of recent heuristic approaches and applications. *Waste Management & Research: The Journal for a Sustainable Circular Economy*, 0734242X2110039. doi: <https://doi.org/10.1177/0734242x211003975>
3. Buhkal, K., Larsen, A., Ropke, S. (2012). The Waste Collection Vehicle Routing Problem with Time Windows in a City Logistics Context. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 39, 241–254. doi: <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.03.105>
4. Gruler, A., Juan, A. A., Contreras-Bolton, C., Gatica, G. (2018). A Biased-Randomized Heuristic for the Waste Collection Problem in Smart Cities. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 255–263. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-75792-6_19
5. Campos, A. A., Arroyo, J. E. C. (2017). An ILS Heuristic for the Waste Collection Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Intelligent Systems Design and Applications*, 889–899. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-53480-0_88
6. Son, L. H. (2014). Optimizing Municipal Solid Waste collection using Chaotic Particle Swarm Optimization in GIS based environments: A case study at Danang city, Vietnam. *Expert Systems with Applications*, 41 (18), 8062–8074. doi: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2014.07.020>
7. Sulemana, A., Donkor, E. A., Forkuo, E. K., Oduro-Kwarteng, S. (2019). Effect of optimal routing on travel distance, travel time and fuel consumption of waste collection trucks. *Management of Environmental Quality: An International Journal*, 30 (4), 803–832. doi: <https://doi.org/10.1108/meq-07-2018-0134>

8. Assaf, R., Saleh, Y. (2017). Vehicle-Routing Optimization for Municipal Solid Waste Collection Using Genetic Algorithm: The Case of Southern Nablus City. *Civil and Environmental Engineering Reports*, 26 (3), 43–57. doi: <https://doi.org/10.1515/ceer-2017-0034>
9. Geetha, S., Poonthalir, G., Vanathi, P. T. (2009). Improved K-Means Algorithm for Capacitated Clustering Problem. *INFOCOMP Journal of Computer Science*, 8 (4), 52–59. URL: <https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.414.2123&rep=rep1&type=pdf>
10. Бартіш, М., Дудзяний, І. (2007). Дослідження операцій. Частина 1. Лінійні моделі. Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 168.
11. Lawler, E. L., Lenstra, J. K., Rinnooy Kan, A. H. G., Shmoys, D. B. (1985). *The Travelling salesman problem: A guided tour of combinatorial optimization*. John Wiley & Sons, 473.

For reading only