

Representação da Teoria de Dempster-Shafer a partir de uma Rede Bayesiana de Lombalgia

Leonardo Assis da Silva¹, Priscyla Waleska Targino de Azevedo Simões¹,
Merisandra Côrtes de Mattos¹, Cristian Cechinel²

¹Unidade Acadêmica de Ciências, Engenharias e Tecnologias – Curso de Ciência da Computação – Grupo de Pesquisa em Inteligência Computacional Aplicada
Universidade do Extremo Sul Catarinense (UNESC) – Av. Universitária 1105
Criciúma – Santa Catarina – Brasil

²Curso de Engenharia de Computação – Universidade Federal do Pampa (Unipampa)
Campus de Bagé – Rua Carlos Barbosa s/n – Bagé – Rio Grande do Sul – Brasil

leonardosilvadm@gmail.com, {pri,mem}@unesc.net,
contato@cristiancechinel.pro.br

Resumo. *Este artigo aborda o estudo de uma teoria para modelagem da incerteza em sistemas especialistas fornecendo considerações sobre a utilização do formalismo matemático de Dempster-Shafer e seus métodos de inferência.*

Palavras-chave: *Inteligência Artificial, Modelagem da Incerteza, Teoria da Evidência de Dempster-Shafer, Shell para Modelagem de Incertezas.*

Abstract. *This article discusses the study of a theory for the uncertainty modeling in expert systems providing considerations on the use of mathematical formalism of Dempster-Shafer and its inference methods.*

Keywords: *Artificial Intelligence, Uncertainty Modeling, Dempster-Shafer Theory, Uncertainty Modeling Shell.*

1. Introdução

As ferramentas da Inteligência Artificial geralmente oferecem uma interface que facilita a construção do motor de inferência, que tem como uma de suas aplicações a modelagem da incerteza. Durante a utilização de um sistema especialista (SE), muitas vezes o conhecimento adquirido é incompleto ou imperfeito, fazendo com que os sistemas atuem sobre dados incertos ou vagos. Por não existir uma teoria genérica que consiga modelar todos os tipos de incerteza, a escolha de um método para a sua representação no motor de inferência é um problema enfrentado durante o desenvolvimento dos Sistemas Especialistas (SE) [Bittencourt 2001].

Algumas ferramentas possuem mais de um método para modelagem da incerteza, como é o caso da shell Pegasus que está sendo desenvolvida pelo Grupo de Pesquisa em Inteligência Computacional Aplicada da Universidade do Extremo Sul Catarinense. Essa shell idealizada pelo grupo abrange inicialmente quatro módulos,

cada um deles utilizando um formalismo matemático diferente para a modelagem da incerteza, são eles: Teoria da Evidência (TDS) de Dempster-Shafer, lógica fuzzy, Fatores de Certeza e Raciocínio Probabilístico.

A TDS é um dos modelos mais conhecidos para modelagem da incerteza e visa o tratamento das informações por meio de um formalismo matemático baseado em proposições lidando de forma concreta com o problema da ignorância, que corresponde ao desconhecimento de informações pelo especialista. [Russel e Norvig 2004].

Assim, este artigo aborda o estudo da TDS e sua aplicação no desenvolvimento da inferência de Dempster-Shafer na shell Pegasus. Na metodologia foi realizado o levantamento das teorias e trabalhos correlatos, a modelagem matemática da TDS, a modelagem do motor de inferência baseado na TDS para a shell de modelagem de incerteza Pegasus, finalizando com a implementação do módulo da TDS.

O artigo apresenta as principais características da TDS e o aplicativo que corresponde ao módulo que foi integrado à shell Pegasus, oferecendo as opções de cadastrar hipóteses e evidências e também de apresentar os resultados da inferência ao usuário. Os resultados verificados na ferramenta são satisfatórios demonstrando que os cálculos efetuados encontram-se conforme a bibliografia consultada.

1.1. Modelagem da Incerteza

Ao se utilizar um SE costuma-se observar que o conhecimento pode estar inconsistente gerando conclusões conflitantes, ou ainda incompleto, sem as informações necessárias para se chegar a uma conclusão adequada [Rezende 2005].

A lógica bayesiana é utilizada para a modelagem da incerteza por aleatoriedade, podendo ser utilizado, por exemplo, na previsão do tempo, onde é calculada a probabilidade de um determinado evento climático ocorrer [Costa e Simões 2004].

A lógica *fuzzy*, diferente da teoria bayesiana, é utilizada para a modelagem da incerteza por imprecisão, que apresenta um tipo de informação que não possui seus limites precisamente definidos, como no exemplo citado por Russel e Norvig (2004) que considera que uma pessoa com 1.78m de altura pode ser alta para alguns, mas baixa para outros.

Ao contrário da lógica *fuzzy*, a teoria dos Fatores de Certeza utiliza um único valor numérico para quantificar a incerteza, denominado Fator de Certeza, que indica o grau de certeza de uma regra ou afirmação [Costa e Simões 2004].

Diferente das teorias anteriores, a TDS utiliza graus de crença, com intervalos de probabilidade, para representar o conhecimento incerto. Assim, ao contrário de calcular a probabilidade de uma proposição, a TDS calcula a chance de uma evidência assumir uma determinada hipótese [Russel e Norvig 2004].

1.2. Teoria de Dempster-Shafer

A TDS é uma técnica de modelagem da incerteza em sistemas especialistas, que permite a distinção entre ignorância e incerteza, pois como são conceitos diferentes devem ser tratados de maneira diferente [Russel e Norvig 2004].

Essa teoria baseia-se na atribuição de probabilidades a todos os subconjuntos de um universo de discurso e não apenas aos membros individuais, como na teoria clássica

da probabilidade. O formalismo da TDS suporta ainda o uso de probabilidades subjetivas no raciocínio, que muitas vezes refletem melhor o raciocínio de um especialista humano [Badiru e Cheung 2002].

Diferente das abordagens probabilísticas que usam apenas um valor para medir uma situação muitas vezes complexa, a TDS é uma alternativa que considera conjuntos de proposições relacionadas a um intervalo de crença e plausibilidade [Luger 2004].

1.3. Inferência pela Teoria de Dempster-Shafer

O Motor de Inferência (MI) é um interpretador da Base de Conhecimento (BC) em um SE, que aplica procedimentos para a solução de problemas. Ao iniciar o sistema ele busca na BC por regras e as compara com os dados fornecidos pelo usuário, sendo esse seu princípio de funcionamento [Fernandes 2003].

A modelagem da incerteza é muito importante no processo de inferência pois muitas vezes o conhecimento da BC não é completo ou o usuário não informa os dados suficientes para uma resolução simplificada do problema [Rezende 2005].

Assim, a TDS foi utilizada para o desenvolvimento do motor de inferência no módulo da *shell* Pegasus com o objetivo de oferecer auxílio à tomada de decisão de especialistas.

2. Metodologia

A metodologia utilizada na pesquisa contou com as etapas de levantamento das teorias e trabalhos correlatos, a modelagem matemática da TDS, do motor de inferência baseado na TDS para a *shell* de modelagem de incerteza Pegasus, finalizando com a implementação do módulo da TDS.

2.1. Levantamento das Teorias e Trabalhos Correlatos

Os trabalhos encontrados referem algumas aplicações e ferramentas. As aplicações utilizam os conceitos da TDS para realização de alguma tarefa em específico, principalmente para as áreas de geologia [Santos et al. 2003], sensoriamento remoto [Lersch et al. 2007] e computação gráfica [Silva e Simioni 2003].

Alguns dos objetivos abordados são: a utilização de técnicas de fusão de sensores para melhorar a informação na área da robótica, classificação de imagens de satélites na área de geologia [Soares e Perdoncini 1999], e detecção de falhas em redes de sensores sem fio na área de telecomunicações [Pinto 2004].

A ferramenta encontrada utiliza uma interface gráfica com o intuito de demonstrar a inferência da TDS de uma forma simples e prática. O *software* possui um material que apresenta as principais características da TDS com o qual o usuário é capaz de utilizar o sistema de uma maneira eficiente [O'Neill 1999].

2.2. Modelagem Matemática

Para o desenvolvimento dessa etapa do projeto foi adaptada uma BC da área da saúde que contém doenças relacionadas a lombalgia desenvolvida em 2001 [Scussel 2001].

A lombalgia é a dor ou indicação clínica causada por alguma patologia na região lombar do paciente, existindo cerca de 50 doenças que causam essa dor, sendo que a BC

apresenta apenas 6, devido a alta prevalência [Scussel 2001].

Esse assunto foi tratado inicialmente por meio do formalismo das redes bayesianas apresentando as seguintes hipóteses diagnósticas (HDs): artrite, espondilite anquilosante, artrite reumatoide, espondilolistese e lombalgia muscular.

Por meio da *shell* Netica foi exemplificada a utilização da BC, a qual contém as HDs ilustradas na Figura 1.

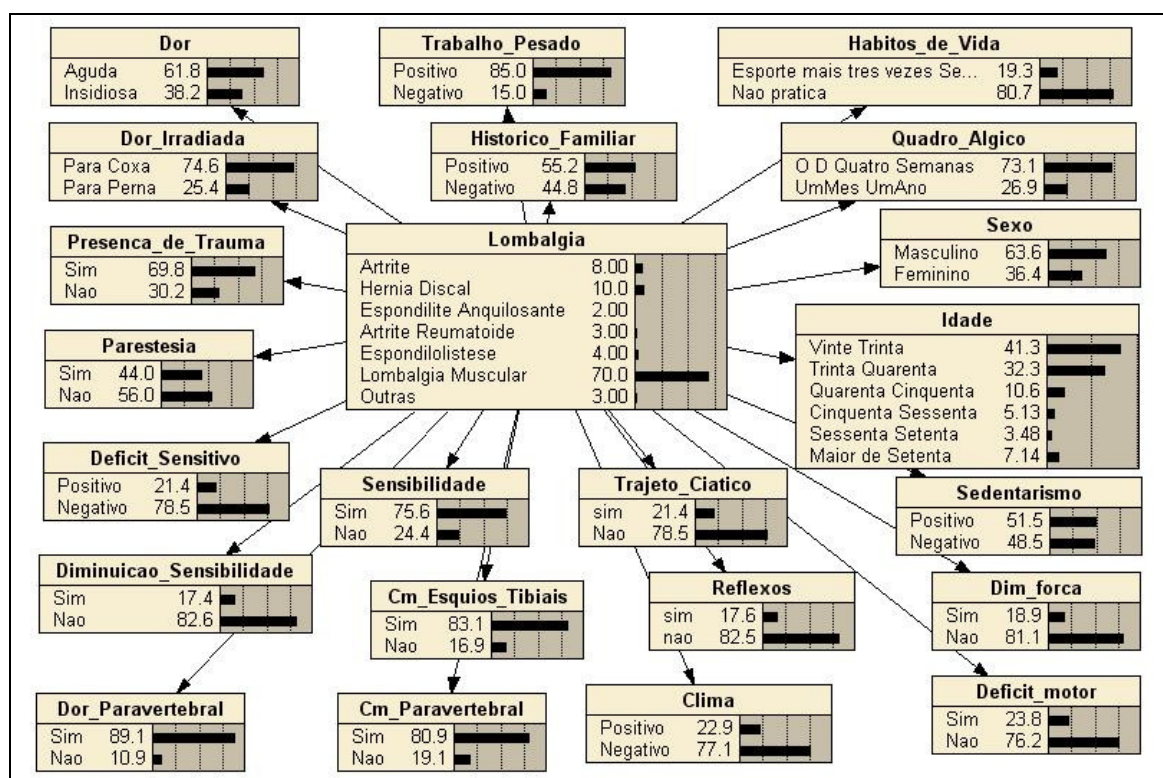


Figura 1. Base de Conhecimento da Lombalgia

A fim de facilitar a simulação de diagnósticos por diferentes especialistas optou-se em utilizar esta rede bayesiana (RB) desenvolvida por Scussel (2001) para representar as hipóteses utilizadas no estudo de caso.

Ao utilizar a RB da lombalgia simulou-se sua utilização por alguns especialistas e os valores *a posteriori* das evidências e HDs foram registrados para o cálculo da TDS.

As hipóteses utilizadas foram elaboradas a partir das seleções feitas na RB resultando em $\Theta = (\text{Artrite } \{A\}, \text{Hérnia Discal } \{HD\}, \text{Espondilite Anquilosante } \{EA\}, \text{Artrite Reumatoide } \{AR\}, \text{Espondilolistese } \{E\}, \text{Lombalgia Muscular } \{LM\}, \text{Outras } \{O\})$, onde o domínio do problema (Θ) representa as hipóteses primitivas em um universo de discurso.

Assim, para determinar as evidências conforme explicado anteriormente, o especialista deve verificar os sinais e sintomas do paciente e efetuar a seleção na RB ilustrada na Figura 1 verificando quais as prováveis doenças. Essas probabilidades representam então os valores que são utilizados na modelagem matemática e para entrada na lista das evidências.

Desse modo, será exemplificada a modelagem matemática supondo um caso

hipotético de um paciente com dores na região lombar que resolve procurar um especialista.

O médico (primeiro especialista) ao atender o paciente solicita algumas informações efetuando o registro na RB apresentada na Figura 1. Os sinais e sintomas observados pelo especialista foram: trabalho pesado, não pratica esportes, ausência de trauma, histórico familiar positivo, sexo masculino, idade entre 50 e 60 anos, não é sedentário (devido a sua profissão), não possui diminuição de força, não possui diminuição de sensibilidade e não possui déficit motor. Finalizada a anamnese, as hipóteses diagnósticas da BC são ilustradas na Figura 2.

Lombalgia	
Artrite	31.9
Hernia Discal	.031
Espondilite Anquilosante	3.87
Artrite Reumatoide	9.25
Espondilolistese	1.29
Lombalgia Muscular	51.8
Outras	1.90

Figura 2. HDs verificadas pelo primeiro especialista

Na TDS isso indica uma crença $m_1(\{LM\}) = 0.518$ baseando-se na hipótese de lombalgia muscular verificada na BC. Supondo que o primeiro especialista informe apenas essa hipótese ao paciente e esse não questione sobre as outras HDs menos relevantes a única informação que ele possui é a probabilidade de lombalgia muscular.

Assim, como descrito por Badiru e Cheung (2002), a soma de todas as atribuições feitas por um especialista a todos os subconjuntos de Θ deve ser igual a 1, conforme indica a fórmula 1:

$$\sum_{A \in 2^\Theta} m(A) = 1 \quad (1)$$

Como o paciente não questionou sobre as probabilidades das demais hipóteses diagnósticas, o valor 0.482 deve ser atribuído a $m_1(\Theta)$, indicando a crença nas demais hipóteses diagnósticas na RB.

$$m_1(\Theta) = 0.482$$

O paciente resolve procurar um outro especialista a fim de reforçar o diagnóstico e tratamento do primeiro. O segundo especialista utiliza o mesmo método de perguntas do primeiro e usa a mesma RB, e ao finalizar a consulta, verifica os seguintes sinais e sintomas: trabalho pesado, não pratica esportes, ausência de trauma, histórico familiar positivo, sexo masculino, idade entre 50 e 60 anos, não é sedentário, não possui diminuição de força, não possui diminuição de sensibilidade, não possui déficit motor e possui déficit sensitivo. Assim, a hipótese diagnóstica mais significativa é a artrite, com uma probabilidade de 59,4%, indicando uma crença $m_2(\{A\}) = 0.594$ conforme ilustra a Figura 3.

Lombalgia		
Artrite	59.4	
Hernia Discal	0.12	
Espondilite Anquilosante	5.61	
Artrite Reumatoide	17.2	
Espondilolistese	0.80	
Lombalgia Muscular	12.9	
Outras	3.94	

Figura 3. HDs verificadas pelo segundo especialista

Supondo que o segundo especialista informe apenas essa hipótese ao paciente e esse não questione sobre as outras HDs menos relevantes a única informação que ele possui é a probabilidade de artrite.

Nesta etapa, como o paciente não questionou sobre as probabilidades das demais hipóteses diagnósticas, a fórmula 1 deve ser aplicada e o valor 0.406 deve ser atribuído a $m_2(\Theta)$, indicando a crença nas demais hipóteses diagnósticas na RB.

$$m_2(\Theta) = 0.406$$

Finalizada a segunda consulta, o paciente compara as duas recomendações de tratamento e diagnóstico realizado e observa que apresenta dois diagnósticos e tratamentos distintos.

Assim, pode-se utilizar a regra de Dempster para combinar as evidências dos dois especialistas e determinar o valor da crença combinada.

$$m_n(Z) = \frac{\sum_{X \cap Y = Z} m_{n-2}(X) m_{n-1}(Y)}{1 - \sum_{X \cap Y = \Phi} m_{n-2}(X) m_{n-1}(Y)} \quad (2)$$

A Tabela 1 apresenta o início do cálculo mostrando apenas a intersecção das hipóteses e a multiplicação dos valores do numerador. A primeira coluna apresenta os valores das crenças nas hipóteses verificadas pelo primeiro especialista (m_1), a segunda coluna apresenta os valores das crenças nas hipóteses verificadas pelo segundo especialista (m_2) e a 3ª coluna apresenta os valores das crenças combinadas entre m_1 e m_2 , ou seja, a multiplicação dos valores e a intersecção dos conjuntos de m_1 e m_2 .

O valor de m_3 é considerado inicialmente provisório pois depende da verificação das evidências que possuem conjuntos de hipóteses nulos.

Tabela 1. Combinação das evidências no caso da lombalgia para obtenção de m_3

m_1	m_2	m_3 (provisório)
$m_1(\{LM\}) = 0.518$	$m_2(\{A\}) = 0.594$	$m_3(\{\}) \cong 0.308$
$m_1(\Theta) = 0.482$	$m_2(\{A\}) = 0.594$	$m_3(\{A\}) \cong 0.286$
$m_1(\{LM\}) = 0.518$	$m_2(\Theta) = 0.406$	$m_3(\{LM\}) \cong 0.21$
$m_1(\Theta) = 0.482$	$m_2(\Theta) = 0.406$	$m_3(\Theta) \cong 0.196$

Pode-se perceber que a soma das crenças atribuídas pela função de *bpa* é igual a

1, provando assim a fórmula 1, ou seja:

$$\sum_{A \in 2^{\Theta}} m(A) = 1$$

$$m_3(\{\}) + m_3(\{A\}) + m_3(\{LM\}) + m_3(\Theta) = 0.308 + 0.286 + 0.21 + 0.196 = 1$$

Neste raciocínio, como existe um conjunto de hipóteses vazio ($m_3(\{\})$) a crença deve ser normalizada. Assim o denominador a ser utilizado na aplicação da fórmula 2 é:

$$1 - m_3(\{\}) \cong 1 - 0.308 \cong 0.692$$

O resultado da crença combinada (m_3) dos dois especialistas resulta em:

$$m_3(\{A\}) \cong 0.286 / 0.692 \cong 0.414$$

$$m_3(\{LM\}) \cong 0.21 / 0.692 \cong 0.304$$

$$m_3(\Theta) \cong 0.196 / 0.692 \cong 0.283$$

Os valores de $m_3(\text{conjunto})$ representam a crença em cada conjunto, e com eles é possível calcular a crença total e a plausibilidade, que indica o intervalo que se pode acreditar nas probabilidades calculadas. Com a utilização das fórmulas 3 e 4 a seguir será mostrado como ficam os intervalos.

$$bel(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B) \quad (3)$$

$$pl(A) = \sum_{B \cap A = \emptyset} m(B) \quad (4)$$

A crença na hipótese do paciente apresentar artrite ($bel(\{A\})$) é calculada por meio da soma de todas as *bpa* dos conjuntos de hipóteses contidos ou iguais a $\{A\}$ e para calcular a plausibilidade na hipótese do paciente apresentar artrite ($pl(\{A\})$) deve-se somar todas as *bpa* dos conjuntos de hipóteses cuja intersecção com $\{A\}$ não resulte em um conjunto vazio. Assim, o intervalo $[bel(\{A\}), pl(\{A\})]$ resulta em:

$$[bel(\{A\}), pl(\{A\})] = [m(\{A\}), m(\{A\}) + m(\Theta)] = [0.414, 0.414 + 0.283]$$

$$[bel(\{A\}), pl(\{A\})] = [0.414, 0.696]$$

Os demais intervalos são calculados da mesma forma. Para:

a) lombalgia muscular $\{LM\}$:

$$[bel(\{LM\}), pl(\{LM\})] = [m(\{LM\}), m(\{LM\}) + m(\Theta)] = [0.304, 0.304 + 0.283]$$

$$[bel(\{LM\}), pl(\{LM\})] = [0.304, 0.586]$$

b) domínio do problema (Θ):

$$[bel(\Theta), pl(\Theta)] = [m(\Theta) + m(\{A\}) + m(\{LM\}), m(\Theta) + m(\{A\}) + m(\{LM\})]$$

$$[bel(\Theta), pl(\Theta)] = [0.414 + 0.304 + 0.283, 0.414 + 0.304 + 0.283] = [1, 1]$$

A partir desse cálculo pode-se observar que a crença total apresenta a soma de todas as outras *bpa*, o que não ocorre conseqüentemente nos demais intervalos que representam parte do domínio do problema.

Assim, estes resultados representam o limite mínimo e máximo em que o especialista pode confiar para tomar sua decisão, para:

- a) artrite: $[bel(\{A\}), pl(\{A\})] = [0.414, 0.696]$;
- b) lombalgia muscular: $[bel(\{LM\}), pl(\{LM\})] = [0.304, 0.586]$;
- c) domínio do problema: $[bel(\Theta), pl(\Theta)] = [1, 1]$.

Finalizada a definição dos intervalos de crença e plausibilidade, segue-se com o cálculo do peso de conflito para verificar a viabilidade da utilização dos formalismos matemáticos da TDS. Para esse cálculo deve-se efetuar a soma de todos as crenças cujo conjunto de hipóteses é vazio ($m_3\{\}$) da terceira coluna da Tabela 1 para determinar o valor da constante κ :

$$\kappa = \Sigma(m_3\{\}) = 0.308$$

Para concluir o cálculo do peso de conflito deve-se então aplicar a fórmula a seguir:

$$con(m_1, m_2) = \log(1 / 1 - \kappa) \cong \log(1.445) \cong 0.160$$

Pode-se notar que o resultado obtido está dentro dos limites estabelecidos da teoria, que indica valores menores ou iguais a 0.6 (valor limite) [Costa e Simões 2004].

Com a modelagem matemática concluída seguiu-se com o desenvolvimento do motor de inferência e com ele a implementação do *software*, este que corresponde ao módulo da TDS na *shell* Pegasus e oferece também, uma interface com o usuário que o auxilia no cadastro das informações na base de conhecimento e também apresenta de forma sucinta as informações referentes à execução da inferência.

2.3. Módulo da TDS na shell Pegasus

O módulo da TDS é responsável por executar quatro passos principais: cadastrar hipóteses, cadastrar evidências, efetuar a inferência e mostrar os resultados. O cadastro das hipóteses é realizado por meio da parte da interface ilustrada na Figura 4. Nela é possível cadastrar ou remover hipóteses, dentre outras opções.

Hipóteses	
Hipoteses [nome - descrição]	
[A - Artrite]	
[AR - Artrite Reumatoide]	
[EA - Espondilite Anquilosante]	
[E - Espondilolistese]	
[HD - Hernia Discal]	
[LM - Lombalgia Muscular]	
[O - Outros tipos de lombalgia]	

Nome:

Descrição:

Carregar Salvar Remover Gravar

Figura 4. Interface de manutenção da lista de hipóteses

O cadastro das evidências é realizado por meio da parte da interface ilustrada na Figura 5. Nela é possível cadastrar ou remover evidências, assim como salvar as informações cadastradas em um arquivo texto para posterior utilização.

Figura 5. Interface de manutenção da lista de evidências

A combinação de evidências é efetuada por meio da seleção da opção de combinação das evidências e, ao selecionar esta opção, os métodos e fórmulas apresentados na modelagem matemática são executados, e o resultado é informado conforme ilustra a Figura 6, que apresenta o painel dos resultados.

Nome	Probabilidade	Crença	Plausibilidade
LM	0,304	0,304	0,586
A	0,414	0,414	0,696
Domínio	0,283	1,000	1,000

Hipóteses:

Peso de Conflito: 0,160

Gráficos

Fechar

Figura 6. Interface dos resultados da inferência

O desenvolvimento foi realizado em Java por ser uma linguagem portátil muito utilizada no meio acadêmico, com a utilização do ambiente de desenvolvimento NetBeans IDE 6.0.1 por ser uma ferramenta gratuita, e modelado por meio de diagramas UML por representar um padrão de modelagem.

3. Considerações Finais

Durante a utilização de um sistema especialista costuma-se observar que o conhecimento pode estar inconsistente gerando conclusões conflitantes, ou ainda incompleto, sem as informações necessárias para se chegar a uma conclusão adequada. Devido a carência de uma teoria genérica que consiga modelar todos os tipos de incerteza, a escolha de um método para a sua representação no motor de inferência é um problema rotineiro enfrentado durante o desenvolvimento dos sistemas especialistas.

Assim, este artigo demonstrou o processo de inferência por meio dos formalismos matemáticos da teoria de Dempster-Shafer na *shell Pegasus Uncertainty Modeling*.

Conforme apresentado, a TDS é uma técnica voltada ao tratamento da incerteza por ignorância e utilizada para o desenvolvimento do motor de inferência no respectivo módulo da *shell Pegasus*.

A partir desta pesquisa foram compreendidos seus formalismos e por meio deles,

apresentada a modelagem matemática, aplicada ao diagnóstico de lombalgia, que contou com conhecimentos do especialista em Ortopedia e Traumatologia do corpo docente do curso de Medicina da UNESC.

Os resultados apresentados pelo módulo da TDS na *shell* Pegasus são satisfatórios levando em consideração que os cálculos são efetuados conforme a literatura consultada. Como próxima etapa do desenvolvimento da pesquisa será desenvolvido um modelo híbrido da TDS com a lógica bayesiana.

Referências

- Badiru, A. B. e Cheung, J. Y. (2002) "Fuzzy engineering expert systems with neural network applications". New York: J. Wiley.
- Bittencourt, G. (2001) "Inteligência artificial: ferramentas e teorias". 2.ed. Florianópolis: UFSC.
- Costa, E. e Simões, A. (2004) "Inteligência Artificial: fundamentos e aplicações". Lisboa: FCA.
- Fernandes, A. M. R. (2003) "Inteligência Artificial: noções gerais". Florianópolis: Visual Books.
- Lersch, R., Haertel, V. e Shimabukuro, Y. (2007) "Investigação sobre o uso de dados auxiliares no processo de classificação de imagens digitais empregando princípios da teoria da evidencia", In: Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, 23., páginas 21-26. São José dos Campos, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, http://www.ufrgs.br/srm/novo/publicacoes/SBSR%202007_Vitor%20Rodrigo%20Yosio_artigo.pdf.
- Luger, G. F. (2004) "Inteligência artificial: estruturas e estratégias para a resolução de problemas complexos". 4. ed. Porto Alegre: Bookman.
- O'Neill, A. (1999) "Dempster-Shafer Engine", <http://aonaware.com/dse.htm>.
- Pinto, A. J. G. (2004) "Mecanismo de Agregação de Dados Empregando Técnicas Paramétricas em Redes de Sensores". Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, <http://www.gta.ufrj.br/ftp/gta/TechReports/Antonio04/Antonio04.pdf>.
- Rezende, S. O. (2005) "Sistemas inteligentes: fundamentos e aplicações". Barueri: Manole.
- Russel, S. J. e Norvig, P. (2004) "Inteligência Artificial". Rio de Janeiro: Elsevier.
- Santos, R. L., Ohata, A.T. e Quintanilha, J. A. (2003) "A teoria da incerteza aplicada a classificação de imagens de satélite", In: Congresso Brasileiro de Cartografia, 21., páginas 1-8. Belo Horizonte, http://www.cartografia.org.br/xxi_cbc/050-SR12.pdf.
- Scussel, T. (2001) "Base de Conhecimento para um Sistema Especialista de Apoio ao Diagnóstico Etiológico da Lombalgia". Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Ciência da Computação) – Criciúma: Universidade do Extremo Sul Catarinense.
- Silva, J. D. S. e Simoni, P. O. (2003) "Dempster-Shafer Theory as an Inference Method for Corresponding Geometric Distorted Images", In: Encontro Nacional de Inteligência Artificial, 4., páginas 1-6. Rio de Janeiro, Instituto Doris Aragon,

<http://www.lac.inpe.br/~demisio/download/papers/enia2003paper670.pdf>.

Soares, P. C. e Perdoncini, L. C. (1999) "Incerteza e combinação de evidências: a questão dos diamantes do rio Tibagi-PR", In: Revista Brasileira de Geociências, volume 29, número 3, páginas 307-312. São Paulo, http://www.sbgeo.org.br/rgb/vol29_down/2903/2903307.pdf.