

Розробка матричної технології прогнозування динаміки процесу функціонування замкнутої системи військової логістики

О. П. Угольніков, В. І. Дяченко, Ю. О. Клят, А. В. Косенко, С. В. Шелухін

Відмічена тенденція інтенсивного розвитку нового наукового напрямку, що спрямований на оптимізацію процесів всебічного забезпечення життєдіяльності суспільства і виробничих процесів країн, тобто напрямку логістики, та її важливішої частини, військової логістики. Відмічені типові протиріччя між необхідністю і можливостями додаткового розвитку теорії процесів забезпечення цією системою. З одного боку військові мають для аналізу важливі, динамічні, багатогранні процеси всебічного забезпечення їх бойових дій, що потребує суттєвої активізації розробки методів і моделей кількісного аналізу ефективності функціонування систем військової логістики. З іншого боку зараз спостерігається обмежена наявність теоретичних розробок і практичного застосування потрібного, зручного, ефективного математичного інструментарію, що спрямований на комп'ютеризацію вирішення завдань забезпечення військових науково-технічних завдань в реальному масштабі часу.

Запропоновано матричну технологію прогнозування динаміки функціонування замкнутих систем військової логістики різного військового призначення. Матричне числення дозволяє отримувати проміжні і кінцеві результати в компактному вигляді та здійснювати складні та громіздкі розрахунки з використанням ефективних алгоритмів. Запропоновано метод точного вирішення системи лінійних диференціальних рівнянь, що описують процеси довільного виду. Метод заснований на використанні операційного числення Лапласа. Можливості методів та технології прогнозування ілюстровані вирішенням практичних військових завдань, які виникають під час функціонування систем військової логістики різної складності. Ці завдання відрізняються конфігурацією, різним числом можливих станів та переходів із стану у стан.

Ключові слова: військова логістика, динаміка функціонування, матрична технологія прогнозування, система забезпечення, стани системи, операційне числення.

1. Вступ

Удосконалення управління процесами матеріально-технічного забезпечення підготовки та бойового застосування військових частин та підрозділів відбувається в умовах постійного зростання динаміки цього застосування та дефіциту матеріальних ресурсів. Це спричиняє необхідність розвитку наукових методів оперативного обґрунтування управлінських рішень, що приймаються. Вказану проблему повинна розв'язувати в теорії та на практиці нова структура, в склад якої входять командні, плануючі та виконавчі органи і яка називається системою військової логістики.

Логістикою називають науку про планування і оптимізацію матеріальних потоків, потоків послуг і пов'язаних з ними потоків у визначеній системі або підсистемі для досягнення поставленої мети завдяки даним потокам.

Військова логістика – це є науково-обґрунтоване, оптимізоване всебічне оснащення військ, частин і підрозділів всіх видів Збройних Сил:

- озброєнням, транспортом і засобами управління;
- ракетами і боєприпасами;
- ремонтним обладнанням і військовим майном;
- пальне-мастильними матеріалами;
- речовим майном, продовольством і медичними засобами.

Оснащення відбувається в мирний час, під час підготовки до бойових дій та їх здійснення протягом пересування військ, їх дій в обороні та в наступі. Оптимізація процесів у військовій логістиці здійснюється по критерію мінімуму витрат часу на досягнення мети процесу функціонування та організоване за змістом, обсягами, часом і місцем.

Новизна та складність задач, що стоять перед системою військової логістики, потребують розробки нових підходів до їх вирішення. Тому необхідним є використання наукових методів при аналізі, плануванні та оптимізації процесів забезпечення в системі військової логістики. Для наукового обґрунтування рішень щодо оптимізації процесів оснащення військ, частин і підрозділів використовуються наступні засоби:

- науково-методичний апарат управління запасами;
- програмні продукти на основі прогнозних моделей забезпечення;
- методи лінійного, динамічного програмування для оптимізації процесів всебічного забезпечення;
- апарат комп'ютерних розрахунків з використанням програм «Матлаб»;
- штабні діалогово-інформаційні моделі, що реалізовані на комп'ютері та працюють у реальному масштабі часу.

Існування системи військової логістики потребує розроблення адекватних моделей процесу її функціонування при виконанні різних практичних завдань. Це пов'язане із зростанням складності завдань, які повинна виконувати логістика. Зростають обсяги інформаційних потоків, зменшується час на здійснення різних видів забезпечення, розширюється асортимент поставок, для здійснення поставок використовуються нові транспортні засоби, наприклад, безпілотні літальні апарати, і так далі. Моделювання дозволяє дати аналітичний опис процесів функціонування системи військової логістики з метою визначення та удосконалення її ефективності. Вказані фактори і зумовлюють актуальність роботи у напрямі тематики щодо прогнозування динаміки процесу функціонування замкнутої системи військової логістики.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

У роботі [1] задачі забезпечення розглядаються з точки зору мінімізації витрат на зберігання та постачання промислової продукції. З математичної точки зору задача зводиться до знаходження мінімуму цільової функції, що залежить від багатьох змінних.

У статті [2] досліджується ускладнена ситуація, коли цільова функція не є неперервною і має неусувні розриви першого роду. В [3] для оптимізації роботи автотранспортного підприємства військової бази логістики використовуються методи лінійного програмування у многокритеріальній системі показників. В роботі [4] розв'язується задача оптимального розміщення вантажів (задача тривимірної упаковки) за умови можливості додаткового завантаження автомобілів у спеціалізованих пунктах.

Робота [5] має оглядово-методичний характер. В ній розглянуті існуючі підходи до моделювання логістичних систем – детерміністсько-оптимальний, ймовірнісний та знання-орієнтований, оцінюючи можливість їх використання для опису процесів в автотехнічних підрозділах військових частин. Аналіз переваг та недоліків кожного з цих підходів та моделей, побудованих на їх основі, приводять до висновку, що впровадження саме знання-орієнтованого підходу є найбільш ефективним в сучасній військовій логістиці. Жодних розрахункових алгоритмів у роботі немає, що знижує її прикладне значення.

Стаття [6] присвячена розробці методології побудови моделі системи забезпечення роботи підприємства, що займається виробничо-збутовою діяльністю. Наводиться обґрунтування важливості розвитку загальнотеоретичних методів дослідження. Далі пропонується універсальний метод розробки системи забезпечення, починаючи з найпростіших систем резервуарів. Модель використовується для розв'язання оптимізаційних задач побудови систем забезпечення роботи підприємства. Оптимізація виконується із застосуванням чисельних методів.

У [7] розглядається задача вибору маршруту безпечного постачання вантажів у зонах бойових дій. На відміну від класичної постановки задачі про комівояжера вводиться у розгляд параметр, що характеризує безпеку обраного маршруту (ймовірність доставки вантажу за призначенням). Критерієм оптимальності маршруту є максимальна ймовірність доставки вантажу в усі пункти призначення. Відмічається, що сформульована задача є задачею цілочисельного програмування і пропонується розв'язувати її методом віток та меж.

Стаття [8] присвячена розв'язанню вузької задачі побудови статистичної моделі оцінки та ремонту бойових пошкоджень озброєння та техніки. На цій основі пропонується здійснювати розгортання сил системи військової логістики та формування її ресурсів.

Робота [9] продовжує дослідження, розпочаті у [8], і присвячена розробці імітаційної моделі для вивчення факторів, що впливають на бойові пошкодження техніки. Результати моделювання планується використовувати як вхідну інформацію для побудови більш складної моделі матеріально-технічного забезпечення військової промисловості.

Наступна робота тієї ж групи авторів [10] пропонує побудову моделі оптимальних рішень на базі статистичного матеріалу та імітаційного моделювання. Результатом роботи інтегрованої системи є побудована модель оптимальних рішень для ліквідації бойових пошкоджень техніки.

В роботі [11] розглядається питання підвищення надійності матеріально-технічного забезпечення силами системи військової логістики. Розглядаються дві стратегії обману: включення порожніх конвоїв на маршрутах та поширення

дезінформації стосовно маршруту. Припускається можливість контролю відправлень конвоїв на маршрути противником. Пропонується двоетапна цілочисельна модель лінійного програмування, яка визначає кількісні параметри обох варіантів для обману противників. Крім того, модель враховує декілька інших завдань системи військової логістики. Серед них – наявність обмежень на асортимент у пунктах постачання, дотримання обмежень у часі, вибір найкращого варіанту маршруту.

У статті [12] розглядаються особливості логістичного забезпечення під час виконання військово-експедиційних операцій та гуманітарних місій. Використовується модель нестационарної мережі масового обслуговування, що дозволяє врахувати невизначеності та оцінки ризику. Для верифікації моделі використані дані матеріально-технічного забезпечення бойових дій під час операції в Іраку.

Спільною рисою цих досліджень є зосередженість на питаннях взаємодії системи військової логістики зі споживачами її послуг. При цьому не приділяється достатньої уваги внутрішнім проблемам функціонування самої системи військової логістики.

Проблема збільшення (в публікації) адекватності моделі, а також надійного оцінювання ризиків, не є вирішеною. Функціонування системи військової логістики завжди здійснюється в умовах невизначеності як випадкового, так і антагоністичного характеру. В цих умовах застосування указаної моделі масового обслуговування потребує використання заздалегідь відомих параметрів закону потоку випадкових замовлень споживачів, які під час практики важко визначити. В цієї ситуації прогнозування динаміки функціонування системи військової логістики може давати неприпустимі помилки у визначенні ризиків.

В цих умовах більш надійним здається застосування моделей, які не засновані на законах розподілу ймовірностей потоку заявок і відмов.

Застосування більш адекватних (в подібній ситуації) моделей динаміки середніх, тобто апарата дискретних Марківських процесів, видається більш прийнятним. А подолання невизначеності антагоністичного типу, наприклад, за допомогою принципу мінімакса, тобто з врахуванням очікуваних варіантів дій противника і варіантів протидій системи логістики, технічних труднощів не створює.

Саме тому застосування більш адекватних моделей, які засновані на широкому використанні матричної технології розрахунків в реальному масштабі часу, є перспективним. Слід відмітити, що вхідними даними в цьому разі виступають дані досвідного спостереження та використання в умовах високої динаміки змін ситуації досліджуваних процесів забезпечення.

3. Мета та задачі дослідження

Метою роботи є створення інформативного та зручного (у використанні) методу опису та прогнозування динаміки процесу функціонування системи військової логістики. Ця технологія дозволяє знаходити ймовірності перебування процесу функціонування системи в його основних станах, що сприяє прийняттю обґрунтованих рішень під час забезпечення виконання бойових завдань.

Для досягнення поставленої у статті мети необхідно вирішити наступні задачі:

– побудувати систему диференціальних рівнянь, що описують в рамках моделі процес функціонування системи військової логістики при виконанні різних завдань;

– отримати розв’язок системи диференціальних рівнянь у вигляді виразів для розрахунку ймовірності перебування процесу функціонування системи логістики в її основних станах;

– ілюструвати працездатність моделі, застосовуючи її для опису процесу функціонування системи військової логістики при виконанні конкретних завдань забезпечення, наприклад, прогнозування живучості підсистеми транспортної логістики під час маршу військової частини.

4. Матеріали та методи дослідження

Одним з ефективних методів дослідження складних явищ та процесів є метод математичного моделювання. На процес функціонування системи військової логістики впливає значна кількість погано визначених факторів випадкової та антагоністичної природи. Спрощення вирішення проблеми можна досягти шляхом введення у розгляд якогось узагальненого показника працездатності [13]. В роботі [14] в якості такого узагальненого показника пропонується використовувати ймовірність перебування системи військової логістики в її працездатному стані при виконанні конкретних завдань. Такий шлях оцінки показників ефективності функціонування системи дозволяє врахувати невизначеності, що кількісно характеризують зміну за часом, тобто динаміку функціонування системи логістики у реальних умовах. Тому саме він був обраний під час побудови моделі у даній роботі.

Аналіз динаміки функціонування системи військової логістики дозволяє представити її функціонування як дискретний марківський процес [14]. Цей процес характеризується сукупністю типових станів, в яких може перебувати система, та переходів між станами. Інтенсивність та ймовірність цих переходів визначається конкретними умовами застосування системи логістики за призначенням. Можливість застосування марківської моделі ґрунтується на тому факті, що наступний стан системи військової логістики залежить тільки від її поточного стану і не залежить від того, як система перейшла у цей стан. Переходи марківської системи між станами відбуваються багаторазово, і це відображує реальні переходи системи військової логістики між станами у процесі її функціонування.

Розглядається динамічна модель процесу функціонування системи військової логістики, який може перебувати у $n+1$ різних станах S_i ($i=0, 1, 2, \dots, n$) з ймовірностями $P_i(t)$ і здійснювати переходи з будь-якого стану до будь-якого іншого. Систему можна зобразити за допомогою графу станів і переходів. На рис. 1 як приклад наведений такий граф для системи, яка може перебувати у чотирьох станах і здійснювати всі можливі переходи між ними.

Перехід зі стану S_j до стану S_i характеризується інтенсивністю h_{ij} та ймовірністю H_{ij} . тоді коефіцієнти $a_{ij}=h_{ij} \cdot H_{ij}$ ($i \neq j$) характеризують вплив ймовірностей $P_j(t)$ перебування системи забезпечення у станах S_j на ймовірність $P_i(t)$ її перебування у стані S_i . Коефіцієнти a_{ii} з однаковими індексами дорівнюють

$a_{ii} = -\sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n a_{ji}$, що відображує той факт, що всі об'єкти, які вийшли зі стану S_i ,

перейшли до одного з інших станів S_j .

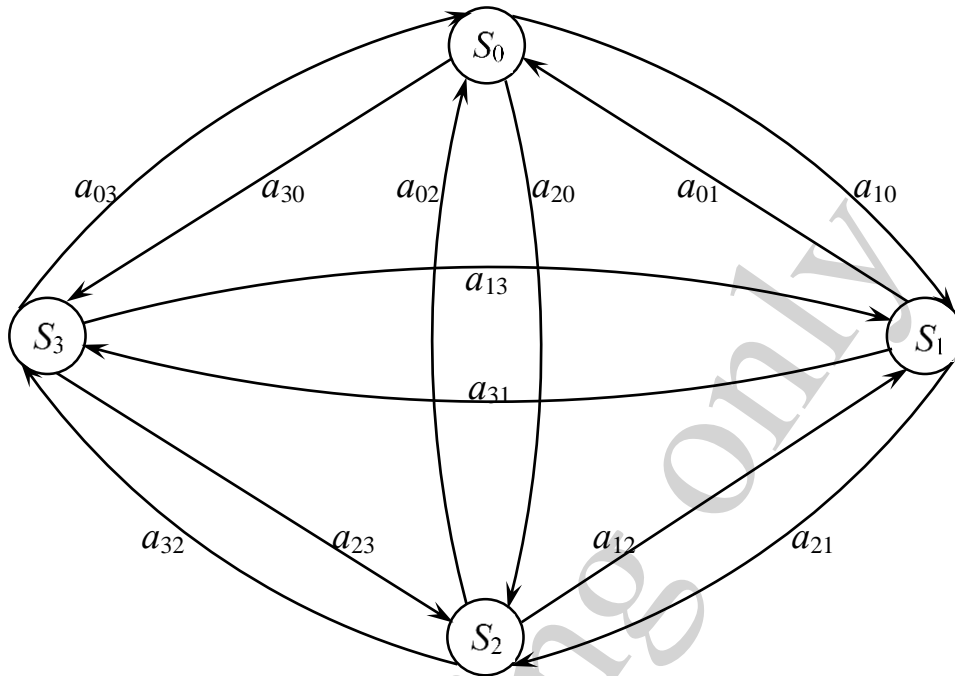


Рис. 1. Граф станів та переходів процесу функціонування повнозамкнутої системи військової логістики, яка може перебувати у чотирьох основних станах

5. Результати дослідження моделі процесу функціонування системи військової логістики

5.1. Система диференціальних рівнянь, що описують динаміку моделі процесу

Наведені декілька практичних прикладів побудови системи диференціальних рівнянь є притаманними тільки для системи військової логістики та гідні під час вирішення саме типових завдань цієї системи.

Авторами запропонована ефективна матрична технологія вирішення прикладних завдань саме військової логістики. На відміну від відомих, ця обчислювана технологія заснована на застосуванні відомого апарата дискретних марківських процесів та перетворень Лапласа. Це сприятиме суттєвому прискоренню обчисленню прогнозних оцінок рівнів ймовірностей перебування системи у стані ефективного функціонування, що є важливою інформацією для командного складу під час планування процесів всебічного забезпечення дій та планування маневрів матеріальними засобами.

Ймовірність P_i перебування системи у стані S_i збільшується за рахунок переходу всієї системи з інших станів S_j і зменшується за рахунок переходів у зворотному напрямі. Тоді диференціальні рівняння, що описують часову залежність ймовірностей $P_i(t)$ перебування досліджуваної системи в станах S_i , мають вигляд:

$$\begin{cases} \dot{P}_0(t) = a_{00}P_0(t) + a_{01}P_1(t) + \dots + a_{0n}P_n(t), \\ \dot{P}_1(t) = a_{10}P_0(t) + a_{11}P_1(t) + \dots + a_{1n}P_n(t), \\ \dot{P}_2(t) = a_{20}P_0(t) + a_{21}P_1(t) + \dots + a_{2n}P_n(t), \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \dot{P}_n(t) = a_{n0}P_0(t) + a_{n1}P_1(t) + \dots + a_{nn}P_n(t), \end{cases} \quad (1)$$

де $\dot{P}_i(t) = \frac{dP_i}{dt}$ – похідна ймовірності за часом. Властивості системи рівнянь (1)

повністю визначаються матрицею \mathbf{A} коефіцієнтів системи:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & \dots & a_{0n} \\ a_{10} & a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n0} & a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}.$$

На невідомі функції $P_i(t)$ накладаються додаткові обмеження. Це, по-перше, початкові умови, що задають значення ймовірностей у початковий момент часу ($t=0$):

$$P_i(0) = P_i^0 \quad (i = 0, 1, 2, \dots, n),$$

і, по-друге, умова нормування

$$\sum_{i=0}^n P_i(t) = 1,$$

тобто сукупність усіх можливих станів системи утворює повну групу подій. Очевидно, що перебування системи в одному з цих станів є достовірною подією, ймовірність якої дорівнює одиниці.

При застосуванні запропонованої моделі до опису та прогнозування процесу функціонування системи військової логістики при виконанні типових завдань забезпечення необхідно побудувати граф станів та переходів та визначити кількісні характеристики всіх переходів. Це можна зробити, використовуючи нормативні документи та метод експертних оцінок.

5. 2. Розв’язання системи рівнянь моделі, яка описує процес функціонування

Розв’язання системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами доцільно виконати методом операційного числення, який базується на

перетворенні Лапласа. Далі для більш компактного запису аргумент t у дужках після знаку функції $P_i(t)$ або її похідної за часом $\dot{P}_i(t)$ опускається.

Оскільки рівняння системи (1) зв'язані умовою нормування, то вони не є незалежними. Це дозволяє виключити одне з рівнянь і розглядати систему, що містить n незалежних рівнянь. Виключення першого рівняння (з індексом «0») і підстановка відповідного виразу до всіх інших рівнянь дають систему

$$\begin{cases} P_0 = 1 - P_1 - P_2 - \dots - P_n, \\ \dot{P}_1 = a_{10}(1 - P_1 - P_2 - \dots - P_n) + \\ + a_{11}P_1 + a_{12}P_2 + \dots + a_{1n}P_n, \\ \dot{P}_2 = a_{20}(1 - P_1 - P_2 - \dots - P_n) + \\ + a_{21}P_1 + a_{22}P_2 + \dots + a_{2n}P_n, \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \dot{P}_n = a_{n0}(1 - P_1 - P_2 - \dots - P_n) + \\ + a_{n1}P_1 + a_{n2}P_2 + \dots + a_{nn}P_n. \end{cases}$$

Видалення першого рівняння, перегрупування членів інших рівнянь та введення позначення $a'_{ij} = a_{ij} - a_{i0}$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$) приводять до так званої вкороченої системи:

$$\begin{cases} \dot{P}_1 = a'_{11}P_1 + a'_{12}P_2 + \dots + a'_{1n}P_n + a_{10}, \\ \dot{P}_2 = a'_{21}P_1 + a'_{22}P_2 + \dots + a'_{2n}P_n + a_{20}, \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \dot{P}_n = a'_{n1}P_1 + a'_{n2}P_2 + \dots + a'_{nn}P_n + a_{n0}. \end{cases} \quad (2)$$

Наступний крок полягає у застосуванні до системи (2) перетворення Лапласа з використанням таблиці перетворень та формули диференціювання оригіналу:

$P_i(t) \rightarrow X_i(p)$ – зображення невідомої функції $P_i(t)$, де p – комплексна змінна;

$\dot{P}_i(t) \rightarrow pX_i(p) - P_i^0$ – зображення похідної;

$a_{i0} \rightarrow a_{i0}/p$ – зображення сталої величини.

В результаті система лінійних диференціальних рівнянь відносно ймовірностей $P_i(t)$ замінюється системою лінійних алгебраїчних рівнянь відносно їх зображень $X_i(p)$:

$$\mathbf{X}(p) = \frac{1}{p \cdot \det(\mathbf{A}' - p\mathbf{E})} \mathbf{R}(p). \quad (4)$$

Тут $\det(\mathbf{A}' - p\mathbf{E})$ – головний визначник системи (3) (характеристичний многочлен матриці \mathbf{A}'), а елементи $R_i(p)$ матриці-стовпця $\mathbf{R}(p)$ з точністю до множника p є допоміжними визначниками цієї системи:

$$R_i(p) = - \begin{vmatrix} a'_{11} - p & \dots & a'_{1,i-1} & pP_1^0 + a_{10} & a'_{1,i+1} & \dots & a'_{1n} \\ a'_{21} & \dots & a'_{2,i-1} & pP_2^0 + a_{20} & a'_{2,i+1} & \dots & a'_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a'_{n1} & \dots & a'_{n,i-1} & pP_n^0 + a_{n0} & a'_{n,i+1} & \dots & a'_{nn} - p \end{vmatrix}. \quad (5)$$

Для отримання розв'язку $\mathbf{P}=\mathbf{P}(t)$ необхідно виконати обернене перетворення Лапласа зображення $\mathbf{X}(p)$. Елементи $X_i(p)$ матриці $\mathbf{X}(p)$ є правильними раціональними дробами, тому вони розкладаються на суми елементарних дробів по різницях $(p-p_j)^{-1}$ ($j=0, 1, \dots, n$), де $p_0=0$, $p_j \neq 0$ – власні числа матриці \mathbf{A}' (корені її характеристичного рівняння $\det(\mathbf{A}' - p\mathbf{E})=0$). Зі змісту задачі випливає, що корені повинні бути дійсними, і в реальних умовах вони всі є простими. В результаті розклад елементів $X_i(p)$ ($i=1, 2, \dots, n$) має вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1(p) = \frac{R_1(p)}{p \cdot \det(\mathbf{A}' - p\mathbf{E})} = \\ = \frac{C_{10}}{p} + \frac{C_{11}}{p - p_1} + \frac{C_{12}}{p - p_2} + \dots + \frac{C_{1n}}{p - p_n}, \\ X_2(p) = \frac{R_2(p)}{p \cdot \det(\mathbf{A}' - p\mathbf{E})} = \\ = \frac{C_{20}}{p} + \frac{C_{21}}{p - p_1} + \frac{C_{22}}{p - p_2} + \dots + \frac{C_{2n}}{p - p_n}, \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ X_n(p) = \frac{R_n(p)}{p \cdot \det(\mathbf{A}' - p\mathbf{E})} = \\ = \frac{C_{n0}}{p} + \frac{C_{n1}}{p - p_1} + \frac{C_{n2}}{p - p_2} + \dots + \frac{C_{nn}}{p - p_n}. \end{array} \right. \quad (6)$$

В у матричній формі отримуємо рівняння $\mathbf{X}(p)=\mathbf{C} \cdot \mathbf{D}(p)$. Символами \mathbf{C} та \mathbf{D} позначені матриця коефіцієнтів розкладу та матриця параметрів розкладу, відповідно:

5. 3. Ілюстрація працездатності моделі прогнозування динаміки функціонування системи військової логістики

Розроблений з використанням операційного та матричного числення алгоритм розрахунків є достатньо узагальненим.

Мова йде про сукупність послідовних дій, правил, які дозволяють досягати мету операції визначення оцінок ефективності функціонування систем військової логістики в типових складних умовах виконання військових завдань.

Він може застосовуватись до опису процесів функціонування системи військової логістики у різних умовах. Специфіка конкретних завдань визначається переліком основних можливих станів системи, переліком можливих переходів і чисельними значеннями вхідних параметрів переходів. Для їх визначення доцільно використовувати нормативну документацію, та практичний досвід (у формі методу експертних оцінок). Особливості застосування моделі ілюструється на декількох прикладах.

Розглядається підсистема технічного забезпечення системи військової логістики, яка забезпечує функціонування транспортного потоку. Аналіз динаміки процесу показує, що система може перебувати у трьох основних станах та здійснювати переходи між ними. Граф основних станів та переходів системи військової логістики, яка забезпечує транспортний потік, наведений на рис. 2.

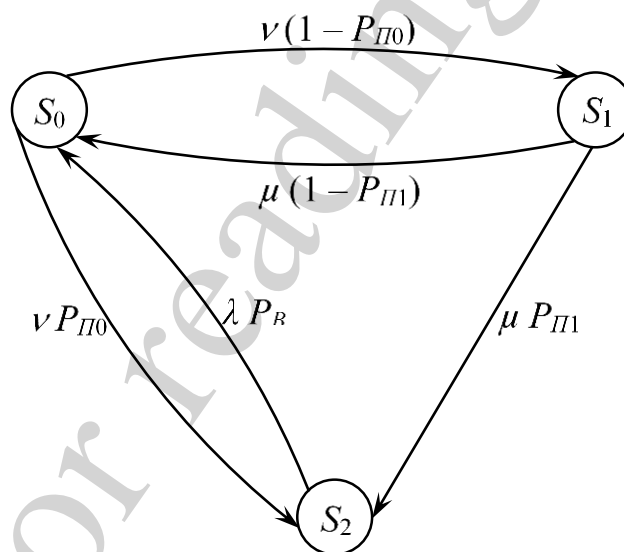


Рис. 2. Граф трьох станів та переходів процесу функціонування системи військової логістики за допомогою реалізації транспортного потоку під час забезпечення дій військ

В даному з практичному прикладі визначені зміст і типовий характер кожного стану. Тут використовуються наступні позначення станів:

– S_0 – система перебуває у працездатному, незайнятому стані, тобто не задіяна до початку маршруту та під час привалів, якщо немає пошкодженої техніки, яка потребує відновлення;

– S_1 – система перебуває у працездатному, зайнятому стані, тобто відбувається рух колони, і немає пошкодженої техніки, яка потребує відновлення;

– S_2 – система перебуває задіяною на усунення пошкоджень, отриманих технікою під час руху або під час привалу.

Припустимо далі, що здійснюється, наприклад, марш батальйонної тактичної групи у район зосередження для виконання бойового завдання на відстань 240 км від вихідного рубежу. Мета маршу – зосередження військ для ведення бойових дій. Колона містить:

- бронетанкове озброєння – 31 одиниця;
- ракетно-артилерійське озброєння – 6 одиниць;
- автомобільні засоби зв'язку та управління – 3 одиниці;
- вантажні автомобілі – 17 одиниць;
- технічні засоби забезпечення маршу – 3 одиниці.

Організація маршу включає: прийняття рішення, планування маршу, постановку задач частинам (підрозділам), організацію взаємодії, протиповітряної оборони, всебічного забезпечення, комендантської служби і управління.

Рішення на марш командир приймає особисто на основі з'ясування отриманої задачі, оцінки обстановки, маршруту висування та проведених штабом тактичних розрахунків. Замисел на марш включає:

- визначення побудови похідного порядку і розподілення сил і засобів по колонах;
- склад, завдання, і віддалення похідної охорони;
- маршрути і середню швидкість руху;
- вихідний рубіж (пункт) і рубежі (пункти) регулювання;
- кількість і тривалість привалів на перший добовий перехід;
- організацію протиповітряної оборони (ППО) на марші.

Під час організації маршу на великі відстані визначається також кількість і величина добових переходів; кількість маршрутів на кожному переході; райони денного (нічного) добового відпочинку підрозділів і час перебування в них.

Заплановано здійснення добового маршу. Після руху на протязі шести годин передбачається привал на півтори години, чотири години – час відновлення озброєння та військової техніки, що відмовили через експлуатаційні причини, а також через пошкодження противником. Згідно із встановленими нормативами, добові експлуатаційні відмови озброєння та військової техніки (ОВТ) дорівнюють 5 %, добові пошкодження цих засобів на привалі – 6 %, добові пошкодження під час руху – 7 % [15]. Норми відновлення під час маршу колони ОВТ для засобів, що відмовили внаслідок експлуатаційних причин, складають 95 %, а засобів, що вийшли з ладу внаслідок бойових втрат – 65 %. З цих даних можна обчислити значення вхідних параметрів моделі (інтенсивність та ймовірність кожного з переходів між станами).

Інтенсивність переходу з будь-якого стану до інших визначається як величина, обернена до часу перебування системи у даному стані. Система забезпечення ОВТ перебуває під час здійснення маршу у працездатному незайнятому стані S_0 тільки на привалі. Тому інтенсивність ν переходів системи з цього стану до станів S_1 або S_2 дорівнює

$$v = \frac{1}{1.5} \approx 0.667 \text{ год}^{-1}.$$

Відповідно, інтенсивність μ переходу системи забезпечення зі стану S_1 до станів S_0 та S_2 дорівнює

$$\mu = \frac{1}{6} \approx 0.167 \text{ год}^{-1}.$$

Інтенсивність λ переходу системи забезпечення зі стану S_2 (відновлення ОВТ, що відмовили протягом маршру або привалу) до стану S_0 , дорівнює

$$\lambda = \frac{1}{4} = 0.25 \text{ год}^{-1}.$$

Згідно з вищезгаданими нормативами, ймовірність $P_{\Pi 0}$ пошкодження ОВТ під час привалу доцільно прийняти рівною $P_{\Pi 0} = 0.06$.

Ймовірність $P_{\Pi 1}$ виходу ОВТ з ладу під час руху складається з суми ймовірностей експлуатаційних втрат та втрат внаслідок дій супротивника та дорівнює $P_{\Pi 1} = 0.05 + 0.07 = 0.12$.

Нарешті, ймовірність P_B відновлення ОВТ за запланований для цього час, складається з трьох доданків. Це ймовірність відновлення техніки, що відмовила за час експлуатації, та ймовірності відновлення техніки, що була пошкоджена внаслідок дій противника під час руху або під час привалу. Звідси

$$P_B = 0.05 \cdot 0.95 + 0.06 \cdot 0.65 + 0.07 \cdot 0.65 = 0.132.$$

Доцільно вважати, що у момент часу $t=0$ система забезпечення маршру знаходилась у стані S_0 (система працездатна, незайнята). Цьому припущенню відповідають початкові умови $P_0^0 = 1$, $P_1^0 = 0$, $P_2^0 = 0$.

Обчислення елементів a_{ij} матриці \mathbf{A} , що характеризують переходи між станами системи, дає:

$$a_{01} = \mu(1 - P_{\Pi 1}) \approx 0.147, \quad a_{02} = \lambda P_B \approx 0.033,$$

$$a_{10} = v(1 - P_{\Pi 0}) \approx 0.627, \quad a_{12} = 0,$$

$$a_{20} = v P_{\Pi 0} \approx 0.040, \quad a_{21} = \mu P_{\Pi 1} \approx 0.020,$$

$$a_{00} = -(a_{10} + a_{20}) \approx -0.667, \quad a_{11} = -(a_{01} + a_{21}) \approx -0.167,$$

$$a_{22} = -(a_{02} + a_{12}) \approx -0.033.$$

Тоді матриця A системи диференціальних рівнянь (1) дорівнює

$$A = \begin{pmatrix} -0.667 & 0.147 & 0.033 \\ 0.627 & -0.167 & 0 \\ 0.040 & 0.020 & -0.033 \end{pmatrix}.$$

Обчислення, виконані згідно з вищеописаним алгоритмом, дають корені характеристичного рівняння $p^2 - \alpha_1 p + \alpha_2 = 0$

$$p_1 = -0.810, \quad p_2 = -0.056.$$

та значення елементів матриці C :

$$C_{10} = 0.456, \quad C_{11} = -0.797, \quad C_{12} = 0.341,$$

$$C_{20} = 0.423, \quad C_{21} = 0.031, \quad C_{22} = -0.455.$$

Тоді, з врахуванням умови нормування ймовірностей, розв'язок системи набуває вигляду:

$$\begin{cases} P_0(t) = 0.121 + 0.766e^{-0.810t} + 0.113e^{-0.056t}, \\ P_1(t) = 0.456 - 0.797e^{-0.810t} + 0.341e^{-0.056t}, \\ P_2(t) = 0.423 + 0.031e^{-0.810t} - 0.454e^{-0.056t}. \end{cases}$$

З графіку (рис. 3) видно, що під час здійснення маршу колони система технічного забезпечення з високою ймовірністю (~ 0.70) знаходиться у стані S_1 . При цьому рух колони відбувається і немає пошкодженої техніки, яка потребує відновлення. Це повністю відповідає реальній ситуації і свідчить про адекватність запропонованої моделі та реалістичність обраних значень вхідних параметрів.

Для оцінки якості роботи системи технічного забезпечення використовується показник ефективності. Він вводиться, наприклад, як відношення сумарної ймовірності перебування системи у стані працездатності до ймовірності перебування її у стані непрацездатності:

$$E(t) = \frac{P_0(t) + P_1(t)}{P_2(t)}.$$

Графік залежності цього показника від часу для розглянутого випадку наведено на рис. 4.

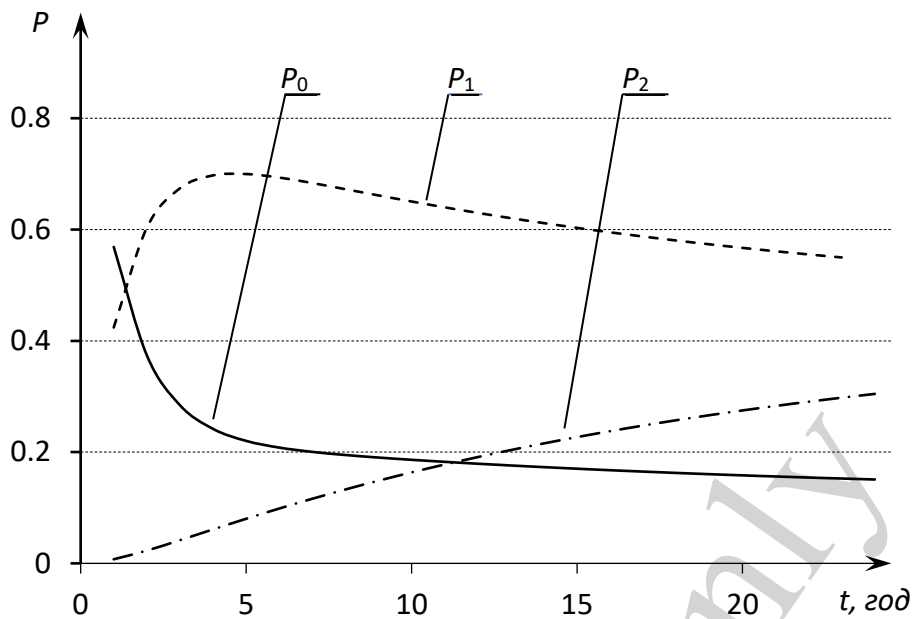


Рис. 3. Ймовірності перебування процесу функціонування системи військової логістики в його основних станах під час забезпечення дій військ за допомогою транспортного потоку матеріальних засобів

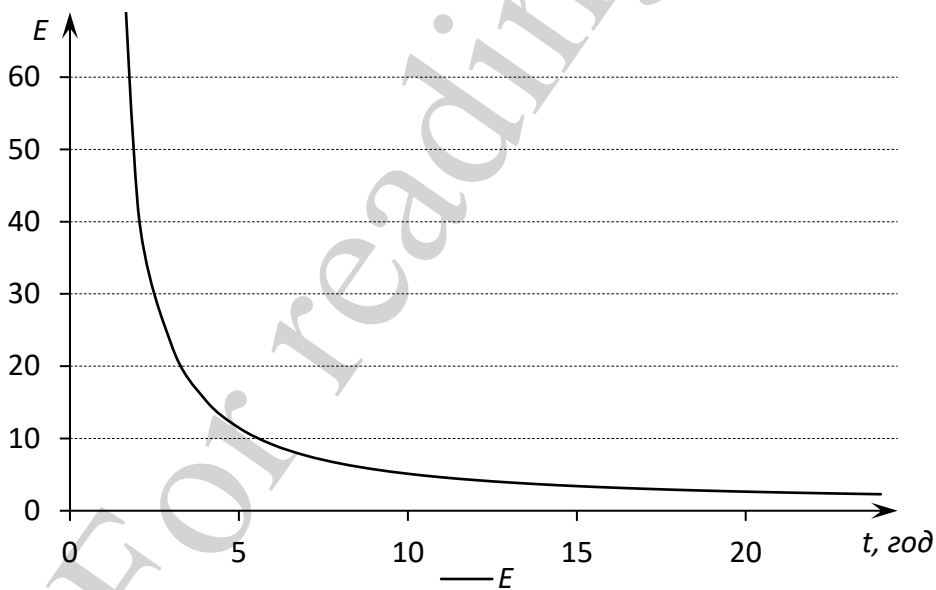


Рис. 4. Показник ефективності E функціонування транспортного потоку системи військової логістики під час забезпечення дій військ

Запропонований метод моделювання системи технічного забезпечення військової логістики можна застосувати до більш складних випадків, з більшим числом можливих станів системи та переходів між ними.

Як другий приклад розглядається узагальнена модель процесу технічного забезпечення відновлення військової техніки, що є пошкодженою у бою. Ця си-

стема, згідно проведеного аналізу, може знаходитись в одному з чотирьох основних станів:

- S_0 – стан бойового застосування техніки;
- S_1 – стан підготовки техніки до застосування;
- S_2 – стан відновлення техніки після її пошкодження;
- S_3 – стан обслуговування техніки до початку або після закінчення бойових дій.

Граф станів і переходів системи зображений на рис. 5.

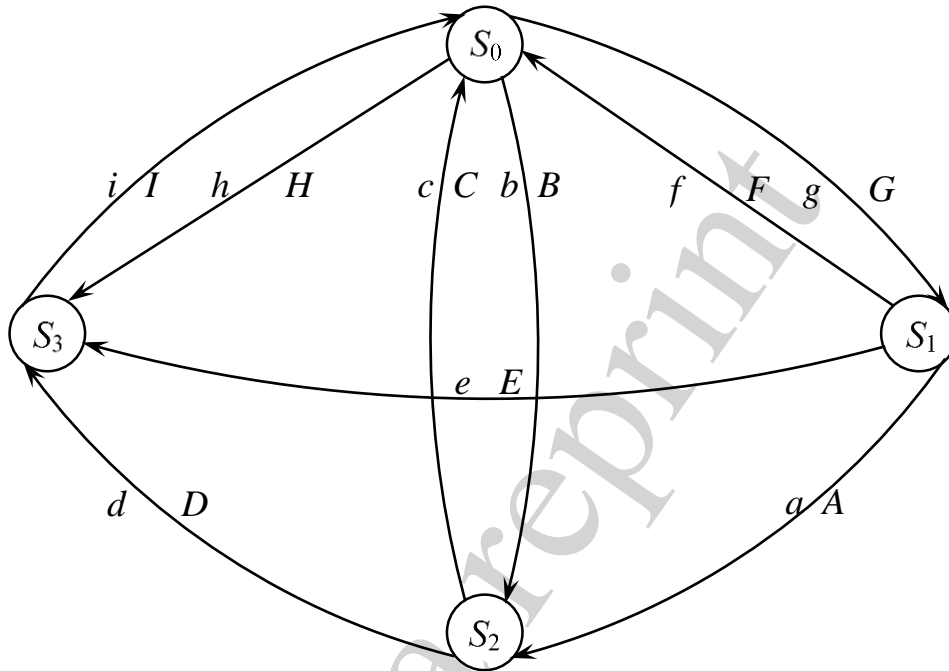


Рис. 5. Граф станів та переходів процесу функціонування неповнозамкнутої типової системи військової логістики під час забезпечення дій військ при виконанні більш складного завдання

Переходи системи між станами характеризуються наступними параметрами:

- a, A – інтенсивність та ймовірність переходів системи військово-логістичного забезпечення ОВТ від стану підготовки техніки до стану її технічного обслуговування;
- b, B – інтенсивність та ймовірність переходів від стану технічного обслуговування до стану бойового застосування автомобільної техніки;
- c, C – інтенсивність та ймовірність переходів від стану бойового застосування до стану технічного обслуговування техніки;
- d, D – інтенсивність та ймовірність переходів від стану технічного обслуговування до стану відновлення техніки після пошкодження;
- e, E – інтенсивність ймовірність переходів від стану підготовки до стану відновлення техніки після пошкодження;
- f, F – інтенсивність та ймовірність переходів від стану підготовки до стану бойового застосування техніки;

- g, G – інтенсивність та ймовірність переходів від стану бойового застосування до стану підготовки техніки з метою її застосування;
- h, H – інтенсивність та ймовірність переходів від стану відновлення техніки після пошкодження до стану її бойового застосування;
- i, I – інтенсивність та ймовірність переходів від стану бойового застосування техніки до стану відновлення після його її пошкодження.

Елементи a_{ij} матриці \mathbf{A} системи (1) дорівнюють:

$$a_{01} = fF, a_{02} = hH, a_{03} = bB; a_{10} = gG;$$

$$a_{20} = iI, a_{21} = eE, a_{23} = dD; a_{30} = cC, a_{31} = aA;$$

$$a_{00} = -(a_{10} + a_{20} + a_{30}), a_{11} = -(a_{01} + a_{21} + a_{31}),$$

$$a_{22} = -a_{32}, a_{33} = -(a_{03} + a_{23}).$$

Значення інтенсивності і ймовірності кожного з переходів системи технічного забезпечення в даному випадку (як і у наступному прикладі) застосовуються без обґрунтування. Вони є ілюстративними.

$$a = b = c = d = e = f = g = h = i = \frac{1}{2},$$

$$A = B = C = D = E = F = G = H = I = \frac{1}{9},$$

Тому отримаємо матрицю системи диференціальних рівнянь у вигляді

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{6} & \frac{1}{18} & \frac{1}{18} & \frac{1}{18} \\ \frac{1}{18} & -\frac{1}{6} & 0 & 0 \\ \frac{1}{18} & \frac{1}{18} & -\frac{1}{18} & \frac{1}{18} \\ \frac{1}{18} & \frac{1}{18} & 0 & -\frac{1}{9} \end{pmatrix}.$$

Значення ймовірностей станів системи в початковий момент часу (початкові умови) приймаються рівними

$$P_0^0 = 1, P_1^0 = P_2^0 = P_3^0 = 0.$$

Корені характеристичного рівняння $p^3 - \alpha_1 p^2 + \alpha_2 p - \alpha_3 = 0$ дорівнюють

$$p_1 = -\frac{1}{9}, \quad p_2 = -\frac{2}{9}, \quad p_3 = -\frac{1}{6}.$$

Обчислення дають розв'язок системи у вигляді:

$$\begin{cases} P_0(t) = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}e^{-\frac{2}{9}t}, \\ P_1(t) = \frac{1}{12} - \frac{3}{4}e^{-\frac{2}{9}t} + \frac{2}{3}e^{-\frac{1}{6}t}, \\ P_2(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{9}t}, \\ P_3(t) = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{9}t} - \frac{2}{3}e^{-\frac{1}{6}t}. \end{cases}$$

Криві залежності ймовірностей перебування системи забезпечення бойових дій в її можливих станах від часу наведені на рис. 6.

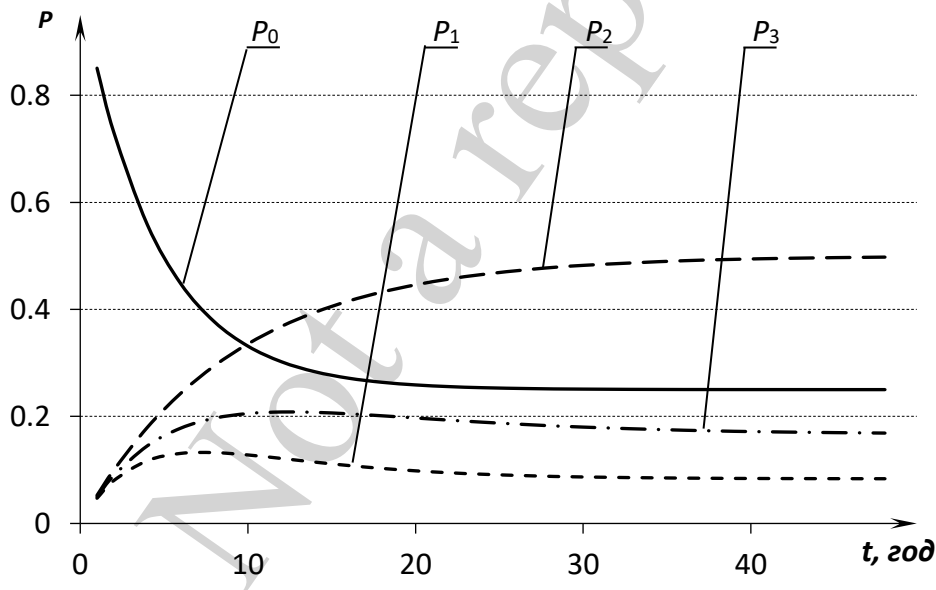


Рис. 6. Ймовірності перебування процесу функціонування неповнозамкнутої типової системи військової логістики в її основних станах під час відновлення військової техніки, що є пошкодженою у бою

Показник ефективності функціонування системи забезпечення бойових дій визначається як відношення ймовірності перебування її у стані бойового застосування до ймовірності перебування її у стані відновлення, має вигляд

$$E(t) = \frac{P_0(t)}{P_2(t)}.$$

Як приклад системи, яка може перебувати у п'яти різних станах, розглядається система військової логістики всебічного забезпечення бойових дій з домінуванням важливості стану перебування процесу функціонування системи військової логістики всебічного забезпечення дій військ в повній готовності. Згідно аналізу, система може перебувати у таких основних станах:

- S_0 – стан перебування процесу функціонування системи військової логістики всебічного забезпечення дій військ у повній готовності;
- S_1 – стан перебування процесу функціонування підсистеми бойового (оперативного) забезпечення у неготовності;
- S_2 – стан перебування процесу функціонування підсистеми технічного забезпечення у неготовності;
- S_3 – стан перебування процесу функціонування підсистеми медичного забезпечення у неготовності;
- S_4 – стан перебування процесу функціонування підсистеми тилового забезпечення у неготовності.

Очевидно, що головною задачею є підтримання стану процесу функціонування всебічної готовності системи військової логістики до застосування. Це наочно демонструє граф станів і переходів цієї системи, що є наведеним на рис. 7, де стан S_0 займає особливе місце.

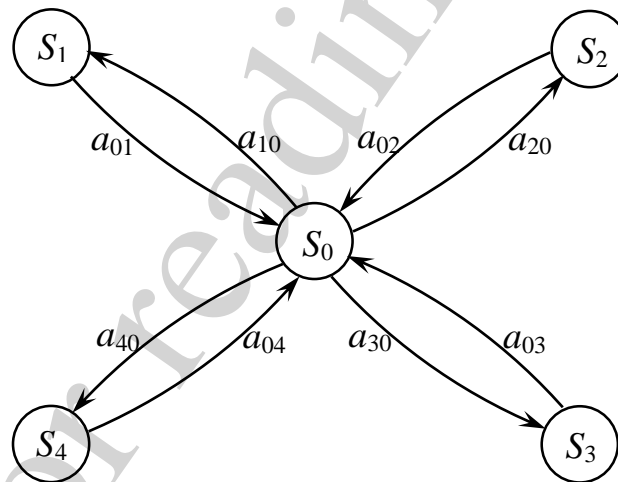


Рис. 7. Граф станів і переходів процесу функціонування частковозамкнутої системи військової логістики для всебічного забезпечення дій військ

Числові значення інтенсивностей та ймовірностей всіх можливих переходів між станами були вибрані довільними, але реалістичними. У результаті була отримана наступна матриця \mathbf{A} для цієї системи:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1.3 & 0.9 & 0.8 & 0.7 & 0.6 \\ 0.5 & -0.9 & 0 & 0 & 0 \\ 0.4 & 0 & -0.8 & 0 & 0 \\ 0.3 & 0 & 0 & -0.7 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0 & 0 & -0.6 \end{pmatrix}.$$

Початкові умови для даної системи прийняті наступними:

$$P_0^0 = 1, P_1^0 = P_2^0 = P_3^0 = P_4^0 = 0.$$

Розв'язання характеристичного рівняння (четвертого степеню) дає чотири дійсних кореня:

$$p_1 = -2.193, p_2 = -0.735, p_3 = -0.849, p_4 = -0.622.$$

Їх підстановка до (5), (7) дає остаточний результат розв'язання у вигляді:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_0(t) = 0.355 + 0.635e^{-2.193t} + 0.004e^{-0.735t} + \\ + 0.003e^{-0.849t} + 0.003e^{-0.622t}, \\ P_1(t) = 0.197 - 0.245e^{-2.193t} + 0.011e^{-0.735t} + \\ + 0.031e^{-0.849t} + 0.006e^{-0.622t}, \\ P_2(t) = 0.177 - 0.182e^{-2.193t} + 0.022e^{-0.735t} - \\ - 0.025e^{-0.849t} + 0.008e^{-0.622t}, \\ P_3(t) = 0.152 - 0.128e^{-2.193t} - 0.032e^{-0.735t} - \\ - 0.006e^{-0.849t} + 0.013e^{-0.622t}, \\ P_4(t) = 0.118 - 0.080e^{-2.193t} - 0.010e^{-0.735t} - \\ - 0.003e^{-0.849t} - 0.031e^{-0.622t}. \end{array} \right.$$

Залежності ймовірностей перебування підсистеми всебічного забезпечення бойових дій в її можливих станах та показника ефективності від часу наведені на рис. 8.

Показником ефективності роботи системи всебічного забезпечення є відношення ймовірності її перебування у стані всебічної готовності до сумарної ймовірності перебування у станах неготовності

$$E(t) = \frac{P_0(t)}{P_1(t) + P_2(t) + P_3(t) + P_4(t)}.$$

Показник ефективності роботи цієї системи забезпечення завжди зменшується під час проведення операції і його граничне значення, як правило, зменшується при підвищенні складності системи, тобто при збільшенні числа видів забезпечення.

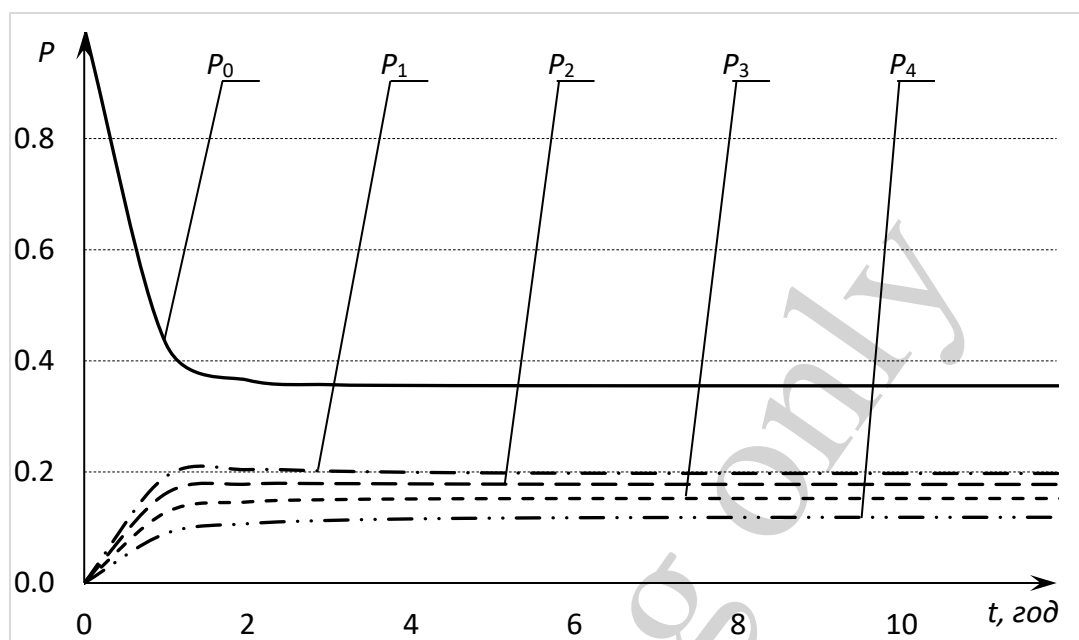


Рис. 8. Ймовірності перебування частковозамкнутої системи військової логістики з переважним домінуванням стану всебічної готовності S_0

6. Обговорення результатів дослідження моделі функціонування системи військової логістики

У марківській моделі процес функціонування системи військової логістики зображується у вигляді графу станів та переходів (рис. 1). Цьому графу відповідає система лінійних диференціальних рівнянь першого порядку (1), що описує ймовірності перебування процесу функціонування системи логістики в її основних станах. Використання такого простого математичного апарату вигідно відрізняє запропоновану модель від того, що застосовується у роботах [1–7] (методи мінімізації функцій багатьох змінних або методи цілочисельного програмування).

Застосування при розв'язанні системи рівнянь (1) перетворення Лапласа та матричного числення привело до одержання точного аналітичного розв'язку у вигляді співвідношень (8). В результаті отриманий простий і зручний у використанні інструмент для прогнозування динаміки функціонування системи військової логістики при забезпеченні дій військ. Всі розрахунки легко можуть бути реалізовані на персональних комп'ютерах або планшетах при використанні ефективних чисельних алгоритмів лінійної алгебри.

Запропонована модель та технологія розрахунків, що розроблена на її основі, застосовані до прогнозування динаміки функціонування системи військової логістики при виконанні різних типових завдань забезпечення дій військ. Для першого прикладу (рис. 2) детально описаним є алгоритм визначення вход-

них параметрів моделі. В усіх випадках отримане якісне узгодження з реальною ситуацією (рис. 6, 8), а у першому прикладі – і кількісне (рис. 4, 5).

Все це дозволяє стверджувати, що одержано надійну і зручну технологію прогнозування динаміки функціонування системи військової логістики.

Як сама модель, що розглядається, так і її математична реалізація, не вільні від обмежень, деякі з яких мають чисто технічний характер, а деякі – принциповий. Перше з технічних обмежень полягає у тому, що повністю аналітичний розв'язок можна одержати тільки при числі можливих станів системи не більше п'яти. При більшому числі станів для знаходження власних чисел вкороченої матриці необхідно використовувати чисельні алгоритми. Друге обмеження зв'язане з тим, що був розглянутий тільки випадок, коли всі власні числа вкороченої матриці є різними. Якщо ж деякі з них співпадають, то, для визначення коефіцієнтів у виразах для ймовірностей, необхідно застосовувати інший метод, ніж використаний у роботі. Слід відзначити, що це обмеження не є суттєвим, оскільки така ситуація є дещо штучною і малоімовірною у реальних умовах.

Принципове обмеження моделі полягає в тому, що коефіцієнти вихідної системи диференціальних рівнянь самі можуть залежати від часу. Характер такої залежності на даний час невідомий. Крім того, навіть у випадку найпростішої лінійної залежності, система буде описуватися нелінійними диференціальними рівняннями, розв'язання яких становить складну математичну проблему. Очевидно, що розвиток і вдосконалення запропонованої моделі повинно відбуватися саме у вказаних напрямках.

Інструментарій, що пропонується для прогнозування динаміки процесу та ефективності функціонування системи військової логістики, не потребує, на відміну від моделей, згідно, наприклад, до [12], використання диференціальних законів розподілу ймовірностей для вхідних параметрів під час розрахунків. В дослідженні достатнім є використання досвідних даних про вхідні параметри. В той же час, через помилки у разі невідповідності параметрів указаних законів реальним параметрам на практиці, це може викликати в [12] багаторазове збільшення помилок результатів вирішення реальної задачі.

Це ствердження не суперечить рекомендаціям Е. С. Вентцель про доцільність більше уваги приділяти не витонченим розрахункам, а пошуку достовірних вхідних даних.

Розвиток даного дослідження може полягати в удосконаленні інструментарію, що пропонується, для застосування його в умовах, коли параметри графу станів і переходів є функціями часу.

7. Висновки

1. Для опису та прогнозування процесу функціонування системи військової логістики використана модель дискретних марківських процесів, оскільки ця система може розглядатися як система без пам'яті. Для процесу з довільним числом можливих станів складена система диференціальних рівнянь, що описує зміну в часі ймовірності перебування процесу функціонування в його можливих станах. Цей результат дозволяє адекватно враховувати вплив фактору невизначеності умов функціонування на характер процесу.

2. Точний розв'язок системи диференціальних рівнянь отримано за допомогою методу операційного числення. Використання матричного числення дозволило отримати кінцеві результати у вигляді простих аналітичних виразів для ймовірності перебування процесу функціонування системи військової логістики в її основних станах. Це також дозволяє використовувати при проведенні обчислень ефективні чисельні алгоритми лінійної алгебри.

3. Працездатність запропонованої моделі проілюстровано на декількох прикладах. У них розглядаються процеси функціонування системи військової логістики та її підсистем при розв'язанні різних задач забезпечення дії військ. Детально описана послідовність проведення розрахунків процедура визначення вхідних параметрів моделі. Результатами, наведеними у роботі, можна скористатись для планування процесів функціонування системи військової логістики та їх оперативного корегування в режимі реального часу.

Література

1. Коломицева, А. О., Яковенко, В. С. (2012). Моделювання процесів оптимального управління логістичними розподільчими системами. *Бізнес Інформ*, 7, 18–21. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/binf_2012_7_5
2. Воробьёва, О. М. (2019). Методология поиска оптимальных решений оперативного планирования грузовыми перевозками в динамически изменяющихся экономических условиях. *Транспортное дело России*, 5, 188–192. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=41578629>
3. Юсупова, Н. И., Валеев, Р. С. (2020). Задачи операционного уровня в транспортной логистике. *Современные наукоемкие технологии*, 3, 107–111. doi: <https://doi.org/10.17513/snt.37950>
4. Андрощук, О. С., Меленчук, В. М. (2014). Логістичні моделі автотехнічного забезпечення військових частин. *Системи озброєння і військова техніка*, 3(39), 3–7. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/soivt_2014_3_3
5. Sherstennykov, Y. V. (2019). The Methodology for Modeling Logistics Systems: Implementation Principles and Examples. *The Problems of Economy*, 4 (42), 306–314. doi: <https://doi.org/10.32983/2222-0712-2019-4-306-314>
6. Байрамов, А. А., Талыбов, А. М., Пашаев, А. Б., Сабзиев, Э. Н. (2019). Математична модель логістики технічного постачання в зонах військових дій. *Сучасні Інформаційні Технології у Сфері Безпеки Та Оборони*, 2 (35), 77–80. doi: <https://doi.org/10.33099/2311-7249/2019-35-2-77-80>
7. Li, X., Zhao, X., Pu, W., Chen, P., Liu, F., He, Z. (2019). Optimal decisions for operations management of BDAR: A military industrial logistics data analytics perspective. *Computers & Industrial Engineering*, 137, 106100. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.106100>
8. Li, X., Zhao, X., Pu, W. (2020). Knowledge-oriented modeling for influencing factors of battle damage in military industrial logistics: An integrated method. *Defence Technology*, 16 (3), 571–587. doi: <https://doi.org/10.1016/j.dt.2019.09.001>
9. Li, X., Zhang, W., Zhao, X., Pu, W., Chen, P., Liu, F. (2021). Wartime industrial logistics information integration: Framework and application in optimizing

deployment and formation of military logistics platforms. *Journal of Industrial Information Integration*, 22, 100201. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jii.2021.100201>

10. Ausseil, R., Gedik, R., Bednar, A., Cowan, M. (2020). Identifying sufficient deception in military logistics. *Expert Systems with Applications*, 141, 112974. doi: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2019.112974>

11. McConnell, B. M., Hodgson, T. J., Kay, M. G., King, R. E., Liu, Y., Parlier, G. H. et.al.(2019). Assessing uncertainty and risk in an expeditionary military logistics network. *The Journal of Defense Modeling and Simulation: Applications, Methodology, Technology*, 18 (2), 135–156. doi: <https://doi.org/10.1177/1548512919860595>

12. Городнов, В. П. та ін. (2004). Моделювання бойових дій військ (сил) протиповітряної оборони та інформаційне забезпечення процесів управління ними (теорія, практика, історія розвитку). Харківський військовий університет.

13. Сухін, О. В., Дем'янчук, Б. О., Косенко, А. В. (2019). Модель процесів системи технічного забезпечення бойового застосування зразків озброєння. *Системи озброєння і військова техніка*, 4 (60), 94–101. doi: <https://doi.org/10.30748/soivt.2019.60.13>

14. Бойовий статут механізованих і танкових військ Сухопутних військ Збройних Сил України. Ч. II (2016). Командування Сухопутних військ Збройних Сил України, 135–136.

Not a republic