

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ  
СИСТЕМЫ В ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ**

**MATHEMATICS METHODS AND INFORMATION  
SYSTEMS IN CHEMICAL TECHNOLOGY**

ISSN 2410-6593 (Print), ISSN 2686-7575 (Online)

<https://doi.org/10.32362/2410-6593-2021-16-6-526-540>

УДК 539.3



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

**Тепловое разрушение полимерных волокон  
в теории временной зависимости прочности**

**Э.М. Карташов**

*МИРЭА – Российский технологический университет (Институт тонких химических технологий  
им. М.В. Ломоносова), Москва, 119571 Россия*

*@ Автор для переписки, e-mail: kartashov@mitht.ru*

**Аннотация**

**Цели.** Математически описать взаимное влияние микро- и макростадий процесса разрушения полимерных материалов, определить его основные параметры и предельные характеристики, установить связь между молекулярными константами, характеризующими структуру материала с одной стороны и макроскопическими характеристиками прочности с другой. Разработать теоретические представления термокинетики процесса теплового разрушения полимерных волокон с позиций кинетической термофлуктуационной концепции, позволяющей прогнозировать термическую долговечность образца при его тепловом нагружении.

**Методы.** Использована структурно-кинетическая термофлуктуационная теория для описания элементарного акта процесса разрушения и вывода обобщенной формулы скорости роста трещины и математическая теория трещин для описания термонапряженного состояния материала в окрестности внутренней круговой трещины при механическом и тепловом нагружении образца.

**Результаты.** Приводится теоретическая формула полной изотермы долговечности в интервале механических напряжений от безопасного до критического, а также теоретическое соотношение для временной зависимости прочности полимерных волокон при чисто тепловом нагружении в полном интервале тепловых нагрузок от безопасной до критической и на стадии атермического роста трещины. Указаны основные параметры и предельные характеристики долговечности при тепловом нагружении.

**Выводы.** Представлена обобщенная структурно-кинетическая теория разрушения полимерных волокон при чисто тепловом воздействии на образцы с трещиной. Развита теория объединяет три самостоятельных подхода: структурно-кинетический (термофлуктуационная теория), механический и термодинамический. Полученные теоретические соотношения представляют практический интерес для разработки способов локализации, интенсификации и управления кинетикой роста трещины.

**Ключевые слова:** полимерные волокна, временная зависимость прочности, тепловые нагрузки, долговечность при тепловом разрушении

*Для цитирования:* Карташов Э.М. Тепловое разрушение полимерных волокон в теории временной зависимости прочности. *Тонкие химические технологии.* 2021;16(6):526–540. <https://doi.org/10.32362/2410-6593-2021-16-6-526-540>

## RESEARCH ARTICLE

# Thermal destruction of polymeric fibers in the theory of temporary dependence of strength

**Eduard M. Kartashov**

MIREA – Russian Technological University (M.V. Lomonosov Institute of Fine Chemical Technologies), Moscow, 119571 Russia

@Corresponding author, e-mail: [kartashov@mitht.ru](mailto:kartashov@mitht.ru)

### Abstract

**Objectives.** This study mathematically describes the mutual influence of micro- and macrostages of the process of destruction of polymer materials and determines its main parameters and limiting characteristics. In addition, a relationship is established between molecular constants characterizing the structure of a material and those characterizing its macroscopic characteristics of strength. Finally, theoretical representations of the thermokinetics of the process of thermal destruction of polymer fibers from the standpoint of the kinetic thermofluctuation concept are developed, which makes it possible to predict the thermal durability of a sample under thermal loading.

**Methods.** The structural–kinetic thermofluctuation theory was used to describe the initial stages of the fracture process and to derive a generalized formula for the rate of crack growth. The mathematical theory of cracks is used to describe the thermally stressed state of a material in the vicinity of an internal circular crack under mechanical and thermal loadings of the sample.

**Results.** A theoretical formula for the full isotherm of durability in the range of mechanical stresses from safe to critical, as well as a theoretical relationship for the time dependence of the strength of polymer fibers under purely thermal loading in the full range of heat loads from safe to critical and at the stage of nonthermal crack growth, is given. The main parameters and limiting characteristics of durability under thermal loading are also indicated.

**Conclusions.** A generalized structural–kinetic theory of the fracture of polymer fibers under purely thermal action on cracked specimens is presented. The developed theory combines three independent approaches: structural–kinetic (thermofluctuation theory), mechanical, and thermodynamic. The obtained theoretical relations are of practical interest for the development of methods for localization, intensification, and control of the crack growth kinetics.

**Keywords:** *polymer fibers, time dependence of strength, thermal loads, durability at thermal dest*

**For citation:** Kartashov E.M. Thermal destruction of polymeric fibers in the theory of temporary dependence of strength. *Tonk. Khim. Tekhnol. = Fine Chem. Technol.* 2021;16(6):526–540 (Russ., Eng.). <https://doi.org/10.32362/2410-6593-2021-16-6-526-540>

## ВВЕДЕНИЕ

Одной из фундаментальных характеристик полимерных материалов является их прочность. Даже в случаях, когда непосредственно используются другие свойства полимеров (оптические, электрические, тепловые, магнитные), материал должен обладать некоторой минимальной прочностью. В связи с этим, теоретические методы оценок прочности полимеров без длительных лабораторных испытаний приобретают важное значение. Данная проблема является одной из актуальных в физике и механике прочности полимеров как в практическом, так и в научном плане. Ее решение осложняется необходимостью учета влияния на прочность полимеров различных эксплуатационных факторов, особенно при их совместном действии. Важным этапом в этом направлении является построение соответствующих моделей обобщенного характера, позволяющих описать поведение материалов в широком диапазоне внешних воздействий. Общая методология построения таких моделей еще далека от завершения. Это утверждение относится в первую очередь к моделям, описывающим процессы теплового разрушения материалов, вызванных взаимодействием интенсивных тепловых потоков с твердыми телами. Указанное направление исследований составляет содержание проблемы термической прочности, актуальность которой выросла особенно в последние десятилетия в связи с созданием мощных излучателей энергии и их использованием в технологических операциях. Новые технологические приемы в различных отраслях промышленности основаны на интенсивном нагреве материалов плазменными потоками, лазерными или электронными лучами.

Накоплено огромное количество публикаций, описывающих эти процессы в ядерной энергетике, в авиа- и ракетостроении, в космической технике, в турбиностроении и других [1–6]. Интенсивное развитие указанных областей, а также микроэлектроники и электротехники потребовали создания конструктивных, в частности, полимерных материалов, отличающихся термостойкостью и термопрочностью [7–11]. Вопросы терморазрушения материалов стали особенно актуальными в связи с практическими запросами современной техники [12–14].

Многие аспекты этой проблемы разработаны теоретически и экспериментально [15–17]. Вместе с тем, вопросы термокинетики процесса разрушения материалов, в частности полимерных волокон, при чисто тепловом нагружении еще недостаточно разработаны в теории теплового разрушения с позиции кинетической теории в рамках временной зависимости прочности [18]. Данная статья посвящена построению указанной теории для полимерных волокон и продолжает исследования, начатые в [19, 20]. Предлагаемая теория объединяет три самостоятельных подхода: структурно-кинетический, механический и термодинамический в рамках математического моделирования для изучения такого рода сложных явлений. Наибольший интерес представляют случаи установившегося теплового состояния  $T(x, y, z)$  в твердых телах с трещиной. Экспериментальные данные в [21] указывают, что при установившемся тепловом потоке в теле с трещиной происходит значительное увеличение температурных напряжений, вызванное локальным возрастанием величины температурного градиента в малой окрестности флуктуационного объема трещины.

Можно полагать, что термоупругие поля расширения, как и их механические аналоги, увеличивают интенсивность напряжений в вершине трещины, заставляя ее расти. Эксперименты подтверждают это предположение [22]. На полимерный образец в виде штабика (конечного сплошного цилиндра) с внутренней дискообразной осесимметричной трещиной воздействовали тепловым потоком вдоль оси симметрии образца ортогонально трещине. По мере нагрева напряженное состояние образца изменялось: увеличивалась концентрация напряжений в (малой) круговой окрестности трещины, и через некоторое время образец разрушался. Так как во время опыта механическая нагрузка оставалась неизменной, то фактором, определяющим разрушение, было термоупругое поле. Таким образом, указанный случай представляет особый интерес для теории теплового разрушения с позиции кинетической термофлуктуационной концепции: необходимо описать рост трещины разрушения, вычислить соответствующую долговечность, основные параметры и предельные характеристики процесса теплового разрушения, зависящие от вида тепловой нагрузки,

физико-механических и теплофизических характеристик материала, а также его структуры, с целью разработки способов локализации, интенсификации и способов управления кинетикой роста трещины. Очевидно, что знание, предупреждение и управление такого рода процессом является актуальной задачей материаловедения.

В основе соответствующих модельных представлений используются экспериментальные данные [18, 20] полученные на основе прямых физических методов о накоплении нарушений в нагруженных образцах: силовом возмущении и разрыве связей в полимерах; по субмикроскопическим трещинам и их характеристикам; фрактографическим исследованиям поверхности разрыва; кинетики роста магистральной трещины при растяжении образца однородным напряжением  $\sigma = \text{const}$ ; температурно-временной зависимости прочности долговечности в полном интервале напряжений  $\sigma_0 \leq \sigma \leq \sigma_k$  от безопасного до критического.

## ОСНОВНЫЕ ПОДХОДЫ В ИССЛЕДОВАНИИ ПРОЧНОСТИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

К настоящему времени для исследования проблемы хрупкого разрушения твердых тел (в частности, полимерных материалов) используются два основных подхода: механический и кинетический. Первый подход связан с расчетом прочности дефектных тел методами механики разрушения. Он основывается на разнице между теоретической и реальной величинами прочности, которая трактуется в терминах классической упругой модели Гриффита [23]. Механический подход использует в качестве критерия разрушения понятие предельного состояния, при достижении которого наступает разрушение. Кинетический подход связан с развитием кинетической термофлуктуационной концепции, основанной на представлениях Френкеля [24] о тепловом движении в твердых телах. В данном подходе основное внимание обращается на атомно-молекулярный процесс разрушения, и разрыв рассматривается как конечный результат постепенного развития и накопления микроразрушений или как процесс развития микротрещины. В этой концепции долговечность тела под нагрузкой принимается в качестве фундаментальной величины, определяющей прочность, и кладется в основу кинетической термофлуктуационной теории разрушения, находящей свое естественное выражение в уравнениях временной зависимости прочности  $\tau = (\sigma, T)$  [19]. Оба подхода должны быть включены в полное описание процесса разрушения полимеров для построения обобщенной теории прочности, учитывающей особенности структуры полимерных материалов. Первые результаты в этом направлении изложены в книге [21] и обзоре автора [20]. Насущная

необходимость в обобщенных подходах к решению проблемы прочности твердых тел в настоящее время считается общепризнанной. По мнению авторов [18]: «Для дальнейшего прогресса в теории разрушения необходимо развивать как физические исследования, так и феноменологические, механические теории разрушения. Связь между обоими подходами в первую очередь можно усмотреть в дальнейшей разработке концепции накопления повреждений на разных уровнях (от молекулярного уровня до распространения магистральных трещин). Необходимо сопоставлять модели разрушения с результатами прямых экспериментов, где непосредственно измеряются параметры поврежденности».

### Температурно-временная зависимость прочности

Характерной особенностью долговечности в зависимости  $\lg t(\sigma, T)$  при различных температурах является наличие линейного участка, описываемого уравнением Журкова [18]:

$$\tau = \tau_0 \exp\left(\frac{U_0 - \gamma\sigma}{kT}\right), \quad (1)$$

где  $\tau_0$ ,  $U_0$ ,  $\gamma$  – материальные константы, которые можно считать постоянными в некотором интервале напряжений и температур, соответствующих определенному механизму разрушения [20, 25]. Уравнение (1) имеет определенные границы применимости. Нижней границей его применимости является безопасное напряжение, верхней (максимальной) – критическое  $\sigma_k$ . Эксперименты подтвердили существование безопасного и критического напряжений. Так, в области малых значений  $\sigma$ , для хрупкого состояния, где деформационные процессы в полимерах слабо выражены, наблюдается отклонение зависимости  $\lg t(\sigma, T)$  от линейной, и происходит резкий подъем кривой долговечности. Кривая асимптотически приближается к вертикали  $\sigma = \sigma_0$ :

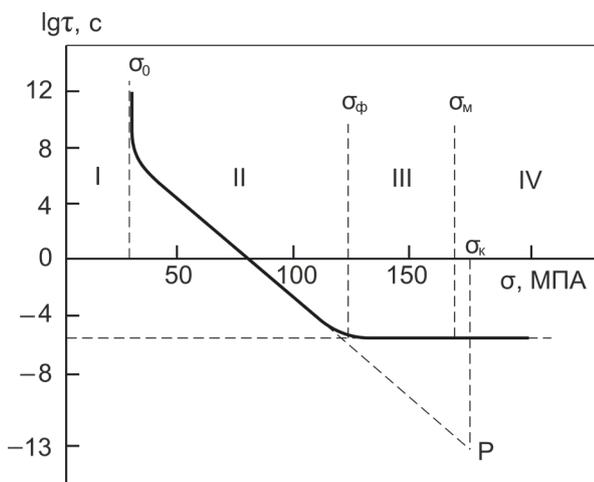
$$\lim_{\sigma \rightarrow \sigma_0} \lg \tau(\sigma, T) = +\infty, \quad (2)$$

соответствующей безопасному напряжению  $\sigma_0$ . При квазихрупком разрушении отклонение более плавное, что связано с релаксационными свойствами полимеров, однако и в этом случае имеет место условие (2). По мнению авторов [26], для твердых тел существует некоторый предел, ниже которого в отсутствие агрессивных сред разрушение не происходит. В области больших напряжений ( $\sigma \geq \sigma_k$ ) также экспериментально наблюдается переход к предельному значению  $\tau_k$ , связанный с существованием максимальной скорости роста трещины разрушения  $v_k$ . Так, Керкгофом [27] показано стремление скорости разрушения в области больших напряжений к значению

$v_k = \text{const}$ . Опыты, проведенные на стекле и канифоли [28], показали, что  $v_k$  не зависит от температуры и практически от напряжения, оставаясь величиной атермической. При ширине образца  $L = 3$  мм и характерной для полимеров величине  $v_k = 700\text{--}800$  м/с значение  $\tau_k$  составляет  $10^{-6}\text{--}10^{-5}$  с. Существование участка кривой  $\lg\tau_k = \text{const}$  при  $\sigma \geq \sigma_k$  теоретически предсказано в [29] и позже экспериментально подтверждено в [30]. На графике  $\lg t(\sigma, T)$  этот случай соответствует загибу кривой в сторону постоянных значений долговечности, что связано с переходом к атермическому механизму разрушения. Анализируя состояние вопроса, автор [20] приходит к выводу: зависимость  $\lg t(\sigma, T)$  имеет вид, представленный на рис. 1, причем в интервале напряжений  $(\sigma_0, \sigma_k)$ , не слишком близких к безопасному и критическому, зависимость  $\lg t(\sigma, T)$  линейна; в окрестности  $\sigma_0$  и  $\sigma_k$  происходят загибы указанной кривой соответственно к вертикальной и горизонтальной асимптотам на основе выполнения предельного соотношения (2), а также условия:

$$\lim_{\sigma \rightarrow \sigma_k} \tau(\sigma, T) = \tau_k. \quad (3)$$

Представленная на рис. 1 графическая зависимость  $\lg t(\sigma, T)$  в полном интервале напряжений  $[\sigma_0, \sigma_k]$  носит название полной изотермы долговечности. На графике выделяются четыре области проявления термофлуктуационного механизма разрушения: I ( $\sigma \geq \sigma_0$ ) и IV ( $\sigma \geq \sigma_k$ ) – предельные области безопасного и атермического механизма; II ( $\sigma_0 < \sigma < \sigma_k$ ) – область чистого термофлуктуационного механизма; III ( $\sigma_\phi < \sigma < \sigma_k$ ) – переходная область, где начинает проявляться атермический механизм.



**Рис. 1.** Температурно-временная зависимость прочности в полном интервале напряжений.  
**Fig. 1.** Temperature–time dependence of strength in the full stress range.

**Идеологическая схема исследования**

Регистрация субмикроскопических трещин в реальных полимерных волокнах позволила установить их дискообразную форму, расположение внутри объема образца перпендикулярно оси нагружения и весьма малые размеры микротрещин (900–3000 Å) при диаметре образца  $2R'$  в несколько миллиметров. Также была установлена независимость критической длины трещины  $R_k$  от поперечного сечения образца. Таким образом, для характеристики трещины имеет место весьма важное соотношение

$$\lambda \ll R_0 \leq R(t) \leq R_k \leq R^*, \quad 0 \leq t \leq \tau, \quad (4)$$

где  $R_0$  – начальный радиус трещины,  $R(t)$  – текущее значение радиуса,  $\tau$  – время жизни образца,  $\lambda$  – флуктуационное продвижение трещины. Непосредственное исследование кинетики процесса разрушения в каждом конкретном случае нагружения полимерного образца (тепловое, механическое, электрическое и др.) производится на основе аналитической формулы скорости роста трещины как функции ее текущего радиуса  $R(t)$ , поля напряжений  $\sigma^*$  в области дефекта  $V_a$  (флуктуационный объем), температуры  $T$  в круговой окрестности трещины и молекулярных констант, характеризующих структуру полимера, а также элементарный акт разрыва напряженных связей:

$$v = v(R, \sigma^*, T, V_a, U, \dots), \quad (5)$$

где  $U$  – энергия активации процесса разрыва связей во флуктуационном объеме. Основная проблема при этом состоит в получении конкретного выражения для указанной формулы (5) с учетом основных физических закономерностей кинетики процесса разрушения, выявленных экспериментально для данного случая и их влияния на элементарный акт разрушения в объеме  $V_a$ . Локальное напряжение в (5)  $\sigma^* = \phi(\sigma, \beta, R, \dots)$  – одна из важнейших характеристик прочности. Величина  $\sigma^*$  зависит от приложенного к образцу внешнего напряжения  $\sigma$ , текущего радиуса трещины  $R = R(t)$ , геометрии образца, конфигурации трещины, ее расположения в образце и коэффициента концентрации напряжения  $\beta$ ; величина  $\sigma^*$  рассчитывается методами механики хрупкого разрушения на основе решения краевых задач математической теории трещин. Фактически на основе выражения (5) изучается взаимное влияние макро- и микростадий процесса разрушения, так как с помощью (5) определяются основные параметры и предельные характеристики процесса разрушения, устанавливается связь между молекулярными константами, характеризующими структуру материалов, и макроscopicкими характеристиками

прочности, и, наконец, развивается методика расчета долговечности образца в тех или иных условиях его испытаний. Таким образом, в рамках указанной схемы исследований объединяются три подхода: структурно-кинетический (термофлуктуационная теория для описания, прежде всего, элементарного акта процесса разрушения, что связано с выводом конкретного выражения) (5); механический (методы механики хрупкого разрушения для описания локального напряжения в вершине трещины в условиях определенного режима нагружения образца); термодинамический (для расчета величины безопасного напряжения).

Долговечность образца  $\tau = \tau(\sigma, T)$  ( $T$  – температура испытания, в общем случае отличная от температуры  $T_b$  в вершине трещины) складывается из времен процесса разрыва на первой (флуктуационной) стадии  $\tau_\phi(\sigma, T)$  при росте трещины со скоростью (5) от начального радиуса  $R_0$  до критического  $R_k$  и второй (атермической)  $\tau_k$  с предельной скоростью распространения разрушения в твердом теле  $v_k = 0.38\sqrt{E/\rho}$  (формула Робертса-Уэллса), где  $E$  – модуль Юнга,  $\rho$  – плотность материала:

$$\tau = \tau_\phi + \tau_k = \int_{R_0}^{R_k} \frac{dr}{v(r, \sigma^*, T_b, \dots)} + \frac{R - R_k}{v_k}. \quad (6)$$

### КОЭФФИЦИЕНТЫ ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ В ОКРЕСТНОСТИ КРУГОВОЙ ТРЕЩИНЫ

Основопологающим в развитии данной теории разрушения является расчет величины локального напряжения  $\sigma^*$ . На основании (4) образец в виде волокна интерпретируется как упругое пространство  $(x, y, z)$  с внутренней круговой осесимметричной трещиной  $0 \leq r \leq R$  ( $r^2 = x^2 + y^2$ ) в плоскости  $z = 0$ . Учитывая, что разрушение хрупких полимеров локализовано в малой окрестности трещины в объеме  $(V_a)$ , для математической теории трещин представляет интерес изучение асимптотического распределения напряжений вблизи фронта трещины в однородном, упругом, изотропном континууме. Задача заключается в нахождении коэффициентов интенсивности напряжений  $K^{(M)}$  механической и  $K^{(T)}$  тепловой нагрузок в асимптотическом представлении осевого (разрывающего связи) напряжения  $\sigma_{zz}(r, 0) = K(\sigma, R) / \sqrt{2(r-R)}$ ,  $r > R$  из основных уравнений термомеханики. Следует заметить, что предлагаемый ниже подход нахождения асимптотического решения задачи представляет самостоятельный интерес для математической теории трещин.

В цилиндрической системе координат  $(r, \phi, z)$  в условиях симметрии относительно оси  $z$ , а также

симметрии относительно плоскости  $z = 0$ , сформулированная задача сводится к решению термоупругой осесимметричной задачи для полупространства  $z \geq 0$ , состоящей из уравнений равновесия (7), а также геометрических (8) и физических (9) уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\phi\phi}}{r} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad z > 0, r > 0 \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= \frac{\partial U}{\partial r}; \varepsilon_{\phi\phi} = \frac{U}{r}; \varepsilon_{zz} = \frac{\partial W}{\partial z} \\ \varepsilon_{rz} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial r} \right) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{rr} &= 2G \left[ \varepsilon_{rr} + \frac{\nu}{(1-2\nu)} e - \frac{1+\nu}{(1-2\nu)} \alpha_T T \right] \\ \sigma_{\phi\phi} &= 2G \left[ \varepsilon_{\phi\phi} + \frac{\nu}{(1-2\nu)} e - \frac{1+\nu}{(1-2\nu)} \alpha_T T \right] \\ \sigma_{zz} &= 2G \left[ \varepsilon_{zz} + \frac{\nu}{(1-2\nu)} e - \frac{1+\nu}{(1-2\nu)} \alpha_T T \right] \\ \sigma_{rz} &= 2G \varepsilon_{rz}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Здесь  $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(r, z)$ ,  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}(r, z)$  – компоненты, соответственно, тензора напряжения и тензора деформации ( $i, j = r, \phi, z$ ),  $U = U(r, z)$ ,  $W = W(r, z)$  компоненты вектора перемещения, соответственно, в радиальном и осевом направлениях,  $T = T(r, z)$  – температурная функция,  $\nu$  – коэффициент Пуассона,  $G$  – модуль сдвига,  $\alpha_T$  – коэффициент линейного теплового расширения,  $e$  – объемная деформация:

$$e(r, z) = \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{U}{r} + \frac{\partial W}{\partial z}. \quad (10)$$

Граничные условия для поставленной задачи имеют вид:

$$\sigma_{zz}(r, z) \Big|_{z=0} = -\sigma, \quad (11)$$

$$\sigma_{rz}(r, z) \Big|_{z=0} = 0, \quad r \geq 0, \quad (12)$$

$$W(r, z) \Big|_{z=0} = 0, \quad r > R, \quad (13)$$

$$|\sigma_{ij}(r, z), W(r, z), U(r, z), \varepsilon_{ij}(r, z)| < \infty, \quad r \geq 0, z \geq 0. \quad (14)$$

Входящая в (5) температурная функция является решением тепловой задачи:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0, \quad z > 0, r > 0, \quad (15)$$

$$\left. \frac{\partial T(r, z)}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{1}{\lambda_T} q_T, \quad 0 \leq r < R, \quad (16)$$

$$T(r, z) \Big|_{z=0} = 0, \quad r > R, \quad (17)$$

$$\left. \frac{\partial T(r, z)}{\partial z} \right|_{z=\infty} = 0, \quad r > 0, \quad (18)$$

где  $\lambda_T$  – теплопроводность материала,  $q_T$  – величина теплового потока, поступающего в образец через единицу площади за единицу времени. В (15)–(18) для удобства решения, что не сказывается на конечном результате, тепловая задача записана относительно приведенной функции  $T(r, z) = T^*(r, z) + (q_T / \lambda_T)z$ , где  $T^*(r, z)$  – температурная функция, соответствующая исходному эксперименту, когда тепловой поток поступает в образец через его торец ( $\partial T^* / \partial z \Big|_{z=\infty} = -(q_T / \lambda_T)$ ), и предполагается, что через берега трещины тепловой поток не идет ( $\partial T^* / \partial z \Big|_{z=0} = 0, 0 \leq r < R$ ), и переносом тепла излучением через трещину можно пренебречь, что справедливо для не слишком высоких температур.

Подобная задача при наличии только механических нагрузок изучалась Снеддоном, а при наличии только температуры поверхности трещины – Шейлом. Бородачев рассмотрел в исходной постановке оба случая, обобщив при этом частные зависимости Гудьера и Флоренса, а также Снеддона и Ловенгруба [20, 31, 32]. Ниже дается иной подход к решению задачи – более рациональный с точки зрения общности получаемых результатов.

Введем термоупругий потенциал перемещений  $\Phi(r, z)$  соотношениями [33]

$$U = \frac{\partial \Phi}{\partial r}; W = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (e(r, z) = \Delta \Phi(r, z)). \quad (19)$$

Если подставить (9) в (7) и далее (8) в полученное соотношение, то равенства (7)–(9) можно записать в перемещениях:

$$\left. \begin{aligned} \Delta U - \frac{1}{r^2} U + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial e}{\partial r} - \frac{2(1+\nu)}{1-2\nu} \alpha_T \frac{\partial T}{\partial r} &= 0 \\ \Delta W + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial e}{\partial z} - \frac{2(1+\nu)}{1-2\nu} \alpha_T \frac{\partial T}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Подставив соотношение (19) в (20) и проинтегрировав первое из них по  $r$ , второе по  $z$ , находим:

$$\Delta \Phi(r, z) = \frac{(1+\nu)\alpha_T}{1-\nu} T(r, z). \quad (21)$$

Если найдено какое-либо частное решение уравнения (21), то деформации и напряжения могут быть вычислены на основе этого решения следующим образом:

$$\bar{\varepsilon}_{rr} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2}; \bar{\varepsilon}_{\varphi\varphi} = \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r}; \bar{\varepsilon}_{zz} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}; \bar{\varepsilon}_{rz} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial z}; \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_{rr} &= 2G \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} - \Delta \Phi \right); \bar{\sigma}_{\varphi\varphi} = 2G \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} - \Delta \Phi \right) \\ \bar{\sigma}_{zz} &= 2G \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} - \Delta \Phi \right); \bar{\sigma}_{rz} = 2G \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial z} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

В пространстве изображений Ханкеля:

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}(\xi, z) &= \int_0^\infty r J_0(\xi r) \Phi(r, z) dr, \\ \bar{T}(\xi, z) &= \int_0^\infty r J_0(\xi r) T(r, z) dr \end{aligned} \quad (24)$$

общие решения уравнений (15) и (21) имеют соответственно вид:

$$\bar{T}(\xi, z) = \bar{T}(\xi, 0) \exp(-\xi z), \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}(\xi, z) &= \\ &= \left[ \frac{1}{2G\xi^2} \bar{\sigma}_{zz}(\xi, 0) - \frac{z}{2\xi} \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} \alpha_T \bar{T}(\xi, 0) \right] \exp(-\xi z). \end{aligned} \quad (26)$$

Входящие в (26) неизвестные функции от  $\xi$  находятся из граничных условий (11) и (13) и из соотношений (19) для  $\bar{W}(\xi, z) = d\bar{T}(\xi, z) / dz$ . Это приводит к дуальному интегральному уравнению:

$$\left. \begin{aligned} \int_0^\infty \xi \bar{f}(\xi) J_0(\xi r) d\xi &= h(r), \quad 0 \leq r < R, \\ \int_0^\infty \bar{f}(\xi) J_0(\xi r) d\xi &= 0, \quad r > R \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

где введены обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \bar{f}(\xi) &= \frac{1-\nu}{G} \bar{\sigma}_{zz}(\xi, 0) + (1+\nu)\alpha_T \bar{T}(\xi, 0) \\ h(r) &= -\frac{1-\nu}{G} \sigma + (1+\nu)\alpha_T T_0(r), \quad 0 \leq r < R \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

здесь  $T_0(r) = T(r, 0)$ . Автор настоящей статьи ранее разработал обширные таблицы дуальных интегральных уравнений и парных сумматорных рядов [34]. Находим по таблицам решение дуального интегрального уравнения (27):

$$\bar{f}(\xi) = \frac{2}{\pi} \int_0^R \sin \eta \xi d\eta \int_0^\eta \frac{yh(y)dy}{\sqrt{\eta^2 - y^2}}, \quad (29)$$

откуда и из (28) находим в пространстве оригиналов:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{zz}(r, 0) &= \\ &= -\frac{2G}{\pi(1-\nu)} \int_0^R \frac{\eta d\eta}{(r^2 - \eta^2)^{3/2}} \int_0^\eta \frac{yh(y)dy}{\sqrt{\eta^2 - y^2}} - \frac{(1+\nu)\alpha_T G}{(1-\nu)} T(r, 0). \end{aligned} \quad (30)$$

Соотношение (30) относится к случаю, когда на берегах трещины задается либо температура (тогда при  $r > R$  величина  $\partial T / \partial z|_{z=0} = 0$ ), либо тепловой поток.

По Ирвину [18] асимптотика напряжения  $\bar{\sigma}_{zz}$  в окрестности круговой трещины имеет вид:

$$\left[ \bar{\sigma}_{zz}(r, 0) \right]_{\max} = \frac{K(\sigma, R)}{\sqrt{2(r-R)}}, \quad r > R, \quad (31)$$

где  $K(\sigma, R)$  – коэффициент интенсивности напряжений, т.е. параметр, отражающий перераспределение напряжений в теле вследствие наличия трещины:

$$K(\sigma, R) = \lim_{r \rightarrow R+0} \sqrt{2(r-R)} \left[ \bar{\sigma}_{zz}(r, 0) \right]. \quad (32)$$

В (30) рассмотрим последовательно случаи только механического нагружения при постоянной температуре испытания ( $T_0(r) = 0$ ) и только теплового нагружения в отсутствие механических нагрузок. Из (32) в первом случае имеем:  $K^{(M)} = (2/\pi)\sigma\sqrt{R}$ , а из соотношения (31) максимальное растягивающее напряжение в окрестности круговой трещины, достигаемое в плоскости трещины:

$$\left[ \bar{\sigma}_{zz}^{(M)}(r, 0) \right]_{\max} = \frac{\sigma\sqrt{2R}}{\pi\sqrt{r-R}}. \quad (33)$$

Прямые опыты методом ИК-спектроскопии по измерению напряжений на отдельных химических

связях для твердых полимеров показали [18], что по мере приближения к фронту трещины на максимально напряженных связях нагрузка увеличивается вплоть до некоторого значения, после чего остается постоянной и превосходит среднее напряжение на связях в объеме образца на несколько порядков. Такие связи сильно деформируются и разрываются в первую очередь. Их разрыв обусловлен напряжением, приходящимся на связь, отстоящую от вершины трещины на расстоянии ее флуктуационного продвижения. Таким образом, искомое локальное напряжение в окрестности круговой трещины можно записать выражением  $\sigma_{(M)}^* = (\sqrt{2/\pi})\sigma\sqrt{R/\lambda}$ , а в окончательной форме:

$$\sigma_{(M)}^* = \sigma\beta(R_0)\sqrt{R/R_0}, \quad (34)$$

где  $R = R(t)$  – переменный радиус растущей трещины,  $2R_0$  – диаметр начальной (исходной в образце) круговой микротрещины,  $\beta(R_0)$  – коэффициент концентрации напряжения для внутренней круговой трещины, определяемый как:

$$\beta(R_0) = 0.5\sqrt{R_0/\lambda}. \quad (35)$$

В экспериментах по ползучести ( $\sigma = \text{const}$ ) показано [18], что коэффициент  $\beta$  за время жизни образца практически не изменяется и определяется лишь начальными размерами дефекта в образце. Из (35) находим оценку диаметра начальной микротрещины в полимерных волокнах:

$$R_0 = 4\lambda\beta^2. \quad (36)$$

Согласно [18] для ориентированных волокон (полиэтилен, полипропилен, поликапроамид) величина  $\lambda = 4 \text{ \AA}$ ,  $\beta = 4-7$ , откуда и из (36) радиус начальной микротрещины  $R_0 = (10^{-8}-10^{-7}) \text{ м}$ , что подтверждено экспериментально.

Найдем далее локальное напряжение при только тепловом нагружении в режиме (15)–(18), для чего необходимо найти величину  $T(r, 0)$ . В пространстве изображений Ханкеля (24) решение уравнения (15) с граничными условиями (16)–(18) сводится к дуальному интегральному уравнению:

$$\left. \begin{aligned} \int_0^\infty \xi^2 J_0(\xi r) \bar{T}(\xi, 0) d\xi &= -(\lambda_T/q_T), \quad 0 \leq r < R \\ \int_0^\infty \xi J_0(\xi r) \bar{T}(\xi, 0) d\xi &= 0, \quad r > R \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

откуда по таблицам в [34] находим изображение  $\xi \bar{T}(\xi, 0) = -(2q_T / \pi \lambda_T) \int_0^R \eta \sin \eta \xi d\eta$ , а вместе с этим искомым оригинал:

$$T(r, 0) = -(2q_T / \pi \lambda_T) \sqrt{R^2 - y^2}, \quad 0 \leq r < R. \quad (38)$$

Из (30) следует:

$$\left[ \bar{\sigma}_{zz}^{(T)}(r, 0) \right]_{\max} = A \left[ \frac{H(R)}{\sqrt{r^2 - R^2}} - \int_0^R \frac{H'(\eta) d\eta}{\sqrt{r^2 - \eta^2}} \right], \quad r > R, \quad (39)$$

$$H(\eta) = \int_0^\eta y \sqrt{R^2 - y^2} dy, \quad A = \frac{2E\alpha_T q_T}{\pi^2 (1-\nu) \lambda_T}. \quad (40)$$

Из (32), (39)–(40) находим  $K^{(T)} = (A/2)R^{3/2}$  и вместе с этим искомым локальное напряжение в окрестности круговой трещины при тепловом нагружении образца в рамках тепловой задачи (15)–(18):

$$\sigma_{(T)}^* = \sigma_T \beta(R_0) (R/R_0)^{3/2}, \quad (41)$$

$$\sigma_T = \frac{0.3\alpha_T q_T E R_0}{(1-\nu) \lambda_T}; \quad \beta(R_0) = 0.5 \sqrt{R_0 / \lambda}. \quad (42)$$

Полученное соотношение для  $\sigma_T$  в (42) представляет собой принципиальный результат для теории теплового разрушения полимерных волокон:  $\sigma_T$  есть механический аналог теплового нагружения и связывает между собой теплофизические, упругие и структурные характеристики полимеров, что позволяет проследить влияние каждого фактора на тепловую реакцию полимерного материала с начальной (исходной) круговой микротрещиной. В качестве температуры  $T_b$ , входящей в (5), примем среднюю интегральную температуру в кольце  $R \leq r < R + \lambda$  при флуктуационном увеличении радиуса круговой трещины на  $\lambda$ . Это дает следующую оценку для величины  $T_b$ :

$$T_b = \frac{2q_T \lambda \beta(R_0)}{\lambda_T}. \quad (43)$$

Здесь также, как и в (42), прослеживается связь макро- и микропараметров и их влияние на тепловое состояние полимерного материала в окрестности круговой трещины.

Таким образом, все величины, входящие в (5) и (6) вычислены, что дает возможность описать термокинетику роста круговой трещины в полимерных

волокнах и вычислить соответствующую долговечность, как при механическом нагружении, так и в условиях действия тепловых нагрузок.

Для завершения решения термоупругой задачи (7)–(18) необходимо вернуться к граничному условию (12). Так как напряжения  $\sigma_{rz}(r, z)$ , определенные в (23) с помощью термоупругого потенциала, могут не удовлетворять условию (12), то на полученное решение следует наложить еще такое решение уравнений (20) при  $T = 0$ , чтобы условие (12) удовлетворялось. Для этого используем функцию перемещения Лява  $L(r, z)$  следующим образом [1]:

$$\begin{aligned} \bar{U} &= -\frac{1}{(1-2\nu)} \frac{\partial^2 L}{\partial r \partial z}; \quad \bar{W} = \\ &= \frac{1}{(1-2\nu)} \left[ 2(1-\nu) \Delta L - \frac{\partial^2 L}{\partial z^2} \right]; \quad \bar{e} = \Delta L_z, \quad (L_z = \partial L / \partial z) \end{aligned} \quad (44)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_{rr} &= \frac{2G}{(1-2\nu)} \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu \Delta L - \frac{\partial^2 L}{\partial r^2} \right) \\ \bar{\sigma}_{\varphi\varphi} &= \frac{2G}{(1-2\nu)} \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu \Delta L - \frac{1}{r} \frac{\partial L}{\partial r} \right) \\ \bar{\sigma}_{zz} &= \frac{2G}{(1-2\nu)} \frac{\partial}{\partial z} \left( (2-\nu) \Delta L - \frac{\partial^2 L}{\partial z^2} \right) \\ \bar{\sigma}_{rz} &= \frac{2G}{(1-2\nu)} \frac{\partial}{\partial r} \left( (1-\nu) \Delta L - \frac{\partial^2 L}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

При этом, функция  $L(r, z)$  удовлетворяет бигармоническому уравнению:

$$\Delta^2 L(r, z) = 0, \quad r > 0, \quad z > 0. \quad (46)$$

Если функция  $L(r, z)$  определена, то полные напряжения равны:

$$\sigma_{ij}(r, z) = \bar{\sigma}_{ij}(r, z) + \bar{\sigma}(r, z), \quad (i, j = r, \varphi, z). \quad (47)$$

Перемещения при этом всегда однозначны. Вычислим  $\bar{\sigma}_{rz}(r, 0)$  используя приведенные выше соотношения:

$$\bar{\sigma}_{rz}(r, 0) = \int_0^\infty \left[ \frac{2G\xi}{\pi(1-\nu)} \int_0^R \varphi(\eta) \sin \eta \xi d\eta \right] J_1(r\xi) d\xi, \quad (48)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \varphi(\eta) &= \int_0^\eta \frac{yh(y) dy}{\sqrt{\eta^2 - y^2}}, \\ h(r) &= -\frac{(1-\nu)}{G} \sigma + (1+\nu) \alpha_T T(r, 0). \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

Если потребовать

$$\bar{\sigma}_{rz}(r, z) \Big|_{z=0} = -\bar{\sigma}_{rz}(r, 0), \quad r \geq 0, \quad (50)$$

$$\bar{\sigma}_{zz}(r, z) \Big|_{z=0} = 0, \quad r \geq 0, \quad (51)$$

то все граничные условия (11)–(14) будут удовлетворяться.

В пространстве изображений Ханкеля ограниченное решение уравнения (44) имеет вид:

$$\bar{L}(\xi, z) = [\bar{A}(\xi) + \bar{B}(\xi)z] \exp(-\xi z). \quad (52)$$

Для определения констант в (52) из граничных условий (50)–(51) запишем, используя (45) и (52):

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{rz}(r, z) = \\ = \frac{2G}{(1-2\nu)} \int_0^\infty \xi^2 J_1(r\xi) \left[ \nu \frac{d^2 \bar{L}(\xi, z)}{dz^2} + (1-\nu)\xi^2 \bar{L}(\xi, z) \right] d\xi; \quad (53) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{zz}(r, z) = \\ = \frac{2G}{(1-2\nu)} \int_0^\infty \xi J_0(r\xi) \left[ (1-\nu) \frac{d^3 \bar{L}(\xi, z)}{dz^3} - (2-\nu) \frac{d \bar{L}(\xi, z)}{dz} \right] d\xi. \quad (54) \end{aligned}$$

Соотношения (51), (52), (54) дают:

$$\bar{A}(\xi) = -\frac{(1-2\nu)}{\xi} \bar{B}(\xi). \quad (55)$$

Соотношения (49), (50), (52), (53) приводят к результату:

$$\bar{B}(\xi) = \frac{(1-2\nu)}{\pi(1-\nu)\xi^2} \int_0^R \varphi(\eta) \sin \eta \xi d\eta, \quad (56)$$

чем принципиально завершается нахождение искомого решения задачи (7)–(18).

### ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ, ПРЕДЕЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ И ДОЛГОВЕЧНОСТЬ ПРИ ТЕПЛОМ НАГРУЖЕНИИ

Термофлуктуационные процессы разрушения на атомно-молекулярном уровне описываются с помощью модели слабо связанных гармонических осцилляторов, в которой элементарный акт разрушения интерпретируется как классический переход через потенциальный барьер. Для атомно-молекулярной модели с учетом частот разрыва и восстановления химических связей в вершине трещины средняя скорость роста трещины описывается выражением вида [1]:

$$v(l, \sigma^*, T_b \dots) = 2\lambda\nu_0 \exp \left[ -\frac{U - V_a \sigma_0^*}{kT_b(l, t)} (\sigma^* - \sigma_0^*) \right], \quad (57)$$

где  $\lambda$  – (как указывалось ранее) флуктуационное продвижение трещины при разрыве одной или группы связей;  $\nu_0$  – частота тепловых колебаний кинетических единиц, участвующих в разрыве и восстановлении связей ( $\nu_0 \sim 10^{13} \text{ c}^{-1}$ );  $k$  – постоянная Больцмана;  $U = U_0 - qT_b$  – энергия активации процесса разрушения, линейно уменьшающаяся с повышением температуры,  $U_0$  – энергия активации процесса разрыва, экстраполированная к абсолютному нулю,  $q$  – коэффициент температурной зависимости энергии активации (для полимерных (органических) стекол  $q \sim (15-20) \text{ Дж/моль}\cdot\text{К}$ ,  $\sigma_0$  – термофлуктуационный порог разрушения (безопасное перенапряжение в вершине трещины). Для напряжений  $\sigma$ , не слишком близких к безопасному и не превышающих критические  $\sigma_0 < \sigma < \sigma_k$ , вероятность восстановления связей в вершине трещины пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью их разрыва, и, если пренебречь процессом рекомбинации связей в окрестности вершины трещины, скорость ее роста примет более простой вид:

$$v(l, \sigma^*, T_b) = \lambda\nu_0 \exp \left[ -\frac{U - V_a \sigma^*}{kT_b(l, t)} \right]. \quad (58)$$

В нашем случае имеем:

$$v(R, \sigma_{(T)}^*, T_b) = \lambda\nu_0 \exp \left( -\frac{U - V_a \sigma_{(T)}^*}{kT_b} \right), \quad (59)$$

где все основные величины рассчитаны. Вычисляя интеграл (6), получаем искомое выражение для долговечности  $\tau = \tau_\phi + \tau_k$  при чисто тепловом нагружении образца с внутренней круговой трещиной в рамках тепловой модели (15)–(18):

$$\begin{aligned} \tau = \frac{2R_0 \exp(-q/k)}{3\lambda\nu_0 \alpha \sigma_T} \exp \left( \frac{U_0 - V_a \beta \sigma_T}{kT_b} \right) + \\ + 2.63R^* \sqrt{\rho/E} (1 - 4\lambda\beta^2/R^*), \quad (60) \end{aligned}$$

где  $\alpha = V_a \beta / kT_b$ . К этим соотношениям следует также добавить ряд важных параметров и предельных характеристик процесса разрушения. Характеристика  $\sigma_0$  соответствует напряжению, при котором экспериментально наблюдается резкий подъем кривой изотермы долговечности в область сколь угодно больших значений времени. В кинетической теории эта величина вводится соотношением:

$$\sigma_0 = \alpha_{\text{пов}} / (\beta \lambda_m), \tag{61}$$

где  $\alpha_{\text{пов}}$  – свободная поверхностная энергия материала (в вакууме),  $\lambda_m$  – предразрывное удлинение связи. Величине (61) придается смысл безопасного напряжения. Следует подчеркнуть, что вопрос о существовании безопасного напряжения на протяжении многих десятилетий являлся дискуссионным и лишь недавно автором настоящей статьи при исследовании истинного смысла энергетического критерия Гриффита для хрупких полимеров было показано [35], что величина  $\sigma_0$  совпадает с Гриффитовым (безопасным) порогом разрушения для дискообразной трещины:

$$\sigma_0 = \sigma_G = \sqrt{\frac{2E\alpha_{\text{пов}}}{2R_0(1-\nu^2)}}. \tag{62}$$

Критическое напряжение имеет вид:

$$\sigma_k = \frac{U_0 - qT}{V_a \beta}. \tag{63}$$

Основным внешним фактором, вызывающим рост трещины со скоростью (59), является тепловая нагрузка мощностью  $q_T$  – одна из составляющих напряжения (42). Соотношения (61) и (62) (при  $T = T_b$ ) определяют интервал напряжений  $\sigma_T$  от безопасного  $\sigma_T^{(0)}$  до критического  $\sigma_T^{(k)}$ , что позволяет выявить соответствующие значения внешнего теплового нагружения от безопасного (64) до критического (65):

$$q_T^{(0)} = \frac{36.3\lambda_T}{\alpha_T} \sqrt{\frac{(1-\nu)\alpha_{\text{пов}}}{(1+\nu)E}} R_0^{-3/2}; \tag{64}$$

$$q_T^{(k)} = \frac{12(1-\nu)\lambda_T \sqrt{\lambda}(U_0 - qT)}{\alpha_T E V_a} R_0^{-3/2}. \tag{65}$$

Таким образом, приведенный интервал внешнего теплового нагружения ( $q_T^{(0)}, q_T^{(k)}$ ) и определяет временную зависимость прочности (60). Для значений  $q_T \geq q_T^{(k)}$  ( $\sigma_T \geq \sigma_T^{(k)}$ ) временная зависимость (60) выполняться перестает, трещина растет с максимальной скоростью  $v_k$ . Последнее означает, что зависимость ( $\lg \tau, \sigma_T$ ) или ( $\lg \tau, q_T$ ) на этом участке изображается прямой, параллельной оси напряжений  $\sigma_T$  или оси тепловой нагрузки  $q_T$ .

На рис. 2 приведена кривая долговечности для образца в виде моноволокна из органического стекла, рассчитанная по полученным соотношениям:

$$\alpha_{\text{пов}} = 39 \cdot 10^{-3} \text{ Дж/м}^2; \alpha_T = 8 \cdot 10^5 \text{ град}^{-1}; \lambda_T = 0.197 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}; \\ v_0 = 10^{-13} \text{ с}^{-1}; \lambda = 12 \cdot 10^{-4} \text{ мкм}; q_T^{(0)} = 210 \text{ Вт/мм}^2;$$

$$q_T^{(k)} = 1700 \text{ Вт/мм}^2; R_0 = 10^{-7} \text{ м}; U_0 = 133 \text{ кДж/моль}; \\ \beta = 9; q = 8.2 \text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)}; V_a = 1.4 \cdot 10^{-28} \text{ м}^3; \\ R^* = 10^{-3} \text{ м}; v_k = 800 \text{ м/с}; E = 3.93 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2; \rho = 1.2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3; \\ \sigma_0 = 21 \text{ МПа}; \sigma_k = 168 \text{ МПа}.$$

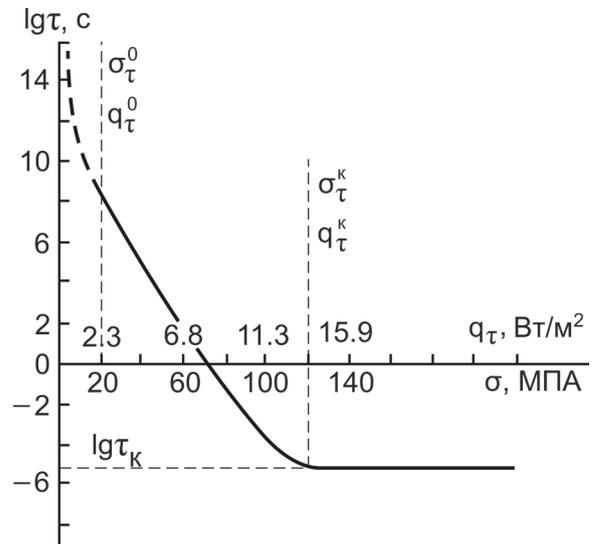


Рис. 2. Кривая долговечности для образца в виде моноволокна из органического стекла.

Fig. 2. Life curve for the plexiglass monofilament sample.

Полученная кривая дает наглядное представление о возможности прогнозирования временной зависимости «термической» долговечности образца при его тепловом нагружении в рамках приведенной выше тепловой модели. Расчетные соотношения зависимости (60) содержат комплекс физико-механических, теплофизических, структурных характеристик материала с трещиной, что позволяет оценить влияние каждого из них на термокинетику роста трещины и возможное управление процессом теплового разрушения. Аналогичным образом можно рассмотреть и другие случаи теплового нагружения полимерного образца с внутренней круговой трещиной, а также и более общие, когда одновременно имеет место сопряжение термических полей с полями различной физической природы, в том числе с учетом релаксационных процессов на уровне элементарных актов распространения теплоты [36].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Современные конструкционные и функциональные полимерные материалы, представляющие собой совокупность микро- или наноструктур, обладают уникальными механическими и теплофизическими свойствами, позволяющими их использовать в конструкциях, подверженным разнообразным внешним воздействиям. Важным этапом в создании и использовании указанных материалов является разработка соответствующих математических моделей

для описания их поведения в широком диапазоне изменения внешних эксплуатационных факторов. В первую очередь, это относится к моделям, описывающим термокинетику процесса разрушения полимерных материалов (в частности, полимерных волокон), вызванного взаимодействием интенсивных тепловых потоков с твердыми телами: нагрев материалов плазменными потоками, лазерными или электронными лучами.

Математически описано взаимное влияние микро- и макростадий процесса разрушения полимерных материалов, определены его основные параметры и предельные характеристики, установлена связь между молекулярными константами, характеризующими структуру материала с одной стороны и макроскопическими характеристиками прочности с другой. Представлена обобщенная структурно-кинетическая теория разрушения полимерных волокон при чисто тепловом воздействии на образцы с трещиной. Разработанные теоретические представления термокинетики процесса теплового разрушения полимерных волокон с позиций кинетической

термофлуктуационной концепции, позволяют прогнозировать термическую долговечность образца при его тепловом нагружении. Полученные теоретические соотношения представляют практический интерес для разработки способов локализации, интенсификации и управления кинетикой роста трещины в полимерных материалах.

#### **Вклад автора**

**Э.М. Карташов** – разработка теоретических представлений термокинетики процесса теплового разрушения полимерных волокон с позиций кинетической термофлуктуационной концепции, проведение исследований и вывод формул, написание текста статьи.

#### **Author's contribution**

**E.M. Kartashov** – developing the theory for thermokinetics of the polymer fiber thermal destruction process from the standpoint of the kinetic thermofluctuation concept, research and derivation of formulas, and writing the text of the article.

*Автор заявляет об отсутствии конфликтов интересов.*

*The author declares no conflicts of interests.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Карташов Э.М., Кудинов В.А. *Аналитические методы теории теплопроводности и ее приложений*. М.: URSS; 2012. 1080 с. ISBN 978-5-9710-4994-4
2. Lee H., Lim C.H.J., Low M.J., Tham N., Murukeshan V.M., Kim Y.-J. Lasers in Additive Manufacturing: A Review. *Int. J. of Precis. Eng. Manuf.-Green Tech.* 2017;4(3):307–322. <https://doi.org/10.1007/s40684-017-0037-7>
3. Negi S., Nambolan A.A., Kapil S., Joshi P.S., Manivannan R., Karunakaran K.P., et al. Review on electron beam based additive manufacturing. *Rapid Prototyping Journal.* 2020;26(3):485–498. <https://doi.org/10.1108/RPJ-07-2019-0182>
4. Bijanzad A., Munir T., Abdulhamid F. Heat-assisted machining of superalloys: a review. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* 2021. <https://doi.org/10.1007/s00170-021-08059-2>
5. Nasim H., Jamil Y. Diode lasers: From laboratory to industry. *Optics & Laser Technology.* 2014;56:211–222. <https://doi.org/10.1016/j.optlastec.2013.08.012>

## REFERENCES

1. Kartashov E.M., Kudinov V.A. *Analytical methods of the theory of heat conduction and its applications*. Moscow: URSS; 2012. 1080 p. (in Russ.). ISBN 978-5-9710-4994-4
2. Lee H., Lim C.H.J., Low M.J., Tham N., Murukeshan V.M., Kim Y.-J. Lasers in Additive Manufacturing: A Review. *Int. J. of Precis. Eng. Manuf.-Green Tech.* 2017;4(3):307–322. <https://doi.org/10.1007/s40684-017-0037-7>
3. Negi S., Nambolan A.A., Kapil S., Joshi P.S., Manivannan R., Karunakaran K.P., et al. Review on electron beam based additive manufacturing. *Rapid Prototyping Journal.* 2020;26(3):485–498. <https://doi.org/10.1108/RPJ-07-2019-0182>
4. Bijanzad A., Munir T., Abdulhamid F. Heat-assisted machining of superalloys: a review. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* 2021. <https://doi.org/10.1007/s00170-021-08059-2>
5. Nasim H., Jamil Y. Diode lasers: From laboratory to industry. *Optics & Laser Technology.* 2014;56:211–222. <https://doi.org/10.1016/j.optlastec.2013.08.012>

6. Nemani S.K., Annavarapu R.K., Mohammadian B., Raiyan A., Heil J., Haque Md.A., *et al.* Surface Modification of Polymers: Methods and Applications. *Adv. Mater. Interfaces*. 2018;5(24):1801247. <https://doi.org/10.1002/admi.201801247>
7. Zhang C. Progress in semicrystalline heat-resistant polyamides. *e-Polymers*. 2018;18(5):373–408. <https://doi.org/10.1515/epoly-2018-0094>
8. Fu M.-C., Higashihara T., Ueda M. Recent progress in thermally stable and photosensitive polymers. *Polym J*. 2018;50(1):57–76. <https://doi.org/10.1038/pj.2017.46>
9. Peelman N., Ragaert P., Ragaert K., De Meulenaer B., Devlieghere F., Cardon L. Heat resistance of new biobased polymeric materials, focusing on starch, cellulose, PLA, and PHA. *Journal of Applied Polymer Science*. 2015;132(48):42305. <https://doi.org/10.1002/app.42305>
10. Rezakazemi M., Sadrzadeh M., Matsuura T. Thermally stable polymers for advanced high-performance gas separation membranes. *Progress in Energy and Combustion Science*. 2018;66:1–41. <https://doi.org/10.1016/j.pecs.2017.11.002>
11. Tant M.R., Connell J.W., McManus H.L.N. *High-Temperature Properties and Applications of Polymeric Materials*. Washington, DC: American Chemical Society; 1995. 264 p. ISBN 978-0-12-801981-8
12. Билибин А.Ю., Зорин И.М. Деструкция полимеров, ее роль в природе и современных медицинских технологиях. *Успехи химии*. 2006;75(2):151–165. <https://doi.org/10.1070/RC2006v075n02ABEH001213>
13. Brinson H.F., Brinson L.C. Characteristics, Applications and Properties of Polymers. In: Brinson H.F., Brinson L.C. (eds.) *Polymer Engineering Science and Viscoelasticity: An Introduction*. Boston, MA: Springer US; 2008. p. 55–97. [https://doi.org/10.1007/978-0-387-73861-1\\_3](https://doi.org/10.1007/978-0-387-73861-1_3)
14. Witkowski A., Stec A.A., Hull T.R. Thermal Decomposition of Polymeric Materials. In: Hurley M.J., Gottuk D., Hall J.R., Harada K., Kuligowski E., Puchovsky M., *et al.* (eds.) *Handbook of Fire Protection Engineering*. New York, NY: Springer New York; 2016. p. 167–254. [https://doi.org/10.1007/978-1-4939-2565-0\\_7](https://doi.org/10.1007/978-1-4939-2565-0_7)
15. Bogdanov V.L., Guz A.N., Nazarenko V.M. Spatial Problems of the Fracture of Materials Loaded Along Cracks (Review). *Int. Appl. Mech.* 2015;51(5):489–560. <https://doi.org/10.1007/s10778-015-0710-x>
16. Sicsic P., Marigo J.-J., Maurini C. Initiation of a periodic array of cracks in the thermal shock problem: A gradient damage modeling. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2014;63:256–284. <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2013.09.003>
17. Tang S.B., Zhang H., Tang C.A., Liu H.Y. Numerical model for the cracking behavior of heterogeneous brittle solids subjected to thermal shock. *International Journal of Solids and Structures*. 2016;80:520–531. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2015.10.012>
18. Регель В.Р., Слутскер А.И., Томашевский Э.Е. *Кинетическая природа прочности твердых тел*. М.: Наука; 1974. 560 с.
19. Карташов Э.М., Анисимова Т.В. Модельные представления теплового разрушения на основе кинетической теории прочности. *Математическое моделирование*. 2007;19(11):11–22.
20. Карташов Э.М. Современные представления кинетической термофлуктуационной теории прочности полимеров. *Итоги науки и техники. Серия Химия и технология высокомолекулярных соединений*. 1991. Т. 27. 112 с.
6. Nemani S.K., Annavarapu R.K., Mohammadian B., Raiyan A., Heil J., Haque Md.A., *et al.* Surface Modification of Polymers: Methods and Applications. *Adv. Mater. Interfaces*. 2018;5(24):1801247. <https://doi.org/10.1002/admi.201801247>
7. Zhang C. Progress in semicrystalline heat-resistant polyamides. *e-Polymers*. 2018;18(5):373–408. <https://doi.org/10.1515/epoly-2018-0094>
8. Fu M.-C., Higashihara T., Ueda M. Recent progress in thermally stable and photosensitive polymers. *Polym J*. 2018;50(1):57–76. <https://doi.org/10.1038/pj.2017.46>
9. Peelman N., Ragaert P., Ragaert K., De Meulenaer B., Devlieghere F., Cardon L. Heat resistance of new biobased polymeric materials, focusing on starch, cellulose, PLA, and PHA. *Journal of Applied Polymer Science*. 2015;132(48):42305. <https://doi.org/10.1002/app.42305>
10. Rezakazemi M., Sadrzadeh M., Matsuura T. Thermally stable polymers for advanced high-performance gas separation membranes. *Progress in Energy and Combustion Science*. 2018;66:1–41. <https://doi.org/10.1016/j.pecs.2017.11.002>
11. Tant M.R., Connell J.W., McManus H.L.N. *High-Temperature Properties and Applications of Polymeric Materials*. Washington, DC: American Chemical Society; 1995. 264 p. ISBN 978-0-12-801981-8
12. Bilibin A.Y., Zorin I.M. Polymer degradation and its role in nature and modern medical technologies. *Russ. Chem. Rev.* 2006;75(2):133–145. <https://doi.org/10.1070/RC2006v075n02ABEH001213>
13. Brinson H.F., Brinson L.C. Characteristics, Applications and Properties of Polymers. In: Brinson H.F., Brinson L.C. (eds.) *Polymer Engineering Science and Viscoelasticity: An Introduction*. Boston, MA: Springer US; 2008. p. 55–97. [https://doi.org/10.1007/978-0-387-73861-1\\_3](https://doi.org/10.1007/978-0-387-73861-1_3)
14. Witkowski A., Stec A.A., Hull T.R. Thermal Decomposition of Polymeric Materials. In: Hurley M.J., Gottuk D., Hall J.R., Harada K., Kuligowski E., Puchovsky M., *et al.* (eds.) *Handbook of Fire Protection Engineering*. New York, NY: Springer New York; 2016. p. 167–254. [https://doi.org/10.1007/978-1-4939-2565-0\\_7](https://doi.org/10.1007/978-1-4939-2565-0_7)
15. Bogdanov V.L., Guz A.N., Nazarenko V.M. Spatial Problems of the Fracture of Materials Loaded Along Cracks (Review). *Int. Appl. Mech.* 2015;51(5):489–560. <https://doi.org/10.1007/s10778-015-0710-x>
16. Sicsic P., Marigo J.-J., Maurini C. Initiation of a periodic array of cracks in the thermal shock problem: A gradient damage modeling. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2014;63:256–284. <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2013.09.003>
17. Tang S.B., Zhang H., Tang C.A., Liu H.Y. Numerical model for the cracking behavior of heterogeneous brittle solids subjected to thermal shock. *International Journal of Solids and Structures*. 2016;80:520–531. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2015.10.012>
18. Regel' V.R., Slutsker A.I., Tomashevskii E.E. *Kineticheskaya priroda prochnosti tverdykh tel (Kinetic nature of the strength of solids)*. Moscow: Nauka; 1974. 560 p. (in Russ.).
19. Kartashov E.M., Anisimova T.V. Model ideas of thermal fracture on the basis of the theory of strength. *Matem. Mod.* 2007;19(11):11–22 (in Russ.).
20. Kartashov E.M. Modern concepts of the kinetic thermofluctuation theory of polymer strength. *Itogi nauki i tekhniki. Seriya Khimiya i tekhnologiya vysokomolekulyarnykh soedinenii*. 1991. V. 27. 112 p. (in Russ.).

21. Карташов Э.М., Цой Б., Шевелев В.В. *Разрушение пленок и волокон. Структурно-статистические аспекты*. М.: URSS; 2015. 779 с. ISBN 978-5-9710-0944-3
22. Финкель В.М. *Физические основы торможения разрушения*. М.: Металлургия; 1977. 360 с.
23. Sun C.T., Jin Z.-H. Griffith Theory of Fracture. In: Sun C.T., Jin Z.-H. (eds.) *Fracture Mechanics*. Boston: Academic Press; 2012. p. 11–24. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-385001-0.00002-X>
24. Френкель Я.И. *Кинетическая теория жидкостей*. Л.: Изд-во АН СССР; 1945. 424 с.
25. Бартнев Г.М. *Прочность и механизмы разрушения полимеров*. М.: Химия; 1984. 280 с.
26. Губанов А.И., Чевычелов А.Д. К теории разрывной прочности полимеров. *Физика твердого тела*. 1962;4(4):928–933.
27. Kerkhof F. *Bruchvorqänge in Gläsern*. Frankfurt/Main: Verlag Deutsch Gesellschaft; 1970. 340 p.
28. Кузьмин Е.А., Пух В.П. *Некоторые проблемы прочности твердого тела*. М.-Л.: Изд-во АН СССР; 1959. 386 с.
29. Бартнев Г.М., Разумовская И.В., Ребиндер П.А. К теории самопроизвольного диспергирования твердых тел. *Коллоидный журнал*. 1958;20(5):654–664.
30. Златин Н.А., Мочалов С.Н., Пугачев Г.С., Брагов А.М. Временные закономерности разрушения металлов при интенсивных нагрузках. *Физика твердого тела*. 1974;16(6):1752–1755.
31. Бородачев Н.М. Термоупругая задача для бесконечного с осесимметричной трещиной. *Прикл. Механика*. 1966;2(2):93–99.
32. Бородачев Н.М. О вдавлении штампа в торец полубесконечного упругого цилиндра. *Прикл. Механика*. 1967;3(9):83–89.
33. Мелан Э., Паркус Г. *Температурные напряжения, вызываемые стационарными температурными полями: пер. с нем.* М.: Физматгиз; 1958. 167 с.
34. Карташов Э.М. *Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел*. М.: Высшая школа; 2001. 540 с. ISBN 5-06-004091-7
35. Карташов Э.М. Энергетическая проблема Гриффита для хрупких полимеров. *Инженерно-физ. журн.* 2007;80(1):156–165.
36. Карташов Э.М. Аналитические решения гиперболических моделей нестационарной теплопроводности. *Тонкие химические технологии*. 2018;13(2):81–90. <https://doi.org/10.32362/2410-6593-2018-13-2-81-90>
21. Kartashov E.M., Tsoi B., Shevelev V.V. *Razrushenie plenok i volokon. Strukturno-statisticheskie aspect (Destruction of films and fibers. Structural and statistical aspects)*. Moscow: URSS; 2015. 779 p. (in Russ.). ISBN 978-5-9710-0944-3
22. Finkel' V.M. *Fizicheskie osnovy tormozheniya razrusheniya (The physical basis of inhibition of destruction)*. Moscow: Metallurgiya; 1977. 360 p. (in Russ.).
23. Sun C.T., Jin Z.-H. Griffith Theory of Fracture. In: Sun C.T., Jin Z.-H. (eds.) *Fracture Mechanics*. Boston: Academic Press; 2012. p. 11–24. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-385001-0.00002-X>
24. Frenkel' Ya.I. *Kineticheskaya teoriya zhidkostei (Kinetic theory of liquids)*. Leningrad: USSR RAS Publishing House; 1945. 424 p. (in Russ.).
25. Bartenev G.M. *Prochnost' i mekhanizmy razrusheniya polimerov (Strength and degradation mechanisms of polymers)*. Moscow: Khimiya; 1984. 280p. (in Russ.).
26. Gubanov A.I., Chevychelov A.D. On the theory of tensile strength of polymers. *Fizika tverdogo tela*. 1962;4(4):928–933 (in Russ.).
27. Kerkhof F. *Bruchvorqänge in Gläsern*. Frankfurt/Main: Verlag Deutsch Gesellschaft; 1970. 340 p.
28. Kuz'min E.A., Pukh V.P. *Nekotorye problemy prochnosti tverdogo tela (Some problems of solid strength)*. Moscow, Leningrad: Izd. Akad. Nauk SSSR; 1959. 386 p. (in Russ.).
29. Bartenev G.M., Razumovskaya I.V., Rebinder P.A. On the theory of spontaneous dispersion of solids. *Kolloidnyi zhurnal = Colloid J.* 1958;20(5):654–664 (in Russ.).
30. Zlatin N.A., Mochalov S.N., Pugachev G.S., Bragov A.M. Temporary patterns of destruction of metals under intense loads. *Fizika tverdogo tela*. 1974;16(6):1752–1755 (in Russ.).
31. Borodachev N.M. The thermoelastic problem for an infinite axisymmetrically cracked body. *Soviet Applied Mechanics*. 1966;2(2):54–58. <https://doi.org/10.1007/BF00895610>
32. Borodachev N.M. The sinking of a die into the end face of a semi-infinite elastic cylinder. *Soviet Applied Mechanics*. 1967;3(9):55–58. <https://doi.org/10.1007/BF00886390>
33. Melan E., Parkus G. *Melan E., Parkus G. Temperaturnye napryazheniya, vyzvayemye statsionarnymi temperaturnymi polyami (Temperature stresses caused by stationary temperature fields)*. Transl. from German. Moscow: Fizmatgiz; 1958. 167 p. (in Russ.).
- [Melan E., Parkus H. *Wärmespannungen: Infolge Stationärer Temperaturfelder*. Wein: Springer Verl.; 1953. 154 p.]
34. Kartashov E.M. *Analiticheskie metody v teorii teploprovodnosti tverdykh tel (Analytical methods in the theory of thermal conductivity of solids)*. Moscow: Vysshaya shkola; 2001. 540 p. (in Russ.). ISBN 5-06-004091-7
35. Kartashov E.M. The Griffith energy problem for brittle polymers. *J. Eng. Phys. Thermophys.* 2007;80(1):166–175. <https://doi.org/10.1007/s10891-007-0023-y>
36. Kartashov E.M. Analytical solutions of hyperbolic models of non-stationary thermal conduction. *Tonk. Khim. Tekhnol. = Fine Chem. Technol.* 2018;13(2):81–90 (in Russ.). <https://doi.org/10.32362/2410-6593-2018-13-2-81-90>

**Об авторах:**

**Карташов Эдуард Михайлович**, д.ф.-м.н., профессор кафедры высшей и прикладной математики Института тонких химических технологий им. М.В. Ломоносова ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119571, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 86). E-mail: kartashov@mitht.ru. Scopus Author ID 7004134344, ResearcherID Q-9572-2016, <https://orcid.org/0000-0002-7808-4246>

**About the authors:**

**Eduard M. Kartashov**, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Department of Higher and Applied Mathematics, M.V. Lomonosov Institute of Fine Chemical Technologies, MIREA – Russian Technological University (86, Vernadskogo pr., Moscow, 119571, Russia). E-mail: kartashov@mitht.ru. Scopus Author ID 7004134344, ResearcherID Q-9572-2016, <https://orcid.org/0000-0002-7808-4246>

*Поступила: 25.09.2020; получена после доработки: 24.11.2020; принята к опубликованию: 02.12.2021.  
The article was submitted: September 25, 2020; approved after reviewing: November 24, 2020; accepted for publication: December 02, 2021.*

---

Отпечатано в МИРЭА – Российском технологическом университете.

119454, РФ, Москва, пр-кт Вернадского, д. 78.

Подписано в печать 30.12.2021.

Формат 60×90/8. Печать цифровая.

Уч.-изд. листов 11.25.

Тираж 100 экз. Заказ № 30.

Цена 1074.50 руб.

Printed in MIREA – Russian Technological University.

78, Vernadskogo pr., Moscow, 119454, Russian Federation.

Signed to print on December 30, 2021.

Format 60×90/8. Digital print.

C.p.l. 11.25.

100 copies. Order No. 30.

Price: RUR 1074.50.