# Logaritemsko računalo

## The Slide Rule

Nada Razpet

*Pedagoška fakulteta, Koper*
*Pedagoška fakulteta, Ljubljana*

**Povzetek**

*Vego poznamo predvsem po njegovih logaritmih, le-ti pa so tesno povezani z računanjem z logaritemskim računalom. Ogledali si bomo nekatere utrinke iz zgodovine, ki so pripeljali do razvoja logaritemskih računal, in osvežili računanje z njimi, saj je ta, nekdaj nepogrešljivi pripomoček, izginil iz šol okrog leta 1970.*

**Abstract**

*Vega is well-known above all for his logarithms, which are closely linked to calculating with the aid of the slide rule. We will consider some historical episodes which have led to the development of the slide rule, and refresh our knowledge of how to calculate using the slide rule, since this once indispensable instrument disappeared from schools around 1970.*

### Hitro računanje

Kdor je v 16. stoletju znal brati in računati, je veljal za zelo inteligentnega. Nekateri ljudje so imeli posebne metode hitrega računanja z velikimi števili, drugi so znali cele tabele na pamet. Poglejmo metodo hitrega računanja s komplementom (nekateri mu rečejo računanje na križ). Ime izvira iz metode dela, saj lahko množence in množitelje dopolnimo do najbližje desetiške potence (10, 100, 1000 ...).

**Primer:** $7 \cdot 6 =$? Vsako od števil je večje od 5, zato pogledamo dopolnitev do 10. Dobimo števili 3 in 4.

$$\begin{array}{ccc} 7 & & 3 \\ & \times & \\ 6 & & 4 \end{array}$$

$$a = 7 \quad b = 6$$

$$ab = 10(a - (10 - b)) + (10 - a)(10 - b) = 10 \cdot (7 - 4) + 3 \cdot 4 = 30 + 12 = 42$$

Najprej z 10 (z ustrezno potenco števila 10) pomnožimo razliko števil po diagonali (vseeno po kateri, saj sta enaki) in k temu prištejemo produkt števil iz drugega stolpca. Metoda se zdi morda okorna, toda pri velikih številih se to obnese. Poglejmo še nekaj primerov:

$$\begin{array}{ccc} 997 & & 3 \\ & \times & \\ 996 & & 4 \\ \hline \multicolumn{3}{l}{993012} \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 990 & & 10 \\ & \times & \\ 984 & & 16 \\ \hline \multicolumn{3}{l}{974160} \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 78 & & 22 \\ & \times & \\ 96 & & 4 \\ \hline \multicolumn{3}{l}{7488} \end{array}$$

$$997 \cdot 996 = (997 - 4) \cdot 1000 + 3 \cdot 4 = 993012$$
$$990 \cdot 984 = (984 - 10) \cdot 1000 + 160 = 974160$$
$$78 \cdot 96 = (78 - 4) \cdot 100 + 4 \cdot 22 = 7488$$

Škotski matematik John Napier (1550–1617) je v začetku 17. stoletja sestavil tablice, ki so pomagale pri množenju in deljenju z velikimi števili. Izdelal je posebne palčke (iz slonovine) in nanje natisnil števila. Ker so spominjale na kosti, so jih poimenovali *Napier's Bones*. Računanje s palčkami je Napier opisal v delu *Rabdologiae* (1617). Na posamezni palčki so napisani večkratkratniki števil od 0 do 9. Dodana je še posebna *indeksna palčka*. Izračunajmo produkt $6 \cdot 489$.

$$\begin{array}{rcl} 6 \times 4\phantom{89} &=& 24\phantom{34} \\ 6 \times \phantom{4}8\phantom{9} &=& \phantom{2}48\phantom{4} \\ 6 \times \phantom{48}9 &=& \phantom{29}54 \\ \hline 6 \times 489 &=& 2934 \end{array}$$

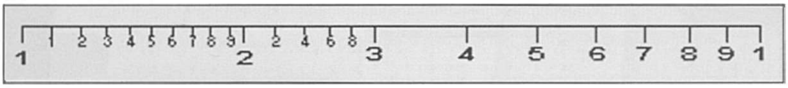
| | 4 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|
| 1 | /4 | /8 | /9 |
| 2 | /8 | 1/6 | 1/8 |
| 3 | 1/2 | 2/4 | 2/7 |
| 4 | 1/6 | 3/2 | 3/6 |
| 5 | 2/0 | 4/0 | 4/5 |
| 6 | 2/4 | 4/8 | 5/4 |
| 7 | 2/8 | 5/6 | 6/3 |
| 8 | 3/2 | 6/4 | 7/2 |
| 9 | 3/6 | 7/2 | 8/1 |

Računanje z Napierovimi palčkami

Zložimo naslednje palčke: indeksno, mnogokratnike števila 4, 8 in 9. Pogledamo na indeksno palčko v vrstico, ki se začenja s 6, seštevamo števila, ki so zapisana med dve sosednji diagonali. Začnemo skrajno desno: enice 4, desetice 8+5=13, torej 3 in 1 štejem dalje, stotice 1+4+4=9 in tisočice 2. Zmnožek je 2934.

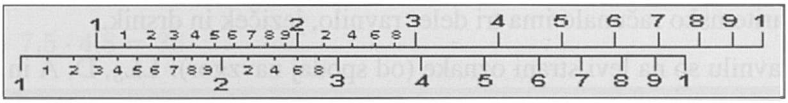
Napier, za katerega je bila matematika hobi, je danes bolj poznan po logaritmih, o katerih pa sta pisala dr. Anton Suhadolc in Agata Tiegl.

Za razvoj logaritemskega računala je pomembna prva geometrijska ponazoritev logaritmov z daljico, ki jo je *izumil* profesor astronomije na Gresham Collegeu v Londonu, Edmund Gunter (1581–1626). Skala je nastala okrog leta 1624.



SLIKA / FIGURE 1. Prva geometrijska ponazoritev logaritmov (Edmund Gunter) / The first geometrical illustration of logarithms (Edmund Gunter)

Kasneje je William Oughtred (1574–1660), prav tako profesor na isti ustanovi, sestavil dve skali, ki sta drseli druga ob drugi.



SLIKA / FIGURE 2. Logaritemski skali Williama Oughtreda / Logarithmic scales of William Oughtred

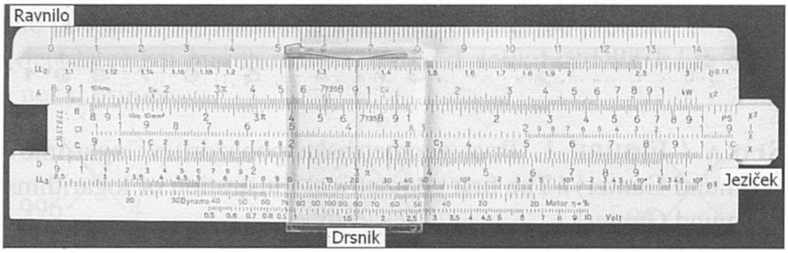
Oughtred je izdelal tudi *krožno logaritemsko računalo*, ki je imelo dva kazalca, pritrjena v središču obeh koncentričnih krogov, ki sta imela na obodih logaritemsko skalo. S tem pripomočkom so lahko množili in delili. William Oughtred je delovanje tega računala opisal leta 1632 v delu *The Circles of Proportion and the Horizontal Instruments*. Pripomoček so uporabljali približno 10 let.

Sir Isaac Newton je predlagal uvedbo drsnika, ki pa se je uveljavil šele stoletje kasneje. Prvo logaritemsko računalo, ki spominja na obliko, kot smo jo poznali v prejšnjem stoletju, je iznašel Seth Partridge leta 1657.

Francoz Victor Mayer Amédé Mannheim (1831–1906) je tako kot Vega služboval v vojski. Mannheim je standardiziral moderno obliko logaritemskega računala. Njegovo računalo je imelo jeziček, na katerem so bile oznake na obeh straneh in ga je bilo za nekatere izračune potrebno izvleči iz ravnila, ga obrniti na hrbtno stran in ponovno vstaviti v ravnilo.

Na nadaljnji razvoj logaritemskih računal so vplivali matematiki, mehaniki, fiziki, civilni in vojaški inženirji. Razvili so računala različnih oblik: okrogla, valjasta, eliptična, v obliki ravnil itd. Bila so nepogrešljiv pripomoček vse do uvedbe kalkulatorjev. Nekatere tovarne še vedno izdelujejo posebne izvedbe računal, na primer za mornarje, graditelje ladij, gradbince, strojne inženirje, rudarje itd.

## Opis in računanje




SLIKA / FIGURE 3. Deli logaritemskega računala / Parts of the slide rule

Logaritemsko računalo ima tri dele: ravnilo, jeziček in drsnik.

Na ravnilu so na levi strani oznake (od spodaj navzgor): $LL_3$, D, A in $LL_2$, na desni pa $e^x$, $x$, $x^2$, $e^{0,1x}$.

Na jezičku so na levi strani oznake C, Cl in B, na desni pa $x$, $\frac{1}{x}$ in $x^2$.

Na ravnilu in jezičku so v vrstici, označeni z $x$, števila od 1 do 10, v vrstici, označeni z $x^2$, pa od 1 do 100 (v izpisu so ničle izpuščene). Presledki med števili niso enaki, saj je skala logaritemska. Števila beremo tako, kot bi imeli v rokah ravnilo z merilom, le da se razdalje na merilu od leve proti desni krajšajo.

Drsnik ima navpično črto, ki omogoča natančno nastavitev.

Pri računanju lega decimalne vejice ni pomembna. Tako računamo na primer enako s števili 5, 50, 50000 ali 0,05. Lego decimalne vejice (oziroma število mest) določamo na pamet.

## Nastavljanje števil

Najprej se moramo naučiti nastavljati števila. Pri tem je pomembno naslednje: števila 1, 15, 157, 198... ležijo med 1 in 2. Števila 2, 25, 279 itd. pa med 2 in 3. Na ravnilu in jezičku je posebej označena lega števila $\pi$.

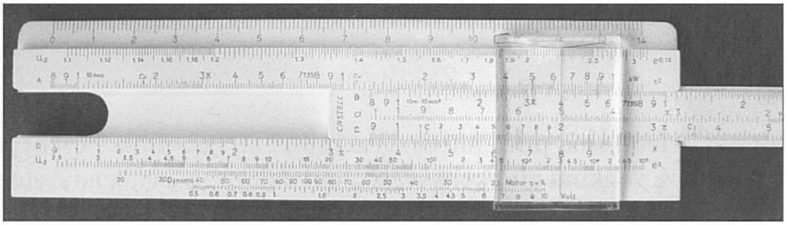
## Množenje

Ker je skala logaritemska, množimo tako, da seštevamo daljice, katerih dolžina ustreza logaritmu števila, saj velja:

$$\log(a \cdot b) = \log a + \log b.$$

Izračunajmo produkte:

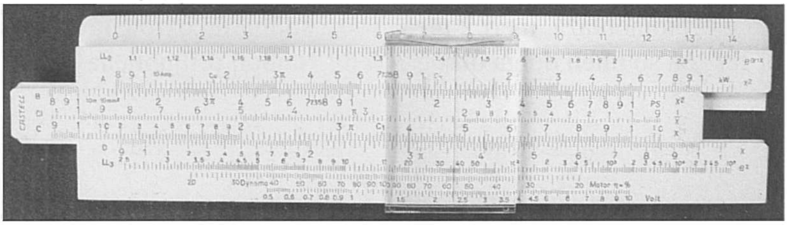
a) $4 \cdot 2 = 8$



SLIKA / FIGURE 4. Računanje produkta $4 \cdot 2$ / Calculating the product: $4 \cdot 2$

Na ravnilu poiščemo 4, enico jezička postavimo nad 4, prestavimo drsnik na 2 (na jezičku) in na ravnilu preberemo: 8.

b) $7{,}5 \cdot 4{,}8 = 36$



SLIKA / FIGURE 5. Računanje produkta $7{,}5 \cdot 4{,}8$ / Calculating the product: $7.5 \cdot 4.8$

Na ravnilu poiščemo 7,5, enico na jezičku nastavimo nad 7,5, in pogledamo, kje na jezičku je 4,8. Opazimo, da je 4,8 zunaj ravnila. Kaj sedaj? Desno enico na jezičku (pravzaprav 10) nastavimo nad 7,5, drsnik postavimo na 4,8 na jezičku in na ravnilu odčitamo 36.

## Deljenje

Zdaj že vemo, kako bomo delili. Deljenec nastavimo na ravnilu, delitelj pa nad tem številom na jezičku. Rezultat preberemo pod 1 oziroma 10 na jezičku.

## Kvadriranje in obratna vrednost

Kvadrati so na jezičku nad številom (vrstica označena z $x^2$), obratne vrednosti pa so na jezičku nad števili v vrstici, ki je rdeča.

## Kotne funkcije

Pri večini računal je potrebno izvleči jeziček in ga obrniti, saj sta skali za kotni funkciji $\sin x$ in $\tan x$ zapisani na hrbtni strani jezička. Na jezičku je treba z drsnikom nastaviti izbrani kot in rezultat prebrati na ravnilu, na skali, označeni z $x$.

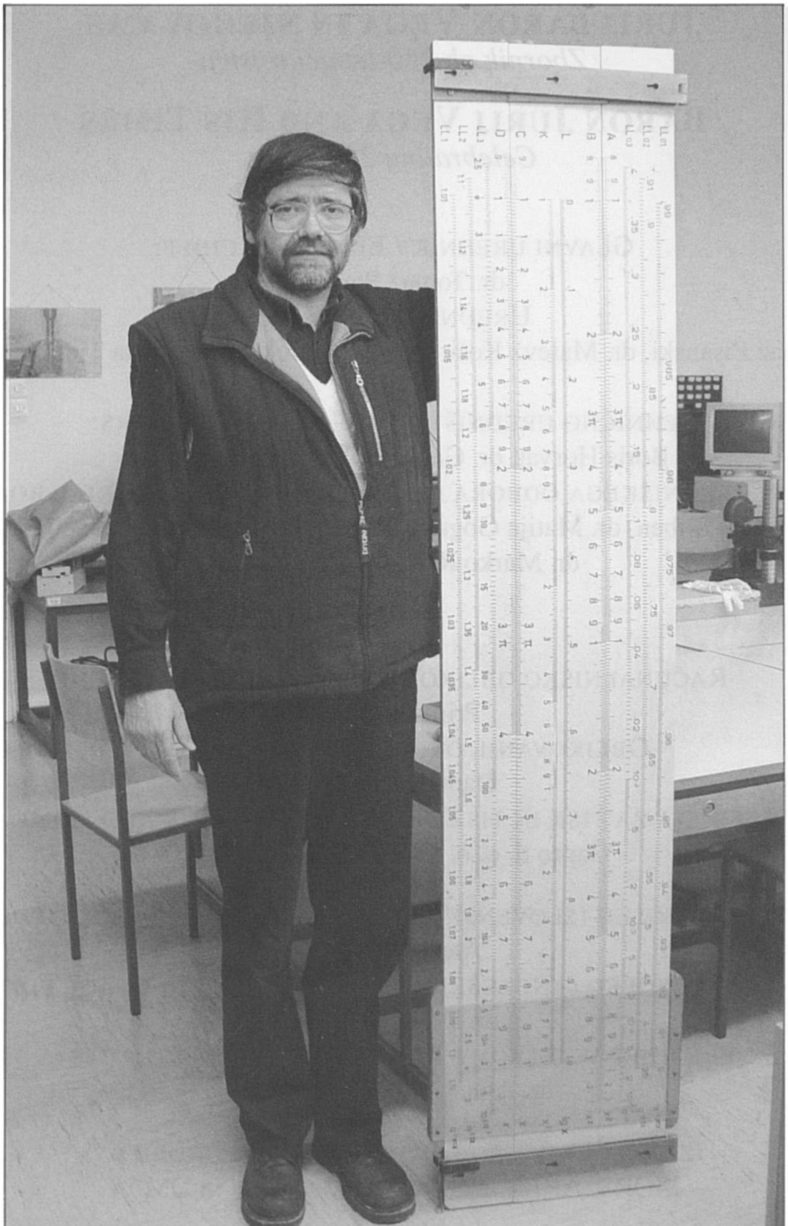
## Zaključek

V zadnjih 20 letih smo priča hitremu razvoju tehnologije, še posebej računalniške. Računanje z velikimi ali majhnimi števili je hitro in natančno, zato si dijaki in študenti ne predstavljajo, kako zamudno je bilo včasih tako računanje. Uporabljali smo logaritemske tabele in logaritemska računala. Zanimanje za logaritemska računala ni zamrlo. Na spletnih straneh lahko najdemo veliko zbirateljev teh pripomočkov, v raznih muzejih pa zelo dragocene primerke.

Na vseh tehniških srednjih šolah smo še nekje do sedemdesetih let prejšnjega stoletja poučevali tudi računanje z logaritemskimi računali. Na Fakulteti za strojništvo v Ljubljani, na Srednji kemijski šoli v Ljubljani in tudi na Pedagoški fakulteti v Ljubljani (in prav gotovo še kje drugje) še hranijo logaritemska računala, ki se pritrdijo na tablo in so namenjena demonstraciji. Na sliki je primerek s Fakultete za strojništvo. Ni fotomontaža, meri 2 m. Dijaška so merila okrog 15 cm, tisti z bolj *globokimi žepi* pa so imeli dolga okrog 30 cm. Najbolj priljubljena je bila znamka Faber-Castell.

## Vira

(1.) http://www-gap.dsc.st-and.ac.uk/~history/Mathematics
(2.) http://www.cs.transy.edu/kylek/gunterbio.html



SLIKA / FIGURE 6. Demonstracijsko računalo s Fakultete za strojništvo v Ljubljani / Slide rule from the Faculty of Mechanical Engineering in Ljubljana used for demonstration