

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

Enrique Guzmán y Valle

ALMA MÁTER DEL MAGISTERIO NACIONAL

ESCUELA DE POSGRADO



Tesis

Aula invertida en el logro de competencias del curso de Matemática en los estudiantes del primer semestre de la Escuela Superior de Tecnología SENATI, Independencia

Presentada por

Telly Nestor ROJAS GUTIERREZ

ASESOR

Juan Carlos VALENZUELA CONDORI

**Para optar al Grado Académico de
Maestro en Ciencias de la Educación
con mención en Docencia Universitaria**

Lima – Perú

2021

**Aula invertida en el logro de competencias del curso de Matemática en los estudiantes
del primer semestre de la Escuela Superior de Tecnología SENATI, Independencia**

A mi hija, esposa y padres por acompañarme
en esta etapa de mi vida.

Reconocimientos

A la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle - Escuela de Posgrado por haberme acogido y abierto las puertas de su seno científico para poder seguir mis estudios de post grado en Maestría, así como también a su plana docentes que me brindaron sus valiosos conocimientos y su apoyo para seguir adelante en este camino de desarrollo profesional. En especial a mí querida maestra de Tesis Dra. Irma Reyes Blácido por impulsar el desarrollo de mi formación profesional.

A mi Asesor de Tesis Dr. Juan Carlos Valenzuela Condori por haberme dado la oportunidad de recurrir a su capacidad y conocimiento científico.

Al Profesor Mg. José Avalo Chávez y docentes de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.

Tabla de Contenidos

Carátula.....	i
Título	ii
Dedicatoria.....	iii
Reconocimientos	iv
Tabla de Contenidos	v
Lista de Tablas.....	viii
Lista de Figuras	x
Resumen	xi
Abstract.....	xii
Introducción.....	xiii
Capítulo I. Planteamiento del Problema	1
1.1. Determinación del Problema	1
1.2. Formulación del Problema	2
1.2.1. Problema general.....	2
1.2.2. Problemas específicos.	3
1.3. Objetivos de la Investigación	3
1.3.1. Objetivo general.	3
1.3.2. Objetivos específicos.....	4
1.4. Importancia y Alcances de la Investigación	4
1.4.1. Importancia de la investigación.....	4
1.5. Limitaciones de la Investigación	5
Capítulo II. Marco Teórico	6
2.1. Antecedentes de la Investigación	6
2.1.1. Antecedentes nacionales.....	6
2.1.2. Antecedentes internacionales.	7
2.2. Bases Teóricas	8

2.2.1. Aula Invertida o Flipped Classroom.	8
2.2.2. Logros por competencia.	15
2.3. Definición de Términos Básicos	21
Capítulo III. Hipótesis y Variables	23
3.1. Hipótesis	23
3.1.1. Hipótesis general.	23
3.1.2. Hipótesis específicas.	23
3.2. Variables.....	24
3.2.1. Variable independiente.....	24
3.2.2. Variable dependiente.....	24
3.2.3. Subvariables	24
3.3. Operacionalización de Variables.....	24
Capítulo IV. Metodología.....	25
4.1. Enfoque de la Investigación	25
4.2. Tipo de Investigación	25
4.3. Diseño de la Investigación.....	25
4.4. Población y Muestra.....	26
4.4.1. Población.....	26
4.5. Técnicas e Instrumentos de Recolección de Información	26
4.6. Tratamiento Estadístico de los Datos	26
Capítulo V. Resultados	29
5.1. Validez y Confiabilidad de los Instrumentos	29
5.1.1. Validación de los instrumentos.	29
5.1.2. Confiabilidad de los instrumentos.....	29
5.2. Presentación y Análisis de Resultados	36
5.3. Discusión.....	58
Conclusiones.....	64

Recomendaciones	66
Referencias	67
Apéndices	69
Apéndice A. Matriz de consistencia.....	70
Apéndice B. Instrumentos de evaluación....	71
Apéndice C. Módulos.....	88
Apéndice D. Sesiones de clase.....	163
Apéndice E. Validación de instrumentos.....	171

Lista de Tablas

Tabla 1 <i>Ambiente flexible</i>	10
Tabla 2 <i>Cultura de Aprendizaje</i>	10
Tabla 3 <i>Contenido Dirigido</i>	11
Tabla 4 <i>Facilitador Profesional</i>	11
Tabla 5 <i>Clase tradicional al aprendizaje invertido</i>	13
Tabla 6 <i>Operacionalización de variables</i>	24
Tabla 7 <i>Instrumentos y Técnicas Estadística</i>	27
Tabla 8 <i>Aspectos de validación e informantes (Cuestionario)</i>	29
Tabla 9 <i>Confiabilidad del primer instrumento</i>	31
Tabla 10 <i>Valores de los niveles de confiabilidad</i>	31
Tabla 11 <i>Confiabilidad del segundo instrumento (pre prueba)</i>	33
Tabla 12 <i>Valores de los niveles de confiabilidad</i>	33
Tabla 13 <i>Confiabilidad del segundo instrumento (post prueba)</i>	35
Tabla 14 <i>Frecuencia de Ambiente Flexible</i>	40
Tabla 15 <i>Frecuencia de Modelo de aprendizaje centrado en el alumno</i>	41
Tabla 16 <i>Frecuencia de Diseño de contenidos</i>	42
Tabla 17 <i>Frecuencia de Educadores expertos</i>	43
Tabla 18 <i>Cuadro comparativo entre las cuatro dimensiones de la variable Aula invertida</i> ...	43
Tabla 19 <i>Prueba de Shapiro-Wilk para una muestra</i>	45
Tabla 20 <i>Comparación de resultados de prueba de salida</i>	47
Tabla 21 <i>Estadística Hipótesis general</i>	50
Tabla 22 <i>Prueba de Hipótesis general</i>	50
Tabla 23 <i>Estadística Hipótesis específica 1</i>	52
Tabla 24 <i>Prueba de Hipótesis específica 1</i>	53

Tabla 25 <i>Estadística Hipótesis específica 2</i>	54
Tabla 26 <i>Prueba de Hipótesis específica 2</i>	55
Tabla 27 <i>Estadística Hipótesis específica 3</i>	56
Tabla 28 <i>Prueba de Hipótesis específica 3</i>	57
Tabla 29 <i>Estadística Hipótesis específica 4</i>	58
Tabla 30 <i>Prueba de Hipótesis específica 4</i>	59

Lista de Figuras

<i>Figura 1.</i> Pilares Flipped Learning (Retamoso, Sandy 2016	9
<i>Figura 2.</i> Clase tradicional al aprendizaje invertido; Santiago, R (2014).....	14
<i>Figura 3.</i> Conceptualización semántica (Córdova – Oliveros 2014)	18
<i>Figura 4.</i> Resumen de procesamiento de datos Aula Invertida.....	30
<i>Figura 5.</i> Resumen de procesamiento de datos pre prueba (Prueba 8)	32
<i>Figura 6.</i> Resumen promedio pre prueba.....	33
<i>Figura 7.</i> Resumen de procesamiento de datos post prueba (Prueba 8).....	34
<i>Figura 8.</i> Resumen promedio post prueba	35
<i>Figura 9.</i> Ambiente Flexible	40
<i>Figura 10.</i> Modelo de aprendizaje centrado en el alumno	41
<i>Figura 11.</i> Diseño de contenidos.....	42
<i>Figura 12.</i> Educadores expertos.....	43
<i>Figura 13.</i> Variable: Aula invertida	44
<i>Figura 14.</i> Región crítica de la hipótesis general.....	51
<i>Figura 15.</i> Región crítica de la hipótesis específica 1.....	53
<i>Figura 16.</i> Región crítica de la hipótesis específica 2.....	55
<i>Figura 17.</i> Región crítica de la hipótesis específica 3.....	57
<i>Figura 18.</i> Región crítica de la hipótesis específica 4.....	59

Resumen

La formación profesional de la Escuela Superior de Tecnología SENATI, está enfocada en la ejecución de tareas de investigación y desarrollo de tecnología. Los egresados poseen las competencias necesarias para aplicar los conocimientos tecnológicos logrados en los campos de la ingeniería y ciencias; así como la identificación y solución de problemas en materia de productos, procesos y materiales de producción con el objetivo de gestionar procesos eficientes y de calidad, es por eso que nuestros alumnos pasan por un exigente programa curricular en ciencias. La Escuela ha observado que parte de su población estudiantil del primer semestre no ha logrado las competencias del curso de matemáticas, se ha conseguido conversar de manera informal con los estudiantes y manifiestan que es complicado mantener la atención en clase, por la cantidad de información teórica y la poca comprensión del curso debido a sus anteriores instituciones educativas y es por ese motivo que no los estimula a estudiar, lo cual repercute directamente en el logro de competencias del curso. Esta investigación presenta un modelo pedagógico Aula invertida en el logro de competencias del curso de matemática en los estudiantes del primer semestre de la Escuela Superior de Tecnología SENATI, ahora el estudiante se hace partícipe directamente de su aprendizaje , consiste en invertir los momentos de estudio entre el docente y el estudiante .El alumno tiene acceso a herramientas tecnológicas (aula virtual , videos tutoriales, audio, etc), el docente sube material específicamente diseñado para el tema a realizar (debe ser de orden inferior de acuerdo a la taxonomía de Bloom),con la ventaja que el alumno puede controlar el momento y tiempos adecuados para revisar el material.

Palabras clave: Senati, Aula Invertida, Competencias y Edmodo.

Abstract

The professional training of the SENATI Higher School of Technology is focused on the execution of research and technology development tasks. Graduates possess the necessary skills to apply the technological knowledge achieved in the fields of engineering and science; as well as the identification and solution of problems in terms of products, processes and production materials with the objective of managing efficient and quality processes, that is why our students go through a demanding curriculum program in science. The School has observed that part of its student population in the first semester has not achieved the competencies of the mathematics course, it has been possible to talk informally with the students and state that it is difficult to maintain attention in class, due to the amount of theoretical information and the poor understanding of the course due to their previous educational institutions and that is why it does not stimulate them to study, which has a direct impact on the achievement of course competencies. This research presents a classroom pedagogical model invested in the achievement of mathematics course competencies in the students of the first semester of the SENATI Higher School of Technology, now the student is directly involved in their learning, it consists in inverting the moments of study between the teacher and the student. The student has access to technological tools (virtual classroom, video tutorials, audio, etc.), the teacher uploads material specifically designed for the subject to be performed (must be of a lower order according to Bloom's taxonomy) , with the advantage that the student can control the time and appropriate times to review the material.

Keywords: Senati, Inverted classroom, Competencies and Edmodo.

Introducción

En esta presente tesis , se aborda de cómo se puede mejorar el logro de competencias a través del uso de un enfoque pedagógico llamada Aula Invertida en el cual permite que el docente prepare y desarrolle sus clases haciendo uso de plataformas virtuales , de tal manera que el alumno en casa observa a través de videos (hechos por el docente o enlaces en YouTube) , diapositivas , Módulo académico, y en el aula se desarrolla la sesión de clases llevándolos a sus habilidades de orden superior según Taxonomía de Bloom.

Pues considero que el uso de este enfoque pedagógico determina un efecto positivo en el logro de competencia del curso de Matemática en los estudiantes del primer semestre de la escuela profesional Técnicas en ingeniería Mecánica de Mantenimiento.

La presente tesis consta de la siguiente estructura:

En el capítulo I se encuentra el planteamiento del problema, su formulación en forma general y específica, objetivos, al igual que la importancia de la investigación y limitaciones de mi investigación. En el Capítulo II el Marco teórico de la investigación, los antecedentes, internacionales y nacionales, y las bases teóricas de las variables Aula invertida en el logro de competencias del curso de Matemática. En el Capítulo III se describe la Hipótesis y variables, la hipótesis general y específicas. En el Capítulo IV se desarrolla la Metodología , se describen : Enfoque de la investigación , tipo de investigación, diseño , población y muestra, las técnicas e instrumentos de recolección de información , tratamiento estadístico y procedimiento de la investigación .En el Capítulo V se exponen los resultados , se explica la validez y confiabilidad de los instrumentos, presentación y análisis de los resultados, conclusiones y recomendaciones que se realizó por parte del investigador , así como las citas y fuentes referenciales y finalmente los apéndices.

Capítulo I. Planteamiento del Problema

1.1. Determinación del Problema

En estos tiempos los jóvenes estudiantes pertenecen a la era digital , por tanto , el tipo de enseñanza que se les proporciona debe estar acorde a sus características tecnológicas es así que dentro de los conocimientos que deben ir adquiriendo en matemáticas y reconociendo su vital importancia , para las diversas aplicaciones en las diferentes carreras profesionales que ofrece la Escuela Superior Tecnológica Senati a los jóvenes responsables y motivados , es de mayor grado de dificultad y que muchos jóvenes no logran alcanzar y esto no es un problema local sino global ”El bajo rendimiento en la escuela tiene consecuencias a largo plazo tanto para los individuos como para los países. Los alumnos con un rendimiento bajo a los 15 años tienen más riesgos de abandonar completamente; y cuando una gran proporción de la población carece de habilidades básicas el crecimiento económico de un país a largo plazo se ve amenazado”, OCDE(2016).

Según estudio de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), basado en los datos de los 64 países participantes en el Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos (PISA, por sus siglas en inglés), el que señala que la región está por debajo de los estándares globales de rendimiento escolar. Los cuatro países sudamericanos -junto a Indonesia, Qatar, Jordania, Túnez, Albania y Kazajistán- son los que presentan mayor cantidad de alumnos de 15 años por debajo del promedio de rendimiento en matemáticas, lectura y ciencia.

Países de América Latina con menor cantidad de estudiantes que superan el promedio OCDE de rendimiento académico.

- 27,4% Argentina
- 26,5% Brasil

- 22,9% Colombia
- 19,7% Perú

Nuestro país se enfrenta a esa realidad actual nuestros alumnos no desarrollan de manera efectiva y juiciosa el curso de matemáticas y así logran postular a las distintas universidades públicas y privadas ,Institutos tecnológicos y Escuelas Superior de Tecnología como el SENATI ,que desarrolla el conocimientos a través de la práctica , en la Escuela Superior de Tecnología los alumnos que han logrado ocupar una vacante y hacen su primer ciclo , teniendo dificultades en el desarrollo del curso de matemáticas por la falta de tiempo que pueden haber entregado al curso en su Educación Básica Regular(EBR) , a esto se le ha atribuido la desmotivación y apatía por el aprendizaje de las matemáticas .La Escuela Superior SENATI ha intentado diseñar diferentes métodos de aprendizaje a través de capacitaciones y se ha detectado que la situación no mejora de forma significativa. Sin embargo el problema se profundiza aún más, porque a los docentes se les exige cumplir con un plan de estudios que en la mayoría de los casos está sobrecargado de temas y que en lugar de aportar al crecimiento formativo del estudiante, se convierten en obstáculos para el logro de competencias del curso. En muchas ocasiones el docente enfrenta una bifurcación entre cumplir con el programa curricular que se le exige o tratar que los estudiantes comprendan lo que se les está enseñando, aunque esto traiga como consecuencias llamados de atención por parte de Auditores Internos o externos.

1.2. Formulación del Problema

1.2.1. Problema general.

PG ¿Cuál es el efecto del Aula invertida en el logro de competencias del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional

Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI , Independencia?

1.2.2. Problemas específicos.

- PE1** ¿Cuál es el efecto del Aula Invertida en el logro de competencia Comunicar del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI?
- PE2** ¿Cuál es el efecto del Aula Invertida en el logro de competencia Pensar y Razonar del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI?
- PE3** ¿Cuál es el efecto del Aula Invertida en el logro de competencia Cálculo Operativo del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI?
- PE4** ¿Cuál es el efecto del Aula Invertida en el logro de competencia Resolución de Problemas del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI?

1.3. Objetivos de la Investigación

1.3.1. Objetivo general.

- OG** Evaluar el efecto del Aula Invertida en el logro de competencias del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI , Independencia.

1.3.2. Objetivos específicos.

- OE1** Determinar el efecto de Aula Invertida en el logro de competencia Comunicar del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.
- OE2** Determinar el efecto de Aula Invertida en el logro de competencia Pensar y Razonar del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.
- OE3** Determinar el efecto de Aula Invertida en el logro de competencia Cálculo Operativo del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.
- OE4** Determinar el efecto de Aula Invertida en el logro de competencia Resolución de Problemas del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.

1.4. Importancia y Alcances de la Investigación

1.4.1. Importancia de la investigación.

Enfrentamos un mundo cada vez más competitivo con etapas nuevas y emergentes, que hacen que nuestras actividades sean cada vez más rápidas por cuanto contamos con la información y la tecnología al alcance de nuestras manos, resulta conveniente entender que las habilidades que debe tener el estudiante técnico superior para poder ser un profesional competente es el análisis, síntesis y comunicarse adecuadamente para la toma de decisiones, es nuestra responsabilidad como docentes generar a través de nuestro

desempeño las condiciones necesarias para contribuir con su desarrollo permanentemente, hoy dadas las características particulares de nuestros estudiantes se hace más que necesario desempeñarnos adecuadamente a fin de contribuir con herramientas didácticas y tecnológicas que nos brinda los medios virtuales para que favorezcan en el proceso de aprendizaje , es nuestra responsabilidad lograr que desarrollen también sus habilidades sociales, integrales y enseñarles de manera más practica conduciéndolos a la realidad empresarial a través de nuestro modelo metodológico que implementamos.

1.5. Limitaciones de la Investigación

Tenía que superar y atenuar las siguientes limitaciones

- El poco interés de mis estudiantes por querer cambiar de técnicas de estudio
- Dificultades en la realización de videos, libreto y edición.
- Dificultades relacionadas a los recursos económicos y financieros puesto que yo estoy asumiendo los gastos y dificultades para comprar libros en línea, que contiene temas relacionados a mi investigación.
- Dificultades relacionadas a la elaboración de mis instrumentos para las dos variables que presento: Aula Invertida y Logro de Competencia

Capítulo II. Marco Teórico

2.1. Antecedentes de la Investigación

2.1.1. Antecedentes nacionales.

Benítez (2018) En su tesis titulada *Flipped Classroom y el efecto en las competencias transversales de los alumnos del curso de electricidad y electrónica industrial en una universidad pública de Lima*. Llega a la siguiente conclusión los resultados obtenidos indican que el modelo pedagógico influye de manera positiva la adquisición de estas competencias, el análisis de los datos nos permite inferir que ha habido una mejora importante en el desarrollo de tales competencias. Tomando en cuenta los medios del pre y post test, por lo que se puede aseverar que la mencionada hipótesis ha sido confirmada.

Retamoso (2016) En su tesis titulada *Percepción de los estudiantes del primer ciclo de Estudios Generales Ciencias acerca de la influencia del Flipped Learning en el desarrollo de su aprendizaje en una universidad privada de Lima*. Llega a la siguiente conclusión que La percepción de los estudiantes frente al enfoque Flipped Learning fue favorable, dado que influyó positivamente en su aprendizaje, al tener mayor tiempo para revisar la información teórica, realizar actividades participativas en el aula y contar con la asesoría del docente.

Medina (2015) En su tesis para grado de Doctor titulada *Aplicación del modelo de formación semipresencial y el desarrollo de habilidades cognitivas básicas en alumnos de Matemática Discreta de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas*. Llega a la siguiente conclusión los resultados de esta investigación indican que el modelo ha tenido un buen efecto en el proceso de enseñanza aprendizaje, bueno en el sentido de que no se han obtenido resultados más bajos que los obtenidos en el sistema presencial, dándoles a los estudiantes mayor responsabilidad en su proceso de aprendizaje. Basados en este hecho, los estudiantes han tenido una percepción positiva del sistema y los contenidos

presentados se ajustan al perfil de cada usuario el autor ha utilizado el modelo pedagógico Flipped Classroom.

2.1.2. Antecedentes internacionales.

Sánchez (2017) En su tesis para grado de Doctor titulado *Flipped classroom. La clase invertida, una realidad en la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Málaga*, Llega a la siguiente conclusión convencida de que la metodología flipped classroom, se ajusta en gran medida a los deseos de una enseñanza más activa participativa, colaborativa, que prepara a individuos para un mañana impreciso e indefinido, se pretende aportar un pequeño grano de arena a los trabajos que confirman las mejoras, que esta metodología produce en los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Juca y García (2016) *Un artículo titulado “La educación invertida. Un nuevo reto para la educación superior”*, llega a la siguiente conclusión El modelo aula invertida es una variedad de Blended Learning (aprendizaje mezclado) que persigue que los estudiantes interactúen más con el material de estudio. Mientras que el modelo tradicional de enseñanza se basa en la transmisión de la información desde el profesor hacia los estudiantes, el modelo del aula invertida usa las TICs (Tecnologías de la Información y la Comunicación) para proporcionar recursos a los estudiantes fuera del tiempo de clase. Como consecuencia, el tiempo de clase es empleado para debatir información y tratar puntos claves, así como cualquier pregunta o dificultad que los estudiantes puedan tener.

Mosquera (2014) En su tesis titulado *Diseño de una propuesta didáctica para la enseñanza de sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas utilizando el método “Flipped Classroom” o aula invertida. Estudio de caso en el grado noveno de la Institución Educativa Guadalupe del municipio de Medellín*”, llega a la siguiente conclusión se tuvo en cuenta los resultados arrojados por las pruebas de conductas de entrada aplicadas. Y basados en estos resultados se puede considerar que el método, podría

ser aplicado en la Institución educativa, con posibilidades de obtener resultados satisfactorios. Lo anterior se puede inferir, ya que la mayoría de los estudiantes cuentan en casa con el apoyo tecnológico necesario para que dicho método pueda llegar a cumplir en gran medida su propósito.

2.2. Bases Teóricas

2.2.1. Aula Invertida o Flipped Classroom.

2.2.1.1. Origen y concepto del aula invertida o flipped classroom.

Berenguer (2016) Señala: Fueron Jonathan Bergmann y Aaron Sams, dos profesores de química de la Woodland Park High School en Colorado (EEUU), los que consolidaron el término «flipped classroom» que puede traducirse como *aula invertida* o *aula al revés*. Actuaron movidos por un objetivo común: conseguir que los alumnos que por diversos motivos no habían podido asistir a clase fueran capaces de seguir el ritmo del curso y no resultaran perjudicados por la falta de asistencia. Para ello decidieron grabar los contenidos docentes a través de un software que permitía capturar en vídeo las presentaciones en Power Point narradas, y distribuirlos entre sus alumnos. Sin embargo, poco a poco se dieron cuenta de que las grabaciones no sólo las utilizaban aquéllos que no habían podido ir a clase, sino la generalidad de sus estudiantes. De este modo comenzaron a invertir su método de enseñanza remitiendo vídeos de las lecciones para que las visualizaran en casa antes de la clase y reservando las horas presenciales para realizar proyectos con los que poner en práctica los conocimientos adquiridos y resolver dudas relacionadas con la materia explicada.

Según estos autores –principales dirigentes de la Red de Aprendizaje Flipped– la «Flipped Classroom» (*aula invertida*), o en términos más generales el «Flipped Learning» (*aprendizaje invertido* o *aprendizaje al revés*) es «un *enfoque pedagógico* en el que la instrucción directa se mueve desde el espacio de aprendizaje colectivo hacia el espacio de

aprendizaje individual, y el espacio resultante se transforma en un ambiente de aprendizaje dinámico e interactivo en el que el educador guía a los estudiantes a medida que se aplican los conceptos y puede participar creativamente en la materia» (Bergmann y Sams, 2014).

En el ámbito nacional, profesores como Santiago y Tourón señalan que se trata de «un *modelo didáctico* en el cual los estudiantes aprenden nuevo contenido a través de video tutoriales en línea, habitualmente en casa; y lo que antes solían ser los “deberes” (tareas asignadas), se realizan ahora en el aula con el profesor ofreciendo orientación más personalizada e interacción con los estudiantes» (Tourón y Santiago, 2013).

2.2.1.2. Fundamentos del Flipped Learning.

Retamozo (2016) La Red de Aprendizaje invertido (The Flipped Learning Network, 2014) señala los cuatro pilares que fundamentan el enfoque Flipped Learning. Cada uno cuenta con indicadores específicos que guían la labor del docente.

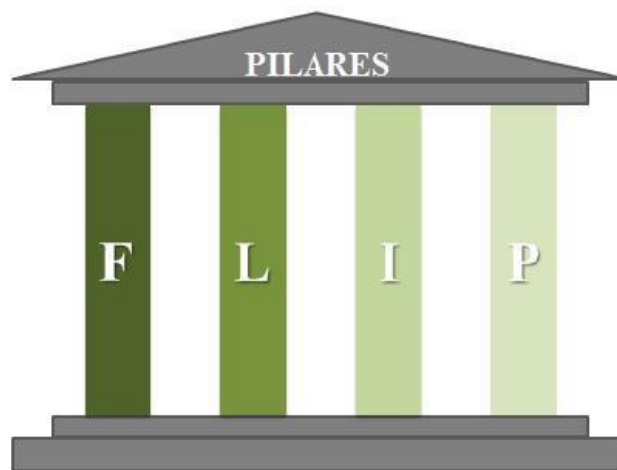


Figura 1. Pilares Flipped Learning (Retamoso, Sandy 2016)

2.2.1.3. Ambiente Flexible (*Flexible environment*).

El primer pilar hace referencia a los diferentes estilos de aprendizaje que puede tener el alumno, y resalta la importancia de ofrecer el contenido y las actividades de manera variada, así como espacios flexibles para que sea el estudiante quien elija cuándo y dónde estudiar; además, de tener la posibilidad de elegir la secuencia de aprendizaje que más se

adecue a su estilo. Por otro lado, las sesiones de aprendizaje pueden reajustarse de acuerdo a lo observado por el docente durante la clase presencial. (Retamoso, Sandy 2016)

Detalle de los indicadores que el docente debe cumplir:

Tabla 1

Ambiente flexible

Ambiente flexible

Creo Espacios y marcos temporales que permiten a los estudiantes interactuar y reflexionar sobre su aprendizaje.
 Continuamente observo y doy seguimiento a los estudiantes para hacer ajustes cuando sea necesario.
 Ofrezco a los estudiantes diferentes maneras de aprender el contenido y demostrar su dominio.

Note: Flipped Learning Network (FLN). (2014) The Four Pillars of F-L-I-P, p2

2.2.1.4. Cultura de Aprendizaje (Learning Culture).

El estudiante es el protagonista de la construcción de su conocimiento, en la medida en que participa y evalúa su propio aprendizaje de manera significativa. El mismo asume las siguientes responsabilidades: revisar materiales, tomar notas, interactuar con el profesor y sus compañeros, y aportar con sus ideas en un clima de colaboración y respeto. (Retamoso, Sandy 2016)

Detalle de los indicadores que el docente debe cumplir:

Tabla 2

Cultura de Aprendizaje

Cultura de Aprendizaje

Ofrezco a los estudiantes diversas oportunidades de involucrarse en actividades significativas en las que el profesor no es la pieza central.
 Dirijo estas actividades como mentor o guía y las hago accesibles a todos los estudiantes a través de la diferenciación y realimentación.

Nota: Flipped Learning Network (FLN). (2014) The Four Pillars of F-L-I-P, p2.

2.2.1.5. Contenido Dirigido (Intentional Content).

El docente o facilitador continuamente reflexiona sobre cómo hacer que los estudiantes aprendan el contenido conceptual y procedimental, y selecciona la información y los materiales según el objetivo de aprendizaje. El docente usa este contenido intencional para optimizar el tiempo de clase y adoptar métodos centrados en el estudiante, así como

estrategias de aprendizaje activo, dependiendo del curso y el nivel o ciclo de los estudiantes. (Retamoso, Sandy 2016).

Detalle de los indicadores que el docente debe cumplir:

Tabla 3

Contenido Dirigido

Contenido Dirigido

Priorizo los conceptos utilizados en la instrucción directa para que sean accesibles a los estudiantes por cuenta propia.

Creo o selecciono contenidos relevantes –por lo general videos- para mis alumnos.

Utilizo la diferenciación para hacer el contenido accesible y relevante para todos los estudiantes

Nota: Flipped Learning Network (FLN). (2014) The Four Pillars of F-L-I-P, p2.

2.2.1.6. Facilitador profesional (Professional Educator).

El rol del docente o facilitador es muy importante pues da seguimiento constante al estudiante, lo retroalimenta y evalúa. Además, reflexiona sobre su labor e intercambiar experiencias y conocimientos con sus pares para mejorar su instrucción. (Retamoso, Sandy 2016).

Detalle de los indicadores que el docente debe cumplir:

Tabla 4

Facilitador Profesional

Facilitador Profesional

Estoy a disposición de los estudiantes para dar realimentación individual o grupal inmediata según es requerida.

Llevo a cabo evaluaciones formativas durante el tiempo de clase a través de la observación y el registro de información para completar la instrucción.

Colaboro y reflexiono con otros profesores y asumo la responsabilidad de la transformación de mi práctica docente.

Nota: Flipped Learning Network (FLN). (2014) The Four Pillars of F-L-I-P, p2.

2.2.1.7. De la clase tradicional al aprendizaje invertido (Flipped Learning).

Para implementar el enfoque Flipped Learning es un equivalente al Flipped Classroom, el docente debe seguir los siguientes pasos según (Retamoso, Sandy 2016).

Planificación: El docente debe seleccionar el tema de la clase que va a trabajar y elaborar o identificar los objetivos de dicha sesión, qué es lo que se quiere lograr y de qué

manera; es decir, se debe seleccionar la herramienta o aplicación tecnológica a emplear, en el caso que el docente decida crear un recurso nuevo; de lo contrario, debe identificar algún video que cumpla con sus requerimientos en la web (Spencer, Wolf, & Sams, 2011).

Con respecto a este último punto, es importante destacar que aunque hay excelentes videos disponibles en línea, en muchos casos los alumnos prefieren los elaborados por sus docentes pues se identifican con ellos (Bergmann & Sams, 2014).

Elaboración del Recurso:

El docente debe seleccionar la aplicación o recurso tecnológico también debe preparar información que necesita para desarrollar la clase con sus alumnos, sea videos, diapositivas, módulos académicos, etc.

Es necesaria la creación de un guion para que el recurso sea lo más profesional posible, así como también, una presentación visual utilizando PowerPoint, por ejemplo, o una infografía. El video o recurso seleccionado no debe exceder los 5 minutos, pues no causará el impacto deseado (Santiago, 2015).

Publicar o compartir el recurso: Una vez finalizada la creación del recurso, éste debe ser compartido a los estudiantes a través de alguna plataforma educativa, un link o por correo electrónico (Santiago, 2015). Es necesario revisar, los videos enviados por el docente, en las diversas plataformas educativas existentes como EDMODO o Google Classroom, etc.

Actividades presenciales: El docente debe plantear actividades que realizará con sus estudiantes al inicio de la sesión de clase en el aula. Es recomendable realizar preguntas sobre el contenido virtual o apoyarse con recursos tecnológicos como Kahoot , Socrative ,etc a fin de aclarar dudas y comprobar la revisión del material(Modulo académico, separatas , etc).

El trabajo Cooperativo y la participación de los estudiantes es importante y necesario. Los pasos para invertir una clase son similares en cualquier nivel educativo; en esta investigación en particular, nos centramos en el nivel superior y observamos el cambio de la clase tradicional al aprendizaje invertido.

Tabla 5
Clase tradicional al aprendizaje invertido

Aula Tradicional	Aula Invertida	Similitudes
El docente es el centro el proceso de enseñanza aprendizaje.	El alumno es el centro del proceso de enseñanza y aprendizaje.	Enseñanza aprendizaje
En el método tradicional el contenido educativo se presenta en el aula	Indicaciones de las actividades se dan de manera virtual, en algunas ocasiones con videos, esto libera tiempo para realizar las actividades se realizan en clase	Actividades educativas
Única fuente de conocimiento el docente	El profesor asume un nuevo rol como guía durante el proceso de aprendizaje de los estudiantes.	Formador
Se enfocan en transferir el conocimiento de profesor a alumno. Se dedica poco tiempo a guiar de forma individual al estudiante mientras aplica el conocimiento adquirido.	Involucra a los estudiantes en la construcción activa del conocimiento. Alumno y profesor trabajan juntos para evaluar y lograr un aprendizaje significativo.	Formación
Los alumnos estudian y se preparan para participar	Los estudiantes evalúan su entendimiento y extienden su aprendizaje.	Aprendizaje
Trabajo de manera grupal	Trabajo de manera Individual	Aprendizaje
Ambiente rígido. Todas las actividades son estrictamente dirigidas	Ambiente flexible. Los estudiantes pueden elegir cuando y donde aprenden; esto da mayor flexibilidad a sus expectativas en el ritmo de aprendizaje.	Ambiente de Aprendizaje

Fuente: Oroxom, H. (2016).

Este modelo pedagógico Flipped Classroom tiene sus bases en las teorías y enfoque constructivista, el aprendizaje cooperativo, el aprendizaje activo, el aprendizaje invertido, el aprendizaje significativo, el aprendizaje experimental, el aprendizaje mixto o blended learning y el aprendizaje centrado en el alumno.

Como menciona Martínez-Olvera (2014), "está relacionado al modelo constructivista, específicamente de Vigotsky, en cuanto al proceso de construcción colaborativa, cuestionamiento y resolución de problemas en un trabajo conjunto" (p. 150).

Así mismo menciona Carretero (1997) "Piaget considera que el docente debe estimular el descubrimiento y la realización de actividades en el alumno, para que sea él mismo quien construya su aprendizaje y no ejerza un rol pasivo que solo recibe información. Vigotsky por su parte, toma en consideración la interacción social entre individuos como pieza clave, pues el intercambio de conocimientos genera conflictos cognitivos que finalmente se convierten en aprendizaje".

Cuando se implementa correctamente el Modelo pedagógico Flipped Learning, se cumplen todas las fases de un ciclo de aprendizaje, según la taxonomía de Bloom (Santiago, 2013; Bergann&Sams 2013; Penney, 2014)

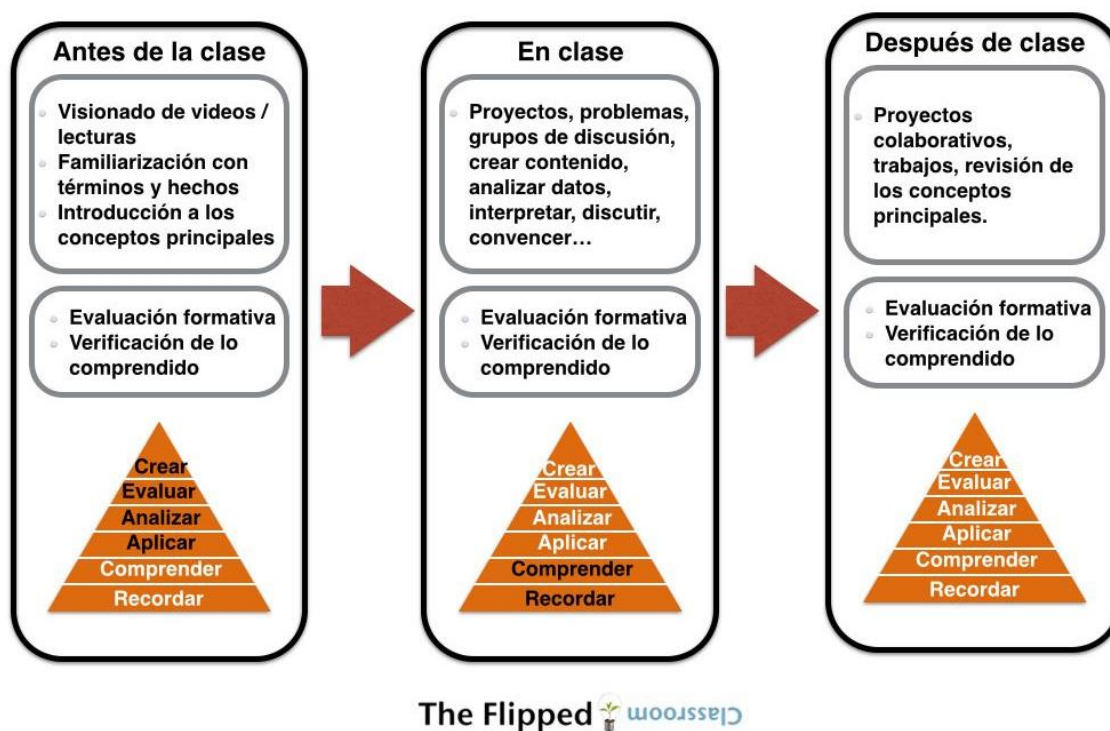


Figura 2. Clase tradicional al aprendizaje invertido; Santiago, R (2014)

2.2.2. Logros por competencia.

Competencia

Una competencia es una Óptima amalgama de Conocimientos, Habilidades, Actitudes y Valores que dotan al ser humano para tener un Excelente desempeño en una actividad específica. (Córdova y Oliveros 2016)

“Capacidad individual para emprender actividades que requieren una planificación, ejecución y control autónomos”. (Federación alemana de empresarios de Ingeniería (1985)) .

“La capacidad de usar el conocimiento y las destrezas relacionadas con productos y procesos y, por consiguiente, de actuar eficazmente para alcanzar un objetivo”. (Hayes1985).

“La competencia es la capacidad de responder a las demandas y llevar a cabo las tareas de forma adecuada. Surge de la combinación de habilidades prácticas, conocimientos, motivación, valores éticos, actitudes, emociones y otros componentes sociales y de comportamiento que se movilizan conjuntamente para lograr una acción eficaz.” (Martinez Recio, 2014)

Principios Pedagógicos Que Sustentan El Enfoque Basado en Competencias

(Córdova y Oliveros 2014)

- La pretensión central no es transmitir informaciones y contenidos, sino provocar el desarrollo de competencias.
- El objetivo de los procesos de enseñanza es que los alumnos sistematicen sus modelos mentales y sus esquemas de pensamiento. Aplicación y comunicación del conocimiento.

- El desarrollo de las competencias fundamentales requiere focalizar el estudio en situaciones reales. Vincular el conocimiento a los problemas importantes de la vida cotidiana.
- Aprender en situaciones de incertidumbre y en procesos permanentes de cambio es una condición para el desarrollo de competencias básicas y para aprender a aprender.
- La estrategia didáctica más relevante se concreta en la preparación de entornos de aprendizaje caracterizados por el intercambio y vivencia de la cultura más viva y elaborada.
- El aprendizaje relevante requiere estimular la meta-cognición de cada estudiante, su capacidad para comprender y gobernar su propio y singular proceso de aprender y de aprender a aprender.
- Se considera fundamental el aprendizaje cooperativo que incluye el diálogo, el debate y la discrepancia, respeto a las diferencias, saber escuchar, enriquecerse con las aportaciones ajenas y tener la generosidad
- El desarrollo de las competencias requiere proporcionar un ambiente probo sin temor a equivocarse, realimentar, y volver a probar.
- La función del docente para el desarrollo de competencias puede concebirse como la tutorización del aprendizaje de los estudiantes lo reconducir sus procesos de aprendizaje.

Competencias en Matemática

La competencia matemática consiste en la habilidad para utilizar, relacionar, aplicar, analizar y modelar elementos matemáticos tales como: elementos geométricos, números, símbolos, funciones, expresiones algebraicas con sus operaciones básicas, formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de

información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral

En el proyecto PISA, de la OCDE, el dominio de la competencia matemática comprende tres ejes principales:

- Las situaciones o contextos en que se ubican los problemas.
- El contenido matemático que se requiere para resolver los problemas, organizado de acuerdo a ciertas nociones claves.
- Las competencias que deben ser aplicadas para conectar el mundo real, en el que se generan los problemas, con las matemáticas, para resolver así los problemas.

Para evaluar el nivel de competencia matemática de los alumnos, OCDE/PISA se basa en las ocho competencias matemáticas específicas identificadas por Niss(1999) .Se ha agregado una competencia más, que aunque parte de ella está implícita en las demás, por su importancia y presencia permanente en los diferentes problemas, merece una designación especial:

Cálculo operativo: cálculo numérico y algebraico, resolución de ecuaciones e inecuaciones, cálculo de límites, derivadas e integrales.

- Pensar y razonar (tipos de enunciados, cuestiones propias de las matemáticas).
- Argumentar (pruebas matemáticas, heurística, crear y expresar argumentos matemáticos).
- Comunicar (expresión matemática oral y escrita, entender expresiones, transmitir ideas matemáticas).
- Modelizar (estructurar el campo, interpretar los modelos, trabajar con modelos).
- Plantear y resolver problemas.

- Representar y simbolizar (codificar, decodificar e interpretar representaciones, traducir entre diferentes representaciones).
- Utilizar lenguaje y operaciones simbólicas, formales, formales y simbólicas, entender su relación con el lenguaje natural; traducir del lenguaje natural al lenguaje simbólico/formal, manipular proposiciones y expresiones que contengan símbolos y formulas; utilizar variables,
- Utilizar ayudas y herramientas (involucra conocer, y ser capaz de utilizar diversas ayudas y herramientas, incluyendo las Tecnologías de la Información y la Comunicaciones -TIC-, que facilitan la actividad matemática, y comprender las limitaciones de estas ayudas y herramientas).
- Cálculo operativo: cálculo numérico y algebraico, resolución de ecuaciones e inecuaciones, cálculo de límites, derivadas e integrales.

Son 8 las competencias que propone PISA y hay una competencia que propone los autores del artículo (Córdova y Oliveros 2014) del cual para mi investigación propone cuatro de ellas ya que es condición del syllabus de Matemática de la institución.



Figura 3. Conceptualización semántica (Córdova – Oliveros 2014)

Semántica

El termino semántica proviene del griego “semantikos”y se refiere a los aspectos del significado, sentido o interpretación del significado de un determinado elemento, símbolo palabra , expresión o representación formal.

Existen tres tipos de semántica muy relacionadas entre si : Lingüística, matemática y cognitiva .La semántica matemática estudia la relación entre el signo liguistico y la realidad ,las condiciones necesarias para que un signo o símbolo pueda aplicarse a un objeto determinado y las leyes que aseguran una interpretación de su significado .En realidad , es esta características que nos permite comprender conceptos ,teoremas y procedimientos que serán aplicados en situaciones y problemas concretos.

Los elementos que componen la semántica matemática son:

Conjunto de signos y símbolos, Variables y constantes, Conjunto de predicados sobre las variables, conjunto de reglas a partir de expresiones sencillas.

Si un estudiante no ha comprendido el significado real de los conceptos y propiedades estudiadas, es imposible que pueda posteriormente aplicar el conocimiento en actividades concretas y mucho menos plantear y resolver problemas.

Desarrollo Crítico

Para entrar a esta etapa el estudiante tiene que haber logrado seguridad en el desarrollo y la aplicación de los contenidos, en el manejo de herramientas básicas que sirven de soporte para su trabajo, por ende aquí se intenta desarrollar el pensamiento crítico, desarrollar habilidades del razonamiento como el análisis, síntesis, evaluación, inferencias, deducciones, etc. Que conlleven a la formación de un pensamiento superior pero no como habilidades aisladas como las consideró Bloom en su momento sino como integradas y actuando en conjunto. En este nivel podemos desarrollar la siguiente competencia matemática:

Pensar y razonar (tipos de enunciados, cuestiones propias de las matemáticas).

Aplicación Práctica

Una actividad que motive al estudiante a continuar el proceso de aprendizaje, resolviendo ejercicios que le muestren la utilidad de lo aprendido. Deben ser actividades que sean sumamente entretenidas pero alcanzables; con este enfoque debemos hacer que experimente aplicaciones prácticas sencillas que ayude a la internalización de aplicación de conceptos. A esta etapa la llamamos “Aplicación práctica”. Para esta etapa podemos desarrollar la siguiente competencia:

Cálculo operativo (cálculo numérico y algebraico, resolución de ecuaciones e inecuaciones, cálculo de límites, derivadas e integrales).

Desarrollo Resolutivo

Soluciones a situaciones diversas, emprendiendo las acciones correctoras adecuadas con o sin sentido común. Esta competencia se caracteriza por una interacción y amalgama de aprendizajes previos puestos en acción.

Es muy importante destacar que para resolver problemas no existen métodos ni “pasos” salvadores. Son tantos y tan variados los métodos y estrategias para resolver problemas como los propios problemas; esto hace imposible la tarea de crear una metodología única. Sin embargo, podemos plantear 3 condiciones necesarias para resolver un problema:

- 1) Deseo de resolverlo.
- 2) Un mínimo de conocimientos relacionados con el tema.
- 3) Estrategias adecuadas.

Por otro lado, como recomendación general, se pueden sugerir las siguientes acciones cuando nos enfrentamos a una situación problemática:

Y seleccionar las mejores, luego implementarlas, evaluar el proceso medio, descubrir la solución, evaluar y definir la situación final. Otras competencias que actúan paralelamente son la creatividad, la búsqueda de información, toma de decisiones y trabajo en equipo. (Córdova y Oliveros 2014).

2.3. Definición de Términos Básicos

Aula Invertida (en inglés, flipped classroom). Es una modalidad de aprendizaje semipresencial o mixto. El término “aprendizaje mixto” es la traducción del anglosajón blended learning. Este tipo de aprendizaje pretende utilizar dos estrategias, la presencial y la virtual tomando en cada momento lo mejor de ellas.

Flexibilidad. Entornos flexibles de aprendizaje, en los cuales el alumno elige cuándo y dónde va a aprender.

Modelo de aprendizaje centrado en el alumno. El tiempo en el aula se invierte en profundizar temas previamente seleccionados o que surgen en el propio proceso, y crear oportunidades de aprendizaje más enriquecedoras.

Diseño de contenidos. Cada contenido es seleccionado por el profesor para optimizar el tiempo en el aula.

Educadores expertos. En todo momento deben saber identificar y orientar la clase pudiendo pasar de una explicación al conjunto, a un acercamiento individual, maximizando el tiempo en contacto con su alumnado.

Logro de competencia. Es alcanzar capacidades para aplicar de forma integrada los contenidos propios de cada enseñanza y etapa educativa, con el fin de lograrla realización adecuada de actividades la resolución eficaz de problemas complejos.

Comunicación matemática. Precisión del lenguaje utilizado para expresar todo tipo de informaciones de contenido simbólico y/o algebraico, así como estrategias y razonamientos utilizados en la resolución de problemas.

Pensar y Razonar. Es desarrollar habilidades del razonamiento como el análisis, síntesis, evaluación inferencias, deducciones, etc. Que conlleva a la formación de un pensamiento superior pero no con habilidades aisladas como las consideró Bloom en su momento sino integradas y actuando en conjunto.

Calculo Operativo. Proceso práctico de aprendizaje que muestra la utilidad de lo aprendido, son actividades que ayudan a internalizar los conceptos.

Resolución de Problemas. Es la eficacia y eficiencia que debe tener el estudiante para dar soluciones a situaciones diversas, emprendiendo las acciones correctoras adecuadas con o sin sentido común se caracteriza por una interacción y amalgama de aprendizajes previos puestos en acción.

Capítulo III. Hipótesis y Variables

3.1. Hipótesis

3.1.1. Hipótesis general.

HG El uso del Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencias del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.

3.1.2. Hipótesis específicas.

HE1 Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencias Comunicar del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.

HE2 Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencias Pensar y Razonar del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.

HE3 Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencia Cálculo operativo del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.

HE4 Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencias Resolución de Problemas del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.

3.2. Variables

3.2.1. Variable independiente.

X: Aula Invertida.

3.2.2. Variable dependiente.

Y: Logro de Competencias.

3.2.3. Subvariables

Y1: Comunicación

Y2: Pensar y Razonar

Y3: Calculo Operativo

Y4: Resolución de Problemas

3.3. Operacionalización de Variables.

Tabla 6

Operacionalización de variables

Variables	Dimensiones	Indicadores
Independiente Aula Invertida	<ul style="list-style-type: none"> • Flexibilidad • Modelo de aprendizaje centrado en el alumno 	<ul style="list-style-type: none"> -Espacios y marcos temporales. -Observa y seguimiento -Oportunidad de involucrarse en actividades. -Dirigir Actividad como mentor y guía. -Priorizar conceptos utilizados. -Creo y selecciono contenidos relevantes -Utilizo la diferenciación. -A disposición de los estudiantes.
	<ul style="list-style-type: none"> • Diseño de Contenidos • Educadores Expertos 	<ul style="list-style-type: none"> -Evaluaciones Formativas -Colaboro y reflexiono y asumo responsabilidades -Profundización de temas seleccionados -Adopción de nuevas estrategias -Retroalimentación continuas -Transmitir ideas matemáticas -Modulo académico contextualizado.
Dependiente Logro de Competencia	<ul style="list-style-type: none"> • Comunicación • Pensar y Razonar • Calculo Operativo • Resolución de Problemas 	<ul style="list-style-type: none"> - Comprender conceptos para transmitir ideas matemáticas. -Desarrolla utilizando teoremas y demostraciones. -Plantear soluciones -Distingue y Usa los conceptos matemáticos en su extensión y sus Límites.

O2: Post prueba, momento en el grupo experimental.

4.4. Población y Muestra

4.4.1. Población.

Población, Selltiz (1980) afirma: “Es el conjunto de todos los casos que concuerdan con una serie de especificaciones. La muestra suele ser definida como un subgrupo de la población”. (p.200)

La población son todos los alumnos matriculados 2018-2, primer ciclo de la Escuela Superior de Tecnología SENATI y la muestra determinada no probabilística de tipo intencional o por conveniencia debido a la programación horaria dispuesta por la institución.

Criterios de inclusión 38 estudiantes matriculados en el curso de Matemática entre Grupo horario 1-2 de la Carrera profesional de Técnicas de Ingeniería Mecánica de Mantenimiento del I ciclo de estudio quienes aceptaron participar en el estudio.

Criterios de exclusión estudiantes matriculados que no deseaban participar del estudio.

4.5. Técnicas e Instrumentos de Recolección de Información

La técnica empleada para obtener los datos de la variable dependiente son Encuestas a través de una prueba escrita identificando y marcando la respuesta, construyendo respuesta.

4.6. Tratamiento Estadístico de los Datos

Se utilizó las técnicas estadísticas, para tabulación de las variables de estudio, mediante los estadígrafos descriptivos, con tablas de frecuencias, histogramas y diagramas, con la finalidad de agrupar datos tanto de la variable 1 y 2.

El procesamiento de la recolección de datos es una parte del proceso de la investigación, que consiste en procesar los datos obtenidos de la población accesible de

estudio durante el trabajo de campo, y tiene como fin generar resultados a partir de los cuales se realizó al análisis según los objetivos e hipótesis realizadas.

Tabla 7
Instrumentos y Técnicas Estadística

Técnicas de procesamiento y análisis de datos	Instrumento
SPSS	Para calcular las diferencias de medias de dos muestras independientes.
Word	Para la redacción de los resultados de la investigación
Técnicas de presentación de datos	Instrumento
Cuadros estadísticos	Presentación de datos procesados
Gráficos	Presentación según resultados de cuadros estadísticos
Pruebas estadísticas:	Estadística descriptiva: Distribución de frecuencias de las variables de estudio. Prueba Z

Elaboración: Investigador

Procedimiento

El procedimiento de la investigación, en primer término, se consideró responder a las siguientes preguntas sobre el tema a investigar: ¿Cuanta información existe?, ¿Cuánto se ha escrito?, ¿Qué se ha investigado al respecto? Y ¿Qué no se ha investigado?, es decir se necesitaba familiarizarnos con los conocimientos existentes sobre el tema a investigar, para ello se realizó una búsqueda de los antecedentes o el estado del arte, que consiste en todo lo que se sabe sobre el tema en cuestión.

Posteriormente la recolección de la información, las mismas que fueron clasificadas en primarias, secundarias y terciarias, todas ellas nos proporcionaron literatura sobre el tema a investigar. Nos centrándonos principalmente en recopilar fuentes primarias, ya que nos proporcionó información de primera mano, por ejemplo, libros, artículos, tesis, documentos oficiales, testimonios, entre otras fuentes.

La información bibliográfica nos permitió adquirir, organizar, sistematizar y la expresión o exposición del conocimiento, no solo en su aspecto teórico sino también las evidencias empíricas sobre el tema a investigar. Umberto Eco (1986) en su libro ¿Cómo se hace una tesis? Considera que una tesis estudia un objeto valiéndose de determinados instrumentos: los instrumentos son los libros y el objeto puede ser también un libro. Esto nos lleva a afirmar que la utilización de instrumentos bibliográficos en el desarrollo de una investigación es absolutamente imprescindible.

La obtención de la información permitió familiarizarnos con el tema a investigar sobre un contexto particular de la vida real, e identificar efectos potenciales entre las variables y establecer el proceso de investigación a desarrollar.

Capítulo V. Resultados

5.1. Validez y Confiabilidad de los Instrumentos

5.1.1. Validación de los instrumentos.

Tabla 8

Aspectos de validación e informantes (Cuestionario)

Indicadores	Criterios	Dra. Irma Reyes Blacido	Dr. Guillermo Morales Romero	Dr. Fernando Flores Lino	Dr. Juan Carlos Valenzuela Condori
01. Claridad	Está formulado con lenguaje propio.	80	75	90	90
02. Objetividad	Está expresado de acuerdo a las variables de estudio.	80	75	90	75
03. Actualidad	Está acorde a las necesidades de información.	80	75	85	85
04. Organización	Existe una organización lógica.	80	75	90	85
05. Eficiencia	Comprende los aspectos metodológicos.	78	75	85	75
06. Intencionalidad	Adecuado para valorar la variable actividad.	80	70	95	90
07. Consistencia	Esta elaborado en base a los fundamentos teóricos y empíricos.	80	75	95	90
08. Coherencia	Coherencia entre las variables e indicadores.	78	75	85	75
09. Metodología	La estrategia responde al propósito del cuestionario	80	75	90	85
10. Pertinencia	El instrumento es útil para la presente investigación.	80	75	95	90
Totales		79.6	74.5	90	84

Medida de validación = **82.025%**

Fuente: Informes de expertos sobre validez y aplicabilidad del instrumento.

Opinión de Aplicabilidad: Si es aplicable para el propósito propuesto.

Promedio de Valoración: 82.025%

5.1.2. Confiabilidad de los instrumentos.

Para determinar la confiabilidad interna del primer instrumento de investigación se realizó un trabajo con 38 estudiantes, y se aplicó la prueba estadística Kuder Richardson21,

por ser un instrumento con respuestas de tipo dicotómico y tener el mismo grado de dificultad.

Alumnos	AMBIENTE FLEXIBLE				CULTURA DE APRENDIZAJE				CONTENIDO DIRIGIDO			FACILITADOR PROFESIONAL			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
8	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
12	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
14	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
15	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
17	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1
18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
19	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
21	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1
22	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
23	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
24	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
26	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
27	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
28	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
29	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
30	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
31	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
32	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
33	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
34	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
35	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
36	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1
37	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1
38	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1
									ITEMS	15					
												PROMEDIO	13,842195		
												varianza	2,9473694		
												P1	1,0714286		
												P2	0,6374687		
												K21	0,6820021		

Figura 4. Resumen de procesamiento de datos Aula Invertida

La fórmula de Kuder Richarson que se aplicó es:

$$Pkr21 = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{M(k-M)}{k\sigma^2} \right)$$

Donde:

M : La evaluación media

k : El número de ítems del cuestionario

σ^2 : Varianza

Dicho procedimiento se realizó bajo la siguiente secuencia:

- Se determinó 38 estudiantes.
- Se aplicó el cuestionario validado por juicio de expertos.
- Los resultados obtenidos mediante análisis de confiabilidad es el siguiente:

Tabla 9
Confiabilidad del primer instrumento

Instrumento	Kuder Richarson	N° de ítems
Aula invertida	0,6830	15

Elaboración: Investigador

En consecuencia el instrumento de investigación es muy confiable, según la tabla de valoración siguiente:

Tabla 10
Valores de los niveles de confiabilidad

Valores	Nivel de confiabilidad
0,53 a menos	Confiabilidad nula
0,54 a 0,59	Confiabilidad baja
0,60 a 0,65	Confiable
0,66 a 0,71	Muy confiable
0,72 a 0,99	Excelente confiabilidad
1,0	Confiabilidad perfecta

Fuente: Hernández Sampieri, Roberto & otros (2006, p. 438 – 439).

Dado que en la aplicación Del cuestionario se obtuvo el valor de 0, 68 y podemos afirmar que el cuestionario es muy Confiable y por lo tanto aplicable.

Para determinar la confiabilidad interna del segundo instrumento de investigación se realizó un trabajo con 38 estudiantes, y se aplicó la prueba estadística Kuder Richarson 20, por ser un instrumento tipo examen con preguntas para relacionar y dar solución luego el puntaje obtenido se transforma a tipo dicotómico considero diferente grado de dificultad.

Alumno	COMUNICACIÓN MATEMÁTICA					RAZONAR PENSAR		CÁLCULO OPERATIVO		RESOLUCIÓN DE PROBLEMA	Puntaje
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
2	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	2
3	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
4	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
5	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
6	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	8
7	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	7
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
10	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
11	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2
12	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
13	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
14	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	7
15	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	7
16	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
17	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
18	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
19	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
20	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
21	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
22	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
23	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	7
24	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
25	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	7
26	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	9
27	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	7
28	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	7
29	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
30	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	7
31	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	6
32	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	6
33	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	6
34	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	8
35	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	8
36	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	7
37	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
38	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
Suma P	36	36	35	36	36	14	13	3	3	6	
Numero de sujetos	38	38	38	38	38	38	38	38	38	38	
p	0,947368	0,947368	0,921053	0,947368	0,947368	0,368421	0,342105	0,078947	0,078947	0,157894737	
q	0,052632	0,052632	0,078947	0,052632	0,052632	0,631579	0,657895	0,921053	0,921053	0,842105263	
p*q	0,049861	0,049861	0,072715	0,049861	0,049861	0,232687	0,225069	0,072715	0,072715	0,132963989	
Suma p q	1,00831										
Nra dikema	10										
Varianza	3,496444										
parte 1	1,111111										
parte 2	0,711618										
Kr20	0,790687										

Figura 5. Resumen de procesamiento de datos pre prueba (Prueba 8)

La fórmula de Kuder Richarson que se aplicó es:

$$Pkr20 = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum p \cdot q}{\sigma^2}\right)$$

Donde:

M : La evaluación media

k : El número de ítems del cuestionario

p : Es la proporción de estudiantes que responden correctamente al ítem i

q : Es la proporción de estudiantes que responden incorrectamente al ítem i

σ^2 : Varianza

Dicho procedimiento se realizó bajo la siguiente secuencia:

- a) Se determinó 38 estudiantes.
- b) Se aplicó el cuestionario validado por juicio de expertos.
- c) El resultado obtenido mediante análisis de confiabilidad considerando el

promedio de los resultados de las 8 pre pruebas es el siguiente:

	PRE PRUEBA
PRUEBA 1	0,727507207
PRUEBA 2	0,494343335
PRUEBA 3	0,766505433
PRUEBA 4	0,883898672
PRUEBA 5	0,867487744
PRUEBA 6	0,857389531
PRUEBA 7	0,577809611
PRUEBA 8	0,790687051
PROMEDIO	0,745703573

Figura 6. Resumen promedio pre prueba

Tabla 11

Confiabilidad del segundo instrumento (pre prueba)

Instrumento	Kuder Richarson	Nº de ítems
Logro de competencias	0,75	10

Elaboración: Investigador

En consecuencia el instrumento de investigación es plenamente excelente confiabilidad, según la tabla de valoración siguiente:

Tabla 12

Valores de los niveles de confiabilidad

Valores	Nivel de confiabilidad
0,53 a menos	Confiabilidad nula
0,54 a 0,59	Confiabilidad baja
0,60 a 0,65	Confiable
0,66 a 0,71	Muy confiable
0,72 a 0,99	Excelente confiabilidad
1,0	Confiabilidad perfecta

Fuente: Hernández Sampieri, Roberto & otros (2006, p. 438 – 439).

Dado que en la aplicación del cuestionario se obtuvo el valor de 0,75 y podemos afirmar que tiene una Excelente confiabilidad y por lo tanto aplicable.

Confiabilidad para prueba de Salida (post prueba)

	COMUNICACIÓN MATEMÁTICA					RAZONAR PENSAR		CÁLCULO OPERATIVO		RESOLUCIÓN DE PROBLEMA	suma
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	3
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	9
4	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	8
5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	9
6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
7	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	4
8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
9	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	7
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	9
11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
12	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
14	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
15	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	5
16	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
17	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
18	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	8
19	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	2
20	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	3
21	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	7
22	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	7
23	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	9
24	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
26	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	7
27	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
28	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
29	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	9
30	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	9
31	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	9
32	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
33	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	8
34	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	8
35	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
36	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
37	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	8
38	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
Suma P	36	37	36	33	34	25	25	29	29		19
numero de sujetos	38	38	38	38	38	38	38	38	38		38
p	0,947368	0,973684	0,947368	0,868421	0,894737	0,657895	0,657895	0,763158	0,763158		0,5
q	0,052632	0,026316	0,052632	0,131579	0,105263	0,342105	0,342105	0,236842	0,236842		0,5
p*q	0,049861	0,025623	0,049861	0,114266	0,094183	0,225069	0,225069	0,180748	0,180748		0,25
Suma p.q	1,395429										
Nra d ítem	10										
Varianza	5,539829										
parte 1	1,111111										
parte 2	0,748111										
Kr 20	0,831233										

Figura 7. Resumen de procesamiento de datos post prueba (Prueba 8)

La fórmula de Kuder Richarson que se aplicó es:

$$Pkr20 = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum p \cdot q}{\sigma^2}\right)$$

Donde:

M : La evaluación media

k : El número de ítems del cuestionario

p : Es la proporción de estudiantes que responden correctamente al ítem i

q : Es la proporción de estudiantes que responden incorrectamente al ítem i

σ^2 : Varianza

Dicho procedimiento se realizó bajo la siguiente secuencia:

- a) Se determinó 38 estudiantes.
- b) Se aplicó el cuestionario validado por juicio de expertos.
- c) El resultado obtenido mediante análisis de confiabilidad considerando el promedio de los resultados de las 8 post pruebas es el siguiente:

	POST PRUEBA
PRUEBA 1	0,745067719
PRUEBA 2	0,630458453
PRUEBA 3	0,855241637
PRUEBA 4	0,874451754
PRUEBA 5	0,715165037
PRUEBA 6	0,891559116
PRUEBA 7	0,494309772
PRUEBA 8	0,83123298
PROMEDIO	0,754685809

Figura 8. Resumen promedio post prueba

Tabla 13

Confiabilidad del segundo instrumento (post prueba)

Instrumento	Kuder Richarson	N° de ítems
Logro de competencias	0,75	10

Elaboración: Investigador

En consecuencia el instrumento de investigación es plenamente excelente confiabilidad, según tabla 12.

Dado que en la aplicación del cuestionario se obtuvo el valor de 0,75 y podemos afirmar que tiene una Excelente confiabilidad y por lo tanto aplicable.

5.2. Presentación y Análisis de Resultados

Para el tratamiento estadístico y la interpretación de los resultados se tendrán en cuenta la estadística descriptiva y la estadística inferencial.

Estadística descriptiva

Según Webster (2001) “la estadística descriptiva es el proceso de recolectar, agrupar y presentar datos de una manera tal que describa fácil y rápidamente dichos datos” (p. 10). Para ello, se emplearán las medidas de tendencia central y de dispersión. Luego de la recolección de datos, se procederá al procesamiento de la información, con la elaboración de tablas y gráficos estadísticos. Así se obtendrá como producto:

- Tablas. Se elaborarán tablas con los datos de las variables. Sobre las tablas APA (2010, p. 127) nos menciona: “Las tablas y las figuras les permiten a los autores presentar una gran cantidad de información con el fin de que sus datos sean más fáciles de comprender”. Además, Kerlinger y Lee (2002) las clasifican: “En general hay tres tipos de tablas: unidimensional, bidimensional y k-dimensional” (p. 212). El número de variables determina el número de dimensiones de una tabla, por lo tanto esta investigación usará tablas bidimensionales.

- Gráficas. Las gráficas, incluidos conceptualmente dentro de las figuras, permitirán “mostrar la relación entre dos índices cuantitativos o entre una variable cuantitativa continua (que a menudo aparece en el eje y) y grupos de sujetos que aparecen en el eje x” (APA, 2010, p. 153). Según APA (2010), las gráficas se sitúa en una clasificación, como un tipo de figura: “Una figura puede ser un esquema una gráfica, una fotografía, un dibujo o cualquier otra ilustración o representación no textual” (p. 127). Acerca de los gráficas, Kerlinger y Lee (2002, p. 179) nos dicen “una de las más poderosas herramientas del análisis es el gráfico. Un gráfico es una representación bidimensional de una relación o

relaciones. Exhibe gráficamente conjuntos de pares ordenados en una forma que ningún otro método puede hacerlo”.

- Interpretaciones. Las tablas y los gráficos serán interpretados para describir cuantitativamente los niveles de las variables y sus respectivas dimensiones. Al respecto, Kerlinger y Lee (2002) mencionan: “Al evaluar la investigación, los científicos pueden disentir en dos temas generales: los datos y la interpretación de los datos”. (p. 192). Al respecto, se reafirma que la interpretación de cada tabla y figura se hizo con criterios objetivos.

La intención de la estadística descriptiva es obtener datos de la muestra para generalizarla a la población de estudio. Al respecto, Navidi (2006, pp. 1-2) nos dice: “La idea básica que yace en todos los métodos estadísticos de análisis de datos es inferir respecto de una población por medio del estudio de una muestra relativamente pequeña elegida de ésta”.

Estadística inferencial

Proporcionará la teoría necesaria para inferir o estimar la generalización sobre la base de la información parcial mediante coeficientes y fórmulas. Así, Webster (2001) sustenta que “la estadística inferencial involucra la utilización de una muestra para sacar alguna inferencia o conclusión sobre la población de la cual hace parte la muestra” (p. 10).

Además, se utilizará el SPSS (programa informático *Statistical Package for Social Sciences* versión 20.0 en español), para procesar los resultados de las pruebas estadísticas inferenciales. La inferencia estadística, asistida por este programa, se empleará en:

- La hipótesis general
- Las hipótesis específicas
- Los resultados de las figuras y las tablas

Pasos para realizar las pruebas de hipótesis

La prueba de hipótesis puede conceptuarse, según Elorza (2000), como una: Regla convencional para comprobar o contrastar hipótesis estadísticas: establecer α (probabilidad de rechazar falsamente H_0) igual a un valor lo más pequeño posible; a continuación, de acuerdo con H_1 , escoger una región de rechazo tal que la probabilidad de observar un valor muestral en esa región sea igual o menor que α cuando H_0 es cierta. (p. 351).

Como resultado de la prueba de hipótesis, las frecuencias (el número o porcentaje de casos) se organizan en casillas que contienen información sobre la relación de las variables. Así, se partirá de un valor supuesto (hipotético) en parámetro poblacional para recolectar una muestra aleatoria. Luego, se compara la estadística muestral, así como la media, con el parámetro hipotético, se compara con una supuesta media poblacional. Después se acepta o se rechaza el valor hipotético, según proceda. En este proceso se emplearán los siguientes pasos:

Paso 1. Plantear la hipótesis nula (H_0) y la hipótesis alternativa (H_a)

Hipótesis nula. Afirmación o enunciado acerca del valor de un parámetro poblacional.

Hipótesis alternativa. Afirmación que se aceptará si los datos muestrales proporcionan amplia evidencia que la hipótesis nula es rechazada.

Paso 2. Seleccionar el nivel de significancia

El nivel de significancia es la probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando es verdadera. Debe tomarse una decisión de usar el nivel 0.05 (nivel del 5%), el nivel de 0.01, el 0.10 o cualquier otro nivel entre 0 y 1. Generalmente, se selecciona el nivel 0.05 para proyectos de investigación en educación; el de 0.01 para aseguramiento de la calidad, para trabajos en medicina; 0.10 para encuestas políticas. La prueba se hará a un nivel de confianza del 95 % y a un nivel de significancia de 0.05.

Paso 3. Calcular el valor estadístico de la prueba

Para la prueba de hipótesis se empleará la Prueba Z. Al respecto, Hernández et al. (2010, p. 311) afirman que “es una prueba estadística para analizar la relación entre dos variables medidas en un nivel por intervalos o de razón”:

Paso 4. Formular la regla de decisión

Una regla de decisión es un enunciado de las condiciones según las que se acepta o se rechaza la hipótesis nula. La región de rechazo define la ubicación de todos los valores que son demasiados grandes o demasiados pequeños, por lo que es muy remota la probabilidad de que ocurran según la hipótesis nula verdadera.

Paso 5. Tomar una decisión

Se compara el valor observado de la estadística muestral con el valor crítico de la estadística de prueba. Después se acepta o se rechaza la hipótesis nula. Si se rechaza esta, se acepta la alternativa.

Análisis descriptivo

Análisis descriptivo de la variable Aula invertida

Análisis descriptivo de la dimensión Ambiente Flexibe

Frecuencia de Ambiente Flexible:

El primer pilar hace referencia a los diferentes estilos de aprendizaje que puede tener el alumno, y resalta la importancia de ofrecer el contenido y las actividades de manera variada, así como espacios flexibles para que sea el estudiante quien elija cuándo y dónde estudiar; además, de tener la posibilidad de elegir la secuencia de aprendizaje que más se adecue a su estilo. Por otro lado, las sesiones de aprendizaje pueden reajustarse de acuerdo a lo observado por el docente durante la clase presencial. (Retamoso, Sandy 2016)

Tabla 14
Frecuencia de Ambiente Flexible

	Frecuencia	Porcentaje
No	12	27%
Si	26	73%
Total	38	100%

Elaboración: Investigador

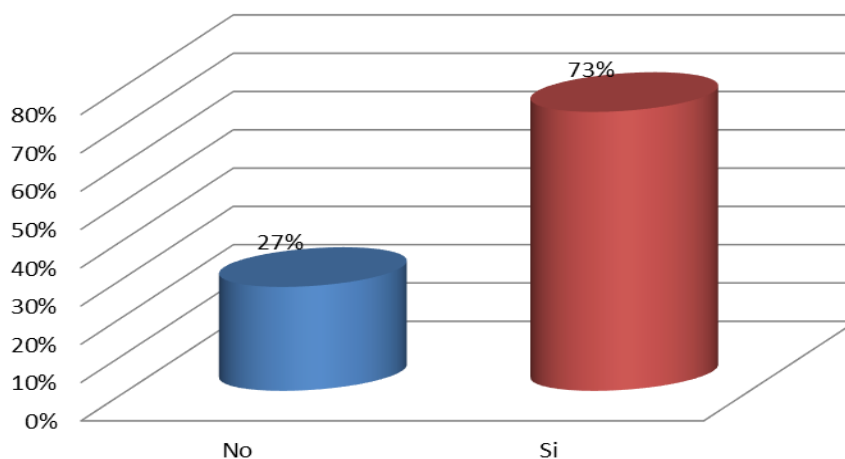


Figura 9. Ambiente Flexible

Interpretación: Se puede observar en la figura que el 73% de los encuestados respondieron en Flexibilidad Si, el 27% No, su respuesta que es la mayoría, por lo que la variable Aula invertida tiene aceptación favorable en Ambiente Flexible.

Análisis descriptivo de la dimensión Modelo de aprendizaje centrado en el alumno

Frecuencia de Modelo de aprendizaje centrado en el alumno.

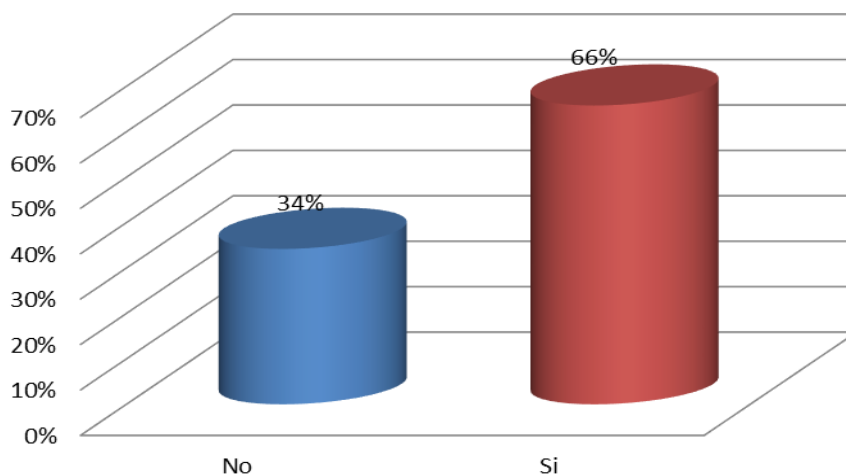
El estudiante es el protagonista de la construcción de su conocimiento, en la medida en que participa y evalúa su propio aprendizaje de manera significativa. El mismo asume las siguientes responsabilidades: revisar materiales, tomar notas, interactuar con el profesor y sus compañeros, y aportar con sus ideas en un clima de colaboración y respeto.

(Retamoso, Sandy 2016)

Tabla 15*Frecuencia de Modelo de aprendizaje centrado en el alumno*

	Frecuencia	Porcentaje
No	13	34%
Si	25	66%
Total	38	100%

Elaboración: Investigador

*Figura 10. Modelo de aprendizaje centrado en el alumno*

Interpretación: Se puede observar en la figura que el 66% de los encuestados respondieron en Modelo de aprendizaje centrado en el alumno Si, el 34% No, su respuesta que es la mayoría, por lo que la variable Aula invertida tiene aceptación favorable en Modelo de aprendizaje centrado en el alumno.

Análisis descriptivo de la dimensión Diseño de contenidos

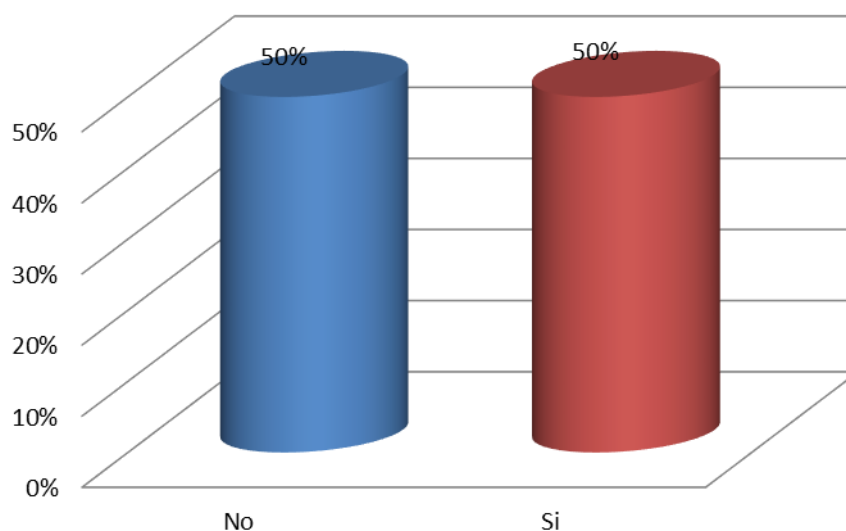
Frecuencia de Diseño de contenidos

El docente o facilitador continuamente reflexiona sobre cómo hacer que los estudiantes aprendan el contenido conceptual y procedimental, y selecciona la información y los materiales según el objetivo de aprendizaje. El docente usa este contenido intencional para optimizar el tiempo de clase y adoptar métodos centrados en el estudiante, así como estrategias de aprendizaje activo, dependiendo del curso y el nivel o ciclo de los estudiantes. (Retamoso, Sandy 2016).

Tabla 16*Frecuencia de Diseño de contenidos*

	Frecuencia	Porcentaje
No	19	50%
Si	19	50%
Total	38	100%

Elaboración: Investigador

*Figura 11. Diseño de contenidos*

Interpretación: Se puede observar en la figura que el 50% de los encuestados respondieron en Diseño de contenidos Si, el 50% No, su respuesta que es la mayoría, por lo que la variable Aula invertida tiene aceptación medianamente favorable en Diseño de contenidos.

Análisis descriptivo de la dimensión Educadores expertos

Frecuencia de Educadores expertos

El rol del docente o facilitador es muy importante pues da seguimiento constante al estudiante, lo retroalimenta y evalúa. Además, reflexiona sobre su labor e intercambia experiencias y conocimientos con sus pares para mejorar su instrucción. (Retamoso, Sandy 2016)

Tabla 17
Frecuencia de Educadores expertos

	Frecuencia	Porcentaje
No	15	39%
Si	23	61%
Total	38	100%

Elaboración: Investigador

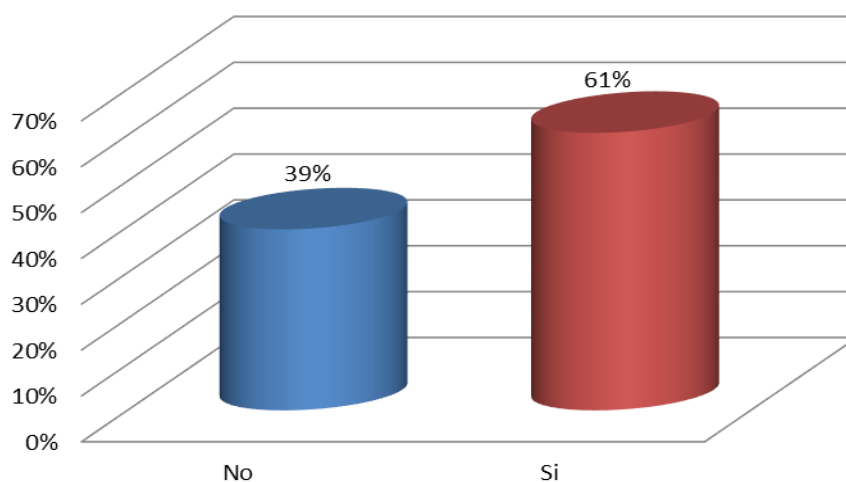


Figura 12. Educadores expertos

Interpretación: Se puede observar en la figura que el 61% de los encuestados respondieron en Educadores expertos Si, el 39% No, su respuesta que es la mayoría, por lo que la variable Aula invertida tiene aceptación favorable en Educadores expertos.

Análisis descriptivo de las cuatro dimensiones de la variable Aula invertida

Tabla 18
Cuadro comparativo entre las cuatro dimensiones de la variable Aula invertida

	Flexibilidad	Modelo de Aprendizaje Centrado en el Alumno	Diseño de Contenidos	Educadores Expertos
No	27%	34%	50%	39%
Si	73%	66%	50%	61%
Total	100%	100%	100%	100%

Elaboración: Investigador

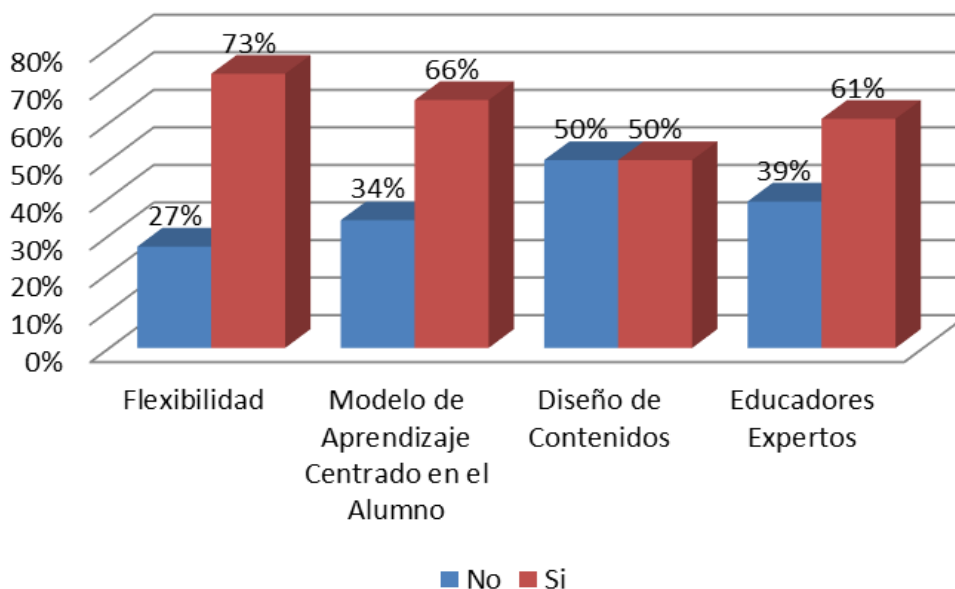


Figura 13. Variable: Aula invertida

Interpretación: Se puede observar en la figura que el 73% de los encuestados respondieron en Flexibilidad Si, el 66% en Modelo de aprendizaje centrado en el alumno Si y 61% en Educadores expertos, su respuesta que es la mayoría, por lo que la variable Aula invertida tiene aceptación favorable.

Nivel inferencial: contrastación de las hipótesis

Prueba de normalidad

Antes de realizar la prueba de hipótesis respectiva primero determinaremos si hay una distribución normal de los datos (estadística paramétrica) o no, es decir una libre distribución (estadística no paramétrica).

Normalidad:

Se debe corroborar que la variable aleatoria es este caso el logro de competencias en Matemáticas frente a la aplicación del aula invertida, se distribuye normalmente, para ello se utiliza la prueba de Kolmogórov-Smirnov K-S cuando la muestra son grandes ($n \geq 50$) o Shapiro-Wilk cuando la muestra es pequeña ($n < 50$).

La prueba lo realizamos con el SPSS obteniendo los siguientes valores:

Tabla 19
Prueba de Shapiro-Wilk para una muestra

Descriptivos			Estadístico	Error estándar
ALUMNOS	Media		13,2368	,73078
	95% de intervalo de confianza para la media	Límite inferior	11,7561	
		Límite superior	14,7176	
	Media recortada al 5%		13,3187	
	Mediana		14,0000	
	Varianza		20,294	
	Desviación estándar		4,50486	
	Mínimo		5,00	
	Máximo		20,00	
	Rango		15,00	
	Rango intercuartil		7,00	
	Asimetría		-,132	,383
	Curtosis		-1,012	,750

Elaboración: Investigador(SPSS)

	Pruebas de normalidad					
	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
ALUMNOS	,100	38	,200*	,954	38	,124

*. Esto es un límite inferior de la significación verdadera.

a. Corrección de significación de Lilliefors

El criterio para determinar si la variable aleatoria se distribuye normalmente es de acuerdo a la prueba de Shapiro-Wilk:

H₀: Los datos (variable) provienen de una distribución normal.

H₁: Los datos (Variable) no provienen de una distribución normal

Si el valor de $p(\text{sig.}) \leq 0,05$ se rechaza H₀

Si el valor de $p(\text{sig.}) > 0,05$ no se rechaza H₀

Si $p(\text{sig.}) > 0,05$ se acepta la H₀, los valores son: $0,124 > 0,05$

Por lo tanto, se acepta la H_0 y se puede decir que los datos provienen de una distribución normal, por lo tanto, se utiliza Prueba Z.

Tabla 20*Comparación de resultados de prueba de salida*

Grupo de alumnos	Pruebas de salida	
	Post	Pre
1	17	10
2	10	6
3	14	8
4	18	4
5	10	3
6	11	12
7	14	8
8	7	5
9	5	5
10	9	2
11	5	11
12	16	6
13	6	11
14	20	15
15	20	11
16	12	11
17	16	11
18	11	11
19	20	7
20	9	12
21	19	5
22	12	2
23	15	2
24	15	8
25	17	5
26	7	9
27	12	5
28	11	4
29	20	10
30	18	2
31	10	15
32	16	5
33	8	14
34	19	5
35	15	8
36	10	11
37	15	10
38	14	10
Promedio	13.24	7.87

Elaboración: Investigador

Prueba de Hipótesis

Estrategias de Prueba de Hipótesis

La estrategia, en este caso, siguió el siguiente procedimiento:

- Formulación de las respectivas hipótesis nulas y alternativas.
- Selección del nivel de significación (5%).
- Identificación del estadístico de prueba (Prueba Z).
- Formulación de las reglas de decisión.
- Tomar la decisión de aceptar la hipótesis nula (H_0), o bien rechazar H_0 ; y aceptar la hipótesis alternativa o de investigación.

Hipótesis general

El uso del Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencias del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI, Independencia.

Hipótesis específicas

H_1 : Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencias Comunicar del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI .

H_2 : Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencias Pensar y Razonar del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI .

H_3 : Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencia Calculo operativo del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera

Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.

H₄: Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencias Resolución de Problemas del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.

Proceso de contrastación de hipótesis general

Formulación de la hipótesis estadística

H₀: El uso del Aula Invertida no tiene efectos en el logro de competencias del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI, Independencia.

H₁: El uso del Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencias del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI, Independencia.

- a. Nivel de significancia de 5% = 0.05.
- b. Identificación del estadístico de prueba

Se seleccionó la prueba estadística $Z = \frac{\bar{x} - u_0}{s / \sqrt{n}}$

- c. En SPSS obtendremos el resultado de Z calculado

Se realizó el cálculo mediante el SPSS, mostrando los siguientes

resultados:

Tabla 21
Estadística Hipótesis general

		Media	N	Desviación típ.	Error típ. de la media
Par 1	Post Prueba	13,24	38	4,505	,731
	Pre Prueba	7,87	38	3,743	,607

Elaboración: Investigador

Tabla 22
Prueba de Hipótesis general

Prueba de muestras emparejadas							
Diferencias emparejadas							
	Media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia		z	gl
				Inferior	Superior		
Post_Final - Pre_Final	5,368	6,144	,997	3,349	7,388	5,386	37

Elaboración: Investigador

De acuerdo a la tabla mostrada, el z calculado es: $Z_c = 5,386$

Regiones críticas: se establece la zona de rechazo y la zona de aceptación

$$|z| < z_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

$$|z| < 1.96$$

De acuerdo a la tabla mostrada, el z calculado es: $Z_c = 5,386$

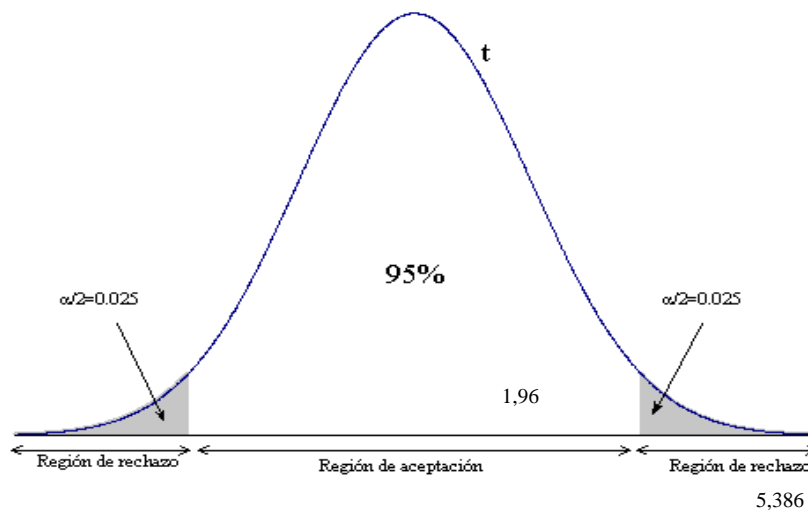


Figura 14. Región crítica de la hipótesis general

d. Decisión estadística: Se rechaza H_0 , puesto que $z_c = 5,386$ cae en la zona de rechazo, se dice que hay evidencia estadística para rechazar la hipótesis H_0 .

Interpretación: El uso del Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencias del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI, Independencia.

Hipótesis Específicas 1:

Formulación de la hipótesis estadística

H_0 : Aula Invertida no tiene efectos significativos en el logro de competencias Comunicar del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.

H_1 : Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencias Comunicar del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de

Tecnología SENATI.

- a. Nivel de significancia de 5% = 0.05.
- b. Identificación del estadístico de prueba: $Z = \frac{\bar{x} - u_0}{s / \sqrt{n}}$
- c. En SPSS obtendremos el resultado de Z calculado

Se realizó el cálculo mediante el SPSS, mostrando los siguientes resultados:

Tabla 23
Estadística Hipótesis específica 1

		Media	N	Desviación típ.	Error típ. de la media
Par 1	Post Prueba	4,92	38	,487	,079
	Pre Prueba	3,55	38	1,639	,266

Elaboración: Investigador

Tabla 24
Prueba de Hipótesis específica 1

		Prueba de muestras emparejadas							
		Diferencias emparejadas			95% de intervalo de confianza de la diferencia		z	gl	Sig.
		Media	Desviación estándar	Media de error estándar	Inferior	Superior			
Par 1	Post - Pre	1,368	1,777	,288	,784	1,953	4,747	37	,000

Elaboración: Investigador

De acuerdo a la tabla mostrada, el Z calculado es: $Z_c = 4,747$

Regiones críticas: se establece la zona de rechazo y la zona de aceptación

$$|z| < z_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

$$|z| < 1.96$$

De acuerdo a la tabla mostrada, el Z calculado es: $z_c = 4,747$

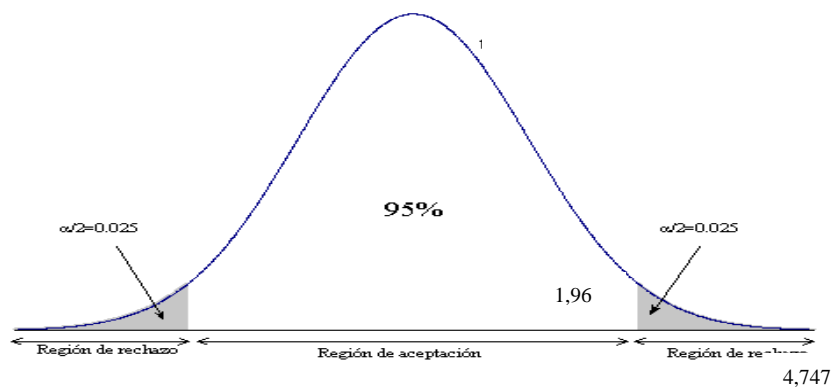


Figura 15. Región crítica de la hipótesis específica 1

d. Decisión estadística: Se rechaza H_0 , puesto que $z_c = 4,747$ cae en la zona de rechazo, se dice que hay evidencia estadística para rechazar la H_0 .

Interpretación: A partir de los resultados obtenidos se puede concluir que el Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencias Comunicar del curso de

Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.

Hipótesis Específicas 2:

Formulación de la hipótesis estadística

H₀: Aula Invertida no tiene efectos significativos en el logro de competencias Pensar y Razonar del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.

H₁: Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencias Pensar y Razonar del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.

- a. Nivel de significancia de 5% = 0.05.
- b. Identificación del estadístico de prueba: $Z = \frac{\bar{x} - u_0}{s / \sqrt{n}}$
- c. En SPSS obtendremos el resultado de Z calculado

Se realizó el cálculo mediante el SPSS, mostrando los siguientes resultados:

Tabla 25
Estadística Hipótesis específica 2

		Media	N	Desviación típ.	Error típ. de la media
Par 1	Post Prueba	2,26	38	1,703	,276
	Pre Prueba	1,89	38	1,521	,247

Elaboración: Investigador

Tabla 26
Prueba de Hipótesis específica 2

		Prueba de muestras emparejadas Diferencias emparejadas								
				Media de	95% de intervalo de					
		Desviació	error	confianza de la						
		n estándar	estándar	Inferior	Superior	z	gl	Sig.		
Media										
Par 1	Post - Pre	,368	2,318	,376	-,394	1,130	,980	37	,334	

Elaboración: Investigador

De acuerdo a la tabla mostrada, el Z calculado es: $z_c = 0,980$

Regiones críticas: se establece la zona de rechazo y la zona de aceptación

$$|z| < z_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

$$|z| < 1.96$$

De acuerdo a la tabla mostrada, el t calculado es: $z_c = 0,980$

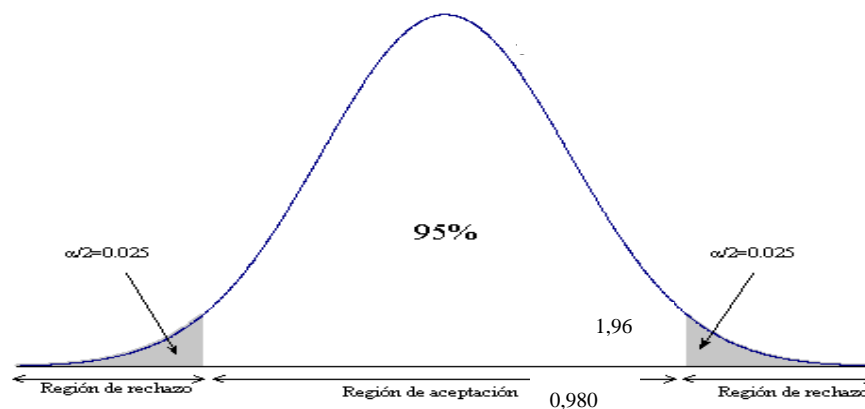


Figura 16. Región crítica de la hipótesis específica 2

d. Decisión estadística: Se acepta la H_0 , puesto que $z_c = 0,980$ cae en la zona de aceptación, se dice que hay evidencia estadística para aceptar la H_0 .

Interpretación: A partir de los resultados obtenidos se puede concluir que el Aula Invertida no tiene efectos significativos en el logro de competencias Pensar y Razonar del

curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.

Hipótesis Específicas 3:

Formulación de la hipótesis estadística

H₀: Aula Invertida no tiene efectos significativos en el logro de competencias Cálculo operativo del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.

H₁: Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencias Cálculo operativo del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.

- a. Nivel de significancia de 5% = 0.05.
- b. Identificación del estadístico de prueba: $Z = \frac{\bar{x} - u_0}{s / \sqrt{n}}$
- c. En SPSS obtendremos el resultado de Z calculado

Se realizó el cálculo mediante el SPSS, mostrando los siguientes resultados:

Tabla 27
Estadística Hipótesis específica 3

		Media	N	Desviación típ.	Error típ. de la media
Par 1	Post Prueba	3,45	38	1 ,606	,260
	Pre Prueba	1,50	38	1,623	,263

Elaboración: Investigador

Tabla 28
Prueba de Hipótesis específica 3

Prueba de muestras emparejadas										
Diferencias emparejadas										
	Media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia		z	gl	Sig.		
				Inferior	Superior					
Par 1	Post - Pre	1,947	2,370	,385	1,168	2,726	5,064	37	,000	

Elaboración: Investigador

De acuerdo a la tabla mostrada, el Z calculado es: $z_c = 5,064$

Regiones críticas: se establece la zona de rechazo y la zona de aceptación

$$|z| < z_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

$$|z| < 1.96$$

De acuerdo a la tabla mostrada, el t calculado es: $z_c = 5,064$

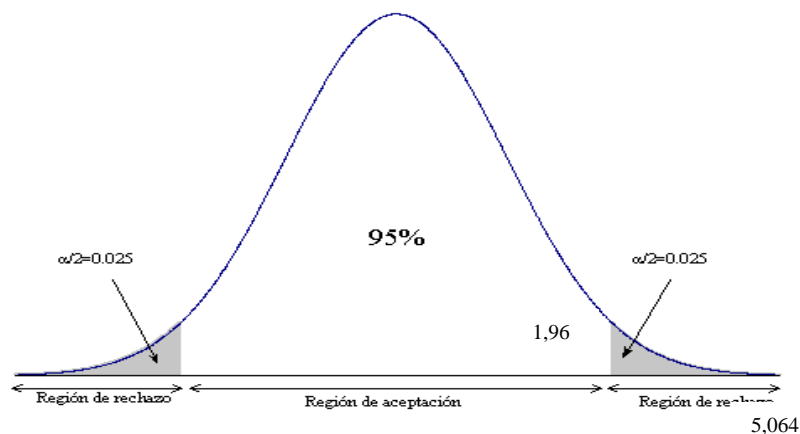


Figura 17. Región crítica de la hipótesis específica 3

d. Decisión estadística: Se rechaza H_0 , puesto que $z_c = 5,064$ cae en la zona de rechazo, se dice que hay evidencia estadística para rechazar la H_0 .

Interpretación: A partir de los resultados obtenidos se puede concluir que el Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencias Cálculo operativo del

curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.

Hipótesis Específicas 4:

Formulación de la hipótesis estadística

H₀: Aula Invertida no tiene efectos significativos en el logro de competencias Resolución de Problemas del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.

H₁: Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencias Resolución de Problemas del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.

- a. Nivel de significancia de 5% = 0.05.
- b. Identificación del estadístico de prueba: $Z = \frac{\bar{x} - u_0}{s / \sqrt{n}}$
- c. En SPSS obtendremos el resultado de Z calculado

Se realizó el cálculo mediante el SPSS, mostrando los siguientes resultados:

Tabla 29
Estadística Hipótesis específica 4

		Media	N	Desviación típ.	Error típ. de la media
Par 1	Post Prueba	2,61	38	2,125	,345
	Pre Prueba	0,92	38	1,617	,262

Elaboración: Investigador

Tabla 30
Prueba de Hipótesis específica 4

		Prueba de muestras emparejadas							
		Diferencias emparejadas							
		95% de intervalo de confianza de la diferencia							
		Media	Desviación estándar	Media de error estándar	Inferior	Superior	z	gl	Sig.
Par 1	Post - Pre	1,684	2,732	,443	,786	2,582	3,800	37	,001

Elaboración: Investigador

De acuerdo a la tabla mostrada, el Z calculado es: $z_c = 3,800$

Regiones críticas: se establece la zona de rechazo y la zona de aceptación

$$|z| < z_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

$$|z| < 1.96$$

De acuerdo a la tabla mostrada, el t calculado es: $z_c = 3,800$

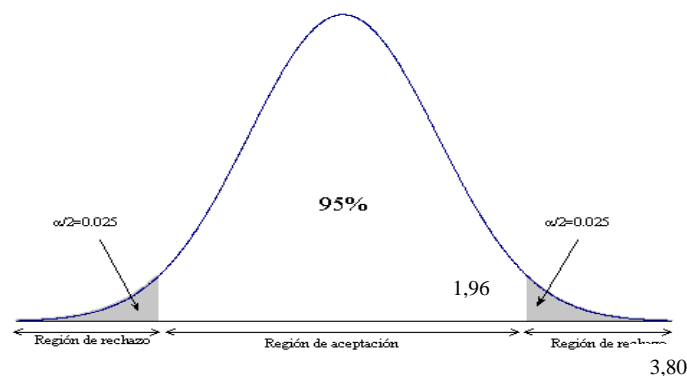


Figura 18. Región crítica de la hipótesis específica 4

d. Decisión estadística: Se rechaza la H_0 , puesto que $z_c = 3,800$ cae en la zona de rechazo, se dice que hay evidencia estadística para rechazar la H_0 .

Interpretación: A partir de los resultados obtenidos se puede concluir que el Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencias Resolución de Problemas del curso

de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.

5.3 Discusión de resultados

En el trabajo de campo se ha verificado, de manera precisa, los objetivos planteados en nuestra investigación, cuyo propósito fue demostrar la relación entre las variables y dimensiones mencionadas estableciendo su relación. En este apartado se discutirán los resultados obtenidos y analizados estadísticamente presentados en la parte anterior, en función a los objetivos e hipótesis enunciadas en los estudios que forman parte de los antecedentes de la investigación.

Se acepta la H_0 , puesto que $Z_c = 0,980$ cae en la zona de aceptación, se dice que no hay evidencia entre Aula Invertida y el logro de competencias Pensar y Razonar del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI, Independencia.

Se acepta la H_1 , puesto que $Z_c = 5,064$ cae en la zona de rechazo, a partir de los resultados obtenidos se puede concluir que el Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencias Cálculo operativo del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.

Este resultado se contrasta con el de Benítez (2018) En su tesis titulada *Flipped Classroom y el efecto en las competencias transversales de los alumnos del curso de electricidad y electrónica industrial en una universidad pública de Lima*. Llega a la siguiente conclusión los resultados obtenidos indican que el modelo pedagógico influye de manera positiva la adquisición de estas competencias, el análisis de los datos nos permite inferir que ha habido una mejora importante en el desarrollo de tales

competencias. Tomando en cuenta los medios del pre y post test, por lo que se puede aseverar que la mencionada hipótesis ha sido confirmada.

Retamozo(2016) En su tesis titulada Percepción de los estudiantes del primer ciclo de Estudios Generales Ciencias acerca de la influencia del Flipped Learning en el desarrollo de su aprendizaje en una universidad privada de Lima. Llega a la siguiente conclusión que La percepción de los estudiantes frente al enfoque Flipped Learning fue favorable, dado que influyó positivamente en su aprendizaje, al tener mayor tiempo para revisar la información teórica ,realizar actividades participativas en el aula y contar con la asesoría del docente.

Se acepta la H_1 , puesto que $Z_c= 4,747$ cae en la zona de rechazo, se dice que hay evidencia estadística para rechazar la H_0 , se puede concluir que el Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencias Comunicar del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.

Este resultado se contrasta con el de Medina(2015) En su tesis para grado de Doctor titulada Aplicación del modelo de formación semipresencial y el desarrollo de habilidades cognitivas básicas en alumnos de Matemática Discreta de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas .Llega a la siguiente conclusión los resultados de esta investigación indican que el modelo ha tenido un buen efecto en el proceso de enseñanza aprendizaje, bueno en el sentido de que no se han obtenido resultados más bajos que los obtenidos en el sistema presencial, dándoles a los estudiantes mayor responsabilidad en su proceso de aprendizaje. Basados en este hecho, los estudiantes han tenido una percepción positiva del sistema y los contenidos presentados se ajustan al perfil de cada usuario el autor a utilizado el modelo pedagógico Flipped Classroom.

Se puede concluir que se acepta la H_1 , puesto que $Z_c = 3,800$ cae en la zona de rechazo, se dice que hay evidencia estadística para rechazar la H_0 , el Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencias Resolución de Problemas del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.

Este resultado se contrasta con el de Sánchez (2017) En su tesis para grado de Doctor titulado flipped classroom. La clase invertida, una realidad en la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Málaga, Llega a la siguiente conclusión convencida de que la metodología flipped classroom, se ajusta en gran medida a los deseos de una enseñanza más activa participativa, colaborativa, que prepara a individuos para un mañana impreciso e indefinido, se pretende aportar un pequeño grano de arena a los trabajos que confirman las mejoras, que esta metodología produce en los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Se acepta la H_1 , puesto que $Z_c = 5,386$ cae en la zona de rechazo, se dice que hay evidencia estadística para rechazar la hipótesis planteada el uso del Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencias del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI, Independencia.

Este resultado se contrasta con el de Juca y García (2016) Un artículo titulado “La educación invertida. Un nuevo reto para la educación superior”, llega a la siguiente conclusión El modelo del aula invertida es una variedad de Blended Learning (aprendizaje mezclado) que persigue que los estudiantes interactúen más con el material de estudio. Mientras que el modelo tradicional de enseñanza se basa en la trasmisión de la información desde el profesor hacia los estudiantes, el modelo del aula invertida usa las TICs (Tecnologías de la Información y la Comunicación) para proporcionar recursos a los

estudiantes fuera del tiempo de clase. Como consecuencia, el tiempo de clase es empleado para debatir información y tratar puntos claves así como cualquier pregunta o dificultad que los estudiantes puedan tener.

Conclusiones

1. Hay relación significativa entre el Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencias Comunicar del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI, porque el valor obtenido mediante Prueba Z ($Z= 4,747$) se ubica en la región de rechazo y, por lo tanto, no se acepta la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa.
2. No hay relación significativa entre el Aula Invertida y el logro de competencia Pensar y Razonar del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI, Independencia, porque el valor obtenido mediante Prueba Z ($Z= 0,980$) no se ubica en la región de rechazo y, por lo tanto, se acepta la hipótesis nula.
3. Hay relación significativa entre el Aula Invertida y el logro de competencias Cálculo operativo del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI, Independencia, porque el valor obtenido Prueba Z ($Z= 5,064$) se ubica en la región de rechazo y, por lo tanto, no se acepta la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa.
4. Hay relación significativa entre el Aula Invertida y el logro de competencias Resolución de Problemas del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI, Independencia, porque el valor obtenido mediante Prueba Z ($Z_c= 3,800$) se ubica en la región de rechazo y, por lo tanto, no se acepta la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa.

5. Hay relación significativa entre El uso del Aula Invertida y el logro de competencias del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI , Independencia, porque los datos de la estadística descriptiva muestran porcentajes altos y la estadística inferencial, mediante Prueba Z ($Z= 5,386$) se ubica en la región de rechazo y, por lo tanto, no se acepta la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa.

Recomendaciones

1. Considero desarrollar un programa de Implementación al modelo pedagógico Aula Invertida con los alumnos, ya que para algunos es difícil cambiar sus hábitos de estudio.
2. Definitivamente el éxito de este modelo pedagógico Flipped Classroom es tener docentes con el deseo y las ganas de innovar en sus prácticas profesionales ya que conlleva a realizar las dimensiones de la variable Aula invertida.
3. También la comunicación constante con los alumnos a través de un aula virtual resulta favorable para el éxito del modelo pedagógico Aula Invertida ya que permite que el alumno realice sus actividades académicas con anticipación y conociendo el propósito del tema a tratar, es recomendable enviar con una semana de anticipación los materiales, de esta manera podrán tener tiempo de encontrar el momento adecuado para revisarlo una o más veces antes de asistir a la sesión de clase presencial.
4. Dar a conocer a la Escuela Superior de Tecnología SENATI, Independencia el trabajo de investigación El uso del Aula Invertida y el logro de competencias del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnica de Ingeniería Mecánica y Mantenimiento, para su aplicación correspondiente.

Referencias

- Carignano,C.(2016) Implementacion de clase invertida en una escuela de una universidad de Lima Metropolitana.(Tesis de maestría)PUCP, Perú.
- Carretero.(1997)Constructivismo y Educación. México DF : Editorial Progreso.
- Córdova, N. y Oliveros, E. (2005).La Matemática Superior y las Competencias “Estrategia de Implementación de Competencias Matemáticas”. Recuperado file:///C:/Users/Usuario/Downloads/45-206-1-PB%20(2).pdf
- Cotic,N.(2015). Aula Invertida para Transformar la clase de Matemática. Recuperado: <http://www.semur.edu.uy/curem5/actas/pdf/66.pdf> .
- Florez, J. (2015).Experiencia Flipped Classroom en el Curso de Semiótica de la Imagen testimonio del docente de la Facultad de Comunicaciones de la UTP. Recuperado : <http://dta.utp.edu.pe/wp-content/uploads/2015/07/flipped-classroom-testimonio-joan-manuel-florez.pdf>
- González N. y Carrillo G. (2016).El Aprendizaje Cooperativo y la Flipped Classroom: Una pareja ideal mediada por las TIC. Aularia: Revista Digital de Comunicación, vol.5 (número 2), pp. 43-48.
- Hernández, R.; Fernández, C. y Baptista, P. (2014) Metodología de la Investigación. Sexta Edición. México: Mc. Graw -Hill/ Interamericana Editores S.A. de C.V
- Lluch, C., Pérez, M. y Sanabria, E.(2014). Investigación del impacto en un Aula de Matemáticas al utilizar Flip education.
- Martinez y Olivera (2014).Aula invertida o Modelo Invertido de Aprendizaje: Origen Sustento e Implicaciones. Recuperado: https://www.researchgate.net/publication/273765424_Aula_Invertida_o_Modelo_Invertido_de_Aprendizaje_origen_sustento_e_implicaciones

Martínez, W. , Esquivel, I. y Martínez, J.(2014). Aula Invertida o Modelo Invertido de Aprendizaje: Origen, Sustento e Implicaciones.

Recuperado:https://www.researchgate.net/publication/273765424_Aula_Invertida_o_Modelo_Invertido_de_Aprendizaje_origen_sustento_e_implicaciones

Mosquera,W.(2014) Diseño de una propuesta didáctica para la enseñanza de sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas utilizando el método “Flipped Classroom”o aula invertida. Estudio de caso en el grado noveno de la institución Educativa Guadalupe del municipio de Medellín (Tesis de maestría), Universidad nacional de Colombia, Colombia.

Oroxom, H. (2016). Cuadro comparativo clase tradicional e invertida. Calameo.

Recuperado de: <https://es.calameo.com/books/004774024010857506089>

Retamoso, S.(2016) Percepción de los estudiantes del primer ciclo de Estudios Generales Ciencias acerca de la influencia del Flipped Learning en el desarrollo de su aprendizaje en una universidad privada de Lima (Tesis de maestría)PUCP, Perú.

Santiago, R. (2014).Mas sobre Bloom y la Clase Inversa. Recuperado:

<https://www.theflippedclassroom.es/mas-sobre-bloom-y-la-clase-inversa/>

Weimer , M.(2013).Learner- centered teching : Five Key changes to practice.San Francisco : Jossey -Bass.

Apéndices

Apéndice A. Matriz de consistencia.

Aula invertida en el logro de competencias del curso de Matemática en los estudiantes del primer semestre de la Escuela Superior de Tecnología SENATI, Independencia

Problemas	Objetivos	Hipótesis	Variables	Metodología
<p>Problema General. ¿Cuál es el efecto del Aula invertida en el logro de competencias del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI, Independencia?</p> <p>Problemas específicos. PE1: ¿Cuál es el efecto del Aula Invertida en el logro de competencia Comunicar del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI? PE2: ¿Cuál es el efecto del Aula Invertida en el logro de competencia Pensar y Razonar del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI? PE3: ¿Cuál es el efecto del Aula Invertida en el logro de competencia de Cálculo Operativo del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI? PE4: ¿Cuál es el efecto del Aula Invertida en el logro de competencia de Resolución de Problemas del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI?</p>	<p>Objetivo General. Evaluar el efecto del Aula Invertida en el logro de competencias del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI, Independencia.</p> <p>Objetivos específicos. OE1: Determinar el efecto de Aula Invertida en el logro de competencia Comunicar del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI. OE2: Determinar el efecto de Aula Invertida en el logro de competencia Pensar y Razonar del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI. OE3: Determinar el efecto de Aula Invertida en el logro de competencia Cálculo Operativo del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI. OE4: Determinar el efecto de Aula Invertida en el logro de competencia Resolución de Problemas del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.</p>	<p>Hipótesis general. El uso del Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencias del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.</p> <p>Hipótesis específicas. HE1: Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencias Comunicar del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI. HE2: Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencias Pensar y Razonar del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI. HE3: Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencia Cálculo operativo del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI. HE4: Aula Invertida tiene efectos significativos en el logro de competencias Resolución de Problemas del curso de Matemática en los estudiantes del Primer Semestre de la Carrera Profesional Técnicas en Ingeniería Mecánica de Mantenimiento de la Escuela Superior de Tecnología SENATI.</p>	<p>Variable Independiente X : Aula Invertida Subvariables X1: flexibilidad X2: Modelo de Aprendizaje Centrado en el alumno. X3: Diseño de Contenido X4 :Educadores expertos</p> <p>Variable Dependiente Y : Logro de Competencias Subvariables Y1 : Comunicación Y1: Pensar y Razonar. Y2: Calculo Operativo Y3: Resolución de Problemas</p>	<p>La investigación aplicara el método experimental: Pre experimental, los sujetos no se asignan al azar al grupo ni se emparejan, sino que dicho grupo ya está conformado antes del experimento: El grupo intacto (la razón por lo que surgen y la manera como se integraron es independiente o aparte del experimento). El diseño de investigación a utilizar es un Pre experimental, consiste en administrar una prueba previa luego se administra el tratamiento luego se aplica una prueba posterior al estímulo.</p> <p style="text-align: center;">G 01 X 02</p> <p style="text-align: center;">01 = Pre Test 02 = Post Test</p>

Apéndice B. Instrumentos de evaluación.

CUESTIONARIO. DIRIGIDO A LOS ESTUDIANTES DEL PRIMER SEMESTRE DE LA ESCUELA SUPERIOR DE TECNOLOGIA SENATI , CARRERA PROFESIONAL TECNICAS DE INGENIERIA MECANICA Y MANTENIMIENTO DE AULA INVERTIDA.

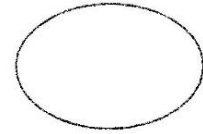
Estimado Alumno:

El presente cuestionario es parte de una información acerca de los indicadores para poder medir el Modelo pedagógico AULA INVERTIDA.

Para lo cual sírvase a responder con sinceridad, porque su opinión es valiosa para la investigación de carácter anónimo.

Marque con una "X" su respuesta en un solo recuadro.

VARIABLE 1: AULA INVERTIDA	SI	NO
DIMENSION 1 : AMBIENTE FLEXIBLE		
1.-El Docente crea espacio y marcos temporales que nos permite interactuar.		
2.-Continuamente observa y da seguimiento a sus preguntas.		
3.- Ofrece diferentes maneras de aprender el contenido y demuestra dominio del tema tratado.		
4.-Nos hace reflexionar respecto a nuestro aprendizaje.		
DIMENSION 2 : CULTURA DE APRENDIZAJE		
1.-El docente Ofrece diversas oportunidades para involucrarse en actividades significativas donde él no es pieza central.		
2.- Dirige actividades como mentor y guía los temas lo hace accesible a todos los estudiantes a través de la diferenciación y retroalimentación.		
3.- Forma equipos de trabajo		
4.- Entrega modulo académico, Realiza videos, diapositivas y motiva a desarrollar el tema.		
DIMENSION 3 : CONTENIDO DIRIGIDO		
1.-El docente prioriza los conceptos utilizados para un mayor entendimiento del tema tratado.		
2.- Crea y selecciona contenidos relevantes-Videos- .		
3.- Utiliza estrategias de aprendizaje activo para hacer el contenido del tema accesible y relevante.		
DIMENSION 4: FACILITADOR PROFESIONAL		
1.- Docente a disposición del estudiante para dar realimentación individual o grupal inmediata según es requerida.		
2.- Lleva a cabo evaluaciones formativas durante el tiempo de clase a través de la observación y el registro.		
3.- Colabora y reflexiona con otros docentes y asume la responsabilidad sobre la practica docente.		
4.- Hace uso de recursos tecnológicos como Juegos en línea (Kahoot, Socrative, flippity, etc.),para una mejor comprensión del tema tratado.		



PRE-POST PRUEBA MATEMÁTICA

PRÁCTICA N° 1

Instructor: Lic. Telly Néstor Rojas Gutiérrez

ALUMNO:..... CÓDIGO.....

Sede (donde se toma la evaluación)			Independencia				
Carrera Profesional			Técnicas de Ingeniería Mecánica y Mantenimiento				
Período lectivo	2018-2	Sección	101-102	Aula	209	Turno	Mañana
Fecha de evaluación			Horario				

INDICACIONES GENERALES.

- Utilice lapicero (Azul o negro), sea claro y ordenado en el desarrollo de su examen.
- Está prohibido el uso de *copias, apuntes u otro material bibliográfico.*
- Si un alumno intenta o está copiando, su examen será anulado.
- Prohibido el uso de calculadora
- Apague y guarde su teléfono celular o cualquier otro dispositivo electrónico. Si lo deja sobre su carpeta, expuesto o encendido, el profesor tiene la autorización para guardarlo hasta el final de la prueba, si lo encuentra haciendo uso de él se anula la práctica
- La evaluación será desarrollada en una hoja cuadrículada.

I Colocar las letras que corresponde, en el cuadro: (5ptos)

1. Es una cantidad desconocida la cual se le asocia con alguna letra o símbolo; a esto le conoce como...
2. Aquella variable que podemos manipular se le conoce como variable...
3. Aquella variable que NO podemos manipular se le conoce como variable...
4. Es aquel conjunto de pares ordenados cuyos elementos poseen una conexión de
5. Es una relación donde para cada elemento en el dominio existe solo un único y exclusivo elemento en el alcance. A esto le llamamos...

- A) INDEPENDIENTE
B) RELACIÓN
C) DEPENDIENTE

- D) FUNCIÓN
E) APLICACIÓN

1		2		3		4		5	
---	--	---	--	---	--	---	--	---	--

II Razonar Pensar

(5ptos)

A. Analiza la función $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$ y determine su Dominio

B. Analiza la función $Y(x)$

$$y = \frac{1}{3x - x^2}$$

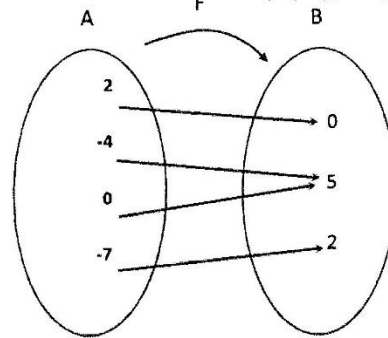
Determine su Dominio y Rango.

III Calculo Operativo

(5ptos)

A. Determine a y b para que :
 $A = \{(2;5), (-1,3), (2; 2a-b), (-1; b-a), (a+b^2 ; a)\}$
 sea una función.

B. En el gráfico: $M = \frac{F(-4) + F(F(2))}{F(F(-7)) + F(0)}$



IV Resolución de Problema

(5ptos)

Luthiers, fabricante de guitarras, asume que las ventas satisfacen la relación $S(x) = 300x + 2000$, donde $S(x)$ representa el número de guitarras vendidas en el año x , con $x = 0$ correspondiente al año 1998.

a) Calcula las ventas del año 2005.

b) El fabricante necesitaba vender 4000 guitarras para el año 2007 con el fin de pagar un préstamo. ¿Se logró la meta con estas ventas?



PRE-POST PRUEBA MATEMÁTICA

PRÁCTICA N° 2

Instructor: Lic. Telly Néstor Rojas Gutiérrez

ALUMNO:..... CÓDIGO.....

Sede (donde se toma la evaluación)		Independencia					
Carrera Profesional		Técnicas de Ingeniería Mecánica y Mantenimiento					
Período lectivo	2018-2	Sección	101-102	Aula	209	Turno	Mañana
Fecha de evaluación		Horario					

INDICACIONES GENERALES.

- Utilice lapicero (Azul o negro), sea claro y ordenado en el desarrollo de su examen.
- Está prohibido el uso de copias, apuntes u otro material bibliográfico.
- Si un alumno intenta o está copiando, su examen será anulado.
- Prohibido el uso de calculadora
- Apague y guarde su teléfono celular o cualquier otro dispositivo electrónico. Si lo deja sobre su carpeta, expuesto o encendido, el profesor tiene la autorización para guardarlo hasta el final de la prueba, si lo encuentra haciendo uso de él se anula la práctica
- La evaluación será desarrollada en una hoja cuadrículada.

I Colocar las letras que corresponde , en el cuadro: (1 pto c/u)

6. Una función es....., cuando está definida por una ecuación en términos de X e Y.
7. Por otra parte, una función es....., si es posible resolver la ecuación para Y en términos de X, es decir $Y = f(X)$.
8. Una función es..... si cada $f(x)$ en el rango es la imagen de exactamente un único elemento del dominio. En otras palabras, de todos los pares (x,y) pertenecientes a la función, las y no se repiten.
9. Una función es si cada $f(x)$ en el conjunto de llegada o rango es la imagen de algún elemento del dominio
Rango = # C.
10. Se traza una línea horizontal sobre cada "y" en la gráfica. Si la corta una y solo una vez, entonces es....., de lo contrario no lo es.

- F) EPIYECTIVA
G) EXPLICITA
H) INYECTIVA
I) FUNCIÓN

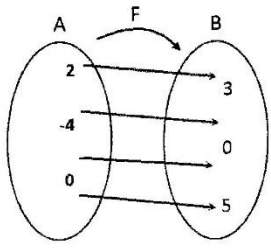
- J) IMPLICITA
K) BIYECTIVA
L) DOMINIO

1	2	3	4	5

II Razonar Pensar

<p>A) Sea $F: [6;10] \longrightarrow [9;13]$ (2.5p)</p> <p>Demostar que $f(x) = x - 3$ es función Biyectiva.</p>	<p>B) Sea $F: A \longrightarrow <1;10]$ (2.5p)</p> <p>Dado por</p> $F(x) = \frac{4 - 11x}{4 - 2x}$ <p>• Demostrar que F es inyectiva.</p>
--	---

III Cálculo Operativo

<p>A) Resuelva la siguiente igualdad $g(x_1) = g(x_2)$ y llegar a verificar si $x_1 = x_2$ para la función</p> $g(x) = x^2 + x - 1$	<p>B) Sea</p>  <p>Halle el conjunto de pares ordenados de la función $F(x)$ y señalar si es inyectiva, suryectiva o biyectiva.</p>
---	--

IV Resolución de Problema

(5pto ptos)

<p>Una empresa de fotografía cobra, por el revelado de un carrete, un precio fijo de s/. 1.5, y por cada foto, 50 céntimos.</p> <p>a) Representar la función "Coste del revelado" en función del nº de fotos. Indicar su expresión algebraica.</p> <p>b) ¿Cuánto costará revelar un carrete de 36 fotografías?</p> <p>c) ¿Cuántas fotos podremos revelar con s/.100</p> <p>d) Indicar si la función es inyectiva; suryectiva o Biyectiva.</p>



PRE-POST PRUEBA MATEMÁTICA

PRÁCTICA N° 3

Instructor: Lic. Telly Néstor Rojas Gutiérrez

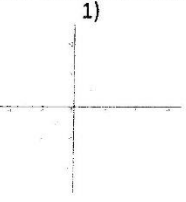
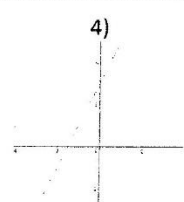
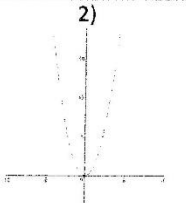
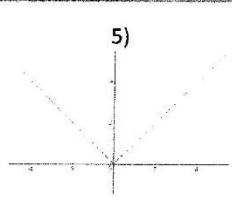
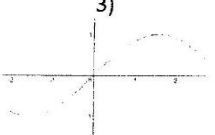
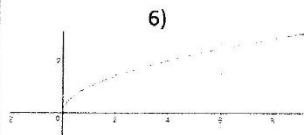
ALUMNO:..... CÓDIGO.....

Sede (donde se toma la evaluación)		Independencia					
Carrera Profesional		Técnicas de Ingeniería Mecánica y Mantenimiento					
Período lectivo	2018-2	Sección	101-102	Aula	209	Turno	Mañana
Fecha de evaluación			Horario				

INDICACIONES GENERALES.

- Utilice lapicero (Azul o negro), sea claro y ordenado en el desarrollo de su examen.
- Está prohibido el uso de copias, apuntes u otro material bibliográfico.
- Si un alumno intenta o está copiando, su examen será anulado.
- Prohibido el uso de calculadora
- Apague y guarde su teléfono celular o cualquier otro dispositivo electrónico. Si lo deja sobre su carpeta, expuesto o encendido, el profesor tiene la autorización para guardarlo hasta el final de la prueba, si lo encuentra haciendo uso de él se anula la práctica
- La evaluación será desarrollada en una hoja cuadrículada.

I. Colocar las letras que corresponde, en el cuadro:

1) 	A) $F(x) = 3x + 2$	4) 	D) $F(x) = x^2$
2) 	B) $F(x) = x $	5) 	E) $F(x) = \sqrt{x}$
3) 	C) $F(x) = \text{Sen}(x)$	6) 	F) $F(x) = x$

1	2	3	4	5	6

II Razonar Pensar

(5ptos)

A. Analiza los puntos de intersección con el eje X $F(x) = x^2 + 3x + 2$	B. Analiza los puntos de intersección con los ejes $G(x) = x - 1 + 1$ en el intervalo $[-3; 1]$
--	---

III Cálculo Operativo

(5ptos)

Graficar $H(x) = \sqrt{x} + 3$	Graficar $H(x) = 2x + 4$
--------------------------------	--------------------------

IV Resolución de Problema

(5ptos)

<p>Los paquetes de folios que compra la Escuela Superior de Tecnología SENATI constan de 500 folios y cuestan s/.8 c/u. .</p> <p>a) Formar una tabla que nos indique el precio de 1, 2, ..., 10 folios.</p> <p>b) Dibujar la gráfica correspondiente ¿Qué tipo de función se obtiene?</p>



PRE-POST PRUEBA MATEMÁTICA

PRÁCTICA N° 3

Instructor: Lic. Telly Néstor Rojas Gutiérrez

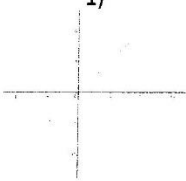
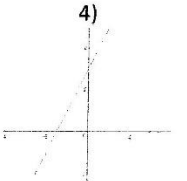
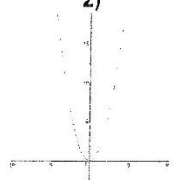
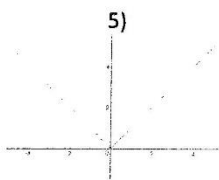
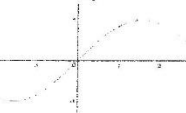
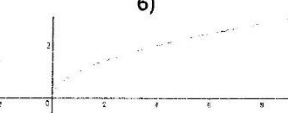
ALUMNO:..... CÓDIGO.....

Sede (donde se toma la evaluación)		Independencia					
Carrera Profesional		Técnicas de Ingeniería Mecánica y Mantenimiento					
Período lectivo	2018-2	Sección	101-102	Aula	209	Turno	Mañana
Fecha de evaluación			Horario				

INDICACIONES GENERALES.

- Utilice lapicero (Azul o negro), sea claro y ordenado en el desarrollo de su examen.
- Está prohibido el uso de *copias, apuntes u otro material bibliográfico.*
- Si un alumno intenta o está copiando, su examen será anulado.
- Prohibido el uso de calculadora
- Apague y guarde su teléfono celular o cualquier otro dispositivo electrónico. Si lo deja sobre su carpeta, expuesto o encendido, el profesor tiene la autorización para guardarlo hasta el final de la prueba, si lo encuentra haciendo uso de él se anula la práctica
- La evaluación será desarrollada en una hoja cuadrículada.

I. Colocar las letras que corresponde, en el cuadro:

1) 	A) $F(x) = 3x + 2$	4) 	D) $F(x) = x^2$
2) 	B) $F(x) = x $	5) 	E) $F(x) = \sqrt{x}$
3) 	C) $F(x) = \text{Sen}(x)$	6) 	F) $F(x) = x$

1	2	3	4	5	6

II Razonar Pensar

(5ptos)

C. Analiza los puntos de intersección con el eje X $F(x) = x^2 + 3x + 2$	D. Analiza los puntos de intersección con los ejes $G(x) = x - 1 + 1$ en el intervalo $[-3; 1]$
--	---

III Cálculo Operativo

(5ptos)

Graficar $H(x) = \sqrt{x} + 3$	Graficar $H(x) = 2x + 4$
--------------------------------	--------------------------

IV Resolución de Problema

(5ptos)

<p>Los paquetes de folios que compra la Escuela Superior de Tecnología SENATI constan de 500 folios y cuestan s/. 8 c/u. .</p> <p>a) Formar una tabla que nos indique el precio de 1, 2, ..., 10 folios.</p> <p>b) Dibujar la gráfica correspondiente ¿Qué tipo de función se obtiene?</p>
--



PRE-POST PRUEBA MATEMÁTICA

PRÁCTICA N° 5

Instructor: Lic. Telly Néstor Rojas Gutiérrez

ALUMNO:..... CÓDIGO.....

Sede (donde se toma la evaluación)		Independencia					
Carrera Profesional		Técnicas de Ingeniería Mecánica y Mantenimiento					
Período lectivo	2018-2	Sección	101-102	Aula	209	Turno	Mañana
Fecha de evaluación			Horario				

INDICACIONES GENERALES.

- Utilice lapicero (Azul o negro), sea claro y ordenado en el desarrollo de su examen.
- Está prohibido el uso de copias, apuntes u otro material bibliográfico.
- Si un alumno intenta o está copiando, su examen será anulado.
- Prohibido el uso de calculadora
- Apague y guarde su teléfono celular o cualquier otro dispositivo electrónico. Si lo deja sobre su carpeta, expuesto o encendido, el profesor tiene la autorización para guardarlo hasta el final de la prueba, si lo encuentra haciendo uso de él se anula la práctica
- La evaluación será desarrollada en una hoja cuadrículada.

1. Colocar las letras que corresponde , en el cuadro:

(5ptos)

F) $f(x)^{-1} = \frac{x-2}{3}$	1) $F(x) = 3x+2$	D) $f(x)^{-1} = \frac{5-x}{2}$	4) $F(x) = x^2$
B) $f(x)^{-1} = \sqrt{x}$	2) $F(x) = 2x-1$	E) $f(x)^{-1} = \sqrt{x-5}$	5) $F(x) = \sqrt{x}$
C) $f(x)^{-1} = \frac{x+1}{2}$	3) $F(x) = -2x+5$	A) $f(x)^{-1} = x^2$	

1	2	3	4	5

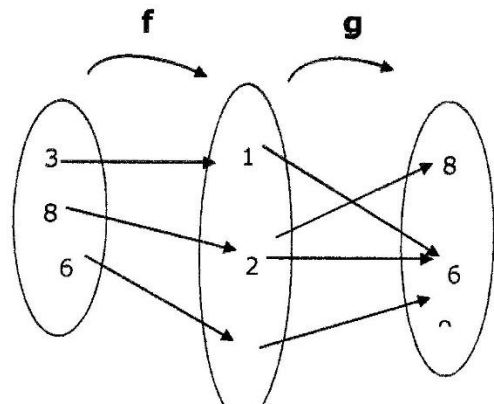
II Razonar Pensar

(5ptos)

<p>E. Analice la inversa de la función $H(x) = \sqrt{x} + 3$ y demuestre si tiene inyectividad.</p>	<p>F. Analice la inversa de la función $G(x) = x^2 + 2$ para todo $0 \leq x < 4$ Y demuestre si tiene inyectividad.</p>
--	--

III Cálculo Operativo

(5ptos)

<p>A. Halle la inversa de la función "F(x)" $F(x) = \{(1; 3), (2; 5), (3; 7), (5; 3)\}$</p>	<p>B. Sea :</p>  <p>Halle $f(g(1)) + g(f(3))$</p>
---	---

IV Resolución de Problema

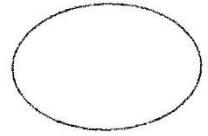
(5ptos)

<p>Una empresa vende sus productos a razón de una función $F(x) = x^2 + 400x + 40000$ artículos, siendo x el número de mes del calendario, la inversa de F^{-1} es para conocer el mes que hizo las ventas.</p> <p>A) Halle F^{-1} B) ¿En qué mes vendió 40 804 artículos?</p>



PRE-POST PRUEBA MATEMÁTICA

PRÁCTICA N° 6



Instructor: Lic. Telly Néstor Rojas Gutiérrez

ALUMNO:..... CÓDIGO.....

Sede (donde se toma la evaluación)		Independencia					
Carrera Profesional		Técnicas de Ingeniería Mecánica y Mantenimiento					
Período lectivo	2018-2	Sección	101-102	Aula	209	Turno	Mañana
Fecha de evaluación			Horario				

INDICACIONES GENERALES.

- Utilice lapicero (Azul o negro), sea claro y ordenado en el desarrollo de su examen.
- Está prohibido el uso de copias, apuntes u otro material bibliográfico.
- Si un alumno intenta o está copiando, su examen será anulado.
- Prohibido el uso de calculadora
- Apague y guarde su teléfono celular o cualquier otro dispositivo electrónico. Si lo deja sobre su carpeta, expuesto o encendido, el profesor tiene la autorización para guardarlo hasta el final de la prueba, si lo encuentra haciendo uso de él se anula la práctica
- La evaluación será desarrollada en una hoja cuadrículada.

I. Colocar las letras que corresponde , en el cuadro:

(1pto c/u)

$$f(x) = x^2 + 1 ; g(x) = x^3 + 2x ; h(x) = 7x + 12 ; M(x) = \frac{2x + 1}{x + 3}$$

1.- $(f \circ g)(2)$.	D) 19	4.- $f(1) + 3g \circ h(-2)$.	F) 10
2.- $(f \circ g)(-1)$.	B) 69/4	5.- $h \circ M(1)$.	E) 1030
3.- $(f \circ h)(3)$.	C) -34		A) 145

1	2	3	4	5

II Razonar Pensar

(5ptos)

Sea $f(x) = \sqrt{x-2}$ en $[2;6]$ y $g(x) = \frac{3}{x-4}$ en $[3;8]$	
A. Analice la función $f \circ g(x)$ y determine su dominio.	B. Analice la función $g \circ f(x)$ y determine su dominio.

III Cálculo Operativo

(5ptos)

Sea $f(x) = x^2 + 6x + 9$ $g(x) = x^2 + 8x + 16$ $h(x) = \frac{x+3}{x+2}$	
A. $2f \circ g(x)$	B. $f(x) + g \circ h(x)$

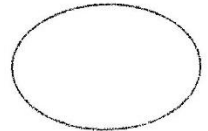
IV Resolución de Problema

(5ptos)

<p>En un cierto lago, el pez Lorcho se alimenta de un pez pequeño llamado Chapi, y el pez Chapi se alimenta de Pikis. Supongamos que el tamaño de la población de Lorchos es una función $f(n)$ del número n de Chapis presentes en el lago, y el número de Chapis es una función $g(x)$ de la cantidad x de Pikis en el lago.</p> $f(n) = 50 + \sqrt{\frac{n}{150}} \quad , \quad g(x) = 3x + 3$ <p>A) Exprese el tamaño de la población del Lorchos como una función de la cantidad de Pikis.</p> <p>B) ¿Cuál es el tamaño de la población de Lorchos si hay 81 pikis en el lago?</p>



PRE-POST PRUEBA MATEMÁTICA
PRÁCTICA N° 7



Instructor: Lic. Telly Néstor Rojas Gutiérrez

ALUMNO:..... CÓDIGO.....

Sede (donde se toma la evaluación)			Independencia				
Carrera Profesional			Técnicas de Ingeniería Mecánica y Mantenimiento				
Período lectivo	2018-2	Sección	101-102	Aula	209	Turno	Mañana
Fecha de evaluación		Horario					

INDICACIONES GENERALES.

- Utilice lapicero (Azul o negro), sea claro y ordenado en el desarrollo de su examen.
- Está prohibido el uso de copias, apuntes u otro material bibliográfico.
- Si un alumno intenta o está copiando, su examen será anulado.
- Prohibido el uso de calculadora
- Apague y guarde su teléfono celular o cualquier otro dispositivo electrónico. Si lo deja sobre su carpeta, expuesto o encendido, el profesor tiene la autorización para guardarlo hasta el final de la prueba, si lo encuentra haciendo uso de él se anula la práctica
- La evaluación será desarrollada en una hoja cuadriculada.

I. Colocar las letras que corresponde, en el cuadro:

(5ptos)

1) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-2}{3}$	A. 5	4) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{5-x}{2}$	B. 4
2) $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x}$	C. 3	5) $\lim_{x \rightarrow 14} \sqrt{x-5}$	D. 2
3) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x+1}{2}$	E. 1		F. $\frac{3}{2}$

1	2	3	4	5

II Razonar Pensar

(5ptos)

<p>G. Probar si $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+5}{3}$ existe.</p>	<p>H. Si</p> $f(x) = \begin{cases} 2x-3 & \text{si } x < 2 \\ -x+2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$ <p>Probar si $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ existe.</p>
--	---

III Cálculo Operativo

(5ptos)

<p>A. Resuelve :</p> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 - 6x + 12}{x^2 + 3x - 10}$	<p>B. Resuelve :</p> $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{\sqrt{2x+1} - \sqrt{3}}$
--	--

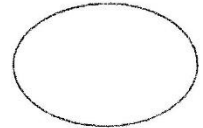
IV Resolución de Problema

(5ptos)

<p>Se sabe que el precio de un artículo "P" a través del tiempo "t" (en meses) está dado por la función:</p> $f(x) = \frac{at+b}{t+b}$ <p>si se sabe que el precio de este artículo el próximo mes será de s/. 6.50, y el siguiente mes será de s/.6.00. Se desea saber:</p> <p>A. El precio del artículo para este mes. B. En que mes el precio será de s/.5.50.</p>
--



PRE-POST PRUEBA MATEMÁTICA
PRÁCTICA N° 8



Instructor: Lic. Telly Néstor Rojas Gutiérrez

ALUMNO:..... CÓDIGO.....

Sede (donde se toma la evaluación)		Independencia					
Carrera Profesional		Técnicas de Ingeniería Mecánica y Mantenimiento					
Período lectivo	2018-2	Sección	101-102	Aula	209	Turno	Mañana
Fecha de evaluación			Horario				

INDICACIONES GENERALES.

- Utilice lapicero (Azul o negro), sea claro y ordenado en el desarrollo de su examen.
- Está prohibido el uso de *copias, apuntes u otro material bibliográfico.*
- Si un alumno intenta o está copiando, su examen será anulado.
- Prohibido el uso de calculadora
- Apague y guarde su teléfono celular o cualquier otro dispositivo electrónico. Si lo deja sobre su carpeta, expuesto o encendido, el profesor tiene la autorización para guardarlo hasta el final de la prueba, si lo encuentra haciendo uso de él se anula la práctica
- La evaluación será desarrollada en una hoja cuadrículada.

I. Colocar las letras que corresponde, en el cuadro: Derivar las funciones expresadas. (5ptos)

1) $f(x) = 120$	G. $\cos x$	4) $f(x) = \sin x$	H. $1/x$
2) $f(x) = x^5$	I. e^x	5) $f(x) = \cos x$	J. 0
3) $f(x) = \ln x$	K. $-\sin x$		L. $5x^4$

1	2	3	4	5

II Razonar Pensar

(5ptos)

<p>I. Analizar la derivada de la función $f(x)$ $f(x) = \frac{2x^2+4x+3}{e^{2x}}$ y determine $\frac{dy}{dx}f(1)$</p>	<p>J. Analizar la derivada de la función $g(x)$ $g(x) = \cos(3x + 1)e^{x^2+1}$ Y determine $\frac{dy}{dx}g(\pi)$</p>
---	---

III Cálculo Operativo

(5ptos)

<p>A. Deriva: $f(x) = x^3 + e^{2x} + \sqrt[3]{x}$</p>	<p>B. Deriva : $f(x) = \ln(x^3 + 2) + e^{2x^3+3}$</p>
---	---

IV Resolución de Problema

(5ptos)

<p>Se tiene una función $F(t) = 3t^3 + 2t^2 - 5t^4 + 5t - 7$ que corresponde al camino recorrido por un móvil en función del tiempo (t) en horas , halle:</p> <p>C. La ecuación de la recta tangente cuando $t = 3$h. D. La ecuación de la recta normal cuando $t=2$h.</p>
--

Apéndice C. Módulos.

MODULO 1

I. FUNCIONES.

1. Concepto de función.
2. Gráfica.
3. Función lineal.
4. Función cuadrática.
5. Función exponencial
6. Función logarítmica
7. Operaciones con funciones

MODULO 2

II. LÍMITE DE FUNCIONES.

1. Concepto de límite.
2. Interpretación gráfica.
3. Formas indeterminadas. Cálculo de límites.

MODULO 3

III. DERIVADA.

1. Concepto de Derivada
2. Interpretación gráfica.
Derivadas de funciones algebraicas, trigonométricas,
exponenciales y logarítmicas.
3. Aplicaciones de la derivada.

INTRODUCCIÓN

El presente curso realiza abstracciones matemáticas y las aplica en la solución de problemas interdisciplinarios y situaciones de la vida real. Además de definir, interpretar y aplicar operaciones matemáticas relacionadas a los límites, derivadas, integrales.

- Describe el comportamiento físico de sistemas mecánicos y eléctricos mediante su correspondiente modelo matemático. Para ello

Para ello: * Define el concepto de función * Interpreta gráficamente una función * Reconoce funciones lineales, cuadráticas, polinomiales, exponencial y logarítmicas * Efectúa operaciones con funciones

- Realiza abstracción matemática para cuantificar cambios instantáneos de variables mecánicas y eléctricas y respecto a la variable independiente.

Para ello: * Define el concepto de Límite en un punto * Interpreta gráficamente el concepto de Límite * Calcula límites característicos de funciones

- Calcula el valor del cambio instantáneo del desplazamiento y de velocidad en movimientos de partículas mecánicas y eléctricas. - Calcula el valor del cambio instantáneo de variables térmicas y magnéticas

Para ello: * Define el concepto de Derivada * Interpreta gráficamente el concepto de Derivada * Determina las derivadas de funciones lineales, cuadráticas, polinomiales, exponencial y logarítmicas * Asocia el concepto de Derivada con aplicaciones en la determinación de rapidez de cambio de variables físicas y químicas. * Realiza aplicaciones del cálculo derivativo

MÓDULO 1

FUNCIONES.

1. Concepto de función.
2. Gráfica.
3. Función lineal.
4. Función cuadrática.
5. Función exponencial
6. Función logarítmica
7. Operaciones con funciones

A. Contenido Curricular
Unidad didáctica: Matemática

Título: Funciones.

Temas:

- Concepto de función.
- Gráfica.
- Función Lineal.
- Función Cuadrática.
- Función exponencial
- Función logarítmica
- Operaciones con funciones

Propósito

Es desarrollar en el aprendiz la capacidad de Análisis, cálculo y resolución de problemas a través de interrogantes para una interpretación dinámica que va relacionado a su perfil profesional.

Objetivo Principal.

Conocer e interpretar el concepto de función.

Objetivos Secundarios:

- Graficar funciones.
- Reconocer y graficar funciones lineales.
- Reconocer y graficar funciones cuadráticas.
- Reconocer y graficar funciones exponenciales.
- Reconocer y graficar funciones logarítmicas.
- Reconocer y graficar funciones trigonométricas.
- Operar con funciones
- Resolver problemas

1. ¿Qué es una *variable*?

En matemática se denomina *variable* a un símbolo al que se le puede asignar un valor numérico cualquiera de un determinado conjunto. Otra definición similar nos dice que es un símbolo que representa un elemento no especificado de un conjunto dado. Dicho conjunto es llamado *conjunto universal* de la variable, *universo* o *dominio* de la variable, y cada elemento del conjunto es un *valor* de la variable.

Ej. Para el caso del conjunto $A = \{3; 2; 0; 1\}$ cada uno de sus elementos se puede representar por x o por cualquier otro símbolo.

En el caso particular que el dominio sea un conjunto unitario (con un solo elemento) el símbolo representa una *constante*.

Ej. e representa al número irracional 2,71828...

g representa a la aceleración debida a la gravedad terrestre.

Las magnitudes físicas representadas por su respectivo símbolo se tratan como variables matemáticas. Por ejemplo, la *intensidad de corriente* (representada por i) toma valores en el conjunto de los números reales ($i \in \mathbb{R}$), la variable *distancia* (d) toma valores en el conjunto de los reales positivos ($d \in [0; \infty)$), etc.

2. ¿Qué tipos de relaciones se pueden establecer entre dos o más variables?

Matemáticamente se pueden establecer relaciones de igualdad, por ejemplo:

$$y = 2x + 1; x^2 + y^2 = 4,$$

o de desigualdad, por ejemplo:

$$y < x^2; x + y > z$$

En electrónica es bien conocida la relación $v = ri$ establecida por Ohm (v =voltaje, r = resistencia, i =intensidad de corriente).

También se pueden establecer relaciones definidas mediante una tabla de valores aunque no haya una fórmula algebraica explícita (o de otro tipo) que las relacione.

Por ejemplo, las tablas:

x	-3	0	1	4	5,5
y	2,01	1,32	3,00	5,41	8,79

x	-3	-3	1	4	4
y	2,01	1,32	3,00	5,41	8,79

también definen relaciones entre las variables x e y

3. ¿Qué es una *función*?

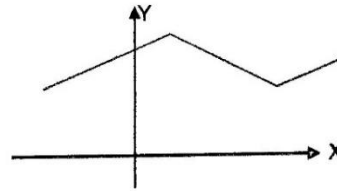
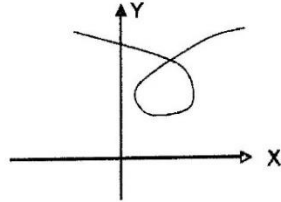
Una relación de modo tal que cada valor de x se corresponde, únicamente, con un solo valor de y , se denomina **función** (x se denomina variable *independiente* e y se denomina variable *dependiente*).

En los ejemplos anteriores:

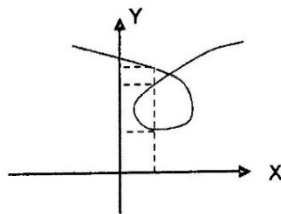
1. $y = 2x + 1$, es función porque cada valor de x se corresponde con un solo valor de y (el doble de x más 1).
2. La relación definida por la primera tabla también es una función, pues a cada valor de x le corresponde uno solo de y , mientras que la segunda no es función, pues a un valor de x , como por ejemplo 4, le corresponden dos valores de y (5,41 y 8,79)
3. $y < x^2$ no es función, pues, a un valor de x le corresponden varios de y (por ejemplo, a $x = 3$ le corresponden todos los valores de y que son menores que 9).
4. La relación $x^2 + y^2 = 4$ no es función porque un valor de x se corresponde con dos de y (por ejemplo a $x=0$ le corresponden $y=\pm 2$)
5. En el caso de la relación que define la ley de Ohm: $v = r i$, ésta se denomina función de dos variables y se denota, formalmente, por $v(r, i) = ri$ para resaltar el

hecho de que v depende de r e i , siendo estas últimas las variables independientes. Así como éstas, muchas magnitudes físicas se relacionan funcionalmente.

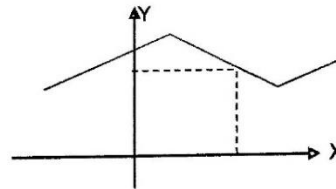
4. ¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde a una función?



Rp



No es función porque a un valor del eje X le corresponde más de un valor en el eje Y.



Es función porque a todo valor del eje X le corresponde un solo valor en el eje Y.

5. ¿Qué inconveniente presenta la siguiente relación funcional: $y=ax+b$?

En ella no se puede distinguir cuál es la variable independiente, pues puede ser cualquiera: a , x o b

6. ¿Cómo se puede mejorar la representación de modo que se pueda distinguir cuál es la variable independiente?

Se recurre a una nomenclatura denominada la *notación funcional*:

$$y = f(x),$$

la cual indica expresamente que la variable entre paréntesis (x) es la independiente. En adelante, la variable independiente se denominará, brevemente, la *variable de la función*

Ej. En cada una de las siguientes funciones:

$$f(x) = ax + b$$

$$f(a) = ax + b$$

$$f(b) = ax + b$$

determine cuál es su variable respectiva.

Sol.

En $f(x)$ su variable es x , en $f(a)$ su variable es a y en $f(b)$ su variable es b . Las restantes letras que acompañan a las variables son constantes de la función, denominadas *parámetros*.

7. ¿Cómo se evalúa una función?

Se le asigna a su variable un valor numérico; y, luego, se efectúan las operaciones indicadas por la regla de la función, *si ello es posible*.

Ej.

1. Evaluar $f(x) = 2x + 7$, para $x=3$.

Sol. Reemplazamos cada x por 3 y efectuamos las operaciones:

$$f(3) = 2(3) + 7 = 13$$

Similarmente, para evaluar en $x=2$ se tiene: $f(-2) = 2(-2) + 7 = 3$

2. La función $f(x) = \frac{3}{x-2}$ no se puede evaluar en $x=2$, pues al reemplazar el denominador se haría cero: $f(2) = \frac{3}{2-2} = \frac{3}{0}$.

Como no se puede dividir por cero, concluimos que $f(2)$ no existe.

Para evaluar una función definida mediante una tabla se procede como en el siguiente ejemplo:

3. Para

x	-1	6	9
$f(x)$	2	0	7

Se tiene: $f(-1)=2$; $f(6)=0$; $f(9)=7$.

4. ¿Qué valores de x permiten evaluar la función $f(x) = \sqrt{x-3}$ de modo que $f(x)$ se un número real?

R. Recordemos que para calcular una raíz cuadrada, la cantidad subradical *no debe ser negativa*, en caso contrario se obtendrían números imaginarios. Esto significa que $x - 3$ debe ser mayor o igual que cero, esto es:

$$x - 3 \geq 0$$

$$x \geq 3$$

Es decir, esta función se puede evaluar para todo valor de x que sea mayor o igual que 3.

8. ¿Qué es el *dominio y rango de una función*?

El *dominio* de una función $y = f(x)$, es el conjunto de valores que permiten evaluar la función.

Ej.

1. Para la función definida por la tabla:

x					
$f(x)$	2,01	1,32	3,00	5,41	8,79

El D_f de f es el conjunto:

$$D_f = \{ \dots \}.$$

Un valor fuera de este conjunto, por ejemplo: 3, no tiene un correspondiente valor de y en la tabla, eso implica que $f(3)$ no existe.

El conjunto de valores de $y = f(x)$, se denomina *rango*. Veamos algunos ejemplos:

Su rango es el conjunto:

$$R_f = \{2,01; 1,32; 3,00; 5,41; 8,79\}$$

2 Para la función definida por la regla de correspondencia $y = 2x + 3$ su dominio es el conjunto de todos los números reales, $D_f = \mathbb{R}$, pues todo número real se puede multiplicar por 2 y al resultado sumarle 3.

Puesto que el resultado de estas operaciones es a su vez un número real, su rango es todo \mathbb{R} .

3 Para la función definida por la regla de correspondencia $y = \frac{x}{x-1}$, su dominio es el conjunto de todos los números reales, salvo el 1, es decir, $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$, pues el número 1 anula al denominador (lo hace cero), esto hace imposible la división y por lo tanto no es posible determinar un correspondiente valor de y (por eso decimos que $f(1)$ no existe). Su rango es $\mathbb{R} - \{1\}$.

4. Para la función $f(x) = \sqrt{x-3}$, su dominio es el conjunto de todos los números x , tales que $x \geq 3$, tal como vimos anteriormente.

Puesto que la función está definida como una raíz positiva su rango es el conjunto de todos los números reales mayores o iguales que cero: $R_f = [0; \infty)$

9. ¿Cómo se grafica una función?

Ilustremos con un ejemplo. Se sabe que la relación entre el espacio y el tiempo está dada por la ecuación:

$$e = vt.$$

Suponiendo que la velocidad de un móvil es 3m/s; y, suponiendo, además, que en el momento inicial ($t = 0$) el móvil se encuentra en la posición cero ($e = 0$) entonces

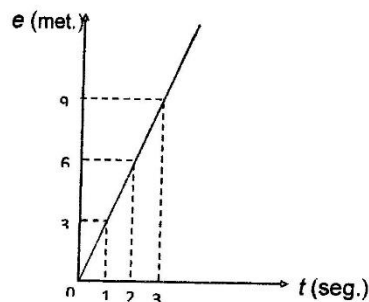
$$e = 3t$$

En este caso t es la variable independiente y e es la dependiente.

Le asignamos algunos valores a t : 1; 2; 3;... y evaluamos los correspondientes valores de e : 3; 6; 9;... La presentación habitual es en forma tabular:

t (en segundos)	1	2	3	...
e (en metros)	3	6	9	...

Estos valores se grafican en un plano coordenado. En general, en el eje horizontal se ubican los de la variable independiente; y, en el vertical los correspondientes valores de la variable dependiente. Se marcan los puntos determinados por las parejas de valores correspondientes; y, luego, se unen con un trazo continuo siguiendo la tendencia marcada por los puntos.



10. ¿Cómo se interpreta el gráfico anterior?

En el gráfico notamos que por cada segundo que transcurre, el móvil se desplaza 3 metros. Obviamente, en dos segundos el móvil se desplaza seis metros y así sucesivamente.

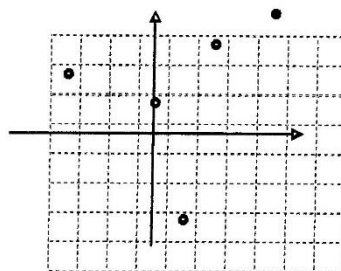
11. ¿Cómo se grafica una función definida por una tabla?

Simplemente se grafican los pares dados por la tabla que define la función.

Ej. Dada la función definida por la tabla:

x	-3	0	1	2	4
$f(x)$	2	1	-3	3	4

Su grafica correspondiente es:



La gráfica consta de todos los puntos ubicados en sus respectivas coordenadas.

12. ¿Qué es una función inversa?

Si en una relación funcional $y = f(x)$ cambiamos la x por la y , y viceversa, obtendríamos la relación $x = f(y)$ y si de ésta última despejamos su variable y , obtendríamos una nueva relación que de ser función, se denomina *función inversa* y comúnmente se denota por $y = f^{-1}(x)$.

Ejemplos.

1. Dada la función $f(x)=2x + 3$, obtener su respectiva función inversa.
Sol.

- a) Escribimos: $y = 2x + 3$,
 b) Cambiamos la x por la y , y la y por x : $x = 2y + 3$,
 c) Despejamos y : $y = \frac{x-3}{2}$

Esta última relación es función, por lo tanto es la función inversa y escribimos:

$$f^{-1}(x) = \frac{x-3}{2}.$$

2. Dada la función $f(x) = \sqrt{x-4}$, obtener su respectiva función inversa.
Sol.

- a) Escribimos: $y = \sqrt{x-4}$,
 b) Cambiamos la x por la y , y la y por x : $x = \sqrt{y-4}$,
 c) Despejamos y : $y = x^2 + 4$

Finalmente: $f^{-1}(x) = x^2 + 4$

3. Dada la función $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$, obtener su respectiva función inversa.
Sol.

$$y = \frac{x-3}{x+1} \rightarrow x = \frac{y-3}{y+1} \rightarrow x(y+1) = y-3 \rightarrow xy+x = y-3$$

$$y-xy = x+3 \rightarrow y = \frac{x+3}{1-x}$$

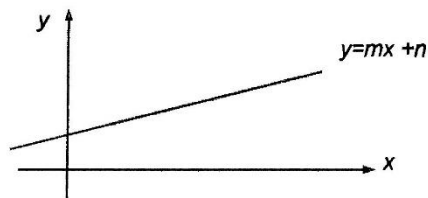
$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x+3}{1-x}$$

13. ¿Qué es una función lineal?

Es una función de la forma:

$$y = mx + n$$

y su gráfica es una línea recta.



El ejemplo del móvil anterior ($\theta = 3t$) es un ejemplo de este tipo de funciones (con $m = 3$ y $n = 0$; obviamente las variables de dicho ejemplo no son las clásicas x e y sino t y θ). En problemas aplicativos las variables x e y generalmente ceden su lugar a otras, de acuerdo a los magnitudes que se estén tratando; por ejemplo, en el caso de una *corriente continua* intervienen las variables tiempo (t) e *intensidad de corriente* (i) aunque la primera no aparezca en forma explícita, así en el caso que tengamos una corriente continua de 5 amperes su ecuación se escribe:

$$i = 5. (t > 0)$$

Es una función lineal que corresponde a $m=0$ y $n = 5$.

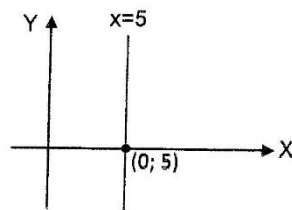
La podemos escribir, completamente, como $i = 0t + 5$ y su gráfica es:



La interpretamos afirmando que *en todo momento la intensidad de corriente es de 5 amperios*, es decir se mantiene constante y no cambia con el transcurso del tiempo.

Nota. La relación $x=c$ (constante) corresponde a una línea recta vertical, la cual **no es función**.

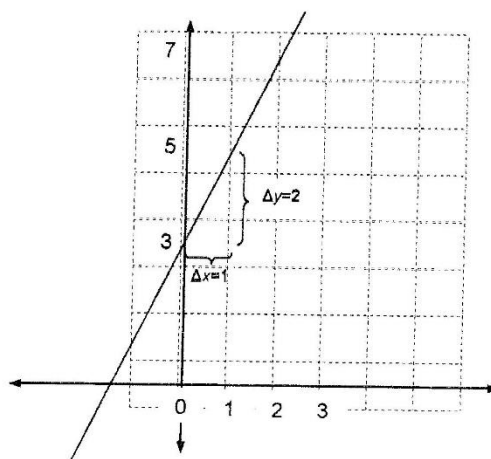
Ej. La relación $x=5$ es una línea vertical que intersecta al eje X en $(0; 5)$



Un ejemplo más completo de función lineal es el siguiente:

$$y = 2x + 3$$

su gráfica es la siguiente:



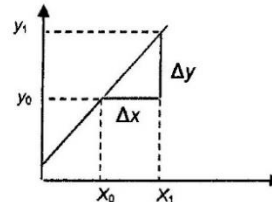
Notemos que por cada unidad de variación en x ($\Delta x=1$) se tienen dos unidades de variación en y ($\Delta y=2$). La razón (geométrica) de estas variaciones es de dos a uno:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{1} = 2$$

14. ¿Qué es *pendiente*?

Se denomina **pendiente** de la recta y se denota por la letra m a la razón o cociente de la variación de y con respecto de x

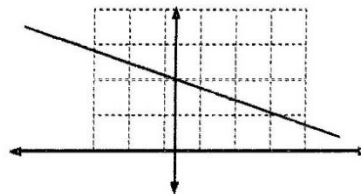
$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$



Estas variaciones se pueden medir entre dos puntos cualesquiera de la recta.

Por ejemplo, para determinar la pendiente de una recta que pasa por los puntos $(-3; 3)$ y $(3; 1)$ aplicamos la fórmula anterior:

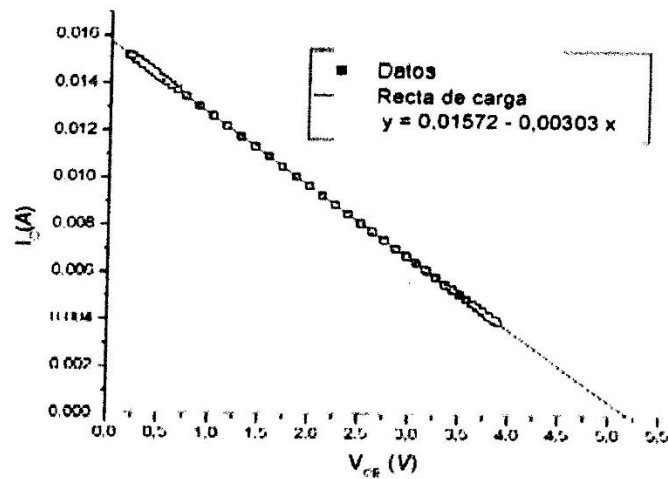
$$m = \frac{1-3}{3-(-3)} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$$



Una pendiente negativa indica que cuando x aumenta entonces y disminuye. En este caso la gráfica de la recta está inclinada hacia la izquierda y se denomina **decreciente**.

Observemos que para toda función lineal $f(x) = mx + b$, la pendiente coincide con el coeficiente (m) de x en la ecuación de la recta. Así, por ejemplo, en la recta $y = \frac{3}{2}x - 1$, su pendiente es $3/2$ y nos indica que por cada dos unidades de variación en x se tienen tres en y .

El gráfico siguiente muestra la relación entre la intensidad de corriente medida en amperios $I_c(A)$ y la diferencia de potencial medida en voltios $V_{CE}(v)$ de un determinado circuito. En ingeniería se acostumbra a decir que se está graficando $I_c(A)$ versus $V_{CE}(v)$.



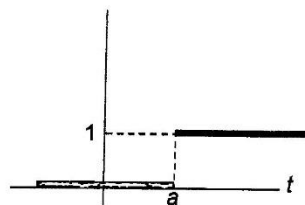
Obsérvese que esta relación es lineal y con pendiente negativa ($- 0,00303$)

Ver

http://focuslab.lfp.uba.ar/public/Electronica/Informes/Transistores_Fernandez-Ordenez.PDF.

15. ¿Cómo se define la función $u(t - a)$?

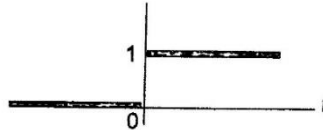
$$u(t - a) = \begin{cases} 0 & t < a \\ 1 & t > a \end{cases}$$



Esta función se puede asociar con la actividad o la inactividad: *cero*, si un sistema está inactivo hasta el instante a , y *uno* si el sistema se activa en ese instante y se mantiene en ese estado. En algunos textos se representa brevemente por $u_a(t)$.

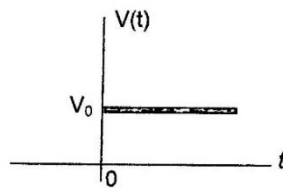
Por ejemplo, para $a=0$ la función se escribe:

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$



Un voltaje continuo $V(t) = V_0$ se puede representar, también, por

$$V(t) = V_0 u(t)$$

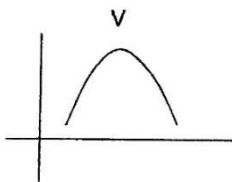


16. ¿Qué es una *función cuadrática*?

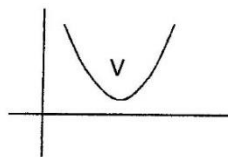
Es una función de la forma:

$$y = ax^2 + bx + c.$$

Corresponde a una figura llamada *parábola*, su gráfica presenta dos casos:



Si $a < 0$



Si $a > 0$

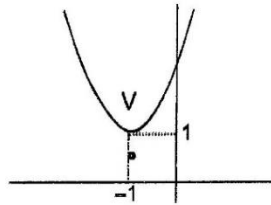
El punto V se denomina vértice de la parábola y sus coordenadas son:

$$x = -\frac{b}{2a} \quad \text{e} \quad y = \frac{4ac - b^2}{4a}.$$

Por ejemplo, la parábola $y = 2x^2 + 4x + 3$, tiene vértice en:

$$x = -\frac{4}{2(2)} = -1 \quad \text{e} \quad y = \frac{4(2)(3) - (4)^2}{4(2)} = 1.$$

Su gráfica se esboza en la siguiente figura:



En la naturaleza se presentan muchas formas parabólicas:

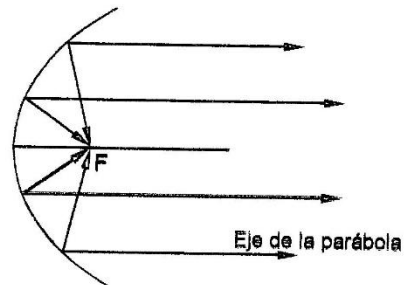
←

*

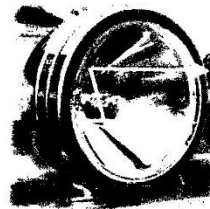
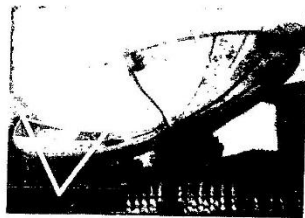
En las sombras. En el rebote de una bola. En la caída de un chorro de agua

Una de las propiedades más importantes de las formas parabólicas es que cualquier rayo que incida de forma paralela al eje de la parábola rebota en su superficie pasando por un punto interior de la parábola denominado *foco* (F). Viceversa, todos

los rayo que salen del foco y rebotan en la parábola salen paralelos al eje de la parábola.



Esta propiedad se aplica, por ejemplo, en las antenas parabólicas para concentrar las señales que llegan a la antena en el punto focal de la parábola lográndose una mejor recepción de las mismas. También conseguimos que la luz que sale de un faro se concentre en un haz más o menos cerrado, ubicando el foco de luz en el punto focal



17. ¿Qué aplicaciones a la Física tiene la parábola?

En electricidad se presentan algunas relaciones cuadráticas de este tipo, por ejemplo, cuando relacionamos la potencia, resistencia, la intensidad y la diferencia de potencial.

La potencia eléctrica se define como la cantidad de *energía eléctrica* o *trabajo*, que se transporta o que se consume en una determinada unidad de tiempo.

Si la tensión se mantiene constante, la potencia es directamente proporcional a la corriente (intensidad). Ésta aumenta si la corriente aumenta. Cuando se trata de

corriente continua (CC) la potencia eléctrica desarrollada en un cierto instante por un dispositivo de dos terminales, es el producto de la *diferencia de potencial* entre dichos terminales y la *intensidad de corriente* que pasa a través del dispositivo.

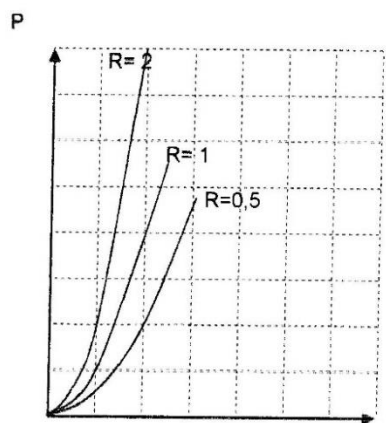
Esto es,

$$P = V \cdot I.$$

Donde I es el valor instantáneo de la corriente y V es el valor instantáneo del voltaje. Si I se expresa en amperios y V en voltios, P estará expresada en watts (vatios). Cuando el dispositivo es una resistencia de valor R o se puede calcular la resistencia del dispositivo, la potencia también puede calcularse como

$$P = R \cdot I^2 = \frac{V^2}{R}$$

Ej. Considerando P como función de I , tenemos las siguientes gráficas para $R = 0,5$; 1 ; 2



$$P = RI^2$$

Ej. Calcular la potencia correspondiente a una resistencia de 0,5 ohm y una intensidad de corriente de 2amp.

Sol.

$$P = 0,5(2)^2 = 2\text{watts}$$

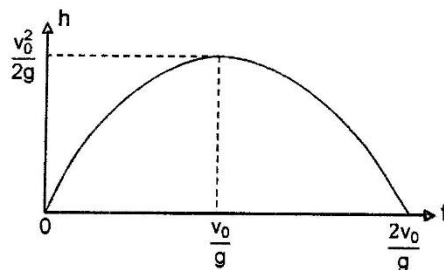
Es conocida la ecuación que rige el movimiento vertical de un objeto que se lanza libremente hacia arriba, sin rozamiento:

$$h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

Las coordenadas de su vértice son:

$$t = -\frac{v_0}{2(-\frac{1}{2}g)} = \frac{v_0}{g} \quad \text{y} \quad h = \frac{v_0^2}{2g}$$

Que corresponden al *tiempo* que demora el objeto en alcanzar la altura máxima y la correspondiente *altura máxima*. En el doble de este tiempo, al caer, el objeto alcanza el suelo.



Ej. Un cuerpo se lanza hacia arriba con una velocidad inicial de 5m/s. Tomando $g = 10\text{m/s}^2$, determine:

- El tiempo que demora en alcanzar su máxima altura.
- Su altura máxima.
- El tiempo de retorno a tierra.

Sol.

$$\text{a) } t = \frac{5}{10} = 0,5\text{s}$$

$$\text{b) } h = \frac{5^2}{2(10)} = 1,25\text{m}$$

$$\text{c) } t = 2(0,5) = 1\text{s}$$

18. ¿Qué es una función *exponencial*?

En general es una función de la forma:

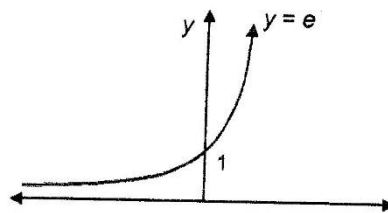
$$y = a^x ; x \in \mathbb{R}. a > 0.$$

Un caso particular, ampliamente conocido, es:

$$y = e^x ; x \in \mathbb{R}.$$

e es la base de los logaritmos neperianos, su valor aproximado es 2,71828....

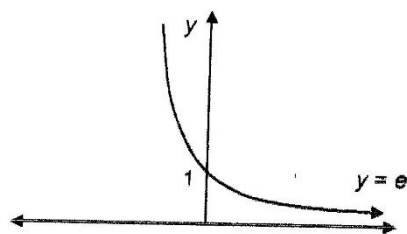
Un esbozo de su gráfica es:



El eje horizontal la gráfica disminuye su altura cada vez más hacia la izquierda sin tocar ni pasar debajo del eje x , por eso decimos que este eje es una *asíntota horizontal* de la función.

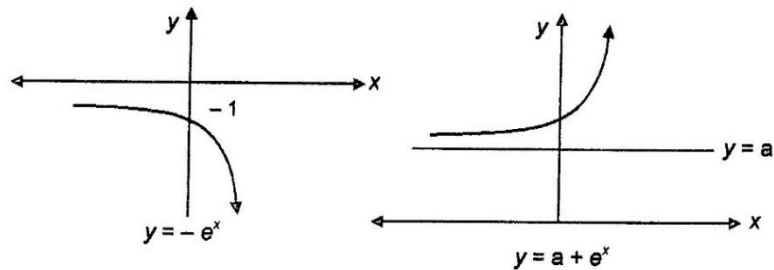
Vista de izquierda a derecha, la gráfica está subiendo rápidamente, por eso decimos que la función es *creciente*.

El caso contrario es $y = e^{-x}$ cuya gráfica es *decreciente*.



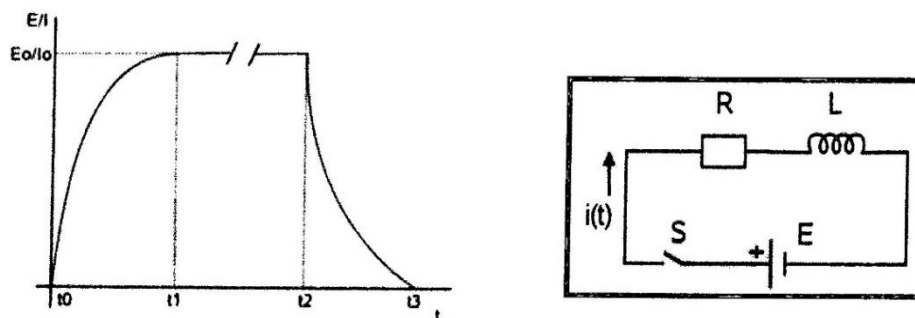
Este es un modelo matemático para muchas aplicaciones en la vida real. Cuando algo crece muy rápido se dice que "tiene un crecimiento exponencial" y cuando decrece rápidamente se dice que "tiene un decaimiento exponencial".

Algunas variantes y sus respectivas gráficas:



En electrónica se presentan muchas de estas variantes en circuitos RC y RL de corriente continua (CC). Veamos algunos ejemplos en RC:

Circuitos serie RL



Al cerrar el interruptor S en el circuito serie RL, la bobina crea una fuerza electromotriz (f.e.m.) que se opone a la corriente que circula por el circuito, denominada por ello fuerza contraelectromotriz. Como consecuencia de ello, en el mismo instante de cerrar el interruptor (t_0) la intensidad será nula e irá aumentando exponencialmente hasta alcanzar su valor máximo, E_0 / I_0 (de t_0 a t_1). Si a continuación, en el mismo instante de abrir S (t_2) se hará corto circuito en la red RL, el valor de I_0 no desaparecerá instantáneamente, sino que irá disminuyendo de forma exponencial hasta hacerse cero (de t_2 a t_3).

La duración del régimen transitorio (τ segundos) depende de los valores de la resistencia (R ohmios) y de la autoinductancia (L henrios) de la bobina,

Matemáticamente se pueden obtener las ecuaciones en régimen transitorio de cada circuito que se muestran en la siguiente tabla:

Carga en RL	Descarga en RL
$i(t) = I_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$	$i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

19. ¿Qué propiedades tiene la función exponencial?

Tiene todas las propiedades que se estudian en la teoría de exponentes, entre las más resaltantes tenemos:

- $e^m e^n = e^{m+n}$
- $(e^m)^n = e^{mn}$
- $\frac{e^m}{e^n} = e^{m-n}$

20. ¿Qué es una función *logarítmica*?

En general, es una función de la forma:

$$y = \log_b (x); \quad x > 0.$$

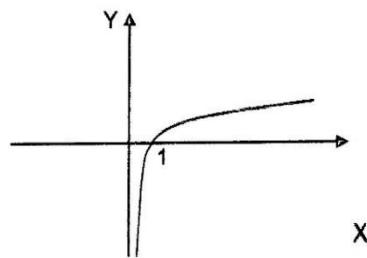
En particular si $b=e$ se tiene la función *logaritmo natural* o *logaritmo neperiano*, y se escribe:

$$y = \log_e (x); \quad x > 0$$

o más brevemente:

$$y = \ln x; \quad x > 0$$

Un esbozo de su gráfica es el siguiente:



Notamos que el eje Y es una *asíntota vertical*.

Las funciones *exponencial* y *logaritmo neperiano* son **Inversas** entre sí. Esto implica que $y = e^x \leftrightarrow x = \ln y$.

Si en la tabla anterior, quisiéramos determinar el *tiempo* en la carga y descarga tendríamos:

Tiempo de carga en RL	Tiempo de descarga en RL
$\tau = \tau \ln \frac{I_0}{I_0 - i(t)}$	$\tau = \tau \ln \frac{I_0}{i(t)}$

Más adelante veremos cómo se obtienen estos resultados. Específicamente en la pregunta 34.

Si $b = 10$, se origina un sistema de logaritmos llamados *decimales* o *vulgares*, en este caso se omite la escritura de b , esto es:

$$\log_{10}(x) = \log(x)$$

21. ¿Qué propiedades tiene la función logaritmo?

Entre las más importantes podemos citar:

- $\log_b(mn) = \log_b(m) + \log_b(n)$. Si m y n son positivos.
- $\log_b(m^n) = n \log_b(m)$. Si m es positivo.

- $\log_b(b) = 1$

Ejemplos.

1. $\ln(m^3 n^2) = \ln(m^3) + \ln(n^2) = 3 \ln(m) + 2 \ln(n)$.

2. $\ln\left(\frac{x-3}{x+2}\right) = \ln(x-3) - \ln(x+2)$

3. $\ln\sqrt[5]{(2x-1)^2} = \ln((2x-1)^{2/5}) = \frac{2}{5} \ln(2x-1)$

4. $\text{Log}_3(3) = 1$

5. $\log(10) = 1$; $\ln(e) = 1$

6. $\text{Log}(x-1) + \text{Log}(x+3) = \log((x-1)(x+3))$

22. ¿Qué es una escala logarítmica y por qué usarla?

Las escalas logarítmicas se emplean cuando se quieren representar datos que varían entre sí varios órdenes de magnitud como, por ejemplo, magnitudes relacionadas con una frecuencia que varía entre 1 rad/s y

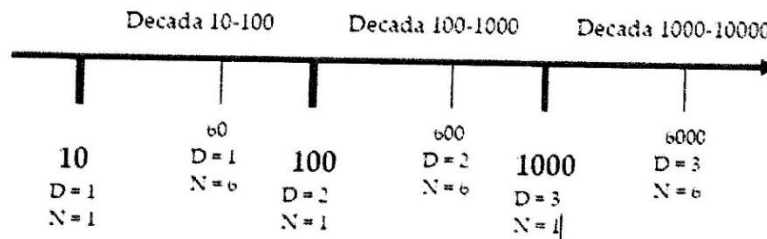
10^6 rad/s. Si se emplean escalas lineales, sólo apreciaríamos bien los datos correspondientes a las frecuencias mayores mientras que, por ejemplo, todos los puntos por debajo de 10^4 rad/s se representarían en la centésima parte del eje de abscisas.

Para evitar este problema se usan las escalas logarítmicas, que permiten representar en un mismo eje datos de diferentes órdenes de magnitud, separándolos en *décadas*. Para ello, en lugar de marcar sobre el eje la posición del dato que queremos representar se marca la de su logaritmo decimal. Esto se hace aprovechando la siguiente propiedad de los logaritmos:

$$\log(N 10^D) = \log(N) + D \log 10 = \log(N) + D$$

De este modo, el orden de magnitud (D) establece un desplazamiento, separando una década ($D = i$) de la siguiente ($D = i + 1$) y los puntos correspondientes a un mismo orden de magnitud (década) tienen el mismo espacio para ser representados que los pertenecientes a una década superior.

Como ejemplo en la siguiente figura se indica dónde se ubicarían en un eje logarítmico los puntos correspondientes a 60, 600 y 6000.



Algunas aplicaciones de los logaritmos.

La intensidad sonora.

Las unidades utilizadas comúnmente para medir los niveles de intensidad de un sonido, llamadas belio y decibelio, son, en realidad, relativas y de naturaleza logarítmica. Así, un decibelio se define en acústica como la décima parte del logaritmo decimal del cociente entre la intensidad de un sonido (I) y una intensidad umbral (I_0) tomada como referencia.

$$\text{Bel} = 10 \log(I / I_0)$$

Esta definición se aplica no solo a intensidades de sonidos, si la aplicamos a la potencia eléctrica con resistencia de 1ohm, se tendría:

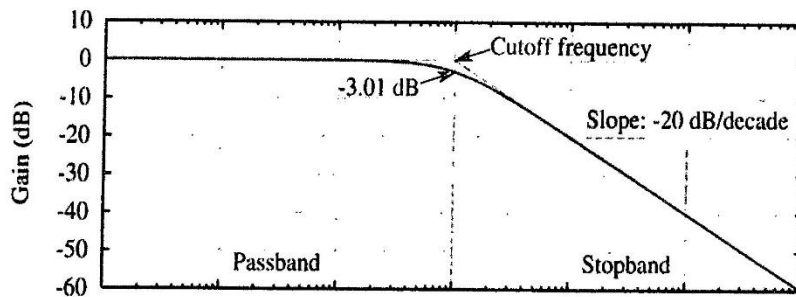
$$\text{Bel} = 10 \log\left(\frac{V^2}{V_0^2}\right) = 10 \log\left(\frac{V}{V_0}\right)^2 = 20 \log\left(\frac{V}{V_0}\right)$$

Diagramas de Bode.

Un **Diagrama de Bode** es una representación gráfica que sirve para caracterizar la respuesta en frecuencia de un sistema. Normalmente consta de dos gráficas separadas, una que corresponde con la *magnitud* de dicha función y otra que corresponde con la *fase*. Recibe su nombre del científico que lo desarrolló, Hendrik Wade Bode.

Es una herramienta muy utilizada en el análisis de circuitos en electrónica, siendo fundamental para el diseño y análisis de filtros y amplificadores.

El *diagrama de magnitud de Bode* dibuja el módulo de la función de transferencia (ganancia) en decibelios en función de la frecuencia (o la frecuencia angular) en escala logarítmica. Se suele emplear en procesamiento de señal para mostrar la respuesta en frecuencia de un sistema lineal e invariante en el tiempo.

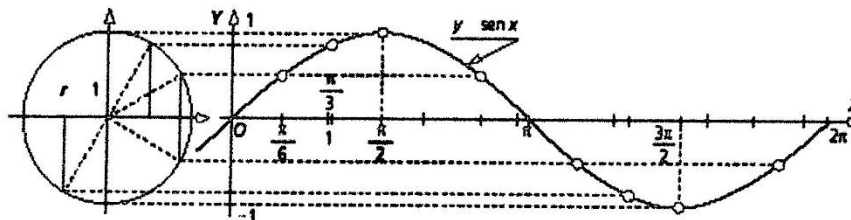


Slope: pendiente; cutoff frequency: frecuencia de corte

23. ¿Cómo se define la función seno y qué propiedades tiene?

Se denomina **función seno**, y se denota por $f(x) = \text{sen } x$, a la aplicación de la razón trigonométrica seno a una variable independiente x expresada en radianes.

- La función seno es *periódica* de periodo 2π : $\text{sen}(x + 2\pi) = \text{sen } x$.
- Es continua y acotada: $-1 \leq \text{sen } x \leq 1$. Su rango está entre -1 y 1 .
- Su dominio de definición es el conjunto de todos los números reales.
- Es una función *impar*: $\text{sen}(-x) = -\text{sen } x$

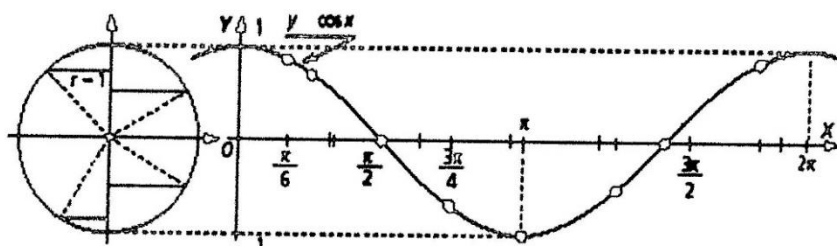


Gráfica de la función seno.

24. ¿Cómo se define la función coseno y qué propiedad tiene?

Se denomina **función coseno**, y se denota por $f(x) = \cos x$, a la aplicación de la razón trigonométrica **coseno** a una variable independiente x expresada en radianes.

- La función coseno es periódica de periodo 2π : $\cos(x+2\pi) = \cos x$
- Es continua y acotada: $-1 \leq \cos x \leq 1$. Su rango está entre -1 y 1
- Su dominio de definición es el conjunto de todos los números reales.
- Es una función *par*: $\cos(-x) = \cos x$.

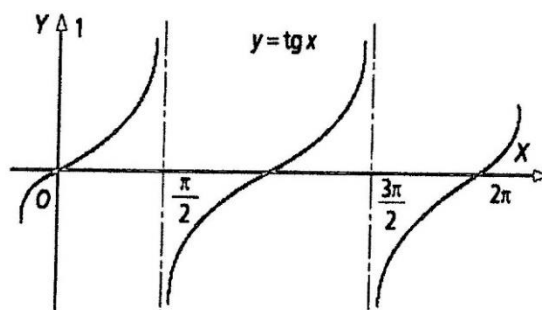


Gráfica de la función coseno.

25. ¿Cómo se define la función tangente y qué propiedades tiene?

Se denomina **función tangente**, y se denota por $f(x) = \tan x$, a la aplicación de la razón trigonométrica **tangente** a una variable independiente x expresada en radianes.

- La función tangente es periódica de periodo π : $\tan(x+\pi) = \tan x$
- Es no acotada: su rango es el intervalo $\langle -\infty; \infty \rangle$
- Su dominio de definición es el conjunto de todos los números reales menos los múltiplos impares de $\pi/2$: $\mathbb{R} - \{(2k-1)\pi/2 \mid k \in \mathbb{Z}\}$
- Es una función *impar*: $\tan(-x) = -\tan x$.



Observamos en el gráfico que, cuando los valores de x tienden a cero por la izquierda, la función decae hacia el infinito negativo. De manera similar, cuando los valores de x tienden a cero por la derecha los valores de la función suben hacia el infinito positivo. Pero en ambos casos la gráfica nunca se intersecta con el eje Y , en este caso decimos que el eje Y es una asíntota vertical, cuya definición formal la damos a continuación.

9. ¿Qué es una asíntota vertical?

Si ocurre(n) alguna(s) de las 4 alternativas siguientes

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty \quad \text{o} \quad \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$$

entonces la recta $x = x_0$ es una **asíntota vertical**

Una manera práctica de determinar las asíntotas verticales es igualando el denominador de la función a cero y resolviendo la ecuación planteada. Las asíntotas verticales se encuentran en las soluciones obtenidas, aunque no necesariamente en todas ellas.

Ej. 1. Las asíntotas verticales de la función $f(x) = \frac{x-2}{x^2-3x}$ se obtienen resolviendo la ecuación: $x^2 - 3x = 0$.

Factorizamos: $x(x - 3) = 0$

Las raíces son: 0 y 3 .

Luego, las rectas $x=0$ y $x=3$ son las asíntotas verticales.

2. En el caso de la función $f(x) = \frac{x-2}{x^2-2x} = \frac{x-2}{x(x-2)}$ sólo tiene una asíntota vertical en $x=0$.

La recta $x=2$ no es asíntota pues el factor $(x-2)$ se cancela con el numerador

Las raíces del denominador en aplicaciones a la electrónica se denominan *polos*.

10. ¿Cuál de las funciones trigonométricas anteriormente estudiadas presenta asíntotas verticales?

Si observamos el gráfico de la función tangente notamos que presenta asíntotas verticales en $x = \frac{\pi}{2}$ y, en general, en múltiplos impares de $\frac{\pi}{2}$.

11. ¿Qué sucede con los valores de la función $f(x) = \frac{1}{x}$ cuando los valores de x crecen indefinidamente?

Los matemáticos preguntarían ¿cuál es el límite de $f(x)$ cuando x tiende al infinito positivo ($\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$)?

Analicemos lo que sucede con la ayuda de una tabla de valores

x	1	10	100	1000	... $\rightarrow +\infty$
$f(x)$	1	0,1	0,01	0,001	... $\rightarrow 0$

Observamos que, a medida que x crece, los valores respectivos de $f(x) = \frac{1}{x}$ tienden a cero.

Sin buscar la precisión de la escala esbozaremos el gráfico correspondiente:

Notamos que, al desplazarnos hacia la derecha, la gráfica "se acerca" cada vez más al eje X sin llegar a tocarlo nunca. En este caso decimos que el eje X es una *asíntota horizontal* de la función.

12. ¿Cómo se puede generalizar el ejercicio anterior?

En general, para k constante y n entero positivo se cumple que

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{k}{x^n} = 0$$

13. ¿Qué es una *asíntota horizontal*?

Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ o $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$, entonces la recta $y = L$ es una *asíntota horizontal*.

La recta $y=L$ es una *asíntota horizontal*.

Observamos en el gráfico que, a medida que nos desplazamos hacia la derecha (o izquierda del mismo) la función y la asíntota se "acercan cada vez más la una a la otra; pero sin intersectarse nunca".

14. ¿La asíntota y la función *nunca* se intersectan?

Esto no es del todo cierto, pues en algunas funciones sí hay intersección de la gráfica de la función con su asíntota, como podemos ver en el siguiente gráfico.

15. ¿Cuál de las funciones trigonométricas anteriormente estudiadas presenta asíntotas horizontales?

Si observamos el gráfico de la función arcotangente notamos que presenta asíntotas horizontales en $y = \frac{\pi}{2}$ y en $y = -\frac{\pi}{2}$.

16. ¿Qué es una forma indeterminada?

Como su nombre lo indica, es una expresión cuyo límite no puede calcularse a priori por simple sustitución del valor hacia el cual tiende x en la expresión dada. Pero, aún así, es posible que el límite exista.

Así, si en el ejemplo de la pregunta 5 evaluamos la función en $x=1$, notamos que el numerador y el denominador, ambos se hacen igual a cero, es decir, se tiene la forma $\frac{0}{0}$ (recalcamos la palabra *forma* para indicar que **no es exactamente** $\frac{0}{0}$, realmente se trata de la división de una pequeña cantidad por otra también pequeña); pero el límite existe y es igual a 0,5.

17. ¿Qué considerandos podemos hacer acerca del infinito (∞)?

Primero, que este concepto no corresponde a ningún número definido, por lo tanto no le podemos asignar cantidad numérica alguna. Debemos tenerlo presente siempre como una cantidad "inimaginablemente grande y desconocida".

Segundo, que a pesar de ello podemos realizar algunas operaciones con este concepto como si de números se tratara:

1. $\infty + \infty = \infty$ (suma de cantidades grandes es una cantidad grande)
2. $\infty - \infty = ?$ (resta de cantidades grandes es indeterminada, pues no necesariamente ellas son iguales entre sí).
3. $\infty \cdot \infty = \infty$ (producto de cantidades grandes es una cantidad grande)
4. $\frac{\infty}{\infty} = ?$ (división de cantidades grandes es indeterminada, pues no necesariamente ellas son iguales entre sí).
5. $\infty^n = \infty$; $n =$ entero positivo
6. $\sqrt[n]{\infty^m} = \infty$; $n, m =$ enteros positivos
7. $k \cdot \infty = \infty$; $k =$ constante
8. $\infty \pm k = \infty$; $k =$ constante.

18. ¿Qué formas indeterminadas se presentan en el cálculo de límites?

Las formas típicas son: $\frac{0}{0}$, $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$, $\infty - \infty$, $0 \cdot (\pm\infty)$, $(\pm\infty)^0$, $1^{\pm\infty}$

Las dos primeras serán de mucha importancia en este curso

Ejemplos.

1. Si en $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ reemplazamos x por 2 se obtiene una indeterminación de la forma $\frac{0}{0}$. Para calcular el valor desconocido

del límite realizamos una serie de operaciones algebraicas, que nos conduzcan a dicho valor. Este proceso se denomina "levantar la indeterminación".

El cálculo lo realizaremos de la siguiente manera

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$$

2. Calcular $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x - 2}$

Sol.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{2})(\sqrt{x} + \sqrt{2})}{(x - 2)(\sqrt{x} + \sqrt{2})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)}{(x - 2)(\sqrt{x} + \sqrt{2})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(\sqrt{x} + \sqrt{2})} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \end{aligned}$$

3. Calcular $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x^2 - 9}$

Sol.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x^2 - 9} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{x+1} - 2)(\sqrt{x+1} + 2)}{(x - 3)(x + 3)(\sqrt{x+1} + 2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x + 1 - 4)}{(x - 3)(x + 3)(\sqrt{x+1} + 2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)}{(x - 3)(x + 3)(\sqrt{x+1} + 2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{(x + 3)(\sqrt{x+1} + 2)} = \frac{1}{24} \end{aligned}$$

4. Es conocido el siguiente límite: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } x}{x} = 1$

En general se tiene: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } kx}{x} = k$

19. ¿Qué es la función sampling?

Es la función definida por:

$$f(x) = \frac{\text{sen } x}{x}$$

Para $x=0$ se le asigna el valor 1 (su valor límite), es decir, se define $f(0)=1$.

Un esbozo de su grafica es el siguiente:

5. Calcular $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-4}{2x+5}$

Sol.

Si reemplazamos x por ∞ se tiene la forma indeterminada $\frac{\infty}{\infty}$, para levantar la indeterminación dividimos cada uno de los términos por x , y tendremos:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-4}{2x+5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3x}{x} - \frac{4}{x}}{\frac{2x}{x} + \frac{5}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{4}{x}}{2 + \frac{5}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3-0}{2+0} = \frac{3}{2}$$

6. Calcular $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-4}{2x^2+1}$

Sol.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-4}{2x^2+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x^2}{x^2} - \frac{4}{x^2}}{\frac{2x^2}{x^2} + \frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{4}{x^2}}{2 + \frac{1}{x^2}} = \frac{1-0}{2+0} = \frac{1}{2}$$

20. ¿Qué aplicaciones tienen estos límites?

Estos límites tienen aplicación en la electrónica cuando se estudian sistemas lineales, en ellos aparece un modelo matemático denominado *función de transferencia* que es el cociente indicado de dos polinomios de variable real o compleja.

Por ejemplo, en el siguiente circuito:

Sin dar detalles de cómo se obtiene, su función de transferencia es:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{R}{R - \frac{j}{\omega C}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

Donde: $j^2 = -1$

Observemos que: $\lim_{\omega \rightarrow +\infty} \frac{R}{R - \frac{j}{\omega C}} = \frac{R}{R - 0} = 1$

La representación gráfica de su valor absoluto es:

C. Fundamentos teóricos

1. Definición formal de límite:

Una función $f(x)$ converge hacia L en x_0 , o tiene por límite L en x_0 , cuando para cualquier $\varepsilon > 0$, existe un $\delta > 0$ tal que si $0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$

2. Operaciones con límites.

Sean f y g dos funciones tales que: $f(x) = A$ y $g(x) = B$

2.1 Límite de una suma

El límite de una suma, es igual a la suma de los límites de cada una de ellas:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = A + B$$

2.2 Límite de una resta

El límite de una resta es igual a la diferencia de los límites de cada una de ellas:

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = A - B$$

2.3 Límite de un producto

El límite de un producto es igual al producto de los límites de cada una de ellas:

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = A \cdot B$$

2.4 Límite de un cociente

El límite de un cociente es igual al cociente de los límites de cada una de ellas, si el denominador es diferente de cero:

$$(f/g)(x) = f(x) / g(x) = A/B \text{ (siempre que } B \neq 0)$$

3. Relación entre el límite y los límites laterales de una función

El límite de una función $y = f(x)$ en un punto x_0 existe si y solo si existen los límites laterales y son iguales entre sí:

$$f(x) = L \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$$

Este resultado se aplica convenientemente para estudiar el límite en un punto del dominio, donde éste se divide, de funciones como las que se muestran en los ejemplos.

Dada la función $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & x < 3 \\ x+4 & x > 3 \end{cases}$, para determinar si existe $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ tendremos que calcular $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} 2x+1 = 7$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} x+4 = 7$$

Concluimos que $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 7$, por lo tanto:

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 7$$

Dada la función $f(x) = \begin{cases} x^2+2 & x \leq 0 \\ \frac{\text{sen}3x}{x} & x > 0 \end{cases}$, para determinar si existe $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ tendremos que calcular $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} x^2+2 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\text{sen}3x}{x} = 3$$

Concluimos que $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, por lo tanto:

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ no existe.

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Calcular $\lim_{x \rightarrow 2} 3x+4$

Sol.

Si x se aproxima a 2 entonces $3x$ está próximo de 6 y $3x + 4$ está próximo de 10.

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} 3x+4 = 10$$

2. Razonando de la misma manera como en el primer ejemplo, se tiene:

$$\lim_{x \rightarrow -1} 2x - 1 = -3$$

3. Calcular $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3}$

Sol.

Si reemplazamos x por 3 en la función, obtenemos la forma indeterminada $\frac{0}{0}$. Para levantar la indeterminación factorizamos el numerador y denominador y simplificamos los factores comunes.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x^2 - 9} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x^2 + 3x + 9)}{(x - 3)(x + 3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 3x + 9}{x + 3} = \frac{27}{6} = \frac{9}{2}$$

4. Calcular $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 3x - 4}$

Sol.

Si reemplazamos x por 4 en la función, obtenemos la forma indeterminada $\frac{0}{0}$. Para levantar la indeterminación factorizamos el numerador y denominador y simplificamos los factores comunes.

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 3x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x - 4)(x - 2)}{(x - 4)(x + 1)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x - 2)}{(x + 1)} = \frac{2}{5}$$

5. Calcular $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$

Sol.

Si reemplazamos h por 0 en la función, obtenemos la forma indeterminada $\frac{0}{0}$. Para levantar la indeterminación desarrollamos el cuadrado y simplificamos los términos semejantes.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2x+h)h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 2x + h = 2x$$

6. Calcular $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4}{x-1}$

Sol.

Calcularemos este límite de manera práctica:

Si reemplazamos el número 1 en la función se tiene la forma $\frac{4}{0}$ a la cual le corresponde un infinito (positivo o negativo):

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4}{x-1} = \pm\infty$$

Sólo debemos determinar el signo correspondiente.

Para determinar el signo escogemos un número próximo a 1 pero a la derecha de él, por ejemplo 1, 01. Reemplazamos el número escogido en la función, el signo que se obtenga se lo asignamos al infinito:

$$\frac{4}{1.01 - 1} = 40$$

Ya que el número obtenido es positivo, es este el signo que le asignamos al infinito, y se obtiene:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4}{x-1} = +\infty$$

7. Calcular $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x}{x-3}$

Sol.

Reemplazando 3 en la función se tiene la forma: $\frac{3}{0}$, tomando un número próximo a 3 por la izquierda: 2, 99 y reemplazándolo en la función se tiene:

$$\frac{2,99}{2,99 - 3} = -299$$

Puesto que el resultado es negativo se tiene:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x}{x-3} = -\infty$$

8. Determinar las asíntotas verticales de $f(x) = \frac{x-1}{x^2+3x+2}$

Sol.

Igualemos el denominador a cero:

$$\begin{aligned}x^2 + 3x + 2 &= 0 \\(x + 2)(x + 1) &= 0 \\x &= -2; x = -1\end{aligned}$$

Luego tenemos dos asíntotas verticales: $x = -2$; $x = -1$

9. Determinar si la función $f(x) = \frac{x}{x^2+2}$ tiene asíntotas verticales.
Sol.

Igualemos el denominador a cero:

$$x^2 + 2 = 0,$$

se obtiene una ecuación que no tiene solución en números reales, por lo tanto la función no tiene asíntotas verticales.

10. Calcular $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9}{x^4}$
Sol.

A medida que x crece sin límites, es decir, tiende al infinito positivo el cociente $\frac{9}{x^4}$ se hace más pequeño, es decir, tiende a cero:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9}{x^4} = 0$$

11. Calcular $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+2}{2x-1}$
Sol.

Dividimos cada término de la función por x :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3x}{x} + \frac{2}{x}}{\frac{2x}{x} - \frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{2}{x}}{2 - \frac{1}{x}} = \frac{3+0}{2-0} = \frac{3}{2}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS.

1. Calcular los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - 3}{x - 7}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2} - 1}{\sqrt{x+1} - 2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{x+1}}$$

$$5. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h}$$

$$6. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{3}{x+h} - \frac{3}{x}}{h}$$

$$7. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - (x-h)^2}{h}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} 3x}{2x}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \tan 2x}{3x}$$

$$10. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h}$$

$$11. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-8}{x-2}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - x}{2x^2 - 1}$$

$$13. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - 3x}{4x - 7}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - 3x}{4x - 7}$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 7^+} \frac{3}{x-7}$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 7^-} \frac{3}{x-7}$$

$$17. \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x}{x^2 - 1}$$

$$18. \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x}{x^2 - 1}$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{x^2 - 1}$$

2. Determinar las asíntotas verticales y horizontales, si las hubieran, de las siguientes funciones:

$$a) f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}$$

$$b) f(x) = \frac{x+1}{x^2 + 4}$$

$$c) f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 5x - 6}$$

$$d) f(x) = \frac{x+1}{x^2 + x}$$

$$e) f(x) = \frac{x+1}{x^2 - x}$$

MÓDULO 3

DERIVADA

1. Concepto de Derivada
2. Interpretación gráfica.
Derivadas de funciones algebraicas, trigonométricas,
exponenciales y logarítmicas.
3. Aplicaciones de la derivada.

A. Contenido Curricular.

Unidad didáctica:

Derivada y Función derivada

Aprendizaje:

- Concepto de Derivada
- Derivadas de funciones lineal, cuadrática, polinomial, exponencial y logarítmica.
- Aplicaciones en la determinación de rapidez de cambio de variables físicas.

Tema:

- Concepto de Derivada
- Interpretación gráfica.
- Derivadas de funciones algebraicas, trigonométricas, exponencial y logarítmica.
- Aplicaciones de la derivada.

Objetivo Principal.

Conocer e interpretar el concepto de Derivada.

Objetivos Secundarios:

- Definir e interpretar el concepto de derivada.
- Calcular derivadas de funciones algebraicas, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.
- Aplicar el concepto de derivada a problemas físicos químicos.

B. Balotario

1. ¿Qué se entiende por una vecindad de un número?

Se denomina *vecindad* de un número x_0 al intervalo $\langle x_0 - r; x_0 + r \rangle$

$$\begin{array}{c} \langle \qquad \qquad \qquad \rangle \\ x_0 - r \quad x_0 \quad x_0 + r \end{array}$$

donde r es un número real positivo llamado *radio* de la vecindad.

2. ¿Qué es una recta tangente?

Decimos que una recta L_T es tangente al gráfico de una función en un punto $(x_0; f(x_0))$ si la recta y la función se interceptan únicamente en ese punto para una vecindad de x_0 .

3. ¿Qué es una recta secante?

Decimos que una recta L_s es secante al gráfico de una función si la recta y la función se interceptan en, al menos, dos puntos

4. ¿Cómo se determina la pendiente de una recta secante?

Del último gráfico se obtiene:

$$m_s = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Donde m_s representa la pendiente de la recta secante.

5. ¿Cómo se determina la pendiente de una recta tangente?

La pendiente de la tangente se obtiene de manera indirecta a partir de una secante: Si en el último gráfico hacemos más pequeño el valor de h notamos que la secante cambia de posición y si volvemos a repetir el proceso la secante cambia nuevamente de posición. Si hacemos que h tienda a cero la secante toma, como posición límite, el lugar de la tangente.

La pendiente de cada secante se aproxima a la *pendiente de la tangente* cuando h tiende a cero. Esto es:

$$m_T = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

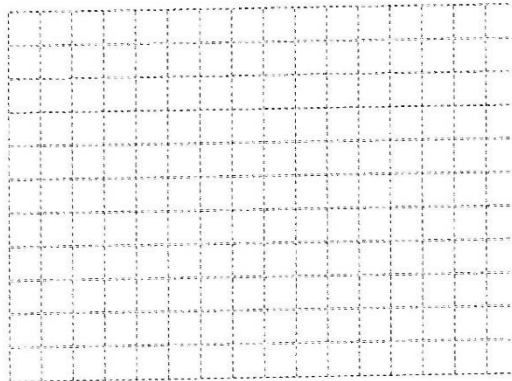
La pendiente está definida cuando existe dicho límite.

Ej. Calcular la pendiente de la recta tangente al gráfico de $f(x) = x^2$ en el punto correspondiente a $x = 2$.

Sol. Aplicando la fórmula anterior para $x_0 = 2$, tendremos:

$$\begin{aligned}
 m_T &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^2 - (2)^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4 + 4h + h^2 - 4}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4h + h^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(4+h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 4 + h = 4
 \end{aligned}$$

Rp. La pendiente de la recta tangente es 4.



En el gráfico vemos que la pendiente de la recta tangente es 4, en el punto correspondiente a $x=2$

6. ¿De qué otra manera se puede escribir el límite que define a m_T ?

Tomando incrementos en ambos ejes modificamos el gráfico correspondiente como sigue:

Vemos en el gráfico que la pendiente de la secante es:

$$m_s = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \frac{\Delta y}{\Delta x}, \text{ por lo tanto la pendiente de la tangente es:}$$

$$m_T = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

7. ¿Qué es la *derivada* de una función en un punto x_0 ?

Se denomina así al límite que define a la pendiente de la recta tangente, (en caso que dicho límite exista)

En otras palabras, la derivada de una función en un punto x_0 es la *pendiente de la recta tangente* en dicho punto.

Así, la derivada de $f(x) = x^2$ en el punto correspondiente a $x=2$ es 4.

8. ¿Qué es la *función derivada*?

Es la función que le asigna a x su correspondiente derivada cuando ésta existe.

Sea f una función con dominio D_f , su función derivada, denotada por f' , se define como:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Su dominio es un subconjunto de D_f .

Ej. Obtener la función derivada de $f(x) = x^2$.

Sol. Aplicando la definición tenemos:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x+h)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x+h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 2x+h = 2x \end{aligned}$$

Nota. En la actualidad a la *función derivada* se le confunde con la *derivada* y es corriente decir "obtener la derivada" en lugar de decir "obtener la función derivada". Esta confusión está tan difundida y aceptada que aceptaremos el término derivada en lugar de función derivada.

9. ¿Se utilizan otros símbolos para denotar a la derivada?
Sí, corrientemente se usan los siguientes símbolos:

$$f'(x), y'(x), \frac{dy}{dx}, \frac{df}{dx}$$

10. ¿Cómo se interpreta la derivada?
Recordando que la derivada también se puede escribir como el límite de un cociente de dos incrementos, la podemos interpretar como una razón de cambio instantánea de una magnitud con respecto de otra.

Así, por ejemplo, si de un caño se vierte agua a razón de 5 metros cúbicos por segundo diremos "el cambio de volumen con respecto al tiempo es de 5 metros cúbicos por segundo". Escribiremos:

$$\frac{dv}{dt} = 5\text{m}^3/\text{s}$$

Que se lee: *derivada del volumen con respecto del tiempo es 5m³/s*

Si en un determinado instante nos estamos moviendo a razón de 6 metros por segundo escribiremos:

$$\frac{de}{dt} = 6\text{m}/\text{s}$$

Que se lee: *derivada del espacio con respecto del tiempo es 6m/s*

En general, ya que el cambio de espacio con respecto del tiempo es la velocidad de desplazamiento, escribiremos:

$$v = \frac{de}{dt}$$

Interpretamos esta ecuación como: "la velocidad es el cambio instantáneo del espacio con respecto del tiempo".

La intensidad de corriente eléctrica no es otra cosa que el flujo de electrones por un conductor, es decir, es el flujo de carga por unidad de tiempo que recorre un material. En el Sistema Internacional de Unidades se expresa en C/s (culombios sobre segundo), unidad que se denomina *amperio*.

Para obtener una corriente de 1 amperio, es necesario que 1 culombio de carga eléctrica por segundo esté atravesando un plano imaginario trazado en el material conductor.

El valor I de la intensidad instantánea será:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

11. ¿Todas las funciones se pueden derivar?

No todas; pero felizmente una gran cantidad de ellas, sobre todo las que encontramos en las aplicaciones, sí son derivables (se usa el término "diferenciables")

12. ¿Cómo se hace para derivar funciones más complejas? ¿Existe alguna tabla de derivadas?

Felizmente sí, veamos:

Función	Derivada
1. $y = c$ (constante)	$y' = 0$
2. $y = x^n$ ($n \in \mathbb{R}$)	$y' = n \cdot x^{n-1}$
3. $y = \text{sen } x$	$y' = \text{cos } x$
4. $y = \text{cos } x$	$y' = -\text{sen } x$
5. $y = \text{tan } x$	$y' = \text{sec}^2 x$
6. $y = \text{cotan } x$	$y' = -\text{cosec}^2 x$
7. $y = \text{sec } x$	$y' = \text{sec } x \text{tan } x$
8. $y = \text{cosec } x$	$y' = -\text{cosec } x \text{cotan } x$
9. $y = \text{arcsen } x$	$y' = 1/(1 - x^2)^{1/2}$
10. $y = \text{arccos } x$	$y' = -1/(1 - x^2)^{1/2}$
11. $y = \text{arctan } x$	$y' = 1/(1 + x^2)$
12. $y = \text{arccotan } x$	$y' = -1/(1 + x^2)$
13. $y = \text{arcsec } x$	$y' = 1/[x \cdot (x^2 - 1)^{1/2}]$
14. $y = \text{arccosec } x$	$y' = -1/[x \cdot (x^2 - 1)^{1/2}]$
15. $y = \ln x$	$y' = 1/x$
16. $y = \log_a x$	$y' = 1/x \cdot \ln a$
17. $y = e^x$	$y' = e^x$
18. $y = a^x$	$y' = a^x \cdot \ln a$
19. $y = x^x$	$y' = x^x \cdot (\ln x + 1)$

13. ¿Existen algunas reglas generales para derivar funciones?

Sí, las siguientes reglas son, en realidad, teoremas que enunciaremos sin demostración y que denominaremos *propiedades*:

1- Derivada de una función multiplicada por una constante (C):

$$y = C f(x) \rightarrow y' = C f'(x).$$

2- Derivada de una suma de funciones:

$$y=f(x) + g(x) \rightarrow y'=f'(x) + g'(x).$$

3- Las dos propiedades se pueden resumir en una sola:

$$y=C_1f(x) + C_2g(x) \rightarrow y'= C_1f'(x) + C_2g'(x).$$

Se denomina *propiedad de linealidad*, también decimos que la *derivada es lineal*.

4- Derivada de un producto de funciones:

$$y= f(x)g(x) \rightarrow y'=f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

5- Derivada de un cociente de funciones:

$$y=\frac{f(x)}{g(x)} \rightarrow y'=\frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$$

14. ¿Cómo se usan la tabla anterior y las propiedades?

En realidad se usan, conjuntamente, las propiedades y la tabla.

Veamos algunos ejemplos de aplicación de la fórmula 2 de la tabla:

1. Si $y= x^3$ entonces $y' = 3x^{3-1}=3x^2$

2. Si $y=\frac{1}{x^4} = x^{-4}$ entonces $y' = -4x^{-5}$

3. Si $y=\sqrt[5]{x^3} = x^{\frac{3}{5}}$ entonces. $y' = \frac{3}{5}x^{-\frac{2}{5}}$

4. En el siguiente ejercicio aplicaremos, también, la primera propiedad. Si $y=$

$$\frac{5}{\sqrt[3]{x^4}} = 5(x^{-\frac{4}{3}}) \text{ entonces } y' = 5(-\frac{4}{3}x^{-\frac{7}{3}}) = -\frac{20}{3}x^{-\frac{7}{3}}$$

5. En el siguiente ejercicio aplicaremos, también, la propiedad de linealidad.

$$\text{Si } y = 4x^3 + 5x^2 - 2x - 3 \text{ entonces } y' = 4(3x^2) + 5(2x) - 2(1) - 0$$

$$y' = 12x^2 + 10x - 2$$

6. Si $y = 5\cos x - 3\tan x$, aplicando las fórmulas correspondientes de la tabla se tiene:

$$y' = 5(-\operatorname{sen}x) - 3\sec^2x = -5\operatorname{sen}x - 3\sec^2x$$

7. Si $y = 2\operatorname{sen}x + 4\sec x$, aplicando las fórmulas correspondientes de la tabla se tiene:

$$y' = 2\cos x + 4\sec x \tan x$$

En los siguientes ejercicios aplicaremos la propiedad 4.

$$8. y = x^2 \operatorname{sen}x \rightarrow y' = 2x \operatorname{sen}x + x^2 \cos x.$$

$$9. y = e^x \cos x \rightarrow y' = e^x \cos x + e^x(-\operatorname{sen}x) = e^x(\cos x - \operatorname{sen}x).$$

$$y = (3x^2 + 5x - 1)\ln x \rightarrow y' = (6x + 5)\ln x + (3x^2 + 5x - 1)\frac{1}{x}$$

En los siguientes ejercicios aplicaremos la propiedad 5

$$10. y = \frac{2x+3}{3x-1} \rightarrow y' = \frac{2(3x-1) - (2x+3)3}{(3x-1)^2} = \frac{-11}{(3x-1)^2}$$

$$11. y = \frac{\cos x}{\operatorname{sen}x + 1} \rightarrow y' = \frac{-\operatorname{sen}x(\operatorname{sen}x + 1) - \cos x(\cos x)}{(\operatorname{sen}x + 1)^2}$$

$$= \frac{-\operatorname{sen}^2x - \operatorname{sen}x - \cos^2x}{(\operatorname{sen}x + 1)^2}$$

$$= \frac{-1 - \operatorname{sen}x}{(\operatorname{sen}x + 1)^2} = -\frac{1 + \operatorname{sen}x}{(\operatorname{sen}x + 1)^2}$$

$$= -\frac{1}{\operatorname{sen}x + 1}$$

15. ¿Cómo se deriva una función compuesta?

Se emplea una regla denominada *regla de la cadena*:

$$\frac{df(g(x))}{dx} = \frac{df(x)}{dg(x)} \cdot \frac{dg(x)}{dx}$$

Haciendo $u = g(x)$, la regla anterior se puede expresar de la siguiente manera:

$$\frac{df(u)}{dx} = \frac{df}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

o

$$[f(u)]' = f'(u)u'$$

16. ¿Se puede emplear la tabla anterior con la regla de la cadena?

En realidad no, antes hay que hacerle una modificación que la generalice:

Función	Derivada
1. $y = c$ (constante)	$y' = 0$
2. $y = u^n$ ($n \in \mathbb{R}$)	$y' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$
3. $y = \text{sen } u$	$y' = \text{cos } u \cdot u'$
4. $y = \text{cos } u$	$y' = -\text{sen } u \cdot u'$
5. $y = \text{tan } u$	$y' = \text{sec}^2 u \cdot u'$
6. $y = \text{cotan } u$	$y' = -\text{cosec}^2 u \cdot u'$
7. $y = \text{sec } u$	$y' = \text{sec } u \text{ tan } u \cdot u'$
8. $y = \text{cosec } u$	$y' = -\text{cosec } u \text{ cotan } u \cdot u'$
9. $y = \text{arcsen } u$	$y' = u' / (1 - u^2)^{1/2}$
10. $y = \text{arccos } u$	$y' = -u' / (1 - u^2)^{1/2}$
11. $y = \text{arctan } u$	$y' = u' / (1 + u^2)$
12. $y = \text{arccotan } u$	$y' = -u' / (1 + u^2)$
13. $y = \text{arcsec } u$	$y' = u' / [u \cdot (u^2 - 1)^{1/2}]$
14. $y = \text{arccosec } u$	$y' = -u' / [u \cdot (u^2 - 1)^{1/2}]$
15. $y = \ln u$	$y' = u' / u$
16. $y = \log_a u$	$y' = u' / u \cdot \ln a$
17. $y = e^u$	$y' = e^u \cdot u'$
18. $y = a^u$	$y' = a^u \cdot u' \ln a$

Ej. Derivar $y = (2x-3)^4$.

Sol.

i) Derivamos la potencia cuarta: $4(2x-3)^3$.

ii) Multiplicamos el resultado anterior por la derivada de $2x-3$:

$$y' = 4(2x-3)^3(2) = 8(2x-3)^3$$

Ej. Derivar la función: $y = \cos(3x+1)$

Sol.

i) Derivamos la función coseno: $-\text{sen}(3x+1)$

ii) Multiplicamos el resultado anterior por la derivada de $3x+1$:

$$y' = -\text{sen}(3x+1)(3) = -3\text{sen}(3x+1)$$

Ej. Derivar la función: $y = e^{\cos x}$

Sol.

i) Derivamos la función exponencial: $e^{\cos x}$, obsérvese que en esta primera parte se repite la función original.

ii) Multiplicamos el resultado anterior por la derivada de $\cos x$:

$$y' = e^{\cos x}(-\text{sen} x) = -e^{\cos x} \text{sen} x$$

Ej. Derivar la función: $y = \ln(5x+3)$

Sol.

i) Derivamos la función logaritmo: $\frac{1}{5x+3}$

ii) Multiplicamos el resultado anterior por la derivada de $5x+3$:

$$y' = \frac{1}{5x+3}(5) = \frac{5}{5x+3}$$

Ej. Derivar la función: $y = \ln[(5x+3)(2x-4)]$

Sol.

i) Transformamos el producto en suma: $y = \ln(5x+3) + \ln(2x-4)$

(ver pregunta. 19 del capítulo de funciones)

ii) Derivamos cada logaritmo: $\frac{1}{5x+3} + \frac{1}{2x-4}$

iii) Multiplicamos el numerador de cada fracción por la derivada de su respectivo denominador:

$$y' = \frac{5}{5x+3} + \frac{2}{2x-4}$$

17. ¿Qué es una derivada de orden superior?

Es una función que se obtiene derivando una función derivada una o más veces.

Las derivadas que hemos visto como ejemplos se denominan *derivadas de primer orden*, si éstas se vuelven a derivar se obtienen *derivadas de segundo orden*, y así sucesivamente.

18. ¿Qué símbolos se usan para denotar una derivada de orden superior?

Primera derivada: y' ; $\frac{dy}{dx}$; $D_x y$; $y^{(1)}$

Segunda derivada: y'' ; $\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{d^2y}{dx^2}$; $y^{(2)}$

Tercera derivada: y''' ; $\frac{d}{dx}\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) = \frac{d^3y}{dx^3}$; $y^{(3)}$... etc.

Las comillas se usan, generalmente, hasta la tercera derivada. Para derivadas de orden n , (mayor que 3) no se usan por no ser prácticas:

Orden enésimo: $\frac{d^n y}{dx^n}$; $y^{(n)}$

Ej. Si $f(x) = x^5$, calcular f' , f'' y f'''

Sol.

$$f' = 5x^4, \quad f'' = 20x^3, \quad f''' = 60x^2.$$

Ej. Si $f(x) = \ln(3x-4)$, calcular f' , f'' y f'''

Sol.

$$f' = \frac{3}{3x-4} = 3(3x-4)^{-1}, \quad f'' = -3(3x-4)^{-2} \cdot 3 = -9(3x-4)^{-2}$$

$$f''' = 18(3x-4)^{-3} \cdot 3 = 54(3x-4)^{-3}$$

Ej. Si $f(x) = 2xe^{-4x}$, calcular $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$

Sol.

$$\frac{dy}{dx} = 2e^{-4x} + 2xe^{-4x}(-4) = (2 - 8x)e^{-4x}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -8e^{-4x} + (2 - 8x)e^{-4x}(-4) = (32x - 16)e^{-4x}$$

19. ¿Cómo se aplica la derivada para calcular rectas tangentes al gráfico de una función en un punto determinado?

Recordemos que la derivada en x_0 representa, geoméricamente, la pendiente de la recta tangente en el punto $(x_0; f(x_0))$

$$L_t: (y - y_0) = m_t(x - x_0)$$

Ej. Determinar la recta tangente al gráfico de $y = 3x^2 - 7$ en el punto correspondiente a $x=2$.

Sol.

i) Calculamos el valor de y correspondiente a $x=2$:

$$x_0 = 2 \rightarrow y_0 = 3(2)^2 - 7 = 5$$

ii) Calculamos la derivada correspondiente a $x=2$:

$$y' = 6x|_{x=2} = 6(2) = 12 \rightarrow m_t = 12$$

iii) Escribimos la ecuación de la recta correspondiente:

$$L_t: (y - 5) = 12(x - 2)$$

Ej. Determinar la recta tangente al gráfico de $y = \cos 2x$ en el punto correspondiente a $x = \pi/2$.

Sol.

i) Calculamos el valor de y correspondiente a $x = \pi/2$:

$$x_0 = \pi/2 \rightarrow y_0 = \cos 2(\pi/2) = \cos \pi = -1$$

ii) Calculamos la derivada correspondiente a $x = \pi/2$:

$$y' = -2\text{sen} 2x|_{x = \pi/2} = -2\text{sen} 2(\pi/2) = 0 \rightarrow m_t = 0$$

iii) Escribimos la ecuación de la recta correspondiente:

$$(y - (-1)) = 0(x - \pi/2) \rightarrow y + 1 = 0$$

$$L_t: y = -1$$

20. ¿Cuándo se dice que una función es *creciente* en un intervalo I ?
Intuitivamente una función es creciente en un intervalo I cuando su gráfica "sube" constantemente en I (en el sentido de la lectura, es decir, de izquierda a derecha).

Formalmente: $\forall x_1; x_2 \in I: x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

21. ¿Cuándo se dice que una función es *decreciente* en un intervalo I ?
Intuitivamente una función es decreciente en un intervalo I cuando su gráfica "baja" constantemente en I .

Formalmente: $\forall x_1; x_2 \in I: x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

22. ¿Cómo se relaciona este tipo de funciones con su respectiva derivada?
Notemos que las funciones crecientes tienen sus tangentes inclinadas a la derecha, por lo tanto tienen pendientes positivas, es decir su *derivada es positiva* en cada punto de I

Similarmente, notemos que las funciones decrecientes tienen sus tangentes inclinadas a la izquierda, por lo tanto tienen pendientes negativas, es decir su *derivada es negativa* en cada punto de I

Si $f'(x) < 0 \forall x \in I \rightarrow f(x)$ es decreciente en I

Si $f'(x) > 0 \forall x \in I \rightarrow f(x)$ es creciente en I

23. ¿Qué es un *máximo relativo*? ¿Qué es un *mínimo relativo*?

Un *máximo relativo* es el punto "más alto" de la función en un arco o segmento de la misma. Contrariamente, un *mínimo relativo* es el "más bajo" de una sección de la curva.

$f(x_1)$ es máximo relativo y $f(x_2)$ es mínimo relativo

Formalmente:

- $f(x_1)$ es un *máximo relativo* si existe un entorno I de x_1 tal que:
 $f(x_1) \geq f(x)$ para todo x en I .
- $f(x_2)$ es un *mínimo relativo* si existe un entorno I de x_2 tal que:
 $f(x_2) \leq f(x)$ para todo x en I .

Los máximos y mínimos relativos se denominan, en general, *extremos relativos*.

Obsérvese, en el gráfico anterior, que las rectas tangentes en los extremos relativos son paralelas al eje X , esto es, tienen pendiente cero. Ya que la pendiente de la tangente es sinónimo de derivada, se tiene:

$$f'(x_1) = 0 \text{ y } f'(x_2) = 0.$$

Una curva como la anterior se denomina "suave", en contraste con una curva como la que se muestra en el siguiente gráfico.

En el punto correspondiente a x_0 hay un *máximo relativo* y en él se pueden trazar muchas tangentes. Cada tangente tiene una pendiente diferente de la otra, eso determina que no exista una única derivada y

se concluye que en ese punto *no existe derivada* ($f'(x_0) \nexists$). Y en **b** se tiene un máximo que, por ser el mayor de toda la gráfica, se denomina *máximo absoluto*

Puesto que el punto correspondiente al extremo en **a** es abierto, allí no se presenta un mínimo (aunque esté en una posición más baja que los demás puntos).

24. ¿A qué se denominan *puntos críticos*?

Son puntos del dominio de la función en los cuales se cumple que la derivada es cero o no existe. También son puntos críticos los extremos cerrados del dominio de la función, en caso que éste los tenga

Un punto x_0 del dominio de f es punto crítico si cumple una de las siguientes condiciones:

- $f'(x_0) = 0$
- $f'(x_0) \nexists$

Si el dominio es, por ejemplo, el intervalo $[a; b)$ entonces el extremo cerrado **a** también es un punto crítico.

Ej. Determinar los puntos críticos de la función: $f(x) = \sqrt{4x - x^2}$ $x \in [0; 3]$

Sol.

Derivando la función se tiene: $f'(x) = \frac{4-2x}{\sqrt{4x-x^2}}$

Busquemos los puntos donde la derivada se anula:

$$4 - 2x = 0 \rightarrow x = 2,$$

por lo tanto el número 2 es un punto crítico

$$f'(2) = 0$$

Busquemos los puntos donde la derivada no existe:

$$4x - x^2 = 0 \rightarrow x(4-x) = 0 \rightarrow x=0 \vee x=4.$$

El cero es un punto crítico, pues $f'(0) \nexists$. Excluimos el 4 pues éste no pertenece al dominio de la función.

El 3 también es un punto crítico pues es un extremo cerrado del dominio.

En resumen, los puntos críticos son: 0; 2; 3.

25. ¿Cuál es la importancia de los puntos críticos?

La importancia de ellos reside en que nos brindan la posibilidad de encontrar los extremos relativos, pues éstos se encuentran necesariamente en los puntos críticos, pero puede haber puntos críticos en los cuales no hay extremos relativos.

26. ¿Para qué sirve el cálculo de los extremos relativos de una función?

Sirve para optimizar algunos procesos, como por ejemplo obtener la máxima altura en el lanzamiento vertical de un móvil que no escape de la gravedad terrestre o determinar el ángulo con el cuál se alcanza el mayor desplazamiento horizontal en un lanzamiento parabólico. Etc.

27. ¿Cómo se determina en qué punto crítico hay un máximo?

Con un criterio llamado criterio de la primera derivada:

Si a la izquierda del punto crítico x_0 la derivada es positiva implica que la función está creciendo; y, si a la derecha cambia de signo, entonces la función está decreciendo. De acuerdo a estos cambios se tiene un máximo pues la función ha subido para luego bajar, formando un máximo.

28. ¿Cómo se determina en qué punto crítico hay un mínimo?

Aplicando, también, el criterio de la primera derivada.

Si a la izquierda del punto crítico x_0 la derivada es negativa implica que la función está decreciendo; y, si a la derecha cambia de signo, entonces la función está creciendo. De acuerdo a estos cambios se tiene un mínimo pues la función ha bajado para luego subir, formando un mínimo.

Ej. Determinar los extremos relativos de $f(x) = x^3 - 3x$

Sol.

i) Para encontrar los puntos críticos derivamos la función e igualamos a cero dicha derivada:

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x+1)(x-1) = 0 \rightarrow x_0 = -1; x_1 = 1$$

ii) Determinemos la variación de signos de la derivada a cada lado de los puntos críticos:

Observamos que la derivada cambia de signo negativo a positivo alrededor de 1, lo cual indica que la función decrece y luego crece, formando un mínimo. De igual manera vemos que en -1 se forma un máximo

$$f_{\text{máx}}(-1) = (-1)^3 - 3(-1) = 2$$

$$f_{\text{mín}}(1) = (1)^3 - 3(1) = -2$$

Ej. La altura en la que se encuentra un móvil lanzado verticalmente hacia arriba está dado por la ecuación $h(t) = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$. Determinar el tiempo en el cuál el móvil llega a su altura máxima y determinar ésta.

Sol.

Derivando la ecuación e igualando a cero obtenemos el tiempo en que el móvil alcanza su altura máxima:

$$h'(t) = v_0 - gt = 0 \rightarrow t = \frac{v_0}{g}$$

Reemplazando este tiempo en la ecuación original tendremos la altura máxima:

$$h_{\text{máx}} = v_0 \left(\frac{v_0}{g} \right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0}{g} \right)^2 = \frac{v_0^2}{g}$$

Puesto que la altura mínima está a ras de suelo, el punto crítico obtenido para el tiempo solo puede dar un máximo y no un mínimo. Esto nos exonera de hacer otro análisis para determinar la naturaleza del extremo relativo.

29. ¿De qué otra manera se pueden calcular los extremos relativos?

Aplicando un criterio que se denomina **criterio de la segunda derivada**.

Sea x_0 un punto crítico de $f(x)$:

Si $f''(x_0) < 0$, entonces $f(x_0)$ es un máximo relativo.

Si $f''(x_0) > 0$, entonces $f(x_0)$ es un mínimo relativo.

Ej.

1. Aplicando el criterio de la segunda derivada calcular los extremos relativos de $f(x) = x^3 - 3x$.

Sol.

i) Derivamos e igualamos a cero para calcular los puntos críticos:

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm 1$$

ii) Calculamos la segunda derivada:

$$f''(x) = 6x$$

iii) Evaluamos la segunda derivada en cada punto crítico:

$$f''(-1) = -6 \rightarrow f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) = 2 \text{ es máximo relativo}$$

$$f''(1) = 6 \rightarrow f(1) = (1)^3 - 3(1) = -2 \text{ es mínimo relativo}$$

30. ¿Qué otras aplicaciones tiene la derivada?

Ya que la derivada se puede interpretar como una razón de cambio instantánea podemos aplicarla a problemas de ese tipo.

Ej. Un móvil se desplaza según la ecuación $e = t^2 - 10t + 3$. Donde e es el espacio recorrido, medido en metros, y t es el tiempo, medido en segundos. Determinar la velocidad instantánea para $t=4s$.

Sol. Ya que la velocidad es el cambio de posición con respecto al tiempo, se tiene que ésta es la derivada del espacio con respecto al tiempo. Es decir: $v = de/dt$

$$\frac{de}{dt} = 2t - 10$$

Para $t=4$ se tiene:

$$\left. \frac{de}{dt} \right|_{t=4} = 2(4) - 10 = -2 \text{ m/s}$$

Ej. La ecuación de carga en un determinado circuito es $q = e^{-3t} + \cos 2t$. Donde q es la carga medida en culombios, y t es el tiempo, medido en segundos. Determinar la intensidad de corriente para $t=2s$.

Sol. Ya que la intensidad de corriente es el cambio de carga con respecto al tiempo, se tiene que ésta es la derivada de la carga con respecto al tiempo. Es decir: $i = dq/dt$

$$i = \frac{dq}{dt} = -3e^{-3t} - 2\sin 2t$$

Para $t=2$ se tiene:

$$i = \left. \frac{dq}{dt} \right|_{t=2} = -3e^{-3(2)} - 2\sin 2(2) = 1,3 \text{ amp.}$$

31. ¿Qué es un diferencial?

Recordemos que en una función $y=f(x)$ se distinguen dos tipos de variables: la independiente (x) y la dependiente (y).

Se define el *diferencial* (dx) de la variable independiente x como una variación (Δx) de esta variable. En términos más breves:

$$dx = \Delta x = x_1 - x_0$$

Obsérvese que dx es la diferencia entre dos valores cualesquiera de x . Por lo tanto, no necesariamente es una cantidad pequeña.

El diferencial de la variable dependiente y se define como:

$$dy = f'(x)dx$$

Si dx es muy pequeña entonces Δy se aproxima a dy .

$$dx \approx 0 \rightarrow \Delta y \approx dy$$

Las reglas de diferenciación son similares a las de las derivadas:

$$a) d(c_1x + c_2y) = c_1dx + c_2dy$$

$$b) d(xy) = xdy + ydx$$

$$c) d\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{ydx - xdy}{y^2}$$

Ej.

$$1. y = x^2 \rightarrow dy = 2xdx$$

$$2. u^3 = \text{sen}x \rightarrow 3u^2du = \text{cos}x dx$$

$$3. y = x^2 \text{ sen}x \rightarrow dy = d(x^2)\text{sen}x + x^2d(\text{sen}x) \\ = (2xdx)\text{sen}x + x^2(\text{cos}x dx) \\ = (2x\text{sen}x + x^2\text{cos}x)dx$$

32. ¿Qué aplicación tiene el diferencial?

Si una magnitud y depende funcionalmente de otra x . Si se conoce que el error o tolerancia en la medida de x es muy pequeña ($dx \approx 0$), entonces el error o tolerancia en la medida de y es Δy ; pero se le aproxima por dy ($\Delta y \approx dy$)

Ej. Calcular la tolerancia en la potencia de un dispositivo que tiene una resistencia de 1ohm, si su voltaje es de $4 \pm 0,02$ volt.

Sol.

Tenemos $V = 4$ y $dV = \Delta V = 0,02$ volt.

Con $R=1$, la ecuación de potencia se escribe: $P=V^2$

Luego, la tolerancia en P es aproximadamente: $dP=2Vdv$

$$dP=2(4)(0,02)= 0,16 \text{ watts}$$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Derivar $y = (\cos x - 1)^5$

Sol. i) Derivamos la potencia quinta: $5(\cos x - 1)^4$.

ii) Multiplicamos el resultado anterior por la derivada de $\cos x - 1$:

$$y' = 5(\cos x - 1)^4(-\operatorname{sen} x) = -5\operatorname{sen} x(\cos x - 1)^4$$

2. Derivar $y = \sqrt[3]{(x^2 + 2x)^5}$

Sol. i) Expresamos la función como potencia con exponente fraccionario:

$$y = (x^2 + 2x)^{5/3}$$

ii) Derivamos la potencia fraccionaria: $\frac{5}{3}(x^2 + 2x)^{2/3}$

ii) Multiplicamos el resultado anterior por la derivada de $x^2 + 2x$:

$$y' = \frac{5}{3}(x^2 + 2x)^{2/3}(2x + 2)$$

3. Derivar la función: $y = \frac{5}{\sqrt[6]{(x^3 - 2)^7}}$

Sol. i) Expresamos la función como potencia con exponente fraccionario negativo:

$$5(x^3 - 2)^{-7/6}$$

ii) Derivamos la potencia fraccionaria: $-\frac{35}{6}(x^3 - 2)^{-13/6}$

ii) Multiplicamos el resultado anterior por la derivada de $x^3 - 2$:

$$y' = -\frac{35}{6}(x^3-2)^{-13/6}(3x^2)$$

4. Derivar la función: $y = \tan(2x^2-x)$

Sol.

i) Derivamos la función tangente: $\sec^2(2x^2-x)$

ii) Multiplicamos el resultado anterior por la derivada de $2x^2-x$:

$$y' = \sec^2(2x^2-x)(4x-1) = (4x-1) \sec^2(2x^2-x).$$

5. Derivar la función: $y = e^{4x}$

Sol.

i) Derivamos la función exponencial: e^{4x} , obsérvese que en esta primera parte se repite la función original.

ii) Multiplicamos el resultado anterior por la derivada de $4x$:

$$y' = e^{4x}(4) = 4e^{4x}$$

6. Derivar la función: $y = \ln[(3x^2+1)^5(x-4)^3]$

Sol.

i) Transformamos el producto en suma multiplicando cada término por los exponentes respectivos : $y = 5\ln(3x^2+1)+3\ln(x-4)$

(ver pregunta. 19 del capítulo de funciones).

ii) Derivamos cada logaritmo: $5\left(\frac{1}{3x^2+1}\right) + 3\left(\frac{1}{x-4}\right)$

iii) Multiplicamos el numerador de cada fracción por la derivada de su respectivo denominador:

$$y' = 5\left(\frac{6x}{3x^2+1}\right) + 3\left(\frac{1}{x-4}\right)$$

$$y' = \frac{30x}{3x^2+1} + \frac{3}{x-4}$$

7. Derivar la función: $y = \ln\left(\frac{(3x-7)^3}{(8x+5)^7}\right)$

Sol.

i) Transformamos la división en diferencia, multiplicando cada término por los exponentes respectivos: $y = 3\ln(3x-7) - 7\ln(8x+5)$

(ver pregunta. 19 del capítulo de funciones)

ii) Derivamos cada logaritmo: $3\left(\frac{1}{3x-7}\right) - 7\left(\frac{1}{8x+5}\right)$

iii) Multiplicamos el numerador de cada fracción por la derivada de su respectivo denominador:

$$y' = 3\left(\frac{3}{3x-7}\right) - 7\left(\frac{8}{8x+5}\right) = \frac{9}{3x-7} - \frac{56}{8x+5}$$

8. Derivar la función: $y = (x^2+1)^4(3x-2)^5$

Sol.

Emplearemos la regla para derivar un producto:

$$y' = 4(x^2+1)^3 2x(3x-2)^5 + (x^2+1)^4 5(3x-2)^4 (3)$$

$$y' = 8x(x^2+1)^3(3x-2)^5 + 15(x^2+1)^4(3x-2)^4$$

9. Derivar la función: $y = \sqrt[3]{\frac{2x+3}{4x-1}}$

Sol.

$$y = \left(\frac{2x+3}{4x-1}\right)^{1/3} \rightarrow y' = \frac{1}{3} \left(\frac{2x+3}{4x-1}\right)^{-2/3} \left(\frac{2(4x-1) - 4(2x+3)}{(4x-1)^2}\right) = \frac{1}{3} \left(\frac{2x+3}{4x-1}\right)^{-2/3} \left(\frac{-14}{(4x-1)^2}\right)$$

10. Determinar la recta tangente al gráfico de $y = x^2 - x$ en el punto correspondiente a $x=3$.

Sol.

i) Calculemos la ordenada correspondiente a $x=3$:
 $x=3 \rightarrow y=3^2 - 3 = 6$

ii) Calculemos la pendiente:
 $y' = 2x - 1 \rightarrow m=2(3) - 1=5$

iii) Determinemos la ecuación de la recta:
 $(y-6) = 5(x-3)$.

11. Determinar la recta tangente al gráfico de $y = x^3 - 12x$ en los puntos donde ésta es paralela al eje X.

Sol.

i) Ya que la recta tangente debe ser paralela al eje X, eso significa que su pendiente es cero. Es decir, debemos buscar los puntos donde la derivada es cero:

$$m = y' = 3x^2 - 12 = 3(x-2)(x+2) = 0 \rightarrow x_1=2; x_2=-2.$$

Existen dos puntos donde la recta tangente es paralela al eje X. Calculemos las ordenadas correspondientes:

$$y_1 = (2)^3 - 12(2) = -16 \quad y_2 = (-2)^3 - 12(-2) = 16$$

ii) Determinemos la ecuaciones de las rectas:

$$L_1: (y+16) = 0(x-2)$$

$$L_1: y+16 = 0$$

$$L_2: (y-16) = 0(x+2)$$

$$L_2: y-16 = 0$$

12. Determinar dos números positivos de modo que su suma sea 12 y el producto el máximo posible.

Sol.

Denotemos por x a uno de los dos números, el otro será la diferencia $12 - x$, y su producto será:

$$P(x) = x(12 - x)$$

$$P(x) = 12x - x^2.$$

Derivamos P e igualamos a cero para hallar su punto crítico:

$$P'(x) = 12 - 2x = 0 \rightarrow x = 6.$$

Analizamos el cambio de signo de la derivada alrededor del punto crítico:

Notamos que para $x=6$ se obtiene P máximo, luego los números buscados son: 6; 6

13. Un alambre de 16m de longitud se dobla en forma rectangular. Determinar las dimensiones de sus lados para que encierre la mayor área posible.

Sol.

Si uno de los lados mide x el otro medirá $8 - x$ conforme se muestra en la figura:

Su área será:

$$A(x) = x(8 - x)$$

$$A(x) = 8x - x^2$$

Derivamos A , e igualamos a cero para hallar su punto crítico:

$$A'(x) = 8 - 2x = 0 \rightarrow x = 8.$$

Analizamos el cambio de signo de la derivada alrededor del punto crítico:

Notamos que para $x=8$ se obtiene A máxima, luego las dimensiones requeridas corresponden a las de un cuadrado de 8m de lado.

14. La ecuación de carga en un determinado circuito está dada por $q(t) = \sqrt{3} \sin 2t + \cos 2t$. Determinar el instante en que la carga es máxima

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Calcular la derivada de cada función

a) $y = 2x^3 - x + 2$ b) $y = \cos x - x^7 + 5 \ln x$

c) $y = 4e^x + 2 \sec x - 5x$ d) $y = 5 \tan x - 4x^3 + 3 \arcsen x$

e) $y = (x^2 - 3x + 2)^6$ f) $y = \sqrt[3]{(x^2 + 2x)^5}$

g) $y = \frac{5}{\sqrt[6]{(x^3 - 2)^7}}$ h) $y = e^{3x+2}$

i) $y = (x^2 - 3x + 2) e^{-4x}$ j) $y = \ln(5x - 3)$

k) $y = (x^2 + 2) \ln(3x + 1)$ l) $y = \ln(2x - 5)^3 (3x + 6)^5$

m) $y = (3x + 2) \operatorname{sen}(2x + 4)$ n) $y = e^{5x} (3x - 1)^4$

ñ) $y = (3x + 2)/(2x + 4)$ o) $y = (e^{2x} - 2)/(e^{3x} + 1)$

p) $y = (\operatorname{sen} 3x + 2)/(\cos 2x + 4)$ q) $y = \frac{\sqrt[3]{(x^2 + 2x)^5}}{\sqrt{(x^2 - x)^3}}$

2. Determinar la primera y segunda derivada de la función dada.

a) $y = 6x^3 - x^2 + 2$ b) $y = \cos x - x^7 + 5 \ln x$

c) $y = 4e^x + 2 \sec x - 5x$ d) $y = \arcsen x$

$$e) y = (x^2 - 3x + 2)^6 \qquad f) y = \sqrt[3]{(x^2 + 2x - 3)^2}$$

$$g) y = 4e^x \cos x \qquad h) y = \arctan x$$

$$i) y = \ln(5x - 3) \qquad j) y = \cos^2 x$$

$$k) y = \ln \sqrt{5x - 3} \qquad l) y = \tan^3 x$$

$$m) y = e^{2x} \sin 3x \qquad n) y = x^7 \ln x$$

3. Determinar la ecuación de la recta tangente al gráfico de cada función en el punto dado.

$$a) y = 4x^3 - 2x^2 + 1 \qquad x_0 = -1$$

$$b) y = \cos 3x \qquad x_0 = \pi/6$$

$$c) y = 4e^x - 5x \qquad x_0 = 0$$

$$d) y = \arcsen x \qquad x_0 = 0,5$$

$$e) y = (x^2 - 3x + 2)^6 \qquad x_0 = 2$$

$$f) y = \sqrt[3]{(x^2 + 2x - 3)^2} \qquad x_0 = 3$$

$$g) y = \frac{(3x-7)}{(8x+5)} \qquad x_0 = -1$$

$$h) y = x \cos 3x \qquad x_0 = \pi/6$$

$$i) y = x^2 \ln x \qquad x_0 = e$$

4. Determinar los extremos relativos de las funciones.

$$a) y = 4x^2 - 2x + 3 \qquad b) y = -2x^2 + 4x - 5$$

$$c) y = x \sqrt[3]{x-3} \qquad d) y = xe^{-x}$$

$$e) y = x^3 - 6x^2 \qquad f) f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$$

$$g) f(x) = x^2 e^{-x} \qquad h) f(x) = \cos(3x) \quad x \in [-\pi; \pi]$$

Apéndice D. Sesiones de clase.

PLAN DE SESIÓN #1 (CONOCIMIENTOS TECNOLÓGICOS)

INSTRUCTOR: Lic. TELLY NESTOR ROJAS GUTIERREZ

ESPECIALIDAD: TÉCNICAS EN INGENIERÍA MECÁNICA Y MANTENIMIENTO
 MATERIA: CIENCIAS CURSO: MATEMÁTICA
 SEMESTRE/CICLO/MÓDULO OCUPACIONAL: ESCUELA SUPERIOR DE TECNOLOGÍA SENATI
 TEMA: FUNCION DOMINIO Y RANGO

LOGRO DE APRENDIZAJE : El alumno calculará correctamente el dominio y rango de una función con autonomía y seguridad

TIEMPO PLANIFICADO EN MINUTOS	ACTIVIDADES	PREVENCIÓN DE AYUDAS
20 min	1) MOTIVACIÓN (DAR A CONOCER OBJETIVOS) a.-Charla : Contaminación acústica b.-El profesor empieza tomando un ejemplo práctico de una máquina que transforma , recordando la teoría realizada en el video observado con anticipación en la plataforma virtual Edmodo, identificando los conceptos principales del tema .	ESTRATEGIAS Experiencia directa (x) Experiencia figurada () Demostración () Visitas educacionales () Otros ()
250 min	2) DESARROLLO DEL TEMA Los alumnos intervienen respondiendo las interrogantes planteadas Reconociendo el concepto de dominio y rango a través de grafico presentados en diapositivas e identificando y estableciendo diferencias entre ellos, asimismo resuelve los ejercicios planteado en el módulo entregado. Se hacen dinámicas de equipos y los alumnos resuelven los Ejercicios planteados haciendo uso de sus dispositivos móviles, resolviendo y marcando la respuesta apoyado por un aplicativo llamado SOCRATIVE obteniendo al final un puntaje de calificación como referencia a su esfuerzo. Se les propone ciertos casos a resolver en la pizarra y los Alumnos participan solucionando los problemas.	MEDIOS / DIDÁCTICOS Pizarra... (x) Dispositivos () Franelógrafo () Material real demostrativo () Hoja de proceso operacional () Modelos () Textos / manuales () Material Didáctico escrito (x) Papelógrafos (x) Proyector diapositivas (x) Computadora (PC) (x)
30 min	3) EVALUACIÓN – ACCIONES DE REFORZAMIENTO CONCLUSIONES Se realiza una retroalimentación de los temas tratados, se resuelve una práctica de evaluación. Se desarrolla los ejercicios planteados en los Módulos de trabajo.	METODOLOGÍA Expositiva (x) Interrogativa (x) Dinámica de grupos (x) Demostrativa () Activa (x) Participativa () Otras ()

F18-SEN-DIRG-02

REVISADO POR: _____

FECHA DE ELABORACIÓN: 03 /09/ 18

FIRMA Y SELLO

**PLAN DE SESIÓN #2
(CONOCIMIENTOS TECNOLÓGICOS)**

INSTRUCTOR: Lic. TELLY NESTOR ROJAS GUTIERREZ

ESPECIALIDAD: TÉCNICAS EN INGENIERÍA MECÁNICA Y MANTENIMIENTO
 MATERIA: CIENCIAS CURSO: MATEMÁTICA
 SEMESTRE/CICLO/MÓDULO OCUPACIONAL: ESCUELA SUPERIOR DE TECNOLOGÍA SENATI
 TEMA: Tipos de Funciones

LOGRO DE APRENDIZAJE : Al finalizar la clase el alumno reconoce los tipos de funciones y resolverá problemas con autonomía y seguridad.

TIEMPO PLANIFICADO EN MINUTOS	ACTIVIDADES	PREVENCIÓN DE AYUDAS
20 min	<p>1) MOTIVACIÓN (DAR A CONOCER OBJETIVOS) a.-Charla : Uso racional del papel b.-El profesor propone un ejemplo de función recordando la clase anterior y hace una comparación de elemento en el dominio y rango ,para luego describir la diferencias que hay planteando un problema reto.</p>	<p align="center">ESTRATEGIAS</p> Experiencia directa (x) Experiencia figurada () Demostración () Visitas educacionales () Otros (x)
250 min	<p>2) DESARROLLO DEL TEMA</p> <p>Los alumnos intervienen respondiendo las interrogantes planteadas Reconociendo el concepto de dominio y rango a través de grafico presentados en diapositivas e identificando y estableciendo diferencias entre implícita y explícita, para después explicar en forma dinámica los tipos de funciones inyectivas, sobreyectiva y biyectivas asimismo resuelve los ejercicios planteado en el módulo entregado. Se hacen dinámicas de equipos y los alumnos resuelven los Ejercicios planteados haciendo uso de sus dispositivos móviles, resolviendo y marcando la respuesta apoyado por un aplicativo llamado SOCRATIVE obteniendo al final un puntaje de calificación como referencia a su esfuerzo.</p> <p>Se les propone ciertos casos a resolver en la pizarra y los Alumnos participan solucionando los problemas.</p>	<p align="center">MEDIOS / DIDÁCTICOS</p> Pizarra... (x) Dispositivos (x) Fanelógrafo () Material real demostrativo () Hoja de proceso operacional () Modelos () Textos / módulos (x) Material Didáctico escrito (x) Papelógrafos (x) Proyector diapositivas (x) Computadora (PC) (x)
30 min	<p>3) EVALUACIÓN – ACCIONES DE REFORZAMIENTO CONCLUSIONES</p> <p>Se realiza una retroalimentación de los temas tratados, para luego usar sus dispositivos y realizar preguntas del tema gracias a una aplicación llamada KAHOOT .</p>	<p align="center">METODOLOGÍA</p> Expositiva (x) Interrogativa (x) Dinámica de grupos (x) Demostrativa () Activa (x) Participativa () Otras ()

F18-SEN-DIRG-02

REVISADO POR: _____

FECHA DE ELABORACIÓN: 21 / 10 / 18

FIRMA Y SELLO

**PLAN DE SESIÓN #3
(CONOCIMIENTOS TECNOLÓGICOS)**

INSTRUCTOR: Lic. TELLY NESTOR ROJAS GUTIERREZ

ESPECIALIDAD: TÉCNICAS EN INGENIERÍA MECÁNICA Y MANTENIMIENTO

MATERIA: CIENCIAS CURSO: MATEMÁTICA

SEMESTRE/CICLO/MÓDULO OCUPACIONAL: ESCUELA SUPERIOR DE TECNOLOGÍA SENATI

TEMA: Gráficos de Funciones

LOGRO DE APRENDIZAJE : Al finalizar la clase el alumno realiza gráficos y resuelve problemas con autonomía y seguridad.

TIEMPO PLANIFICADO EN MINUTOS	ACTIVIDADES	PREVENCIÓN DE AYUDAS
20 min	<p>1) MOTIVACIÓN (DAR A CONOCER OBJETIVOS) a.-Charla : Nuestros recursos y usos ecoeficientes b.-El profesor pide a la clase recordar el video presentado en la plataforma educativa EDMODO y detiene su retroalimentación presentado un video acerca de los estados de ánimo de un ser humano, haciendo así una analogía con el tema.</p>	<p>ESTRATEGIAS</p> <p>Experiencia directa (x) Experiencia figurada () Demostración () Visitas educacionales () Otros (x)</p>
250 min	<p>2) DESARROLLO DEL TEMA</p> <p>El docente forma equipos de trabajo tres alumnos por equipo, realiza un recuento del tema anterior y propone a los equipos realizar una competencias respecto a lo ya explicado apoyado por la aplicación educativa Kahoot ,luego propone unos gráficos utilizando las diapositivas y plantea ejemplos resolviendo en clase con apoyo de los equipos formados, Se hace dinámicas de equipos y los alumnos resuelven los ejercicios planteados haciendo uso de sus dispositivos móviles, resolviendo y marcando la respuesta apoyado por un aplicativo llamado SOCRATIVE,el docente plantea llegar a cada equipo y absolver sus inquietudes, a su vez el equipo obtiene al final un puntaje de calificación como referencia a su esfuerzo.</p> <p>Se les propone ciertos casos a resolver en la pizarra y los Alumnos participan solucionando los problemas.</p>	<p>MEDIOS / DIDÁCTICOS</p> <p>Pizarra... (x) Dispositivos (x) Franelógrafo () Material real demostrativo () Hoja de proceso operacional () Modelos () Textos / módulos (x) Material Didáctico escrito (x) Papelógrafos (x) Proyector diapositivas (x) Computadora (PC) (x)</p>
30 min	<p>3) EVALUACIÓN – ACCIONES DE REFORZAMIENTO CONCLUSIONES</p> <p>Se realiza una retroalimentación de los temas tratados, para luego usar sus dispositivos y realizar preguntas del tema gracias a una aplicación llamada KAHOOT .</p>	<p>METODOLOGÍA</p> <p>Expositiva (x) Interrogativa (x) Dinámica de grupos (x) Demostrativa () Activa (x) Participativa () Otras ()</p>

F18-SEN-DIRG-02

REVISADO POR: _____

FECHA DE ELABORACIÓN: 21 / 10 / 18

FIRMA Y SELLO

**PLAN DE SESIÓN #4
(CONOCIMIENTOS TECNOLÓGICOS)**

INSTRUCTOR: Lic. TELLY NESTOR ROJAS GUTIERREZ

ESPECIALIDAD: TÉCNICAS EN INGENIERÍA MECÁNICA Y MANTENIMIENTO

MATERIA: CIENCIAS CURSO: MATEMÁTICA

SEMESTRE/CICLO/MÓDULO OCUPACIONAL: ESCUELA SUPERIOR DE TECNOLOGÍA SENATI

TEMA: Operaciones con Funciones

LOGRO DE APRENDIZAJE : Al finalizar la clase el alumno resolverá operaciones con funciones y problemas con autonomía y seguridad.

TIEMPO PLANIFICADO EN MINUTOS	ACTIVIDADES	PREVENCIÓN DE AYUDAS
20 min	<p>1) MOTIVACIÓN (DAR A CONOCER OBJETIVOS) a.-Charla : Corrija los errores pequeños antes que crezcan b.-El profesor pide a la clase recordar el video presentado en la plataforma educativa EDMODO y realiza operaciones aritméticas presentando una diapositiva luego plantea un problema aplicado a la vida cotidiana y explica la utilidad del tema.</p>	<p align="center">ESTRATEGIAS</p> <p>Experiencia directa (x) Experiencia figurada () Demostración () Visitas educacionales () Otros (x)</p>
250 min	<p>2) DESARROLLO DEL TEMA</p> <p>El docente forma equipos de trabajo dos alumnos por equipo, realiza un recuento del tema anterior y propone a los equipos realizar una competencias respecto a lo ya explicado apoyado por la aplicación educativa Kahoot ,luego propone ejercicios de operaciones (suma ,resta, multiplicación y división) con funciones utilizando las diapositivas y plantea ejemplos resolviendolo en clase con apoyo de los equipos formados, Se hace dinámicas de equipos y los alumnos resuelven los ejercicios planteados haciendo uso de sus dispositivos móviles, resolviendo y marcando la respuesta apoyado por un aplicativo llamado SOCRATIVE,el docente plantea llegar a cada equipo y absolver sus inquietudes, a su vez el equipo obtiene al final un puntaje de calificación como referencia a su esfuerzo. Se les propone ciertos casos a resolver en la pizarra y los Alumnos participan solucionando los problemas.</p>	<p align="center">MEDIOS / DIDÁCTICOS</p> <p>Pizarra... (x) Dispositivos (x) Fanelógrafo () Material real demostrativo () Hoja de proceso operacional () Modelos () Textos / módulos (x) Material Didáctico escrito (x) Papelógrafos (x) Proyector diapositivas (x) Computadora (PC) (x)</p>
30 min	<p>3) EVALUACIÓN – ACCIONES DE REFORZAMIENTO CONCLUSIONES</p> <p>Se realiza una retroalimentación de los temas tratados, luego cada equipo presenta un trabajo de 4preguntas.</p>	<p align="center">METODOLOGÍA</p> <p>Expositiva (x) Interrogativa (x) Dinámica de grupos (x) Demostrativa () Activa (x) Participativa () Otras ()</p>

F18-SEN-DIRG-02

REVISADO POR: _____

FECHA DE ELABORACIÓN: 21 / 10 / 18

FIRMA Y SELLO

**PLAN DE SESIÓN #5
(CONOCIMIENTOS TECNOLÓGICOS)**

INSTRUCTOR: Lic. TELLY NESTOR ROJAS GUTIERREZ

ESPECIALIDAD: TÉCNICAS EN INGENIERÍA MECÁNICA Y MANTENIMIENTO

MATERIA: CIENCIAS CURSO: MATEMÁTICA

SEMESTRE/CICLO/MÓDULO OCUPACIONAL: ESCUELA SUPERIOR DE TECNOLOGÍA SENATI

TEMA: Función Inversa

LOGRO DE APRENDIZAJE : Al finalizar la clase el alumno reconoce una función inversa y resolverá con autonomía y seguridad.

TIEMPO PLANIFICADO EN MINUTOS	ACTIVIDADES	PREVENCIÓN DE AYUDAS
20 min	<p>1) MOTIVACIÓN (DAR A CONOCER OBJETIVOS)</p> <p>a.-Charla : Compras Verdes</p> <p>b.-El profesor pide a la clase recordar el video presentado en la plataforma educativa EDMODO y detiene su retroalimentación presentado un video acerca de la Psicología inversa haciendo referencia a su vida como estudiante y presentando ejemplos y relacionándolo con el tema a tratar en clase</p>	<p>ESTRATEGIAS</p> <p>Experiencia directa (x)</p> <p>Experiencia figurada ()</p> <p>Demostración ()</p> <p>Visitas educacionales ()</p> <p>Otros (x)</p>
250 min	<p>2) DESARROLLO DEL TEMA</p> <p>El docente forma equipos de trabajo tres alumnos por equipo, realiza un recuento del tema anterior y propone a los equipos realizar una competencias respecto a lo ya explicado apoyado por la aplicación educativa Kahoot ,luego propone analizar el dominio y rango de una función inversa utilizando las diapositivas y plantea ejemplos resolviendo en clase con apoyo de los equipos formados,</p> <p>Se hace dinámicas de equipos y los alumnos resuelven los ejercicios planteados haciendo uso de sus dispositivos móviles, resolviendo y marcando la respuesta apoyado por un aplicativo llamado SOCRATIVE,el docente plantea llegar a cada equipo y absolver sus inquietudes, a su vez el equipo obtiene al final un puntaje de calificación como referencia a su esfuerzo.</p> <p>Se les propone ciertos casos a resolver en la pizarra y los Alumnos participan solucionando los problemas.</p>	<p>MEDIOS / DIDÁCTICOS</p> <p>Pizarra... (x)</p> <p>Dispositivos (x)</p> <p>Franelógrafo ()</p> <p>Material real demostrativo ()</p> <p>Hoja de proceso operacional ()</p> <p>Modelos ()</p> <p>Textos / módulos (x)</p> <p>Material Didáctico escrito (x)</p> <p>Papelógrafos (x)</p> <p>Proyector diapositivas ()</p> <p>Computadora (PC) (x)</p> <p>METODOLOGÍA</p> <p>Expositiva (x)</p> <p>Interrogativa (x)</p> <p>Dinámica de grupos (x)</p> <p>Demostrativa ()</p> <p>Activa (x)</p> <p>Participativa ()</p> <p>Otras ()</p>
30 min	<p>3) EVALUACIÓN – ACCIONES DE REFORZAMIENTO CONCLUSIONES</p> <p>Se realiza una retroalimentación de los temas tratados, para luego usar sus dispositivos y realizar preguntas del tema gracias a una aplicación llamada KAHOOT .</p>	<p>Expositiva (x)</p> <p>Interrogativa (x)</p> <p>Dinámica de grupos (x)</p> <p>Demostrativa ()</p> <p>Activa (x)</p> <p>Participativa ()</p> <p>Otras ()</p>

F18-SEN-DIRG-02

REVISADO POR: _____

FECHA DE ELABORACIÓN: 21 / 10 / 18

FIRMA Y SELLO

**PLAN DE SESIÓN #6
(CONOCIMIENTOS TECNOLÓGICOS)**

INSTRUCTOR: Lic. TELLY NESTOR ROJAS GUTIERREZ

ESPECIALIDAD: TÉCNICAS EN INGENIERÍA MECÁNICA Y MANTENIMIENTO

MATERIA: CIENCIAS CURSO: MATEMÁTICA

SEMESTRE/CICLO/MÓDULO OCUPACIONAL: ESCUELA SUPERIOR DE TECNOLOGÍA SENATI

TEMA: Función Compuesta

LOGRO DE APRENDIZAJE : Al finalizar la clase el alumno reconoce una función compuesta y resolverá ejercicios con autonomía y seguridad.

TIEMPO PLANIFICADO EN MINUTOS	ACTIVIDADES	PREVENCIÓN DE AYUDAS
20 min	<p>1) MOTIVACIÓN (DAR A CONOCER OBJETIVOS) a.-Charla : Pequeño espacio para grandes educadores b.-El profesor pide a la clase recordar el video presentado en la plataforma educativa EDMODO y hace referencia al ciclo de vida de los peces relacionándolo con el tema .</p>	<p>ESTRATEGIAS</p> <p>Experiencia directa (x) Experiencia figurada () Demostración () Visitas educacionales () Otros (x)</p>
250 min	<p>2) DESARROLLO DEL TEMA</p> <p>El docente forma equipos de trabajo tres alumnos por equipo, realiza un recuento del tema anterior y propone a los equipos realizar una competencias respecto a lo ya explicado apoyado por la aplicación educativa Kahoot ,luego propone unos gráficos utilizando las diapositivas y plantea ejemplos resolviendo en clase con apoyo de los equipos formados, Se hace dinámicas de equipos y los alumnos resuelven los ejercicios planteados haciendo uso de sus dispositivos móviles, resolviendo y marcando la respuesta apoyado por un aplicativo llamado SOCRATIVE,el docente plantea llegar a cada equipo y absolver sus inquietudes, a su vez el equipo obtiene al final un puntaje de calificación como referencia a su esfuerzo.</p> <p>Se les propone ciertos casos a resolver en la pizarra y los Alumnos participan solucionando los problemas.</p>	<p>MEDIOS / DIDÁCTICOS</p> <p>Pizarra... (x) Dispositivos (x) Franelógrafo () Material real demostrativo () Hoja de proceso operacional () Modelos () Textos / módulos (x) Material Didáctico escrito (x) Papelógrafos (x) Proyector diapositivas () Computadora (PC) (x)</p>
30 min	<p>3) EVALUACIÓN – ACCIONES DE REFORZAMIENTO CONCLUSIONES</p> <p>Se realiza una retroalimentación de los temas tratados, para luego usar sus dispositivos y realizar preguntas del tema gracias a una aplicación llamada KAHOOT .</p>	<p>METODOLOGÍA</p> <p>Expositiva (x) Interrogativa (x) Dinámica de grupos (x) Demostrativa () Activa (x) Participativa () Otras ()</p>

F18-SEN-DIRG-02

REVISADO POR: _____

FECHA DE ELABORACIÓN: 21 / 10 / 18

FIRMA Y SELLO

**PLAN DE SESIÓN #7
(CONOCIMIENTOS TECNOLÓGICOS)**

INSTRUCTOR: Lic. TELLY NESTOR ROJAS GUTIERREZ

ESPECIALIDAD: TÉCNICAS EN INGENIERÍA MECÁNICA Y MANTENIMIENTO

MATERIA: CIENCIAS CURSO: MATEMÁTICA

SEMESTRE/CICLO/MÓDULO OCUPACIONAL: ESCUELA SUPERIOR DE TECNOLOGÍA SENATI

TEMA: Límites de Funciones

LOGRO DE APRENDIZAJE : Al finalizar la clase el alumno reconoce el límite de funciones y resolverá ejercicios con autonomía y seguridad.

TIEMPO PLANIFICADO EN MINUTOS	ACTIVIDADES	PREVENCIÓN DE AYUDAS
20 min	<p>1) MOTIVACIÓN (DAR A CONOCER OBJETIVOS)</p> <p>a.-Charla : Ponte las pilas</p> <p>b.-El profesor pide a la clase recordar aquel momento que alguna vez nosotros esperábamos a alguna persona que nos interesa , luego a lo lejos aparece una persona que tiene la misma característica de la persona que esperamos, definitivamente mientras va caminando hacia nosotros vamos reconociendo , eso es lo que pasa con la idea de límite, luego el profesor pide a la clase recordar el video y responder a la pregunta que se formuló luego de haber visto el video en la plataforma EDMODO.</p>	<p align="center">ESTRATEGIAS</p> <p>Experiencia directa (x)</p> <p>Experiencia figurada ()</p> <p>Demostración ()</p> <p>Visitas educativas ()</p> <p>Otros (x)</p>
250 min	<p>2) DESARROLLO DEL TEMA</p> <p>El profesor prepara a la clase para el nuevo tema realizando una teoría que apoya los alumnos a entender y a realizar los ejercicios del tema tratado luego el docente forma equipos de trabajo tres alumnos por equipo, realiza un recuento del tema anterior y propone a los equipos realizar una competencias respecto a lo ya explicado apoyado por la aplicación educativa Kahoot ,luego propone unos gráficos utilizando las diapositivas y plantea ejemplos resolviendo en clase con apoyo de los equipos formados,</p> <p>se hace dinámicas de equipos y los alumnos resuelven los ejercicios planteados haciendo uso de sus dispositivos móviles, resolviendo y marcando la respuesta apoyado por un aplicativo llamado SOCRATIVE,el docente plantea llegar a cada equipo y absolver sus inquietudes, a su vez el equipo obtienen al final un puntaje de calificación como referencia a su esfuerzo.</p> <p>Se les propone ciertos casos a resolver en la pizarra y los Alumnos participan solucionando los problemas.</p>	<p align="center">MEDIOS / DIDÁCTICOS</p> <p>Pizarra... (x)</p> <p>Dispositivos (x)</p> <p>Franelógrafo ()</p> <p>Material real demostrativo ()</p> <p>Hoja de proceso operacional ()</p> <p>Modelos ()</p> <p>Textos / módulos (x)</p> <p>Material Didáctico escrito (x)</p> <p>Papelógrafos (x)</p> <p>Proyector diapositivas ()</p> <p>Computadora (PC) (x)</p>
30 min	<p>3) EVALUACIÓN – ACCIONES DE REFORZAMIENTO CONCLUSIONES</p> <p>Se realiza una retroalimentación de los temas tratados, para luego usar sus dispositivos y realizar preguntas del tema gracias a una aplicación llamada KAHOOT .</p>	<p align="center">METODOLOGÍA</p> <p>Expositiva (x)</p> <p>Interrogativa (x)</p> <p>Dinámica de grupos (x)</p> <p>Demostrativa ()</p> <p>Activa (x)</p> <p>Participativa ()</p> <p>Otras ()</p>

F18-SEN-DIRG-02

REVISADO POR: _____

FECHA DE ELABORACIÓN: _21_ / 10_ / _18_

FIRMA Y SELLO

PLAN DE SESIÓN # 8 (CONOCIMIENTOS TECNOLÓGICOS)

INSTRUCTOR: Lic. TELLY NESTOR ROJAS GUTIERREZ

ESPECIALIDAD: TÉCNICAS EN INGENIERÍA MECÁNICA Y MANTENIMIENTO
 MATERIA: CIENCIAS CURSO: MATEMÁTICA
 SEMESTRE/CICLO/MÓDULO OCUPACIONAL: ESCUELA SUPERIOR DE TECNOLOGÍA SENATI
 TEMA: Derivada de una Función

LOGRO DE APRENDIZAJE: Al finalizar la clase el alumno reconoce la derivada de funciones y resolverá ejercicios con autonomía y seguridad.

TIEMPO PLANIFICADO EN MINUTOS	ACTIVIDADES	PREVENCIÓN DE AYUDAS
20 min	<p>4) MOTIVACIÓN (DAR A CONOCER OBJETIVOS) a.-Charla : Ponte las pilas b.-El profesor pide a la clase recordar el video enviado y describe la definición de la derivada con un proceso de la vida cotidiana el proceso de enfriamiento de una taza de café luego describe la importancia de la derivada en las ciencias a través de formulaciones que han ido cambiando a través del tiempo.</p>	<p style="text-align: center;">ESTRATEGIAS</p> <p>Experiencia directa (x) Experiencia figurada () Demostración () Visitas educacionales () Otros (x)</p>
250 min	<p>5) DESARROLLO DEL TEMA El profesor prepara a la clase para el nuevo tema realizando una teoría que apoya los alumnos a entender y a realizar los ejercicios del tema tratado luego el docente forma equipos de trabajo tres alumnos por equipo, realiza un recuento del tema anterior y propone a los equipos realizar una competencias respecto a lo ya explicado apoyado por la aplicación educativa Kahoot ,luego propone unos gráficos utilizando las diapositivas y plantea ejemplos resolviendo en clase con apoyo de los equipos formados, se hace dinámicas de equipos y los alumnos resuelven los ejercicios planteados haciendo uso de sus dispositivos móviles, resolviendo y marcando la respuesta apoyado por un aplicativo llamado SOCRATIVE,el docente plantea llegar a cada equipo y absolver sus inquietudes, a su vez el equipo obtienen al final un puntaje de calificación como referencia a su esfuerzo.</p> <p>Se les propone ciertos casos a resolver en la pizarra y los Alumnos participan solucionando los problemas.</p>	<p style="text-align: center;">MEDIOS / DIDÁCTICOS</p> <p>Pizarra... (x) Dispositivos (x) Franelógrafo () Material real demostrativo () Hoja de proceso operacional () Modelos () Textos / módulos (x) Material Didáctico escrito (x) Papelógrafos (x) Proyector diapositivas () Computadora (PC) (x)</p>
30 min	<p>6) EVALUACIÓN – ACCIONES DE REFORZAMIENTO CONCLUSIONES</p> <p>Se realiza una retroalimentación de los temas tratados, para luego usar sus dispositivos y realizar preguntas del tema gracias a una aplicación llamada KAHOOT .</p>	<p style="text-align: center;">METODOLOGÍA</p> <p>Expositiva (x) Interrogativa (x) Dinámica de grupos (x) Demostrativa () Activa (x) Participativa () Otras ()</p>

F18-SEN-DIRG-02

REVISADO POR: _____

FECHA DE ELABORACIÓN: 21 / 10 / 18

FIRMA Y SELLO

Apéndice E. Validación de instrumentos.



UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN
Enrique Guzmán y Valle

"ALMA MÁTER DEL MAGISTERIO NACIONAL"

FORMATO PARA JUICIO DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES

- 1.1. Apellidos y nombre(s) del informante: Dr. Fernando , Flores Limo
 1.2. Cargo e institución donde labora : UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN
 1.3. Nombre del instrumento: Prueba Pre - Post
 1.4. Título de la Tesis:

Relación Aula invertida en el logro de competencias del curso de Matemática en los estudiantes del primer semestre de la Escuela Superior de Tecnología SENATI, Independencia.

1.5. Autor de la Tesis:

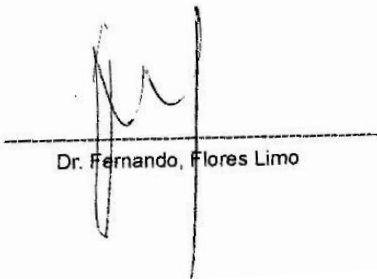
Telly Néstor Rojas Gutiérrez

INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente 1-20	Regular 21-40	Buena 41-60	Muy Buena 61-80	Excelente 81-100
1. CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado.					X
2. OBJETIVIDAD	Está expresado en conductas observables.					X
3. ACTUALIDAD	Está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.					X
4. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica entre variables e indicadores.					X
5. SUFICIENCIA	Comprende los aspectos necesarios en cantidad y calidad.					X
6. INTENCIONALIDAD	Está adecuado para valorar aspectos referidos a la temática, en relación con el logro de la calidad académica.					X
7. CONSISTENCIA	Establece una relación pertinente entre la formulación del problema, los objetivos y la hipótesis.					X
8. COHERENCIA	Existe relación entre los indicadores y las dimensiones.					X
9. METODOLOGÍA	Responde al propósito de la investigación.					X
10. PERTINENCIA						X

II. OPINIÓN DE APLICABILIDAD: Si aplica

III. PROMEDIO DE VALORACIÓN: 90%

DNI 29256913


Dr. Fernando, Flores Limo



UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN
Enrique Guzmán y Valle

"ALMA MÁTER DEL MAGISTERIO NACIONAL"

FORMATO PARA JUICIO DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES

1. Apellidos y nombre(s) del informante: Dr. Juan Carlos Valenzuela Condori
2. Cargo e institución donde labora: UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN
3. Nombre del instrumento: Prueba Pre - Post
4. Título de la Tesis:

Relación Aula invertida en el logro de competencias del curso de Matemática en los estudiantes del primer semestre de la Escuela Superior de Tecnología SENATI, Independencia.

5. Autor de la Tesis:

Telly Néstor Rojas Gutiérrez

INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente 1-20	Regular 21-40	Buena 41-60	Muy Buena 61-80	Excelente 81-100
1. CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado.					X
2. OBJETIVIDAD	Está expresado en conductas observables.				X	
3. ACTUALIDAD	Está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.					X
4. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica entre variables e indicadores.					X
5. SUFICIENCIA	Comprende los aspectos necesarios en cantidad y calidad.				X	
6. INTENCIONALIDAD	Está adecuado para valorar aspectos referidos a la temática, en relación con el logro de la calidad académica.					X
7. CONSISTENCIA	Establece una relación pertinente entre la formulación del problema, los objetivos y la hipótesis.					X
8. COHERENCIA	Existe relación entre los indicadores y las dimensiones.				X	
9. METODOLOGÍA	Responde al propósito de la investigación.					X
10. PERTINENCIA						

IV. OPINIÓN DE APLICABILIDAD:..... APLICABLE

V. PROMEDIO DE VALORACIÓN:..... 84%

DNI..... 07687394


Dr. Juan Carlos Valenzuela Condori



UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN
Enrique Guzmán y Valle

"ALMA MÁTER DEL MAGISTERIO NACIONAL"

FORMATO PARA JUICIO DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES

- 1.1. Apellidos y nombre(s) del informante: Dr. Guillermo P. Morales Romero
 1.2. Cargo e institución donde labora : UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN
 1.3. Nombre del instrumento: Prueba Pre - Post
 1.4. Título de la Tesis:

Relación Aula invertida en el logro de competencias del curso de Matemática para los estudiantes del primer semestre de la Escuela Superior de Tecnología SENATI, Independencia.

1.5. Autor de la Tesis:

Telly Néstor Rojas Gutiérrez

INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente 1-20	Regular 21-40	Buena 41-60	Muy Buena 61-80	Excelente 81-100
1. CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado.				75%	
2. OBJETIVIDAD	Está expresado en conductas observables.				75%	
3. ACTUALIDAD	Está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.				75%	
4. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica entre variables e indicadores.				75%	
5. SUFICIENCIA	Comprende los aspectos necesarios en cantidad y calidad.				75%	
6. INTENCIONALIDAD	Está adecuado para valorar aspectos referidos a la temática, en relación con el logro de la calidad académica.				75%	
7. CONSISTENCIA	Establece una relación pertinente entre la formulación del problema, los objetivos y la hipótesis.				75%	
8. COHERENCIA	Existe relación entre los indicadores y las dimensiones.				75%	
9. METODOLOGÍA	Responde al propósito de la investigación.				75%	
10. PERTINENCIA					75%	

II. OPINIÓN DE APLICABILIDAD: *Aplicable.*

III. PROMEDIO DE VALORACIÓN: *75%*

DNI *10.124478*


 Dr. Guillermo P. Morales Romero



UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN
Enrique Guzmán y Valle

"ALMA MÁTER DEL MAGISTERIO NACIONAL"

FORMATO PARA JUICIO DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES

1. Apellidos y nombre(s) del informante: Dra. Irma REYES BLÁCIDO
2. Cargo e institución donde labora : UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN
3. Nombre del instrumento: Prueba Pre- Post
4. Título de la Tesis:

Relación Aula invertida en el logro de competencias del curso de Matemática para los estudiantes del primer semestre de la Escuela Superior de Tecnología SENATI, Independencia.

Autor de la Tesis:

Telly Néstor Rojas Gutiérrez

INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente 1-20	Regular 21-40	Buena 41-60	Muy Buena 61-80	Excelente 81-100
1. CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado.				X	
2. OBJETIVIDAD	Está expresado en conductas observables.				X	
3. ACTUALIDAD	Está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.				X	
4. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica entre variables e indicadores.				X	
5. SUFICIENCIA	Comprende los aspectos necesarios en cantidad y calidad.				X	
6. INTENCIONALIDAD	Está adecuado para valorar aspectos referidos a la temática, en relación con el logro de la calidad académica.				X	
7. CONSISTENCIA	Establece una relación pertinente entre la formulación del problema, los objetivos y la hipótesis.				X	
8. COHERENCIA	Existe relación entre los indicadores y las dimensiones.				X	
9. METODOLOGÍA	Responde al propósito de la investigación.				X	
10. PERTINENCIA					X	

VI. OPINIÓN DE APLICABILIDAD: Procede su aplicación

VII. PROMEDIO DE VALORACIÓN: 80%

DNI 06808836


Dra. Irma REYES BLÁCIDO