

Nichtlineare Optimierung geometrisch definierter Fugen von räumlich gekrümmten Betonfertigteilen mit isogeometrischen Verfahren | Non-linear optimization of geometrically defined joints of spatially curved prefabricated concrete elements with isogeometric analysis

► Anna M. Bauer, Michael Breitenberger, Kai-Uwe Bletzinger
► Lehrstuhl für Statik, Technische Universität München

1 Ausgangsfragen und Zielsetzung des Projekts

Die Vision dieses Projektes ist es, einen durchgängigen Prozess zu entwickeln, der es erlaubt, den Entwurf, die Berechnung und die Fugenoptimierung von flächigen Strukturen aus Betonfertigteilen sehr einfach und effizient durchzuführen. Damit soll die Herstellung von freien Formen, wie beispielsweise „Blobs“ und Hängformen aus Beton, unterstützt und gefördert werden.

Den zentralen Kern des Projektes bildet die *isogeometrische B-Rep-Analyse* (IBRA) [1], [2]. Diese Methode wurde im Projekt neu entwickelt und ermöglicht die direkte Berechnung und Optimierung des CAD-Modells (CAD: *computer-aided design*), ohne dieses zu vernetzen, wie das bei der klassischen Finite-Elemente-Analyse (FEA) gemacht werden muss. IBRA basiert auf der *isogeometrischen Analyse* (IGA) [3]–[5] und verwendet für die Berechnung und Optimierung die gleichen Basisfunktionen sowie die gleiche Randbeschreibung (*boundary representation*, kurz B-Rep) und Topologie des CAD-Modells.

In CAD-Programmen werden üblicherweise NURBS (*non-uniform rational B-splines*) für die

1 Initial questions and objectives of the project

The vision of this project is to develop a continuous process that allows very easy and efficient design, calculation and joint optimization of surface-like structures made of precast concrete elements. This should support and encourage the production of free forms, such as “blobs” and hanging forms made of concrete.

The essential part of the project is the *isogeometric B-Rep analysis* (IBRA) [1], [2]. This method was newly developed in the project and enables the direct calculation and optimization of the CAD model (CAD: *computer-aided design*) without meshing it, as is necessary in classical finite element analysis (FEA). IBRA is based on the *isogeometric analysis* (IGA) [3]–[5] and uses the same basic functions for calculation and optimization as well as the same boundary representation (B-Rep) and topology of the CAD model.

In CAD programs, NURBS (*non-uniform rational B-splines*) are usually used for the representation of free-form geometries, since they allow a uniform description of analytical and free forms. Furthermore, intuitive modelling [6] is possible. Therefore, NURBS were used for the geometry descriptions in the project.

Darstellung von Freiformgeometrien verwendet, da diese eine einheitliche Beschreibung von analytischen und freien Formen ermöglichen und zudem intuitives Modellieren erlauben [6]. Deshalb wurden im Projekt NURBS für die Geometriebeschreibungen verwendet.

Mit IBRA ist es möglich, für den gesamten Prozess vom Entwurf in CAD über die Berechnung und Optimierung in *Computer Aided Engineering* (CAE) bis zur Herstellungsunterstützung mit *Computer Aided Manufacturing* (CAM) dasselbe Geometriemodell zu verwenden. Somit kann zum einen der gesamte Prozess wesentlich vereinfacht werden. Zum anderen können ganz neue Ansätze verfolgt werden, welche mit der klassischen Finite-Elemente-Methode (FEM) kaum denkbar sind. Mit IBRA eröffnen sich viele neue Möglichkeiten in den verschiedensten Bereichen, wie z. B. Formfindung, Strukturoptimierung und Fluid-Struktur-Interaktion, um nur einige zu nennen.

In diesem Projekt sollten die Potentiale von IBRA für die Fugenoptimierung erschlossen werden. IBRA ermöglicht eine elegante Modellierung von geometrisch definierten Fugen und deren Optimierung. Außerdem lassen sich mit IBRA beliebige Versteifungen bzw. Rippen in der Schale berücksichtigen. Im Rahmen dieses Projektes sollte der Ansatz einer in einer gekrümmten Fläche integrierten Kinematik weiterentwickelt werden, um die Mechanik von Fugen und Rippen für Schalenmodelle mit dem Ziel zu berücksichtigen, Fertigbetonschalen zu berechnen und deren Fugenmuster zu optimieren. Neben den Entwurfskriterien (u. a. Steifigkeit, Gewicht, Kosten, Umweltverträglichkeit) und Nebenbedingungen (z. B. Festigkeiten, Herstellrestriktionen, Abmessungen) sollten zusätzliche praxisrelevante Aspekte, wie z. B. die geometrische Ausbildung der Fugen und die Stabilität für unterschiedliche Lastfallkombinationen, berücksichtigt werden. Diese Aspekte müssen bei der Fugenoptimierung beachtet werden, um die entwickelte Methode für die Praxis verwenden zu können.

With IBRA, it is possible to use the same geometry model for the entire process, i.e. from design in CAD to calculation and optimization in Computer Aided Engineering (CAE) to supporting manufacturing with Computer Aided Manufacturing (CAM). On the one hand, the entire process can thus be simplified considerably. On the other hand, completely new approaches can be pursued, which are hardly conceivable with the classic finite element method (FEM). IBRA opens up many new possibilities in a wide variety of fields, such as form finding, structural optimization and fluid-structure interaction, to name just a few.

The aim of this project was to unlock the potential of IBRA for joint optimization. IBRA enables elegant modelling of geometrically defined joints and their optimization. In addition, IBRA can be used to consider any stiffeners or ribs in the shell. Within the scope of this project, the approach of kinematics integrated in a curved surface, which considers the mechanics of joints and ribs for shell models, should be further developed with the aim of calculating precast concrete shells and optimizing their joint patterns. In addition to the design criteria (including stiffness, weight, costs, environmental compatibility) and constraints (e.g. strength, manufacturing restrictions, dimensions), additional practical aspects, such as the geometric design of the joints and the stability for different load combinations, should be considered. These aspects have to be taken into account in the joint optimization in order to use the developed method in practice.

The shapes of the shells can basically be chosen freely for the presented approach. However, mechanically motivated forms are desirable, such as forms that have been developed according to the hanging principle [7], [8]. Due to better load transfer, the shells can be made thinner. A modern example of a mechanically motivated structure is the roof of the bus and tram stop "Münchner Freiheit" (Fig. 1). Its shape follows the principle of a hanging model and is made of prefabricated steel elements.



Bild 1: Dach der Bus- und Trambahnhaltestelle „Münchner Freiheit“ in München | **Fig. 1:** Roof of the bus and tram stop “Münchner Freiheit” in Munich

Für den gewählten Ansatz können die Formen der Schalen grundsätzlich frei gewählt werden. Anzustreben sind jedoch mechanisch motivierte Formen, wie beispielsweise Formen, welche nach dem Hängeprinzip entwickelt worden sind [7], [8]. Damit können die Schalen aufgrund der besseren Lastabtragung schlanker gebaut werden. Ein modernes Beispiel für eine mechanisch motivierte Struktur ist das Dach der Bus- und Trambahnhaltestelle „Münchner Freiheit“ (Bild 1). Dieses ist nach dem Hängeprinzip geformt und aus Stahl-Fertigteilen gefügt.

Mit dem hier abschließend vorgestellten Projekt soll das Bauen solcher Strukturen mit Betonfertigteilen gefördert werden. Die Kosten sollten dabei durch computergestützte Fertigteilherstellung und den effizienten Montagevorgang niedrig gehalten werden. Die Kombination aus computergestützten Entwurfswerkzeugen, modernsten Materialien und automatisierten Fertigteilproduktion birgt erhebliche Potentiale für anspruchsvolles, nachhaltiges und kostengünstiges Bauen. Die daraus resultierenden Visionen für einen gesamtheitlichen, digitalen Entwurfsprozess sind z. B. Gegenstand des neu eingerichteten SPP 2187 [9] und wurden über die speziellen Fragestellungen des Projektes hinaus nicht verfolgt. Gleichwohl gelangen mit der Entwicklung von IBRA wichtige Vorarbeiten, die eine derartige Weiterentwicklung mit großen Erfolgsaussichten geradezu aufdrängt.

Was die aus Fertigteilen zusammengesetzte Schale betrifft, hilft die bildhafte Vorstellung

The project presented here had the intent to support the construction of such structures with precast concrete elements. Computer-aided precast manufacturing and an efficient assembly process should keep the costs low. The combination of computer-aided design tools, state-of-the-art materials and automated production of precast elements holds considerable potential for sophisticated, sustainable and cost-effective construction. The resulting visions for a holistic, digital design process are, for example, the subject of the newly established SPP 2187 [9] and were not pursued beyond the specific issues of the project. Nevertheless, with the development of IBRA, important preliminary work has been achieved which virtually imposes such a further development with great prospects of success.

The turtle shell illustrates a shell composed of several parts (cf. Fig. 2). Just as the segments of the turtle shell are optimally arranged, the joints for the concrete shells should also be optimally positioned. The optimization criterion can be freely selected. For example, the costs should be minimized while ensuring stability and taking into account different load combinations. It should also be possible to individually adjust the material properties in the individual precast elements in order to achieve the defined optimization targets for the individual segment (production, formwork technology, material and thickness distribution), the complete shell (overall load-bearing behaviour, stability), costs (joint length, material, production, joining technology) as well as sustainability and environ-

eines Schildkrötenpanzers (vgl. Bild 2). So wie bei der Schildkröte die Segmente optimal angeordnet sind, sollten die Fugen für die Betonschalen ebenfalls optimal positioniert werden. Das Optimierungskriterium kann dabei frei gewählt werden. Beispielsweise sollten die Kosten, bei gleichzeitiger Gewährleistung der Stabilität und Berücksichtigung unterschiedlicher Lastfallkombinationen, minimiert werden. Für die Optimierung sollten auch die Materialeigenschaften in den einzelnen Fertigteilen individuell eingestellt werden können, um die definierten Optimierungsziele für das einzelne Segment (Herstellung, Schalungstechnik, Material- und Dickenverteilung), die komplette Schale (Gesamttragverhalten, Stabilität), Kosten (Fugenlänge, Materialaufwand, Herstellung, Fügetechnik) sowie Nachhaltigkeits- und Umweltkriterien (Dauerhaftigkeit, Energieaufwand, Recyclingfähigkeit) zu erreichen.

2 Entwicklung der durchgeführten Arbeiten einschließlich Abweichungen vom ursprünglichen Konzept, ggf. wissenschaftliche Fehlschläge, Probleme in der Projektorganisation oder technischen Durchführung

Das Projekt war sehr erfolgreich und führte u. a. zur Promotion von Herrn Michael Breitenberger [2]. Der Kernpunkt – die Entwicklung und Umsetzung des neuartigen IBRA-Konzeptes – wurde erfolgreich umgesetzt. Die Neuartigkeit

mental criteria (durability, energy expenditure, recyclability).

2 Progress of the work carried out, including deviations from the original concept, scientific failures, problems in project organization or technical implementation, if any

The project was very successful and led, among other things, to the doctorate of Michael Breitenberger [2]. The key point – the development and implementation of the novel IBRA concept – was successfully completed. The novelty of the procedure allowed a very intensive and successful publication activity, which was supported by the great general attractiveness of isogeometric analysis (IGA). The extension of IGA to the consistently implemented B-Rep model as well as the development of arbitrarily parameterized and trimmed patches for IGA is the methodologically significant contribution of the working group. In the meantime, the IBRA format has been adopted by leading commercial software solutions (ANSA by BETA CAE Systems) with good prospects for a commercial standard.

At the time of the preparation of the proposal, it was originally planned to determine the joint geometry by means of a further development of the SIMP method of topology optimization. Instead of the usual topology of a rigid system, we would have determined the topology of a



Bild 2: Schildkrötenpanzer als Analogie zu Schalen, zusammengesetzt aus Betonfertigteilen | **Fig. 2:** Turtle shell as analogy to shells, which are composed by prefabricated concrete components

des Verfahrens erlaubte eine sehr intensive und erfolgreiche Publikationstätigkeit, was durch die große, allgemeine Attraktivität der isogeometrischen Analyse (IGA) gefördert wurde. Die Erweiterung von IGA auf das konsequent umgesetzte B-Rep-Modell sowie die Erschließung beliebig parametrisierter und getrimmter Patches für IGA ist der methodisch bedeutende Beitrag der Arbeitsgruppe. Inzwischen wurde das IBRA-Format von führenden, kommerziellen Softwarelösungen (ANSA von BETA CAE Systems) übernommen mit guter Aussicht für einen kommerziellen Standard.

Zur Zeit der Ausarbeitung des Antrags war ursprünglich geplant, die Fugengeometrie mithilfe einer Weiterentwicklung des SIMP-Verfahrens der Topologieoptimierung zu ermitteln. Anstatt wie üblich die Topologie eines steifen Systems hätten wir die Topologie eines geschwächten Fugenmusters ermittelt, was theoretisch wie methodisch eine sehr reizvolle Forschungsidee darstellt. Erste Untersuchungen wurden diesbezüglich angestellt, aber schlussendlich nicht weiterverfolgt, s. Abschnitt 3.6. Eine Abwägung der Potentiale führte zur Entscheidung, das Thema zugunsten der IBRA-Methode zu modifizieren, insbesondere was deren Vorteile bei der Erfassung realistischer Geometrien und Konstruktionsformen sowie die Einbettung in eine durchgängige, digitale Entwurfskette betrifft. Der Erfolg hat dies bestätigt.

Für die Abbildung der Fugenkinematiken wurden das IGA/IBRA-Grundkonzept erweitert und verschiedene Varianten entwickelt. Diese können jeweils an den vorliegenden Fugentyp

weakened joint pattern, which is a very attractive research idea both theoretically and methodically. Initial investigations were carried out in this regard, but were ultimately not pursued further, see Section 3.6. A weighing of the potentials led to the decision to modify the topic in favour of the IBRA method, especially with regard to its advantages in capturing realistic geometries and design shapes and its embedding in a continuous, digital design chain. The success has confirmed this.

The basic IGA/IBRA concept was extended, and different variants were developed for the representation of joint kinematics. These can each be adapted and combined to the existing joint type. The concept allows a smooth workflow from design to execution planning. While working on the assignment of the optimization of the joint positions, it turned out that these are mainly dominated by geometrical boundary conditions such as component dimensions (see Fig. 3) and therefore no general statements can be made about the optimal position.

In addition, due to their double curvature, shells can transfer any load almost arbitrarily, which is why the optimization does not provide clear and often not very useful results. For this reason, during the course of the project the focus was set on the full CAD integration of the results obtained, which additionally justified the fundamental change in the research approach. Since the process is fully integrated and can be automated, an optimization adapted to the respective project constraints is possible.

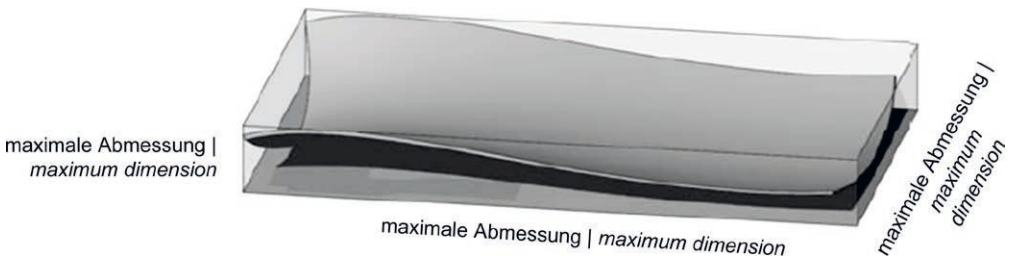


Bild 3: Nebenbedingung: Maximale Abmessungen (Länge, Breite, Höhe) für ein Betonfertigteil | **Fig. 3:** Constraint: maximum dimensions (length, width, height) of a precasted concrete element



Bild 4: Raststätte Deitingen Süd von Heinz Isler in der Schweiz | Fig. 4: Highway service area Deitingen south by Heinz Isler in Switzerland

angepasst und kombiniert werden. Dieses Konzept erlaubt einen flüssigen Arbeitslauf von der Entwurfs- bis zur Ausführungsplanung. Beim Arbeitspunkt der Optimierung der Fugenpositionen stellte sich heraus, dass diese hauptsächlich von geometrischen Randbedingungen, wie Bauteilabmessungen (s. Bild 3) dominiert wird und deswegen keine allgemeinen Aussagen über die optimale Position getroffen werden können.

Darüber hinaus können Schalen wegen ihrer doppelten Krümmung jede Belastung nahezu beliebig umlagern, weshalb die Optimierung keine eindeutigen und oft wenig brauchbaren Ergebnisse liefert. Deswegen wurde im Laufe des Projektes der Fokus auf die volle CAD-Integrierung der erarbeiteten Ergebnisse gelegt, was die grundsätzliche Änderung des Forschungsansatzes zusätzlich rechtfertigte. Da der Ablauf vollständig integriert ist und automatisiert werden kann, ist eine Optimierung angepasst an die entsprechenden Projektrandbedingungen möglich.

3 Darstellung der erreichten Ergebnisse

3.1 Isogeometrische Analyse (IGA)

Die *isogeometrische Analyse* ist eine Finite-Elemente-Methode, welche für die Lösung dieselben Basisfunktionen verwendet wie die CAD-Geometriebeschreibung [3]. In den meisten Fällen werden dafür NURBS-Funktionen [6] verwendet, da diese in den meisten CAD-Programmen für die Beschreibung von Freiformflächen

3 Outline of the achieved result

3.1 Isogeometric analysis (IGA)

The *isogeometric analysis* is a finite element method, which uses the same basic functions as the CAD geometry description [3]. In most cases, NURBS functions [6] are used for this purpose, as these are used in most CAD programs for the description of free-form surfaces. Fig. 5 shows, for example, the NURBS representation of the Deitingen Süd service station by Heinz Isler from Fig. 4. The shaping parameters for the front shell are shown as white dots.

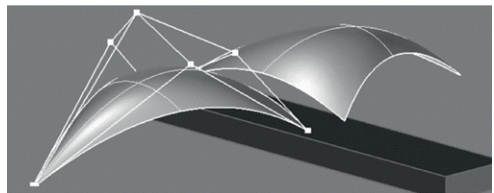


Bild 5: NURBS-modelliertes CAD-Modell der Raststätte Deitingen Süd | Fig. 5: CAD model of the highway service area Deitingen south modelled by NURBS

3.2 Isogeometric B-Rep analysis (IBRA)

In the project, the isogeometric B-Rep analysis was developed on the basis of isogeometric analysis. In addition to the basic functions, IBRA considers the boundary description (B-Rep) [1] and the topology of the CAD model. This means that the CAD model is used to approximate the solution. To ensure that the solution can be captured as accurately as possible, the CAD model is additionally refined. However, neither the

verwendet werden. In Bild 5 ist beispielsweise die NURBS-Darstellung der Raststätte Deitingen Süd von Heinz Isler aus Bild 4 gezeigt. Die formgebenden Parameter für die vordere Schale sind als weiße Punkte dargestellt.

3.2 Isogeometrische B-Rep Analyse (IBRA)

Im Projekt wurde auf Basis der isogeometrischen Analyse die isogeometrische B-Rep Analyse entwickelt. Dabei übernimmt IBRA zusätzlich zu den Basisfunktionen, die Randbeschreibung (B-Rep) [1] und die Topologie des CAD-Modelles. Das heißt, für die Approximation der Lösung wird das CAD-Modell verwendet. Damit die Lösung möglichst genau erfasst werden kann, wird das CAD-Modell zusätzlich verfeinert. Dabei ändern sich allerdings weder die Topologie, die Geometrie noch die Parametrisierung des CAD-Modells. IBRA ist ein allgemeiner und sehr vielversprechender Ansatz für die Integration von Entwurf und Berechnung, der in den verschiedensten Bereichen wie Formfindung, Dynamik, Strukturoptimierung eingesetzt werden kann.

Eine wichtige Komponente der IBRA-Methode ist die Berechnung von getrimmten NURBS-Flächen. Getrimmte Flächen sind nur zu Teilen sichtbare, ungetrimmte NURBS-Flächen, definiert durch eine Randbeschreibung im Parameterraum. Für die Analyse von getrimmten Flächen

topology, the geometry nor the parameterization type of the CAD model are changed. IBRA is a general and very promising approach for the integration of design and analysis that can be used in a wide range of areas such as form finding, dynamics and structural optimization.

An important component of the IBRA method is the analysis of trimmed NURBS surfaces. Trimmed surfaces are only partially visible, untrimmed NURBS surfaces defined by an edge description in the parameter space. An IBRA-consistent computation technique has been developed within this project, which allows a very efficient and accurate analysis of trimmed surfaces. This technique is based on a hidden Jacobi approach (adaptive Gaussian integration procedure, short AGIP), which was also developed in the project. For this approach, the visible area of a trimmed NURBS surface is parameterized with NURBS surfaces in the parameter space [1]. Thus, the visible area of the trimmed surface can be described explicitly (see Fig. 6).

3.3 Joining of individual segments – joint kinematics

First of all, the individual concrete segments must be joined together. This can be done by using strong or weak coupling methods.

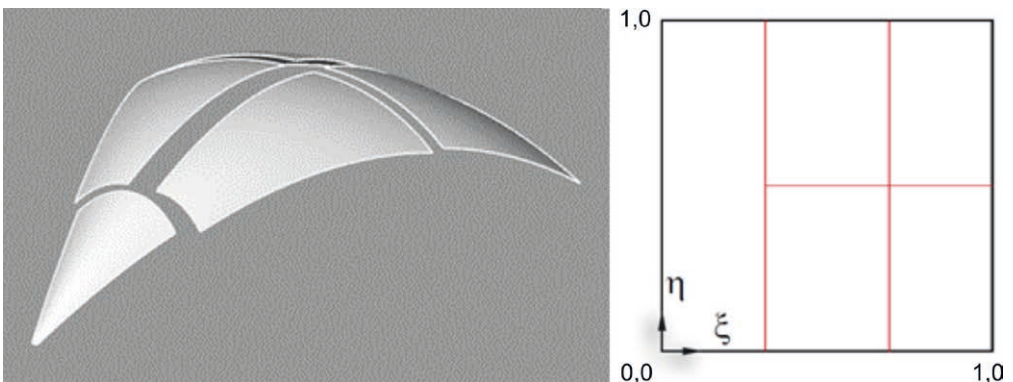


Bild 6: Segmentierte NURBS-Fläche aus Bild 5, zusammengesetzt aus getrimmten NURBS-Flächen (B-Rep Darstellung) mit dem entsprechenden Parameterraum; im Parameterraum ist die Randbeschreibung (Segmentierung) definiert | **Fig. 6:** Segmented NURBS surface of Fig. 5, assembled from several trimmed NURBS surfaces (B-Rep description) with their respective domain in the parameter space; the segmentation is defined in the parameter space

wurde im Rahmen dieses Projektes eine IBRA-konsistente Berechnungstechnik entwickelt, welche es erlaubt, getrimmte Flächen sehr effizient und genau zu berechnen. Diese Technik basiert auf einem versteckten Jacobi-Ansatz (*adaptive Gaussian integration procedure*, kurz AGIP), welcher ebenfalls im Projekt entwickelt wurde. Für diese Technik wird der sichtbare Bereich einer getrimmten NURBS-Fläche mit NURBS-Flächen im Parameterraum parametrisiert [1]. So kann der sichtbare Bereich der getrimmten Fläche explizit beschrieben werden (s. Bild 6).

3.3 Fügen einzelner Segmente – Fugenkinematiken

Zunächst einmal müssen die einzelnen Betonsegmente zusammengefügt werden. Dazu stehen starke und schwache Kopplungsmethoden zur Verfügung.

3.3.1 Starke Kopplung

Die starke Kopplung der Segmente, d. h. das Verwenden derselben Freiheitsgrade, ist nur im Spezialfall möglich. Für den speziellen Fall der Segmentierung einer Schale, die mit nur einem NURBS-Patch modelliert und durch Trimmen segmentiert wird, ist dies jedoch möglich. Die Segmente werden so gekoppelt, als ob keine Fuge vorhanden wäre.

3.3.2 Schwache Kopplung – Elementformulierung

Da in diesem Projekt aber explizit die Abbildung der Fuge im Tragverhalten ein Schwerpunkt ist, wurden weitere Varianten entwickelt. Die schwache Kopplung zur Umsetzung des allgemeinen Kopplungsfalles zweier unabhängig voneinander definierten NURBS-Flächen kann durch einen zusätzlichen Term in der virtuellen Arbeit abgebildet werden. Verschiedene Verfahren wie Penalty- und Lagrange-Multiplikatoren sind hierbei zielführend. Im Folgenden ist dieser zusätzliche Term mit dem Penaltyverfahren dargestellt, da dies eine schnelle und flexible Umsetzung und effiziente Rechenzeit ermöglicht. Die Kopplung wird hierbei, auch in Anlehnung an die Fugenkinematik, in einen

3.3.1 Strong coupling

The strong coupling of the segments, i.e. using the same degrees of freedom, is only possible in special cases. However, this is possible for the special case of segmenting a shell that is modelled with only one NURBS patch and segmented by trimming. The segments are coupled as if there were no joints.

3.3.2 Weak coupling – element formulation

However, since the modelling of the joint in the load-bearing behaviour is an explicit task of this project, further variants were developed. The weak coupling for implementing the general coupling case of two independently defined NURBS surfaces can be represented by an additional term in the virtual work. Different methods such as penalty method and Lagrange multipliers are useful in this context. In the following, this additional term is defined by the penalty method, since it allows a fast and flexible implementation and efficient computing time. The coupling is divided into a displacement (δW^{disp}) and a rotation part (δW^{rot}), also based on the joint kinematics. Each part receives its own penalty factor α_{disp} and α_{rot} , which acts like a spring between the two coupled surfaces.

$$\delta W^{\text{disp}} = \alpha_{\text{disp}} \int_{\Gamma} (\mathbf{u}^1 - \mathbf{u}^2) \cdot (\delta \mathbf{u}^1 - \delta \mathbf{u}^2) d\Gamma$$

$$\delta W^{\text{rot}} = \alpha_{\text{rot}} \int_{\Gamma} (\boldsymbol{\omega}^1 - \boldsymbol{\omega}^2) \cdot (\delta \boldsymbol{\omega}^1 - \delta \boldsymbol{\omega}^2) d\Gamma$$

If a high penalty factor is selected, the joined parts behave like a monolithic shell. If a lower penalty factor is chosen, the weakening of the shell can be represented by the joint. The spring stiffnesses can be determined by numerical or experimental tests. This is described in more detail in section 3.3.4.

3.3.3 Benchmark example – mainspring

The functionality of the formulation can be tested with a highly non-linear example. For this purpose, a thin plate strip is clamped on one of the narrow sides and a moment is applied to

Verschiebungs- (δW^{disp}) und einen Rotationsanteil (δW^{rot}) aufgeteilt. Jeder Teil erhält seinen eigenen Penaltyfaktor α_{disp} und α_{rot} , welcher wie eine Feder zwischen den beiden gekoppelten Flächen wirkt.

$$\delta W^{disp} = \alpha_{disp} \int_{\Gamma} (u^1 - u^2) \cdot (\delta u^1 - \delta u^2) d\Gamma$$

$$\delta W^{rot} = \alpha_{rot} \int_{\Gamma} (\omega^1 - \omega^2) \cdot (\delta \omega^1 - \delta \omega^2) d\Gamma$$

Wird ein hoher Penaltyfaktor gewählt, verhalten sich die gefügten Teile wie eine monolithische Schale. Bei geringerem Penaltyfaktor kann die Schwächung der Schale durch die Fuge abgebildet werden. Die Federsteifigkeiten können durch numerische oder experimentelle Versuche bestimmt werden. Dies wird genauer in Abschnitt 3.3.4 beschrieben.

3.3.3 Validierungsbeispiel – Uhrfeder

Die Funktionstüchtigkeit der Formulierung kann mit einem hochgradig nichtlinearen Beispiel getestet werden. Hierzu wird ein dünner Plattenstreifen an einer schmalen Seite eingespannt und auf der anderen Seite mit einem Moment M beansprucht. Für $M = 2 \pi E I / L$ rollt sich der Plattenstreifen zu einem exakten Kreis auf (Bild 7).

the other side. The flat plate strip rolls up into an exact circle if it is subjected to a tip moment $M = 2 \pi E I / L$ (Fig. 7).

Fig. 8 describes various coupling scenarios with increasing complexity. The mainspring was tested for all parameterizations. The weakly coupled, deformed strip for $M = M_{max}$ is shown in Fig. 9. All displacement fields agree very well with the analytical solution. For the non-matching and straight-trimmed patches, the error of the tip displacement as a function of the mesh refinement and the polynomial degree of the parameterization is shown in Fig. 10.

3.3.4 Determination of the spring stiffness

As already mentioned above, the spring stiffnesses of the different types of joints can be determined by experiments or numerical simulation. The connection types (see Fig. 11) were developed and experimentally tested in the SPP project by Prof. Harald Budelmann and Prof. Harald Kloft (page 50 seq.).

For the numerical simulation, the joints shown in Fig. 11 were modelled in Autodesk Simulation Mechanical 2017 [10] with 3D elements, see also [11]. All failure mechanisms occurring in the ten-

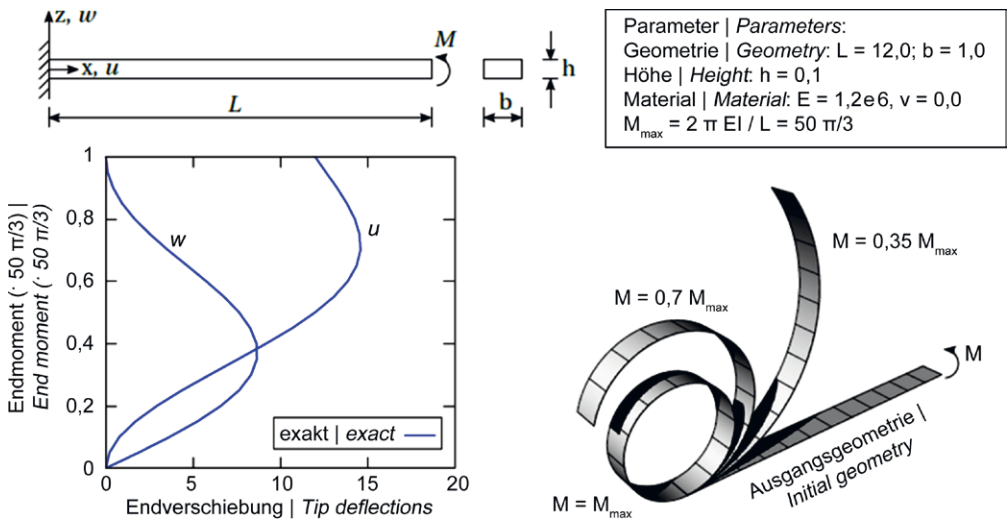


Bild 7: Uhrfeder – Beispielaufbau mit Referenzlösung | Fig. 7: Example of mainspring – problem description with reference solution

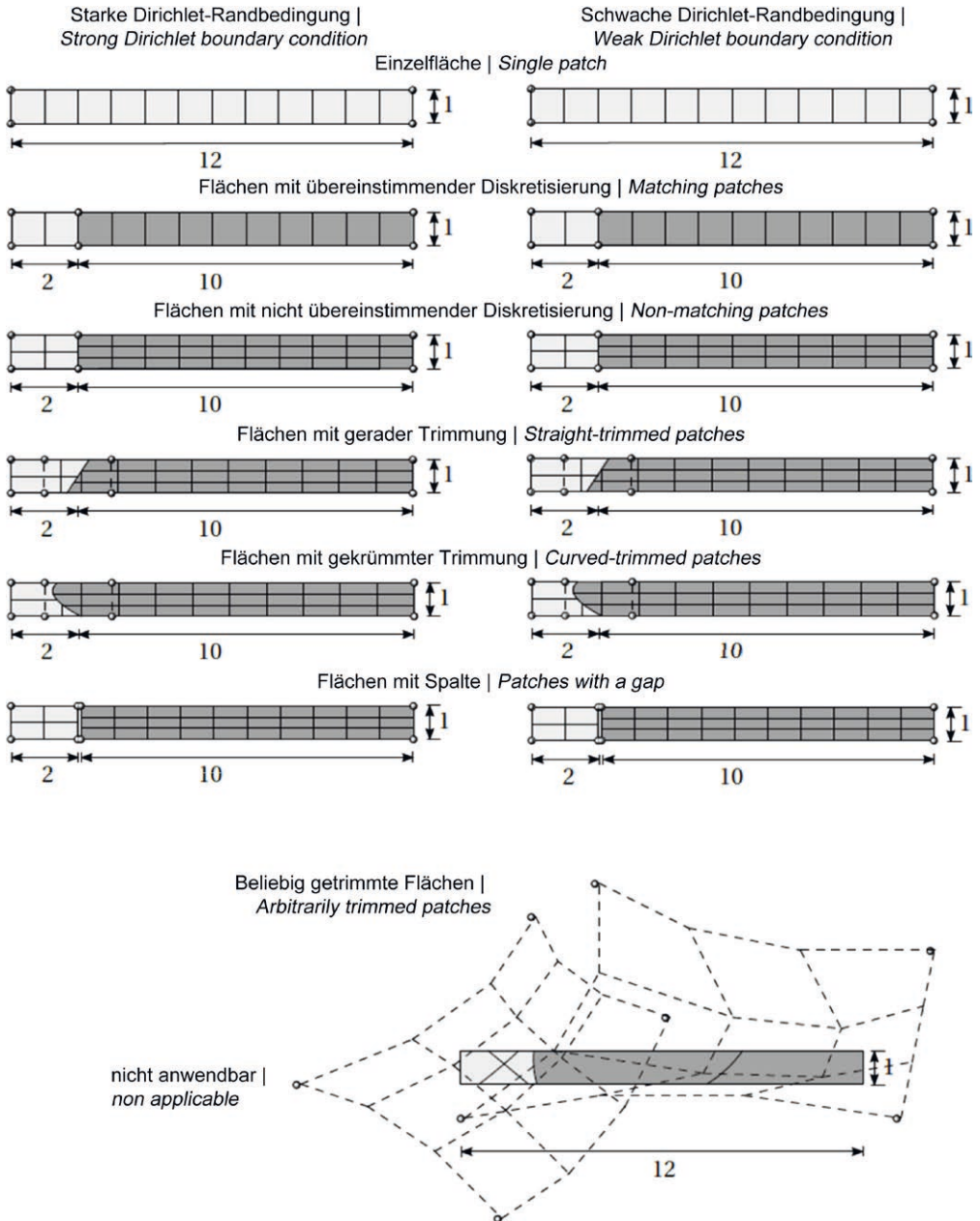


Bild 8: Verschiedene Geometriebeschreibungen des in Bild 7 dargestellten Problems. Die Punkte repräsentieren die charakteristischen Kontrollpunkte. Für alle mehrteiligen Geometrien wurde eine schwache Kopplung benutzt. Beide Arten für Dirichlet-Randbedingungen, stark und schwach, können verwendet werden. | **Fig. 8:** Different geometry descriptions of problem in Fig. 7. The points represent characteristic control points. For all multi-patch geometries, a weak coupling boundary condition is used. Both types of Dirichlet boundary conditions, strong and weak, can be used.

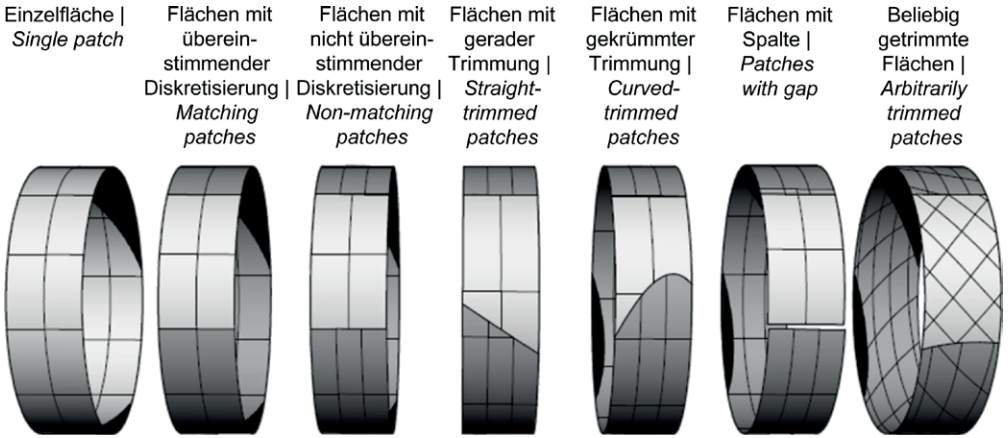


Bild 9: IBRA-Lösungen für das in Bild 7 dargestellte Problem mit $M = M_{max}$ mit den verschiedenen Geometriebeschreibungen aus Bild 8 | Fig. 9: IBRA solutions of the problem in Fig. 7 with $M = M_{max}$ using different geometry descriptions from Fig. 8

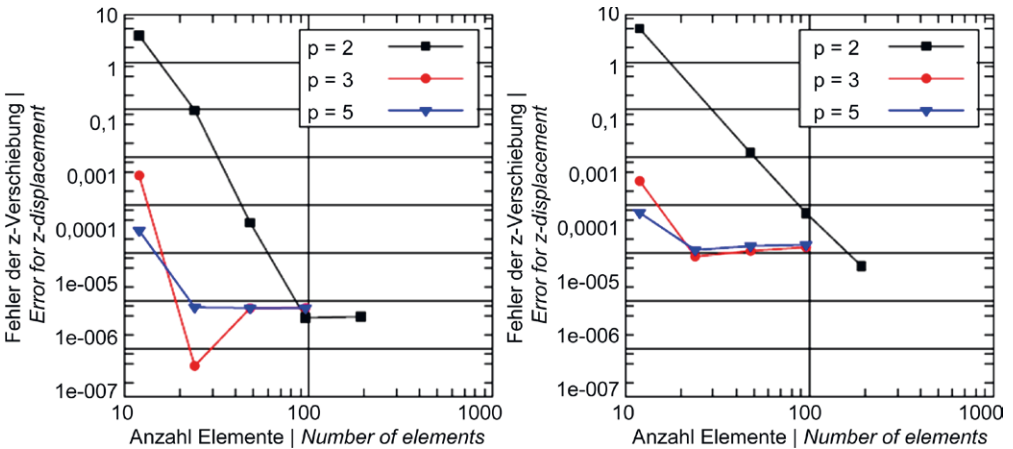


Bild 10: Fehler der Verschiebung in z-Richtung (Mitte der Spitze) für das in Bild 7 dargestellte Problem für verschiedene Polynomgrade mit $M = M_{max}$; links: non-matching patches, rechts: straight-trimmed patches | Fig. 10: Error of displacement in z-direction (middle of tip) for the problem in Fig. 7 by using different geometry descriptions with $M = M_{max}$; left: non-matching patches, right: straight-trimmed patches.

Bild 8 beschreibt verschiedene Kopplungsszenarien mit aufsteigender Komplexität. Für all diese Parametrisierungen wurde das Beispiel Uhrfeder getestet. Die Verformungsfigur für $M = M_{max}$ und schwache Kopplung wird in Bild 9 abgebildet. Alle Verschiebungsfelder stimmen sehr gut mit der analytischen Lösung überein. Für die *non-matching* und die *straight-trimmed patches* wird der Fehler der Spitzenverschiebung in Abhängigkeit der Netzfeinheit und des Polynomgrades der Parametrisierung in Bild 10 gezeigt.

sile (see Fig. 12) and the tensile bending tests (see Fig. 13) could be simulated. In total, there are three possible forms of failure, which were also confirmed by the FEM analysis. On the one hand, a shear failure of the tooth flanks or a tensile failure of the tooth necks can occur. On the other hand, an edge failure can occur, especially in the case of panel joint types with narrow edge pieces. The latter failure can be counteracted by a transverse strain restraint.

In the following, the test results (see Fig. 14 left) from the SPP project of Budelmann/Kloft for

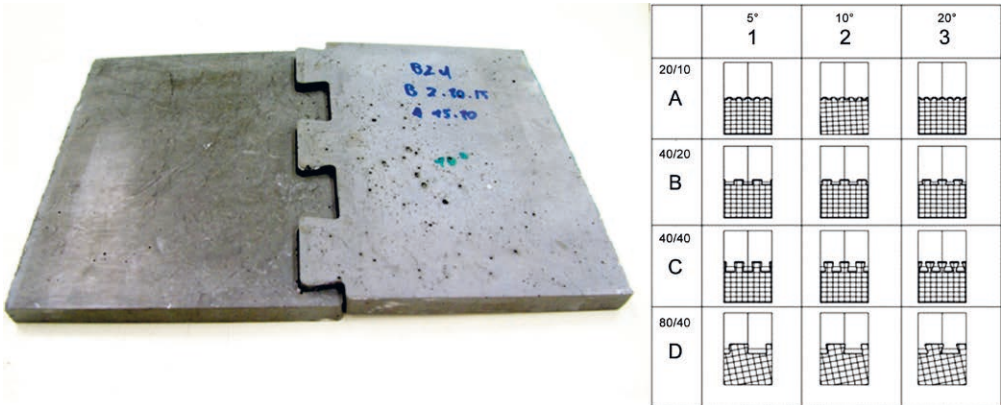


Bild 11: Trockenstoßverbindung aus UHPFRC (links) und Matrix der verschiedenen Plattenstoßtypen, die sich in den Abmessungen der Zähne und dem Flankenwinkel unterscheiden (rechts) | **Fig. 11:** Dry jointing system with UHPFRC (left) and matrix of different types of shell joints, characterized by tooth dimensions and angles (right) from Fig. 8

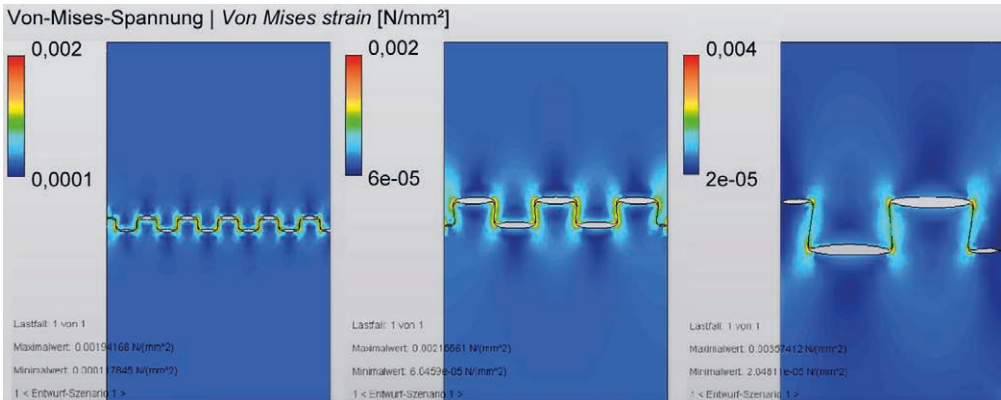


Bild 12: Spannungsverlauf bei Zugversuchen mit Querdehnungsbehinderung der Varianten A2, B2 und D2 (von links nach rechts, vgl. Bild 11); D2 zeigt eine deutlich ungleichmäßigere Verteilung der Spannung als die anderen beiden Verbindungen | **Fig. 12:** Stress distribution of tension test with restrained lateral strain of variants A2, B2 and D2 (from left to right, compare Fig. 11); D2 shows a more nonuniform distribution of stresses than the other two types of joints

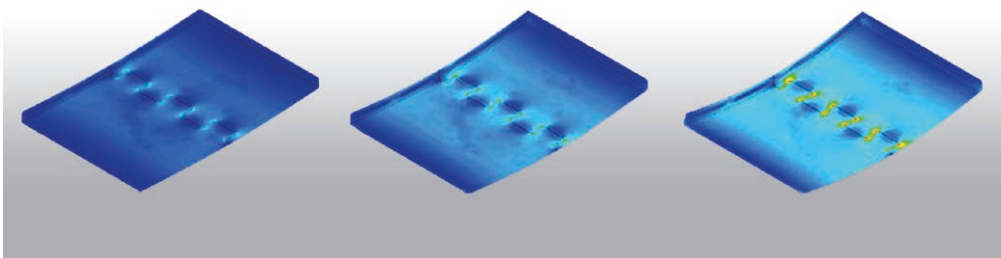


Bild 13: Spannungsverteilung zu drei verschiedenen Zeitpunkten während der Simulation eines Biegezugversuches mit dem Plattentyp B2 aus Bild 11 | **Fig. 13:** Stress distribution of three different time steps during the simulation of a bending tension test of type B2 acc. to Fig. 11

3.3.4 Ermittlung der Federsteifigkeiten

Wie bereits zuvor erwähnt, können die Federsteifigkeiten der verschiedenen Verbindungstypen über Experimente oder numerische Simulation bestimmt werden. Die Verbindungstypen (s. Bild 11) wurden im SPP-Projekt von Prof. Harald Budelmann und Prof. Harald Kloft (S. 50 ff.) entwickelt und experimentell getestet.

Für die numerische Simulation wurde exemplarisch die in Bild 11 dargestellte Verbindung mit 3D-Elementen in *Autodesk Simulation Mechanical 2017* [10] modelliert, s. a. [11]. Es konnten alle im Versuch auftretenden Versagensmechanismen für Zug- (s. Bild 12) und Biegezugversuche (s. Bild 13) nachempfunden werden. Insgesamt gibt es drei mögliche Versagensformen, die auch bei der FEM-Analyse bestätigt wurden. Zum einen kann ein Schubversagen der Zahnflanken oder ein Zugversagen der Zahnhäuse eintreten. Zum anderen kann besonders bei Plattenstoßtypen mit schmalen Randstücken ein Randbruch stattfinden. Durch eine Querdehnungsbehinderung kann letzterem Versagen entgegengewirkt werden.

Im Folgenden wurden die Versuchsergebnisse (s. Bild 14 links) aus dem SPP-Projekt von Budelmann/Kloft zur Ermittlung der Federsteifigkeiten im Kraft-Verschiebungs-Diagramm linear angenähert (s. Bild 14 rechts). Da in diesem Projekt nur elastische, nicht plastische oder spröde Materialgesetze verwendet wurden, ist für uns nur die Steifigkeit im nicht gerissenen Bereich von Bedeutung.

determining the spring stiffnesses were linearly approximated in the force-displacement diagram (see Fig. 14 right). Since only elastic and no plastic or brittle material laws were used in this project, only the stiffness in the non-cracked area is of importance for us.

Using the principle of virtual work, the rotational spring stiffness k_{ϕ} can be determined with the system described in Fig. 15. This results in

$$k_{\phi} = (F \cdot l^2) / (4 \cdot w)$$

The tension spring stiffness is determined analogously.

3.4 Embedded beams and curve-like modifications of the shell

Embedded curves are used to model curve-like properties in a surface structure. In a master's thesis [12] supervised by the Chair of Structural Analysis of the TUM, cables (stiffeners) integrated in membranes were successfully used for form finding. In the context of lightweight construction with concrete, this element can also be used for prestressing with bond. Stiffeners by beams were developed in [13] and can be used e.g. for the computation of beams, edge stiffeners or possible thickening, as required for some joining techniques. For joints, a negative stiffness can be used and thus the surface can be weakened on a curve-like area. In general, these embedded lines can be used for curve-like modifications of the shell with a respective element formulation.

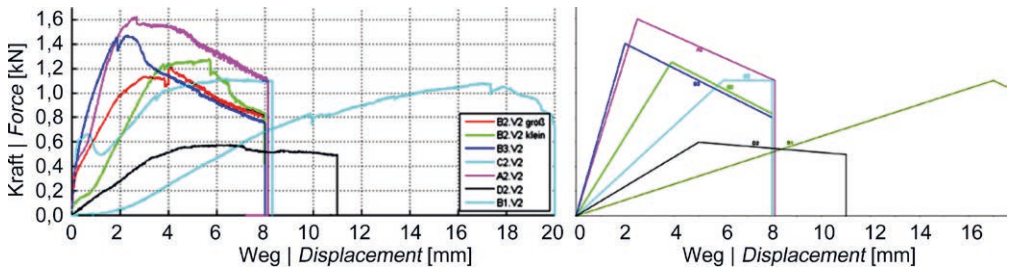


Bild 14: Kraft-Weg-Diagramm des 4-Punkt-Biegezugversuches der Platten A2, B1, B2, B3, C2 und D2 aus Bild 11 (links) und linear approximierete Verläufe der Graphen (rechts) | Fig. 14: Force-displacement plots of the 4-point bending tension test of the plate types A2, B1, B2, B3, C2 and D2 acc. to Fig. 11 and linear approximation of the plots (right)

1D-Fugemodell | 1D joint model

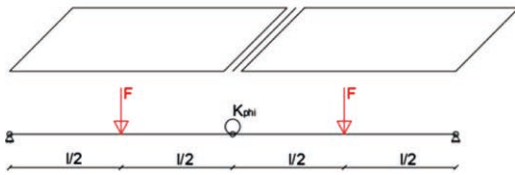
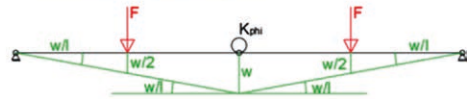


Bild 15: Darstellung des zweidimensionalen Systems mit einwirkenden Kräften, Verschiebungsfigur und Momentenverlauf | Fig. 15: Two-dimensional system with acting forces, displacements and bending moments

Verschiebung | Displacement



Moment | Moment



Über das Prinzip der virtuellen Arbeit kann die Rotationsfedersteifigkeit k_{ϕ} mit dem in Bild 15 beschriebenen System bestimmt werden. Sie ergibt sich zu

$$k_{\phi} = (F \cdot l^2) / (4 \cdot w)$$

Die Ermittlung der Zugfedersteifigkeit erfolgt analog.

3.4 Eingebettete Balken und linienförmige Modifikationen der Schale

Die eingebetteten Linien dienen zur Modellierung linienförmiger Eigenschaften in einem Flächentragwerk. In einer am Lehrstuhl für Statik der TUM betreuten Masterarbeit [12] wurden in Membranen integrierte Seile (Versteifung) für die Formfindung erfolgreich verwendet. Im Kontext Leichtbauten mit Beton lässt sich dieses Element auch für Vorspannungsseile mit festem Verbund einsetzen. Versteifungen durch Balken wurden in [13] entwickelt und können z. B. für die Berechnung von Unterzügen, Randversteifungen oder eventuellen Aufdickungen, wie bei einigen Fügeverfahren notwendig, verwendet werden. Für Fugen kann eine negative Steifigkeit eingesetzt und somit die Fläche linienförmig geschwächt werden. Generell können diese eingebetteten Linien mit der entsprechenden Elementformulierung zur linienförmigen Modifikationen der Schale verwendet werden.

Hierzu wird zunächst die Kurve im Parameterraum der Fläche definiert. Es wird ebenfalls eine NURBS-Kurvenbeschreibung verwendet, jedoch liegen die Kontrollpunkte \mathbf{P}_k nicht im Geometrieraum, sondern im Parameterraum. Durch eine Schachtelung der Parameterräume

For this purpose, the curve is defined in the parameter space of the surface. A NURBS curve description is used, but the control points \mathbf{P}_k are not in the geometry space but in the parameter space. Nesting the parameter spaces of curve and surface creates an implicit description of the curve \mathbf{C} in space.

$$\mathbf{C}(\theta^1) = \sum_i \sum_j R_{ij,pq} (\sum_k R_{k,r}(\theta^1) \cdot \mathbf{P}_k) \cdot \mathbf{P}_{ij}$$

Fig. 16 shows the NURBS surface and the corresponding parameter space in which the parameter curve is defined. A base coordinate system \mathbf{B}_i along the curve is given for corresponding element formulations.

As an example, the embedded beam formulation is briefly shown here. This is derived from the continuum. The following description results for each point of the continuum of the beam (see also Fig. 17).

$$\mathbf{X}(\theta^1, \theta^2, \theta^3) = \mathbf{X}_c(\theta^1) + \theta^2 \cdot \mathbf{B}_2 + \theta^3 \cdot \mathbf{B}_3$$

The Green-Lagrange strain can be determined as follows.

$$E_{ij} = \frac{1}{2} (g_{ij} - G_{ij})$$

with: $G_{ij} = G_i \cdot G_j$ and $G_i = \partial \mathbf{X} / \partial \theta^i$

With the energetically conjugated 2nd Piola-Kirchhoff stress measure $\mathbf{S} = E_{mod} \cdot \mathbf{E}$, the following additional term results in the principle of virtual work:

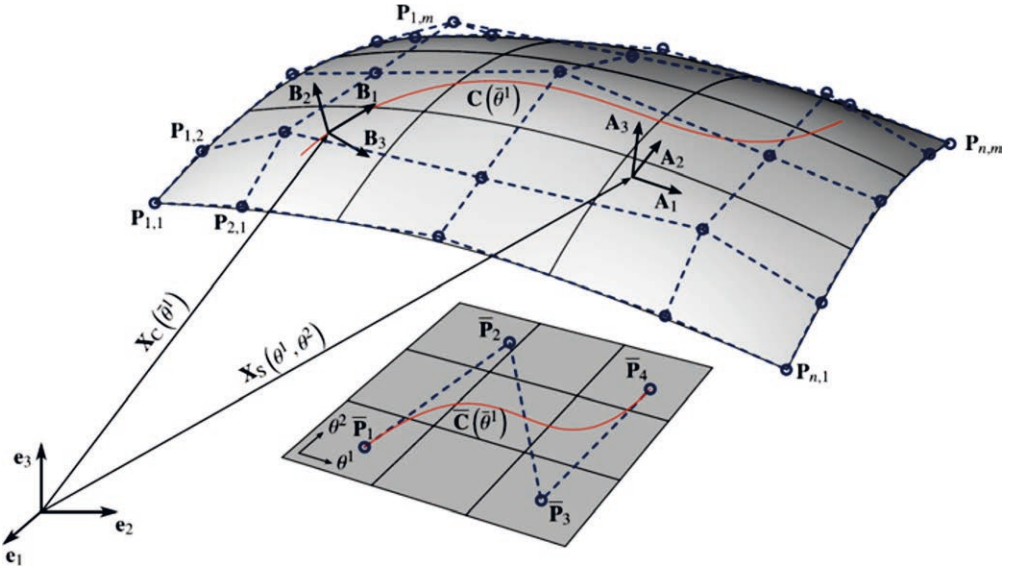


Bild 16: Fläche mit eingebetteter Kurve im Parameterraum und deren Basiskoordinatensystem **B** im Geometrieraum | **Fig. 16:** Surface with embedded curve in the parameter space and its base coordinate system **B** in the geometry space

von Kurve und Fläche entsteht eine implizite Beschreibung der Kurve **C** im Raum.

$$\mathbf{C}(\theta^1) = \sum_i \sum_j R_{ij,pq} (\sum_k R_{k,r}(\theta^1) \cdot \mathbf{P}_k) \cdot \mathbf{P}_{ij}$$

Bild 16 zeigt die NURBS-Fläche und den zugehörigen Parameterraum, in welchem die Parameterkurve definiert ist. Ein Basiskoordinatensystem **B**, entlang der Kurve ist für entsprechende Elementformulierungen gegeben.

Exemplarisch wird hier kurz die eingebettete Balkenformulierung gezeigt. Diese wird aus dem Kontinuum abgeleitet. Es ergibt sich folgende Beschreibung für jeden Punkt des Kontinuums des Balkens (s. a. Bild 17).

$$\mathbf{X}(\theta^1, \theta^2, \theta^3) = \mathbf{X}_c(\theta^1) + \theta^2 \cdot \mathbf{B}_2 + \theta^3 \cdot \mathbf{B}_3$$

Das Green-Lagrange-Verzerrungsmaß lässt sich nun wie folgt bestimmen:

$$E_{ij} = \frac{1}{2} (g_{ij} - G_{ij})$$

mit: $G_{ij} = G_i \cdot G_j$ und $G_i = \partial X / \partial \theta^i$

$$\begin{aligned} \delta W^{\text{Beam}} &= \int_{\Gamma} \mathbf{S} : \delta \mathbf{E} \, d\Gamma \\ &= \int_{\Gamma} E / \|\mathbf{B}_1\|^4 \cdot (A \, \varepsilon \, \delta \varepsilon + I_{B3} \, \kappa_{21} \, \delta \kappa_{21} + I_{B2} \, \kappa_{31} \, \delta \kappa_{31}) \\ &\quad + G I_{B1} / \|\mathbf{B}_1\|^2 \cdot (0.5 \, \kappa_{23} \, \delta \kappa_{23} + 0.5 \, \kappa_{32} \, \delta \kappa_{32}) \, d\Gamma \end{aligned}$$

For the cable formulation, this term is simplified to the stiffness in tangential direction by setting the bending stiffnesses to zero:

$$\delta W^{\text{Cable}} = \int_{\Gamma} \mathbf{S} : \delta \mathbf{E} \, d\Gamma = \int_{\Gamma} E \, A / \|\mathbf{B}_1\|^4 \cdot \varepsilon \cdot \delta \varepsilon \, d\Gamma$$

Fig. 18 shows the embedded beam formulation in application. A curved embedded line (blue) is inserted in the middle of a slab under its own weight, which is simply supported on the left and right. The uppermost illustration shows the displacement of the slab without a beam. Below this, the stiffening effect of a beam with positive cross-section is shown. At the bottom, the beam inserted with negative stiffness affects the displacement shape. A kink can be perceived.

3.5 Embedded surfaces

For the simulation of less local, wider effects, embedded surfaces can be used. These are de-

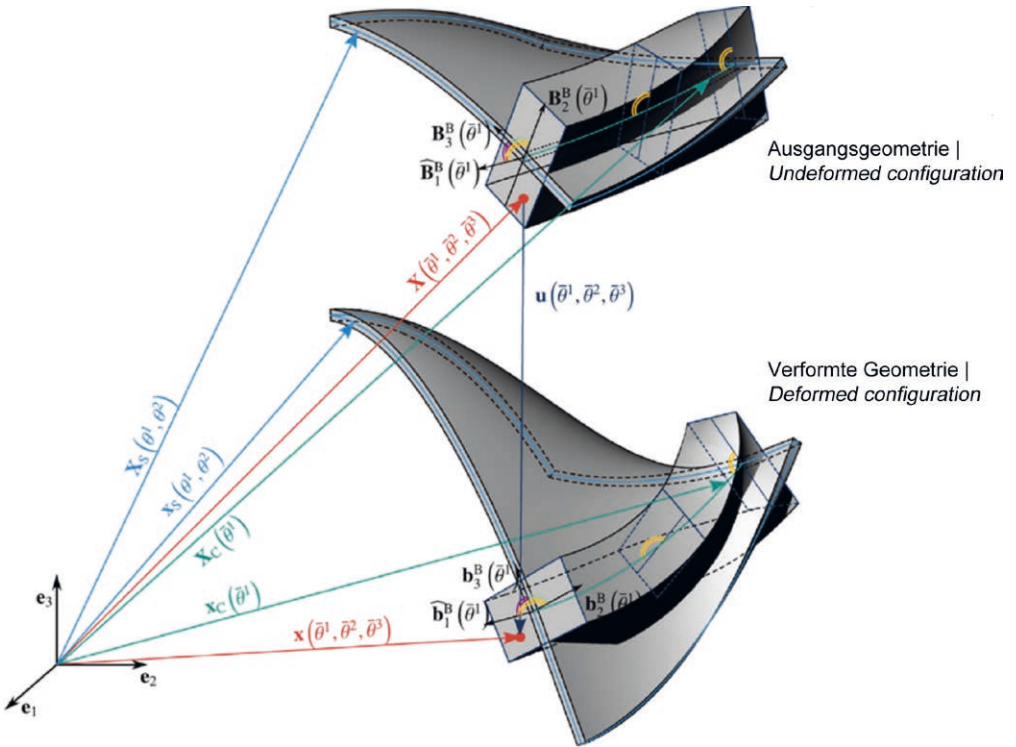


Bild 17: Eingebetteter Balken in Ausgangs- und verformter Lage mit den Basisvektoren | Fig. 17: Embedded beam in undeformed and deformed configuration with base vectors

Mit dem energetisch konjugierten 2. Piola-Kirchhoff-Spannungsmaß $\mathbf{S} = \mathbf{E}_{\text{mod}} \cdot \mathbf{E}$ ergibt sich folgender zusätzlicher Term im Prinzip der virtuellen Arbeit:

$$\begin{aligned} \delta W^{\text{Balken}} &= \int_{\Gamma} \mathbf{S} : \delta \mathbf{E} \, d\Gamma \\ &= \int_{\Gamma} E / \|\mathbf{B}_1\|^4 \cdot (\mathbf{A} \cdot \delta \boldsymbol{\varepsilon} + I_{B3} \kappa_{21} \delta \kappa_{21} + I_{B2} \kappa_{31} \delta \kappa_{31}) \\ &\quad + G I_{B1} / \|\mathbf{B}_1\|^2 \cdot (0,5 \kappa_{23} \delta \kappa_{23} + 0,5 \kappa_{32} \delta \kappa_{32}) \, d\Gamma \end{aligned}$$

Für die Seilformulierung vereinfacht sich dieser Term auf die Steifigkeit in Tangentialrichtung und die Biegesteifigkeiten können zu null gesetzt werden:

$$\delta W^{\text{Seil}} = \int_{\Gamma} \mathbf{S} : \delta \mathbf{E} \, d\Gamma = \int_{\Gamma} E A / \|\mathbf{B}_1\|^4 \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \delta \boldsymbol{\varepsilon} \, d\Gamma$$

Bild 18 zeigt die eingebettete Balkenformulierung in der Anwendung. In eine links und rechts

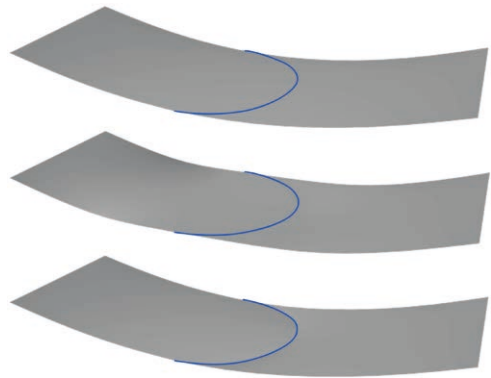


Bild 18: Anwendung des Balkens als Querschnittsverstärkung bzw. -schwächung | Fig. 18: Application of the embedded beam for a weakening of the cross section

einfach gelagerte Platte unter Eigengewicht wird mittig eine gekrümmte Kurve (blaue Linien) eingefügt. Die oberste Darstellung zeigt die Verschiebung der Platte ohne einen Balken. Darunter zeigt sich die versteifende Wirkung eines Balkens mit positivem Querschnitt. Ganz unten wirkt sich der mit negativer Steifigkeit eingebrachte Balken auf die Verschiebungsform aus. Ein Knick ist zu erkennen.

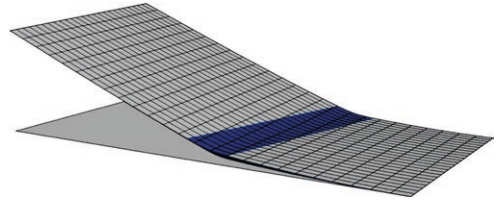


Bild 19: Anwendung eingebetteter Flächen als Querschnittsschwächung | Fig. 19: Application of the embedded areas for reduction of cross section

3.5 Eingebettete Flächen

Bei weniger lokalen, breiteren Effekten, die simuliert werden sollen, können auch eingebettete Flächen benutzt werden. Diese werden ebenfalls mit der B-Rep-Beschreibung für Trimming definiert. Zusätzlich zur Plattensteifigkeit werden dann im Bereich der Modifizierung Steifigkeitsterme ins Gleichungssystem eingebracht. In Bild 19 wird die rechts eingespannte Platte im blauen Bereich abgeschwächt. Unter einer linksseitigen Randlast ergibt sich ein nicht homogenes Verschiebungsfeld und die Platte knickt im geschwächten Bereich.

3.6 Evaluierung der vorhandenen Methoden zur Optimierung der Fugen

Das Projekt „Zuschnittsoptimierung von räumlichen gekrümmten Betonfertigteilen unter Beachtung von Material und Tragwerksaspekten mit numerischen Methoden der Topologieoptimierung“ sollte die Fugenoptimierung mit Verfahren der Topologieoptimierung (SIMP – *solid isotropic material with penalization* [14]) gemacht werden. Dieser Ansatz wurde anfänglich auch verfolgt und erste Erfahrungen wurden damit gemacht.

Allerdings stellte sich heraus, dass sich mit diesem Verfahren wichtige praxisrelevante Aspekte nur mit großem Aufwand realisieren lassen. Deshalb wurde im Projekt bereits sehr früh nach Alternativen gesucht. Nachfolgend werden der Ansatz aus dem Antrag und der verfolgte Ansatz mit IBRA kurz erklärt und anschließend verglichen.

finied with the B-Rep description for trimming. In addition to the plate stiffness, stiffness terms are then introduced into the equation system in the modified area. In Fig. 19, the plate clamped on the right is weakened in the blue area. Under a left-sided edge load, a non-homogeneous displacement field results and the plate bends more in the weakened area.

3.6 Evaluation of existing methods for the joint optimization

The project “Cutting pattern optimization of spatially curved precast concrete parts under consideration of material and structural aspects with numerical methods of topology optimization” should have investigated the joint optimization with methods of topology optimization (SIMP – *solid isotropic material with penalization* [14]). This approach was initially followed and first experiences were made with it.

However, it turned out that important practical aspects can only be realized with great effort using this method. Therefore, alternatives were sought very early on in the project. In the following, the approach from the proposal and the approach pursued with IBRA are briefly explained and then compared.

3.6.1 Joint optimization with the “inverse” SIMP approach (invSIMP)

With the “inverse” SIMP method, the joints are interpreted as areas with structural weakening. Based on a finite element discretization of the entire shell, structural weaknesses are formulated as local element properties. The classical

3.6.1 Fugenoptimierung mit der „inversen“ SIMP-Methode (invSIMP)

Bei der „inversen“ SIMP-Methode werden die Fugen als Bereiche mit Tragwerksschwächung interpretiert. Ausgehend von einer Finite-Elemente-Diskretisierung der gesamten Schale werden Tragwerksschwächungen als lokale Elementeneigenschaften formuliert. Dabei werden die klassische Vorgehensweise von SIMP übernommen und die Materialdichte als Variable verwendet. Alternativ können Komponenten der konstitutiven Materialmatrix oder auch die Querschnittsdicke verwendet werden. Im Gegensatz zur klassischen Topologieoptimierung wird nicht Material mit dem Ziel akkumuliert, ein Stabwerk zu entwickeln, sondern es wird Material geschwächt mit dem Ziel, das Fugennetz zu finden. Aufgrund der Analogie können bekannte Eigenschaften und Techniken der SIMP-Methode übernommen werden.

Bild 20 zeigt beispielhaft eine SIMP-Stabwerksoptimierung, angewandt auf eine Schale. Die Abbildung zeigt die unverformte Schalengeometrie (oben) und vier Optimierungsschritte. Letztere zeigen zum einen die Materialverteilung und die entsprechend (überhöhte) Verschiebung unter Eigenlast. Dabei wird Material akkumuliert, damit sich eine möglichst steife Struktur ergibt. Im Bild ist gut zu erkennen, dass sich das Material vor allem in den Randzonen (schwarzer Bereich) ansammelt. Man erkennt auch das Problem der Methode, dass sich im Inneren kein klares Schwarz-Weiß-Muster trotz der Anwendung von Filtern ergibt. Der Grund ist die typische Eigenschaft von Schalen, wegen der doppelten Krümmung ein und dieselbe Belastung auf alternativen Lastpfaden abtragen zu können. Die inverse SIMP-Methode liefert grundsätzlich als Ergebnis auch ein Schwarz-Weiß-Feld (mit denselben Problemen im Inneren), in dem die Fugentopologie erkennbar sein würde. Diese muss dann interpretiert und in ein genau definiertes Schnittmuster (Fugen) überführt werden.

Mit der inversen SIMP-Fugenoptimierung können wichtige praxisrelevante Aspekte, wie un-

approach of SIMP is adopted and the material density is used as a variable. Alternatively, components of the constitutive material matrix or the cross-section thickness can be used. In contrast to the classical topology optimization, material is not accumulated with the aim of developing a framework, but material is weakened with the aim of finding the joint network. Due to the analogy, known properties and techniques of the SIMP method can be adopted.

Fig. 20 shows an example of a SIMP framework optimization applied to a shell. The figure shows the undeformed shell geometry (top) and four optimization steps with the material distribution and the corresponding (scaled) displacement under dead load. Material is accumulated in order to obtain a structure that is as stiff as possible. It is apparent that the material accumulates mainly in the edge zones (black areas). One can also see the problem of the method; No clear black and white pattern is produced inside the shell despite the application of filters. The reason is the typical characteristic of shells

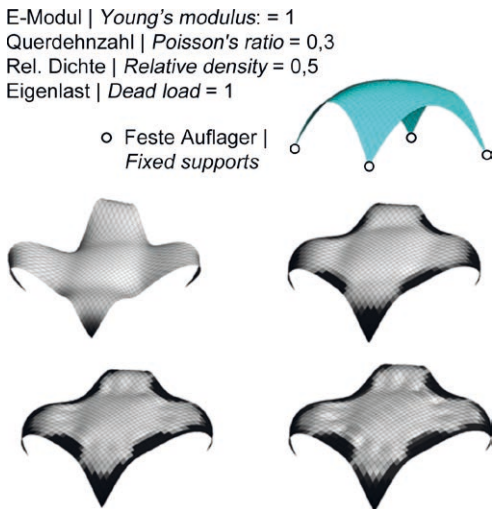


Bild 20: Stabwerksoptimierung mit der SIMP-Methode, angewandt auf eine Schale – dargestellt sind die unverformte Geometrie (oben) und vier Optimierungsschritte, welche die Materialverteilung und die entsprechende verformte Geometrie unter Eigenlast zeigen | **Fig. 20:** Optimization of a truss framework with SIMP approach applied to a shell – undeformed geometry (top) and four optimization steps, which show the material distribution and the deformed geometry under dead load

terschiedliche Fugenausbildungen [15] und zusätzliche Aussteifungen (Rippen), nicht berücksichtigt werden. Vor allem aber hat sich gezeigt, dass eine Topologieoptimierung des Fugenmusters von Schalen mit mechanischen Kriterien sehr problematisch ist. Infolge ihrer doppelten Krümmung können Schalen jede Belastung nahezu beliebig umlagern, weshalb die Optimierung keine eindeutigen oder brauchbaren Ergebnisse liefert.

3.6.2 Optimierung der Fugen mit IBRA

Neben den oben genannten Vorteilen von IBRA bezüglich der Integration von Entwurf und Berechnung besitzt IBRA sehr großes Potential für die Fugenoptimierung, da die Fugentopologie bereits klar vorgegeben ist bzw. direkt behandelt werden kann. Im Projekt wurde eine Fugenoptimierungstechnik entwickelt, die es erlaubt, das Fugenmuster eines Schalenmodelles derart anzupassen, dass die Schnittgrößen in den Fugen minimal werden. Dafür muss die Topologie des Fugenmusters allerdings festgelegt werden, indem die Schale, dargestellt durch eine NURBS-Fläche, grob in Segmente zerlegt wird. Die Zerlegung lässt sich mit Standard-CAD-Operationen (splitten bzw. trimmen) durchführen. In Bild 6 ist beispielsweise die NURBS-Fläche aus Bild 5 als segmentierte Fläche dargestellt. Dabei sind die Segmente mit getrimmten Flächen beschrieben und über die Randbeschreibung (B-Rep) bzw. Trimmkurven im Parameterraum definiert (Bild 6, rechts).

Mit IBRA lassen sich nun diese Segmente unabhängig und gemeinsam berechnen. Für die gemeinsame Berechnung, müssen die einzelnen Segmente entweder stark oder schwach gekoppelt werden.

Mit der bereits entwickelten Fugenoptimierung lässt sich die Randbeschreibung der Segmente bzw. das Fugenmuster entsprechend den Optimierungszielen modifizieren. Als Optimierungsziel kann beispielsweise die Minimierung einer maximalen Schnittgröße (Kraft oder Moment) in der Fuge oder die Minimierung des Integrals einer Schnittgröße entlang der Fuge verwendet

to be able to carry the same load on alternative load paths due to the double curvature. In principle, the “inverse” SIMP method also yields a black and white field (with the same problems inside) as a result in which the joint topology would be identifiable. This must then be interpreted and converted into a precisely defined cutting pattern (joints).

With the “inverse” SIMP joint optimization, important practical aspects such as different joint designs [15] and additional stiffeners (ribs) cannot be taken into account. In particular, it has been shown that topology optimization of the joint pattern on shells with mechanical criteria is very problematic. Due to their double curvature, shells can transfer any load almost arbitrarily, which is why the optimization does not provide clear or useful results.

3.6.2 Joint optimization with IBRA

In addition to the above-mentioned advantages of IBRA with regard to the integration of design and calculation, IBRA has great potential for joint optimization, since the joint topology is already clearly defined or can be dealt with directly. In the project, a joint optimization technique was developed that allows to adjust the joint pattern of a shell model in such a way that the internal forces in the joints are minimized. For this, however, the topology of the joint pattern must be defined by roughly dividing the shell, represented by a NURBS surface, into segments. The decomposition can be performed using standard CAD operations (split or trim). In Fig. 6, for example, the NURBS surface from Fig. 5 is shown as a segmented surface. The segments are described with trimmed surfaces and defined via the boundary description (B-Rep) or trim curves in the parameter space (Fig. 6, right).

With IBRA, these segments can now be calculated independently or together. For the joint calculation, the individual segments must be either strongly or weakly coupled.

With the already developed joint optimization, the edge description of the segments or the

werden. Für die Minimierung der maximalen Schnittgröße kann die Kreiselmeyer-Steinhauser-Funktion verwendet werden [16].

Die Fugenoptimierung mit IBRA bringt entscheidende Vorteile:

- Optimierung auf der exakten CAD-Geometrie,
- Resultat der Fugenoptimierung ist bereits ein CAD-Modell, welches für die Herstellung weiter verwendet werden kann (keine Erfassung der Segmente nötig),
- Bestmögliche Bestimmung der Schnittgrößen entlang der Fugen aufgrund der gewählten NURBS-Ansatzfunktionen.

In Bild 21 sind die Optimierungsvariablen für die vorgeschlagene Fugenoptimierung gezeigt. Für die Optimierung werden die Sensitivitäten von den Kontrollpunkten der Randkurven über einen globalen Finite-Differenz-Ansatz bestimmt. Aufgrund der geringen Anzahl an Optimierungsvariablen hält sich der Rechenaufwand in Grenzen, zumal sich durch die Verschiebung der inneren Randkurven das Tragverhalten der Schale nicht ändert. Das bedeutet, in diesem Fall kann die Fugenoptimierung im Postprocessing durchgeführt werden.

Ein Verifikationsbeispiel für eine Fugenoptimierung mit IBRA ist in Bild 22 und Bild 23 dar-

joint pattern can be modified according to the optimization goals. For example, the minimization of a maximum internal force or moment in the joint or the minimization of the integral of an internal force along the joint can be used as an optimization goal. The Kreiselmeyer-Steinhauser function can be used to minimize the maximum internal force [16].

The joint optimization with IBRA brings significant advantages:

- optimization on the exact CAD geometry,
- the result of the joint optimization is already a CAD model, which can be used for the production (no detection of the segments necessary),
- best possible determination of internal forces along the joints based on the selected NURBS approach functions.

Fig. 21 shows the optimization variables for the proposed joint optimization. The sensitivities are determined from the control points of the boundary curves for the optimization using a global finite difference approach. Due to the small number of optimization variables, the computational effort is within limits, especially since the displacement of the inner boundary curves does not change the load bearing behaviour of the shell. This means that in this

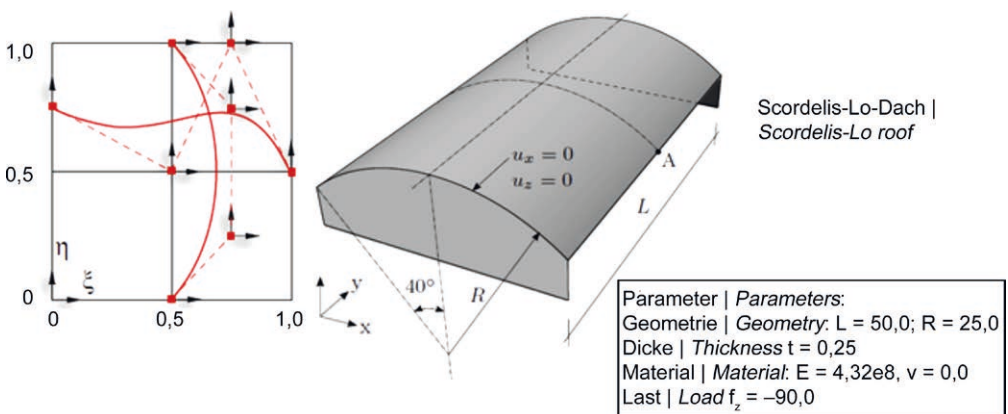


Bild 21: Optimierungsvariablen (Pfeile) für die Fugenoptimierung mit IBRA (links) und Problembeschreibung für das Scordelis-Lo-Dach (rechts) | Fig. 21: Optimization variables (arrows) of the joint optimization with IBRA (left) and problem set-up of the Scordelis-Lo roof (right)

gestellt. Damit kann gezeigt werden, dass die Fugenoptimierung die bekannte Lösung finden kann. Die Abbildung rechts zeigt das Scordelis-Lo Roof [17], ein berühmtes Schalenbenchmarkbeispiel. An diesem Beispiel wird nun eine Fugenoptimierung durchgeführt, wobei die maximale Schnittgröße m_{12} entlang einer Fuge minimiert werden soll.

Die grobe Zerlegung der Schale in zwei Segmente ist in Bild 22 gezeigt. Die Anfangsschätzung der Fuge kann mit der Standard-CAD-Operation „split“ bzw. „trimmen“ durchgeführt werden, um die entsprechenden Randbeschreibungen der Segmente im Parameterraum (s. a. Bild 6) zu erhalten.

Für die Fugenoptimierung wird nun die Lage der Fuge so modifiziert, dass die maximale Schnittgröße m_{12} in der Fuge minimiert wird. Natürlich kann auch jede andere Schnittgröße oder eine Kombination aus Schnittgrößen für die Optimierung verwendet werden. Die einzelnen Optimierungsschritte für dieses Beispiel sind in Bild 23 gezeigt. Die optimale Lösung ist die Positionierung der Fuge in der Mitte, parallel zu den langen Kanten, da in diesem Fall die maximale Schnittgröße m_{12} (Drillmoment) in der Fuge zu Null wird (Optimierungsschritt 20).

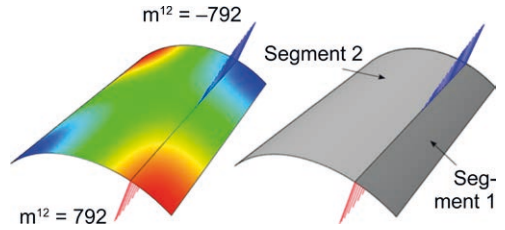


Bild 22: Grobe Zerlegung der Schale aus Bild 21 mit dem Verlauf des Drillmomentes m_{12} entlang der Fuge | Fig. 22: Coarse segmentation of the shell of Fig. 21 with bending moment m_{12} along the joint

case the joint optimization can be carried out in post-processing.

A verification example of a joint optimization with IBRA is shown in Fig. 21 using the famous shell benchmark example of the Scordelis-Lo Roof [17]. It can be shown that joint optimization can find the known solution. A joint optimization is now performed on this example, where the maximum internal moment m_{12} along a joint is minimized.

The coarse division of the shell into two segments is shown in Fig. 22. The initial estimation of the joint can be carried out using the standard CAD operation “split” or “trim” to obtain the corresponding edge descriptions of the seg-

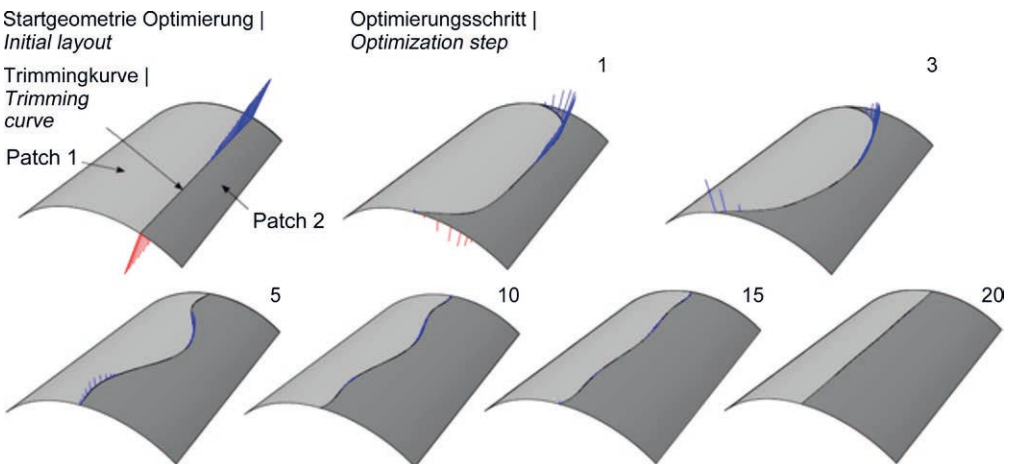


Bild 23: Verifikationsbeispiel: einzelne Optimierungsschritte für die Fugenoptimierung des Scordelis-Lo Roof aus Bild 21 | Fig. 23: Benchmark example: several optimization steps of the joint optimization of the Scordelis-Lo roof (Fig. 21)

Arbeitspunkte Key aspects in the joint optimization	invSIMP	IBRA
Erfassung der Segmentgeometrie Detection of the geometry of the segments	aufwändig complex	bereits enthalten inherent
Berücksichtigung des Gesamttragverhaltens (inkl. Fugenmodellierung) Consideration of the load bearing behaviour (including joint modelling)	kaum möglich hardly possible	möglich possible
Bestimmung von geometrischen Parametern (Krümmung) Determination of geometrical parameters (curvature)	aufwändig complex	sehr einfach very simple
Berücksichtigung von Nebenbedingungen Consideration of constraints	gleich similar	gleich similar
Mehrkriterienoptimierung Multi-objective optimization	gleich similar	gleich similar
Bestimmung der Schnittgrößen entlang der Fugen Computation of the inner forces	aufwändig complex	sehr einfach very simple

Tabelle 1: Gegenüberstellung der vorgestellten Fugenoptimierungsansätze mit invSIMP und IBRA | **Table 1:** Comparison of the presented approaches for joint optimization with invSIMP and IBRA

Mit dem gezeigten Ansatz muss zwar die Topologie des Fugennetzes vorgegeben werden, allerdings ist das für praktische Anwendungen meistens sowieso gewünscht, da üblicherweise Herstellungsrestriktionen höhere Priorität haben als kleine Änderungen im Tragverhalten.

3.6.3 Vergleich der Ansätze

Nachfolgend sind die wesentlichen Unterschiede der beiden Ansätze zur Optimierung von Fugen für den Arbeitspunkt aus dem Projekt gegenübergestellt (Tabelle 1). Die Gegenüberstellung der Ansätze zeigt, dass sich durch die Verwendung der neu entwickelten IBRA-Methode wesentliche Vorteile ergeben.

3.7 Einbettung in den Gesamtprozess

Aufgrund der geforderten Kriterien für die Fugenerstellung (Schnittkräfte in den Fugen müssen bekannt sein) wurde im Projekt festgestellt, dass eine isolierte Betrachtung der Fugenoptimierung nicht zielführend ist. Die Fugenoptimierung ist nämlich sehr stark von der Schalenform, der Füge-technik und dem verwendeten Material abhängig. Deswegen wurde ein durchgängiges Konzept vom Entwurf bis zur Bereitstellung der Schalungsgeometrie für die Betonfertigteile erarbeitet. Dieses Konzept basiert auf der isogeometrischen B-Rep Analyse und profitiert deshalb von allen Vorteilen, die IBRA mit sich bringt. Dieses Konzept wurde in einem Beitrag der Zeitschrift „Beton- und Stahlbetonbau“ ausführlich erklärt [18].

ments in the parameter space (see also Fig. 6). For joint optimization, the position of the joint is now modified such that the maximum internal moment m_{12} in the joint is minimized. Of course, any other internal force or a combination of internal forces can be used for the optimization. The individual optimization steps for this example are shown in Fig. 23. A joint in the middle, which is parallel to the long edges, is the optimal solution, because in this case the maximum internal moment m_{12} (twisting moment) in the joint becomes zero (optimization step 20).

With the presented approach, the topology of the joint network must be specified, but for practical applications, this is usually desired anyway since manufacturing restrictions usually have higher priority than small changes in load-bearing behaviour.

3.6.3 Comparison of the approaches

In the following, the main aspects of the two approaches for optimizing joints are compared and evaluated (Table 1). The comparison of the approaches shows that the use of the newly developed IBRA method offers significant advantages.

3.7 Integration in the design process

Due to the required criteria for the production of joints (inner forces in the joints must be known), it was determined in the project that an

Der Gesamtprozess setzt sich aus folgenden Schritten zusammen:

- Entwurf der Schale mit mechanischen Formfindungsmethoden (IBRA),
- Berechnung (IBRA),
- Bemessung,
- Fugenoptimierung (IBRA),
- Fugenausbildung.

Nachfolgend werden diese Punkte kurz erläutert.

3.7.1 Formfindung

Die Formfindung bzw. der Entwurf von Betonschalen spielt im Gesamtprozess eine entscheidende Rolle. Im Bereich Formfindung und Formoptimierung hat der Lehrstuhl für Statik der TUM jahrelange Erfahrung [19]–[28]. Nachfolgend sind die drei wichtigsten Aspekte für die Formfindung gelistet:

- Ästhetik,
- Herstellbarkeit,
- Begrenzung der Schnittgrößen.

Die ersten zwei Punkte sind selbsterklärend. Der dritte Punkt ist wichtig, um effiziente und wirtschaftliche Lösungen bereitstellen zu können. Ungünstig geformte Schalen führen nämlich zu ungünstigen Schnittgrößenverläufen (große Momente, Zug und Schubkräfte), was zu großen Schalendicken in Bereichen der Ränder und Fugen [15] führt. Dick ausgebildete Randträger lassen die Schalenträgerwerke dann unnötig schwer aussehen, was ungewünscht ist.

In Bild 24 ist ein Beispiel für eine IBRA-Formfindung gezeigt, welches ein Hängemodell nachempfunden. Dabei handelt es sich um eine geometrisch nichtlineare Berechnung eines vorgespannten, isogeometrischen Membranelementes, welches im Rahmen einer Master's Thesis [12] entwickelt wurde. Für die schwach formulierten Auflager wurden die Ansätze aus [29] übernommen, welche ebenfalls am Lehrstuhl entwickelt wurden und im Rahmen des Projektes auf die Randkurven der getrimmten Flächen übertragen wurden.

isolated consideration of joint optimization is not appropriate. The joint optimization is very much dependent on the shell shape, the joining technique and the used material. For this reason, a consistent concept, which includes the design, the provision of the formwork geometry for the precast concrete elements and the steps between, was developed. This concept is based on the isogeometric B-Rep analysis and therefore benefits from all the advantages that IBRA offers. This concept was explained in detail in an article in the journal "Beton- und Stahlbetonbau" [18].

The overall process consists of the following steps:

- design of the shell with mechanical formfinding methods (IBRA),
- structural analysis (IBRA),
- dimensioning,
- joint optimization (IBRA),
- joint dimensioning.

These points are briefly explained below.

3.7.1 Form finding

The form finding, i.e. the design, of concrete shells plays a crucial role in the overall process. The Chair of Structural Analysis of the TUM has many years of experience in the field of form finding and shape optimization [19]–[28]. In the following, the three most important aspects for form finding are listed:

- aesthetics,
- manufacturability,
- limiting the internal forces.

The first two points are self-explanatory. The third point is important for providing efficient and economical solutions. Unfavourably shaped shells lead to unfavourable internal forces (large moments, normal and shear forces), which results in large shell thicknesses in the area of edges and joints [15]. Thick edge beams make the shell structure look unnecessarily heavy, which is undesirable.

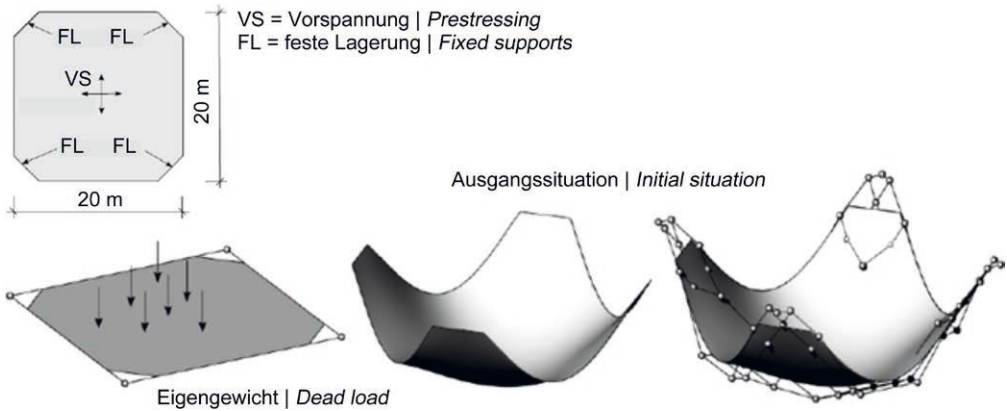


Bild 24: Numerisches Hängemodell: mechanische Formfindung mit IBRA | Fig. 24: Numeric hanging model: mechanical form finding with IBRA

3.7.2 Berechnung

Nach der Formfindung ist der nächste Schritt, die Schale zu berechnen, um die Schnittgrößen im Tragwerk zu bestimmen. Diese werden für die Bemessung der Struktur benötigt. Für die Berechnung kann wiederum die IBRA Methode verwendet werden.

In Bild 25 ist die Schale für die formgefundene Form aus Bild 24 gezeigt. Das Bild zeigt die jeweilige Diskretisierung für IBRA und die klassische Finite-Elemente-Analyse (FEA). Für IBRA kann die exakte Geometrie verwendet werden. Für die klassische FEA muss hingegen ein Finite-Elemente-Netz erstellt werden, welches die ursprüngliche Geometrie in den meisten Fällen lediglich approximiert. In Bild 25 ist zudem eine Konvergenzstudie für die Schale unter Eigenlast für den Punkt in der Mitte gezeigt. Die Graphen zeigen die guten Eigenschaften der NURBS-Funktionen für Schalenberechnungen. Berechnung, Bemessung und Fugenoptimierung sind sehr eng verknüpft und müssen in der Regel iterativ gelöst werden.

3.7.3 Bemessung

In der Bemessung wird die Mindestdickenverteilung aufgrund des gewählten Materiales bestimmt. Das geschieht auf Basis der im Schritt „Berechnung“ ermittelten Schnittgrößen. Dafür werden über die Schale eine beliebige Anzahl

Fig. 24 shows an example of an IBRA form finding, which is based on a hanging model. This is a geometrically non-linear analysis of a prestressed isogeometric membrane element, which was developed in the context of a master’s thesis [12] at the Chair of Structural Analysis of the TUM. For the weakly formulated supports, the approaches from [29] were used, which were also developed at the Chair and transferred to the boundary curves of the trimmed surfaces within the framework of the project.

3.7.2 Structural analysis

After the form finding of the shell, the next step is to compute the internal forces of the structure. These are required for the design of the structure. The IBRA method can also be used for the structural analysis.

Fig. 25 shows the resulting shell of the form found geometry in Fig. 24. The figure shows the respective discretization for IBRA and the classic Finite Element Analysis (FEA). For IBRA, the exact geometry can be used. For classical FEA, however, a finite element mesh must be created, which in most cases only approximates the original geometry. Fig. 25 also shows a convergence study for the shell under dead load for the point in the middle. The graphs prove the good properties of the NURBS functions for shell calculations. Struc-

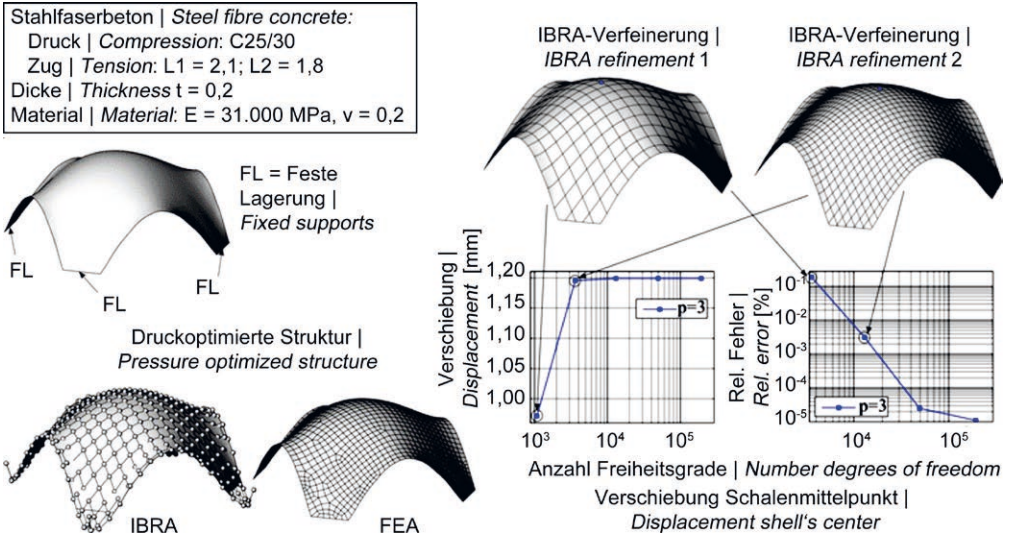


Bild 25: Berechnung einer Schale: Vergleich der Diskretisierungen für IBRA und die klassische FEA (links) und eine Konvergenzstudie für unterschiedliche Verfeinerungen mit IBRA unter Eigenlast | Fig. 25: Structural analysis of a shell; comparison of different discretizations of IBRA and classical FEA (left) and convergence study of different discretizations with IBRA under dead load (right)

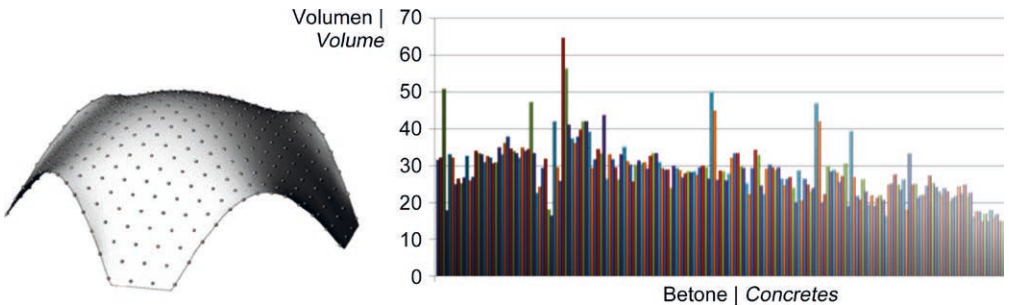


Bild 26: Auswertungspunkte auf der Schale (links) und benötigtes Volumen für die Schale aus Bild 25 für unterschiedliche Betonmischungen (rechts) | Fig. 26: Evaluations points of a shell (left) and necessary volume of the shell of Fig. 25 for different concrete types (right)

von Auswertungspunkten definiert (s. Bild 26), an denen eine Bemessung durchgeführt wird, um eine erforderliche Mindestdickenverteilung der Schale zu bestimmen. Dafür können verschiedene Bemessungsansätze (s. bspw. [30]) verwendet werden.

Nach der Bestimmung der Mindestdicken kann mit Hilfe der ermittelten Punktdicken und eines *Least-Squares*-Ansatzes ein dreidimensionales CAD-Volumenmodell erstellt werden. Daraus kann das benötigte Volumen für die Schale für das entsprechende Material bestimmt werden. Rechts in Bild 26 sind beispielsweise die erforderlichen

Strukturanalysen, Design und Gelenkoptimierung sind sehr eng miteinander verknüpft und müssen in der Regel iterativ gelöst werden.

3.7.3 Dimensioning

Für das Design wird die Mindestdickenverteilung auf Basis der im Designprozess bestimmten inneren Kräfte bestimmt. Dies geschieht auf Basis der im Designprozess bestimmten inneren Kräfte. Zu diesem Zweck werden eine beliebige Anzahl von Auswertungspunkten über die Schale definiert (siehe Bild 26), an denen ein Design durchgeführt wird, um die erforderliche Mindestdickenverteilung zu bestimmen.

derlichen Volumina für die Schale aus Bild 25 für unterschiedliche Stahlfaserbetonmischungen in einem Diagramm gezeigt. Dieses wurde während des Projekts erzeugt, um in Zusammenarbeit mit den Projektpartnern (Team von Prof. Gehlen, s. S. 284 ff.) das wirtschaftlichste bzw. ökologischste Material zu bestimmen.

3.7.4 Iterative Bemessung

In einer Bachelorarbeit [31] wurde untersucht, wie sich die Bemessung (Festlegung der Dickenverteilung) auf das Tragverhalten von Schalen auswirkt. Dabei zeigte sich, dass sich durch die Anpassung der Dicke (Bemessung) teilweise komplett andere Tragmechanismen in der Schale ausbilden. Deshalb können die Schritte Berechnung, Bemessung und Fugenoptimierung nicht komplett unabhängig untersucht werden. Eine Lösung für eine sinnvolle Verschmelzung (iterativer Prozess) dieser Schritte war sehr wichtig, um die Wirtschaftlichkeit und Standsicherheit der untersuchten Schalen zu gewährleisten.

3.7.5 Materialoptimierung

Für die Verstärkung lokaler Schwächungen bzw. stark belasteter Zonen (Randbereiche) in der Schale sollen lokale Anpassungen der Materialeigenschaften mit gezielter Gradierung in den Segmenten gemacht werden. Für das Projekt wird die Optimierung der Dicke und Gradierung zunächst nicht gleichzeitig durchgeführt. Es wird zunächst die Minstdicke bei der Bemessung durch eine Obergrenze begrenzt und eventuell durch eine höhere Gradierung oder Zusatzbewehrung verstärkt.

3.7.6 Herstellung

Die Geometrien der Simulationsmodelle konnten aufgrund der Verwendung der CAD-üblichen NURBS-Funktionen auch direkt für die Ausführungsplanung verwendet werden. Die Fugen können im Detail geplant und die erforderlichen Aufdickungen in hoch beanspruchten Bereichen ins Modell einbezogen werden. Bild 27 zeigt einen 3D-Druck der direkt ohne Nachbe-

tribution of the shell. Different dimensioning approaches are possible (see e.g. [30]).

After determining the minimum thicknesses, a three-dimensional CAD solid model can be created using the determined point thicknesses and a least-squares approach. Based on this model, the required volume of the shell for the corresponding material can be determined. As an example, the diagram in Fig. 26 shows the required volumes for the shell from Fig. 25 for different steel fibre reinforced concretes. This was generated during the project in order to determine the most economical or ecological material in cooperation with the project partners (team of Prof. Gehlen, see page 284 et seq).

3.7.4 Iterative dimensioning

In a bachelor's thesis [31] it was investigated how the design, i.e. determination of thickness distribution, affects the load-bearing behaviour of shells. It was found that by adjusting the thickness (dimensioning), completely different load-bearing mechanisms can evolve in the shell. Therefore, the steps structural analysis, design and joint optimization cannot be evaluated completely independently. A solution for a meaningful fusion of these steps was very important in order to guarantee the cost efficiency and stability of the investigated shells.

3.7.5 Material optimization

Local adjustments of the material properties with targeted grading in the segments have to be made for the reinforcement of local weaknesses or heavily loaded zones (edge areas) in the shell. For this project, the optimization of thickness and grading was not carried out simultaneously. First, the minimum thickness is limited by an upper bound during design and the shell is reinforced by a higher grading or additional reinforcement, if necessary.

3.7.6 Manufacturing

The geometry of the analysis model could be used directly for manufacturing due to the use

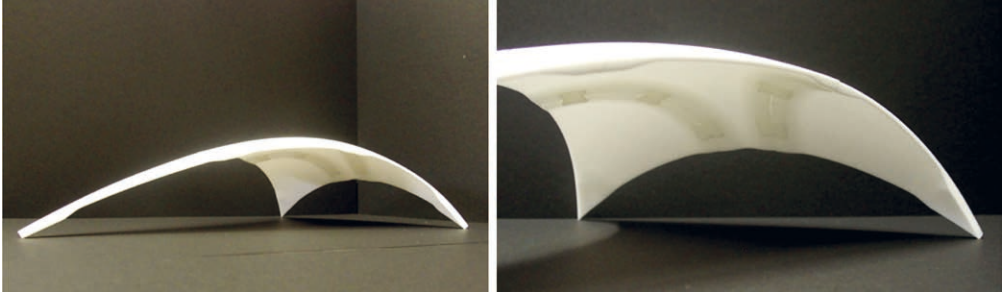


Bild 26: Gedrucktes 3D-Modell der Raststätte Deitingen Süd von Heinz Isler (Bild 4) mit Fugen und Aufdickungen | **Fig. 26:** Printed 3D-model of the highway service station Deitingen south by Heinz Isler (Fig. 4) with joints and thickening

arbeitung aus dem CAD-Rechenmodell erstellt werden konnte.

3.8 Zusammenfassung und Ausblick

Mit der IBRA-Methode wurde im Projekt eine sehr vielversprechende Methode zur Planung von leichten Betonbauwerken mit hohem Vorfertigungsgrad entwickelt. In den nahtlosen, CAD-integrierten Planungsprozess können wichtige Aspekte vom Entwurf bis zu Bereitstellung der Schalungsgeometrie mit eingebracht werden [1], [16], [18].

Dies ist auch in anderen Planungsaufgaben mit flächenähnlichen oder linienförmigen Bauteilen vorteilhaft. Da die mathematische Beschreibung des Modells weder für die Geometrie noch für die Simulation verändert wird, können auch verschiedene Schritte aus Geometriebearbeitung und Analyse aufeinander folgen, wie z. B. für die Baufortschrittsmodellierung oder den Entwurfszyklus von Membrantragwerken nötig. Viele CAD-Programme bieten bereits auch parametrisierte Modellbeschreibungen mit NURBS. Die automatisierte Erstellung und Anpassung von Modellen bietet die Möglichkeit, einfach und schnell Variantenstudien zu erstellen und somit die Entwurfsgrenzen besser auszutesten. Aufbauend auf der IBRA-Methode konnte das Plugin Kiwi!3d [32] für Rhino/Grasshopper [33], [34] entwickelt werden, welches typische Fragestellungen des Bauwesens und komplexe Formfindungsaufgaben parametrisch bearbeiten kann.

of the standard NURBS functions provided by the CAD tool. The joints can be planned in detail and the required thickening in highly stressed areas can be included in the model. Fig. 27 shows a 3D print that was created directly from the CAD model without any post-processing.

3.8 Summary and outlook

The IBRA method, which was developed in this project, is a very promising method for the design of lightweight concrete structures considering a high degree of prefabrication. The seamless, CAD-integrated planning process can incorporate important aspects from design to the provision of formwork geometry [1], [16], [18].

This is also advantageous in other planning tasks with surface-like or linear components. Since the mathematical description of the model is not changed for either geometry or simulation, different steps of geometry processing and analysis can alternate. This is e.g. required for construction stage modelling or the design cycle of membrane structures. In addition, many CAD programs already offer parameterized model descriptions with NURBS. The automated creation and adaptation of models offers the possibility to create variation studies quickly and easily and thus make it possible to explore the design limits. Based on the IBRA method, the plug-in Kiwi!3d [32] for Rhino/Grasshopper [33], [34] could subsequently be developed, which is able to parametrically process typical questions of civil engineering and complex form finding tasks.

Danksagung

Die Autoren danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die Förderung des Projekts Nr. 198016927 innerhalb des Schwerpunktprogramms SPP 1542.

Acknowledgement

The authors would like to thank the German Research Foundation (DFG) for funding the project (number 198016927) within the Priority Programme SPP 1542.

Literatur | References

- [1] Breitenberger, M.; Apostolatos, A.; Philipp, B.; Wüchner, R.; Bletzinger, K.-U.: Analysis in computer aided design: Nonlinear isogeometric B-Rep analysis of shell structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 284 (2015), S. 401–457 – DOI: 10.1016/j.cma.2014.09.033
- [2] Breitenberger, M.: CAD-integrated design and analysis of shell structures. Diss., TU München, 2016
- [3] Hughes, T. J. R.; Cottrell, J. A.; Bazilevs, Y.: Isogeometric analysis: CAD, finite elements, NURBS, exact geometry and mesh refinement. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 194 (2005), S. 4135–4195 – DOI: 10.1016/j.cma.2004.10.008
- [4] Kiendl, J.; Bletzinger, K.-U.; Linhard, J.; Wüchner, R.: Isogeometric shell analysis with Kirchhoff-Love elements. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 198 (2009), S. 3902–3914 – DOI: 10.1016/j.cma.2009.08.013
- [5] Cottrell, J. A.; Hughes, T. J. R.; Bazilevs, Y.: *Isogeometric analysis: Toward integration of CAD and FEA*. Chichester: Wiley, 2009
- [6] Piegl, L. A.; Tiller, W.: *The NURBS book*. 2nd Ed., Berlin · New York: Springer, 1997
- [7] Huerta, S.: Structural Design in the Work of Gaudí. *Architectural Science Review* 49 (2011) 4, S. 324–339 – DOI: 10.3763/asre.2006.4943
- [8] Isler, H.: New shapes for shells. *Bulletin of the International Association for Shell Structures* 8 (1961), S. 123–130
- [9] <https://www.ruhr-uni-bochum.de/spp2187/> (geprüft am 16.04.2020)
- [10] Homepage Autodesk: <http://www.autodesk.de>
- [11] Hechtel, M.: Modellierung und Validierung von trocken gestoßenen Betonfugen. Bachelorarbeit, TU München, 2016
- [12] D'Auria, I.: Formfindung mit isogeometrischen Elementen. Masterarbeit, TU München, 2013
- [13] Bauer, A. M.; Breitenberger, M.; Philipp, B.; Wüchner, R.; Bletzinger, K.-U.: Embedded structural entities in NURBS-based isogeometric analysis. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 325 (2017), S. 198–218 – DOI: 10.1016/j.cma.2017.07.010
- [14] Bendsoe, M.; Sigmund, O.: *Topology Optimization; Theory, Methods, and Applications*. New York: Springer, 2003
- [15] Lehmborg, S.; Ledderose, L.; Wirth, F.; Budelmann H.; Kloft, H.: Von der Bauteilfügung zu leichten Tragwerken: Trocken gefügte Flächenelemente aus UHPFRC. *Beton- und Stahlbetonbau* 111 (2016) 12, S. 806–815 – DOI: 10.1002/best.201600053
- [16] Breitenberger, M.; Wüchner, R.; Bletzinger, K.-U.: Isogeometric Layout Optimization of Shell Structures using Trimmed NURBS Surfaces. In: *Proc. of World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization WCSMO-10*, 19.–24.05.2013 in Orlando (USA), 2013, 10 S. (publ. digitally)
- [17] Kiendl, J.: Isogeometric analysis and shape optimal design of shell structures. Diss., TU München, 2011
- [18] Breitenberger, M.; Wüchner, R.; Bletzinger, K.-U.: Entwurf und Berechnung von gekrümmten Betonfertigbauteilen mit CAD-basierten Verfahren. *Beton- und Stahlbetonbau* 108 (2013), S. 783–791 – DOI: 10.1002/best.201390089
- [19] Bletzinger, K.-U.: Formoptimierung von Flächentragwerken. Diss., Universität Stuttgart, 1990
- [20] Bletzinger, K.-U.; Ramm, E.: A General Finite Element Approach to the Form Finding of Tensile Structures. *Int. Journal of Space Structures* 14 (1999) 2, S. 131–145 – DOI: 10.1260/0266351991494759
- [21] Daoud, F.: Formoptimierung von Freiformschalen. Diss., TU München, 2005
- [22] Camprubí Estebo, N.: Design and Analysis in Shape Optimization of Shells. Diss., TU München, 2005
- [23] Bletzinger, K.-U.: Form Finding and Morphogenesis. In: Mughan, I.; Abel, J. F. (Hrsg.): *Fifty Years of Progress for Shell and Spatial Structures. In Celebration of the 50th Anniversary Jubilee of the IASS (1959–2009)*, Madrid: IASS, 2011, S. 536–547
- [24] Bletzinger, K.-U.; Ramm, E.: Structural Optimization and Form Finding of Light Weight Structures. *Computers & Structures* 79 (2001) 22–25, S. 2053–2062 – DOI: [https://doi.org/10.1016/S0045-7949\(01\)00052-9](https://doi.org/10.1016/S0045-7949(01)00052-9)
- [25] Bletzinger, K.-U.; Wüchner, R.; Daoud, F.; Camprubi, N.: Computational Methods for Formfinding and Optimization of Shells and Membranes. *Computer Methods in Applied Mechanics and*

- Engineering 194 (2005) 30–33, S. 3438–3452 – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cma.2004.12.026>
- [26] Ramm, E.: Shape Finding of Concrete Shell Roofs. *Journal of the IASS* 45 (2004) 1, S. 29–39
- [27] Ramm, E.: Shape Finding Methods of Shells. *Bulletin of the International Association for Shell Structures* 33 (1992) 109, S. 89–99
- [28] Ramm, E.; Bletzinger, K.-U.; Reitinger, R.: Shape Optimization of Shell Structures. *Bulletin of the International Association for Shell Structures* 34 (1993), S. 103–121
- [29] Apostolatos, A.: *Domain Decomposition Methods in Isogeometric Analysis*. Masterarbeit, TU München, 2012
- [30] Gödde, L.; Strack, M.; Mark, P.: Bauteile aus Stahl-faserbeton und stahlfaserverstärktem Stahlbeton. *Beton- und Stahlbetonbau* 105 (2010) 2, S. 78–91
- [31] Zieglertrum, J.: *Tragwerksbeurteilung und Bemessung von Schalen aus Stahlfaserbeton am Beispiel der Raststätte Deitingen Süd*. Bachelorarbeit, TU München, 2013
- [32] <https://www.kiwi3d.com/> (geprüft am 16.04.2020)
- [33] <https://www.rhino3d.com/> (geprüft am 16.04.2020)
- [34] <https://www.grasshopper3d.com/> (geprüft am 16.04.2020)

Bildnachweise | Picture credits

- Bild | Picture 1 (links | left): Richard Huber – eigenes Werk, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=18915295>
- Bild | Picture 1 (rechts | right): User:Mattes – eigenes Werk, gemeinfrei, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=11864257>
- Bild | Picture 2: Tigerhawkvok – eigenes Werk, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=4033692>
- Bilder | Pictures 3, 5–10, 20–26: Michael Breitenberger (7–10: [1], 21–23: [16], 3, 24–26 [18])
- Bild | Picture 4: Хрюша – eigenes Werk, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=7646127>
- Bild | Picture 11, 14 (links | left): Sven Lehmsberg
- Bilder | Pictures 12, 13, 14 (rechts | right), 15: Maximilian Hechtl [11]
- Bilder | Pictures 16–19, 27: Anna Bauer (16, 17: [13])

Die Bilder wurden teilweise im Vergleich zu den Originalquellen modifiziert. | The pictures were partly modified in comparison to the original versions.

Projektdaten | Project data

Allgemeine Angaben | General information

Nichtlineare Optimierung geometrisch definierter Fugen von räumlich gekrümmten Betonfertigteilen für unterschiedliche Lastfallkombinationen unter Beachtung von Material und Tragwerksaspekten mit isogeometrischen Verfahren

Nonlinear optimization of geometrical defined joints for spatial curved precast concrete components considering different load cases and the influence of material and structural behavior aspects using isogeometric techniques

Antragsteller Applicant:	Prof. Dr.-Ing. Kai-Uwe Bletzinger Lehrstuhlinhaber Chairholder
DFG-Geschäftszeichen DFG reference number:	BL 306/23-1/2 (Projektnummer Project number: 198016927)
Adresse Address:	TU München, Lehrstuhl für Statik, Arcisstr. 21, 80333 München
Kontakt Contact:	+49 89 289 22422 info.statik@tum.de https://www.bgu.tum.de/st/startseite/
Berichts-/Förderzeitraum Reporting/funding period:	Förderphase I Funding period I: 03/2012–02/2015 Förderphase II Funding period II: 02.03.2015–28.02.2018 Kostenneutrale Verlängerung bis Cost-neutral extension up to: 31.07.2018
Team Team:	Michael Breitenberger (03/2015–05/2017) Anna Bauer (10/2015–11/2015) Thomas Oberbichler (07/2017–07/2018)

Projektbezogene Publikationen | Project related publications

- Breitenberger, M.: A Nested Jacobian approach for the Nonlinear Isogeometric Analysis and Optimization of Trimmed Shell Structures. In: Proc. of the 84th Annual Meeting of the International Association of Applied Mathematics and Mechanics GAMM, 18.–22.03.2013 in Novi Sad (Serbien) (eingeladener Vortrag samt abstract zu Young Research Session)
- Breitenberger, M.; Wüchner, R.; Bletzinger, K.-U.: Isogeometric Layout Optimization of Shell Structures using Trimmed NURBS Surfaces. In: Proc. of World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization WCSMO-10, 19.–24.05.2013 in Orlando (USA), 2013, 10 S. (publ. digitally)
- Breitenberger, M.; Wüchner, R.; Bletzinger, K.-U.: Entwurf und Berechnung von gekrümmten Betonfertigbauteilen mit CAD-basierten Verfahren für ein filigranes Bauen mit Beton in der Zukunft. Beton- und Stahlbetonbau 108 (2013) 11, S. 783–791 – DOI: 10.1002/best.201300047
- Breitenberger, M.; Wüchner, R.; Bletzinger, K.-U.: Entwurf, Berechnung und Optimierung von gekrümmten Betonfertigbauteilen mit der Isogeometrischen B-Rep Analyse. In: Bletzinger, K.-U.; Fisch, R.; Gebeken, N. (Hrsg.): Tagungsband Baustatik – Baupraxis 12, 24./25.02.2014 an der TU München, München, 2014, S. 267–274
- Breitenberger, M.; Bletzinger, K.-U.: Entwerfen, Berechnen und Optimieren von Betonschalen mit der isogeometrischen B-Rep-Analyse. In: Scheerer, S.; Curbach, M. (Hrsg.): Leicht Bauen mit Beton – Forschung im Schwerpunktprogramm 1542, Förderphase 1, Dresden: Institut für Massivbau der TU Dresden, 2014, S. 236–241 – <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:14-qucosa-171534>
- Breitenberger, M.; Apostolatos, A.; Philipp, B.; Wüchner, R.; Bletzinger, K.-U.: Analysis in computer aided design: Nonlinear isogeometric B-Rep analysis of shell structures. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 284 (2015), S. 401–457 – DOI 10.1016/j.cma.2014.09.033
- Breitenberger, M.; Philipp, B.; Bletzinger, K.-U.: CAD-integrated design and analysis of shell and membrane structures. In: KIVI (Hrsg.): Future Visions – Proc. of the Int. Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symp. 2015, 17.–20.08.2015 in Amsterdam (Niederlande), 2015, Beitrag Nr. IASS2015-501810, publ. auf USB stick, 9 S.
- Philipp, B.; Breitenberger, M.; Wüchner, R.; Bletzinger, K.-U.: Form-Finding of Architectural Membranes in a CAD-Environment Using the AiCAD-Concept. In: Thomsen, M.; Tamke, M.; Gengnagel, C.; Faircloth, B.; Scheurer,

- F. (Hrsg.): Modelling Behaviour – Proc. of Design Modelling Symp. 2015, 30.09.–02.10.2015 in Kopenhagen (Dänemark), Springer Int. Publ., 2015, S. 65–74 – DOI: 10.1007/978-3-319-24208-8_6
- Apostolatos, A.; Breitenberger, M.; Wüchner, R.; Bletzinger, K.-U.: Domain Decomposition Methods and Kirchhoff-Love Shell Multipatch Coupling in Isogeometric Analysis. In: Jüttler, B.; Simeon, B. (Hrsg.): Isogeometric Analysis and Applications 2014 – Lecture Notes in Computational Science and Engineering 107, S. 73–101 – DOI: 10.1007/978-3-319-23315-4_4
 - Philipp, B.; Breitenberger, M.; Wüchner, R.; Bletzinger, K.-U.: Membrane structures with the Isogeometric B-Rep Analysis (IBRA). In: Oñate, E.; Bletzinger, K.-U.; Kröplin, B. (Hrsg.): Proc. of VII Int. Conf. on Textile Composites and Inflatable Structures – Structural Membranes 2015, 19.–21.10.2015 in Barcelona (Spanien), 2015, S. 269–280 (publ. digitally) – URL: <http://hdl.handle.net/2117/109358>
 - Bauer, A. M.; Breitenberger, M.; Philipp, B.; Wüchner, R.; Bletzinger, K.-U.: Nonlinear isogeometric spatial Bernoulli Beam. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 303 (2016), S. 101–127 – DOI: 10.1016/j.cma.2017.07.010
 - Philipp, B.; Breitenberger, M.; D'Auria, I.; Wüchner, R.; Bletzinger, K.-U.: Integrated design and analysis of structural membranes using the Isogeometric B-Rep Analysis. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 303 (2016), S. 312–340 – DOI: 10.1016/j.cma.2016.02.003
 - Goldbach, A.-K.; Breitenberger, M.; Bletzinger, K.-U.: Computational Cutting Pattern Generation Using Isogeometric B-Rep Analysis. Procedia Engineering 155 (2016), S. 249–255 – DOI: 10.1016/j.proeng.2016.08.026
 - Philipp, B.; Bletzinger, K.-U.: Advances in the form-finding of structural membranes. Procedia Engineering 155 (2016), S. 332–341 – DOI: 10.1016/j.proeng.2016.08.036
 - Breitenberger, M.: Cad-integrated design and analysis of shell structures. Diss., TU München, 2016 – <https://mediatum.ub.tum.de/doc/1311417/1311417.pdf>
 - Breitenberger, M.; Philipp, B.; Wüchner, R.; Bletzinger, K.-U.; Hartmann, S.; Haufe, A.: Increasing Efficiency of the Design Process with an Isogeometric Analysis Plugin for Siemens NX by Analyzing the CAD Model Directly. In: Proc. of 10th European LS-DYNA Conf. 2015, 15.–17.06.2017 in Würzburg, 2017, 4 S. (publ. digitally)
 - Bauer, A. M.; Längst, P.; Wüchner, R.; Bletzinger, K.-U.: Isogeometric Analysis for Modeling and Simulation of Building Processes. In: Bögle, A.; Grohmann, M. (Hrsg.): Interfaces: architecture.engineering.science – Proc. of the IASS Annual Symp. 2017, 25.–28.09.2017 in Hamburg, Hamburg: HCU und IASS, 2017, Beitrag Nr. 9880, Book of Abstracts: S. 212, Langfassung auf USB-Stick, 10 S.
 - Längst, P.; Bauer, A. M.; Michalski, A.; Lienhard, J.: The Potentials of Isogeometric Analysis Methods in Integrated Design Processes. In: Bögle, A.; Grohmann, M. (Hrsg.): Interfaces: architecture.engineering.science – Proc. of the IASS Annual Symp. 2017, 25.–28.09.2017 in Hamburg, Hamburg: HCU und IASS, 2017, Beitrag Nr. 9936, Book of Abstracts: S. 213, Langfassung auf USB-Stick, 10 S.
 - Goldbach, A.-K.; Bletzinger, K.-U.: Isogeometric B-Rep Analysis for finding stress-optimized cutting patterns. In: Bögle, A.; Grohmann, M. (Hrsg.): Interfaces: architecture.engineering.science – Proc. of the IASS Annual Symp. 2017, 25.–28.09.2017 in Hamburg, Hamburg: HCU und IASS, 2017, Beitrag Nr. 9190, Book of Abstracts: S. 156, Langfassung auf USB-Stick, 8 S.
 - Bauer, A. M.; Breitenberger, M.; Philipp, B.; Wüchner, R.; Bletzinger, K.-U.: Embedded structural entities in NURBS-based isogeometric analysis. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 325 (2017), S. 198–218 – DOI: 10.1016/j.cma.2015.12.027
 - Bauer, A. M.; Wüchner, R.; Bletzinger, K.-U.: Isogeometric analysis for staged construction within lightweight design. In: Oñate, E.; Bletzinger, K.-U.; Kröplin, B. (Hrsg.): Proc. of VIII Int. Conf. on Textile Composites and Inflatable Structures – Structural Membranes 2017, 09.–11.10.2017 in München, 2017, S. 311–322 (publ. digitally) – URL: <http://hdl.handle.net/2117/185200>.
 - Teschemacher, T.; Bauer, A. M.; Oberbichler, T.; Breitenberger, M.; Rossi, R.; Wüchner, R.; Bletzinger, K.-U.: Realization of CAD-integrated Shell Simulation based on Isogeometric B-Rep Analysis. Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences 5 (2018) 19, 54 S. – DOI: 10.1186/s40323-018-0109-4

Qualifikation wissenschaftlichen Nachwuchses im Rahmen des Projektes | Qualification of young academics within the framework of the project

Dissertation | Dissertation

- Breitenberger, M.: CAD-integrated design and analysis of shell structures. 2016

Studienarbeiten | Student's research projects

- D'Auria, I.: Formfindung mit isogeometrischen Elementen. Masterarbeit, 2013
- Ziegltrum, J.: Tragwerksbeurteilung und Bemessung von Schalen aus Stahlfaserbeton am Beispiel der Raststätte Deitingen Süd. Bachelorarbeit, 2013

Folgeprojekte | Follow-up projects

- Erforschung der mathematisch-methodischen Grundlagen zur Nutzung der Isogeometrischen Analyse in der Leichtbau-Planung | Investigation of the mathematical-methodical basis for the use of isogeometric analysis in lightweight design

Projektleiter Applicant:	Prof. Dr.-Ing. Kai-Uwe Bletzinger
Förderer Funding:	Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie, Zentrales Innovationsprogramm Mittelstand (ZIM)
Förderzeitraum Funding period:	04/2016–12/2018
Partner Partner:	str.ucture GmbH, Stuttgart

- Der digitale Baukasten – Simulationsbasierte Modelle und Methoden für den Entwurf modularer Tragsysteme aus Beton | The Digital Building Kit – Simulation-based models and methods for the design of modular concrete structures

Projektleiter Applicant:	Prof. Dr.-Ing. Kai-Uwe Bletzinger
Förderer Funding:	Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) / SPP 2187
Förderzeitraum Funding period:	02/2020–01/2023