

Querschnittsadaption für stabförmige Druckbauteile | Cross sectional adaption for rod-shaped elements in compression

- ▶ Angela Schmidt, Manfred Curbach
- ▶ Institut für Massivbau, Technische Universität Dresden

Auszüge dieses Berichts wurden bereits in ähnlicher Form zum Abschluss der ersten Förderphase des SPP 1542 veröffentlicht [1]. | Excerpts of this report were already published in a similar form at the end of the first funding period of SPP 1542 [1].

1 Einleitung

Druckbauteile sind essentielle Elemente eines jeden Bauwerks, denn in Form von Stützen oder Wänden tragen sie die Lasten in den Baugrund ab. Heutzutage werden sie zumeist mit einem rechteckigen Querschnitt und konstanten Abmaßen über die Höhe ausgeführt. Bereits runde Stützen stellen eine Ausnahme dar und werden vor allem aus architektonischen Gründen angeordnet. Aber wie würde die möglichst optimale Geometrie eines Druckbauteils aussehen? Im Rahmen des Projekts wurde dieser zentralen Fragestellung nach einer günstigen Adaption der Querschnittsgeometrie von Stützen in Quer- und in Längsrichtung nachgegangen. Wesentliche Zielsetzung war dabei, Stützen so entwerfen und berechnen zu können, dass sie in allen Querschnittsbereichen gleichmäßig ausgelastet sind. Dadurch werden schlankere Bauteile möglich, die aufgrund der Materialersparnis nicht nur zur Schonung unserer natürlichen Ressourcen beitragen, sondern auch wirtschaftlich von Vorteil sind und zu einem ästhetischeren Erscheinungsbild führen.

Grundsätzlich unterscheidet man bei Stützen zwischen den planmäßig zentrisch gedrückten und denen, die exzentrisch gedrückt bzw. mit einem Moment belastet werden. In der ersten Förderperiode wurden zentrisch gedrückte Stützen untersucht, während in der zweiten die kombinierte Beanspruchung aus Längsdruck und Biegung betrachtet wurde. In typischen Stahlbetonskelettbauten finden sich beide Fälle

1 Introduction

Pressure components are essential elements for any structure, because in the form of columns or walls they transfer the loads into the subsoil. Nowadays, they are usually designed with a constant rectangular cross-section over the full height. Already round columns are an exception and are arranged mainly for architectural reasons. But what would the optimum geometry of a pressure component look like? Within the framework of the project, this central question of a favourable adaptation of the cross-section geometry of columns in transverse and longitudinal direction was investigated. The main objective was to be able to design and calculate columns in such a way that they are equally loaded in all cross-section areas. This enables slimmer components which, due to the material savings, not only contribute to the conservation of our natural resources, but are also economically advantageous and lead to a more aesthetic appearance.

Basically, a distinction is made between columns that are pressed centrically as planned and those that are pressed eccentrically or loaded with a bending moment. In the first funding period, centrically pressed columns were examined, while in the second the combined load of longitudinal pressure and bending was analysed. Both cases can be found in typical reinforced concrete skeleton structures. Normally, no scheduled moments are entered for internal columns, whereas frame moments and -

wieder. Bei Innenstützen werden i. d. R. keine planmäßigen Momente eingetragen, wohingegen bei Randstützen Rahmenmomente und – in Abhängigkeit des gewählten Fassaden- und Aussteifungssystems – ggf. Windbeanspruchungen zu berücksichtigen sind.

Eine zentrische Druckbelastung von stabförmigen Bauteilen schließt Fragestellungen hinsichtlich des Stabilitätsverhaltens mit ein. Diese sind sogar insbesondere für eine Optimierung bedeutsam, da die optimale Form zentrisch gedrückter, gedrungener Stützen, die also keinen nennenswerten Schnittgrößenzuwachs nach Theorie II. Ordnung erhalten, trivial ist. Unter Voraussetzung der Gültigkeit des Hooke'schen Gesetzes ergibt sich in diesem Fall die Spannung als Quotient der einwirkenden Normalkraft und der Querschnittsfläche. Folglich würde sich bereits bei einem konstanten Querschnitt sowohl über die Stützenlänge als auch über den Stützenquerschnitt eine konstante Spannungsverteilung ergeben. Jeder Punkt in der Stütze würde somit die gleiche Beanspruchung erfahren, sodass bereits ein Optimum erreicht ist.

In der ersten Projektphase wurde sich deshalb auf die Untersuchung des Stabilitätsverhaltens konzentriert, wofür bestehende Berechnungsmethoden zur Form- und Querschnittsoptimierung aufbereitet, überprüft und weiterentwickelt wurden, während in der zweiten Phase ein Berechnungs- und Formfindungsmodell für Stützen mit einer kombinierten Beanspruchung aus Biegung und Längsdruck bei einem Querschnittsversagen aufgestellt wurde.

2 Zentrisch gedrückte Stützen

2.1 Theoretische Betrachtungen zur Optimierung stabilitätsgefährdeter Stützen

Die Berechnung des Stabilitätsversagens hat ihren Ursprung in der Elastizitätstheorie und beruht auf der Differentialgleichung der Biegelinie. Schließt man zunächst das Auftreten einer Exzentrizität aus, dann bleibt in der Gleichung zur Berechnung der Biegelinie nur das Flächen-

depending on the facade and bracing system selected – wind loads may have to be taken into account for edge columns.

A centric pressure loading of rod-shaped slender elements includes questions regarding the stability behaviour. These are even particularly important for optimisation, since the optimum shape of centrally pressed compact columns, i.e. no appreciable increase in internal forces according to second-order effects caused by deflection, is trivial. Assuming that Hooke's law is valid, in this case the stress results as a quotient of the acting normal force and the cross-sectional area. Consequently, even with a constant cross-section, a constant stress distribution would result over both the column length and the column cross-section. Each point in the column would thus be subjected to the same stress, so that an optimum has already been reached.

In the first period of the project the focus was therefore on the investigation of the stability behaviour, for which existing calculation methods for shape and cross-section optimisation were adapted, checked and further developed, while in the second period a calculation and shape-finding model for columns with a combined load of bending and longitudinal pressure in the case of cross-section failure was established.

2 Centrally pressed columns

2.1 Theoretical considerations for the optimisation of columns with buckling risk

The calculation of the stability failure has its origin in the theory of elasticity and is based on the differential equation of the bending line. If first the occurrence of an eccentricity is excluded, then in the equation for the calculation of the bending line only the area moment of inertia remains as a quantity dependent on the column shape. The buckling resistance is therefore directly influenced by this moment of inertia and its course in the longitudinal direction of the rod.

trägheitsmoment als eine von der Stützenform abhängige Größe übrig. Die Höhe des Knickwiderstandes wird folglich direkt von diesem Trägheitsmoment und dessen Verlauf in Stab-längsrichtung beeinflusst.

Stabquerschnitt

Das Flächenträgheitsmoment eines Querschnitts wird umso größer, je größer der Abstand einzelner Teilflächen zum Schwerpunkt ist. Dies erklärt den bekannten Zusammenhang, dass ein Rohr knickstabiler als ein massegleicher Vollzylinder ist. Bei Hohlprofilen muss jedoch zusätzlich darauf geachtet werden, dass die Wandstärke so groß gewählt wird, dass ein lokales Beulen ausgeschlossen wird.

Werden die Untersuchungen auf Vollprofile mit gleichen axialen Flächenträgheitsmomenten beschränkt, dann lässt sich das gleichseitige Dreieck als optimaler Querschnitt finden und würde in Form einer Stütze eine um 21 % größere Tragfähigkeit erzielen als eine volumengleiche Zylinderstütze (Bild 1, u. a. [1]-[3]). Dieses Potential des dreieckigen Querschnitts gegenüber dem kreisförmigen wurde bereits von Keller [4] analysiert und kann über die Gleichsetzung der Flächeninhalte und der anschließenden Verhältnisbildung der Trägheitsmomente einfach nachgewiesen werden. Um das große Potential von konvexen Hohl- bzw. konkaven Querschnitten herauszustellen, wurde beispielhaft eine Querschnittsfläche von 1600 cm² und eine einheitliche Wandstärke von 10 cm für den Vergleich in Bild 1 gewählt. Mit der rechts dargestellten aufgelösten Variante kann die Knicklast um ca. 300 % gesteigert werden.

Längsrichtung

Erste Versuche, die optimale Formgebung für eine Stütze in Längsrichtung zu beschreiben, wurden bereits 1770 von Lagrange unternommen (s. z. B. Frauenthal [5]). Jedoch erst im Jahre 1851 gelang es Clausen [6], das Variationsproblem vollständig zu lösen. Seitdem wurde diese Problematik von verschiedenen Forschern immer wieder aufgegriffen und die theoretischen

Cross-section

The moment of inertia of a cross-section increases the higher the distance between the individual partial surfaces and the centre of gravity. This explains the well-known connection that a tube is more resistant to buckling than a full cylinder of the same height and mass. In the case of hollow sections, however, additional care must be taken to ensure that the wall thickness is chosen to be large enough to prevent local buckling.

If the investigations are limited to solid profiles with the same axial moments of inertia, then the equilateral triangle can be found as the optimum cross-section and, in the configuration of a column, would achieve a load carrying capacity 21% higher than that of a cylinder column of the same volume (Fig. 1, e.g. [1]-[3]). This potential of the triangular cross-section compared to the circular cross-section was already analysed by Keller [4] and can easily be verified. For this, only the area contents have to be equated and then the ratios of the moments of inertia have to be calculated. In order to highlight the great potential of convex hollow and concave cross-sections, a cross-sectional area of 1600 cm² and a uniform wall thickness of 10 cm

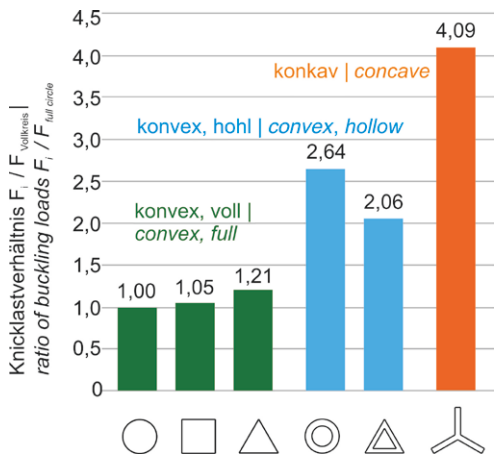


Bild 1: Relative Knicklaststeigerungen verschiedener Querschnittsformen im Vergleich zu einem Vollkreisquerschnitt bei Flächengleichheit | **Fig. 1:** Relative increase of buckling load for different cross-section designs in comparison to a coextensive full circle

Lösungen erweitert (z. B. Frauenthal [5], Olhoff/Rasmussen [7], Kirmser/Hu [8]). Eine Zusammenstellung der historischen Entwicklung enthält u. a. [9].

Aus den Untersuchungen geht hervor, dass für konvexe Vollprofile mit gleich großen Flächenträgheitsmomenten in beiden Querschnittsachsen eine analytische Lösung zur Beschreibung der optimalen Stützenform hinsichtlich des Stabilitätsversagens existiert. Gegenüber einem unveränderlichen Stützenquerschnitt in Längsrichtung ist hierbei eine Erhöhung der Knicklast um maximal 33 % für eine optimierte volumengleiche Stütze möglich. Der optimale Verlauf hängt von der Knickfigur und somit von der Lagerung der Stützenenden ab, wobei die einzelnen Knickfiguren entsprechend des Ersatzstabsystems ineinander überführbar sind (Bild 2). Eine Überprüfung der optimierten Form erfolgte u. a. mithilfe des Näherungsverfahrens von Ritz-Timoshenko [2], [3].

Für die hinsichtlich eines Stabilitätsversagens optimierten Stützenformen wird eine Mindestquerschnittsabmessung erforderlich, um die Übertragung der Normalspannungen gewährleisten zu können. Je größer der Mindestquerschnitt im Verhältnis zur durchschnittlichen Querschnittsfläche ist, desto mehr nähert sich

were chosen as examples for the comparison in Figure 1. With the resolved variant shown on the right, the buckling load can be increased by approx. 300%.

Longitudinal direction

First attempts to describe the optimal shape for a column in longitudinal direction were undertaken by Lagrange as early as 1770 (see e.g. Frauenthal [5]). However, it was not until 1851 that Clausen [6] succeeded in solving the variation problem completely. Since then, this problem has been taken up repeatedly by various researchers and the theoretical solutions have been extended (e.g. Frauenthal [5], Olhoff/Rasmussen [7], Kirmser/Hu [8]). A compilation of the historical development contains, among others, [9].

The investigations have shown that for convex full profiles with equally large moments of inertia in both cross-section axes, an analytical solution exists to describe the optimum column shape with regard to stability failure. Compared to a constant column cross-section in the longitudinal direction, an increase of the buckling load by a maximum of 33% is possible for an optimised column of the same volume. The optimum shape depends on the buckling figure and thus on the support of the column ends, where-

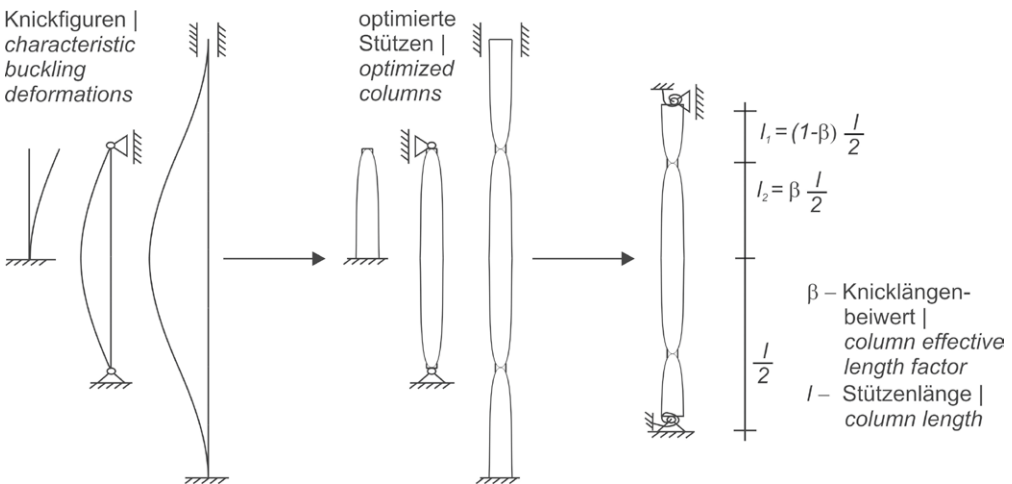


Bild 2: Herleitung der optimierten Geometrien für verschiedene Lagerungen | Fig. 2: Derivation of optimized geometries for different conditions of end support

die optimierte Geometrie einem konstanten Querschnittsverlauf über die Stützhöhe an und desto kleiner fällt folglich die Tragfähigkeitssteigerung aus. Diese kombinierte Problemstellung kann numerisch gelöst werden und wurde für den gelenkig gelagerten Stab von Frauenthal [5] und für den beidseitig eingespannten Stab von Olhoff und Rasmussen [7] veranschaulicht. Mit den von ihnen entwickelten Diagrammen kann die erzielbare Tragfähigkeitssteigerung leicht ermittelt werden.

Zur Erzielung höherer Tragfähigkeiten können die Ergebnisse der Querschnitts- und Formoptimierung miteinander kombiniert werden. Für Stützen mit konvexen Vollquerschnitten ergibt sich der Gesamtsteigerungsgrad der Knicklast aus der Multiplikation der einzelnen Steigerungsgrade beider Einflussgrößen (s. Keller [4], max. 61 %). Ergänzend konnte durch eigene Untersuchungen gezeigt werden, dass sich auch das große Potenzial gegliederter Querschnitte durch eine Kombination mit der optimierten Form in Stabrichtung noch weiter erhöhen lässt, [3]. Um die optimierte Stützengeometrie in Längsrichtung für die im Massivbau am häufigsten vorkommende Lagerung einer beidseitig elastischen Einspannung angeben zu können, wurden weiterführende Untersuchungen vorgenommen [11], da die bekannten Ergebnisse (z. B. [7]) nur für die idealen Lagerungsbedingungen gelten.

2.2 Experimentelle Untersuchungen zum Stabilitätsversagen

2.2.1 Zielstellung und Versuchsplan

Die vorgestellten theoretischen Ergebnisse zur Optimierung stabilitätsgefährdeter zentrisch gedrückter Stützen wurden unter der Annahme idealisierter Beziehungen gewonnen, die im Wesentlichen den Gültigkeitsgrenzen der Euler'schen Knickgleichungen entsprechen. Diese idealisierten Beziehungen gelten bekannterweise jedoch nur für das „*Knicken eines geraden zentrisch gedrückten Stabes aus homogenem Material, welches unbeschränkt elastisch und bruch-sicher ist*“ (Kollbrunner/Meister [12]). Mit (Stahl-)

by the individual buckling figures can be transferred into each other (Fig. 2). An examination of the optimised shape was carried out, among other things, with the aid of the Ritz-Timoshenko approximation method [2], [3].

A minimum cross-section dimension is required for the columns shape optimised for stability failure in order to ensure the transmission of normal stresses. The larger the minimum cross-section in relation to the average cross-sectional area, the closer the optimised geometry approaches a constant cross-sectional profile over the column height and the smaller the increase in load capacity. This combined problem can be solved numerically and was illustrated for a column with hinged ends by Frauenthal [5] and for a column clamped on both sides by Olhoff and Rasmussen [7]. With the diagrams developed by them, the achievable load capacity increase can be easily determined.

The results of cross-section and shape optimisation can be combined to achieve higher load-bearing capacities. For columns with convex full cross-sections, the total degree of increase of the buckling load results from the multiplication of the individual degrees of increase of both influencing variables (see Keller [4], maximum 61%). In addition, our own investigations have shown that the great potential of structured cross-sections can be further increased by combining them with the optimised shape in the direction of the rod, [3]. In order to be able to give the optimised column geometry in the longitudinal direction for the most frequently occurring support of an elastic clamping on both sides in solid construction, further investigations were carried out [11], since the known results (e.g. [7]) only apply to the ideal support conditions.

2.2 Experimental investigations of stability failure

2.2.1 Objectives and test program

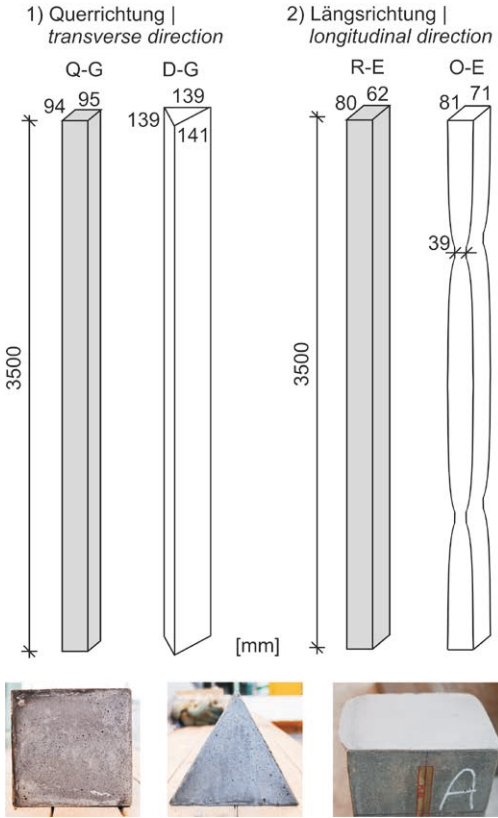
The presented theoretical results for the optimisation of stability of centrally pressed columns

Beton wird es jedoch nie möglich sein, diese Bedingungen gänzlich einzuhalten, da Imperfektionen nicht zu vermeiden sind und (Stahl-)Beton ein inhomogenes Material ist, welches bei hoher Ausnutzung plastische Eigenschaften aufweist. Infolge einer noch so kleinen vorherrschenden Exzentrizität (in der Baupraxis also immer) wachsen mit steigender Last vorzeitig die Ausbiegung der Stütze und somit die resultierenden Schnittgrößen und die wirkende Materialbeanspruchung an (Spannungszuwachs nach Theorie II. Ordnung). Je kleiner die Exzentrizität und umso größer die Schlankheit der Stütze sind, desto mehr wird sich allerdings die Versagenslast der theoretischen Knicklast annähern.

Ziel der experimentellen Arbeiten war es daher zu ermitteln, inwiefern ein Knickversagen nach Elastizitätstheorie überhaupt auftreten kann und ob sich mit den optimierten Geometrien tatsächlich die berechneten Laststeigerungen erreichen lassen. Für die Analyse der Übergänge zwischen idealem Materialversagen, Versagen nach Theorie II. Ordnung und Stabilitätsversagen wurde eine Versuchsreihe durchgeführt, die auch zur Parameterfestlegung für die experimentelle Überprüfung der Form- und Querschnittsoptimierung diente. Die Versuchsreihe umfasste insgesamt 22 Tests mit Probekörpern von acht verschiedenen Schlankheitsgraden (3 bis 95). Für die ausführliche Darstellung der gewonnenen Erkenntnisse wird auf [11] verwiesen. Wichtigste Ergebnisse waren, dass das Versagen sehr schlanker, zentrisch gedrückter Betonstützen gut mit der Elastizitätstheorie beschrieben werden kann und dass diese Versagensart deutlich geringere Streuungen aufweist als bei einem Materialversagen. Die Optimierungsergebnisse der Formen in Quer- und Längsrichtung wurden unabhängig voneinander in zwei separaten Teilschritten untersucht, um feststellen zu können, ob jede Variation den für sich gewünschten Effekt bringt bzw. wo und warum es ggf. zu Abweichungen kommt. Wenn beide Einflüsse einzeln ausreichend erforscht bzw. bestätigt werden können, dann sollte die Übertragbarkeit auf andere Formen bzw. ihre Kombination ebenfalls gegeben sein. Eine Übersicht des Versuchsprogramms zeigt Bild 3, vgl. [10].

were obtained under the assumption of idealized relations, which essentially correspond to the validity limits of the Euler formula. However, these idealized relations are only valid for the *“buckling of a straight centrally pressed rod of homogeneous material, which is unrestrictedly elastic and unbreakable”* (Kollbrunner/Meister [12]). With (reinforced) concrete, however, it will never be possible to fully comply with these conditions, since imperfections cannot be avoided and (reinforced) concrete is an inhomogeneous material which exhibits plastic properties at high utilization. As a result of an eccentricity, however small it may be (i.e. always in construction practice), the deflection of the column and thus the resulting internal forces and the effective material stresses increase prematurely with increasing load (stress increase according to second-order effects). However, the smaller the eccentricity and the greater the slenderness ratio of the column, the more the failure load will approach the theoretical buckling load.

The aim of the experimental work was therefore to determine the extent to which buckling failure according to elasticity theory can occur at all and whether the calculated load increases can actually be achieved with the optimised geometries. For the analysis of the transitions between ideal material failure, failure according to second-order effects and stability failure, a series of tests was carried out, which also served to determine the parameters for the experimental verification of shape and cross-section optimisation. The test series included a total of 22 tests with specimens of eight different slenderness ratios from 3 to 95. For a detailed description of the results, please refer to [11]. The most important results were that the failure of very slender, centrally pressed concrete columns can be well described with the elasticity theory and that this type of failure has significantly lower scatter than with material failure. The optimisation results of the forms in transverse and longitudinal direction were examined independently of each other in two separate steps in order to determine whether each variation produces the desired effect or where and why deviations may occur. If both influences can be



Übersicht Versuchsprogramm zentrischer Druck
overview test program axial compression

Bezeichnung name:			
Q-G	D-G	R-E	O-E
Querschnittsform cross-section type:			
Quadrat square	Dreieck triangle	Rechteck rectangle	Optimiert optimized
Lagerung support conditions:			
G-Gelenkig hinged support		E-Einspannung clamped support	
mittlere Querschnittsfläche average of cross-sectional area; A [cm ²]:			
89	84	49	49
Schlankheitsgrad slenderness ratio; λ [-]:			
135	130	99	100
Versuchszahl number of tests [-]:			
4	4	3	3

Bild 3: Versuchsprogramm zu zentrisch gedrückten Stützen zur Überprüfung der Formeinflüsse; Stützeingeometrien mit mittleren Abmessungen | **Fig. 3:** Test program of axial loaded columns for verification of both form influences; geometries of columns with average dimensions

2.2.2 Gewählte Randbedingungen

Um die Voraussetzungen des elastischen Knickens möglichst gut erfüllen zu können, wurden die experimentellen Untersuchungen im Projekt an sehr schlanken Stützen durchgeführt. Um die Inhomogenität des Materials zu verringern, wurde auf den Einbau einer Bewehrung verzichtet und ein ultrahochfester Beton (UHPC) mit einem sehr geringen Größtkorn von 0,5 mm gewählt (M2Q-Rezeptur ohne Fasern [13]).

Die Betonage aller Stützen erfolgte in offenen liegenden Schalungen (Bild 4 und Bild 6, Mitte). So wird Entmischungs- und Entlüftungsproblemen vorgebeugt, außerdem ist die Schalungsherstellung preiswerter und einfacher.

sufficiently researched or confirmed individually, then transferability to other forms or their combination should also be given. An overview of the experimental program is shown in Figure 3, cf. [10].

2.2.2 Chosen boundary conditions

In order to meet the requirements of elastic buckling as far as possible, the experimental investigations in the project were carried out on very slender columns. In order to reduce the inhomogeneity of the material, no reinforcement was used and an ultra-high strength concrete (UHPC) with a very low maximum grain size of 0.5 mm was chosen (M2Q mixture without fibres acc. to [13]).

Aufgrund der recht hohen Herstellungs- und Verarbeitungsanforderungen des UHPC konnte pro Betoncharge immer nur eine Stütze hergestellt werden. Diese lagerten bis zum Versuchstag bei Raumtemperatur und wurden anschließend in einer Säulenprüfmaschine mit einer Belastungsgeschwindigkeit von 0,01 mm/s bis zum Bruch gefahren. Unter Beachtung der Kapazität der Prüfmaschine und der üblichen Länge von Hochbaustützen wurde die Absolutlänge der Stützen zu 3,50 m gewählt. Die Wahl der übrigen Abmessungen resultierte aus der Lagerung und der Knickgefahr. Als Schutzmaßnahme vor dem kraftvollen plötzlichen Versagen der unbewehrten Probekörper wurden diese von einem Plexiglasrohr ummantelt getestet. Für eine möglichst ebene Aufstandsfläche erfolgte ein Abgleich der Stützenenden mit einem hochfesten Ausgleichsmörtel. Am Tag des jeweiligen Stützenversuchs wurde der E-Modul an drei Prismen mit den Abmessungen 160/40/40 mm und die Druckfestigkeit an drei 10er Würfeln ermittelt. Zu Vergleichszwecken ist in den folgenden Tabellen nur der E-Modul als Betonkennwert aufgeführt, da dieser das Stabilitätsversagen wesentlich beeinflusst.



Bild 4: Betonage einer dreieckigen Stütze | **Fig. 4:** Concreting of a triangular column

All columns were concreted in open horizontal formwork (Fig. 4 and Fig. 6, centre). This prevents segregation or honeycombs in the concrete and makes formwork production cheaper and simpler.

Due to the rather high manufacturing and processing requirements of the UHPC, only one column could be produced in each casting process. The samples were stored at room temperature until the day of the test and were then tested in a testing machine with a loading rate of 0.01 mm/s until failure. Considering the capacity of the testing machine, and the typical size of columns used in structural engineering, the column length was set to 3.50 m. The choice of the other dimensions resulted from the bearing arrangement and the risk of buckling. As a safety measure against the powerful sudden failure of the unreinforced test specimens, they were tested encased in a plexiglass tube. The bottom and the top of the columns were flattened with a high-performance mortar to ensure that the contact surface was as flat as possible. On the day of the respective column test, the modulus of elasticity was determined on three prisms with the dimensions 160/40/40 mm and the compressive strength on three cubes with 10 cm edge length, all manufactured from the same batch. For comparison purposes, only the modulus of elasticity is listed in the following tables as a concrete parameter, as this has a significant influence on the stability failure.

2.2.3 Verification of the cross-section geometry

The investigation of the cross-sectional influence was carried out on the theoretically „best“ solid profile, the equilateral triangle. The greatest increase in load-bearing capacity of a triangular column shape should be achieved in comparison to a cylinder, however, a square column was chosen as a reference due to simpler manufacturing, on which the influence should also be visible. Four columns were tested for each cross-section type. Since the formwork was produced manually, there were minor geometric deviations in the constancy of the side lengths of a cross-section and in the area constancy be-

2.2.3 Überprüfung der Querschnittsgeometrie

Die Untersuchung des Querschnittseinflusses erfolgte an dem theoretisch „besten“ Vollprofil, dem gleichseitigen Dreieck. Die größte Tragfähigkeitssteigerung einer dreieckigen Stützenform sollte sich im Vergleich zu einem Zylinder erzielen lassen, allerdings wurde herstellungsbedingt eine quadratische Stütze als Referenz gewählt, an welcher der Einfluss ebenfalls sichtbar sein sollte. Pro Querschnittsart wurden vier Stützen geprüft. Da eine manuelle Schalungsherstellung erfolgte, gab es geringe geometrische Abweichungen in der Konstanz bei den Seitenlängen eines Querschnitts und hinsichtlich der Flächenkonstanz zwischen den beiden Querschnittstypen. Der Flächeninhalt des dreieckigen Profils fiel etwas geringer aus als der des quadratischen Querschnitts (vgl. Bild 3). Diese Unterschiede wurden in der weiteren Auswertung berücksichtigt.

Aufgrund der geringeren Stabilität gelenkig gelagerter Stützen gegenüber eingespannten wurde für die Stützenversuche zum Querschnittseinfluss eine gelenkige Linienlagerung realisiert. Die Bauhöhe des Gelenks erhöht die tatsächliche Knicklänge der Stützen um die Dicken der angeschlossenen Lastverteilungsplatten an Stützenkopf und -fuß. Entsprechend der Gelenkauführung nach Bild 5 ergab sich somit eine Knicklänge von 362 cm. Allerdings wurde der Gelenkaufbau nach den ersten Versuchen Q-G-1/2 und D-G-1 modifiziert, da die Lastverteilungsplatte am Stützenkopf für den dreieckigen Grundriss etwas zu klein war. Aus diesem Grund wurde eine größere Stahlplatte unter dem Ausgangsgelenk angebracht. Die Knicklänge wurde damit für die übrigen Versuche auf 365 cm erhöht.

In Tabelle 1 sind die Versuchsergebnisse zur Überprüfung des Querschnittseinflusses zusammengestellt. Aufgrund des bereits beschriebenen herstellungsbedingten Flächenunterschieds der beiden Querschnittstypen wurde die Bruchlast jeder Stütze auf ihren Querschnittsflächeninhalt bezogen. Werden die so erhaltenen Bruchlastspannungen miteinander verglichen, dann kann durch die Berücksichtigung der re-

tween the two cross-section types. The surface area of the triangular profile was somewhat smaller than that of the square cross-section (cf. Fig. 3). These differences were taken into account in the further evaluation.

Due to the lower stability of hinged compared to clamped columns, a hinged line support was implemented for the tests on the cross-sectional influence. The height of the line support increases the actual critical length of the columns by the thickness of the load distribution plates connected to the head and foot of the columns. According to the hinge setup shown in Fig. 5, the effective length was 362 cm. However, the hinge setting was modified after the first test of Q-G-1/2 and D-G-1, because the steel plates were slightly too small for the triangular cross-section. For this reason, a larger steel plate was fixed beneath the initial hinge. Thereby, the effective length was increased to 365 cm for all further tests.

Table 1 shows the test results for verifying the cross-sectional influence. Because of the difference in area between the two cross-section types due to the manufacturing process described above, the ultimate load of each column was related to its cross-sectional area. If the ultimate load stresses thus obtained are compared with each other, an average increase of 11% can be determined by considering the real cross-sectional area sizes.



Bild 5: Gelenkiges Linienlager | Fig. 5: Hinged line support

Quadrant Square (Q)					Dreieck Triangle (D)					$\frac{(\bar{D})}{(\bar{Q})}$
Q-G-1	Q-G-2	Q-G-3	Q-G-4	Mittelwert Mean value (\bar{Q})	D-G-1	D-G-2	D-G-3	D-G-4	Mittelwert Mean value (\bar{D})	
E-Modul Modulus of elasticity $E_{cm,Prisma}$ [MPa]										
48.900	44.200	46.500	47.000	46.650	47.000	46.500	48.800	45.500	46.950	1,01
Bruchlast Ultimate load F [kN]										
229	208	249	245	233	216	238	267	250	243	1,04
Bruchlastspannung (Versuch) Ultimate stress (test) $\sigma = F / A$ [MPa]										
25,7	23,3	28,0	27,5	26,1	25,7	28,4	31,8	29,8	28,9	1,11
Berechnete Knickspannung Calculated critical stress σ_{ki} (Euler) [MPa]										
27,1	24,5	25,3	25,6	25,6	28,1	27,3	28,7	26,7	27,7	1,08
Verhältnis Ratio $\sigma(\text{test})/\sigma_{ki}(\text{Euler})$ [-]										
0,95	0,95	1,10	1,07	1,02	0,92	1,04	1,11	1,12	1,04	

Tabelle 1: Versuchsergebnisse der Querschnittsoptimierung axial gedrückter Stützen | **Table 1:** Test results for the cross-sectional optimization of axial loaded columns

alen Querschnittsflächengrößen eine mittlere Steigerung von 11 % festgestellt werden.

Zu Vergleichszwecken wurden anhand der tatsächlichen Abmessungen und Betoneigenschaften die idealen Knickspannungen nach Euler (Knicklast pro Querschnittsfläche) berechnet. Diese erreichten im Durchschnitt eine Steigerung von 8 %. Folglich wurde eine gute mittlere Übereinstimmung zwischen Rechnung und Versuch erreicht und somit konnte der prinzipielle Einfluss der Querschnittsform erfolgreich nachgewiesen werden. Auffällig ist jedoch, dass für jede einzelne Stütze diese Abweichungen größer sind und dass nur bei den ersten drei Stützenversuchen (Q-G-1, Q-G-2 und D-G-1) die Bruchlastspannungen unter den berechneten lagen, während sie in den übrigen Versuchen jeweils um ähnliche Prozentsätze größer ausfielen. Demnach ist es naheliegend, dass bei der Modifizierung des Gelenkaufbaus dessen Reibbeiwert verändert wurde. Auf diesen Zusammenhang wurde in [11] näher eingegangen.

2.2.4 Überprüfung des Formeinflusses

Der Effekt einer Variation in Längsrichtung wurde an zweidimensional veränderten Stützen überprüft. Das bedeutet, dass durch einen rechteckigen Grundriss die Knickrichtung

For comparison purposes, the ideal buckling stresses according to Euler (buckling load per cross-sectional area) were calculated on the basis of the actual dimensions and concrete properties. These achieved an average increase of 8%. As a result, a good average agreement between calculation and test was achieved and thus the principal influence of the cross-sectional shape could be successfully demonstrated. It is noticeable, however, that these deviations are greater for each individual column and that only in the first three column tests (Q-G-1, Q-G-2 and D-G-1) the ultimate load stresses were below the calculated ones, while in the remaining tests they were higher by similar percentages. Accordingly, it is obvious that the coefficient of friction was influenced during the modification of the hinge setup. This relationship was discussed in more detail in [11].

2.2.4 Verification of the shape influence

The effect of a variation in longitudinal direction was tested on two-dimensionally modified columns. This means that the direction of deformation was determined by a rectangular cross-section and that therefore only the critical longitudinal sides were designed with optimum shape (cf. Fig. 3). This method allows both an easier formwork and easier measurements.

vorgegeben wurde und demzufolge auch nur die kritischen Längsseiten formoptimiert ausgeführt wurden (vgl. Bild 3). Dieses Vorgehen erleichtert den Schalungsbau und die Erfassung von Messwerten. Als Referenz wurden rechteckige Stützen herangezogen. Der Einfluss der Formoptimierung wurde an Stützen mit beidseitiger Einspannung überprüft, da die ideale Form in Längsrichtung entsprechend Bild 2 lagerungsabhängig ist und in der Realität zumeist eine Teileinspannung vorliegen wird. Dafür wurden die Stützen direkt zwischen die Lasteintragungsplatten der Prüfmaschine gestellt. Lediglich eine Lastverteilungsplatte, die vor allem für eine völlig ebene Aufstandsfläche sorgen sollte, wurde dazwischen angeordnet (s. Bild 6, links).

Die Schalung für die formoptimierte Stütze wurde aus Kunststoffblöcken computergesteuert gefräst (Bild 6, Mitte). Eine genaue Vermessung jeder Stütze ergab, dass die gewünschte Volumengleichheit in dieser Versuchsreihe sehr gut erreicht wurde. Dennoch sind zum Vergleich

Rectangular columns were used as a reference. The influence of the shape optimisation was tested on columns with clamping on both sides, since the ideal shape in the longitudinal direction is dependent on the position as shown in Fig. 2 and in reality, most columns are at least partially restrained. For this purpose, the columns were placed directly between the load plates of the testing machine. Only one load distribution plate, which was primarily intended to ensure a completely flat contact area, was placed in between (see Fig. 6, left).

The formwork for the shape-optimised columns (Fig. 6, centre) was computer-controlled milled from synthetic blocks. An exact measurement of each column showed that the desired volume equality was achieved in this test series. Nevertheless, the results given in Table 2 also show the resulting ultimate stresses for comparison purposes.

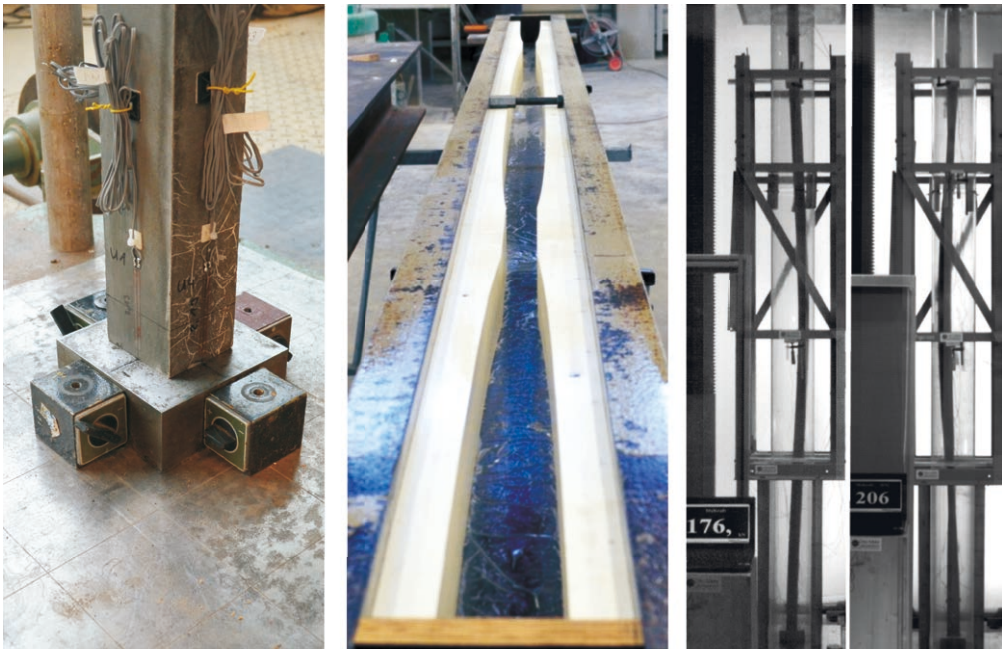


Bild 6: Formoptimierung in Längsrichtung: Realisierung der Einspannung (links), Schalung (Mitte) und Stabilitätsversagen einer rechteckigen Stütze im Vergleich zur optimierten Stütze (rechts) | **Fig. 6:** Shape optimization in longitudinal direction; clamped support (left), formwork (middle) and buckling of the rectangular column in comparison to the optimized one (right)

Rechteck Rectangular (R)				Optimiert Optimized (O)				(\bar{O}) / (\bar{R})
R-E-1	R-E-2	R-E-3	Mittel Mean (\bar{R})	O-E-1	O-E-2	O-E-3	Mittel Mean (\bar{O})	
E-Modul Modulus of elasticity $E_{cm,Prisma}$ [MPa]								
43.200	43.800	44.000	43.700	41.600	41.800	41.600	41.700	0,95
Bruchlast Ultimate load F [kN]								
169	184	181	178	216	219	226	220	1,24
Bruchlastspannung (Versuch) Ultimate stress (test) $\sigma = F / A$ [MPa]								
34,7	37,0	36,5	36,1	43,9	44,6	45,5	44,7	1,24

Tabelle 2: Versuchsergebnisse der Formoptimierung axial gedrückter Stützen | **Table 2:** Test results for the shape optimization of axial loaded columns

in Tabelle 2 auch die resultierenden Bruchlastspannungen aufgeführt.

Aus der Tabelle lässt sich erkennen, dass sowohl die Versagenslasten der drei rechteckigen Stützenversuche recht nah beieinander liegen als auch die der drei optimierten Stützen. Außerdem ist ersichtlich, dass alle Bruchlasten der optimierten höher als die der rechteckigen Stützen ausfielen, sodass durch die Formvariation eine mittlere Steigerung von 24 % erreicht werden konnte und das, obwohl die Betonkennwerte für den E-Modul bei den formoptimierten Stützen sogar etwas geringer ausfielen als die bei den rechteckigen. Die Höhe der Steigerung war unter Berücksichtigung des gewählten Mindestquerschnitts mit verschiedenen Berechnungsmethoden vorab ermittelt worden. Demnach können der Einfluss und das Steigerungspotenzial der Form in Längsrichtung ebenfalls als erwiesen angesehen werden. Ein beispielhaftes Stabilitätsversagen beider Stützen ist rechts in Bild 6 dargestellt. Ausführliche Informationen sind in [10] gegeben.

3 Exzentrisch belastete Stützen

3.1 Theoretische Betrachtungen zur Formfindung außermittig beanspruchter Druckglieder

3.1.1 Festlegung der Untersuchungsbereiche

Für eine kombinierte Beanspruchung aus Biegung und Längsdruck sind mehrere Lastfälle

It can be seen from the table that both the failure loads of the three rectangular column tests and those of the three optimised column tests are very close to each other. In addition, it is evident that all ultimate loads of the optimised columns were higher than those of the rectangular columns, so that an average increase of 24% could be achieved due to the shape variation, even though the concrete parameters for the modulus of elasticity for the shape-optimised columns were slightly lower than those for the rectangular columns. The height of the increase was determined in advance using various calculation methods, taking into account the selected minimum cross-section. Accordingly, the influence and the increase potential of the shape in the longitudinal direction can also be regarded as proven. An exemplary stability failure of both columns is shown on the right in Figure 6. Detailed information are given in [10].

3 Eccentrically loaded columns

3.1 Theoretical considerations for form finding of eccentrically loaded pressure members

3.1.1 Definition of the areas of investigation

Several load cases are conceivable for a combined load of bending and longitudinal pressure. In order to investigate the most characteristic cases, a variant study was carried out on a typical reinforced concrete skeleton structure. The boundary conditions chosen were sufficient

denkbar. Um möglichst charakteristische Fälle zu untersuchen, wurde eine Variantenstudie an einem typischen Stahlbetonskelettbau durchgeführt. Als Randbedingungen wurden eine ausreichend vorhandene Gebäudeaussteifung sowie monolithisch ausgeführte Anschlüsse an Stützenkopf und -fuß gewählt. Durch die so entstehende Rahmenwirkung werden Biegemomente an den Stützenenden eingeleitet. Unter Variation sämtlicher geometrischer Größen sowie unter Beachtung verschiedener Lastfälle und Tragsysteme (Anordnung von Unterzügen, punktgestützte Decken) wurde ermittelt, dass sich in allen Randstützen stets ein ähnlicher Verlauf der Momentenbeanspruchung einstellt. Dieser ist durch einen Nulldurchgang des Moments ca. im mittleren Drittel der Stützhöhe gekennzeichnet. Das Verhältnis aus Normalkraft und Moment variiert sehr stark, da es sowohl von der Gebäudeausführung, und zwar insbesondere von dem Steifigkeitsverhältnis zwischen Stütze und Unterzug (bzw. Decke), als auch von der betrachteten Etage abhängt (Bild 7).

In der untersten Etage eines mehrgeschossigen Gebäudes wird das Moment häufig durch eine hohe wirkende Normalkraft völlig überdrückt, sodass keine Zugspannungen im Querschnitt auftreten, die eine Bewehrung erfordern würden. Zur Aufnahme großer Druckspannungen

building stiffening and monolithic connections at the bottom and the top of the columns. Due to the resulting frame effect, bending moments are induced at the column ends. By varying all geometric dimensions and taking into account different load cases and load-bearing systems (arrangement of beams, point-supported ceilings), it was determined that a similar course of the bending moment always occurs in all edge columns. This is characterised by a zero crossing of the moment approx. in the middle third of the column height. The ratio of normal force to bending moment varies greatly as it depends both on the building design, in particular on the stiffness ratio between column and beam (or ceiling), and on the floor under consideration (Fig. 7).

In the lowest floor of a multi-storey building, the bending moment is often completely suppressed by a high acting normal force, so that no tensile stresses occur in the cross-section that would require reinforcement. For large compressive stresses, the use of (ultra)high-strength concrete would be recommended instead. In contrast, the low vertical loads in the uppermost floors result in the occurrence of high tensile stresses as a result of predominantly bending loads and thus require the use of large quantities of reinforcement. A normal strength concrete quality would already be suf-

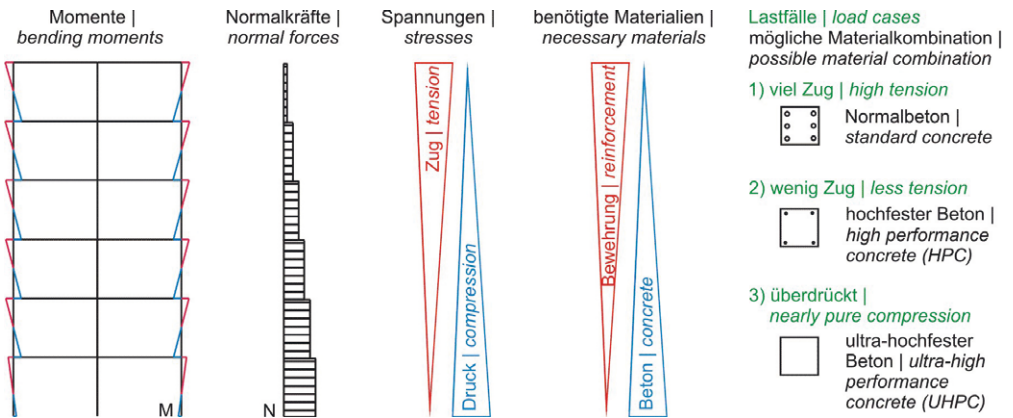


Bild 7: Abhängigkeit des Momenten-Normalkraft-Verhältnisses von der Etage sowie Auswirkungen auf die resultierenden Spannungen und die notwendigen Materialkombinationen bei gleicher Querschnittsfläche | **Fig. 7:** Dependence of the bending moment-normal force ratio on the floor level as well as effects on the resulting stresses and the necessary material combinations for the same cross-sectional area

würde sich stattdessen der Einsatz eines (ultra-)hochfesten Betons empfehlen. Im Gegensatz dazu stehen die geringen vertikalen Auflasten in den obersten Etagen, die das Auftreten großer Zugspannungen infolge vorwiegender Biegebeanspruchung bewirken und somit den Einsatz von hohen Bewehrungsmengen erfordern. Eine geringe bis normalfeste Betongüte wäre hier bereits ausreichend. Aus diesen Überlegungen wurde für unterschiedliche Verhältnisse von Momenten- und Normalkraftbeanspruchung beispielhaft eine geeignete Formfindung und Materialwahl durchgeführt.

3.1.2 Formfindung der Druckglieder

Unter der Voraussetzung eines eintretenden Materialversagens erfolgte die Formfindung der Stützen so, dass in jeder Querschnittsebene die Bruchdehnung des Betons erreicht wird (Bild 8). Eine Ausnahme kann hierbei die Stützenmitte sein, für die infolge von Querkraft oder konstruktiver Durchbildung ggf. ein größerer Mindestquerschnitt erforderlich wird. In den Fällen einer notwendig werdenden Bewehrung wird diese stets parallel zur Außenkontur der Stütze angeordnet, um die beste Wirkung des Hebelarms zu erzielen. Die Bewehrungsseisen können infolge des Momentennulldurchgangs in Stützenmitte und der daraus resultierenden alleinigen Druckbeanspruchung in diesem Bereich zwar nicht über die gesamte Stützenhöhe voll ausgenutzt werden, allerdings wurden sie so dimensioniert, dass sie zumindest in den auf Zug beanspruchten Endbereichen das Fließniveau erreichen. Außerdem wurde definiert, dass bezogen auf die durchschnittliche Querschnittsfläche der maximal zulässige Bewehrungsgehalt lt. Eurocode 2 [15] nicht überschritten werden darf. Für eine festgesetzte Querschnittsfläche lassen sich unter diesen Bedingungen für eine beliebige Momenten-Normalkraft-Kombination sowohl die optimale Form als auch die erforderliche Betongüte und Bewehrung finden.

Die Formfindung erfolgte iterativ an einer über die Höhe segmentierten Stütze. Für die konstante Referenzstütze wurden zunächst die Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung mithil-

ficient here. Based on these considerations, a form finding and material selection was carried out for different ratios of bending moment and normal force load.

3.1.2 Form finding of the pressure elements

Under the assumption that material failure would occur, the shape of the columns was determined in such a way that the ultimate concrete strain was achieved in each cross-sectional plane (Fig. 8). An exception may be the column centre, for which a larger minimum cross-section may be required due to transverse force or a constructive criterion. In cases where reinforcement becomes necessary, it is always arranged parallel to the contour of the column in order to achieve the best effect of the inner lever arm. The reinforcement bars cannot be fully utilised over the entire column height due to the zero crossing of the bending moment in the middle of the column and the resulting pure compression in this area, but they were dimensioned in such a way that they reach the yield strength at least in the end sections subjected to tensile stresses. In addition, it was defined that the maximum allowed reinforcement content according to Eurocode 2 [15] must not be exceeded in relation to the average cross-sectional area. Under these conditions, both the optimum shape and the required concrete quality and reinforcement can be found for any combination of bending moment and normal force.

The shape was found iteratively on a column segmented by height. For the constant reference column, the internal forces were first determined using suitable software (RSTAB), taking into account the second-order effects, whereupon the corresponding strain distribution could be determined in each cross-section plane considered. Subsequently, the cross-section dimensions were modified in such a way that the desired limit strains were achieved in each plane. In the following iteration steps, the internal forces for the resulting column form were determined again according to second-order effects and the cross-section geometry

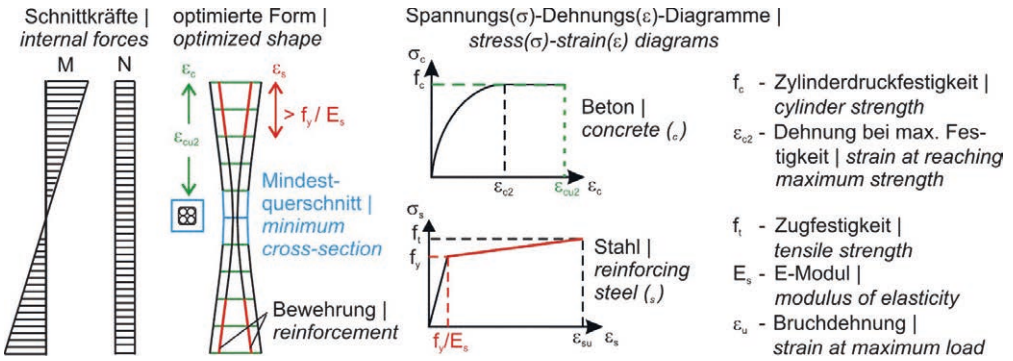


Bild 8: Festgelegte Kriterien zur Formfindung und Spannungs-Dehnungs-Diagramme nach Eurocode 2 [15] | **Fig. 8:** Defined criteria for the shape finding and stress-strain diagrams acc. to Eurocode 2 [15]

fe einer geeigneten Software (RSTAB) bestimmt, woraufhin in jeder betrachteten Querschnittsebene die zugehörige Dehnungsverteilung ermittelt werden konnte. Anschließend wurden die Querschnittsabmessungen so modifiziert, dass in jeder Ebene die angestrebten Grenzdehnungen erreicht werden. In den darauffolgenden Iterationsschritten wurden die Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung für die resultierende Stützenform erneut bestimmt und darauf aufbauend die Querschnittsgeometrie schrittweise verbessert. Sobald Konvergenz vorlag, war die optimale Stützenform gefunden.

Die Ergebnisse zeigen, dass mit zunehmender Druckkraft der Einfluss der Theorie II. Ordnung immer weiter steigt und letztendlich auf die Optimierungsergebnisse der Stabilitätsbetrachtung (Abschn. 2) und der damit verbundenen Traglaststeigerung zurückführt. Dagegen kann bei einer kleinen Längsdruckkraft und hoher Biegebeanspruchung durch eine Optimierung das notwendige Betonvolumen bis auf die Hälfte reduziert werden, vgl. [14].

3.1.3 Anschlussbereich an die Decke

Der Stützenanschluss an die angrenzenden Bauteile (Decken/Unterzüge) erfolgt i. d. R. rechtwinklig. Bei einer derart scharfkantigen Ausbildung sind hohe Spannungskonzentrationen in diesen Eckbereichen zu erwarten, die zu einem vorzeitigen Materialversagen führen, bevor die maximal aufnehmbare Spannung im eigentli-

was improved step by step. As soon as convergence was available, the optimal column shape was found.

The results show that with increasing compressive force the influence of the second-order effects increases more and more and finally leads to the optimisation results of the stability analysis (section 2) and the associated load increase. On the other hand, with a small longitudinal compressive force and high bending stress, the necessary concrete volume can be reduced by up to half through optimisation, cf. [14].

3.1.3 Connection area to the ceiling

The column connection to the neighbouring components (ceilings/beams) is usually rectangular. With such a sharp-edged design, high stress concentrations are to be expected in these corner areas, which lead to premature material failure before the maximum stress in the actual column cross-section is reached. There is therefore further potential for optimisation for the area between column and ceiling.

In order to check the occurrence of local stress concentrations, numerical investigations were first carried out with the FE program ATENA [18]. A 25 cm wide and 3 m high column with a 1 m wide and 25 cm high central ceiling section at the column top and bottom was modelled (Fig. 9). The underside of the ceiling section at the bottom of the column was assumed to be

chen Stützenquerschnitt erreicht wird. Für den Übergangsbereich zwischen Stütze und Decke besteht somit weiteres Optimierungspotential.

Um das Auftreten lokaler Spannungskonzentrationen zu überprüfen, wurden zunächst numerische Untersuchungen mit dem FE-Programm ATENA durchgeführt [18]. Es wurde eine 25 cm breite, 3 m hohe Stütze mit jeweils einem mittig anschließenden, 1 m breiten und 25 cm hohen Deckenabschnitt an Stützenkopf und -fuß modelliert (Bild 9). Die Unterseite des Deckenabschnitts am Stützenfuß wurde starr eingespannt. Das Aufbringen einer horizontalen Verschiebung und einer vertikalen Last erfolgte auf den Deckenabschnitt am Stützenkopf.

Ausgehend von diesem System wurden für die Ausbildung des Eckbereiches geometrisch verschiedene, flächengleiche Möglichkeiten der Voutung entwickelt und hinsichtlich ihrer Eignung zur Reduktion der lokal erhöhten Spannungen untersucht. Es zeigt sich, dass für diesen Lastfall die entsprechend der Zugdreieck-Methode nach Mattheck [16] bzw. Achenbach et al. [17] berechnete Voutenform am wirksamsten Spannungskonzentrationen reduziert. In der gewählten Beispielberechnung konnten die Spannungen mit diesem Verfahren auf bis zu 52 % gegenüber dem scharfkantigen

rigidly clamped, while a horizontal displacement and a vertical load were applied to the ceiling section at the top of the column.

Starting from this system, geometrically different, area-equal possibilities of curvatures were developed for the formation of the corner area and examined with regard to their suitability for the reduction of the locally increased stresses. It has been shown that for this load case the haunch form calculated according to the tensile triangle method according to Mattheck [16] or Achenbach et al. [17] most effectively reduces stress concentrations. In the selected example calculation, the stresses could be reduced with this method to up to 52% compared to the sharp-edged column connection [18], whereby it must be taken into account that the calculation was linear-elastic, but that real concrete also permits stress redistributions by plastification.

The connection area between column and ceiling was also extensively investigated in the second project of the applicant „Lightweight ceiling structures made of layered high-performance concretes“. The focus there was on optimising the punching shear behaviour. A detailed description can be found in the final report of the mentioned project, see page 144 seq.

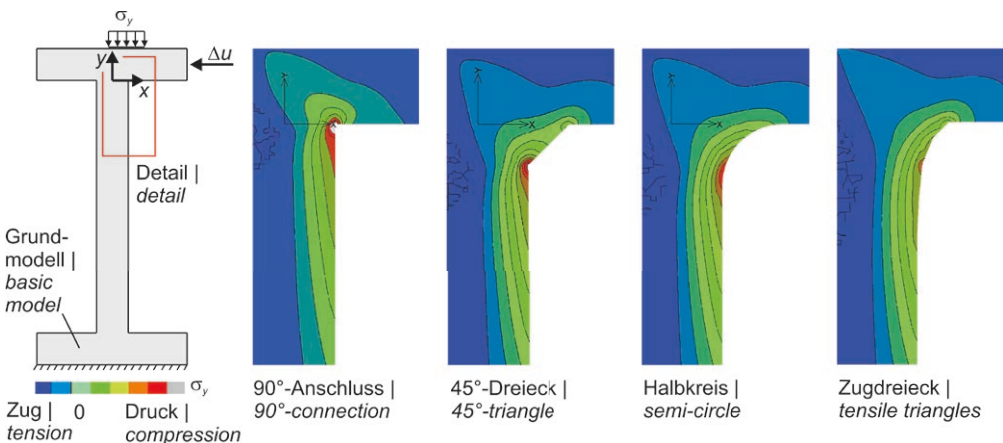


Bild 9: Reduktion der Kerbspannungen im Deckenanschlussbereich für flächengleiche Vouten für den Lastfall Druck mit Biegung; links: Referenzsystem, anschließend Spannungen bei verschiedenen Vouten aus 2D-Simulation mit dem FE-Programm ATENA | **Fig. 9:** Reduction of notch stresses in the area of ceiling connection for coextensive haunches for the load-case of compression with bending; left: reference system followed by stresses of different haunches from 2D-simulation with the FE-program ATENA

Stützenanschluss verringert werden [18], wobei zu berücksichtigen ist, dass die Berechnung linear-elastisch erfolgte, realer Beton jedoch durch Plastifizierung auch Spannungsumlagerungen zulässt.

Der Anschlussbereich zwischen Stütze und Decke wurde auch im zweiten Projekt des Antragstellers „*Leichte Deckentragwerke aus geschichteten Hochleistungsbetonen*“ ausgiebig untersucht. Der Schwerpunkt lag dort auf einer Optimierung des Durchstanztragverhaltens. Eine ausführliche Beschreibung befindet sich im Abschlussbericht des besagten Projekts, S. 144 ff.

3.2 Experimentelle Überprüfung außermittig beanspruchter Druckglieder

3.2.1 Zielstellung und Versuchsplan

Üblicherweise werden Stützen experimentell mit einer gleichgerichteten Exzentrizität untersucht, d. h. unter einer Momentenbelastung, die über die gesamte Bauteilhöhe konstant ist oder aufgrund des Schnittgrößenwachses nach Theorie II. Ordnung ihr Maximum in Stützenmitte erreicht. Eine experimentelle Überprüfung der Beanspruchungssituation, wie sie in den Randstützen typischer Rahmentragwerke auftritt, also mit einem Momentennulldurchgang in Stützenmitte, ist den Autoren nicht bekannt. Um den gewünschten Momentenverlauf in der Stütze zu erreichen, wurde ein statisches System nach Bild 10 gewählt, bei dem an Stützenkopf und -fuß zwei gleichlange, aber entgegengesetzt gerichtete Hebelarme angeordnet wurden.

Bild 11 zeigt eine Übersicht des Versuchsprogramms. In der ersten Versuchsreihe wurden Stützen mit einem großen Momenten-Normalkraft-Verhältnis untersucht. Dies entspricht einer Belastung, wie sie in den obersten Stockwerken eines Gebäudes auftreten würde (vgl. Lastfall 1 in Bild 7). Die zweite Versuchsreihe diente zur Überprüfung eines geringeren Momenten-Normalkraft-Verhältnisses, bei dem das Moment aber noch nicht vollständig überdrückt wird (Lastfall 2 in Bild 7). Für diesen Lastfall erfolgte nach zwei Versuchsdurchgängen eine Modifika-

3.2 Experimental verification of eccentrically loaded pressure elements

3.2.1 Objectives and test program

Usually columns are investigated experimentally with a uniform eccentricity, i.e. with a bending moment that is constant over the entire height of the component or reaches its maximum in the middle of the column due to the increase in internal forces according to second-order effects. An experimental examination of the stress situation, as it occurs in the edge columns of typical frameworks, i.e. with a zero crossing of the bending moment in the middle of the column, is not known to the authors. In order to achieve the desired bending moments in the column, a static system according to Fig. 10 was chosen, in which two equally long but oppositely directed lever arms were arranged at the column top and bottom.

Figure 11 shows an overview of the test program. In the first test series, columns with a large ratio of bending moment and normal force were investigated. This corresponds to a load that would occur on the top floors of a building (cf. load case 1 in Fig. 7). The second series of tests served to check a lower ratio of bending moment to normal force at which the bending moment is not yet completely exceeded (load case 2 in Fig. 7). For this load case, the geometry for the last test was modified after two columns were tested. The third load case from Fig. 7 was only considered theoretically, since a completely pressed cross-section leads back to the results of the stability optimisation.

3.2.2 Chosen boundary conditions

In order to achieve a clear distinction between the component under investigation and the load introduction structure, the lever arms were designed as steel girders and not, as usual in former experiments, as reinforced concrete consoles (e.g. Mehmel et al. [19]). The almost rigid connection was made by bolting the reinforcing bars (double bolted socket bars) to the steel girders. The column end surfaces were

tion der Geometrie für den letzten Durchgang. Der dritte Lastfall aus Bild 7 wurde nur theoretisch betrachtet, da ein völlig überdrückter Querschnitt zu den Ergebnissen der Stabilitätsoptimierung zurückführt.

3.2.2 Gewählte Randbedingungen

Um eine klare Abgrenzung zwischen dem zu untersuchenden Bauteil und der Lasteinleitungs-konstruktion zu erzielen, wurden die Hebelarme als Stahlträger ausgeführt und nicht, wie es in älteren Versuchen üblich war, als Stahlbetonkonsolen (z. B. Mehmel et al. [19]). Der nahezu biegesteife Anschluss erfolgte über eine Verschraubung der Bewehrungseisen (Doppelmuffenstäbe) mit den Stahlträgern. Die Stützenendflächen wurden mit einem Ausgleichsmörtel wieder planparallel abgeglichen. Die gelenkige Lagerung wurde entsprechend Bild 11 über einen mit Lagerböcken verbundenen Rundstab umgesetzt.

Aufgrund der höheren Lasteinleitungs-konstruktion im Vergleich zu den Stabilitätstests musste die Stützenlänge auf 3,3 m reduziert werden. Die übrigen Abmessungen ergaben sich für eine beispielhaft gewählte Belastungs-situation unter Voraussetzung einer quadra-tischen Querschnittsfläche. Allerdings kam es erneut zu geringfügigen Abweichungen bei der angestrebten Geometrie sowie der Flächenkon-stanz, sodass im Folgenden wieder die Bruch-lastspannungen aufgeführt werden.

Die Betondeckung wurde zu 2 cm festgelegt. Eine Bügelbewehrung wird aus statischen Gründen nicht erforderlich. Da sich die Mindestbügelbewehrung nach Eurocode 2 [15] nicht ausreichend mechanisch begründen lässt (Graubner/Kempf [20]), wurde auf deren Einbau verzichtet. Lediglich zur Lagesicherung der oberen Eisen wurden einige Bügel angeordnet. Die Betonage erfolgte analog zu den zentrischen Druckversuchen in liegenden, offenen Schalungen. Diesmal konnten mit einer Betoncharge sowohl eine Referenz- als auch eine optimierte Stütze hergestellt werden, da kein Hochleis-tungsbeton zum Einsatz kam, was den Misch-vorgang vereinfachte. In der Regel wurden am

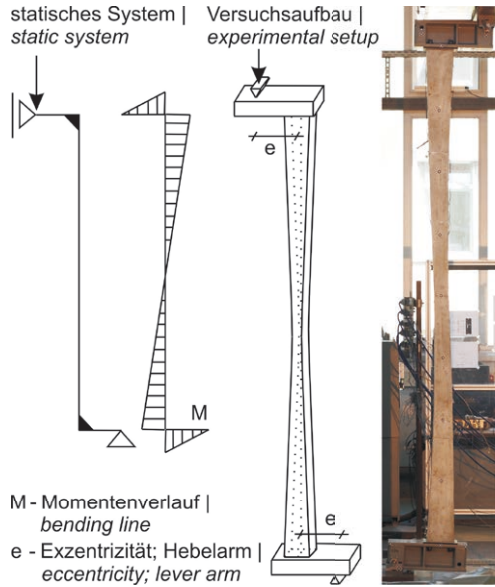
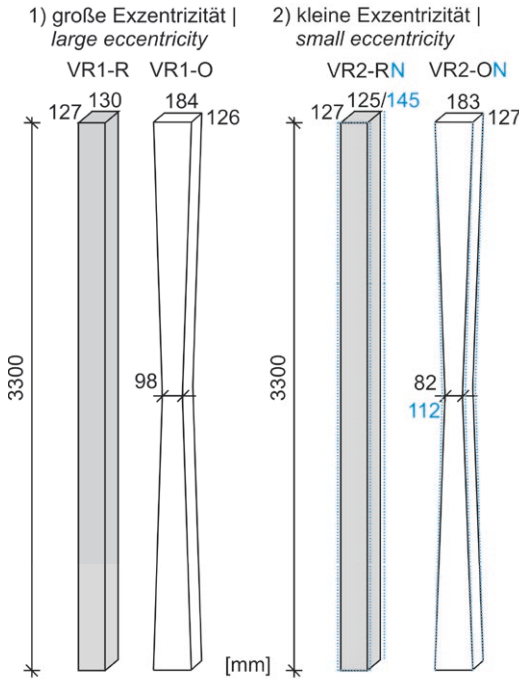


Bild 10: Statisches System sowie Umsetzung des Versuchsaufbaus zur Erzielung der gewünschten Momentenbeanspruchung | **Fig. 10:** Static system and implementation of experimental setup to achieve the desired bending loading

again levelled plane-parallel with a levelling mortar. The hinged support was implemented as shown in Fig. 11 using a round bar connected to bearing brackets.

Due to the higher load introduction construction when compared to the stability tests, the column length had to be reduced to 3.3 m. The other dimensions resulted from an exemplary load situation for a square cross-sectional area. However, there were again minor deviations in the desired geometry as well as in the area constancy so that the ultimate stresses instead the ultimate loads are listed below in Table 3.

The concrete cover was set to 2 cm. A stirrup reinforcement was not necessary for static reasons. Since the minimum stirrup reinforcement according to Eurocode 2 [15] cannot be sufficiently justified mechanically (Graubner/Kempf [20]), it was not installed. Some stirrups were only arranged to secure the position of the upper bars. Concreting was carried out in the same way as for the centric compression



Übersicht Versuchsprogramm exzentrischer Druck | overview test program non-axial loading

Bezeichnung name:			
VR1-R	VR1-O	VR2-RN	VR2-ON
R - Referenz reference			
O - Optimiert optimized			
N - neue Geometrie new geometry			
Beton; Bewehrung concrete; reinforcement:			
C25/30; 4Ø14		C45/55; 4Ø8	
Hebelarm / planmäßige Exzentrizität lever arm / scheduled eccentricity, [cm]:			
30		8	
mittlere Querschnittsfläche average of cross-sectional area; A [cm²]:			
165	173	158 / 183	164 / 188
Schlankheitsgrad slenderness ratio; λ [-]:			
88	83	92 / 79	88 / 78
Versuchszahl number of tests [-]:			
3	3	2 / 1	2 / 1



Bild 11: Versuchsprogramm für exzentrisch gedrückte Stützen zur Überprüfung der Ergebnisse der Formfindung für zwei unterschiedliche Moment-Normalkraft-Verhältnisse; mittlere Stützenabmessungen und Lasteinleitungsstrukturen | Fig. 11: Test program for non-axial loaded columns for verification of the optimization results for two different load ratios of bending moment and normal force, average dimensions of the columns and lever arm constructions

jeweiligen Stützenprüftag (± 1 d) die Druckfestigkeit und der E-Modul des Betons an drei Normzylindern [21] bestimmt. Als Referenz ist in den nachfolgenden Ergebnistabellen diesmal die Druckfestigkeit angegeben, da diese maßgebend für das Materialversagen ist.

3.2.3 Stützen mit großer Exzentrizität

Unter Berücksichtigung der festgelegten Kriterien ergab sich für die Materialkombination eine erforderliche mittlere Betondruckfestigkeit der Klasse C20/25 bei einer Bewehrungsmenge von

tests in horizontal, open formwork. This time it was possible to produce both a reference and an optimised column in each casting process, as no high-performance concrete was used, which simplified the mixing process. Generally, the compressive strength and the modulus of elasticity of the concrete were determined on three standard cylinders [21] on the respective column test day (± 1 d). As a reference, this time the compressive strength is given in the following result tables, since this is decisive for the material failure.

Rechteck Rectangular (R)				Optimiert Optimized (O)				$(\bar{O}) / (\bar{R})$
VR1-R-1	VR1-R-2	VR1-R-3	Mittel Mean (R)	VR1-O-1	VR1-O-2	VR1-O-3	Mittel Mean (O)	
Druckfestigkeit Compressive strength $f_{cm,cyl}$ [N/mm ²]								
33,3	35,3	35,5	34,7	33,0	36,3	35,5	34,9	1,01
Bruchlast Ultimate load F [kN]								
51,9	49,8	57,0	52,9	84,9	91,5	95,9	90,8	1,72
Bruchlastspannung (Versuch) Ultimate stress (test) $\sigma = F / A$ [N/mm ²]								
3,1	3,0	3,5	3,2	4,9	5,3	5,5	5,2	1,63

Tabelle 3: Versuchsergebnisse der Formoptimierung bei großer Exzentrizität | **Table 3:** Test results for the optimization of the shape with large eccentricity

4 Ø 14 mm. Experimentell wurde in etwa die Güte eines C25/30 erreicht (8 mm Größtkorn). Die Versuche wurden alle bei einer Geschwindigkeit von 0,025 mm/s gefahren. Die Größe des gewählten Mindestquerschnitts resultierte sowohl aus konstruktiven Anforderungen als auch aus der Sicherstellung der Querkraftübertragung.

Mit den in Tabelle 3 dargestellten Ergebnissen wird deutlich, dass durch die Optimierung eine große Laststeigerung von über 60 % erreicht wurde im Vergleich zu den annähernd volumengleichen Referenzstützen. Wird in den Berechnungen das vorhandene Lochspiel und die damit verbundene vergrößerte Hebelarmlänge berücksichtigt, dann wird eine gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen erzielt (Berechnung: 96 kN bzw. 54 kN).

Ergänzend wurden die Abmessungen einer quadratischen Referenzstütze bestimmt, die die gleiche Belastung wie die optimierte Stütze aufnehmen könnte. Es ergab sich ein Querschnitt von 17,5 × 17,5 cm², was dem 1,8-fachen Betonvolumen entspricht.

3.2.4 Stützen mit kleiner Exzentrizität

Zur Überprüfung des deutlich kleineren Momenten-Normalkraft-Verhältnisses werden nur noch 8 mm dicke Eisen bei einer Betonfestigkeitsklasse C45/55 (Größtkorn 8 mm) erforderlich. Im Vergleich zu den Versuchen mit großer Exzentrizität wurde die Prüfgeschwindigkeit

3.2.3 Columns with high eccentricity

Taking into account the defined criteria, the concrete compressive strength required for this material combination was a C20/25 with 8 mm maximum grain size and a reinforcement quantity of 4 Ø 14 mm. In the experiments, the quality of a C25/30 was achieved. The tests were all carried out at a speed of 0.025 mm/s. The size of the selected minimum cross-section resulted both from constructive criteria and from ensuring the transverse force transmission.

With the results shown in Table 3 it becomes obvious that a large load increase of more than 60% was achieved by the optimisation compared to the almost volume equal reference columns. If the existing hole tolerance and the associated increased lever arm lengths are taken into account in the calculations, a good agreement with the test results is achieved (calculation: 96 kN or 54 kN).

In addition, the dimensions of a square reference column were determined, which could carry the same load as the optimised column. This resulted in a cross-section of 17.5 × 17.5 cm², which represents 1.8 times the concrete volume.

3.2.4 Columns with small eccentricity

In order to check the significantly smaller ratio of bending moment to normal force, only 8 mm thick bars are required for a concrete strength class C45/55 (maximum grain size 8 mm). In

nach dem ersten Durchgang auf 0,01 mm/s reduziert, da aufgrund des kürzeren Hebelarms der erforderliche Maschinenweg bis zum Bruch deutlich kleiner ist.

Die Versuchsergebnisse in Tabelle 4 zeigen, dass mit der anfangs berechneten Geometrie keine Laststeigerung erzielt werden konnte. Die im Versuch erreichten Lasten der Referenzstützen entsprechen zwar in etwa der Berechnung (140 kN), jedoch lagen die der optimierten Stützen deutlich darunter (240 kN). Die Ursache hierfür war, dass bei der konkaven Form anstelle eines angedachten Materialversagens ein Stabilitätsversagen auftrat. Die Referenzstützen verformten sich analog zu allen Stützen mit großer exzentrischer Belastung S-förmig, wie es auch der durch den Versuchsaufbau initiierten Biegebeanspruchung entspricht (s. auch Bild 10, rechts), und versagten letztlich am Stützenkopf oder -fuß. Die konkaven Formen versagten dagegen infolge eines Ausknickens im mittleren Bereich der Stützhöhe.

Bemerkenswert ist, dass die mittleren Schlankheiten der Referenz und der konkaven Stütze in etwa gleich hoch waren, die nach Elastizitätstheorie ermittelten Knicklasten deutlich über den erreichten Versagenslasten lagen und dennoch bei der konkaven Form ein Stabilitäts- anstelle eines Materialversagens auftrat. In der anschließenden Analyse stellte sich heraus, dass bei den Berechnungen zur Formfindung der Einfluss ei-

comparison to the tests with high eccentricity, the test speed after the first run was reduced to 0.01 mm/s, because due to the shorter lever arm, the required piston movement to break is considerably shorter.

The test results in Table 4 show that no load increase could be achieved with the initially calculated geometry. The loads of the reference columns achieved in the test correspond approximately to the calculation (140 kN), but those of the optimised columns were significantly lower (240 kN). The reason for this was that in the concave shape a stability failure occurred instead of an intended material failure. The reference columns deformed in an s-shape, analogous to all columns with large eccentric loads, corresponding to the bending load initiated by the test setup (see also Fig. 10, right), and ultimately failed at the column head or foot. In contrast, the concave forms failed due to a buckling in the middle area of the column height.

It is remarkable that the mean slenderness ratio of the reference and the concave column were about the same, the buckling loads determined according to the elasticity theory were significantly higher than the failure loads achieved, and yet the concave form showed a stability failure instead of a material failure. The subsequent analysis revealed that the influence of a non-linear internal force determination was underestimated in the calculations for form

Rechteck Rectangular (R)				Optimiert Optimized (O)				(\bar{O}) / (\bar{R})
VR2-R-1	VR2-R-2	Mittel Mean (R1-R2)	VR2-RN-3	VR2-O-1	VR2-O-2	Mittel Mean (O1-O2)	VR2-ON-3	
Druckfestigkeit Compressive strength $f_{cm,oyl}$ [N/mm ²]								
55,5	57,4	56,5	54,4	55,1	58,4	56,8	55,8	1,01 1,03
Bruchlast (Rechenwert) Ultimate load (calculated value) F [kN]								
148,0	156,1	152,1	215,7	129,3	160,9	145,1	234,9	0,95 1,09
Bruchlastspannung (Versuch) Ultimate stress (test) $\sigma = F / A$ [N/mm ²]								
9,3	10,0	9,7	11,8	7,9	9,8	8,9	12,5	0,92 1,06

Tabelle 4: Versuchsergebnisse der Formoptimierung bei kleiner Exzentrizität | **Table 4:** Test results for the optimization of the shape with small eccentricity

ner nichtlinearen Schnittgrößenermittlung unterschätzt wurde. Neben der Beachtung einer ungewollten Ausmitte und des Zuwachses nach Theorie II. Ordnung hätte auch das Aufreißen des Betons bereits bei der Schnittgrößenermittlung berücksichtigt werden müssen. Die äußeren Schnittgrößen müssten über Momenten-Verkrümmungs-Linien und den daraus gewonnenen Biegelinien bei einer stufenweisen Laststeigerung ermittelt werden. Durch das Aufreißen des Betons findet eine Steifigkeitsabnahme statt. Wachsen die äußeren Schnittgrößen schneller als die inneren an, dann kann kein Gleichgewicht mehr zwischen einwirkendem und widerstehendem Moment hergestellt werden. Somit wird ein Stabilitätsversagen maßgebend.

Durch eine Vergrößerung der Stützenmittenbreite wurde eine neue Form bestimmt (Proben ...N-3 in Tabelle 4), für welche die nichtlineare Berechnung ein Steigerungspotenzial von ca. 50 % versprach. Im Versuch konnte dies leider erneut nicht erreicht werden, da die Referenzstütze eine höhere und die optimierte Geometrie eine geringere Traglast als berechnet erreichten. Eine mögliche Ursache hierfür ist, dass für beide Geometrien rechnerisch eine gleich große, über die gesamte Stützenhöhe konstante Ausmitte angesetzt wurde. Entscheidend für das Versagen der Referenzstütze ist jedoch die am Stützenkopf bzw. -fuß vorherrschende Exzentrizität, welche sich im Wesentlichen auf die Größe des vorhandenen Lochspiels beschränken lässt. Für die konkave Geometrie ist dagegen die wirkende Exzentrizität in der Stützenmitte maßgebend, welche infolge einer Stützenvorkrümmung wesentlich größer sein kann als die an den Stützenenden vorherrschende. Eine solche Vorkrümmung konnte im Versuch sogar gemessen werden. Ein weiterer möglicher Grund ist, dass aufgrund der Verwendung von Muffenstäben an den Stützenenden ein größerer Bewehrungsgehalt vorherrscht als in den übrigen Bereichen, was aufgrund der gewählten Konfiguration zu einer nicht zu vernachlässigenden Erhöhung gegenüber dem berechneten Widerstand führte. Darüber hinaus hängen die rechnerischen Ergebnisse der konkaven Stütze sehr stark von dem gewählten Zugversteifungsansatz ab.

finding. In addition to the consideration of an undesired eccentricity and the increase according to second-order effects, the cracking of the concrete should also have been taken into account during the determination of the internal forces. The external forces would have to be determined using bending moment curvature lines and the resulting bending lines with a successive load increase. As a result of the cracking of the concrete, a decrease in stiffness takes place. If the external internal forces increase faster than the internal ones, then no equilibrium can be established between the acting and resisting moments. Thus, a stability failure becomes decisive.

By increasing the width of the middle of the column, a new shape was determined for which the non-linear calculation promised an increased potential of approx. 50% (specimen ...N-3 in Table 4). Unfortunately, this could not be achieved again in the test, since the reference column achieved a higher load capacity and the optimised geometry a lower load capacity than calculated. One possible reason for this is that for both geometries an equal eccentricity, constant over the entire column height, was taken into account by calculation. However, the decisive factor for the failure of the reference column is the eccentricity at the column top or bottom, which can essentially be limited to the size of the existing hole tolerance. For the concave geometry, however, the effective eccentricity in the middle of the column is decisive, which can be considerably greater than the eccentricity at the column ends due to a column pre-deformation. Such a pre-deformation could even be measured in the test. A further possible reason is that due to the use of bolted socket bars at the column ends a higher reinforcement content was present than in the other areas, which led to a not negligible increase compared to the calculated resistance due to the selected configuration. Furthermore, the calculated results of the concave column depend very much on the chosen tension stiffening method.

4 Demonstrator

In Zusammenarbeit mit dem zweiten SPP-Projekt an unserem Institut „*Leichte Deckentragwerke aus geschichteten Hochleistungsbetonen*“ (s. S. 144 ff.) erfolgte zum Abschluss der zweiten Projektphase der Bau eines Demonstrators, s. S. 686 ff.

5 Zusammenfassung

In der ersten Phase des Forschungsprojekts lag der Fokus auf der Optimierung zentrisch gedrückter Stützen. Es konnte theoretisch und experimentell gezeigt werden, dass eine Formoptimierung für schlanke knickgefährdete Stützen sowohl für den Stabquerschnitt als auch für die Längsrichtung vorgenommen werden kann. In der zweiten Phase wurde die Formoptimierung außermittig belasteter Druckglieder thematisiert. Für überwiegend auf Biegung beanspruchte Stützen mit verhältnismäßig geringer Normalkraft konnte ein sehr großes Optimierungspotenzial nachgewiesen werden. Bei höheren Normalkräften wurde allerdings eine recht hohe Sensitivität hinsichtlich auftretender Imperfektionen festgestellt, wodurch derzeit nur eine materielle Optimierung und keine Formfindung empfohlen werden können.

Große Vorteile, vor allem auch für die wirtschaftliche Anwendung, sind derzeit im Fertigteilbau von Hallen denkbar, wo viele gleichartig überwiegend biegebeanspruchte stabförmige Bauteile zum Einsatz kommen und folglich der Einsparungseffekt pro Schal- und Bemessungsaufwand hoch wäre.

Danksagung

Die Autoren danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die Förderung des Projekts Nr. 198118038 innerhalb des Schwerpunktprogramms SPP 1542.

4 Demonstrator

In cooperation with the second SPP project at our institute "*Lightweight slab structures from layered high-performance concretes*" (see page 144 and following), a demonstrator was realized at the end of the second project phase, see page 686 et seq.

5 Summary

In the first period of the research project, the focus was on the optimisation of centrally pressed columns. It could be shown theoretically and experimentally that a shape optimisation for slender columns with buckling risk can be carried out both for the cross-section and for the longitudinal direction of the rod. In the second period, the optimisation of the shape of eccentrically loaded compression members was addressed. A very large optimisation potential could be demonstrated for columns with relatively low normal forces, which are predominantly subjected to bending loads. At higher normal forces, however, a quite high sensitivity to imperfections was found, so that at present only material optimisation and no form finding can be recommended.

Great advantages, above all also for economic applications, are currently thinkable in the pre-fabricated construction of halls, where many similarly predominantly bending loaded rod-shaped elements are used and consequently the saving effect per formwork and design effort would be high.

Acknowledgement

The authors would like to thank the German Research Foundation (DFG) for funding the project (number 198118038) within the Priority Programme SPP 1542.

Literatur | References

- [1] Schmidt, A.; Curbach, M.: Querschnittsadaption stabförmiger Druckbauteile. In: Scheerer, S.; Curbach, M. (Hrsg.): Leicht Bauen mit Beton – Forschung im SPP 1542, Förderphase 1, Dresden: Institut für Massivbau der TU Dresden, 2014, S. 26–35 – <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:14-qucosa-171350>
- [2] Schmidt, A.: Formoptimierung von Stützen. Diplomarbeit, TU Dresden, 2013
- [3] Schmidt, A.; Henke, M.; Fischer, O.; Curbach, M.: Formvariationen von Druckgliedern. Beton- und Stahlbetonbau 108 (2013) 11, S. 792–803 – DOI: 10.1002/best.201300053
- [4] Keller, J.: The Shape of the Strongest Column. Archive for Rational Mechanics and Analysis (1960) 5, S. 275–285
- [5] Frauenthal, J.: Constrained Optimal Design of Columns Against Buckling. Journal of Structural Mechanics 1 (1972) 1, S. 79–89
- [6] Clausen, T.: Ueber die Form architektonischer Säulen. Bulletin de la classe physicomathématique de l'académie impériale des sciences de Saint-Petersbourg 9 (1851), S. 370–380
- [7] Olhoff, N.; Rasmussen, S.: On Single and Bimodal Optimum Buckling Loads of Clamped Columns. International Journal of Solids and Structures 13 (1976) 7, S. 605–614
- [8] Kirmser, P. G.; Hu, K.: The Shape of the Ideal Column Reconsidered. The mathematical intelligencer 15 (1993) 3, S. 62–67
- [9] Schmidt, A.; Curbach, M.: Historische Betrachtungen zur Formoptimierung von Stützen. In: Krawtchuk, A.; Zimmermann, T.; Strauss, A. (Hrsg.): Werkstoffe und Konstruktionen – Innovative Ansätze 2013 – Festschrift zu Ehren von o.Univ.-Prof. DI Dr.techn. Dr.phil. Dr.-Ing.e.h. Konrad Bergmeister, MSc., Berlin: Ernst & Sohn, 2013, S. 19–26
- [10] Schmidt, A.; Curbach, M.: Design optimization to increase the (buckling) stability of concrete columns. Structural Concrete 18 (2017) 5, S. 680–692 – DOI: 10.1002/suco.201600183
- [11] Schmidt, A.; Curbach, M.: Zentrische Druckversuche an schlanken UHPC-Stützen. Beton- und Stahlbetonbau 111 (2016) 9, S. 588–602 – DOI: 10.1002/best.201600027
- [12] Kollbrunner, C.; Meister, M.: Knicken: Theorie und Berechnung von Knickstäben, Knickvorschriften. Berlin/Göttingen/Heidelberg: Springer, 1955, hier: S. 5/6
- [13] Bornemann, R.; Schmidt, M.; Fehling, E.; Midden-dorf, B.: Ultra-Hochleistungs-beton UHPC-Herstellung, Eigenschaften und Anwendungsmöglichkeiten. Beton- und Stahlbetonbau 96 (2001) 7, S. 458–467 – DOI:10.1002/best.200100550
- [14] Schmidt, A.; Curbach, M.: Architectural columns as a result of shape optimization. In: Bögle, A.; Grohmann, M. (Hrsg.): Interfaces: architecture. engineering.science – Proc. of the IASS Annual Symp. 2017, 25.–28.09.2017 in Hamburg, Hamburg: HCU und IASS, 2017, Beitrag Nr. 9253, Book of Abstracts: S. 152, Langfassung auf USB-Stick, 8 S.
- [15] DIN EN 1992-1-1:2011-01: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004 + AC:2010.
- [16] Mattheck, C.: Design in Nature. Berlin: Springer, 1998
- [17] Achenbach, M.; Edler, J.; Hellmig, R. J.; Mattheck, C.; Moldenhauer, H.; Sachs, W.; Tesari, I.: Entwicklung von effizienten, einfach anzuwendenden Konstruktionsprinzipien für technische Bauteile nach dem Vorbild der Natur. Schlussbericht zum BMBF-Verbundprojekt, Bad Laasphe / Eggenstein-Leopoldshafen / Rödermark / Engen-Welschingen, 2010
- [18] Schwiteilo, K.: Concrete columns formed by nature. In: Müller, H. S.; Haist, M.; Acosta, F. (Hrsg.): Proc. of the 9th fib Int. PhD Symp. in Civil Engineering, 22.–25.07.2012 am KIT Karlsruhe, Karlsruhe: KIT Scientific Publ., 2012, S. 303–308
- [19] Mehmel, A.; Schwarz, H.; Kasperek, K. H.; Makovi, J.: Tragverhalten ausmittig beanspruchter Stahlbetondruckglieder. In: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb, Hrsg.): Schriftenreihe des DAfStb, Heft Nr. 204, Berlin: Ernst & Sohn, 1969
- [20] Graubner, C.-A.; Kempf, S.: Mindestbewehrung in Betontragwerken. Warum und Wieviel? Beton- und Stahlbetonbau 95 (2000) 2, S. 72–80 – DOI: 10.1002/best.200000130
- [21] DIN EN 12390-1:2012-12: Prüfung von Festbeton - Teil 1: Form, Maße und andere Anforderungen für Probekörper und Formen; Deutsche Fassung EN 12390-1:2012.

Bildnachweise | Picture credits

- Alle Bilder: Angela Schmidt; Ausnahmen: Bild 5: Gregor Schacht, Bild 6 rechts: Kollegen des Otto Mohr-Laboratoriums, Bild 9: Katrin Schwiteilo. Die Bilder 1–9 wurden bereits vorab publiziert und erscheinen hier in modifizierter Form; Erstveröffentlichungen in [10] (Bilder 1, 2; basierend auf [2]), [9] (Bilder 3–6), [14] (Bilder 7, 8) und [18] (Bild 9).
- All pictures: Angela Schmidt; exceptions: Fig. 5: Gregor Schacht, Fig. 6 right: colleagues of the Otto Mohr Laboratory, Fig. 9: Katrin Schwiteilo. Fig. 1–9 have already been published in advance and appear here in modified form; first publications in [10] (Fig. 1, 2; based on [2]), [9] (Fig. 3–6), [14] (Fig. 7, 8), and [18] (Fig. 9).

Projektdaten | Project data

Allgemeine Angaben | General information

Querschnittsadaption für stabförmige Druckbauteile

Cross sectional adaption for rod-shaped elements in compression

Antragsteller Applicant:	Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Manfred Curbach Institutsdirektor und Direktor des Otto-Mohr-Laboratoriums Institute's director and director of the Otto Mohr Laboratory
DFG-Geschäftszeichen DFG reference number:	CU 37/17-1/2 (Projektnummer Project number: 198118038)
Adresse Address:	TU Dresden, Institut für Massivbau, 01062 Dresden
Kontakt Contact:	+49 351 463 37660 manfred.curbach@tu-dresden.de https://tu-dresden.de/bu/bauingenieurwesen/imb
Berichts-/Förderzeitraum Reporting/funding period:	Phase I Period I: 01.07.2011–30.09.2014 Phase II Period II: 01.10.2014–30.09.2017 Kostenneutrale Verlängerung bis Cost-neutral extension up to: 30.06.2020
Team Team:	Angela Schmidt (01.04.2013–28.02.2018) Regine Ortlepp (01.10.2012–30.04.2013) Katrin Schwiteilo (01.07.2011–31.10.2012) Iurii Vakaliuk (01.02.2018–Projektende End of project) Marc Koschemann (01.02.2018–Projektende End of project)

Projektbezogene Publikationen | Project related publications

- Schwiteilo, K.: Concrete columns formed by nature. In: Müller, H. S.; Haist, M.; Acosta, F. (Hrsg.): Proc. of the 9th fib Int. PhD Symp. in Civil Engineering, 22.–25.07.2012 am KIT Karlsruhe, Karlsruhe: KIT Scientific Publ., 2012, S. 303–308
- Schmidt, A.; Curbach, M.: Historische Betrachtungen zur Formoptimierung von Stützen. In: Krawtschuk, A.; Zimmermann, T.; Strauss, A. (Hrsg.): Werkstoffe und Konstruktionen – Innovative Ansätze 2013 – Festschrift zu Ehren von o.Univ.-Prof. DI Dr.techn. Dr.phil. Dr.-Ing.e.h. Konrad Bergmeister, MSc., Berlin: Ernst & Sohn, 2013, S. 19–26
- Schmidt, A.; Curbach, M.; Henke, M.; Fischer, O.: Formvariationen von Druckgliedern. Beton- und Stahlbetonbau 108 (2013) 11, S. 792–803 – DOI: 10.1002/best.201300053
- Schmidt, A.; Curbach, M.: Querschnittsadaption stabförmiger Druckbauteile. In: Scheerer, S.; Curbach, M. (Hrsg.): Leicht Bauen mit Beton – Forschung im SPP 1542, Förderphase 1, Dresden: Institut für Massivbau der TU Dresden, 2014, S. 26–35 – <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:14-qucosa-171350>
- Schmidt, A.; Curbach, M.: Buckling failure of columns – with form variations to higher load capacities. In: KIVI (Hrsg.): Future Visions – Proc. of the Int. Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symp. 2015, 17.–20.08.2015 in Amsterdam (Niederlande), 2015, Beitrag Nr. IASS2015-501715, publ. auf USB-Stick, 12 S.
- Schmidt, A.; Curbach, M.: Zentrische Druckversuche an schlanken UHPC-Stützen. Beton- und Stahlbeton 111 (2016) 9, S. 588–602 – DOI: 10.1002/best.201600027
- Schmidt, A.; Curbach, M.: Architectural columns as a result of shape optimization. In: Bögle, A.; Grohmann, M. (Hrsg.): Interfaces: architecture.engineering.science – Proc. of the IASS Annual Symp. 2017, 25.–28.09.2017 in Hamburg, Hamburg: HCU und IASS, 2017, Beitrag Nr. 9253, Book of Abstracts: S. 152, Langfassung auf USB-Stick, 8 S.
- Schmidt, A.; Curbach, M.: Design optimization to increase the (buckling) stability of concrete columns. Structural Concrete 18 (2017) 5, S. 680–692 – DOI: 10.1002/suco.201600183

Qualifikation wissenschaftlichen Nachwuchses im Rahmen des Projektes | Qualification of young academics within the framework of the project

Dissertation | Dissertation

- Schmidt, A.: Formoptimierung schlanker Betondruckglieder. 2022

Studienarbeiten | Student's research projects

- Schmidt, A.: Form follows force – Optimierung der Geometrie von Stützen. Projektarbeit, 2013
- Schmidt, A.: Formoptimierte Stützen. Diplomarbeit, 2013
- Müller, E.: Lasteinleitung in Stützen bei experimentellen Untersuchungen. Projektarbeit, 2014
- Scheffler, A.: Reduzierung der Kerbspannungen im Anschlussbereich Stütze/Decke. Projektarbeit, 2014
- Schwarz, R.: Entwurf und Berechnung einer formoptimierten Fahrradüberdachung. Diplomarbeit, 2017

Folgeprojekt | Follow-up project

- SFB/TRR 280: Konstruktionsstrategien für materialminimierte Carbonbetonstrukturen – Grundlagen für eine neue Art zu bauen | CRC/Transregio 280: Design strategies for material-minimised carbon reinforced concrete structures – principles of a new approach to construction

Sprecher Speaker:	Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Manfred Curbach
Förderer Funding:	Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) / SFB/TRR 280
Förderzeitraum Funding period:	seit since: 01.07.2020
Partner Partners:	25 Forschende der TU Dresden, der RWTH Aachen University und des ipf Dresden e.V. 25 researchers of TU Dresden, RWTH Aachen University and ipf Dresden e.V.

Sonstige Aktivitäten | Special activities

- 2012, Regine Ortlepp: Preis beim SPP-internen Hornbach-Wettbewerb (Entwurf eines Winkelstützelements) | Winner of SPP 1542 Hornbach Competition (Design of a cantilever wall element)
- 2013, Angela Schmidt: Gottfried-Brendel-Preis für Projektarbeit | Gottfried Brendel Prize for Project Work
- 2014, Angela Schmidt: Kurt-Beyer-Preis für Diplomarbeit | Kurt Beyer Prize for Diploma Thesis
- 2019–2021: Realisierung eines Demonstrators, ausgestellt im Deutschen Museum München | Realisation of a demonstrator for long-term use in the Deutsches Museum in Munich