UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

Enrique Guzmán y Valle

Alma Máter del Magisterio Nacional

ESCUELA DE POSGRADO

Tesis

Influencia del Software Geogebra en el Aprendizaje de la Geometría Analítica en los Estudiantes del Quinto Grado de Secundaria de la Institución Educativa José De la Torre Ugarte, El Agustino – 2015

Presentada por

Marcelino Marcos PABLO MEZA

Asesor

Dr. Lolo José CABALLERO CIFUENTES

Para optar al Grado Académico de Doctor en Ciencias de la Educación

Lima - Perú

2016

Influencia del Software Geogebra en el Aprendizaje de la Geometría Analítica en los Estudiantes del Quinto Grado de Secundaria de la Institución Educativa José De la Torre Ugarte, El Agustino – 2015

Dedicatoria

A mis padres, porque son los gestores de mi proyecto de vida y han logrado con sus enseñanzas que sea un ser laborioso y emprendedor.

A mi sobrina Dina, quien con sus palabras y paciencia ha estado presente durante mucho tiempo apoyándome y dándome ánimo para no desfallecer. Hoy ilumina con su pensamiento desde el cielo.

A mis hijos Jhordan y Seiberth, por darme la fuerza y el amor más sublime, lo que me ha animado a seguir adelante en este largo camino.

Reconocimiento

A la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, La Cantuta, por haberme brindado una sólida formación académica y profesional en la educación.

A mis abnegados maestros, quienes me enseñaron a caminar en la vida y en el tiempo.

A la Institución Educativa José De la Torre Ugarte de El Agustino, por permitir nuestro trabajo de campo.

Mi reconocimiento, por su apoyo en la revisión y sugerencias para la realización del presente trabajo, a mi asesor, Dr. Lolo José Caballero Cifuentes.

Tabla de contenido

Lista de tablas

Lista de figuras

Resumen

El propósito de la presente investigación fue demostrar la aplicación del software GEOGEBRA influye significativamente en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085-El Agustino – 2015. La población de estudio estuvo conformada por los estudiantes del quinto grado de nivel secundario y la muestra fue de 60 estudiantes: 30 estudiantes para el grupo experimental y 30 estudiantes para el grupo de control. Se aplicó un diseño cuasi experimental con evaluación entrada y salida. Los instrumentos de recolección de datos fueron un cuestionario con una prueba de aprendizaje de la geometría analítica y prueba de aprendizaje de geometría analítica plana con software GEOGEBRA. Los resultados estadísticos nos indican que en el post-test efectuado, el grupo experimental obtiene un mayor desempeño que el grupo de control, lo que significa que la aplicación del software GEOGEBRA ha influido significativa y positivamente en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes, demostrado por los valores de la prueba de hipótesis mediante la T de Student, done $t_{calculado}$= 4,851 es mayor que el $t_{Crítico=}$ 1,96 la cual valida la hipótesis general.

Palabras clave: Software GEOGEBRA, Aprendizaje, Geometría Analítica.

Abstract

The purpose of the present research was to demonstrate the application of the software GEOGEBRA significantly influences the learning of the analytical geometry in the fifth grade students of secondary education of the Educational Institution José de la Torre Ugarte 0085-El Agustino - 2015. The population of the study consisted of students in the fifth grade secondary and the sample was 60 students: 30 students for the experimental group and 30 students for the control group. A quasi experimental design with input and output evaluation was applied. The data collection instruments were a questionnaire with an analytical geometry learning test and flat analytical geometry learning test with GEOGEBRA software. The statistical results indicate that in the post-test performed, the experimental group obtains a higher performance than the control group, which means that the application of GEOGEBRA software has had a significant and positive influence on the learning of analytical geometry in students, Demonstrated by the values of the hypothesis test using Student's t, done t = 4,851 is greater than the t Critical = 2,000 which validates the general hypothesis.

Keywords: GEOGEBRA Software, Learning, Analytical Geometry.

Introducción

La incorporación de las tecnologías en la educación es un llamado que hace la sociedad y surge de la necesidad cada vez mayor del uso de la información. La matemática siempre ha desempeñado un rol fundamental en el desarrollo de los conocimientos científicos y tecnológicos. Es el medio principal para establecer relaciones de funcionalidad matemática con la realidad cotidiana. (MED, 2013, p. 6).

Para lograr el desarrollo de las competencias en el ámbito de matemática representa un gran desafío. De un lado, debido a los bajos resultados que se tienen y respecto a los cuales es muy poco lo que se ha podido avanzar. De otro lado, porque se trata de competencias y capacidades reconocidas mundialmente como cruciales para aprovechar las oportunidades de la mega tendencia del siglo XXI.

Esto nos exige a desarrollar las competencias, capacidades, conocimientos en los estudiantes para usar la matemática en distintos ámbitos de su vida y aprender durante toda la vida. La incorporación del uso del software GEOGEBRA como un programa informático en el proceso de enseñanza y aprendizaje se convierte en un recurso importante. Muchos docentes de las Instituciones Educativas desconocen dicho programa y en especial algunos docentes de la Institución Educativa José De la Torre Ugarte.

En el sistema educativo nacional y en especial en el ámbito de la Institución Educativa José De La Torre Ugarte se requiere de una herramienta para desarrollar las nuevas formas de enseñanza-aprendizaje e innovación matemática con el apoyo de las tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC).

Frente esta realidad, el director de la Institución Educativa 0085, José De la Torre Ugarte y los docentes del área de matemática del quinto grado de educación secundaria son las personas responsables de la mejora continua del proceso de enseñanza de aprendizaje del área de matemática frente a los retos y desafíos de la mega tendencia del siglo XXI.

Por lo tanto, hemos creído conveniente desarrollar esta investigación denominada: Influencia del software GEOGEBRA en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa José De la Torre Ugarte, El Agustino – 2015.

El trabajo de investigación consta de cinco capítulos: El capítulo I aborda el planteamiento del problema donde se expone su determinación y formulación, para pasar luego a la formulación de objetivo, la importancia y limitaciones de la investigación. El capítulo II, se presenta el marco teórico que corresponde a los antecedentes del estudio, las bases teóricas y la definición de términos básicos. El capítulo III contiene la hipótesis general y tres hipótesis específicas, dos variables: la aplicación del software GEOGEBRA y el aprendizaje de la geometría analítica, y operacionalización de variables. El capítulo IV presenta la metodología que contiene: el enfoque, tipo, diseño de la investigación como también la población y muestra, técnicas e instrumentos de recolección de información, tratamiento estadístico y su procedimiento correspondientes. El capítulo V presenta los resultados de la investigación abordando la validez y confiabilidad de los instrumentos, presentación y análisis de los resultados, y la discusión de resultados, que confirma la hipótesis general de que la aplicación del software GEOGEBRA influye significativamente en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José De la Torre Ugarte 0085, El Agustino, 2015.

Finalmente, se precisan las conclusiones, recomendaciones, referencias y los apéndices: matriz de consistencia, instrumentos de pretest, instrumentos de postest, módulo de geometría analítica con GEOGEBRA, propuesta pedagógica y diseño de opinión de expertos del instrumento de investigación.

Capítulo I. Planteamiento del problema

Introducción

Plantear el problema de investigación significa “enunciar el problema y formular el problema”. Según (Bernal; 2006, pp. 84-85). Es decir, describir el estado actual de la situación problema y se plantea mediante la formulación de preguntas orientadas a dar respuesta al problema de la investigación.

El problema de investigación fue planteado mediante un problema general. ¿Cómo influye la aplicación del software GEOGEBRA en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085, El Agustino - 2015?, y tres problemas específicos.

El planteamiento del problema de la investigación comprende los siguientes componentes:

1. Determinación del problema
2. Formulación del problema
3. Objetivos: generales y específicos
4. Importancia y alcance de la investigación
5. Limitaciones de la investigación

1.1 Determinación del problema

Actualmente las tecnologías de la información y la comunicación forman parte de los diferentes estratos de la sociedad, desde el sector productivo, económico, científico, cultural y el educativo. La incorporación de las tecnologías en la educación es un llamado que hace la sociedad y la necesidad del uso de la información es cada vez mayor y la matemática está presente en diversos espacios de la actividad humana.

El uso de la matemática nos permite entender el mundo que nos rodea. Es un eje fundamental en el desarrollo de las sociedades y la base para el progreso de la ciencia y la tecnología, y es el medio principal para establecer relaciones de funcionalidad matemática con la realidad cotidiana. (MED, 2015, pp.8-11).

Lograr la competencia matemática mediante el desarrollo de capacidades, conocimientos y actitudes representa un gran desafío, de un lado, debido a los bajos resultados que se tienen y respecto a los cuales es muy poco lo que se ha podido avanzar.

El Perú tiene un problema de calidad educativa, si consideramos los niveles de aprendizaje como un valor indicativo. El país ha participado en dos evaluaciones internacionales de logros del aprendizaje: Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA) y el Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE).

Como también, (PISA 2015), competencias evaluadas: Lectura, Matemática, Ciencia, Educación financiera y Resolución de problemas colaborativos. Países participantes: 73 (de América Latina participaron Argentina, Brasil, Chile, Colombia, Costa Rica, México, República Dominicana, Trinidad y Tobago y Perú). Del resultado de la evaluación, no se precisan los datos oficiales.

PISA (2012). Competencias a evaluar: Lectura, Matemática y Ciencia. Las pruebas presentaron mayor cantidad de preguntas de la competencia matemática. Perú no solo obtuvo puntajes muy lejanos a este promedio, sino que ocupó el último lugar en todas las categorías: Matemática, lectura y ciencias/368, 373 y 384 fueron las notas que obtuvo, todas superadas por los otros 64 países participantes de la evaluación. Según Diario El Comercio del 3 de diciembre del 2013.Los niveles alcanzados por los estudiantes peruanos en el desempeño de la matemática fueron: $Nivel_1$=27,6%; $Nivel_2$ =16,1%; $Nivel_3$ =6,7%; $Nivel_4$ =2,1%; $Nivel_5$=0,5% y $Nivel_6$= 0,0% respectivamente. Según informe pedagógico de resultados PISA 2012 en matemática. (Minedu, 2015).

TERCE (2013). Evaluó a los estudiantes de tercero y sexto grado de primaria. Los estudiantes de tercer grado rindieron pruebas de Lectura y Matemática. Por su parte, los estudiantes de sexto grado fueron evaluados en Lectura, Matemática y Ciencias. Los niveles de desempeño de los estudiantes del Perú fueron 8,9% y 7,2% del nivel 4 respectivamente.

En las evaluaciones nacionales, la ECE 2015 evaluó a estudiantes de segundo grado de primaria y segundo grado de secundaria en Lectura y Matemática. Las pruebas de esta evaluación fueron aplicadas en formato de lápiz y papel. Los resultados nacionales de estudiantes de segundo de secundaria en área de matemática fueron presentado por niveles de logro: nivel previo al inicio 37,6%; en inicio 40,2%; en proceso 12,7% y satisfactorio 9,5%. Según resultados de la evaluación censal de estudiantes 2015 (ECE, 2015)

Por otro lado, porque se trata de competencias y capacidades reconocidas mundialmente como cruciales para aprovechar las oportunidades de la mega tendencia del siglo XXI. Esta situación nos exige desarrollar capacidades, conocimientos y actitudes en los estudiantes para usar la matemática en distintos ámbitos de su vida y aprender durante toda la vida.

La incorporación del uso del Software GEOGEBRA como un programa informático en el proceso de enseñanza y aprendizaje se convierte en un recurso importante. Muchos docentes de las Instituciones Educativas desconocen dicho programa y en especial algunos docentes de la Institución Educativa José De la Torre Ugarte.

Según, el diagnóstico educacional de la Institución Educativa 0085, José De la Torre Ugarte, UGEL 05 del distrito El Agustino es el bajo rendimiento académico de los estudiantes en áreas de comunicación y matemática, tal como se expresa en el Proyecto Educativo Institucional para el periodo 2011- 2016. Como también se registran en las actas y registros de evaluación de los estudiantes del quinto grado del área de Matemática, más del 50 % de los estudiantes han desaprobado y las calificaciones de quienes aprobaron están entre 11 y 14. Muy pocos o ninguno logran calificaciones de 15 o 16. Promedio de notas logradas en el año 2014 evidencian el bajo rendimiento académico de los estudiantes.

Algunos docentes no utilizan adecuadamente las estrategias para el aprendizaje en los estudiantes. Otros tienen una actitud de rechazo al cambio, a la utilización de materiales educativos y el uso de las tecnologías de información y de comunicación como herramientas en el proceso enseñanza – aprendizaje.

En el ámbito de la Institución Educativa José De La Torre Ugarte se requiere de una herramienta para desarrollar las nuevas formas de enseñanza-aprendizaje e innovación matemática con el apoyo de las tecnologías de la información y las comunicaciones , que permite desarrollar la matemática a los estudiantes para describir, comprender y actuar en contexto particular. Frente esta realidad, el director de la Institución Educativa José De la

Torre Ugarte y los docentes son las personas responsables de la mejora continua del proceso de enseñanza de aprendizaje de matemática.

1.2 Formulación del problema

Según (Bernal; 2006, p.87). La formulación de un problema de investigación implica elaborar dos niveles de preguntas. La pregunta general es la esencia del problema y, por lo tanto, es el título de estudio. Las preguntas específicas son subpreguntas de la pregunta general. El problema de investigación es planteado mediante un problema general y tres problemas específicos**.**

1.2.1 Problema general

P_G: ¿Cómo influye la aplicación del software GEOGEBRA en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085, El Agustino - 2015?

1.2.2 Problemas específicos

PE_1. ¿Cómo influye la aplicación del software GEOGEBRA en el aprendizaje de la capacidad de razonamiento y demostración de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085, El Agustino - 2015?

PE_2. ¿Cómo influye la aplicación del software GEOGEBRA en el aprendizaje de la capacidad de comunicación matemática de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085, El Agustino - 2015?

PE3. ¿Cómo influye la aplicación del software GEOGEBRA en el aprendizaje de la capacidad de resolución de problemas de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085, El Agustino - 2015?

1.3 Objetivos

Según los autores Naupas, et al. (2013, p. 161) en un trabajo de investigación, "los objetivos son los resultados que se espera alcanzar". Se define mediante proposiciones de carácter prescriptivo.

1.3.1 Objetivo general

OG. Determinar si la aplicación del software GEOGEBRA influye en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085, El Agustino – 2015.

1.3.2 Objetivos específicos

OE1. Determinar si la aplicación del software GEOGEBRA influye en el aprendizaje de la capacidad de razonamiento y demostración de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085, El Agustino – 2015.

OE2. Determinar si la aplicación del software GEOGEBRA influye en el aprendizaje de la capacidad de comunicación matemática de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085, El Agustino – 2015.

OE3. Determinar la aplicación del software GEOGEBRA influye en el aprendizaje de la capacidad de resolución de problemas de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085, El Agustino – 2015.

1.4 Importancia y alcances de la investigación

Es importante, porque con la investigación se contribuye a la resolución de los problemas de aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de secundaria mediante el uso del software matemático GEOGEBRA como medio o material educativo que permite realizar construcción y exploración de figuras geométricas en 2D de forma interactiva, de manera que se pueden manipular las construcciones realizadas para formular conjeturas y comprobarla.

El proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría analítica centrado en la resolución de problemas mediante el uso de software Matemático GEOGEBRA, es la actividad interactiva y es el medio principal para establecer relaciones de la funcionalidad matemática con la realidad cotidiana.

Con el presente trabajo de investigación se ha logrado cambios pedagógicos y metodológicos muy significativos, pero sobre todo rompe con la tradicional manera de entender cómo es que se aprende la matemática. De esa manera se ha contribuido a lograr un aprendizaje significativo y se elevó el nivel del rendimiento académico de los estudiantes.

También el trabajo de investigación ha determinado que la aplicación del software matemático GEOGEBRA influye en el aprendizaje de la geometría analítica, en los estudiantes de quinto grado de nivel secundario, pudiendo extrapolarse a otras modalidades y niveles educativos. Se trata de un excelente programa diseñado para construir geometría en dos dimensiones, y tres dimensiones porque permite construir objetos geométricos, visualizarlos de forma dinámica, manipularlos, transformarlos, realizar mediciones de forma sencilla e intuitiva y fácil de utilizar por los estudiantes.

1.5 Limitaciones de la investigación

La presente investigación se limita solamente al aprendizaje de la geometría analítica con la aplicación de software matemático GEOGEBRA, abordando los conocimientos de la geometría analítica en 2D como construcciones de rectas en el sistema de coordenadas cartesianas, ecuaciones de la recta. Secciones cónicas como la circunferencia, parábola, elipse y las ecuaciones correspondientes de los estudiantes de quinto grado, nivel secundario de la Institución Educativa 0085, José De la Torre Ugarte de la UGEL 05, El Agustino.

Los avances de la ciencia y tecnología de la informática hacen que los resultados de la investigación tengan un alcance a corto plazo, puesto que se modifican permanentemente los programas informáticos de la matemática y aparecen nuevas generaciones de computadoras.

1.6 Resumen

En el planteamiento del problema de la investigación cuyo propósito fue establecer las preguntas de investigación, objetivos, importancia y alcance de la investigación, limitaciones de la investigación sobre influencia de la aplicación del software GEOGEBRA en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085, El Agustino – 2015.

El planteamiento del problema como la fase más importante de todo el proceso de investigación ha considerado los siguientes criterios: Delimitación del problema, relación entre variables, formular como pregunta y tratar un problema observable o medible para objetos de estudio de la investigación.

Capítulo II. Marco teórico

Introducción

El marco teórico es la "fundamentación teórica dentro de la cual se enmarcará la investigación que va a realizarse". Según (Bernal; 2006, pp. 124.128). Es decir, es una presentación de principales escuelas, enfoques o teorías existentes, estudio con alto nivel de conocimiento, los instrumentos utilizados y otros aspectos pertinentes y relevantes sobre el objeto de estudio de la investigación.

El marco teórico de la investigación ha sido planteado relacionado la variable independiente con la variable dependiente sobre la influencia de aplicación del software GEOGEBRA en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes de quinto grado.

La elaboración del marco teórico través de la revisión de la literatura y la construcción de una perspectiva teórica para explicar el fenómeno, predecir el fenómeno y sistematizar el conocimiento; teniendo en cuenta la capacidad de descripción, explicación y predicción, consistencia lógica e innovación consta los siguientes componentes: antecedentes de la investigación, bases teórica de las variables, propuesta pedagógica y definición de términos.

2.1 Antecedentes de la investigación

2.1.1 Investigaciones nacionales

Se ha revisado diversas investigaciones sobre estudios similares o afines realizados en las diferentes universidades del Perú sobre la aplicación de software GEOGEBRA en el aprendizaje de la geometría analítica y la importancia de la tecnología de información y de comunicación (TIC) en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes.

Carpio (2012, p.185), Tesis titulado *Aplicación del software matemático heurístico en el nivel de aprendizaje de la matemática en estudiantes de la especialidad de computación e informática de una institución superior pública-Arequipa 2008*. Para optar al grado académico de Doctor en Ciencias de la Educación. EPG-UNE- La Molina.

Su objetivo fue determinar el efecto de la aplicación de software matemático heurístico en el nivel de aprendizaje de la asignatura de Matemática II con alumnos de Computación e Informática del Instituto Suprior de Educación Pública Honorio Delgado Espinoza.

La muestra estuvo constituida por los alumnos de la especialidad de Computación e Informática, un grupo de control de 40 alumnos y el otro grupo experimental de 40 alumnos, los mismos que han sido considerados características similares e iguales condiciones de estudio.

La investigación es de tipo tecnológica y concluye: Que el uso software matemático FEM, motivó en una constante expectativa durante el desarrollo de la clase; se despertó el interés y la atención de los alumnos, lo que llevó superar su rendimiento conceptual, procedimental y actitudinal en sus notas de evaluación.

Bello (2013, pp.39-114), en su trabajo de investigación titulado *Mediación del software GEOGEBRA en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de educación secundaria*. Tesis para optar al grado académico de Magíster en la Enseñanza de la Matemática. EPG, Pontificia Universidad católica del Perú.

Su objetivo fue diseñar una propuesta de actividades mediadas por el software GEOGEBRA que favorece el aprendizaje de la Programación Lineal y que permita a los alumnos transitar entre los Registros de Representación verbal, algebraica y gráfico al resolver problemas contextualizados en alumnos de quinto grado de educación secundaria. La muestra estuvo constituida por seis estudiantes de quinto grado de secundaria, los mismos que han sido considerados características similares e iguales condiciones de estudio. La investigación es de tipo tecnológica y concluye:

1. Los alumnos mostraron haber desarrollado destrezas y habilidades en el uso y manejo del software GEOGEBRA usando apropiadamente los comandos y los códigos.

2. La mediación de GEOGEBRA influye el aprendizaje de programación lineal porque facilita el diseño de estrategias de solución a problemas propuestos.

León (2012, pp. 31-36), en su trabajo de investigación titulado *Uso de tecnologías de información y comunicación en estudiantes del VII ciclo de dos instituciones educativas del Callao.* Tesis para optar el grado académico de Maestro en Educación, Mención en Aprendizaje y Desarrollo Humano, EPG, Universidad San Ignacio de Loyola.

Su objetivo fue comparar el nivel de uso de las tecnologías de la información y comunicación (TIC) en estudiantes del VII ciclo de dos Instituciones Educativas con aula de innovación pedagógica implementada y no implementada en la Región Callao. El tipo de investigación es descriptiva comparativa, la muestra fue probabilística, conformada por 418 estudiantes. El instrumento fue el cuestionario de desarrollo de capacidades TIC.

Los resultados determinaron que existen diferencias significativas en el uso de las tecnologías en sus tres dimensiones: adquisición de información, trabajo en equipo y capacidad de estrategias de aprendizaje. El uso de las tecnologías de la información y comunicación en estrategias de aprendizaje, se encontró diferencias significativas, observándose mayor uso en los estudiantes de la I.E. A -AIP implementada, en relación a los estudiantes de la I.E. B -AIP no implementada.

Gutiérrez (2007, p.141), en su trabajo de investigación titulado *Aplicación del software educativo y su contribución en el desarrollo de la capacidad para la resolución de problemas en la enseñanza de la Matemática de la institución educativa de mujeres "Edelmira del Pando" UGEL 06-Vitarte-2007*. Tesis para optar al grado académico de Magíster en Ciencias de la Educación, EPG, UNE, La Molina-Perú.

Su objetivo fue implementar la aplicación de software educativo en la enseñanza de la matemática para mejorar la capacidad de resolución de problemas en las alumnas de 3° año de la Institución Educativa Edelmira del Pando, UGEL 06-Vitarte. La investigación es de tipo descriptivo-correlacional, la muestra fue no probabilística, trabajó con dos secciones de 29 estudiantes cada sección, turno tarde, el mismo nivel escolar. La investigación presenta las siguientes conclusiones:

1) Que el uso de software educativo permite mejorar el nivel del desarrollo de la capacidad para resolver problemas matemáticos.

2) La aplicación del software educativo en la resolución de problemas matemáticos en el tercer año de educación secundaria resultó ser muy efectivo, puesto que las estudiantes tienen mayor ámbito de exploración y pueden retroalimentar su aprendizaje con ejercicios propuestos y resueltos.

2.1.2 Investigaciones internacionales

En el contexto internacional, encontramos trabajos similares sobre la aplicación de la tecnología de información y comunicación, el uso del software GEOGEBRA para analizar y graficar las ecuaciones de la recta, y las cónicas. Ahora vamos hacer referencia algunos estudios realizados que se ocupan de las variables de la presente investigación:

García (2011, pp. 15-215-507), en su trabajo de investigación titulado *Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir GEOGEBRA en el aula*. Tesis para optar al grado académico de Doctor. Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Almería, España.

Su objetivo fue diseñar, poner en práctica y evaluar una secuencia de enseñanza-aprendizaje basada en el uso de software GEOGEBRA. Una muestra intencional de 12 estudiantes.

La investigación es de enfoque cuantitativo y cualitativo, presenta las siguientes conclusiones:

1. El software GEOGEBRA, como herramienta eficaz para la resolución de las tareas GG, provocó un mayor gusto, motivación, confianza e implicación en matemáticas; es decir, una transformación positiva de sus actitudes hacia las matemáticas.

2. El software GEOGEBRA, como herramienta adecuada para la resolución de problemas, contribuyó a que mejorasen sus actitudes hacia las matemáticas, exhibiendo gusto, implicación y autoconfianza en matemáticas.

Bonilla (2013, pp. 19-153), en su trabajo de investigación titulado *Influencia del uso del programa GEOGEBRA en el rendimiento académico en geometría analítica plana, de los estudiantes del tercer año de bachillerato, especialidad físico matemática, del colegio*

Marco Salas Yépez de la ciudad de quito, en el año lectivo 2012-2013. Tesis para optar al grado académico de Licenciatura. Universidad Central del Ecuador.

Su objetivo fue determinar la influencia del uso del programa GEOGEBRA en el rendimiento académico en Geometría Analítica Plana de los estudiantes del tercer año de bachillerato especialidad Físico Matemático del Colegio Marco Salas Yépez de la ciudad de Quito durante el año lectivo 2012- 2013.

De diseño cuasi experimental, con una muestra intencional de 21 estudiantes del grupo experimental y 15 estudiantes del grupo de control.

La Investigación concluye: El uso del Programa GEOGEBRA influye significativamente en el rendimiento académico en Geometría Analítica Plana de los estudiantes del tercer año de bachillerato especialidad Físico – Matemática, del grupo cuasi experimental con relación al grupo de control.

Castellanos (2010, p. 124), en su trabajo de investigación titulado *Visualización y razonamiento en la construcciones geométricas utilizando el software GEOGEBRA con alumnos de II de magisterio de la E.N.M.P.N*. Tesis para optar al grado académico de Magíster en Matemática Educativa, Dirección de Postgrado de la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, Honduras.

Su objetivo fue identificar las habilidades visuales que poseen los alumnos de segundo de magisterio de la E.N.M.P.N. al momento de utilizar software GEOGEBRA. Esta investigación es de enfoque cualitativo de corte exploratorio, sobre cómo visualizan y razonan geométricamente en las construcciones geométricas utilizando el software GEOGEBRA con una muestra intencional de 12 estudiantes del segundo de magisterio.

La Investigación concluye: que la utilización del GEOGEBRA presenta distintas potencialidades que favorecen el proceso de enseñanza y aprendizaje, debido a que los estudiantes pueden realizar fácilmente las construcciones geométricas utilizando un lenguaje apropiado y muy próximo a las construcciones que se hacen con lápiz y papel, de igual forma minimiza el tiempo de trabajo que se puede dar a una construcción geométrica.

Peña (2010, pp. 10-432-538), en su trabajo de investigación titulado *Enseñanza de la geometría con tic en educación secundaria obligatoria*. Tesis para optar al grado académico de Doctor en la Facultad de Educación de la Universidad Nacional de Educación a Distancia, Madrid-España.

Su objetivo fue analizar las posibilidades de las TIC en el desarrollo de actividades para apoyar y mejorar la enseñanza de la Geometría en Educación Secundaria Obligatoria. La metodología empleada combina los dos modelos de investigación: el cuantitativo con la técnica de la encuesta y uso de instrumentos como los cuestionarios y las pruebas de comprobación de rendimiento escolar -pruebas de respuesta libre; y el cualitativo con las entrevistas al profesorado y con la técnica directa de la observación participante en las clases de Geometría, que usa como instrumento las fichas de observación.

Se desarrolló con una muestra probabilística de 264 estudiantes, de los cuales 130 han utilizado las TIC y 134 no han utilizado TIC cuando han aprendido Geometría.

La investigación concluye:

1. Las TIC deben incorporarse a las Matemáticas en un porcentaje adecuado que sea fruto de la reflexión, adecuado a las necesidades de los estudiantes y a las posibilidades del centro y del profesorado.

2. Las TIC en Geometría es un poderoso elemento de motivación para el estudiante.

2.2 Bases teóricas

2.2.1 Uso del software matemático GEOGEBRA

2.2.1.1 Tecnologías de información y de comunicación en el aprendizaje de la matemática

Según Unesco (2004, p. 14), los sistemas educativos de todo el mundo se enfrentan actualmente al desafío de utilizar las nuevas tecnologías de la información y la comunicación (TIC) para proveer a sus estudiantes con las herramientas y conocimientos necesarios para el siglo XXI. Los docentes deben poseer las habilidades y conocimientos necesarios para ayudar a los estudiantes a alcanzar altos niveles académicos mediante el uso de los nuevos recursos y herramientas digitales. Las nuevas generaciones están ingresando a un mundo que atraviesa importantes cambios en todas las esferas: científica y tecnológica, política, económica, social y cultural.

La incorporación de las tecnologías en la educación es un llamado que hace la sociedad y surge de la necesidad cada vez mayor del uso de la información. Las ventajas del uso de las TIC en el Sistema Educativo consideran Castro, Guzmán y Casado (2007, p. 9) tres grandes sistemas de información y comunicación conforman las TIC un espacio en el ámbito educativo mundial: el video, la informática y las telecomunicaciones que unidas con un solo fin son herramientas valiosas para la materialización del conocimiento que adquirirá el educando. Según el NCTM (2000, pp.26-28), La tecnología es fundamental en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; influye en las matemáticas que se enseñan y enriquece su aprendizaje. Las calculadoras, las computadoras, software matemático, son herramientas esenciales para enseñar, aprender y hacer matemáticas, facilitan la organización, análisis de datos y hacen cálculos con eficiencia y exactitud.

La tecnología puede ayudar a los estudiantes a prender matemáticas, uso eficaz de la tecnología en la enseñanza de la matemática depende del profesor, la tecnología no solo influye en cómo se enseñan y aprende las matemáticas, sino que también afecta a qué se enseña y a cuándo un tema en el currículo. Por lo expuesto, concluye:

- La tecnología enriquece el aprendizaje de las matemáticas.
- La tecnología apoya la enseñanza eficaz de las matemáticas
- La tecnología influye en qué matemáticas de enseñan.

La incorporación de las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC) a los procesos de enseñanza y aprendizaje. Según Badilla y Chacón (2004) y Vicario (2009), quienes se basan en los desarrollos de Papert (1993, 1995), citado por Castellaro, M. (2012, p.12) a través del aprendizaje mediado por tecnologías el estudiante posee un rol mucho más activo que en la didáctica tradicional, ya que ensayar, errar y corregir el error genera las condiciones de posibilidad para crear, aprender y comunicar, lo cual permite ampliar las actividades colaborativas de aprendizaje a entornos virtuales. La utilización de las tecnologías de Información y comunicación otorga al estudiante un rol activo en la construcción de conocimientos en el aprendizaje de la matemática y el rol del docente como un tutor en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Según el MED, (2007, p.6-7) el aprendizaje de la Matemática utilizando las nuevas tecnologías influye en el aspecto didáctico de la enseñanza. “El uso de la tecnología tiene la potencialidad de modernizar nuestras aulas y hacer que la Matemática sea más pertinente e interesante para nuestros estudiantes”.

Las ventajas que aportan las TIC en la enseñanza del área de Matemática, consideran:

- El estudiante interactúa con objetos matemáticos de forma simple y natural, lo que favorece su autonomía en el aprendizaje,
- Facilidad para representar gráficamente y de forma dinámica los conceptos y procedimientos matemáticos.
- Se facilita la construcción de objetos matemáticos, la conjetura de hipótesis, la comprobación de propiedades, y la simulación y descubrimiento de regularidades.
- El uso de software matemático permite combinar los datos de forma numérica, simbólica y gráfica, tratando a la Matemática de manera global.

Las desventajas del uso de la tecnología de información y de comunicación en el aprendizaje de la matemática, se consideran:

- Poco conocimiento y dominio de informática básica.
- Acceso discriminatorio a sus servicios, sólo donde hay fluido eléctrico y centros de cómputo.
- Insuficiente actualización de los docentes en TIC e instituciones educativas con pobre infraestructura.

2.2.1.2 Software matemático GEOGEBRA.

GEOGEBRA es un software de geometría dinámica aplicado en todos los niveles de educación y dirigido tanto para profesores como para estudiantes que reúne geometría, álgebra, hoja de cálculo, gráficos, estadística y cálculo en un solo programa fácil de usar. Se ha convertido en el proveedor líder de software de matemática dinámica, apoyando la educación en ciencias, tecnología, ingeniería y matemática y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje en todo el mundo.

Es un sistema de geometría dinámica. Permite realizar construcciones tanto con puntos, vectores, rectas, secciones cónicas como con funciones que a posterior pueden modificarse dinámicamente, según Hohenwarter, M. Hohenwarter, J. (2009).

Para Pina (2011, p.4). GEOGEBRA es un software libre de matemática para educación en todos sus niveles disponible en múltiples plataformas. Ofrece representaciones diversas de los objetos desde cada una de sus posibles perspectivas: vistas gráficas, algebraicas, estadísticas y de organización en organización en tablas y planillas y hojas de datos dinámicamente vinculadas.

1. Características del software GEOGEBRA

- Es un software de uso libre para desarrollar matemática dinámica.
- La característica más destacable de GEOGEBRA es la doble percepción de los objetos: cada expresión de la ventana de álgebra se corresponde con un objeto de la zona gráfica y viceversa.
- Es un software de geometría dinámica que facilita la enseñanza y el aprendizaje de Geometría, Aritmética, Álgebra, Análisis, Cálculo, Probabilidad y Estadística.
  - ✓ Dibuja puntos, intersección de dos objetos y punto medio.
  - ✓ Dibuja segmentos, vectores, rectas y semirrectas.
  - ✓ Dibuja circunferencias, arcos, sectores y cónicas.
  - ✓ Traza perpendiculares, paralelas, punto medio, mediatrices, bisectrices y tangentes.
  - ✓ Mide distancias, ángulos, áreas y pendientes.

- ✓ Hace traslaciones, giros, simetría axial, simetría central y homotecias.
- ✓ Halla coordenadas y ecuaciones.
- ✓ Representa curvas en el plano.

- Es un software portátil, porque está realizado en Java 6, por ello, los estudiantes lo pueden grabar en un USB.
- Este software se puede ejecutar en Windows, Mac 0S X, Linux o Solaris.

2. **Zonas de GEOGEBRA**. Al activar el programa de GEOGEBRA, la pantalla presenta divida en seis zonas:

   En la parte superior, se encuentran los Menús y las Herramientas. Los menús constituyen: Archivo, edita, vista, opciones, herramientas, ventana y ayuda.

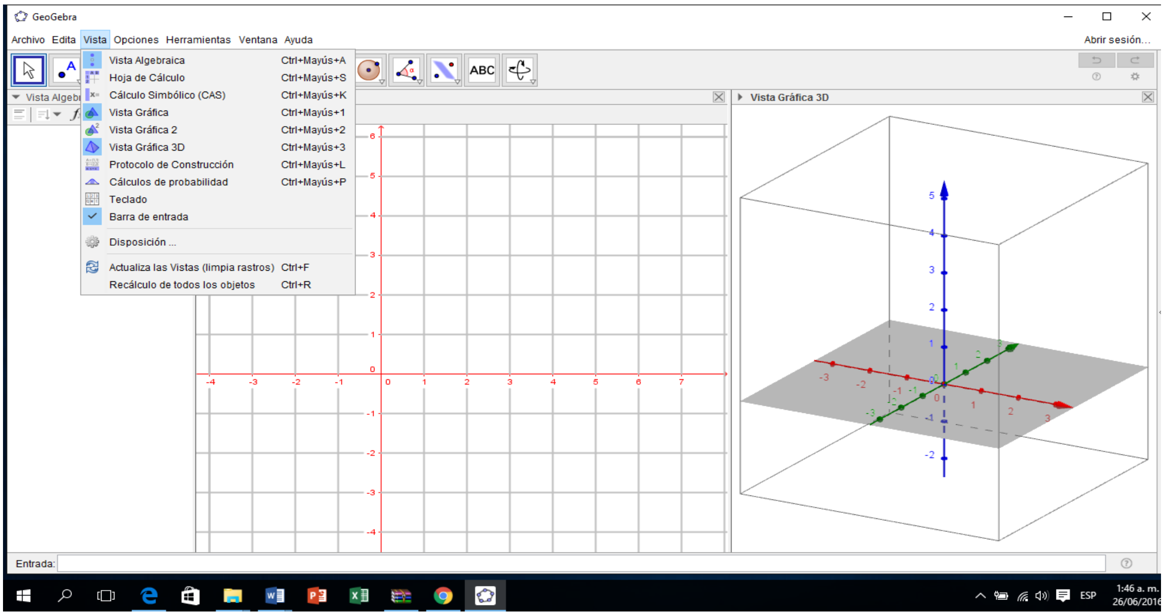


Figura 01. Barras de Menú de GEOGEBRA.
Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

Dentro de la barra de menús. GEOGEBRA ofrece diversas vistas para los objetos matemáticos como la vista algebraica, vista gráfica, vista gráfica 3D, vista CAS, Hoja de cálculo, calculadora de probabilidades.

Según los contenidos matemáticos con los que se desee trabajar, se puede seleccionar una de las apariencias ofrecidas como por ejemplo la apariencia algebraica o la apariencia geométrica. Cada apariencia despliega las vistas y otras componentes de la interfaz que son relevantes para el contenido matemático de interés.

3. **Las herramientas: se** distribuyen en doce botones**.** Para utilizar GEOGEBRA lo más común es utilizar la barra de herramientas, cada uno de los botones que aparecen allí poseen un pequeño triángulo al lado (ver figura) con el cual se despliega un menú de herramientas.

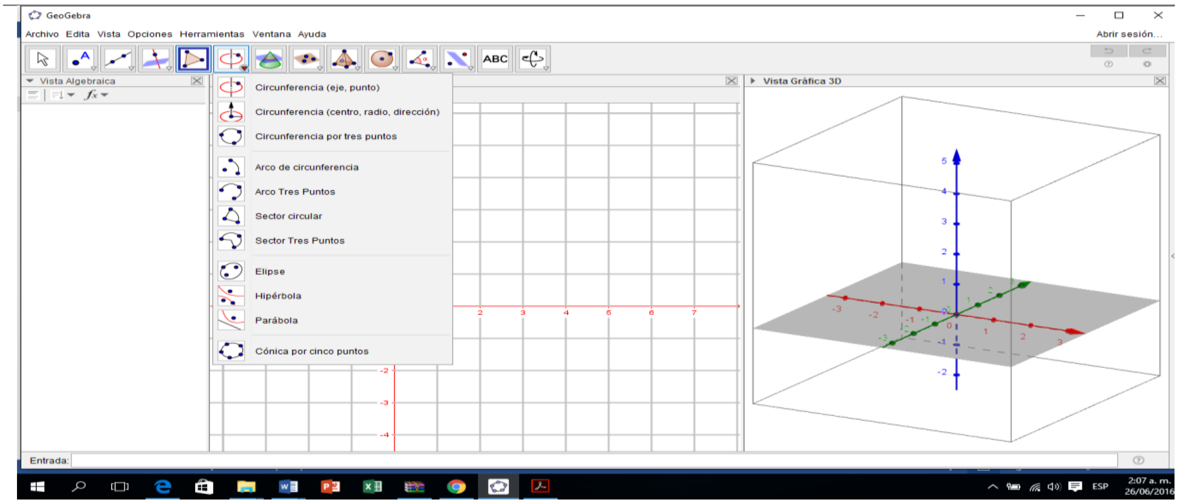


Figura 02. Barras de Herramientas de GEOGEBRA.
Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

En la parte central, la Vista Algebraica a la izquierda, la gran Vista gráfica en 2D y 3D central y la Hoja de cálculo a la derecha: oculta por defecto.

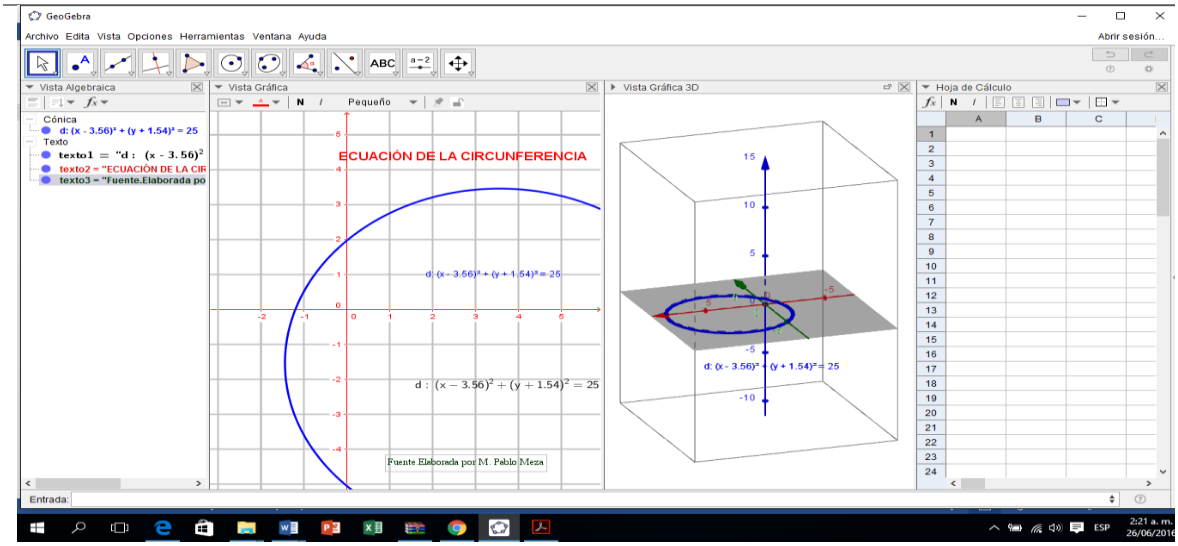


Figura 03. Vista algebraica, 2D, 3D y hoja de cálculo de GEOGEBRA.
Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

En la parte inferior, la barra de Entrada de teclado (comandos y operaciones de ingreso directo), el botón de Ayuda a la Entrada, el campo de Entrada y tres listas desplegables con operadores y funciones, letras griegas y comandos.

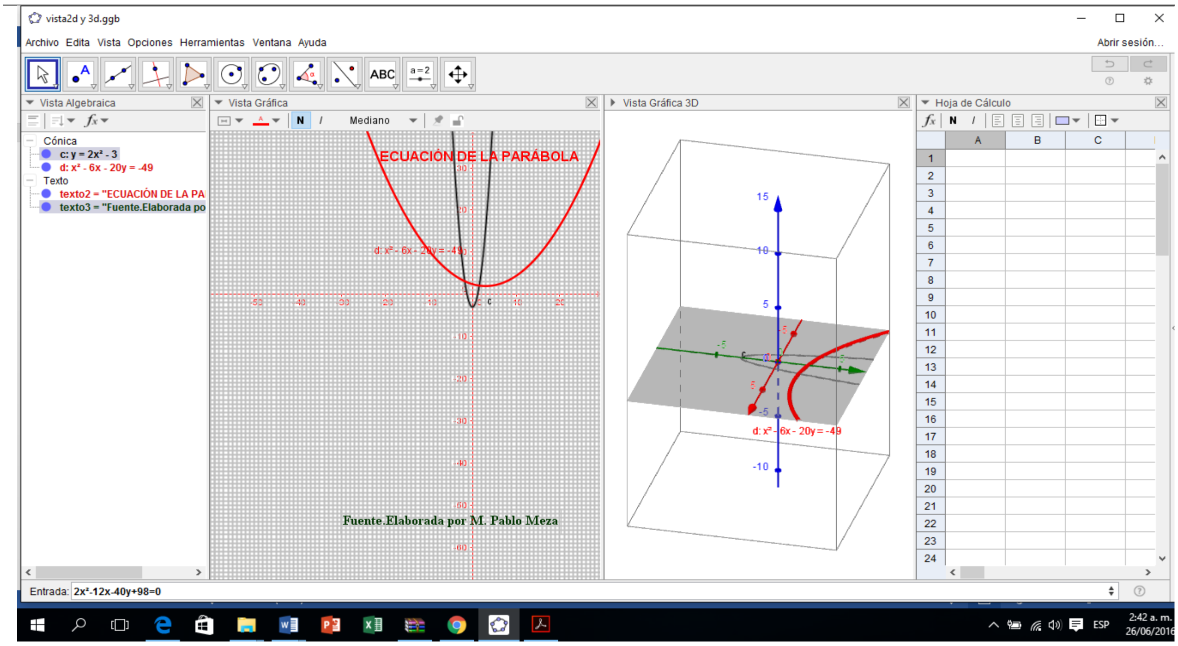


Figura 04. Barra de entrada algebraica de GEOGEBRA.
Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

Para fines de nuestra investigación utilizaremos la versión de GEOGEBRA 5-0-122-0 que permite visualizar en la pantalla de GEOGEBRA los conceptos matemáticos escritos de forma algebraica y representarlos simultáneamente en forma gráfica en 2D y 3D.

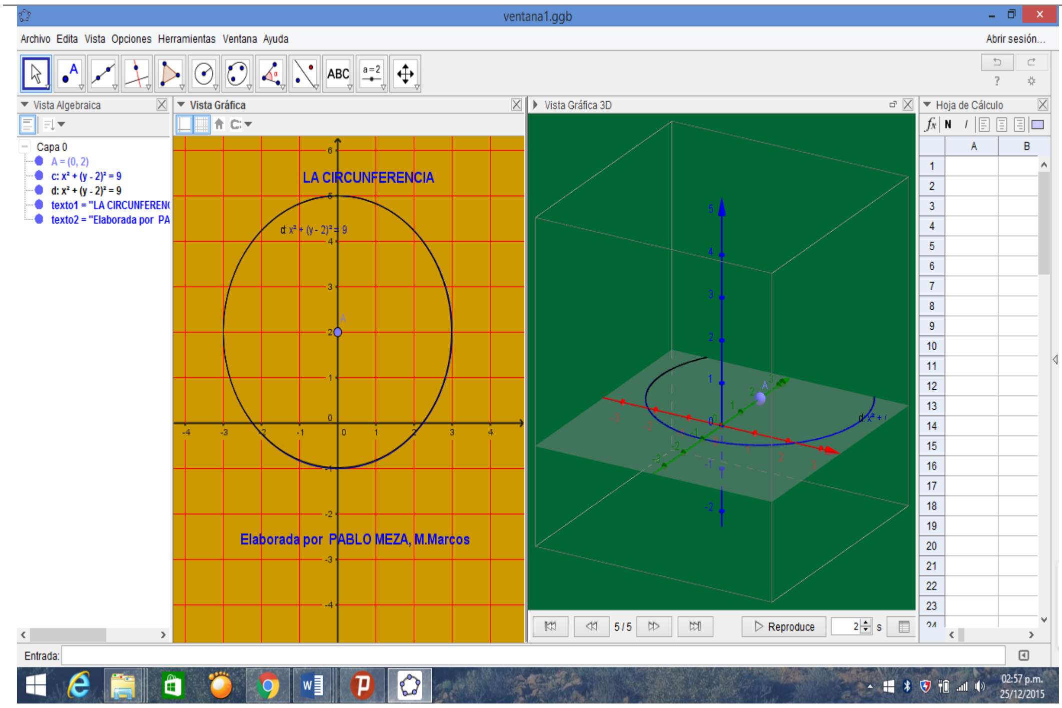


Figura 05. Ventana principal de GEOGEBRA.
Fuente: Elaboración Propia.

La principal ventaja de este tipo de diseño es que el ambiente virtual creado se convierte en una oportunidad para que el profesor pueda crear situaciones problemáticas de las cuales pueda surgir el nuevo conocimiento deseado. Es decir, es un entorno informático que actúa como cuaderno de trabajo interactivo para el aprendizaje de la Geometría, con ayuda de la computadora, en lugar del papel, regla y compás; con la consciente racionalización de tiempo y de recursos.

Lo más importante de GEOGEBRA es la interactividad; una vez construida una figura se puede mover cualquiera de los objetos independientes que la forman y automáticamente se modifican todos los que dependen de él. Una vez realizada una figura con GEOGEBRA existe la posibilidad de exportarla como HTML que permite crear el applet correspondiente automáticamente, según Pina, J. (2011, p.3).

4. Instalación y activación del software GEOGEBRA

a. Requerimientos técnicos

Tamaño: 5.39MB

Web: http://www.cabri.com/

Sistema Microsoft Windows: Windows 98, (Internet Explorer 5 o más reciente), ME, NT4, 2000, XP y Vista. Configuración mínima para PC: procesador a 800 MHz o más, memoria RAM de 256 Mb o superior, tarjeta gráfica compatible Open GL con 64 Mb o más de RAM.

b. Instalación

Usa la multiplataforma de Java, lo que garantiza su portabilidad a sistemas de:

Sistemas Windows. GEOGEBRA se puede instalar en Windows de estas dos maneras:

a. **Empleando el instalador**: de descarga habitual para Windows (recomendado)
b. **Como versión portable de Windows**: se ejecuta sin instalación, desde un dispositivo. USB

La actualización de los instaladores será automática tras cada lanzamiento.

Sistemas Linux

Están disponibles los siguientes instaladores de GEOGEBRA:

a. 64 bit / 32 bit para .deb basado en sistemas: Debian, Ubuntu

b. 64 bit / de 32 bit para .rpm basado en sistemas: Red Hat, open SUSE

c. Portable Linux / conjunto Portable para 64 y 32 bit de sistemas Linux

Los instaladores .deb y .rpm se añadirán automáticamente del repositorio oficial de GEOGEBRA al sistema integrado de gestión en la estación de trabajo.

De este modo se procederá a una actualización automática de GEOGEBRA tras cada lanzamiento de una nueva versión.

Sistemas Solaris o Mac OS X.

GEOGEBRA se puede instalar en Mac OS X de tres maneras:

1. Vía la GEOGEBRA en la Tienda Mac: Mac App Store. Recomendado Con el integrado .zip de
2. GEOGEBRA Portable para OSX 10.8 o superior.
3. GEOGEBRA Portable flor OSX 10.6 and 10.7. GEOGEBRA Portable para OSX 10.6 y 10.7.

- La actualización de los instaladores de la Tienda Mac (Mac App Store) será automática tras cada lanzamiento.
- La versión Portable no se actualizará automáticamente.
- En cambio, la de la Tienda Mac App (App Store) lo hará en cada ocasión en que se ofrezca una novedad (sea de menor o mayor importancia

5.- GEOGEBRA en la web.

Una característica de GEOGEBRA es la posibilidad de exportar lo generado en dicho programa como archivo HTML para que se ejecute como Java Applet.

Para exporta como página web (HTML). Seguir los siguientes pasos:

1. Para que sea posible subir un archivo a GEOGEBRA, se debe crear previamente una cuenta y/o una contraseña e ingresar con esa identificación.
2. Activar GEOGEBRA/Archivo/abrir /pendiente de la recta.

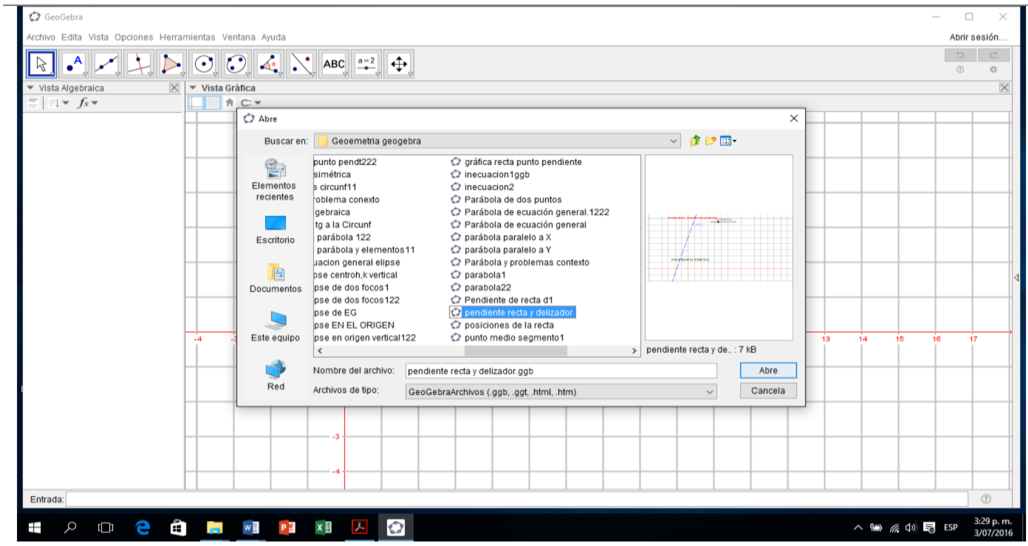


Figura 06. Paso 1: para subir archivo a la web.
Fuente: Elaboración Propia.

3. Archivo /Exportar/hoja dinámica.

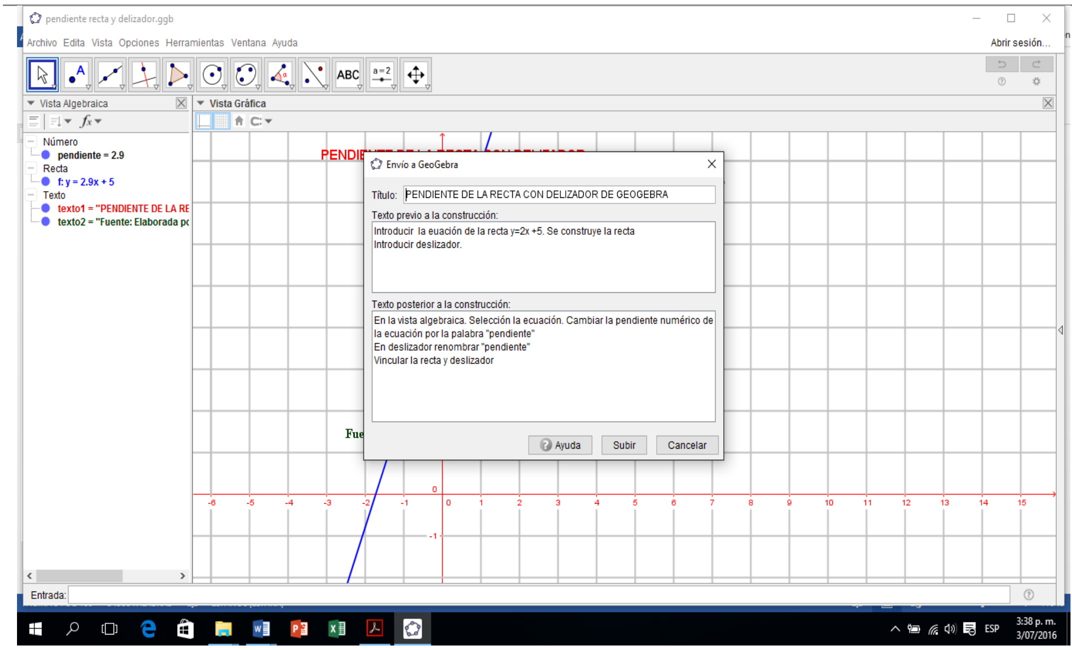


Figura 07. Paso2: para subir archivo a la web.
Elaboración Propia.

4. Subir/guardar/cerrar.

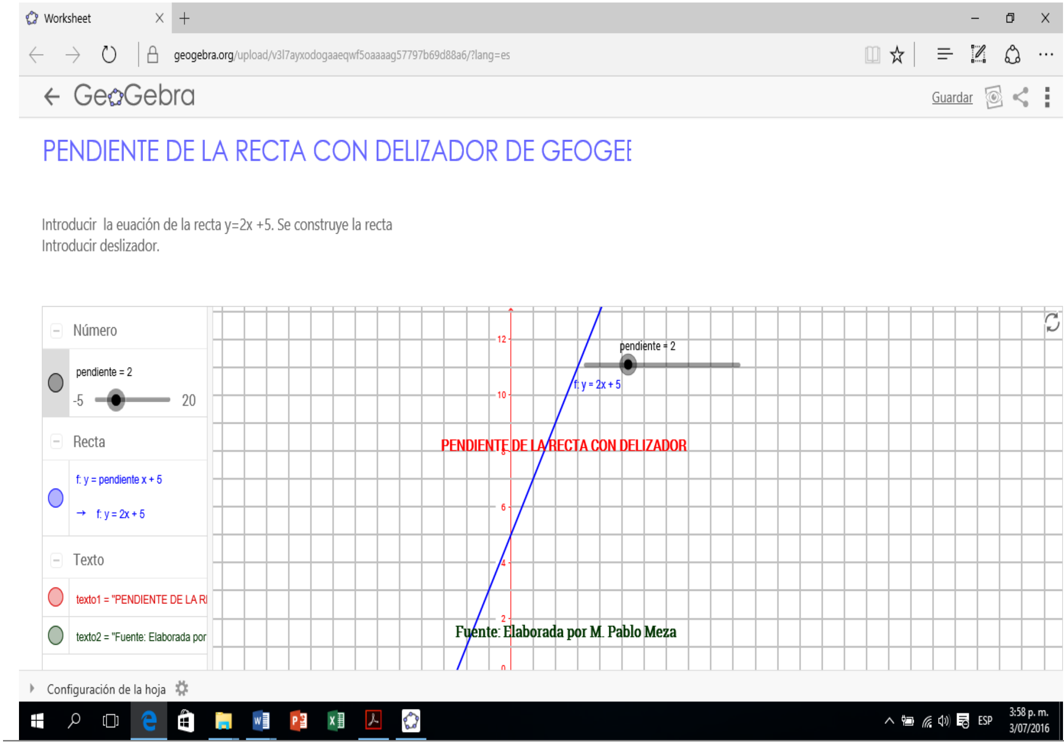


Figura 08. Paso 3: para subir archivo a la web.
Elaboración Propia

2.2.2 Geometría analítica

La geometría analítica es una de las partes de la matemática que tiene por "objeto el estudio de las relaciones entre el álgebra y la geometría euclidiana". Según Figueroa, R. (2006, p.11)

2.2.2.1 Sistema de coordenadas cartesianas.

El sistema coordenado, que caracteriza a la geometría analítica, fue introducido por primera vez en 1637 por el matemático francés Rene Descartes (1596-1650). Por esta razón, la geometría analítica se conoce también con el nombre de Geometría Cartesiana. . Según Lehmann, (2012, p.23-28).y Figueroa, (2006, p.22).

Para ubicar puntos en el plano, usamos un sistema de coordenadas cartesianas:

- Se trazan dos rectas perpendiculares. Una horizontal y la otra vertical. Se denominan ejes coordenadas.
- El eje horizontal es el eje X o eje de las abscisas. El eje vertical es el eje Y o eje de las ordenadas y el plano queda dividido en cuatro cuadrantes.
- El punto en el que se cortan los ejes es el origen de las coordenadas.

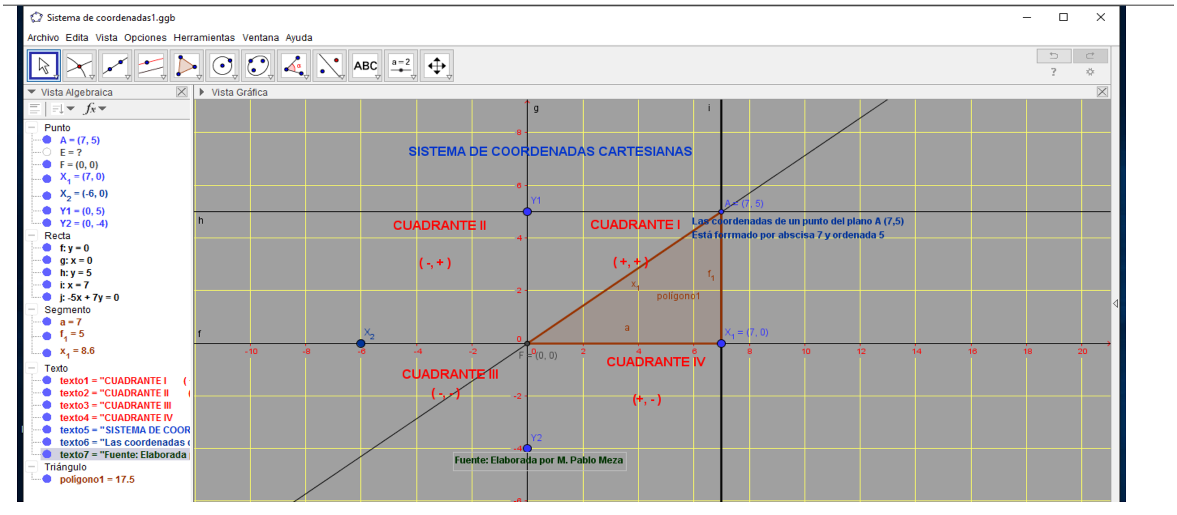


Figura 09. Sistema de coordenadas cartesianas.
Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

Por lo tanto:

Las coordenadas de un punto del plano P(a, b) vienen dadas por un par ordenado de abscisa a y ordenada b.

2.2.2.2 La distancia entre dos puntos cualesquiera del plano cartesiano.

Para Kindle (1974, p.1) la distancia d entre los puntos A(x_1; y_1) y B (x_2; y_2) del plano P es la longitud del segmento de recta que tiene por extremos A y B y se calcula aplicando el Teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo ABC.

- Para calcular la distancia entre dos puntos, no importa el orden en que se tomen los puntos: $d(A,B)=d(BA)$
- La distancia entre dos puntos del plano cartesiano siempre es un número no negativo.

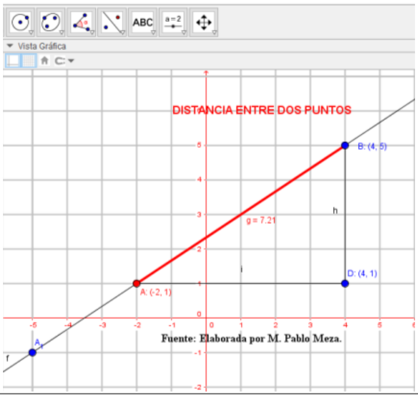
Definiciones fundamentales	Lugar geométrico	Ecuación matemática
▪ Para hallar la distancia entre los puntos A(x_1; y_1) y B (x_2; y_2) del plano P. ▪ Aplicamos el Teorema de Pitágoras en función de las coordenadas de los puntos dados.		▪ La distancia entre los puntos A(x_1; y_1) y B (x_2; y_2) del plano P, se determina mediante la expresión matemática ▪ $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

Figura 10. Distancia entre dos puntos del plano P.
Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

2.2.2.3 Coordenadas de un punto medio del segmento.

Para determinar las coordenadas del punto medio M del segmento AB. Hallar el promedio aritmético de sus coordenadas. Según Figueroa (2006, p.21).

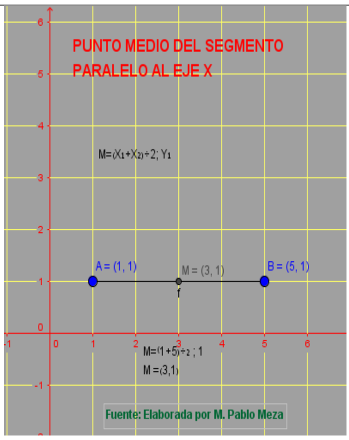
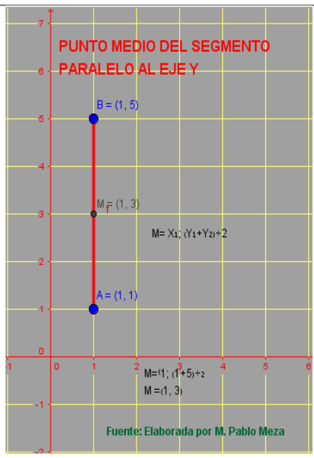
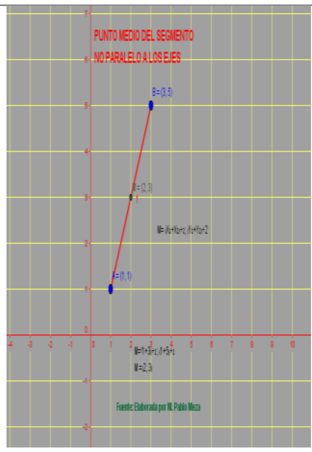
Segmento paralelo a eje X	Segmento paralelo a eje Y	Segmento no es paralelo a los ejes.
		

Figura 11. Sistema de coordenadas cartesianas.
Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

2.2.2.4 Ángulo de inclinación y pendiente de una recta.

Según los autores Fuller, G y Tarwater, D. (1999, p.13). Definen que**:**

- La inclinación del ángulo θ de una recta es el ángulo que forma la recta con el eje X, tal que $0 \leq \theta < 180°$.
- Pendiente de una recta es la tangente de la inclinación.
- La pendiente de la recta. Se calcula mediante la expresión: $m_{\overline{AB}} = tg\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}; x_1 \neq x_2$
- La pendiente (m) de recta es la tangente trigonométrica de su ángulo de inclinación.

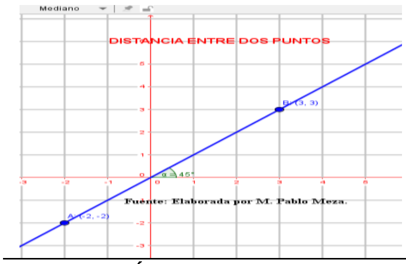
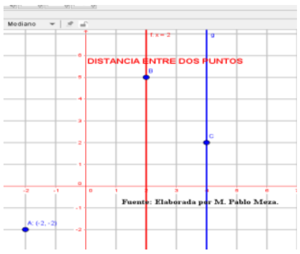
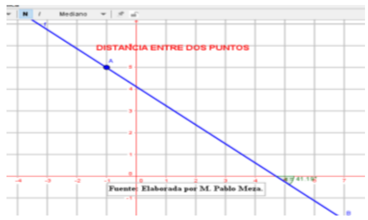
Positiva	**No definida**	**Negativa**
		

Figura 12. Ángulo de inclinación y pendiente de una recta.
Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

2.2.2.4.1 Posiciones relativas de dos rectas en el plano.

Según Figueroa, R. (2006:151). Dadas las rectas no verticales $L_1: y = m_1x + b_1$ y $L_2: y = m_2x + b_2$. Para determinar si con paralelas o perpendiculares entre sí. Evalúan sus pendientes de cada recta.

- Dos rectas L_1 y L_2 son paralelas si y solo si tienen igual pendiente. Es decir $m_1. = m_2$
- Dos rectas L_1 y L_2 son perpendiculares si y solo si sus pendientes existen y el producto de sus pendientes es –1.

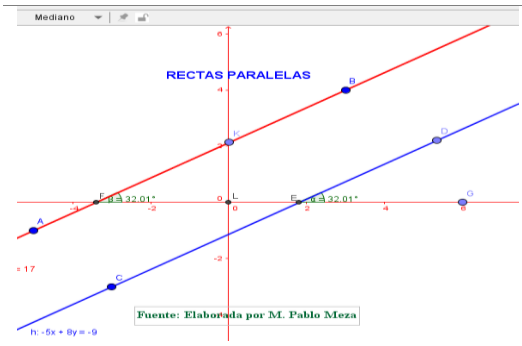
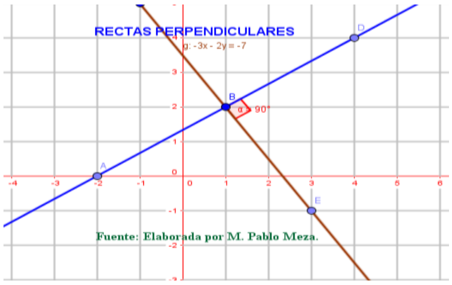
Rectas paralelas	**Rectas perpendiculares**
	
$.\overleftrightarrow{l_1} \parallel \overleftrightarrow{l_2} \Leftrightarrow m_1 = m_2$	$\overleftrightarrow{l_1} \perp \overleftrightarrow{l_2} \Leftrightarrow m_1 . m_2 = -1$

Figura 13. Posiciones relativas de dos rectas en el plano
Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

2.2.2.4.2 Ecuaciones de la recta.

Para Espinoza (2007, p.68) analíticamente, una recta es una ecuación de primer grado en dos variables y recíprocamente la gráfica de una ecuación de primer grado en dos variables es una recta.

La ecuación de la recta puede determinarse de distintas formas según datos del enunciado: formas de ecuación de la recta y forma general de ecuación de la recta.

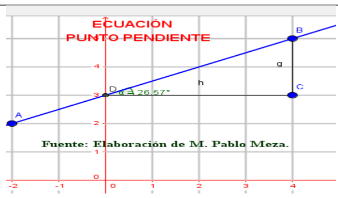
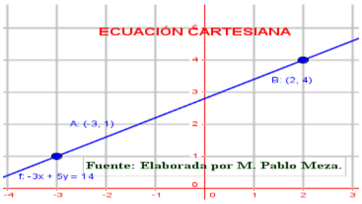
Formas	**Lugar geométrico**	**Ecuación de la recta**
Ecuación punto-pendiente Se conocen ▪ El punto P(x, y) ▪ Pendiente m		$L: y - y_1 = m(x + x_1)$
Ecuación cartesiana Se conocen ▪ Dos puntos P(x, y) y Q(x_2, y_2) cualesquiera que pasan por la recta.		$L: y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.(x - x_1);\ x_2 \neq x_1$

Figura 14. Ecuación de la recta (1)
Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza

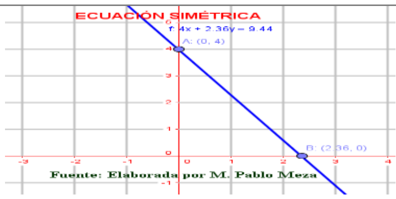
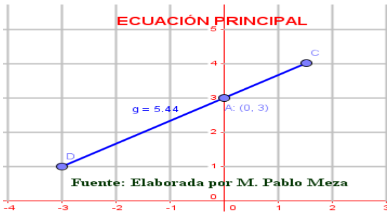
Formas	Lugar geométrico	Ecuación de la recta
Ecuación simétrica La recta corta los ejes coordenadas X e Y en los puntos A (a, 0) y B (0, b).		$L: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$
Ecuación principal Su pendiente (m) y el punto de corte en el eje Y, de coordenadas (0, b)		$L: y = m(x+b), m = \frac{b}{a}$

Figura 15. Ecuación de la recta (2).
Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

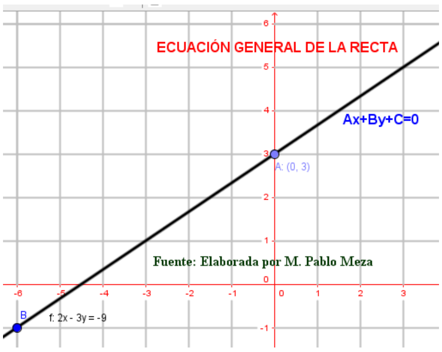
Forma	Lugar geométrico	Ecuación de la recta
Ecuación general de la recta ▪ La forma general de ecuación de la recta $L: Ax + By + C = 0$ ▪ Donde ABC son constantes y no son nulos. ▪ La pendiente de la recta es $m = -\frac{A}{B}$ ▪ La ordenada en el origen es $b = -\frac{C}{B}$		$L: Ax + By + C = 0$

Figura 16. Ecuación general de la recta.
Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

2.2.2.5 Circunferencia.

En el sistema de coordenadas cartesianas, una circunferencia queda determinada cuando conocemos:

- Tres puntos de la misma, equidistantes del centro.
- El centro y el radio.
- El centro y un punto en ella.
- El centro y una recta tangente a la circunferencia.

2.2.2.5.1 Elementos de la circunferencia

Para Lehmann (2012, p.99) la circunferencia es el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que se conserva siempre una distancia constante de un punto fijo del plano. El punto fijo se llama centro de la circunferencia y a la distancia constante se denomina radio.

Para Kindle (1974, p.35) la circunferencia, analíticamente, es una ecuación de segundo grado con dos variables, si solamente si se conocen su centro y su radio.

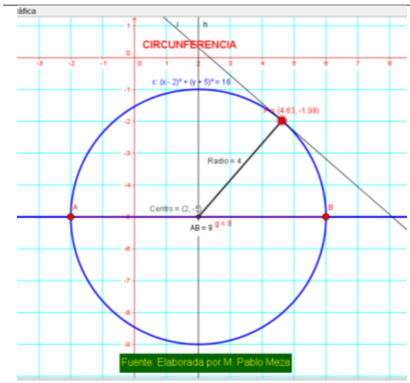
Representación gráfica	Elementos	Definiciones
	▪ Centro de la circunferencia: C ▪ Radio: CP=4u ▪ Diámetro: AB=8u ▪ Recta tangente a una circunferencia ▪ Cuadrantes: I, II, III y IV	▪ En una circunferencia el radio une el centro con un punto cualquiera ▪ La distancia entre los puntos C(x_1; y_1) y P (x_2; y_2) del radio de la circunferencia es $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ ▪ Para cualquier punto P(x, y), la circunferencia de centro $C(h,k)$ y radio > 0. La gráfica de la ecuación es $C:(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$

Figura 17. Circunferencia y elementos
Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

2.2.2.5.2 Ecuaciones de la circunferencia.

A partir de la ecuación de una circunferencia, mediante procedimientos algebraicos podemos encontrar las coordenadas de su centro y el valor de su radio para graficarla.

A partir de las coordenadas del centro de una circunferencia y el radio o datos para encontrarlo, podemos llegar a la ecuación de la misma circunferencia.

Para Lehmann 2012, p. 99) una circunferencia con centro en el punto C (h, k), radio r y un punto P(x, y).Se determinan las siguientes ecuaciones: Ecuación ordinaria de la circunferencia, ecuación canónica de la circunferencia y ecuación general de la circunferencia.

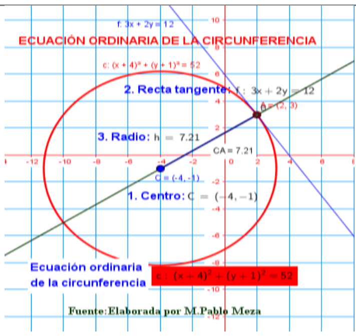
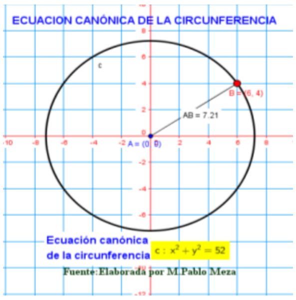
Tipos	Representación gráfica	Ecuación matemática
Ecuación ordinaria		▪ Para obtener la ecuación ordinaria de la circunferencia con radio r y centro C (h, k) y punto P(x, y) cualquiera. ▪ Calcular la distancia de radio r $d_{(C,P)} = r = \sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2}$ ▪ La ecuación ordinaria: $r^2 = (x-h)^2 + (y-k)^2$ ▪
Ecuación canónica		▪ Para obtener la ecuación canónica de la circunferencia con centro en el origen (0,0) y un punto P(x, y) cualquiera. ▪ Calcular la distancia de radio r. $r = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2}$, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ▪ Luego la ecuación canónica: $r^2 = x^2 + y^2$
Ecuación general		▪ La ecuación de la circunferencia se determina a partir de la ecuación ordinaria. ▪ La ecuación general de la circunferencia es de la forma $(x)^2 + (y)^2 + Dx + Ey + F = 0$

Figura 18. Ecuaciones de la circunferencia.
Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

2.2.2.6 Parábola.

La geometría analítica estudia las figuras geométricas basadas en ecuaciones y coordenadas definidas sobre un ´plano cartesiano. Es necesario conocer representación gráfica de la parábola para determinar la ecuación correspondiente y viceversa.

2.2.2.6.1 Elementos de la parábola.

Según Espinoza (2007, p.248) una parábola es el conjunto de todos los puntos del plano equidistantes de un punto fijo F, llamado foco y de una recta fija L, llamada directriz que está en el plano. Es decir: $d_{(P,F)} = d_{(P,Directriz)}$

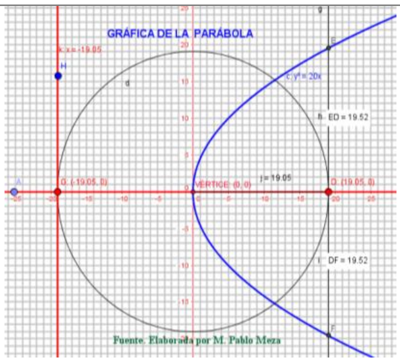
Representación gráfica	Elementos	Definiciones
	▪ Vértice (V). Es el punto de intersección con el eje de simetría. ▪ Foco (F). Es el punto fijo, ▪ Eje de simetría (L1). Recta perpendicular a la directriz, pasa por el vértice y foco. ▪ Directriz (f). Recta fija, perpendicular al eje de simetría ▪ Lado Recto (LR). Es una cuerda focal perpendicular al eje de simetría.	▪ La propiedad fundamental de toda parábola: Cualquier punto P(x, y) equidista del foco F y de la directriz L

Figura 19. Parábola y elementos.
Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

2.2.2.6.2 Ecuaciones de la parábola.

Los autores Fuller, G y Tarwater, D. (1999, p.114) y Swokowski, Earl y Cole, Jeffrey. (2009:820), establecen las siguientes ecuaciones de la parábola: ecuación de la parábola con vértice en el punto V (h, k), ecuación de la parábola con vértice en el origen y ecuación general de la parábola.

Para obtener la ecuación ordinaria de la parábola con vértice V(h, k) y de ejes paralelos a X e Y. se traslada el origen de las coordenadas h unidades en sentido horizontal y k unidades en sentido vertical

Eje Focal Paralelo Al Eje X	**Eje Focal Paralelo Al Eje Y**
Modelo $(y-k)^2 = 4p(x-h)$	**Modelo** $(x-h)^2 = 4p(y-k)$
$V(h,k);\ F(h+p,k);\ d: x = h-p$	$V(h,k);\ F(h,k+p);\ d: y = k-p$

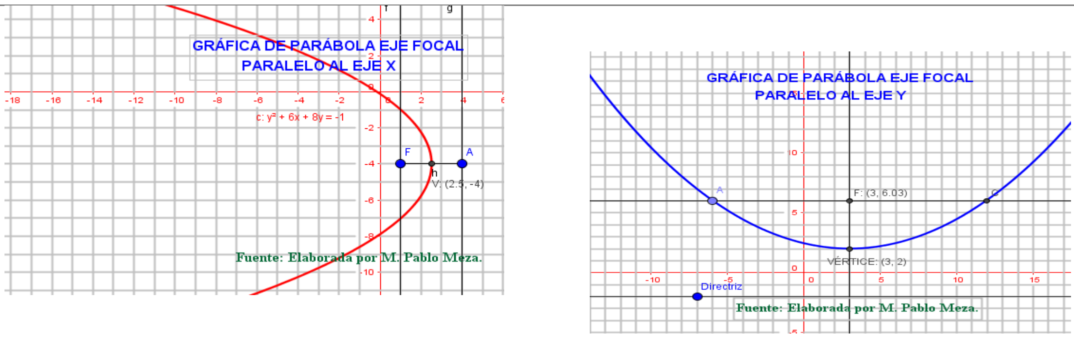


Figura 20. Ecuación de la parábola con vértice en el punto V (h, k).
Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

- Para obtener la ecuación ordinaria de la parábola con vértice V (0,0) y de eje focal coincide con uno de los ejes cartesianos.
- Se parte de la igualdad de dos distancias $d(P, foco) = d(p, directriz)$, siendo P(x, y) un punto de la parábola.
-

Eje Focal Coincide Con El Eje X	**Eje Focal Coincide Con El Eje Y**
Modelo $y^2 = 4px$	**Modelo** $x^2 = 4py$
$F(p,0);\ d: x = -p$	$F(0,p);\ d: y = -p$
$p > 0$ $\qquad$ $p < 0$	$p > 0$ $\qquad$ $p < 0$

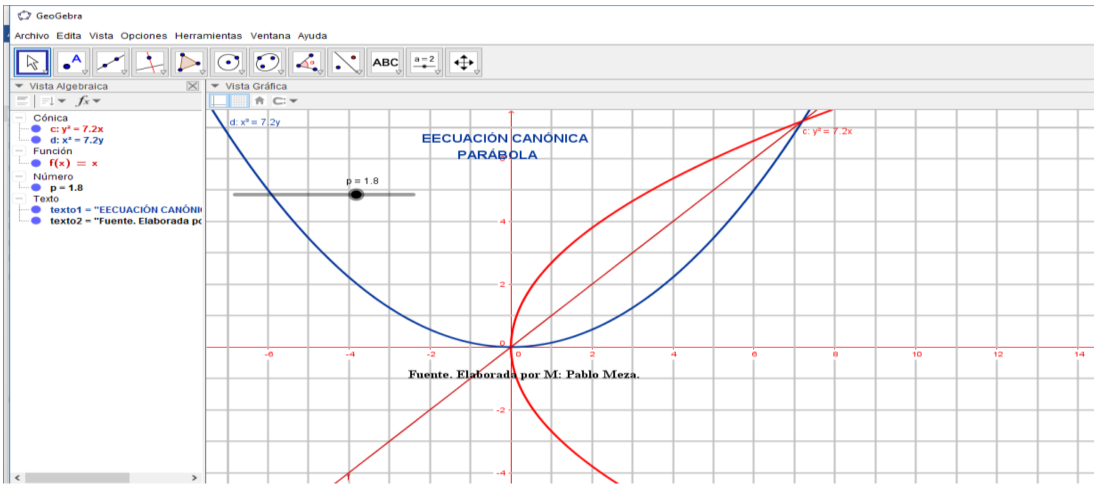


Figura 21. Ecuación de la parábola con vértice en el origen.
Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

- Para obtener la expresión que corresponde a la ecuación general de la parábola, si el eje focal es paralelo al eje X. Se desarrolla la ecuación ordinaria $(y-k)^2 = 4p(x-h)$.
- Para obtener la expresión que corresponde a la ecuación general de la parábola, si el eje focal es paralelo al eje Y. Se desarrolla la ecuación ordinaria $(x-h)^2 = 4p(y-k)$.

Eje focal paralelo al eje X	**Eje focal paralelo al eje Y**
Modelo $y^2 + Ay + Bx + C = 0$	**Modelo** $x^2 + Ax + By + C = 0$
$(y-k)^2 = 4p(x-h)$	$(x-h)^2 = 4p(y-k)$

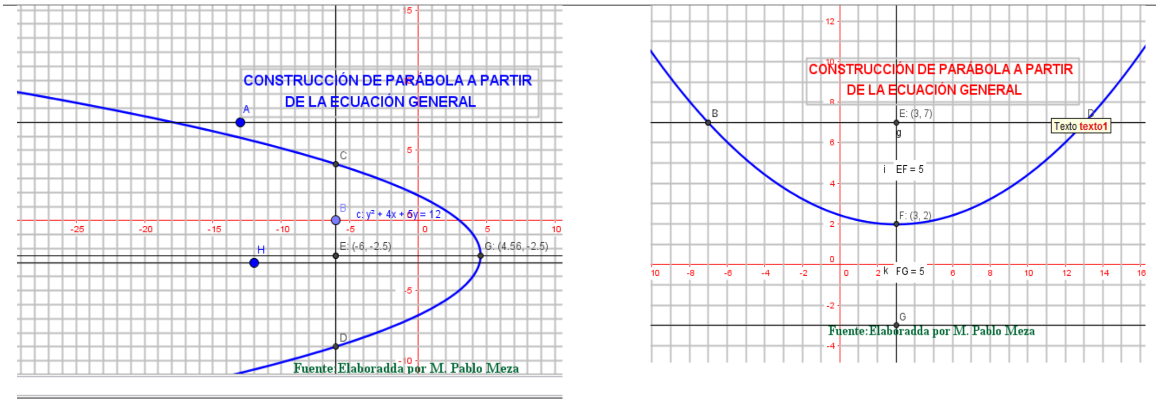


Figura 22. Ecuación general de la parábola.
Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

2.2.2.7 La elipse.

La expresión más absoluta de la curva elíptica en la naturaleza es la que se deviene del estudio de las órbitas de la mayoría de los cuerpos celestes. Johannes Kepler, figura clave de la revolución científica, fue el descubridor de la trayectoria elíptica de los planetas alrededor del sol. La elipse está muy presente en nuestro mundo cotidiano, implica conocer la representación y la determinación de ecuaciones respectivamente.

2.2.2.7.1 Elementos de la elipse.

Según los autores Swokowski, Earl y Cole, Jeffrey. (2009, p.826) una elipse es el lugar geométrico de los puntos P(x, y) del plano, tales que la suma de las distancias a dos puntos fijos, F1 y F2, llamados focos, es constante. Se representa así:

$$d(F_1, P) + = d(F_2, P) = 2a, si\ a\varepsilon R^+$$

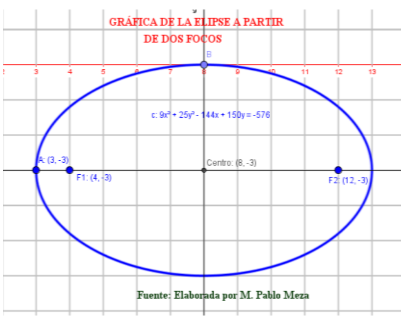
Representación gráfica	Elementos	Definiciones
 	▪ **Vértice (V_1 yV_2).** Es el punto de intersección de elipse con eje focal ▪ **Foco (F_1 y F_2).** Puntos fijos. ▪ Centro C: Punto medio de $\overline{F_1F_2}$ ▪ **Eje focal**: Recta que pasa por los focos. ▪ **Lado Recto (LR)**: Pasa por el foco y es perpendicular al eje focal. Su medida es $2b^2/a$ ▪ **Eje mayor**: Segmento V_1V_2. Longitud es de 2a ▪ **Eje menor**: Segmento B_1B_2. Su medida es 2b.	▪ La propiedad fundamental de toda elipse: La suma de distancias de cualquier punto P(x, y) hacia los focos F_1 y F_2 es constante.

Figura 23. . La elipse y elementos.
Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

2.2.2.7.2. Ecuaciones de la elipse.

Para determinar la ecuación de la elipse. Los autores Fuller, G y Tarwater, D. (1999:131) y Swokowski, Earl y Cole, Jeffrey. (2009:826), establecen las siguientes ecuaciones: ecuación de la elipse con centro en el origen, ecuación de la elipse con centro en el punto C (h, k) y ecuación general de la elipse.

- Para obtener la ecuación de la elipse con centro C(h, k) de ejes paralelos a X o Y
- Se trasladan el origen de coordenadas h en sentido horizontal y k en sentido vertical

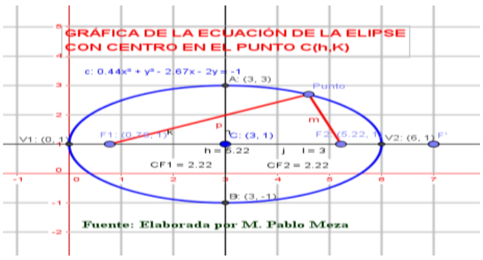
Eje focal coincide con el eje X	**Eje focal coincide con el eje Y**
MODELO $\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$ $C(h,k);\ F(h\pm c,k);\ V(h\pm a,k)$	**MODELO** $\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$ $C(h,k);\ F(h,k\pm c);\ V(h,k\pm a)$
 	

Figura 24. Ecuación de la elipse con centro en el punto C (h, k).
Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

- Ecuación con centro en el origen. El eje focal coincide con el eje X o Y.
- Se parte de la definición $d(P,F_1)+d(P,F_2)=2a$. En donde a= Una constante (+)>c. F_1, F_2= focos. P(x, y)= punto de la elipse**.**

Eje focal coincide con el eje X	Eje focal coincide con el eje Y
MODELO $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1; a \wedge b \neq 0$ $F_1(-c,0);\ F_2(c,0); V_1(-a,0), V_2(a,0)$	**MODELO** $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1; a \wedge b \neq 0$ $F_1(0,-c);\ F_2(0,c); V_1(0,-a), V_2(0,a)$

Figura 25. Ecuación de la elipse con centro en el origen.
Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

- Para obtener la ecuación general de la elipse, se llega, a partir de la ecuación ordinaria a la forma general $Ax^2+By^2+Cx+Dy+E=0$. En donde los coeficientes A y B deben tener el mismo signo.

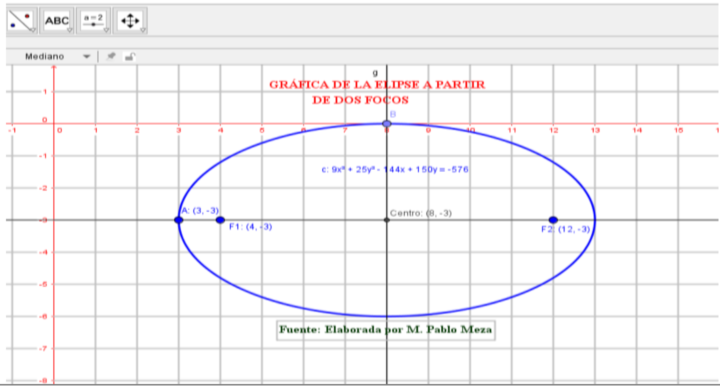


Figura 26. Ecuación general de la elipse.
Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

2.2.3 Aprendizaje de la geometría analítica

La educación matemática en la última década ha sido objeto de varias investigaciones en el ámbito de la caracterización y clasificación de contenidos específicos relacionados a potencializar la enseñanza–aprendizaje, en especial en la geometría, la cual es parte integrante de la cultura de la humanidad, no sólo por su función instrumental sino también porque incentiva el desarrollo del pensamiento crítico y creativo, a fin de comprender y modificar el entorno.

La principal finalidad de la enseñanza-aprendizaje de la geometría es conectar a los estudiantes con el mundo en el que se mueven, porque el conocimiento, la intuición y las relaciones geométricas resultan muy útiles en el desarrollo de la vida cotidiana. Según Barrantes (2003, p.26)

2.2.3.1. Teorías de la educación.

Según Rossi (2003, p.24). La teoría de la educación es el conjunto de proposiciones que el hombre fórmula para describir, explicar, optimizar e incluso predecir el hecho o fenómeno de la educación. Su rigurosidad tiene que ver con el hecho educativo considerado como ciencia, filosofía o técnica. Establece tres tipos de la teoría de la educación:

Teoría filosófica, cuyo propósito se orienta al conocimiento amplio, riguroso y reflexivo del fenómeno educativo.

Teoría Científica, cuyo propósito se orienta al conocimiento de aquella que en la educación es perceptible, verificable o probable.

Teoría tecnológica, sus propósitos se orientan a aquello que en la educación constituye los medios para viabilizar y optimizar la educación de calidad.

Por lo expuesto, podemos asumir, que la educación es un fenómeno social, esencialmente humano, que consiste en la previsión, transmisión, adquisición, construcción y generación de un conjunto de modelos a través de acciones sistemáticas o espontáneas realizadas por el educador, educando y la comunidad educativa, orientadas por la concepción científica del mundo y del hombre y desarrolladas en el contexto real y científico.

2.2.3.2 Teorías del aprendizaje.

2.2.3.2.1. El aprendizaje.

El aprendizaje es un "proceso activo de construcción y reconstrucción. El aprendizaje se entiende como un proceso que conlleva una reconstrucción de que está en el sujeto, para interiorizar lo que le viene de afuera". Según Moral (2010, p.128). Aprender consiste en "adquirir un repertorio de estrategias cognitivas y meta cognitivas que permita a los sujetos relacionar la nueva información (conceptos, procedimientos o actitudes) con los conocimientos previos, y organizar esta nueva información en una estructura ordenada de esquemas". Según Estévez Nenninger, (2002), cita por Moral, C. (2010, p.128).

De lo expresado, asumimos que el aprendizaje no se puede reducir al planteamiento de actividades de simple memorización, sino que requiere la planificación de actividades en las que se ejerciten habilidades de procesamiento de la información, manejo adecuado y pertinente de una serie de conceptos, procedimientos y actitudes para enfrentar a la resolución de problemas en un contexto particular, y a una toma de decisiones responsable y autónoma.

- ¿Cómo conseguir un aprendizaje adecuado?
- ¿Cuánto conocemos a los estudiantes?
- ¿Cuáles son las estrategias más adecuadas para conseguirlo?
- ¿Cómo produce el aprendizaje?

Para responder una serie de interrogantes planteadas, nos remitimos aportación de distintas teorías explicativas del aprendizaje. Se presenta una síntesis de los principios derivados de la psicología de la educación relacionada con los postulados de la teoría del constructivismo.

2.2.3.2.2. Teorías de aprendizaje.

En este trabajo presentamos enfoques específicos de David Ausubel, Jean Piaget, Vygotsky y J. Bruner, grandes constructores de la psicología del desarrollo educativo durante finales del siglo. Para conocer cómo los autores mencionados abordan la problemática de las relaciones entre los factores socio-culturales y el desarrollo cognitivo, interrelación clave en la explicación de la educación y la inserción en la sociedad.

Teoría de aprendizaje significativo

La teoría del aprendizaje significativo aborda todos y cada uno de los elementos, factores, condiciones y tipos que garantizan la adquisición, la asimilación y la retención del contenido que la Institución Educativa ofrece al estudiante, de modo que adquiera significado para el mismo.

El aprendizaje significativo es el proceso según el cual se relaciona un nuevo conocimiento o información con la estructura cognitiva del que aprende de forma no arbitraria y sustantiva. Ausubel (1976, p. 56) manifiesta que:

> El aprendizaje significativo presupone tanto que el alumno manifiesta una actitud hacia el aprendizaje significativo; es decir, una disposición para relacionar, no arbitraria, sino sustancialmente, el material, nuevo con su estructura cognoscitiva, como que el material que aprende es potencialmente significativo para él, especialmente relacionable con su estructura de conocimiento, de modo intencional y no al pie de la letra.

En el aprendizaje significativo hay una interacción entre el nuevo conocimiento y el ya existente, en el cual ambos se modifican. En la medida en que el conocimiento sirve de base para la atribución de significados a la nueva información, los conocimientos se modifica, o sea, los conceptos van adquiriendo nuevos significados, tornándose más diferenciados, más estables.

La estructura cognitiva está constantemente reestructurándose durante el aprendizaje significativo. El proceso es dinámico, por consiguiente, el conocimiento va siendo construido. Asimismo, el aprendizaje significativo depende de dos factores principales que intervienen en el establecimiento de esta clase de relación, es decir, tanto la naturaleza del material que se va aprender como la de la estructura cognoscitiva del estudiante. Se establece las condiciones para el aprendizaje significativo. Según (Ausubel, 1976, p. 58).

MATERIAL POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVO	**Significatividad lógica**	El contenido debe estar coherentemente organizado para facilitar sus asimilación por el estudiante
		El contenido debe estar relacionado con los saberes y experiencias previas de los estudiantes
		El contenido debe enmarcarse en el contexto cultural donde se produce el aprendizaje
	Significatividad psicológica cognitiva	Los estudiantes deben contar con los conocimientos previos y dispuestos a ser activados para enlazar los nuevos conocimientos
DISPOSICIÓN SUBJETIVA PARA EL APRENDIZAJE	Manifestación del estudiante de una disposición e interés por el aprendizaje propuesto	

Figura 27. Condiciones para el aprendizaje significativo.
Fuente: Adaptada por M. Pablo Meza,   de D. Ausubel, (1976, p. 58)

Según el autor, para que se produzca aprendizaje significativo se requieren las siguientes condiciones:

- Significatividad lógica del material que presenta el docente al estudiante debe estar organizado, para una construcción de conocimientos.
- Significatividad psicológica del material permite al estudiante conectar el nuevo conocimiento con los previos y que los comprenda.

- Actitud favorable del estudiante, puesto que el aprendizaje no puede darse si el estudiante no quiere. Este es un componente de disposiciones emocionales y actitudinales, en donde el docente solo puede influir a través de la motivación.

Teoría del desarrollo cognitivo de Piaget

Es una teoría sobre la naturaleza y el desarrollo de la inteligencia humana. Fue desarrollada por primera vez por el psicólogo suizo Jean Piaget. Según (Piaget, 1958), el desarrollo cognitivo está regido por la consolidación de estructuras mentales representativas del conocimiento, reguladas por los fundamentos biológicos del desarrollo, así como por el impacto de los factores de maduración. Estas estructuras, organizadas en categorías denominadas sensorio motrices, pre operacional, concreto y abstracto, dependen de un ambiente social apropiado e indispensable para que las potencialidades del sistema nervioso se desarrollen.

Cada acto inteligente está caracterizado por el equilibrio entre dos tendencias polares asimilación y acomodación. En la asimilación, el sujeto incorpora eventos, objetos, o situaciones dentro de las formas de pensamiento existentes, lo cual constituye estructuras mentales organizadas. En la acomodación, las estructuras mentales existentes se reorganizan para incorporar aspectos nuevos del mundo exterior y durante este acto de inteligencia el sujeto se adapta a los requerimientos de la vida real, pero al mismo tiempo mantiene una dinámica constante en las estructuras mentales

Piaget, afirma, que el desarrollo mental, cognitivo, es una construcción continua que está marcada por el proceso de equilibración. Es responsable del desarrollo cognitivo del aprendiz. Este se da como resultado de la acomodación (reestructuración de los esquemas de asimilación existentes), por medio de un proceso equilibrador asimilación/ acomodación, incrementando su adaptación al medio.

El aprendizaje se construye cuando el esquema de asimilación sufre acomodación en interacción con el medio físico y sociocultural. La asimilación involucra el nuevo conocimiento al antiguo y la acomodación a lo que no ha sido previsto.

Las estructuras variables o etapas del desarrollo se suceden a lo largo de las cuatro etapas que constituyen el desarrollo de la inteligencia.

Etapa	Edad aproximada	Características
Sensorio motriz	0 a 2 años	- Empiezan a utilizar la imitación, la memoria y el pensamiento. - Empiezan a reconocer que los objetos no dejan de existir cuando están ocultos.
Pre operacional	2 a 7 años	- Gradualmente desarrolla el uso del lenguaje y la capacidad de pensar de forma simbólica.
De operaciones concretas	7 a 11 años	- Capaz de resolver problemas concretos. - Entiende las leyes de conservación. - Es capaz de clasificar y completar series. - Comprende la reversibilidad
De operaciones formales	11 años a adulto	- Capaz de resolver problemas abstractos de forma lógica - Su pensamiento vuelve científico. - Desarrolla preocupaciones acerca de temas sociales y su identidad.

Figura 28. Etapas del desarrollo cognitivo, Según J. PIAGET
Fuente: A. Norfolk, (2013, p. 32). Recuperado en www.Pearsoneducacion.net/woolfolk

La teoría de Piaget mantiene que los niños pasan a través de etapas que no se les puede asignar una fecha cronológica precisa pues varían de una sociedad a otra, pero el orden de sucesión es siempre igual y para llegar a una de ellas se requiere haber pasado por los procesos previos de la etapa o etapas anteriores. Toda actividad mental del individuo trata de incorporar el medio a sí mismo y lo hace a través de esquemas de acción, estructuras que actúan a distancia cada vez mayores en el tiempo y en el espacio.

Teoría de aprendizaje sociocultural de Vygotsky

Los aportes dados por Vygotsky a la Psicología Evolutiva, representan una referencia de gran relevancia en campos de la teoría evolutiva tales como: desarrollo socio cognitivo de la primera infancia, aparición del lenguaje y la comunicación, construcción del lenguaje escrito y otros aspectos.

Uno de los aportes más significativos de la obra de Vygotsky lo constituye la relación que establece entre el pensamiento y el lenguaje. Señala que en el desarrollo ontogenético ambos provienen de distintas raíces genéticas, en el desarrollo del habla del niño se puede establecer con certeza una etapa pre intelectual y en su desarrollo intelectual una etapa prelingüística; hasta un cierto punto en el tiempo, las dos siguen líneas separadas, independientemente una de la otra. En un momento determinado estas líneas se encuentran y entonces el pensamiento se torna verbal y el lenguaje racional

Otro de los aportes de Vygotsky se relaciona con el uso de instrumentos mediadores (herramientas y signos) para entender los procesos sociales. Según (Tomasello, Kruger y Ratner, 1993), citada por Woolfolk (2013: 50). Existen al menos tres formas en que las herramientas culturales pasan de un individuo a otro:

1. El aprendizaje por imitación (donde una persona trata de imitar a la otra).
2. El aprendizaje por instrucción (donde los aprendices internalizan las instrucciones del profesor y las usan para autorregularse).
3. El aprendizaje por colaboración (donde un grupo de pares intenta comprenderse entre sí y mientras tanto ocurre el aprendizaje).

Según Tünnermann, C; (2011, p.25) el concepto básico aportado por Vigotsky es el de “zona de desarrollo próximo”. La teoría de Vigotsky concede al docente un papel esencial como “facilitador” del desarrollo de estructuras mentales en el estudiante, para que éste sea capaz de construir aprendizajes cada vez más complejos.

La Zona de Desarrollo Próximo: “No es otra cosa que la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz.” (1979: 133). El nivel real de desarrollo revela la resolución independiente de un problema, define las funciones que ya han madurado, caracteriza el desarrollo mental retrospectivamente.

La relación que establece Vygotsky entre aprendizaje y desarrollo se fundamenta en la Ley Genética General, donde se establece que toda función en el desarrollo cultural del niño aparece dos veces, o en dos planos. Primero aparece en el plano social y luego en el plano psicológico. Primero aparece entre la gente como una categoría intrerpsicológica y luego dentro del niño como una categoría intrerpsicológica (Werstch, 1988) citado por Carrera y Mazzarella ;(2001, p.43).

Teoría psicológica por descubrimiento de J. Bruner

La teoría psicológica de Bruner acerca del desarrollo del pensamiento humano tiene su fundamento en la percepción. Es decir, que todo proceso de pensamiento se origina en actos perceptivos, pero se construyen en las estructuras mentales. Percepción: Conocimiento, observación. Bruner sostiene que el conocimiento no se construye solo por la actividad con y sobre los objetos, sino que tiene raíces biológicas y sociales

Según Bruner en la mente tienen lugar tres niveles de representación que son independientes y parcialmente combinables y son:

1. El que corresponde a las acciones habituales del estudiante
2. Que representa a la imagen.

3. Vinculado al simbolismo propio del lenguaje de cualquier otro sistema simbólico estructurado.

Según la UNESCO (2004, p.32), Bruner destaca que el aprendizaje es un proceso activo en el que los estudiantes construyen nuevas ideas y conceptos basados en su conocimiento y experiencia anteriores. Bruner identificó tres principios que sirven de guía para el desarrollo de la instrucción:

1. La instrucción debe estar relacionada con las experiencias y los contextos que hacen que el estudiante esté deseoso y sea capaz de aprender (disposición).
2. La instrucción debe estar estructurada de modo que el estudiante pueda aprehenderla fácilmente (organización espiral).
3. La instrucción debe estar diseñada para facilitar la extrapolación y/o para completar las brechas de conocimiento (más allá de la información dada.

2.2.3.3 Competencia matemática.

Según el MINEDU (2014, p.19), la competencia matemática es un saber actuar en un contexto particular de manera pertinente a las características de la situación y a la finalidad de nuestra acción, que selecciona y moviliza una diversidad de saberes propios o de recursos del entorno. Eso se da mediante determinados criterios básicos, como:

1. **Saber actuar:** Intervención del estudiante sobre una situación problemática determinada para resolverla.
2. **Tener un contexto particular:** Situación problemática real o simulada, pero plausible, que establezca ciertas condiciones a la acción humana.
3. **Actuar pertinentemente:** Alude a la indispensable correspondencia de la acción con la naturaleza del contexto en el que se interviene para resolver diversa situación.
4. **Seleccionar y movilizar saberes:** Selecciona y moviliza los conocimientos matemáticos, habilidades y de cualquier otra capacidad matemática.

5. **Utilizar recursos del entorno:** Uso pertinente de toda clase de medios o herramientas externas, en la medida que el contexto y la finalidad de resolver la situación problemática lo justifiquen.
6. **Utilizar procedimientos basados en criterios:** Utilizar procedimientos más esenciales o suficientes para lograr validez y efectividad.

El informe PISA (2006, p. 74), entiende la competencia matemática como la capacidad individual para hacer razonamientos bien fundados, usar e implicarse con la matemática. La competencia matemática implica:

- Identificar, reconocer la matemática en el mundo en que vivimos
- Razonar o pensar bien.
- Usar la matemática e implicarse con conocimientos matemáticos.
- En la Figura 29, se representan los significados de la competencia matemática. Según expresado por Alvares, J. (2009, p. 16**).**

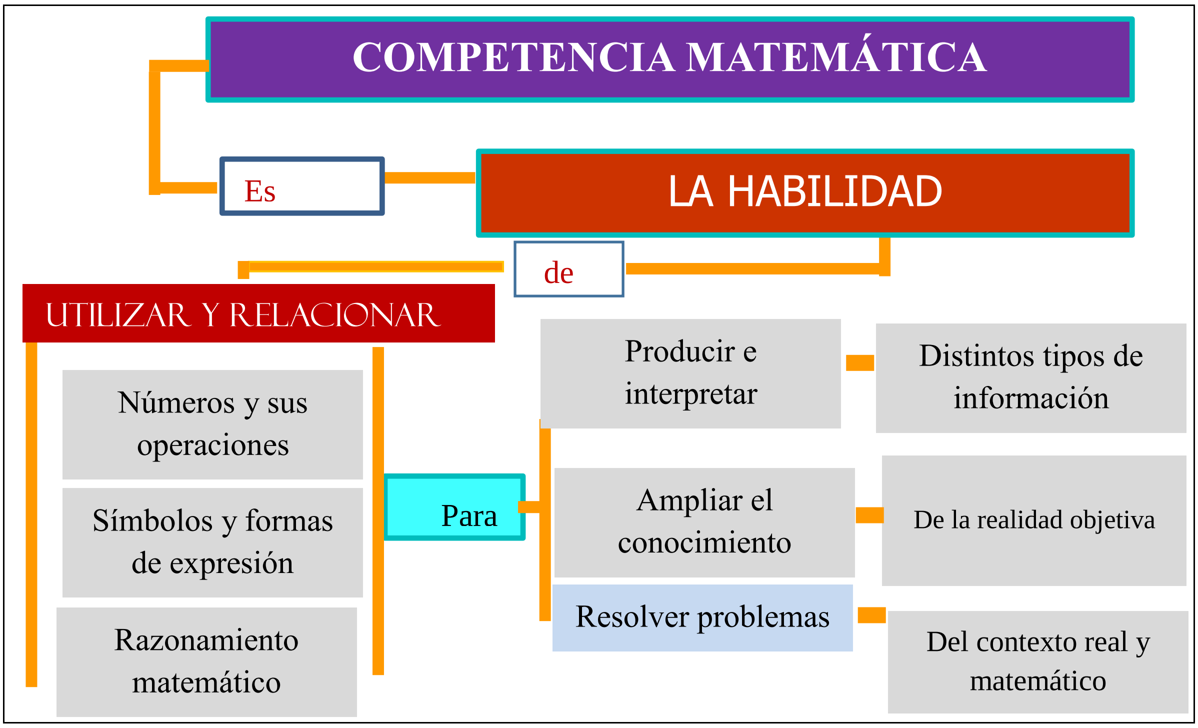


Figura 29. Competencia Matemática.
Fuente: Adaptada de Alvares, J. (2009, p. 16**).**

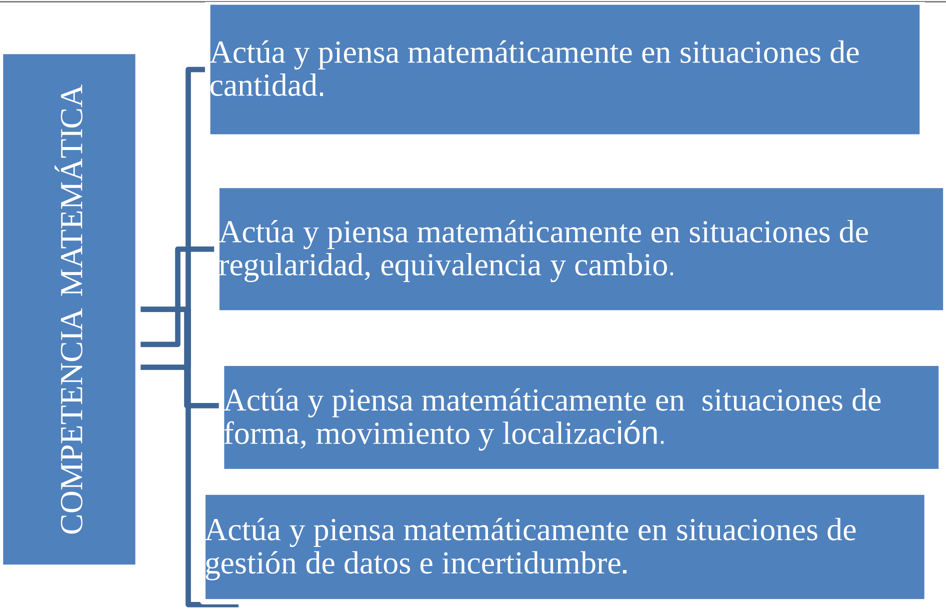


Figura 30. Competencia Matemática**.**
Fuente: Elaborada por M. PABLO MEZA. Adaptada de Área matemática del Minedu (2015. P. 19)

2.2.3.4 Capacidades e implicancias de la competencia matemática.

Según el MINEDU (2014:21), esta competencia se desarrolla a través de las cuatro capacidades matemáticas, que se interrelacionan para manifestar formas de actuar y pensar en el estudiante que implica la comprensión del significado de los números y sus diferentes representaciones, propiedades y relaciones.

Presentamos el cuadro de capacidades matemáticas e implicancias.

Capacidad	Significado
CAPACIDAD 1. Matematiza situaciones	▪ Expresar problemas diversos en modelos matemáticos relacionados con los números y operaciones. ▪ Asociar problemas diversos con modelos referidos a propiedades de las formas, localización y movimiento en el espacio
CAPACIDAD 2 Comunica y representa ideas matemáticas	▪ Expresar las propiedades de las formas, localización y movimiento en el espacio de diferentes representaciones y lenguaje matemático. ▪ Expresa y representa ideas matemáticas.
CAPACIDAD 3. Elabora y usa estrategias	▪ Planificar, ejecutar y valorar estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo. ▪ Comparar, estimar, usando diversos recursos para resolver problemas del contexto real y matemático..

CAPACIDAD 4. Razona y argumenta generando Ideas matemáticas.	▪ Justificar y validar conclusiones, supuestos, conjeturas e hipótesis respaldados en significados y propiedades de figuras geométricas. ▪ Justificar y validar conclusiones, supuestos, conjeturas e hipótesis, respaldados en conceptos y relaciones de figuras geométricas.

Figura 31: Capacidades de la Matemática.
Fuente: Elaborada por M. PABLO MEZA. Adaptada de Área matemática del Minedu (2015, p. 21).

2.2.3.5 Competencia geométrica.

Según el Minedu (2015, p. 24), la competencia geométrica significa actuar y pensar matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización.

Esta competencia se desarrolla a través de diferentes capacidades matemáticas, que se interrelacionan para manifestar formas de actuar y pensar en el estudiante, esto involucra desarrollar modelos expresando un lenguaje geométrico, emplear variadas representaciones que describan atributos de forma, medida y localización de figuras y cuerpos geométricos.

2.2.3.6 Capacidades e implicancias de la competencia geométrica

Para desarrollar la competencia geométrica el NCTM, (2000, p. 312), se establecieron el desarrollo de las capacidades e implicancias:

Geometría-Estándar Para Educación Básica Regular	
Capacidades	**Implicancias**
Analizar las características y propiedades de figuras geométricas de dos y tres dimensiones	• Analizar las propiedades y determinar los atributos de objetos de dos y tres dimensiones. • Explorar las relaciones entre objetos geométricos de dos y tres dimensiones, formular y comprobar conjeturas y resolver problemas relativos a ellos.
Localizar y describir relaciones espaciales mediante coordenadas geométricas.	• Usar coordenadas cartesianas y otros sistemas de coordenadas polares o coordenadas esféricas, para analizar situaciones geométricas. • Investigar conjeturas y resolver problemas relativos a objetos bidimensionales y tridimensionales en coordenadas cartesianas.
Aplicar transformaciones y usar la simetría para analizar situaciones matemáticas.	• Comprender y representar traslaciones, reflexiones, rotaciones y dilataciones de objetos en el plano.
Utilizar la modelización geométrica para resolver problemas.	• Dibujar y construir representaciones de objetos geométricos de dos y tres dimensiones utilizando distintas herramientas.. • Usar modelos geométricos para facilitar la compresión y contestar preguntas relativas a otras áreas de las matemáticas.

Figura 32. Competencia Geométrica.
Fuente: Elaborada por M. PABLO MEZA. Adaptada, de NCTM, (2000, p. 312).

Según el MINEDU (2014, p. 24). La competencia geométrica, significa actuar y pensar matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización y se desarrolla a través de las cuatro capacidades matemáticas: matematiza situaciones, comunica y representa ideas matemáticas, elabora y usa estrategias, razona y argumenta generando ideas matemáticas.

Estas capacidades implican:

- Construir y copiar modelos hechos con formas bidimensionales y tridimensionales.
- Expresar propiedades de figuras y cuerpos según sus características.
- Explorar afirmaciones acerca de características de las figuras y argumentar sobre su validez.
- Estimar, medir efectivamente y calcular longitudes, capacidades y pesos usando Unidades Convencionales.

2.2.3.7 Aprendizaje de la capacidad de razonamiento y demostración

Según NCTM, (2000, p. 348), la capacidad e razonamiento y demostración implica:

- Formular e investigar conjeturas matemáticas.
- Desarrollar y evaluar argumentos y demostraciones matemáticas.
- Utilizar varios tipos de razonamiento y métodos de demostración.

Según el MINEDU, (2010, p. 12), Razonamiento y demostración implica:

- Que el estudiante tenga ideas, conceptos y procedimientos establecidos y que se constituyen gracias a la capacidad de abstracción.
- Asumir un ordenamiento de ideas y conceptos con un propósito de resolver situaciones problemáticas.

- Construir y descubrir patrones, estructuras o regularidades, tanto en situaciones del mundo real como en objetos simbólicos.

De lo expuesto. Podemos afirmar que el aprendizaje de razonamiento y la demostración, permite:

- Elaborar y comprobar conjeturas.
- Formular contraejemplos.
- Seguir argumentos lógicos.
- Juzgar validez de un argumento.
- Construir argumentos sencillos válidos.

2.2.3.8 Aprendizaje de la capacidad de comunicación matemática.

Según el NCTM, (2000, p. 354), la capacidad de comunicación matemática implica:

- Organizar y consolidar su pensamiento matemático a través de la comunicación
- Comunicar su pensamiento matemático con coherencia y claridad a los compañeros, profesores y otras personas.
- Analizar y evaluar las estrategias y el pensamiento matemático de los demás.
- Usar el lenguaje de las matemáticas para expresar ideas matemáticas con precisión.

Según el MINEDU; (2010, p. 12), la comunicación matemática es la capacidad que permite:

- Expresar con aclarar las ideas, conceptos y categorías, los cuales llegan a ser objeto de reflexión, perfeccionamiento, discusión, análisis, valoración, acuerdos y conclusiones.
- Expresar con claridad la comunicación de forma oral como por escrito.

- Expresar las ideas matemáticas mediante símbolos, la comunicación oral y escrita es una parte importante de la educación matemática que, según se va avanzando en los grados de escolaridad, aumenta en sus niveles de complejidad.

De lo expuesto. Podemos afirmar, que la comunicación matemática:

- Permite reflexionar y clasificar sus ideas sobre conceptos y relaciones matemáticas,
- Leer comprensivamente presentaciones matemáticas escritas,
- Formular definiciones matemáticas y expresar generalizaciones que se descubran por medio de la investigación.

2.2.3.9 Aprendizaje de la capacidad de resolución de problemas.

Según el NCTM; (2000, p. 340), la capacidad de resolución de problemas implica:

- Construir nuevos conocimientos a través de la resolución de problemas.
- Resolver problemas que surjan de las matemáticas y de otros contextos.
- Aplicar y adaptar diversas estrategias para resolver problemas.

Según el MINEDU; (2010, p. 12). Resolver un problema implica encontrar un camino que no se conoce, es decir, desarrollar una estrategia para encontrar una solución. La resolución de problemas en matemática involucra un compromiso de los estudiantes en formas de pensar, hábitos de perseverancia, confianza en situaciones no conocidas proporcionándoles beneficios en la vida diaria, en el trabajo y en el campo científico e intelectual.

De lo expuesto. Podemos afirmar, que la resolución de problemas implica:

- Utilizar, enfoques de resolución de problemas para investigar y entender contenidos matemáticos con confianza.

- Aplicar estrategias integradas de resolución de problemas matemáticos para resolver problemas dentro y fuera de las matemáticas.
- Aplicar el proceso de formulación de modelos matemáticos a situaciones de problema del mundo real.

En consecuencia, el aprendizaje en el nivel secundario es un proceso complejo:

- En primer lugar, el proceso del fenómeno educativo se desarrolla en una sociedad de constantes cambios científicos, tecnológicos e innovaciones de estrategias metodológicas.
- En segundo lugar, la diversidad socio-cultural, la contextualización en situaciones particulares y las características socio-culturales de los estudiantes para el desarrollo de competencias implica desarrollar un currículo diversificado.
- Tercer lugar, valor la contribución del docente en la construcción del conocimiento como guía, facilitador o mediador en el proceso de enseñanza y aprendizaje es fundamental.

2.2.3.10 Propuesta pedagógica

La propuesta pedagógica está basada en la aplicación o transposición didáctica de la influencia del software GEOGEBRA en el aprendizaje de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José De la Torre Ugarte 0085, El Agustino, 2015; para tal efecto hemos desarrollado durante ocho sesiones de aprendizaje con una duración de 3 horas pedagógicas, teniendo en cuenta los instrumentos de evaluación pertinentes; además, en cada una de estas sesiones se toma en cuenta los criterios e indicadores de cada dimensión de las variables de estudio. Al grupo experimental se ha desarrollado las clases con ayuda del software GEOGEBRA y al grupo control las sesiones de aprendizaje en forma tradicional.

Al finalizar el desarrollo de las sesiones, el resultado fue significativo. Por lo tanto: no solo proponemos aplicar el software GEOGEBRA en geometría analítica sino en otras competencias del área de matemática y en diferentes ciclos y niveles en otras instituciones educativos. (Ver apéndice E).

2.2.3.11 Base filosófica, epistemológica, psicológica y pedagógica.

Asumir el sustento teórico de las variables software GEOGEBRA y aprendizaje de Geometría Analítica plana en Matemática, constituye un desafío. Son los múltiples y heterogéneos los aspectos que merecen dilucidación. En general es necesario buscar argumentos de orden filosófico, epistemológico, psicológico y pedagógico.

Base filosófica

Según la naturaleza de los objetivos de la investigación, se asume el paradigma empirista-inductivo referido por Padrón (1998), citado por los autores Zabala y Camacho y Chávez; (2013, p.190) quien indica que, en este enfoque, el acceso al conocimiento, producción y validación se abordan mediante instrumentos de observación y medición, ya que los patrones de regularidad se captan a través del registro de repeticiones de eventos. A partir de ese enunciado, se privilegió la cuantificación de los eventos para recabar información sobre la influencia de software GEOGEBRA en el aprendizaje de la geometría analítica plana en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria

Siguiendo a (Zabala, et al; 2013, 182. Su matriz filosófica se conecta con el positivismo, enfoque que lideró las orientaciones y prácticas científicas en el siglo XX. Este método propugna el conocimiento riguroso, sometido a reglas de validación fundadas en la experiencia constatable. De allí que su principal criterio de demarcación radica en la verificabilidad de los hechos o posibilidades.

Base epistemológica

Según los autores (Tapiero, García, Jiménez & Rojas, 2007) el componente epistemológico dentro de la filosofía de la educación aborda problemáticas en relación con la naturaleza del conocimiento, la forma como conoce el ser humano y la relación entre el investigador educativo y el objeto de conocimiento pedagógico.

En ese sentido, la epistemología, como teoría del conocimiento, valida y legitima los criterios bajo los cuales se construye y explica ese conocimiento como afirman (Zabala, et al.; 2013, p. 181), esta consideración refleja cuando establece leyes, hipótesis y teorías científicas sobre la base de los hechos objetivos que intentan explicarlas. Tendencia epistemológica de las TIC en educación. (Ver Tabla 1)

Tabla 1.
Tendencia epistemológica de las TIC en educación.

Tendencia epistemológica	**Enfoque epistemológico**	**Dimensión**	**Método**	**Relación con las TC.**	**Aprendizaje**
• **Tecnológico**	• Organización metodológica del sistema de conocimiento del aprendizaje de geometría	• Tecnología educativa como herramienta	• Aplicación de GEOGEBRA en el área de matemática	• Software GEOGEBRA	• Aprendizaje de geometría analítica con GEOGEBRA

Fuente: Adaptado por M. Pablo Meza. De (Zabala, Camacho y Chávez; 2013, p.190).

Bases psicológicas en el aprendizaje

Desde el punto de vista psicológico, el aprendizaje es concebido como una modificación continua y permanente del comportamiento del sujeto en conexión con su actuación ante la actividad escolar. La enseñanza y el aprendizaje se entienden como procesos indisolubles (Monereo, 2001), citado por (Moreno y García, 2009, p. 231), de un acto educativo que configura la forma de aprender de los estudiantes a las formas de enseñar utilizadas por el docente. En este proceso ocurre a partir de la interacción entre la información que recibe y el modo como la procesa en función de su bagaje cultural del estudiante.

El constructivismo en el aprendizaje

Castillo, S; (2008, p.173) El constructivismo como una propuesta epistemológica que surge en oposición al positivismo del conductismo y el procesamiento de la información; además, que se basa en la concepción que la realidad es una construcción interna, propia del individuo. Dicha forma de ver el constructivismo, indica Sánchez (2000), está justificada desde la perspectiva del uso de las tecnologías de información y comunicación para la construcción del conocimiento.

Al respecto, Flores (1996) citada por (Zavala, et al; 2013, p. 184) afirma que el verdadero aprendizaje humano es una construcción de cada estudiante, quien logra modificar su estructura mental y alcanzar un mayor nivel de diversidad, complejidad e integración, o sea, el verdadero aprendizaje es aquel que contribuye al desarrollo de la persona.

Para el propósito nuestro, podemos caracterizar que el constructivista, toma en cuenta elementos del proceso de aprendizaje que lo dinamizan, resaltando el rol del estudiante como procesador y productor del conocimiento; y del docente como diseñador de estrategias metodológicas pertinentes.

Constructivismo y sus implicaciones en el aprendizaje de la geometría analítica

Del constructivismo como postura epistemológica en la educación matemática presentamos las implicancias, analizados por Kilpatrick, Gómez y Rico (1995), citado por (Castillo, 2008, p.176)

- El conocimiento matemático es construido a través de un proceso de abstracción reflexiva.
- Existen estructuras cognitivas que se activan en los procesos de construcción.
- Las estructuras cognitivas están en desarrollo continuo.
- La actividad con propósito induce la transformación de las estructuras existentes.

Bases del sustento teórico del constructivismo como postura epistemológica, están representados por:

- **Jean Piaget**

Enfatizó la teoría del desarrollo cognitivo del niño. Para Piaget, la inteligencia se desarrolla en base a estructuras, la cuales tienen un sistema que presenta leyes o propiedades de totalidad; su desarrollo se inicia a partir de un estado de equilibrio cuya última forma es el estado adulto, el desarrollo psíquico será el resultado del pasaje de un estadio de menor equilibrio a otros cada vez más complejos y equilibrados.

También Piaget sostiene que el conocimiento es producto de la acción que la persona ejerce sobre su medio y éste sobre él; para que la construcción de conocimientos se dé, se genera un proceso de asimilación, incorporación, organización y equilibrio. Desde esta perspectiva, el aprendizaje surge de la solución de problemas que permiten el desarrollo de los procesos intelectuales.

- **Jerome Bruner**

Enfatiza el contenido de la enseñanza y del aprendizaje, privilegiando los conceptos y las estructuras básicas de las ciencias por ofrecer mejores condiciones para potenciar la capacidad intelectual del estudiante. Indica que la formación de conceptos en los estudiantes se da de manera significativa cuando se enfrentan a una situación problemática que requiere que evoquen y conecten, con base en lo que ya se saben los elementos de pensamiento necesarios para dar una solución. Bruner alude a la formulación de hipótesis, mediante reglas que pueden ser formuladas como enunciados condicionales y que, al ser aceptada, origina la generalización.

- **Lev Vygotsky**

Sostuvo que las funciones psicológicas superiores son resultado de la influencia del entorno, del desarrollo cultural: de la interacción con el medio. El objetivo es el desarrollo del espíritu colectivo, el conocimiento científico-técnico y el fundamento de la práctica para la formación científica de los estudiantes. Se otorga especial importancia a los escenarios sociales, se promueve el trabajo en equipo para la solución de problemas que solos no podrían resolver. Esta práctica también potencia el análisis crítico, la colaboración, además de la resolución de problemas matemáticas.

Al respecto Vygotsky sostenía que cada persona tiene el dominio de una zona de desarrollo real el cual es posible evaluar (mediante el desempeño personal) y una zona de desarrollo potencial. La diferencia entre esos dos niveles fue denominada zona de desarrollo próximo. Por lo tanto es recomendable que se identifique la zona de desarrollo próximo. Para ello se requiere confrontar al estudiante con el aspecto o motivo del aprendizaje a través de procedimientos como cuestionamientos directos y solución de problemas.

- **David Ausubel**

En el aprendizaje significativo hay una interacción entre el nuevo conocimiento y el ya existente, en el cual ambos se modifican. En la medida en que el conocimiento sirve de base para la atribución de significados a la nueva información, los conocimientos se modifica, o sea, los conceptos van adquiriendo nuevos significados, tornándose más diferenciados, más estables.

La estructura cognitiva está constantemente reestructurándose durante el aprendizaje significativo. El proceso es dinámico, por consiguiente, el conocimiento va siendo construido. El aprendizaje significativo depende de dos factores principales que intervienen en el proceso de aprendizaje, es decir, tanto la naturaleza del material que se va aprender como la de la estructura cognoscitiva del estudiante. Como también, establece las condiciones para el aprendizaje significativo. Según (Ausubel, (1976, p. 58).

Teoría de aprendizaje: el conectivismo en el aprendizaje

El conectivismo es una teoría del aprendizaje para la era digital, desarrollada por George Siemens y por Stephen Downes en el año 2014. Se basa en el análisis de las limitaciones del conductismo, el cognitivismo y el constructivismo. Es la integración de los principios explorados por las teorías del caos, redes, complejidad y auto-organización. Según esta teoría, el aprendizaje es un" proceso un proceso de conexión de nodos especializados o recursos de información". Según expresado por (García, 2008; Lepi, 2012), citado por (Lorente y Cabero; 2015, p.189), que ocurre en el interior de ambientes difusos de elementos centrales cambiantes que no están por completo bajo el control del individuo, pero también es un proceso que puede residir fuera de nosotros, y cuyo objetivo es conectar conjuntos de información especializada. Estas conexiones tienen mayor importancia que nuestro estado actual de conocimiento. El punto de partida, por tanto, es el individuo. Su conocimiento personal se compone de una red, la cual alimenta a organizaciones e instituciones, las que a su vez retroalimentan a la red, proveyendo nuevo aprendizaje para los individuos, lo que les permite estar actualizados en su área, mediante las conexiones que han formado.

Siguiendo a (Lorente, et al; 2015,p. 189), Según Stephenson (2009) y Calvani (2009), esta perspectiva colectivista presenta una serie de características específicas para la educación:

- La estructura de presentar la información hay que procesarla como un no-curso.
- Uso de aplicaciones web y servicios de todo tipo como blogs, microblogging, wikis y otras.
- El flujo de información y la base de conocimiento se distribuye, por ello se usan entornos de aprendizaje distribuido.
- La clase y los tiempos de clase desaparecen. Los grupos de trabajo son espontáneos y adecuados a los propios intereses de cada usuario.
- El currículo debe ser negociado con los propios

Práctica pedagógica

La práctica pedagógica es un conjunto de actividades que permiten planificar, desarrollar y evaluar procesos intencionados de enseñanza mediante los cuales se favorece el aprendizaje de contenidos (conocimientos, habilidades, actitudes y valores) por parte de personas que tienen necesidades de formación (Wilson, 1996) , citada por

Castillo, (2008, p.179).

Desde el punto de vista del proceso educativo y asumiendo el constructivismo como postura epistemológica en el aprendizaje de la geometría analítica plana mediante el uso de software GEOGEBRA. Tiene importantes implicancias en la práctica pedagógica:

- El aula de clases facilita el uso de potente herramienta para el aprendizaje es un ambiente de interacción activa con los objetos matemáticos.
- El docente es un diseñador de estrategias metodológicas pertinentes
- El conocimiento es construido por los estudiantes. Las experiencias deben ser interpretadas y procesadas por cada estudiante.
- El conocimiento previo de cada estudiante es conectado con los nuevos conocimientos de la geometría analítica con el uso de GEOGEBRA..

- Los estudiantes tienen mayores posibilidades de representar la gráfica de las ecuaciones de las rectas y secciones cónicas.
- Brinda mayores posibilidades de construcción y reconstrucción de nuevos conocimientos.
- Existen diferencias entre la práctica pedagógica tradicional y la práctica pedagógica activa. (Ver Tabla 2).

Tabla 2.

Práctica pedagógica tradicional vs. Práctica pedagógica activa.

Pedagogía Tradicional	Pedagogía Actual
• Es la "actividad planificada y desarrollada por parte de un profesor especialista en una determinada área curricular, quien que posee conocimientos didácticos con relación a cómo transmitir su saber". (Marcelo, 2001), citada por Castillo, (2008, p.179). • El educador transmite a través del método expositivo.	• La práctica pedagógica actual "permite al alumno continuar progresando en su proceso de aprendizaje y que utiliza todos los medios disponibles para favorecer y orientar este proceso, sin renunciar a priori a ninguno de ellos. (Yábar, 2000), citada por Castillo, (2008, p.179). • El educando construye sus conocimientos a través de método heurístico.

Fuente: Adaptada por M. Pablo Meza. De Castillo, (2008, p.179)

2.3 Definición de términos básicos

Aprendizaje significativo

Es el resultado de la interacción entre los conocimientos previos de un sujeto y los saberes por adquirir, siempre y cuando haya: necesidad, interés, ganas, disposición, por parte del sujeto cognoscente. De no existir una correspondencia entre el nuevo conocimiento y las bases con las que cuenta el individuo, no se puede hablar de un aprendizaje significativo. Cisneros, (2004, p. 94).

Aula de innovación

Es un salón moderno donde están instaladas las computadoras modernas en red, confiable, con acceso a todas las fuentes de información y capaz de transmitir contenidos de multimedia, a efectos de mejorar la calidad educativa mediante el uso de programas informáticos como estrategia metodológica en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría analítica plana de los estudiantes.

Competencia matemática

Es un saber actuar en un contexto particular, que nos permite resolver situaciones problemáticas reales o de contexto matemático. Un actuar pertinente a las características de la situación y a la finalidad de nuestra acción, que selecciona y moviliza una diversidad de saberes propios o de recursos del entorno. Eso se da mediante determinados criterios básicos como: contexto particular, actuar con pertinencia, seleccionar y movilizar saberes, utilizar recursos del entorno.

Estrategias de enseñanza

Son procedimientos que el agente de enseñanza utiliza en forma reflexiva y flexible para promover el logro de aprendizajes significativos en los estudiantes. Según los autores (Mayer, 1984; Shuell 1998; West, Farmer y Wolff, 1991). Citada por Díaz, F y Hernández, G. (2010, p. 118).

Geometría analítica

Rama de la geometría que las figuras geométricas usando los sistemas de coordenadas y la resolución de problemas geométricos mediante métodos algebraicos, donde las coordenadas se representan por grupos numéricos, y las figuras mediante ecuaciones.

Lugar geométrico

Un lugar geométrico es un conjunto de puntos que satisfacen determinadas condiciones o propiedades geométricas. Podemos mencionar como la bisectriz, circunferencia, parábola que cada una cumplen determinas propiedades.

Secciones cónicas

Las curvas cónicas se representan a través de ecuaciones de segundo grado mediante dos variables X, Y. La geometría analítica demuestra que toda la ecuación de segundo grado corresponde a una cónica.Se clasifican en cuatro tipos: elipse, parábola, hipérbola y circunferencia.

Situación problemática

Una situación problemática es una situación de dificultad ante la cual hay que buscar y dar reflexivamente una respuesta coherente, encontrar una solución. Estamos, por ejemplo, frente a una situación problemática cuando no disponemos de estrategias o medios conocidos de solución. MINEDU (2014, p. 14).

Sistema cartesiano en dos dimensiones (2D)

El sistema de coordenadas cartesianas en el plano está constituido por dos rectas perpendiculares que se intersecan en un punto “O” al que se le llama “el origen”. Una de las rectas se acostumbra representarla en posición horizontal y se le da el nombre de eje X o eje de las abscisas; a la otra recta, vertical, se le denomina eje Y o eje de las ordenadas, y ambas constituyen los dos ejes de coordenadas rectangulares, los cuales dividen al plano en cuatro partes llamadas cuadrantes.

Software educativo

Según Marqués (1997), programas educativos y programas didácticos como sinónimos que designan a los programas de ordenador creados con la finalidad de ser utilizados, para facilitar los procesos de enseñanza y aprendizaje (medios didácticos).

Software matemático

Son sinónimos software matemático, programa matemático, programa informático de la matemática. Son programas para ordenador, creados para fines específicos para facilitar la enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

Software geogebra

Es un programa informático de matemática dinámica para todos los niveles educativos que reúne geometría, álgebra, hoja de cálculo, gráficos en 2D y 3D, estadística y cálculo en un solo programa y muy de fácil de usar en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría.

2.4 Resumen

El marco teórico de la investigación cuyo propósito fue la fundamentación teórica de la investigación sobre la influencia de aplicación del software GEOGEBRA en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085, El Agustino – 2015. La elaboración del marco teórico ha sido desarrollado mediante la revisión de la literatura y la construcción de una perspectiva teórica para explicar el fenómeno, predecir el fenómeno y sistematizar el conocimiento; teniendo en cuenta la capacidad de descripción, explicación y predicción, consistencia lógica e innovación del objeto de estudio de la investigación.

Capítulo III. Hipótesis y variables

Introducción

Según Hernández, Fernández y Baptista (2006, p, 123), en el ámbito de la investigación científica las "hipótesis son proposiciones tentativas acerca de las relaciones entre dos o más variables, y se apoyan en conocimientos organizados y sistematizados". Es decir las hipótesis son proposiciones sujetas a comprobación empírica y a verificación de la realidad.

La hipótesis de la investigación fue formulada con la siguiente proposición: La aplicación del software GEOGEBRA influye significativamente en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085, El Agustino, 2015 y constituyen tres hipótesis específicas, estableciendo la relación de la variable independiente con la variable dependiente.

La formulación de la hipótesis y la relación entre variables, cuya función es guiar el objeto de estudio de la investigación para dar explicaciones y apoyar la prueba de la teoría de diseño cuasi experimental; consta los siguientes componentes:

1. Hipótesis general y tres específicas.
2. Variables independiente y dependiente.
3. Operacionalización de variables.

3.1 Hipótesis

Hernández, Fernández y Baptista (2006:122), la hipótesis se define como "explicaciones tentativas del fenómeno investigado. De hecho, son respuestas provisionales a las preguntas de investigación"

3.1.1 Hipótesis general

H_G: La aplicación del software GEOGEBRA influye significativamente en el aprendizaje de la Geometría Analítica en los estudiantes de Quinto Grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa José De la Torre Ugarte de El Agustino, 2015.

3.1.2 Hipótesis específicas

H_1. La aplicación del software GEOGEBRA influye significativamente en el aprendizaje de la capacidad de razonamiento y demostración de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José De la Torre Ugarte de El Agustino, 2015.

H_2. La aplicación del software GEOGEBRA influye significativamente en el aprendizaje de la capacidad de comunicación matemática de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José De la Torre Ugarte 0085, El Agustino, 2015.

H_3. La aplicación del software GEOGEBRA influye significativamente en el aprendizaje de la capacidad de resolución de problemas de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José De la Torre Ugarte de El Agustino, 2015.

3.2 Variables

Según Hernández, et al. (2006, p. 132) “las supuestas causas se conocen como variables independientes y los efectos como variables dependientes. En este trabajo de investigación se ha establecido dos variables.

3.2.1 Variable independiente

Variable independiente. X: Uso del software GEOGEBRA. Todo aquel aspecto, hecho, situación, que se considera como “causa de” aprendizaje de la geometría analítica

3.2.2 Variable dependiente

Variable dependiente. Y: Aprendizaje de la geometría analítica. Es el resultado o efecto producido por la aplicación del software GEOGEBRA.

3.3 Operacionalización de variables

Una vez identificadas las variables objeto de estudio, es necesario conceptualizarlas y operacionalizarlas. Para Hernández, et al, (2006, p. 146). Operacionalizar constituye el conjunto de procedimientos que describe “qué actividades u operaciones deben realizarse para medir una variable”. Es un proceso metodológico que consiste en descomponer o desagregar deductivamente las variables que componen el problema de investigación, partiendo de lo más general a lo más específico; es decir, las variables se dividen en dimensiones, áreas, aspectos, indicadores e índices.

3.3.1 Dimensiones, sub dimensiones e indicadores de la variable independiente

Tabla 3.

Operacionalización de la variable independiente: Aplicación del software GEOGEBRA.

Aplicación del Software Geogebra			
V.I.	**Dimensiones**	**Sub Dimensiones**	**Indicadores**
Variable independiente Uso del software Geobra	**COORDENDAS RECTANGULARES**	**Sistema de coordenadas rectangulares**	1.1. Representa sistema de coordenadas cartesianas 1.2. Determina la distancia entre dos puntos cualesquiera del plano cartesiano. 1.3. Determina coordenadas de un punto medio del segmento.
	LA RECTA	**La recta y ecuaciones de la recta**	2.1. Interpreta ángulo de inclinación y pendiente de una recta. 2.2. Expresa posiciones relativas de dos rectas en el plano. 2.3. Determina la ecuación principal de la recta 2.4. Expresa en forma general la ecuación de la recta.
	SECCIONES CÓNICAS	**Circunferencia y ecuaciones de la circunferencia**	3.1. Determina las coordenadas de centro y radio de la circunferencia 3.2. Construye la gráfica de la ecuación de circunferencia 3.3. Determina la ecuación de la recta tangente a la circunferencia en el punto P. 3.4. Expresa en forma general la ecuación ordinaria de la circunferencia.
		Parábola y ecuaciones de la parábola	4.1. Identifica los elementos de la parábola 4.2. Determina la ecuación de la parábola con centro en el origen de las coordenadas. 4.3. Determina la ecuación de la parábola con centro en el punto C (h, k). 4.4. Representa la gráfica de la parábola a partir de la ecuación general.
		La elipse y ecuaciones de la elipse	5.1. Identifica los elementos de la elipse. 5.2. Determina la ecuación de la elipse con vértice en el origen. 5.3. Determina la ecuación de la elipse con vértice en el punto C (h, k). 5.4. Representa la gráfica de la elipse a partir de la ecuación general.

Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

3.3.2 Dimensiones e indicadores de la variable dependiente

Tabla 4.

Operacionalización de variable dependiente: Aprendizaje de la geometría analítica plana.

V.D.	Dimensiones	Indicadores
VARIABLE DEPENDIENTE **Aprendizaje de la Geometría Analítica.**	Aprendizaje de la capacidad de razonamiento y demostración	1. Observa las características y propiedades de figuras geométricas de dos o tres dimensiones, estableciendo relaciones geométricas. . 2. Localiza y describe relaciones espaciales mediante coordenadas geométricas. 3. Utiliza la visualización, el razonamiento matemático y modelización geométrica para resolver problemas. 4. Elabora conclusiones a partir de sus experiencias
	Aprendizaje de la capacidad de comunicación matemática	1. Comprende ideas matemáticas 2. Expresa en forma oral y escrita usando lenguaje matemático y diversas formas de representación. 3. Manejo y el usa expresiones y símbolos matemáticos 4. Interpreta y analiza expresiones matemáticas escritas o verbales. 5. Representa la gráfica y ecuaciones de la recta y cónicas con GEOGEBRA en 2D.
	Aprendizaje de la capacidad de resolución de problemas	1. Matematiza situaciones problemáticas, reconociendo el contexto y el modelo matemático. 2. Elabora y diseña un plan de solución. 3. Selección y aplica procedimientos y estrategias heurísticas. 4. Resuelve la situación problemática del contexto real y matemático.

Fuente: Elaborada por M.Pablo Meza.

3.4 Resumen

La formulación de la hipótesis y la relación entre variables, cuya propósito fue comprender las definiciones de hipótesis, relación de variables, definición conceptual y definición operacionalización de las variables sobre influencia de la aplicación del software GEOGEBRA en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria.

La formulación de la hipótesis y la relación entre variables, se ha considerado conveniente precisar las variables de las hipótesis, definir conceptualmente las variables de las hipótesis y definir operacionalmente las variables de las hipótesis del objeto de estudio de la investigación.

Capítulo IV. Metodología

Introducción

Siguiendo a Sánchez y Reyes (2006, p. 43), el método experimental “consiste en organizar deliberadamente condiciones, de acuerdo un plan previo, con el fin de investigar las posibles relaciones causa-efecto”. Para (Hernández, et al; 2006, p. 509), el “método es la parte del reporte describe cómo fue llevado a cabo la investigación.

La investigación sobre la aplicación del software GEOGEBRA en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085, El   Agustino, 2015, asume el enfoque cuantitativo, tipo de investigación aplicada. Según Sánchez, et al; (2006, p. 37), de diseño cuasi-experimental.

Mediante el enfoque cuantitativo,se realizó la recolección de datos y el análisis para contestar las preguntas formuladas y probar la hipótesis planteadas. La medición de variables e instrumentos de investigación con el uso de estadística dscriptiva e inferencial, y el tratamiento estadístico.

La metodología correspondiente del proceso del desarrollo de la investigación consta los siguientes componentes: enfoque de investigación, tipo de investigación, diseño de investigación, población y muestra, técnicas e instrumentos de recolección de información, tratamiento estadístico y Procedimiento.

4.1 Enfoque de la investigación

Nuestra investigación asume el enfoque cuantitativo. Según Hernández, et al, (2006, pp. 5; 21), la "investigación cuantitativa usa la recolección de datos para probar hipótesis, con base en la medición numérica y el análisis estadístico para establecer patrones de comportamiento y probar teorías". Es decir, ofrece la posibilidad de generalizar los resultados más ampliamente, otorga control sobre los fenómenos , así como punto de vista de conteo, posibilidad de réplica, comparación entre estudios similares.

Mediante el enfoque cuantitativo,el presente trabajo utiliza la recolección de datos y el análisis para contestar las preguntas formuladas y probar la hipótesis planteadas. La medición de variables e instrumentos de investigación con el uso de estadística dscriptiva e inferencial, y el tratamiento estadístico.

4.2 Tipo de investigación

El tipo de investigación que asume nuestro trabajo es de investigación aplicada. Según Sánchez y Reyes (2006, p. 37), "La investigación aplicada busca conocer para hacer, para actuar, para construir, para modificar; le preocupa aplicación inmediata sobre una realidad circunstancial antes que el desarrollo de un conocimiento de valor universal". Es decir pretende las causas de los eventos, sucesos o fenómenos que se estudian.

Planteado nuestro problema de investigación, revisada la literatura y analizada. Nuestra investigación tiene como propósito determinar la aplicación del Software GEOGEBRA influye en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085-El Agustino – 2015.

4.3 Método

Siguiendo a (Sánchez y Reyes, 2006, p. 44), El método de control de la investigación es empírico y teórico, en su forma cuasi experimental, debido a que se aplica una propuesta educativa basada en el uso del software Geogebra de aplicación informática como estrategia metodológica a un grupo experimental.

4.4 Diseño de investigación

El diseño de investigación es de Cuasi experimental. Según Hernández, et, al. (2006:193). “este diseño incorpora la administración de Preprueba a los grupos que componen el experimento. Los sujetos se asignan al azar a los grupos, después se aplica simultáneamente la prueba; un grupo recibe el tratamiento experimental y otro no; por último, se le administra, también simultáneamente, una Post Prueba”.

El Diseño Cuasi-experimental utilizado en el proceso de trabajo se estableció con dos grupos de estudiantes un Grupo Control (GC) y otro Grupo Experimental (GE).

El diseño se esquematiza de la siguiente manera:

	Preprueba		Post Prueba
GC:	O_1	-	O_3
GE:	O_2	X	O_4

Dónde:

GC: Grupo de control, enseñanza sin software Geogebra

GE: Grupo experimental, enseñanza con el software Geogebra

X: Tratamiento del Software Geogebra

-: Tratamiento sin el Software Geogebra

$O_{1:}$ Observación Inicial del Grupo Control

$O_{2:}$ Observación Inicial del Grupo Experimental

$O_{3:}$ Observación Final del Grupo Control

$O_{4:}$ Observación Final del Grupo Experimental

El tratamiento del experimento se realizó de la siguiente manera:

1. Se seleccionó la muestra del experimento de manera intencional por ser una muestra no probabilística. Los estudiantes de quinto grado "A" grupo experimental y los estudiantes de quinto grado "B" grupo de control.
2. Después se elaboró un módulo de geometría analítica plana, con su respectiva prueba de conocimiento y sesiones de aprendizaje
3. Luego se realizó la validación del módulo y la prueba de conocimientos para aplicarlos al grupo experimental.
4. Se aplicó en un primer momento una prueba inicial a ambos grupos con la finalidad de conocer que nociones y competencias dominan que los estudiantes sobre geometría analítica
5. Ambos grupos se desarrollarán contenidos teóricos y prácticos sobre geometría analítica
6. Al grupo experimental se desarrolló el Módulo de geometría analítica con Geogebra durante ocho sesiones de aprendizaje.
7. Finalizado el periodo del ciclo se aplicó ambos grupos una prueba final para ver resultados.

4.5 Población y muestra

4.5.1 Población.

Según Hernández, et al. (2006, p. 238), la "población es el conjunto de todos los casos que concuerdan con una serie de especificaciones" en donde se desarrolla el trabajo de investigación.

Es la totalidad de elementos de estuiantes que tienen características similares y sobre las cuales se va realizar la inferencia

La población son todos los estudiantes de quinto grado de nivel secundario de la institución educativa José De la Torre Ugarte del distrito de El Agustino, 2015.

4.5.2 Muestra

La muestra de estudio es no probabilística. Según Hernández, et al. (2006, p. 262) en las muestras de este tipo, "la elección de los sujetos no depende de todos los que tengan la misma probabilidad de ser elegidos, sino la decisión del investigador o grupo de personas que recolectan los datos".

La muestra de estudio de nuestra investigación es no probabilística e intencional, dado que el investigador seleccionó la muestra según el propio criterio, sin ninguna regla matemática o estadística, procurando que sea esta la más representativa posible, para lo cual es necesario conocer objetivamente las características de la población de estudiantes.

Institución Educativa "José De la Torre Ugarte"	N° de estudiantes
Grupo Experimental-Sección A	30
Grupo de Control - Sección B	30
Total	**60**

Figura 33. Muestra de la población de investigación.
Fuente: Registro oficial de los estudiantes de quinto grado A y B de la Institución Educativa "José De la Torre Ugarte"-2015.

4.6 Técnicas e instrumentos de recolección de información

Un aspecto muy importante en el proceso de la investigación es la obtención de la información, de ello dependen la confiabilidad y validez del estudio. Esta etapa de la recolección de información en investigación se conoce como trabajo de campo.

Las técnicas e instrumentos de investigación, según los autores Ñaupas, H. Mejía, E. Novoa, E. Villagómez, A. (2014, p. 201), se refieren a los procedimientos y herramientas mediante los cuales vamos a recoger los datos e informaciones necesarias para probar o contrastar nuestras hipótesis de investigación. El cuestionario es un instrumento para recolectar los datos**.** Según Hernández, et al. (2006, p. 310). "Un cuestionario consiste en un conjunto de preguntas de una o más variables a medir".

Para la recolección de datos durante el proceso de investigación se han considerado las siguientes técnicas y respectivos instrumentos:

4.6.1 La técnica de prueba de conocimientos y su instrumento el cuestionario.

La prueba de conocimiento es una de las técnicas de recolección de información utilizada en este trabajo de investigación**.** Se fundamenta en un conjunto de cuestionario o conjunto de preguntas elaboradas con el propósito de medir la capacidad de razonamiento y demostración, comunicación matemática y resolución de problemas en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la IE. N° 0085 José De la Torre Ugarte.

4.6.2 Un Módulo de aprendizaje de la geometría analítica plana con GEOGEBRA.

El módulo de aprendizaje de la geometría analítica con GEOGEBRA, ha sido desarrollado en ocho sesiones de aprendizaje con las técnicas e instrumentos de evaluación respectivamente, referidos en la capacidad de la capacidad de razonamiento y demostración, comunicación matemática y resolución de problemas.

4.6.3 Técnica de procesamiento de datos, y su instrumento las tablas de procesamiento de datos.

El procesamiento de datos, se ha realizado mediante el uso de herramientas estadísticas con el apoyo de la computadora, utilizando programas informáticos de la estadística como SPSS. Versión 21. En el presente informe final presentamos el procedimiento mediante la descripción de los resultados de la investigación sobre la influencia de la aplicación del software GEOGEBRA en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085, El Agusti*n*o, 2015.

4.6.4 Técnica de opinión de expertos y su instrumento el informe de juicio de expertos.

La opinión de expertos y su instrumento el informe de juicio de expertos de cuatro doctores en educación, para validar el módulo y la prueba de conocimientos.

4.6.5 El test de conocimiento de razonamiento y demostración, comunicación matemática, resolución de problemas.

Se ha considerado la prueba específica proponiendo como instrumentos preguntas objetivas seleccionadas.

Tabla 5.

Ficha de observación del uso de GEOGEBRA en el aprendizaje de la geometría analítica. Para variable independiente.

Variable	Dimensiones	Sub dimensiones	Indicadores	%	N° de ítems
VARIABLE INDEPENDIENTE USO DEL SOFTWARE GEOBRA	COORDENADAS RECTANGULARES	Sistema de coordenadas rectangulares	1.1. Representa sistema de coordenadas cartesianas 1.2. Determina la distancia entre dos puntos cualesquiera del plano cartesiano. 1.3. Determina coordenadas de un punto medio del segmento.	12,12	4
	LA RECTA	La recta y ecuaciones de la recta	2.1. Interpreta ángulo de inclinación y pendiente de una recta. 2.2. Expresa posiciones relativas de dos rectas en el plano. 2.3. Determina la ecuación principal de la recta 2.4. Expresa en forma general la ecuación de la recta.	15,15	5
	SECCIONES CÓNICAS	Circunferencia y ecuaciones de la circunferencia	3.1. Determina las coordenadas de centro y radio de la circunferencia 3.2. Construye la gráfica de la ecuación de circunferencia 3.3. Determina la ecuación de la recta tangente a la circunferencia en el punto P. 3.4. Expresa en forma general la ecuación ordinaria de la circunferencia.		5
		Parábola y ecuaciones de la parábola	4.1. Identifica los elementos de la parábola 4.2. Determina la ecuación de la parábola con centro en el origen de las coordenadas. 4.3. Determina la ecuación de la parábola con centro en el punto C (h, k). 4.4. Representa la gráfica de la parábola a partir de la ecuación general.	15,15	5
		La elipse y ecuaciones de la elipse	5.1. Identifica los elementos de la elipse. 5.2. Determina la ecuación de la elipse con vértice en el origen. 5.3. Determina la ecuación de la elipse con vértice en el punto C (h, k). 5.4. Representa la gráfica de la elipse a partir de la ecuación general.	15,15	5

Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

Tabla 6.

Ficha de observación del uso de GEOGEBRA en el aprendizaje de la geometría analítica. Para variable dependiente.

Variable	Dimensiones	Indicadores	%	N° de ítems
VARIABLE DEPENDIENTE **Aprendizaje de la Geometría Analítica.**	Aprendizaje de la capacidad de razonamiento y demostración	1. Observa las características y propiedades de figuras geométricas de dos o tres dimensiones, estableciendo relaciones geométricas. . 2. Localiza y describe relaciones espaciales mediante coordenadas geométricas. 3. Utiliza la visualización, el razonamiento matemático y modelización geométrica para resolver problemas. 4. Elabora conclusiones a partir de sus experiencias	9,09	3
	Aprendizaje de la capacidad de comunicación matemática	1. Comprenden ideas matemáticas 2. Expresar en forma oral y escrita usando lenguaje matemático y diversas formas de representación. 3. Manejo y el usa de expresiones y símbolos matemáticos 4. Interpreta y analiza expresiones matemáticas escritas o verbales. 5. Representa la gráfica y ecuaciones de la recta y cónicas con GEOGEBRA en 2D.	9,09	3
	Aprendizaje de la capacidad de resolución de problemas	1. Matematiza situaciones problemáticas, reconociendo el contexto y el modelo matemático. 2. Elabora y diseña un plan de solución de la situación problemática. 3. Selecciona y aplica procedimientos y estrategias heurísticas. 4. Resuelve la situación problemática del contexto real y matemático.	9,09	3

Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

4.7 Tratamiento estadístico

Los datos fueron procesados a través de las medidas de tendencia central y de dispersión para posterior presentación de resultados. Según, Hernández. S (2006). “Una prueba estadística para evaluar si dos grupos se difieren entre sí de manera significativa respecto a sus medias en una variable es la prueba t de Student. La hipótesis de trabajo fue procesada a través de la prueba paramétrica de T Student, para comprobar las diferencias existentes en los aprendizajes de la geometría analítica con el uso de software GEOGEBRA y los aprendizajes de manera tradicional de los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José De la Torre Ugarte, 2015.

La contrastación de la hipótesis se realizó de manera directa teniendo en cuenta los resultados de pretest y pos test y las fuentes de recolección de información utilizada y el aporte del marco teórico como sustento de la investigación.

4.8 Procedimiento

- Se seleccionó la muestra del trabajo de manera intencional por ser una muestra no probabilística, donde el 5° A grupo experimental y el 5° B grupo de control.
- Se elaboró un módulo de geometría analítica con software GEOGEBRA, con su respectiva prueba de conocimiento.
- S realizó la validación de la prueba de conocimientos mediante Juicio de Expertos.
- Se desarrolló el módulo de ocho sesiones al grupo experimental.
- Para llevar a cabo la aplicación del instrumento del aprendizaje de geometría analítica se identificó a los estudiantes que conformaron el grupo de estudio.
- Los datos fueron obtenidos mediante la aplicación de una prueba de entrada y una prueba de salida del aprendizaje de la geometría analítica.
- La prueba de pre test se elaboró para conocer la homogeneidad de los grupos al inicio del trabajo y se realizó en base a los conocimientos previos. (Ver Tabla 7)
- La prueba de pos test se elaboró con la intención de medir la influencia del uso de software GEOGEBRA. (Ver tabla 8).

Tabla 7.

Ficha técnica 1: Prueba de aprendizaje de geometría analítica. Para conocer la homogeneidad de los grupos de investigación.

Nombre	Prueba de aprendizaje de geometría analítica plana. Para conocer la homogeneidad de los grupos de investigación**.**
Autor	Mg. Marcelino Marcos PABLO MEZA.
Año de edición	2015
Duración	140 minutos.
Número de ítems	24
Dirigido	Estudiantes de quinto grado, nivel secundario.
Tipo de pregunta	Alternativa dicotómica
Significación	Se trata de una prueba compuesta de 20 preguntas distribuidas para medir razonamiento y demostración, comunicación matemática, resolución de pruebas.

Fuente: Elaboración Propia.

Tabla 8.

Ficha técnica 2: Prueba de aprendizaje de geometría analítica. Para medir la influencia del uso de GEOGEBRA en el aprendizaje de la geometría analítica.

Nombre	**Prueba de aprendizaje de geometría analítica. Para medir la influencia del uso de GEOGEBRA en el aprendizaje de la geometría analítica.**
Autor	Mg. Marcelino Marcos PABLO MEZA.
Año de edición	2015
Forma de administración	Individual y colectivo
Duración	140 minutos.
Número de ítems	24
Dirigido	Estudiantes de quinto grado, nivel secundario.
Tipo de pregunta	Alternativa dicotómica
Significación	Se trata de una prueba compuesta de 20 preguntas distribuidas para medir razonamiento y demostración, comunicación matemática, resolución de problemas. Para luego comparar los resultados de los grupos de investigación.

.

Fuente: Elaboración Propia.

Calificación. Las repuestas se calificaron mediante clave del solucionario con escala vigesimal, teniendo en cuenta la representación gráfica de figuras geométricas en 2D con la aplicación de software matemático GEOGEBRA en el proceso de aprendizaje de la geometría analítica.

4.9 Resumen

Metodología de la investigación cuyo propósito fue organizar deliberadamente condiciones, mediante el diseño cuasi-experimental con el fin de investigar las posibles relaciones causa-efecto sobre influencia de aplicación del software GEOGEBRA en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085, El Agustino, 2015.

Los datos fueron obtenidos mediante la aplicación de una prueba de entrada y una prueba de salida del aprendizaje de la geometría analítica que fueron tomados antes y después de la aplicación de software GEOGEBRA. Esta etapa de la recolección de información en investigación se conoce como trabajo de campo, de ello dependen la confiabilidad y validez del estudio.

La hipótesis de trabajo fue procesada a través de la prueba paramétrica de T Student, para comprobar las diferencias existentes en los aprendizajes de la geometría analítica con el uso de software GEOGEBRA y los aprendizajes de manera tradicional de los estudiantes.

Capítulo V. Resultados

Introducción

Mediante la aplicación del Software estadístico SPSS V 21.0 se obtuvo la confiabilidad Kuder-Richardson de la prueba de entrada y salida. El resultado obtenido del coeficiente Kuder-Richardson es igual a 0,93, dicho instrumento es válido por ser mayor a 0,60. Es decir cumple con los objetivos de la investigación. Además, el instrumento es de muy alta confiabilidad por estar en la escala de 0,81 a 1,00 por lo que dicho instrumento presenta consistencia interna.

Por lo tanto se determina que nuestros datos se ajustan a una curva normal y se puede utilizar una prueba paramétrica para la contratación de la hipótesis, en nuestro caso la T de Student. La validación del instrumento se realizó en base al marco teórico, considerándose la categoría de validez de contenido.

Los resultados de la evaluación en aprendizaje de la geometría analítica, al inicio 10,8 y salida de la investigación del grupo experimental son de 14,5. Con la aplicación del software GEOGEBRA. Lo cual demuestra que con la aplicación de este enfoque mejora el logro de aprendizaje de la geometría analítica.

5.1 Validez y confiabilidad de los instrumentos

Todo instrumento de recolección de información debe asumir dos propiedades esenciales: validez y confiabilidad. La validez y la confiabilidad no se asumen, se someten a la prueba.

Hay diversos factores que llegan afectar como la improvisación, instrumentos validados en otro contexto, utilizar un lenguaje muy elevado para el sujeto participante. Los posibles errores hemos evitado mediante una adecuada revisión de la literatura que ha permitido seleccionar las dimensiones apropiadas de las variables del estudio.

5.1.1 Validez del instrumento.

Según *Hernández Sampieri (2006, p. 277), "La* validez es el grado en que un instrumento realmente mide la variable que pretende medir". Lo expresado anteriormente define la validación de los instrumentos, como la determinación de la capacidad de los instrumentos para medir las cualidades de las variables que se busca medir.

La validación del instrumento se ha sometido a la prueba en base al marco teórico, considerándose la categoría de validez de contenido. El procedimiento de juicio de expertos quienes determinaron el nivel de validez y aplicabilidad a partir del análisis y evaluación de los ítems del respectivo instrumento.

El instrumento de medición utilizada es el cuestionario, mediante la técnica de pruebas de conocimiento, desarrollados a base al Módulo de aprendizaje de la geometría analítica con uso de software GEOGEBRA.

Determinar la validez del instrumento implicó someterlo a la evaluación de un panel de expertos antes de la aplicación para que hicieran los aportes a la investigación y se verificara si el contenido del instrumento se ajusta el estudio planteado.

La técnica de opinión de expertos y su instrumento el informe de juicio de expertos se realizó con el apoyo de cuatro doctores en educación, para validar de Pre Test y Post Test. En este caso consultamos, la opinión de los expertos, profesores de la universidad con amplia experiencia en el campo de la investigación educacional. (Ver Tabla 9)

Para tal fin, se les hizo entrega de los instrumentos correspondientes: Matriz de consistencia, Matriz operacional de las variables, Los cuestionarios y Diseño de opinión de expertos. Sobre la base de los indicadores: claridad, objetividad, actualidad, organización, suficiencia, intencionalidad, consistencia, coherencia, metodología y pertinencia. (Apéndice F).

Tabla 9.

Aspectos de validación de informantes: pretest y postest.

N°	Expertos	Evaluación del módulo	Evaluación del cuestionario
1	Dr. Rubén Flores Rosas	95%	95%
2	Dr. David Beto Palpa Galván	90%	90%
3	Dr. Lolo José caballero Cifuentes	80%	80%
4	Dra. Adrián Quispe Andía.	90%	90%
	Promedio de valoración	**88,75%**	**88,75%**

Fuente: Elaboración Propia.

Los valores resultantes después de tabular las calificaciones respectivas por los expertos pueden ser comprendidos mediante valores de los niveles de validez.

El informe de expertos sobre validez y aplicabilidad del instrumento con promedio de valoración de 88,75% con nivel de validez excelente. Por lo tanto, es aplicable para el propósito propuesto. (Tabla 10.)

Tabla 10.

Valores de los niveles de validez.

Valores	Niveles de validez
81 - 100	**Excelente**
61 - 80	Muy bueno
41 - 60	Bueno
21 - 40	Regular
01 - 20	Deficiente

Fuente: Informes de expertos sobre validez y aplicabilidad del instrumento.

5.1.2 Confiabilidad de los instrumentos

El criterio de confiabilidad del instrumento, se ha determinado por el coeficiente de **Kuder-Richardson 20**, desarrollado por Kuder y Richardson en 1937, requiere de una sola administración del instrumento de medición y es aplicable en las pruebas de **ítems dicotómicos** en los cuales existen respuestas correctas e incorrectas posibles, por lo que puede ser utilizado para determinar la confiabilidad en escalas cuyos ítems tienen como respuesta dos alternativas.

Entendemos por confiabilidad el grado en que el instrumento pre y post prueba es consistente al medir las variables. Su fórmula determina el grado de consistencia y precisión; la escala de valores que determina la confiabilidad está dada por los siguientes valores. (Tabla 11).

Tabla 11.

Interpretación del coeficiente de KR20

Rangos de magnitud	Niveles de confiabilidad
0,81 a 1,00	**Muy alta confiabilidad**
0,61 a 0,80	Alta confiabilidad
0,41 a 0,60	Moderada confiabilidad
0,21 a 0,40	Baja confiabilidad
0,01 a 0,20	Muy baja confiabilidad

Fuente: Elaboración Propia.

La fórmula del estadístico de confiabilidad Kuder-Richardson:

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} * \frac{Vt - \sum pq}{Vt}$$

En donde:

r_{tt} =coeficiente de confiabilidad.

n =número de ítems que contiene el instrumento.

V_t = varianza total de la prueba.

$\sum pq$ = sumatoria de la varianza individual de los ítems.

Mediante la aplicación del Software estadístico SPSS V 21.0 se obtuvo la confiabilidad **Kuder-Richardson** de la prueba de entrada y salida.

a). Confiabilidad de la prueba

El instrumento de la prueba de entrada se aplicó a una muestra piloto de doce estudiantes. Obteniendo el siguiente resultado de confiabilidad con la aplicación del MS Excel.

Tabla 12.

Resultado de confiabilidad del instrumento con aplicación del NS Excel.

Alumno	ITEM												Media ($\bar{X}$)
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total	$(x_i - \bar{X})^2$	13.333
1	2	0	2	0	2	2	2	2	2	0	14	0.444	
2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	0	14	0.444	st^2
3	2	0	2	0	2	0	2	0	0	0	8	28.444	6.222
4	2	2	2	0	2	2	2	0	0	0	12	1.778	
5	2	2	2	0	2	2	2	0	0	0	12	1.778	
6	2	2	2	0	2	0	2	0	0	0	10	11.111	
7	2	2	2	0	2	2	2	2	2	0	16	7.111	
8	2	2	2	0	2	2	2	2	2	0	16	7.111	
9	2	2	2	0	2	2	2	2	2	0	16	7.111	
10	2	2	2	0	2	2	2	2	2	0	16	7.111	
11	2	2	2	0	2	0	2	2	0	0	12	1.778	
12	2	0	2	2	2	0	2	2	2	0	14	0.444	
TRC	12	9	12	2	12	8	12	7	6	0	160	74.667	
Media	1	0.75	1	0.17	1	0.67	1	0.58	0.5	0			
p	1	0.75	1	0.17	1	0.67	1	0.58	0.5	0			
q	0	0.25	0	0.833	0	0.333	0	0.42	0.5	1			
p.q	0	0.19	0	0.139	0	0.222	0	0.24	0.25	0	1.04		

$$r_{tt} = \frac{k}{k-1} * \frac{st^2 - \sum p.q}{st^2} \quad = \quad 0.93$$

$$kr_{tt} = \frac{10}{10-1}\left[\frac{6.222 - 1.04}{6.222}\right] \quad \Rightarrow \quad kr_{tt} = 0,93$$

Fuente: Elaboración Propia. Coeficiente Kuder-Richardson es igual a 0, 93.

El resultado obtenido del coeficiente Kuder-Richardson es igual a 0,93, dicho instrumento es válido por ser mayor a 0,60. Es decir cumple con los objetivos de la investigación. Además, el instrumento es de muy alta confiabilidad por estar en la escala de 0,81 a 1,00 por lo que dicho instrumento presenta consistencia interna.

5.2 Presentación y análisis de los resultados

La interpretación de los resultados de los métodos de análisis cuantitativo se efectúa sobre la matriz de datos utilizando programa computacional. Según *Hernández, S. et al. (2006*, p. 408). En el proceso de análisis de los resultados de la investigación, se sigue los siguientes pasos**:**

5.2.1 Prueba estadística de normalidad

En la Prueba de Normalidad **es** indispensable determinar si la información obtenida en el proceso, tiene un comportamiento mediante una distribución normal. Para ello la estadística posee algunas pruebas, entre ellas encontramos la prueba de Ji-cuadrado , Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors, Shapiro y Wilks o la prueba de Anderson Darling; pero una manera sencilla de realizar la prueba de normalidad es con Histograma de frecuencia.

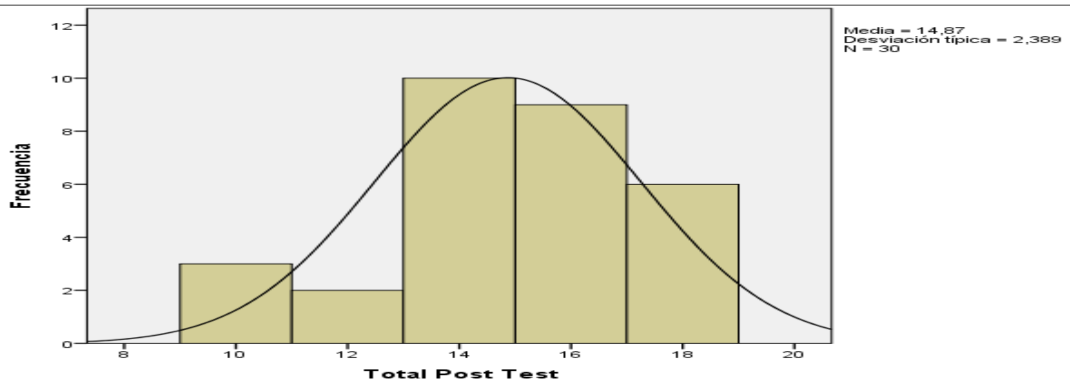


Figura 34. Histograma de frecuencias
Fuente: Elaboración Propia.

Prueba de Kolmogorov-Smirnov

La prueba de Kolmogorov -Smirnov con la modificación de Lillierfors es aplicada únicamente a variables continuas y calcula la distancia máxima entre la función de distribución empírica de la muestra seleccionada y la teórica, en este caso la normal.

La prueba de Kolmogorov-Smirnov es la más utilizada y se considera uno de los test más potentes para muestras mayores o iguales de 30 casos. (Tabla 14).

Tabla 13.

Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra

	N	Media	Desviación típica	Mínimo	Máximo
Total Post Test	30	14,50	1,815	10	18

		Total Post Test
N		30
Parámetros normales[a,b]	Media	14,50
	Desviación típica	1,815
Diferencias más extremas	Absoluta	,242
	Positiva	,171
	Negativa	-,242
Z de Kolmogorov-Smirnov		1,325
Sig. asintót. (bilateral)		,060

a. La distribución de contraste es la Normal.
b. Se han calculado a partir de los datos.

Fuente: Elaboración Propia.

Determinación de la normalidad estadística

En la prueba de normalidad se realizó a un nivel de confianza del 95%. Para determinar si es paramétrica la distribución de los datos de la muestra; tenemos que establecer su normalidad estadística, para la cual se planteó las siguientes hipótesis:

- **H_0**: Los datos provienen de una población normal.
- **H_1**: Los datos no provienen de una población normal.

Ahora al Nivel de aceptación al 95%, Nivel de significancia es el 5%, es equivalente a 0,05 y Sí: Sig. Asintótica (bilateral) es mayor que el nivel de significancia.

Es decir, que (0,06 > 0,05). Entonces se acepta la Hipótesis nula (**H_0**), y se rechaza la Hipótesis alterna (**H_1**).

Por lo tanto:

Se determina que nuestros datos se ajustan a una curva normal y se puede utilizar una prueba paramétrica para la contratación de la hipótesis, en nuestro caso la T Student por ser una prueba paramétrica que sirve para comparar variables numéricas de distribución normal.

5.2.2. Tratamiento estadístico e interpretación de datos

Una de las fases más importantes de la investigación cuantitativa "consiste en el procesamiento, análisis, e interpretación de los datos recolectados mediante el instrumento respectivo". Según los autores Ñaupas, H. et al. (2014, p. 254) mediante la ciencia estadística tanto descriptivo como inferencial.

- Los datos fueron procesados a través de las medias de tendencia central y de dispersión para posterior presentación de resultados
- La hipótesis de trabajo fue procesado a través de la prueba paramétrica de Student para comprobar las diferencias de aprendizaje de geometría en los Grupos de Control y Experimental.

5.2.2.1. Los resultados de la evaluación de inicio y salida del grupo de control.

Los resultados de la evaluación en aprendizaje de la geometría analítica al inicio y al final de la investigación al grupo de control, sin la aplicación del software GEOGEBRA. (Ver Tabla 15).

Tabla 14.

Los resultados de la evaluación de inicio y salida del Grupo de Control.

Grupo de control	Inicio	Salida
1	8	10
2	8	11
3	7	10
4	12	13
5	11	12
6	9	10
7	10	12
8	12	13

9	9	12
10	10	11
11	12	13
12	10	13
13	12	14
14	11	13
15	11	12
16	10	13
17	10	12
18	11	11
19	13	14
20	10	12
21	11	14
22	13	14
23	12	13
24	11	14
25	13	14
26	11	14
27	12	13
28	11	13
29	9	12
30	12	14
PROMEDIO	**10,7**	**12,5**

Fuente: Elaboració*n* Propia.

Interpretación

De la tabla y de la figura, se puede observar que el promedio de la evaluación de la geometría analítica al inicio del grupo de control, fue de 10,7 y el promedio de la evaluación de salida, donde los estudiantes no son conducidos con el uso de software GEOGEBRA fue de12, 5. Lo cual hubo mejora, pero no fue significativa.

5.2.2.2 Los resultados de la evaluación de inicio y salida de grupo experimental.

Tabla 15.

Los resultados de la evaluación de inicio y salida de Grupo Experimental

Grupo Experimental	Inicio	Salida
1	8	12
2	9	12
3	13	15
4	11	15
5	12	15
6	10	14
7	10	15
8	11	15
9	13	16
10	8	10
11	13	16
12	11	14
13	11	15
14	8	11
15	13	16
16	11	16
17	12	16
18	12	15
19	10	15
20	12	16
21	14	17
22	10	14
23	10	14
24	10	15
25	11	16
26	8	10
27	10	14
28	13	16
29	8	14
30	12	16
PROMEDIO	**10,8**	**14,5**

Fuente: Elaboración propia

Interpretación

Se observa, que el promedio de la evaluación de inicio del grupo experimental, fue de 10,8 y el promedio de evaluación de salida, luego que a los estudiantes fueran conducidos con el uso de software GEOGEBRA fue de 14,5. Lo cual demuestra que con la aplicación de este enfoque mejora el logro de aprendizaje de la geometría analítica.

5.2.2.3 Comparación de los promedios de pretest y postest del grupo de control y grupo experimental.

La comparación de los resultados de la evaluación de inicio y salida del grupo de control y grupo experimental con el uso de software GEOGEBRA en el aprendizaje de la geometría analítica de los estudiantes de la Institución Educativa José De la Torre Ugarte, UGEL 05-El Agustino.

Tabla 16.

Comparación de promedios de pretest y postest de ambos grupos

Grupos	Inicio	Salida
Grupo control	10,66	12,48
Grupo experimental	10,76	14,45

Elaboración Propia.

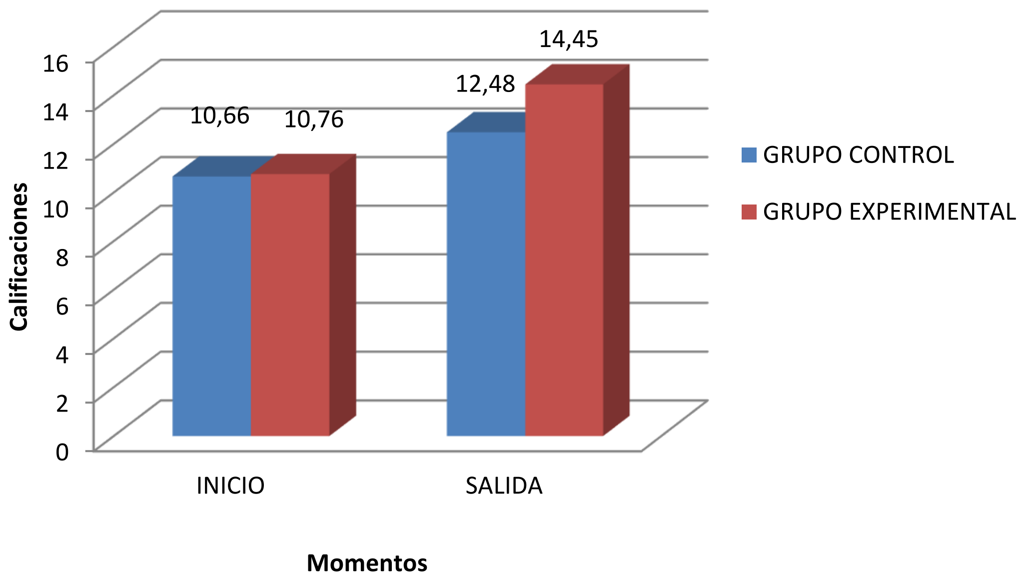


Figura 35. Análisis de comparación de medias de ambos grupos y en ambos momentos
Fuente: Elaboración Propia.

Interpretación

De acuerdo al gráfico mostrado, se puede observar la diferencia que hay entre los estudiantes (grupo experimental), en comparación con los estudiantes (grupo control), en cuanto al promedio de las dos pruebas administradas a ambos grupos. Esto significa que el software geómetra influye significativamente en el aprendizaje de la geometría analítica.

5.2.2.4. Contraste de hipótesis

Prueba de hipótesis general

a. Planteamiento de la hipótesis

H_P: La aplicación del Software GEOGEBRA influye significativamente en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085-El Agustino – 2015.

H_0: La aplicación del Software GEOGEBRA no influye significativamente en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085-El Agustino – 2015.

b. Nivel de Confianza

95%

c. Nivel de Significancia

α=0.05 = 5% α/2=0,025

d. Elección del Estadístico

Como las varianzas son desconocidas, y desiguales; además n =30, entonces aplicamos la siguiente fórmula:

$$t_c = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}}\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}}$$

Donde:

T_c : "t" calculado

$\bar{X}_1$: Promedio del primer grupo

$\bar{Y}_2$: Promedio del segundo grupo

S_1^2 : Varianza del primer grupo

S_2^2 : Varianza del segundo grupo.

n : Tamaño de la muestra del primer grupo

m : Tamaño de la muestra del segundo grupo.

e. En SPSS obtendremos el resultado de t $_{\text{calculado}}$

	Grupos	N	Media	Desviación estándar	Media de error estándar
Notas	Experimental	30	14,50	1.815	.331
	Control	30	12,53	1.279	.234

Interpretación:

En la tabla 012 se observa las diferencias entre medias GC=12,53 y GE= 14,50 después de aplicar el software GEOGEBRA al grupo experimental demostrándose que hay una diferencia significativa considerable con respecto al grupo control.

Tabla 17.

Prueba T Student para la igualdad de medias. Hipótesis principal

		Prueba de Levene de calidad de varianzas		prueba t para la igualdad de medias						
									95% de intervalo de confianza de la diferencia	
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	Inferior	Superior
NOTAS	Se asumen varianzas iguales	1.519	.223	**4,851**	58	.000	1.967	.405	1.155	2.778
	No se asumen varianzas iguales			4.851	52.117	.000	1.967	.405	1.153	2.780

Por lo tanto, el $t_{obtenido}$ =4,851

Fuente: Elaboración Propia

f. Representación gráfica

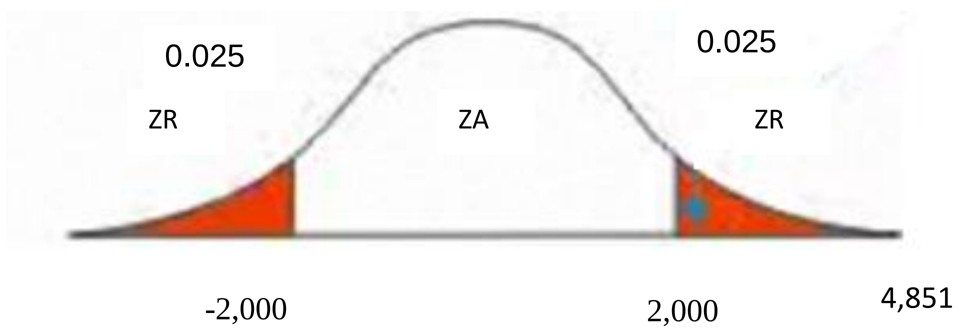


Figura 36. Regiones críticas. Se estable la zona de rechazo y la zona de aceptación para hipótesis principal
Fuente: Elaboración Propia.

g. **Decisión.** Como el valor de T- calculado (4,851) es mayor que el valor de T-crítico (2,000) entonces, tomamos la decisión de rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna.

h. **Conclusión**

A partir de los resultados obtenidos, se concluye que la aplicación del Software GEOGEBRA influye significativamente en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085-El Agustino – 2015.

Prueba de Hipótesis específicas

Hipótesis Específicas 1

a. **Planteamiento de la Hipótesis**

HE_1 La aplicación del Software GEOGEBRA influye significativamente en el aprendizaje de la capacidad de razonamiento y demostración de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte del El Agustino – 2015.

$H0_1$ La aplicación del Software GEOGEBRA no influye significativamente en el aprendizaje de la capacidad de razonamiento y demostración de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte de El Agustino – 2015.

b. **Nivel de confianza al 95%**

c. **Nivel de Significancia:** α=0.05 = 5% $\alpha/2$=0,025

d. **Elección del Estadístico.** Como las varianzas son iguales; además $n \leq 30$, entonces aplicamos la siguiente fórmula:

$$t_c = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}}\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}}$$

Donde:

T_c : "t" $_{calculado}$

$\bar{X}_1$: Promedio del primer grupo

$\bar{Y}_2$: Promedio del segundo grupo

S_1^2 : Varianza del primer grupo

S_2^2 : Varianza del segundo grupo.

n : Tamaño de la muestra del primer grupo

m : Tamaño de la muestra del segundo grupo.

e. En SPSS obtendremos el resultado de t $_{calculado}$

Tabla 18.
Prueba T Student para igualdad de medias. Hipótesis específica 1

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
									Inferior	Superior
notas	Se han asumido varianzas iguales	.008	.823	8,767	58	.000	3.000	.478	2.838	4.162
	No se han asumido varianzas iguales			8.923	58.000	.000	3.000	.478	2.838	4.162

Por lo tanto, el t $_{calculado}$ = 8,767

Fuente: Elaboración Propia

f. Representación gráfica

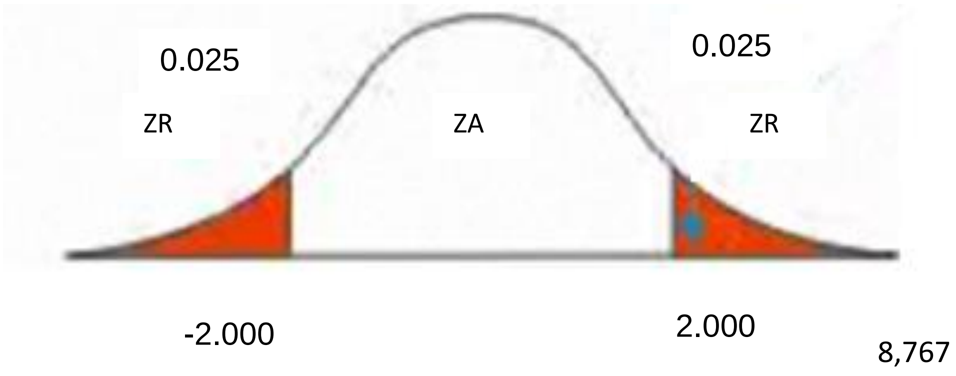


Figura 37. Regiones críticas. Se estable la zona de rechazo y la zona de aceptación para hipótesis específica 1
Fuente: Elaboración Propia

g. Decisión

Como el valor de $t_{\text{calculado}}$ (8,767) es mayor que el valor de t-$_{\text{crítico}}$ (2,000) entonces, tomamos la decisión de rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna.

h. Conclusión

A partir de los resultados obtenidos, se puede inferir que la aplicación del Software GEOGEBRA influye significativamente en el aprendizaje de la capacidad de razonamiento y demostración de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085-El Agustino – 2015.

Hipótesis específicas 2

a. Planteamiento de la hipótesis

HE2 La aplicación del Software GEOGEBRA influye significativamente en el aprendizaje de la capacidad de comunicación matemática de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085-El Agustino – 2015.

H02 La aplicación del Software GEOGEBRA no influye significativamente en el aprendizaje de la capacidad de comunicación matemática de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085-El Agustino – 2015.

b. Nivel de confianza al 95%

c. Nivel De Significancia: α=0.05 = 5% α/2=0,025

d. Elección del estadístico

Como las varianzas son iguales; además n > =30, entonces aplicamos la siguiente fórmula:

$$t_c = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{\frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}}\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}}$$

Donde:

T_c : "t" calculado

$\overline{X}_1$: Promedio del primer grupo

$\overline{Y}_2$: Promedio del segundo grupo

S_1^2 : Varianza del primer grupo

S_2^2 : Varianza del segundo grupo.

n : Tamaño de la muestra del primer grupo

m : Tamaño de la muestra del segundo grupo.

e. En SPSS obtendremos el resultado de t $_{calculado}$

Tabla 19.

Prueba T Student para igualdad de medias. Hipótesis específica 2

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
									Inferior	Superior
notas	Se han asumido varianzas iguales	.008	.823	6,543	58	.000	2.000	.478	2.838	4.162
	No se han asumido varianzas iguales			6.623	58.000	.000	2.000	.478	2.838	4.162

Por lo tanto, el t$_{calculado}$ = 6,543

Fuente: Elaboración Propia.

f. Representación Gráfica

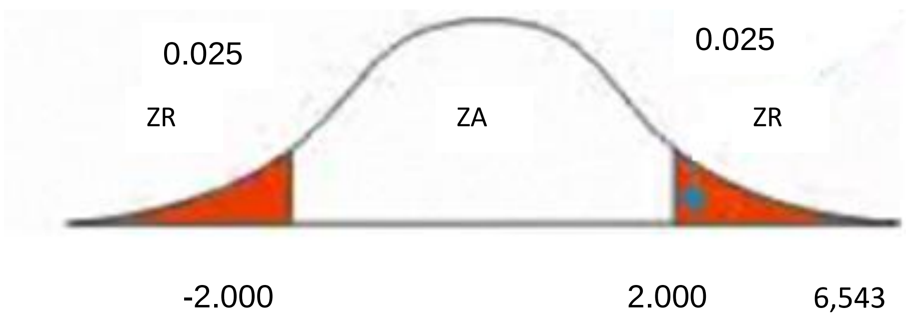


Figura 38. Regiones críticas. Se estable la zona de rechazo y la zona de aceptación para hipótesis específica 2
Fuente: Elaboración Propia

g. Decisión

Como el valor de T- calculado (6,543) es mayor que el valor de t-crítico (2,000) entonces, tomamos la decisión de rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna.

h. Conclusión

A partir de los resultados obtenidos, se puede inferir que la aplicación del Software GEOGEBRA influye significativamente en el aprendizaje de la capacidad de comunicación matemática de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085-El Agustino – 2015.

Hipótesis especifica 03

a. Planteamiento de la hipótesis

H_{E3}: La aplicación del software GEOGEBRA influye significativamente en el aprendizaje de la capacidad de resolución de problemas de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085-El Agustino – 2015.

H_{03}: La aplicación del software GEOGEBRA no influye significativamente en el aprendizaje de la capacidad de resolución de problemas de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085-El Agustino – 2015

b. Nivel de Confianza al 95%

c. Nivel de Significancia: α=0.05 = 5% $\alpha/2$=0,025

d. Elección del estadístico

Como las varianzas son desconocidas, y desiguales; además n $\leq$ 30, entonces aplicamos la siguiente fórmula:

$$t_c = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}}\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}}$$

Donde:

T_c : "t" calculado

$\bar{X}_1$: Promedio del primer grupo

$\bar{Y}_2$: Promedio del segundo grupo

S_1^2 : Varianza del primer grupo

S_2^2 : Varianza del segundo grupo.

n : Tamaño de la muestra del primer grupo

m : Tamaño de la muestra del segundo grupo.

e. En SPSS obtendremos el resultado de T $_{calculado}$

Tabla 20.
Prueba T Student para igualdad de medias. Hipótesis específica 3

		Prueba de Levene de calidad de varianzas		prueba t para la igualdad de medias						
									95% de intervalo de confianza de la diferencia	
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	Inferior	Superior
NOTAS	Se asumen varianzas iguales	1.519	.223	**4,876**	58	.000	1.967	.405	1.155	2.778
	No se asumen varianzas iguales			4,876	52.117	.000	1.967	.405	1.153	2.780
				Por lo tanto, el t $_{obtenido}$ =4,876						

Fuente: Elaboración Propia

f. Representación gráfica

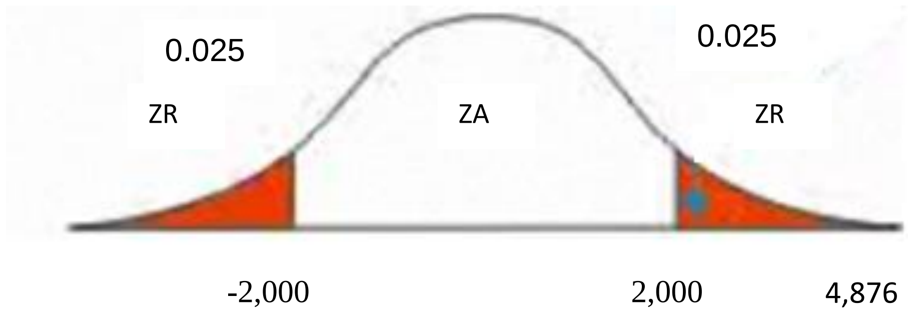


Figura 39. Regiones críticas. Se estable la zona de rechazo y la zona de aceptación para hipótesis específica 3
Fuente: Elaboración Propia

g. Decisión

Como el valor de T- calculado (4,876) es mayor que el valor de T-crítico (2,000) entonces, tomamos la decisión de rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna.

h. Conclusión

A partir de los resultados obtenidos, se concluye que la aplicación la aplicación del software GEOGEBRA influye significativamente en el aprendizaje de la capacidad de resolución de problemas de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085-El Agustino – 2015.

5.3 Discusión de resultados

Respecto del avance en el aprendizaje de la geometría analítica del área de matemática en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte de la UGEL N° 05, El Agustino y con base en los resultados de las pruebas realizadas, tanto para el grupo experimental como al grupo control, se puede concluir que fue positivo. Esto teniendo en cuenta, que en promedio, los puntajes de las pruebas finales fueron superiores a los de las pruebas iniciales.

Aunque se presentó una mejoría en ambos grupos, hubo un cambio mayor en el grupo experimental que en el grupo de control. Esto se evidencia al comparar los valores medios de las puntuaciones de cambio para cada uno de ellos.

A partir del estadístico de prueba “t” de la distribución t Student se realizó la comparación de los valores medios de las puntuaciones de cambio de los grupos experimental y control, respecto al pre-test y al post-test. Los resultados de esta prueba arrojan como conclusión que la diferencia es significativa y no sólo es debida a la aleatoriedad de las mediciones.

De lo anterior, se acepta la hipótesis alternativa y por ende se puede asegurar que la aplicación de software GEOGEBRA influye en el aprendizaje y manejo de conceptos básicos de geometría de forma positiva, es decir, desarrollando las capacidades matemáticas, el campo temático y actitud de los estudiantes para lograr la competencia matemática.

Respecto de la prueba diagnóstica o pretest para el grupo experimental, se obtuvo un puntaje medio de 10,8 sobre un total posible de 20. Para el grupo de control, los resultados de este test fueron similares, con un valor medio de 10,7. A la luz de estos resultados es posible concluir que aunque en grados inferiores los estudiantes ya se habían tratado las temáticas relacionadas con el pre-test, el conocimiento y manejo de conceptos no es adecuado.

Lo anterior podría significar que el proceso académico llevado a cabo por los estudiantes y manejado por los docentes durante la educación primaria presenta grandes falencias en lo relacionado con la enseñanza-aprendizaje de geometría.

Lo relacionado con la prueba final o post-test muestra una mejoría en el conocimiento y manejo de conceptos por parte de ambos grupos. El grupo experimental sufrió un aumento en el valor medio de los puntajes, llegando a ser 14,5. Alcanzando un nivel aceptable.

Los resultados de la prueba final aún se encuentran muy por debajo de un rendimiento óptimo y esto puede ser debido a diferentes causas, entre las cuales están:

- La metodología empleada con el grupo experimental, aunque muestra mejores resultados que la aplicada al grupo de control, podría ser más efectiva si se cuenta con tiempos mayores para llevar un proceso más lento, donde existan diversas tareas o actividades para abordar cada concepto o aplicación de una forma profunda y se puedan resolver todas las dudas y esto derive en un aprendizaje adecuado.

- De igual forma, la metodología tradicional aplicada al grupo de control, tiene como limitante el factor tiempo, esto debido a que en el plan de estudios se encuentran una gran cantidad de temáticas que deben ser abordadas durante los periodos escolares y se les asignan tiempos que no son suficientes para promover un real aprendizaje de los conceptos y aplicaciones tratadas por parte de los estudiantes.

- Tanto el uso de tecnologías como las metodologías tradicionales deben ser complementadas, entre sí y con otros métodos y medios de aprendizaje, tales como actividades de campo abierto, juegos didácticos en las prácticas pedagógicas para generar el aprendizaje significativo de los estudiantes. Todo lo anterior deriva en que se requiera de espacios temporales y físicos adecuados para tal fin.

- Aunque los estudiantes muestran gran interés y empatía por el uso de las TIC, esto no necesariamente significa que vean en ellas herramientas destinadas al aprendizaje de ciencias o temáticas académicas en general.

Existe una gran aceptación e incluso una necesidad, por parte de los estudiantes, de los medios y herramientas tecnológicas. Esto deriva en que los estudiantes prefieran el uso de las TIC, sobre cualquier otro método, durante sus procesos académicos y de aprendizaje.

El trabajo en el aula tradicional continúa siendo parte fundamental de los procesos de aprendizaje, sin embargo, no puede ser el único método por parte del docente, debido a la necesidad que se genera por parte de los mismos estudiantes de incursionar en nuevas formas y estrategias.

De igual manera comparando los antecedentes mencionados en el marco teórico como el de Bello (2013, pp. 39-114), en su trabajo de investigación titulado Mediación del software GEOGEBRA en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de educación secundaria, donde concluye que la mediación de GEOGEBRA influye el aprendizaje de programación lineal porque facilita el diseño de estrategias de solución a problemas propuestos, de la tesis de Bonilla (2013, pp. 19-153), en su trabajo de investigación titulado Influencia del uso del programa GEOGEBRA en el rendimiento académico en geometría analítica plana, de los estudiantes del tercer año de bachillerato, especialidad físico matemática, del colegio Marco Salas Yépez de la ciudad de Quito, en el año lectivo 2012-2013, concluye que el uso del programa GEOGEBRA influye significativamente en el rendimiento académico en geometría analítica plana de los estudiantes del tercer año de bachillerato especialidad Físico – Matemática, del grupo cuasi experimental con relación al grupo de control. Como también de García (2011, pp. 15-215-507), en su trabajo de investigación titulado Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir GEOGEBRA en el aula, concluye el software GEOGEBRA, como herramienta adecuada para la resolución de problemas, contribuyó a que mejorasen sus actitudes hacia las matemáticas durante su uso, exhibiendo gusto, implicación y autoconfianza en matemáticas.

Por lo que afirmamos en esta discusión, que esta investigación con la aplicación del software GEOGEBRA influye significativamente en el aprendizaje de la geometría analítica.

5.4 Propuesta teórica de la tesis: teoría de lo justo

En toda acción, proceso de la materia se logra mediante el aprendizaje, el aprendizaje deriva del proceso y se da en el hecho mismo, en la práctica. Para todo A le sigue B, el cual produce C. La ley de lo justo está en el bien y en el mal, equilibrado por el aprendizaje. Para lograr el aprendizaje se usa como instrumento el software GEOGEBRA, que es el motor del aprendizaje. El aprendizaje de la geometría analítica es inherente al hecho, que es lo justo. Se da en la naturaleza, en el medio amiente, los seres vivos aprenden permanentemente de la praxis cotidiana. En el ser humano es dialéctico, porque se aprende de las contradicciones. En este caso, el instrumento es el software GEOGEBRA y la geometría analítica es un curso que desarrolla un conjunto de capacidades, habilidades que maneja el docente para organizar el enfoque metodológico del aprendizaje, utilizando determinados recursos.

La relación existente entre el software GEOGEBRA y el aprendizaje de la geometría analítica de los estudiantes es cíclico, con cierto período de crisis, en la Institución Educativa José de la Torre Ugarte.

En el medio se dan los siguientes hechos:

A - 1	C - 3	B - 2
Tranquilidad	Programa	Violencia
Bueno	Justo	Malo
Bien	Equilibrio	Mal
Riqueza	Sociedad	Pobreza
Materia	Organización	Energía
Vida	Naturaleza	Muerte
Orden	Equidad	Desorganización
Ley	Armonía	Caos.
Amor	Paz	Odio
Trabajo	Producción	Inercia
Software Geogebra	Aprendizaje	Geometría analítica

Justo, justicia es la concepción que cada período y civilización tiene acerca de sus normas, reglas. Es un criterio determinado por la sociedad. Surgió de la necesidad de mantener el equilibrio entre sus integrantes. Es el conjunto de reglas y normas que establecen las relaciones entre personas e instituciones, autorizando, prohibiendo y permitiendo hechos específicos en la interacción de individuos e instituciones

Este conjunto de reglas tiene los siguientes *fundamentos*:

1. **Fundamento sociocultural**

Se basa en un consenso amplio en los individuos de una sociedad sobre lo bueno y lo malo, y otros aspectos prácticos de cómo deben organizarse las relaciones entre personas. Se supone que en toda sociedad humana, la mayoría de sus miembros tienen una concepción de lo justo, y se considera una virtud social el actuar de acuerdo con esa concepción humana.

2. **Fundamento técnico**

Es el codificado técnicamente en varias disposiciones escritas, que son aplicadas por jueces y personas especialmente designadas, que tratan de ser imparciales con respecto a los miembros e instituciones de la sociedad y los conflictos que aparezcan en sus relaciones, es humano, con criterio subjetivo.

3. **Fundamento intermitente**

Conjunto de normas y reglas surgidas de la naturaleza y medio ambiente, destinado a salvaguardar los intereses de la vida en general y del sistema galáctico. No está influenciado por criterios de interés humano, sino de la vida en general.

El fundamento socio cultural y técnico son falibles y sujeto a observación en cualquier etapa de la historia humana.

Por lo expuesto:

Sean

A	1
B	2
C	3

DONDE:

A – Software GEOGEBRA

B – Geometría analítica

C- Aprendizaje.

A1 – BUENO **C3 – JUSTO** **B2 - MALO**

Conclusiones

1. A partir de los resultados obtenidos, se concluye con un 95% de nivel de confianza que existe influencia significativa del uso del software GEOGEBRA en el aprendizaje de geometría analítica plana en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José De la Torre Ugarte 0085-El Agustino, 2015,pues el t-calculado=4,851 y t-crítico=2,000.

2. Teniendo como base la primera hipótesis específica de la investigación se concluye con un 95% de nivel de confianza, que el uso del software GEOGEBRA desarrolla significativamente la capacidad de razonamiento y demostración en el aprendizaje de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José De la Torre Ugarte 0085-El Agustino, 2015, pues t-calculado=8,767 y t-crítico=2,000.

3. Teniendo como base la segunda hipótesis específica de la investigación se concluye con un 95% de nivel confianza, que software GEOGEBRA desarrolla significativamente la capacidad de comunicación matemática en el aprendizaje de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José De la Torre Ugarte 0085-El Agustino, 2015, pues t calculado=6,543 y t-crítico=2,000.

4. Finalmente la tercera hipótesis específica de la investigación podemos concluir con un 95% de nivel de confianza, que el uso del software GEOGEBRA desarrolla significativamente la capacidad de resolución de problemas en el aprendizaje de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José De la Torre Ugarte 0085-El Agustino, 2015, pues t-calculado=4,876 y t-crítico=2,000.

Recomendaciones

1. Las autoridades del Ministerio de Educación, de las Direcciones Regionales y de las UGEL deben promover y fomentar la enseñanza de Matemática utilizando programas informáticos como GEOGEBRA en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Geometría Analítica en los estudiantes de la Educación Secundaria.

2. La dirección de la Institución Educativa N° 0085, José De la Torre Ugarte promueva el desarrollo del Seminario Taller a nivel de los docentes del área de Matemática y afines para la capacitación en el uso de software GEOGEBRA en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes.

3. Ampliar el uso de programas informáticos, sin descuidar la enseñanza y aprendizaje, con lápiz y papel de las operaciones y demostraciones que requieren los campos temáticos de la matemática.

4. Los software matemático se innovan permanentemente y las computadoras requieren también de mantenimiento para la capacidad adecuada, por lo que las autoridades educativas deben formular e implementar en sus proyectos de inversión la permanente renovación de los equipos y programas de cómputo.

5. Continuar el proceso de investigación científica del uso de programas informáticos para optimizar la labor del docente en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes en educación matemática en diferentes ciclos y niveles.

Referencias

Álvarez, J. y García, J. (2009). La competencia matemática. *http://www.pepe.jupenoma.es/cajon%20de%20sastre/competencia_matematica.pdf*

Ausubel, D. (1976) *Psicología Educativa Un punto de vista cognoscitivo. México: Trillas.*

Ausubel, D. (1976) *Psicología Educativa Un punto de vista cognoscitivo. Edt. Trillas, México.*

Barrantes, M. y Balletbo, I. (2012). *Tendencias actuales de la enseñanza-aprendizaje de la geometría en educación secundaria. Revista Internacional de Investigación en Ciencias Sociales. Vol. 8 Nº1.*

Bello, J. (2013). *Tesis de Maestría***,** *Mediación del software GEOGEBRA en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de educación secundaria. Escuela de Posgrado, Pontificia Universidad católica del Perú.*

Bonilla, G. (2013). *Tesis de Licenciatura: Influencia del uso del programa GEOGEBRA en el rendimiento académico en geometría analítica plana, de los estudiantes del tercer año de bachillerato, especialidad físico matemática, del colegio Marco Salas Yépez de la ciudad de quito, en el año lectivo 2012-2013. Universidad Central del Ecuador, Ecuador.*

Carpio, R. (2012). *Tesis Doctoral Aplicación del software matemático heurístico en el nivel de aprendizaje de la matemática en estudiantes de la especialidad de computación e informática de una institución superior pública-Arequipa 2008.Lima. Escuela de Post Grado de la Universidad Nacional de Educación. La Molina. Perú.*

Carrera, B; Mazzarella, C; (2001). *Vygotsky: enfoque socio cultural. Educere, 5() 41-44. Recuperado de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=35601309*

Castellanos, I. (2010). *Tesis de Maestría. Visualización y razonamiento en la construcciones geométricas utilizando el software GEOGEBRA con alumnos de II de magisterio de la E.N.M.P.N. Dirección de Postgrado de la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán. Honduras.*

Castellaro, M. (2012). *Definiciones teóricas y áreas de investigación propuestas desde el constructivismo, en publicaciones latinoamericanas de psicología y educación presentes en la base de datos REDALYC. Liber. vol.18, n.2, pp. 131-146. Consultado el 18 de junio del 2015 en http://www.scielo.org.pe/scielo.php?script=sci_pdf&pid=S1729-48272012000200004&lng=es&nrm=iso&tlng=es*

Castillo, S; (2008). *Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las tic en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 11() 171-194. Recuperado de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33511202*

Castro, Guzmán y Casado (2007). *Las Tic en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Revista de educación Laurus, vol. 13, núm. 23, pp. 213-234, Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Caracas, Venezuela. Consultado el 5 de mayo del 2015 en http://www.redalyc.org/revista.oa?id=761*

Díaz, F. Hernández G. (2010). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo una interpretación constructivista. 3ª. Edición. México: McGRAW-HILL/ INTERAMERICANA EDITORES, S.A.*

Espinoza, E. (2007).*Geometría analítica plana. 3ª. Edición. Lima: Editorial Eduardo Espinoza Ramos.*

Figueroa, R. (2006).*Geometría analítica. 7ª. Edición. Lima: Ediciones RFG*

Fuller, G. y Tarwater, D. (1999). *Geometría analítica. 7ª. Edición. México: Pearson Educación.*

García (2011). *Tesis Doctoral. Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir GEOGEBRA en el aula. Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Almería. España.*

García T., Moreno, C; (2009). *La epistemología matemática y los enfoques del aprendizaje en la movilidad del pensamiento instruccional del profesor. Investigación y Postgrado, 24() 218-240. Recuperado de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=65815763009*

Godino, J. ; Batanero, C y Font, V. (2003). *Matemáticas y su didáctica para maestros. Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada*

Gutiérrez, S. (2007). Tesis de Maestría *Aplicación del Software educativo en la enseñanza de matemática*. Escuela de Postgrado de la Universidad Nacional de Educación. La Molina. Perú.

Hernández R., Fernández, C. y Batista, P. (2006). *Metodología de la Investigación. (4°. Edc.), México: McGraw-Hill Interamericana*

Hohenwarter, M. Hohenwarter, J. (2009). *Manual oficial de GEOGEBRA de la versión 3,2http://www.pinae.es/wp-content/uploads/2011/10/manual_GEOGEBRA.pdf*

Kindle, J. (1974).*Geometría analítica, México: Talleres de Litográfica INGRAMEX, S.A*

Lehmann, Ch. (2012*). Geometría analítica. México: Editorial Limusa, SAC de C.V. Grupo Noriega Editores.*

León, G. (2012). Tesis de maestría U*so de tecnologías de información y comunicación en estudiantes del VII ciclo de dos instituciones educativas del Callao*. Escuela de Posgrado de la Universidad San Ignacio de Loyola. Lima. Perú.

Llorente, C.; Cabero, J; (2015). *Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC): escenarios formativos y teorías del aprendizaje. Revista Lasallista de Investigación, 12() 186-193. Recuperado de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=69542291019*

Ministerio de Educación (2013). *Hacer uso de saberes matemáticos para afrontar desafíos diversos. Lima: MINEDU.*

Ministerio de Educación, (2015). Informe pedagógico de resultados Pisa 2012 en matemática. (1era edición).Lima: MINEDU.

Ministerio de Educación, (2015). Resultados de la Evaluación Censal de Estudiantes 2015. Lima: MINEDU.

Ministerio de Educación. (2007) *Uso de los recursos tecnológicos en el aprendizaje de la matemática. Lima: MINEDU.*

Ministerio de Educación. (2010). *Orientaciones para el trabajo pedagógico área de matemática. Lima: MINEDU.*

Ministerio de Educación. (2014). *Hacer uso de saberes matemáticos para afrontar desafíos diversos: Un aprendizaje fundamental en la escuela que queremos. Lima: MINEDU.*

Moral, C. (2010). *Didáctica teoría y práctica de la enseñanza. (2ª. Edición), Madrid: Ediciones Pirámide (Grupo Anaya. S. A.)*

National Council of Teachers of Mathematics (2000)). Principios y estándares para la educación matemática. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática. Sevilla: S.A.E.M THALES.*

Naupas, H. Mejía, E. Novoa, E. Villagómez, A. (2014). *Metodología de la investigación cuantitativa- cualitativa y redacción de la tesis. (4ª. Edición). Bogotá: Ediciones de la U.*

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (2004). *Las tecnologías de la información y la comunicación en la formación docente Guía de planificación. Montevideo. Uruguay: UNESCO.*

Peña, A. (2010). *Tesis Doctoral. Enseñanza de la geometría con tic en educación secundaria obligatoria. Facultad de Educación de la Universidad Nacional de Educación a Distancia. Madrid. España.*

Pina, J. (2011). *Manual GEOGEBRA. Recuperado en https://www.GEOGEBRA.org/about . Fecha: 18 de mayo del 2015.*

Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos. (2006). *Marco de la Evaluación Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura. PISA. Recuperado en https://www.oecd.org/pisa/39732471.pdf . Fecha: 27 de abril del 2015.*

Riveros, V; Arrieta, X; Delgado, M; (2009). *Uso de las TIC en educación, una propuesta para su optimización. Omnia, 15() 58-77. Recuperado de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=73712297005*

Rossi, E. (2003). *Teoría de la educación. (1ª. Edición). Lima: Ediciones E.R.*

Sánchez, H. y Reyes, C. (2006). *Metodología y diseños en la investigación científica. Lima: Editorial Visión Universitaria.*

Serce y Terce (2006-2013). *Comparación de resultados del segundo y tercer estudio regional comparativo y explicativo. La OREALC/UNESCO Santiago*

Swokowski, E. y Cole, J. (2009*). Álgebra y trigonometría con geometría analítica. (12ª. Edición). México: Edmasa Impresiones S.A. de C.V.*

Tapiero, E., García, B., Rojas, G. y Jiménez, H. (2007). *Referentes para la investigación educativa y pedagógica. Florencia: Universidad de la Amazonia, maestría en ciencias de la educación.*

Tünnermann, C; (2011). *El constructivismo y el aprendizaje de los estudiantes. Universidades, LXI () 21-32. Recuperado de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=37319199005*

UMC (2015). *¿Cuánto aprenden nuestros estudiantes en las competencias evaluadas?: Resultados de la ECE 2015 2° grado de primaria / 2° grado de secundaria. Unidad de Medición de la Calidad Educativa. Ministerio de Educación. Perú.*

Woolfolk, A. (2013). *Psicología educativa. México: Editorial Pearson Educación. Recuperado www.Pearsoneducacion.net/woolfolk .Fecha: 25 de junio del 2015.*

Zabala, C; Camacho, H; Chávez, S; (2013). *Tendencias epistemológicas predominantes en el aprendizaje de las TIC en el área de la educación. Telos, 15() 178-194. Recuperado de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=99328423004*

Apéndices

Apéndice A. Matriz de consistencia

"Influencia del Software GEOGEBRA en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes del Quinto Grado de Secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte, El Agustino – 2015"

Mención : Ciencias de la Educación

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	DIMENSIONES	POBLACIÓN MUESTRA	METODOLOGIA	INSTRUMENTOS Y TÉCNICAS
PROBLEMA PRINCIPAL ¿Cómo influye la aplicación del software GEOGEBRA en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte de El Agustino - 2015**?**	**OBJETIVO GENERAL** Determinar si la aplicación del software GEOGEBRA influye en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte de El Agustino – 2015.	**HIPÓTESIS GENERAL** La aplicación del software GEOGEBRA influye significativamente en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte de El Agustino – 2015.	**VARIABLE INDEPENDIENTE** Uso de software GEOGEBRA **VARIABLE DEPENDIENTE** Aprendizaje de la geometría analítica.	**V. INDEPENDIENTE** **1. La Recta** - Ecuación principal - Ecuación general **2. Secciones Cónicas** - Ecuación de la circunferencia - Ecuación de la parábola - Ecuación de la elipse. **V. DEPENDIENTE**	**POBLACIÓN** La población está conformada por todos los estudiantes de quinto grado de secundaria, área matemática de la institución educativa "José De la Torre Ugarte"-2015 **MUESTRA** Muestra intencional	**TIPO APLICADA** Tipo de investigación es aplicada por tener propósitos prácticos bien definidos, es decir se investiga para actuar, transformar, modificar o producir cambios en un determinado sector de la realidad (Carrasco, 2009:43). **MÉTODO** Experimental	1. **La técnica de prueba de conocimiento y su instrumento el cuestionario.** Para medir la capacidad de razonamiento y demostración, comunicación matemática y resolución de problemas en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la IE. N° José De la Torre Ugarte. 2. **Módulo de la geometría analítica con software**
PROBLEMA SECUNDARIO 1 ¿Cómo influye la aplicación del software GEOGEBRA en el aprendizaje de la capacidad de razonamiento y demostración de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte de El Agustino - 2015**?**	**OBJETIVO SECUNDARIO 1.** Determinar si la aplicación del software GEOGEBRA influye en el aprendizaje de la capacidad de razonamiento y demostración de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José	**HIPÓTESIS ESPECÍFICA 1** La aplicación del software GEOGEBRA influye significativamente en el aprendizaje de la capacidad de razonamiento y demostración de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte de El Agustino – 2015.					

	de la Torre Ugarte de El Agustino – 2015.		**1. Razonamiento y demostración** - Interpreta. - Organiza. **2. Comunicación matemática** - Explica - Argumenta. - Verifica. **3. Resolución de problemas** - Diseña y selecciona estrategias - Resuelve	no probabilística. **GC: 30** **GE: 30** **Grupos preestablecidos.**	**DISEÑO** **Cuasi-Experimental** **G1: 01 X 02** **G2: 03----------04**	**GEOGEBRA y su instrumento el cuestionario.** **P**ara el aprendizaje de la geometría analítica referidos en la capacidad de la capacidad de razonamiento y demostración, comunicación matemática y resolución de problemas. 3. **Técnica de opinión de expertos** y su instrumento el informe de juicio de expertos.
PROBLEMAS SECUNDARIOS. 2 **¿**Cómo influye la aplicación del software GEOGEBRA en el aprendizaje de la capacidad de comunicación matemática de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte de El Agustino - 2015?	**OBJETIVO SECUNDARIO 2** Determinar si la aplicación del software GEOGEBRA influye en el aprendizaje de la capacidad de comunicación matemática de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte de El Agustino – 2015.	**HIPÓTESIS ESPECÍFICA 2** La aplicación del software GEOGEBRA influye significativamente en el aprendizaje de la capacidad de comunicación matemática de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte de El Agustino – 2015.				
PROBLEMAS SECUNDARIO 3 **¿**Cómo influye la aplicación del software GEOGEBRA en el aprendizaje de la capacidad de resolución de problemas de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte de El Agustino - 2015?	**OBJETIVO SECUNDARIO 3** Determinar si la aplicación del software GEOGEBRA influye en el aprendizaje de la capacidad de resolución de problemas de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte de El Agustino – 2015.	**HIPÓTESIS ESPECÍFICA 3** **La** aplicación del software GEOGEBRA influye significativamente en el aprendizaje de la capacidad de resolución de problemas de geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte de El Agustino – 2015.				

Apéndice B. Prueba de Medición Pretest

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN
Enrique Guzmán y Valle
"Alma Mater del Magisterio Nacional"
ESCUELA DE POSTGRADO
Sección Doctorado en Ciencias de la Educación.

PRUEBA DE MEDICIÓN PRETEST

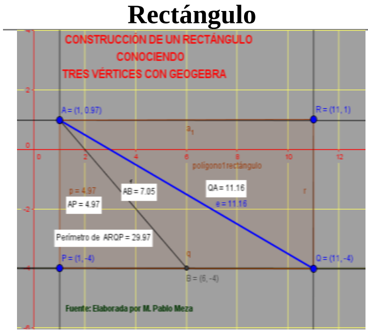
EJEMPLAR Nª

……………….

Apellidos y Nombres……………………………N° de orden….Grado y Sección……

INSTRUCCIONES: Joven estudiante, marque con una aspa (x) la alternativa correcta

1. Dados los tres vértices de un rectángulo ARQP: P (1;-4), Q (11;-4), R (11; 1), A(x; y). Haciendo el uso de software GEOGEBRA. Calcular las coordenadas del vértice A(x; y). Además, establecer la verdad o falsedad de las proposiciones:

Rectángulo	Calcular	Proposición	
	▪ Coordenadas del vértice A(x; y), ▪ Distancia del punto medio $\overline{PQ}$ *al punto A* ▪ *Diagonal del rectángulo ARPQ*	Las coordenadas del vértice A(1, 0.97) del rectángulo ARPQ	(V)
		La distancia del punto A (1, 0.97) al punto Q (11, -4), se denomina diagonal del rectángulo ARPQ.	(V)
		La distancia entre el punto medio del segmento $\overline{PQ}$ y el vértice A equivale 7.05u	(V)

A) VVF **B) FFV** **C) VVV** **D) VFF**

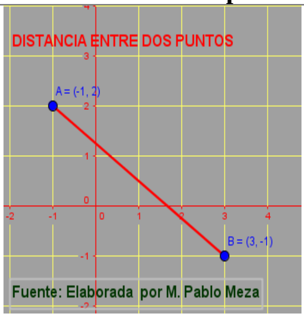
2. Utilizando la estrategia conveniente de solución. Determinar las coordenadas del punto medio del segmento de recta que une los puntos A (3, -4) y B (7, 2).

A) 5, -1) **B) (5,-3)** **C) (-1,-5)** **D) (-3, 7)**

3. En el sistema de coordenadas rectangulares. La ordenada de un punto es 8 y su distancia al punto Q (5, -2) es $2\sqrt{41}$. Encontrar la abscisa del punto P.

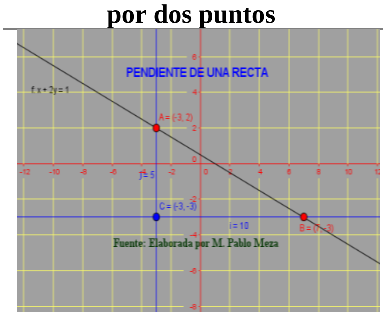
A) $x = 10\ ;\ x = -5$ **B)** $x = 13\ ;\ x = -3$ **C)** $x = -13\ ;\ x = 3$ **D)** $x = 7\ ;\ x = -3$

4. Dados dos puntos A (-1; 2) y B (3;-1) en el sistema de coordenadas rectangulares. Utilizando diferentes estrategias de solución. Determinar la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

Distancia entre dos puntos	Determinar	Proposiciones	
	▪ Las coordenadas del punto medio	▪ Las coordenadas del punto medio M(1,1/2)	(V)
$d(AB)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$	▪ La medida del segmento AB	▪ La medida del segmento AB es de 7u	(F)
	▪ La recta AB inclinada en el plano cartesiano	▪ La recta AB inclinada a la izquierda en el plano cartesiano es positivo	(F)
	▪ Pendiente de la recta AB	▪ Pendiente de la recta AB es $m=\frac{-3}{5}$	(V)

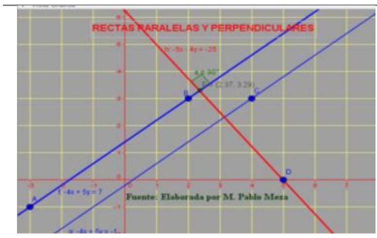
A) VVFF **B) FFVF** **C) FFVF** **D) VFFV**

5. En el sistema de coordenadas rectangulares. Aplicando el software GEOGEBRA. Determinar la pendiente y el ángulo de inclinación de la recta $\overleftrightarrow{AB}$ *que pasa por los puntos* $A(-3;2)$ y B $(7;-3)$.Además, establecer la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

Pendiente de la recta que pasa por dos puntos	Determinar	Proposiciones	
	▪ Pendiente m de la recta AB	▪ Pendiente m de la recta $\overleftrightarrow{AB}$ es m=-1/2	(V)
Pendiente de la recta $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$	▪ La medida del segmento AB	▪ La medida del segmento AB es $5\sqrt{5}$	(V)
	▪ El ángulo de inclinación de la recta $\overleftrightarrow{AB}$ que pasa por los puntos A y B.	▪ Conociendo la $tg\theta=m=-\frac{1}{2}$. Luego ángulo $\theta=arctg(-\frac{1}{2})$	(V)

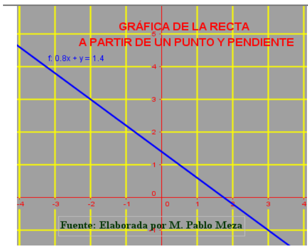
A) VVV **B) FFV** **C) VVF** **D) VFF**

6. Ana y María estudiantes del Quinto Grado del área de Matemática de la Institución Educativa José De la Torre Ugarte. Se formulan las siguientes preguntas. Dadas las rectas: L$_1$= $2x-y-5=0$; L$_2$= $2y+x+10=0$. Determinar si las rectas son paralelas o perpendiculares. Ana afirma que las rectas son paralelas y María afirma las rectas perpendiculares. ¿Quién tiene la respuesta correcta? Luego, establecer la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

Recta paralelas y perpendiculares	Determinar	Proposiciones	
 ***Pendiente de la recta*** $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	▪ Rectas paralelas ▪ Rectas perpendiculares ▪ Determinar si la respuesta de Ana es correcta	▪ Dos rectas son paralelas si y sólo si tienen pendientes iguales. Es decir $L_1 \parallel L_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$	(V)
		▪ Dos rectas son perpendiculares si y sólo si el producto de sus pendientes es igual -1. Es decir ▪ $L_1 \perp L_2 \Leftrightarrow m_1.m_2 = -1$	(V)
		▪ La respuesta es Ana es correcta	(F)

A) VVV **B) FFV** **C) VFF** **D) VFV**

7. Haciendo el uso de Software GEOGEBRA. Representar la gráfica de la recta que pasa por el punto A (– 2, 3) y que tiene de pendiente – 4/5. Luego, determinar la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

Gráfica de la recta	**Determinar**	**Proposiciones**	
	▪ Ecuación punto-pendiente a partir $A(-2,3)$ y $m = -\frac{4}{5}$ ▪ La ecuación principal de la recta ▪ La ecuación general de la recta	La ecuación punto – pendiente de la recta es $y - 3 = -\frac{4}{5}(x+2)$	(V)
		La ecuación principal de la recta es $y = -\frac{4}{5}x + \frac{7}{2}$	(V)
		La ecuación general de la recta es $\frac{4}{5}x + y - \frac{7}{5} = 0$	(V)

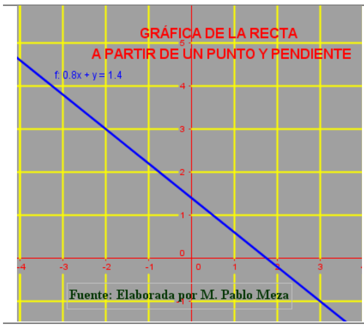
A) VFV **B) FVF** **C) VVV VFF** **D) VVV**

8. Haciendo el uso de estrategia conveniente de solución. Determinar la ecuación general de la recta L_2 que pasa por el punto P(-2;5) y es paralela a la recta L1 que corresponde la siguiente ecuación 3x-y-1=0

A) $3x - y - 11 = 0$ **B)** $3x - 3y - 11 = 0$ **C)** $6x - 6y - 11 = 0$ **D)** $3x - 7y - 14 = 0$

9. Haciendo el uso de Software GEOGEBRA. Determinar la distancia del punto P (7, 8) a la recta: $L_1 \equiv 3x + 4y - 12 = 0$. Además, establecer la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

Distancia del punto p a la recta L_1	**Determinar**	**Proposiciones**	
	▪ Las coordenadas de los puntos de la recta L_1	Las coordenadas de los puntos de la recta $A(0,3)$ y $C(4,0)$	(V)

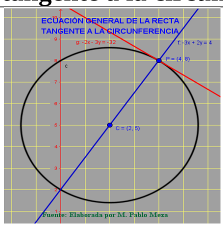
	▪ La distancia del punto a la recta	La medida de la distancia dl punto P a la recta es constante	(F)
	▪ La distancia del punto a la recta L_1	La distancia del punto P(7,8) al punto medio de la recta L_1 es de 8.2 u	(V)

A) FVF **B) VFV** **C) VVV** **D) VFF**

10. Haciendo el uso de una estrategia conveniente. Hallar la ecuación de la recta que pasa por puntos A (-2,-3) y B (4; 2). Kindle, J. (1974:24-5)

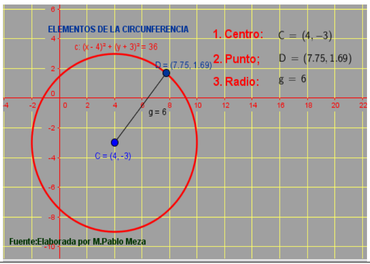
A) $y = \frac{3x-18}{5}$ **B)** $y = \frac{7x-8}{4}$ **C)** $y = \frac{2x-9}{5}$ **D)** $y = \frac{5x-8}{6}$

11. Aplicando el software GEOGEBRA. Encontrar la ecuación general de la recta L_1 tangente a la circunferencia en el punto P (4; 8). Sabiendo que el centro de la circunferencia se encuentra en C (2, 5). Además, determinar la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

Ecuación general de la recta l_1 tangente a la circunferencia	Determinar	Proposiciones	
	▪ Pendiente de $\overline{PC}$ o pendiente del radio	La pendiente del punto P al punto C de la circunferencia es de $m_{\overline{PC}} = \frac{3}{2}$	(V)
	▪ Pendiente de la recta tangente	Pendiente de la recta tangente es $m_{\overline{T}} = \frac{2}{3}$ *por ser perpendiculares*	(F)
	▪ Ecuación punto-pendiente de la recta	La ecuación punto-pendiente de la recta es $y-8=-\frac{2}{3}(x-4)$	(V)
	▪ Ecuación general de la recta L_1	La ecuación general de la recta L_1 tangente a la circunferencia es $2x+3y-32=0$	(V)

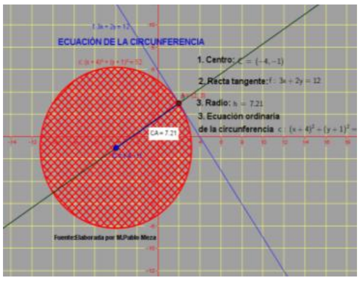
A) VVVF **B) FFVV** **C) VFVV** **D) FFVF**

12. Una circunferencia, analíticamente es una ecuación de segundo grado con dos variables y queda completamente determinada si se conocen su centro y su radio. Dado el C (4,-3) y radio 6. Haciendo el uso de software GEOGEBRA. Determinar la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

CIRCUNFERENCIA	ELEMENTOS	PROPOSICIONES	
	▪ Centro: C(h, k) ▪ Radio: $\overline{CD}$ ▪ Diámetro	El punto fijo C(4,-3) se denomina el centro de la circunferencia	(V)
		Desde el punto C (4,-3) al punto D es igual 6. Es la distancia constante y se denomina radio de la circunferencia	(V)
		La expresión $(x-4)^2+(y+3)^2=36$ es la forma general de la ecuación de la circunferencia	(F)

A) VFV **B) VVF** **C) FFV** **D) VFF**

13. Haciendo el uso de software GEOGEBRA. Representar la gráfica de la ecuación de circunferencia de centro el punto C (-4; -1) y que sea tangente a la recta $3x+2y-12=0$. Luego , determinar la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

Ecuación de la circunferencia tangente a la recta	Ecuaciones	Proposiciones	
	▪ Ecuación con centro: C(0, 0) de radio r	La ecuación canónica de la circunferencia tiene centro en el origen de radio r	(V)
	▪ Ecuación con centro: C(h, k) de radio r	Las coordenadas del punto de tangencia A(2, 3)	(V)
	▪ Ecuación general de la circunferencia	La expresión $(x+4)^2+(y+y)^2=52$ es la ecuación ordinaria de la circunferencia	(V)

A) VFV **B) VVF** **C) FFV** **D) VVV**

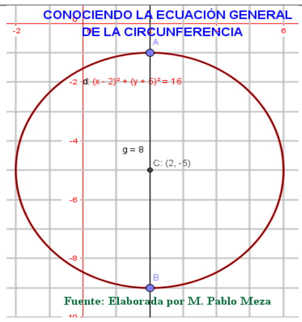
14. Determinar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $P(1,3)$ y $Q(4,6)$ .Cuyo centro se encuentra ubicado sobre el eje X. Luego, determinar la verdad o falsedad de las siguientes expresiones:

Ecuación de la circunferencia por los puntos P y Q. Centro en eje X	Determinar	Proposiciones	
	▪ Centro de la circunferencia a partir de los punto P y Q sobre eje X	El centro de la circunferencia es $C(7,0)$	(V)
		El radio de la circunferencia es $\sqrt{5}$	(F)

<table>
<tr><td>
</td>
<td>▪ Radio de la circunferencia
▪ Ecuación ordinaria de la circunferencia
▪ Ecuación general de la circunferencia</td>
<td>La ecuación ordinaria de la circunferencia $45=(x-7)^2+y^2$
La ecuación general de la circunferencia $x^2+y^2-14x+4=0$</td>
<td>(V)
(V)</td></tr>
</table>

A) VFVV **B) VVFF** **C) VFVF** **D) VVVF**

15. Dada la ecuación general de la circunferencia $x^2+y^2-4x+10y+13=0$ Haciendo el uso de software GEOGEBRA. Determinar la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

<table>
<tr><th>Ecuación general de la circunferencia</th><th>Determinar</th><th>Proposiciones</th><th></th></tr>
<tr><td>
</td>
<td>▪ Centro de la circunferencia
▪ El radio de la circunferencia
▪ Ecuación ordinaria de la circunferencia</td>
<td>Las coordenadas del centro de la circunferencia es $C(-2,5)$
La longitud del radio de la circunferencia es de 8u
La expresión $(x+4)^2+(y+y)^2=52$ es la ecuación ordinaria de la circunferencia</td>
<td>(F)
(F)
(V)</td></tr>
</table>

A) VFV **B) FFV** **C) VVF** **D) VFF**

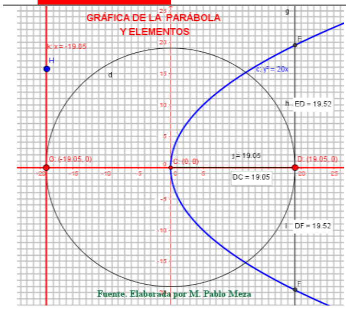
16. SITUACIÓN PROBLEMÁTICA. Según reportados por el Servicio Sismológico Nacional del Perú. Detectó un sismo con origen en la provincia de Yungay –Ancash a 15 km Este y 9km al Sur del centro de la localidad con un radio de 12km a la redonda. ¿Cuál es la ecuación ordinaria de la circunferencia del área afectada?

<table>
<tr><th>Ecuación de la circunferencia en contexto real</th><th>Determinar</th><th>Solución</th></tr>
<tr><td>
</td>
<td>▪ Ecuación de la circunferencia. Según modelo $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$
▪ De la gráfica
h= -15
k= -9
$r^2=12^2$</td>
<td>Según el modelo $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$
Desarrollando el modelo $(x-15)^2+(y+9)^2=144$
Por lo tanto $(x-15)^2+(y+9)^2=144$ es la ecuación ordinaria de la circunferencia</td></tr>
</table>

A) $(x-15)^2+(y+9)^2=144$ **B)** $(x-5)^2+(y-9)^2=144$ **C)** $(x-15)^2+(y-9)^2=14$

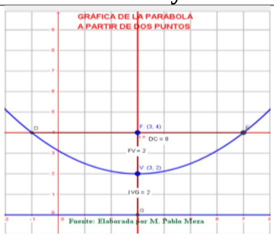
D) $(x-15)^2+(y-9)^2=12$

17. Dada la ecuación de la parábola $y^2 = 20x$ y Haciendo el uso de software GEOGEBRA obtener los elementos de la parábola. Además, determinar la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

Ecuación de la parábola $y^2 = 20x$ y elementos	**Determinar**	**Proposiciones**	
	▪ Vértice ▪ Foco ▪ Directriz ▪ Lado recto ▪ Eje de simetría	Las coordenadas del vértice de la parábola es $V(0,0)$	(V)
		Las coordenadas del foco de la parábola es $F(5,0)$	(V)
		La distancia del foco al vértice es diferente a la distancia del vértice a la recta directriz	(F)
		Si el lado recto de la parábola es $\lvert 4p \rvert = 20 \rightarrow p = 5$	(V)

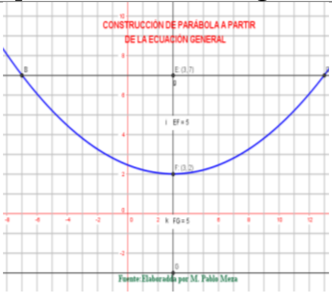
A) VFVF **B) FFVF** **C) VVFV** **D) VVVF**

18. Haciendo el uso de software matemático GEOGEBRA. Construir la parábola de vértice $V(3,2)$ y el foco $F(3,4)$. Además, determinar la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

Gráfica de la parábola a partir del vértice y foco	**Determinar**	**Proposiciones**	
	▪ La distancia del foco al vértice de la parábola ▪ La ecuación estándar de la parábola a partir del modelo: $(x-h)^2 = 4p(y-k)$ ▪ Ecuación general de la parábola	Si la distancia del foco al vértice de la parábola es 2, entonces el lado recto es igual a $\lvert 8 \rvert$	(V)
		La ecuación estándar de la parábola a partir del modelo es $(x-3)^2 = 8(y-2)$	(V)
		Ecuación general de la parábola a partir de la ecuación estándar es $x^2 + 6x - 8y + 5 = 0$	(F)

A) VVF **B) FVF** **C) VFV** **D) FFV**

19. Dada la ecuación general de la parábola $2x^2 - 12x - 40y + 98 = 0$ Establecer a verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

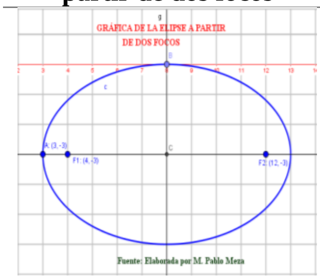
Gráfica de la parábola a partir de la ecuación general	Determinar	Proposiciones	
	▪ Vértice de la parábola ▪ Foco de la parábola ▪ Ecuación estándar de la parábola a partir del modelo $(x-h)^2=4p(y-k)$	Las coordenadas del vértice de la parábola es $V(h,k)=V(3,2)$	(V)
		Las coordenadas del foco de la parábola es $F(h,k+p)=F(3,10)$	(F)
		Ecuación estándar de la parábola $(x-3)^2=20(y+2)\Leftrightarrow$ $(x-h)^2$ =4p(y-k)	(V)

A) FVF **B) VFV** **C) VFF** **D) FFV**

20. SITUACIÓN PROBLEMÁTICA. En el cerro san Cristóbal ubicado entre el distrito del Rímac y San de Lurigancho en la provincia de Lima. Se ha instalado una antena parabólica de 8 metros de ancho, en la parte donde está situado su aparato receptor. ¿A qué distancia del fondo de la antena está colocado el receptor de señales?

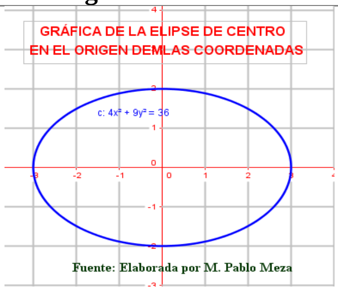
A) 8m **B) 5m** **C) 16m** **D) 2m**

21. Haciendo el uso de software matemático GEOGEBRA. Construir la gráfica de elipse cuyos focos son $F_1(4,-3)\ y\ F_2(12,-3)$. Luego determinar la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

Gráfica de la elipse a partir de dos focos	Determinar	Proposiciones	
	▪ Centro de la elipse. ▪ Vértices del eje mayor de la elipse. ▪ Ecuación genera de la elipse. Según modelo $Ax^2+By^2+Cx+Dy+E=0$ ▪ Distancia del centro al foco de la elipse	Las coordenadas del centro de la elipse $C(h,k)=C(8,-3)$	(V)
		Las coordenadas del eje mayor de la elipse. $A(3,-3)$ y $B(12,3)$	(F)
		La distancia del centro al foco de la elipse es 14	(F)
		Ecuación general de la elipse $9x^2+25y^2-144x+150y=-576$	(V)

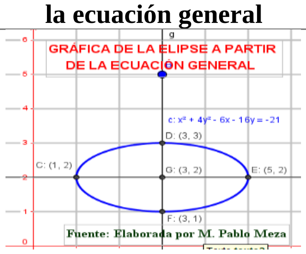
A) VFVF **B) VFFV** **C) VFFF** **D) FFVV**

22. . Dada la ecuación de la elipse $4x^2+9y^2=36$ cuyo centro se encuentra en el origen de las coordenadas. Representar la gráfica de la elipse mediante el uso de software matemático GEOGEBRA. Además, establecer la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

Gráfica de la elipse con centro en el origen de las coordenadas	**Determinar**	**Proposiciones**	
	▪ Longitud de los ejes de la elipse ▪ Los vértices del eje mayor. ▪ Ecuación canónica de la elipse. Según modelo $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$	Longitud del eje mayor es 12u y del eje menor es 8u	(F)
		Las coordenadas de los vértices del eje mayor de la elipse. $A(-3,0)$ y $B(3,0)$	(V)
		Ecuación canónica de la elipse $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$	(V)

A) FVV **B) VFF** **C) FFV** **D) FVF**

23. Haciendo el uso de software matemático GEOGEBRA. Construir la gráfica de elipse a partir de la ecuación general $x^2+4y^2-6x-16y+21=0$. Luego, determinar la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones

Gráfica de la elipse a partir de la ecuación general	**Determinar**	**Proposiciones**	
	▪ Centro de la elipse. ▪ Focos de la elipse ▪ Distancia del centro al foco de la elipse. ▪ Ecuación estándar de la elipse. Según modelo $\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$	Las coordenadas del centro de la elipse $C(h,k)=C(3,2)$	(V)
		Las coordenadas de los focos de la elipse. $F_1(3-\sqrt{5},2)$ y $F_2(3+\sqrt{5},2)$	(F)
		La distancia del centro al foco de la elipse es de $\sqrt{3}$	(V)
		Ecuación estándar de la elipse $\frac{(x-3)^2}{4}+\frac{(y^2-2)^2}{1}=1$	(V)

A) VFVF **B) VFFV** **C) VFFF** **D) VFVV**

24. SITUACIÓN PROBLEMÁTICA. Para cruzar el río Rímac se ha construido un puente de forma elíptica en que el eje X coincide con el nivel del agua de 10m de longitud y el eje Y con una longitud de 3m pasa por el centro del arco. Determinar la ecuación de la elipse.

A) $4x^2+8y^2=6$ **B)** $0.64x^2+1.78y^2=1$

C) $0.64x^2+1.78y^2=16$ **D)** $6x^2+7y^2=6$

CLAVE DE RESPUESTAS DEL CUESTIONARIO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
C	A	B	D	A	C	D	A	B	D	C	B	D	A	B	A	C	A	B	D	B	A	D	C

CONSOLIDADO DE LOS RESULTADOS DE PREPRUEBA

PREPRUEBA GRUPO DE CONTROL

N°	C1	C2	C3	PF
1	08	09	08	08
2	07	10	07	08
3	07	06	07	07
4	12	11	12	12
5	10	11	11	11
6	10	10	07	09
7	10	11	10	10
8	12	12	11	12
9	10	09	09	09
10	10	11	09	10
11	12	11	12	12
12	10	10	10	10
13	12	11	12	12
14	12	12	10	11
15	12	10	10	11
16	11	11	08	10
17	08	12	10	10
18	11	11	11	11
19	13	13	12	13
20	10	90	10	10
21	11	11	10	11
22	12	13	13	13
23	11	12	12	12
24	12	12	10	11
25	13	12	13	13
26	11	10	11	11
27	12	13	12	12
28	12	12	10	11
29	09	10	07	09
30	13	12	11	12

PREPRUEBA GRUPO EXPERIMENTAL

N°	C1	C2	C3	PF
1	07	08	08	08
2	09	08	09	09
3	13	13	12	13
4	11	11	10	11
5	12	12	11	12
6	08	12	10	10
7	11	10	09	10
8	11	11	10	11
9	13	14	13	13
10	07	09	08	08
11	13	13	12	13
12	10	11	11	11
13	11	12	10	11
14	08	08	07	08
15	13	13	12	13
16	11	11	10	11
17	12	12	11	12
18	13	12	12	12
19	11	10	10	10
20	12	12	11	12
21	14	14	13	14
22	10	11	08	10
23	10	10	09	10
24	10	10	09	10
25	12	11	11	11
26	09	09	07	08
27	11	10	10	10
28	13	12	13	13
29	08	08	07	08
30	12	11	12	12

Apéndice C. Prueba de Medición Postest

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN
Enrique Guzmán y Valle
“Alma Mater del Magisterio Nacional”
ESCUELA DE POSTGRADO
Sección Doctorado en Ciencias de la Educación

EJEMPLAR Nª

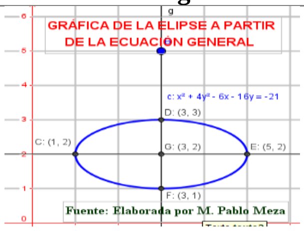
……………….

PRUEBA DE MEDICIÓN POSTEST

Apellidos y Nombres……………………………N° de orden….Grado y Sección……

INSTRUCCIONES: Joven estudiante, marque con una aspa (x) la alternativa correcta

1. Haciendo el uso de software GEOGEBRA. Construir la gráfica de elipse a partir de la ecuación general $x^2+4y^2-6x-16y+21=0$. Luego, determinar la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

Gráfica de la elipse a partir de la ecuación general	Determinar	Proposiciones	
	▪ Centro de la elipse. ▪ Focos de la elipse ▪ Distancia del centro al foco de la elipse. ▪ Ecuación estándar de la elipse. Según modelo $\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$	Las coordenadas del centro de la elipse $C(h,k)=C(3,2)$	(V)
		Las coordenadas de los focos de la elipse. $F_1(3-\sqrt{5},2)$ y $F_2(3+\sqrt{5},2)$	(F)
		La distancia del centro al foco de la elipse es de $\sqrt{3}$	(V)
		Ecuación estándar de la elipse $\frac{(x-3)^2}{4}+\frac{(y^2-2)^2}{1}=1$	(V)

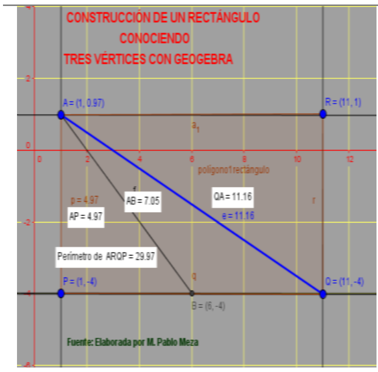
A) VFVF **B) VFFV** **C) VFFF** **D) VFVV**

2. SITUACIÓN PROBLEMÁTICA. Para cruzar el río Rímac se ha construido un puente de forma elíptica en que el eje X coincide con el nivel del agua de 10m de longitud y el eje Y con una longitud de 3m pasa por el centro del arco. Determinar la ecuación de la elipse.

A) $4x^2+8y^2=6$ **B)** $0.64x^2+1.78y^2=1$ **C)** $0.64x^2+1.78y^2=16$

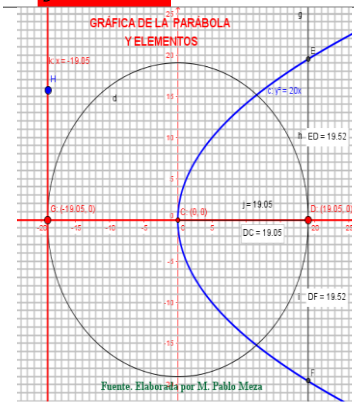
D) $6x^2+7y^2=6$

3. Dados los tres vértices de un rectángulo ARQP: P (1;-4), Q (11;-4), R (11; 1), A(x; y). Haciendo el uso de software GEOGEBRA. Calcular las coordenadas del vértice A(x; y). Además, establecer la verdad o falsedad de las proposiciones:

Rectángulo	**Calcular**	**Proposición**	
	▪ Coordenadas del vértice A(x; y), ▪ Distancia del punto medio $\overline{PQ}$ *al punto A* ▪ *Diagonal del rectángulo ARPQ*	Las coordenadas del vértice A(1, 0.97) del rectángulo ARPQ	(V)
		La distancia del punto A (1, 0.97) al punto Q (11, -4), se denomina diagonal del rectángulo ARPQ.	(V)
		La distancia entre el punto medio del segmento $\overline{PQ}$ y el vértice A equivale 7.05u	(V)

VVF **B) VVV** **C) VFV** **D) VFF**

4. Dada la ecuación de la parábola $y^2 = 20x$ y Haciendo el uso de software GEOGEBRA obtener los elementos de la parábola. Luego, determinar la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

Ecuación de la parábola $y^2 = 20x$ y elementos	**Determinar**	**Proposiciones**	
	Vértice Foco Directriz Lado recto Eje de simetría	Las coordenadas del vértice de la parábola es $V(0,0)$	(V)
		Las coordenadas del foco de la parábola es $F(5,0)$	(V)
		La distancia del foco al vértice es diferente a la distancia del vértice a la recta directriz	(F)
		Si el lado recto de la parábola es $\lvert 4p \rvert = 20 \rightarrow p = 5$	(V)

A) VFVF **B) FFVF** **C) VVFV** **D) VVVF**

5. Haciendo el uso de software matemático GEOGEBRA. Construir la parábola de vértice $V(3,2)$ y el foco $F(3,4)$. Además, determinar la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

Gráfica de la parábola a partir del vértice y foco	Determinar	Proposiciones	
	▪ La distancia del foco al vértice de la parábola ▪ La ecuación estándar de la parábola a partir del modelo: $(x-h)^2=4p(y-k)$ ▪ Ecuación general de la parábola	Si la distancia del foco al vértice de la parábola es 2, entonces el lado recto es igual a $\lvert 8 \rvert$	(V)
		La ecuación estándar de la parábola a partir del modelo es $(x-3)^2=8(y-2)$	(V)
		Ecuación general de la parábola a partir de la ecuación estándar es $x^2+6x-8y+5=0$	(F)

A) VVF **B) FVF** **C) VFV** **D) FFV**

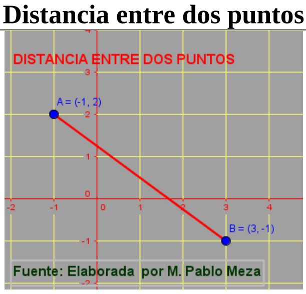
6. Utilizando la estrategia conveniente de solución. Determinar las coordenadas del punto medio del segmento de recta que une a los puntos A (3, -4) y B (7, 2).

A) (5,-3) **B) (-1,-5)** **C) 5, -1** **D) (-3, 7)**

7. En el sistema de coordenadas rectangulares. La ordenada de un punto es 8 y su distancia al punto Q (5, -2) es $2\sqrt{41}$. Encontrar la abscisa del punto P.

A) $x=10\ ;\ x=-5$ **B)** $x=13\ ;\ x=-3$ **C)** $x=-13\ ;\ x=3$ **D)** $x=7\ ;\ x=-3$

8. Dados dos puntos A (-1; 2) y B (3;-1) en el sistema de coordenadas rectangulares. Utilizando diferentes estrategias de solución. Determinar la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

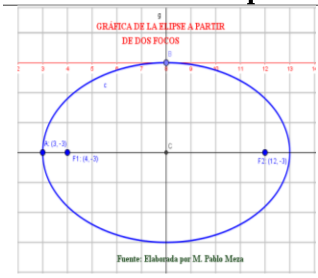
Distancia entre dos puntos	Determinar	Proposiciones	
 $d(AB)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$	▪ Las coordenadas del punto medio ▪ La medida del segmento AB ▪ La recta AB inclinada en el plano cartesiano ▪ Pendiente de la recta AB	▪ Las coordenadas del punto medio M(1,1/2)	(V)
		▪ La medida del segmento AB es de 7u	(F)
		▪ La recta AB inclinada a la izquierda en el plano cartesiano es positivo	(F)
		▪ Pendiente de la recta AB es $m=\frac{-3}{5}$	(V)

A) VVFF **B) FFVF** **C) FFVF** **D) VFFV**

9. **SITUACIÓN PROBLEMÁTICA**. En el cerro san Cristóbal ubicado entre el distrito del Rímac y San de Lurigancho en la provincia de Lima. Se ha instalado una antena parabólica de 8 metros de ancho, en la parte donde está situado su aparato receptor. ¿A qué distancia del fondo de la antena está colocado el receptor de señales?

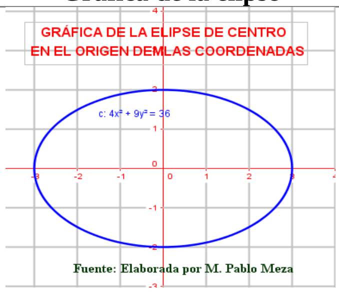
A) 2m **B) 5m** **C) 16m** **D) 8m**

10. Haciendo el uso de software matemático GEOGEBRA. Construir la gráfica de elipse cuyos focos son $F_1(4,-3)\ y\ F_2(12,-3)$. Luego determinar la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

Gráfica de la elipse	Determinar	Proposiciones	
	▪ Centro de la elipse. ▪ Vértices del eje mayor de la elipse. ▪ Ecuación genera de la elipse. Según modelo $Ax^2+By^2+Cx+Dy+E=0$ ▪ Distancia del centro al foco de la elipse	Las coordenadas del centro de la elipse $C(h,k)=C(8,-3)$	(V)
		Las coordenadas del eje mayor de la elipse. $A(3,-3)$ y $B(12,3)$	(F)
		La distancia del centro al foco de la elipse es 14	(F)
		Ecuación general de la elipse $9x^2+25y^2-144x+150y=-576$	(V)

A) VFVF **B) VFFV** **C) VFFF** **D) FFVV**

11. Dada la ecuación de la elipse $4x^2+9y^2=36$ cuyo centro se encuentra en el origen de las coordenadas. Representar la gráfica de la elipse mediante el uso de software matemático GEOGEBRA. Además, establecer la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

Gráfica de la elipse	Determinar	Proposiciones	
	▪ Longitud de los ejes de la elipse ▪ Los vértices del eje mayor. ▪ Ecuación canónica de la elipse. Según modelo $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$	Longitud del eje mayor es 12u y del eje menor es 8u	(F)
		Las coordenadas de los vértices del eje mayor de la elipse. $A(-3,0)$ y $B(3,0)$	(V)
		Ecuación canónica de la elipse $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$	(V)

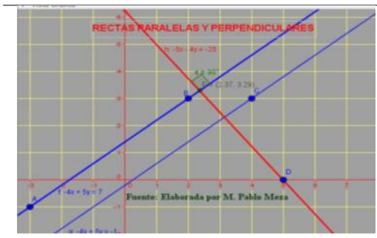
A) FVV **B) VFF** **C) FFV** **D) FVF**

12. En el sistema de coordenadas rectangulares. Aplicando el software GEOGEBRA. Determinar la pendiente y el ángulo de inclinación de la recta $\overleftrightarrow{AB}$ *que pasa por los puntos* $A(-3;2)$ y B $(7;-3)$.Además, establecer la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

Pendiente de la recta que pasa por dos puntos	**Determinar**	**Proposiciones**	
 ***Pendiente de la recta*** $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	▪ Pendiente m de la recta AB ▪ La medida del segmento AB ▪ El ángulo de inclinación de la recta $\overleftrightarrow{AB}$ que pasa por los puntos A y B.	▪ Pendiente m de la recta $\overleftrightarrow{AB}$ es m=-1/2	(V)
		▪ La medida del segmento AB es $5\sqrt{5}$	(V)
		▪ Conociendo la $tg\theta = m = -\frac{1}{2}$. Luego ángulo $\theta = arctg(-\frac{1}{2})$	(V)

VFV **B) FFV** **C) VVF** **D) VVV**

13. Ana y María estudiantes del Quinto Grado del área de Matemática de la Institución Educativa José De la Torre Ugarte. Se formulan las siguientes preguntas. Dadas las rectas: L_1= $2x - y - 5 = 0$; L_2= $2y + x + 10 = 0$. Determinar si las rectas son paralelas o perpendiculares. Ana afirma que las rectas son paralelas y María afirma las rectas perpendiculares. ¿Quién tiene la respuesta correcta? Luego, establecer la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

Recta paralelas y perpendiculares	Determinar	Proposiciones	
 ***Pendiente de la recta*** $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	▪ Rectas paralelas ▪ Rectas perpendiculares ▪ Determinar si la respuesta de Ana es correcta	▪ Dos rectas son paralelas si y sólo si tienen pendientes iguales. Es decir $L_1 \parallel L_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$	(V)
		▪ Dos rectas son perpendiculares si y sólo si el producto de sus pendientes es igual -1. Es decir ▪ $L_1 \perp L_2 \Leftrightarrow m_1.m_2 = -1$	(V)
		▪ La respuesta es Ana es correcta	(F)

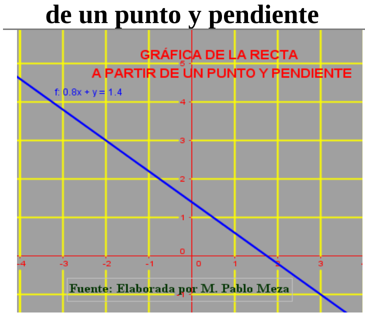
VVV **B) FFV** **C) VFF** **D) VFV**

14. Dada la ecuación general de la parábola $2x^2 - 12x - 40y + 98 = 0$ Establecer a verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

Gráfica de la parábola a partir de la ecuación general	Determinar	Proposiciones	
	▪ Vértice de la parábola ▪ Foco de la parábola ▪ Ecuación estándar de la parábola a partir del modelo $(x-h)^2 = 4p(y-k)$	Las coordenadas del vértice de la parábola es $V(h,k) = V(3,2)$	(V)
		Las coordenadas del foco de la parábola es $F(h,k+p) = F(3,10)$	(F)
		Ecuación estándar de la parábola $(x-3)^2 = 20(y+2) \Leftrightarrow$ $(x-h)^2$ =4p(y-k)	(V)

A) FVF **B) VFV** **C) VFF** **D) FFV**

15. Haciendo el uso de Software GEOGEBRA. Representar la gráfica de la recta que pasa por el punto A (– 2, 3) y que tiene de pendiente – 4/5. Luego, determinar la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

Gráfica de la recta a partir de un punto y pendiente	Determinar	Proposiciones	
	▪ Ecuación punto-pendiente a partir $A(-2,3)$ y $m = -\frac{4}{5}$ ▪ La ecuación principal de la recta ▪ La ecuación general de la recta	La ecuación punto – pendiente de la recta es $y-3 = -\frac{4}{5}(x+2)$	(V)
		La ecuación principal de la recta es $y = -\frac{4}{5}x + \frac{7}{2}$	(V)
		La ecuación general de la recta es $\frac{4}{5}x + y - \frac{7}{5} = 0$	(V)

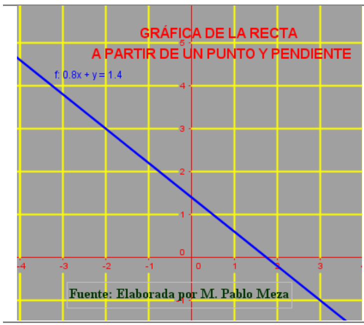
VFV **B) FVF** **C) VVV** **VFF** **D) VVV**

16. Haciendo el uso de estrategia conveniente de solución. Determinar la ecuación general de la recta L_2 que pasa por el punto P (-2; 5) y es paralela a la recta L1 que corresponde la siguiente ecuación 3x-y-1=0.

A) $6x-6y-11=0$ **B)** $3x-3y-11=0$ **C)** $3x-y-11=0$

D) $3x-7y-14=0$

17. Haciendo el uso de Software GEOGEBRA. Determinar la distancia del punto P (7, 8) a la recta: $L_1 \equiv 3x + 4y - 12 = 0$. Además, establecer la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones

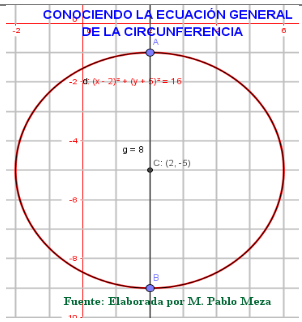
Distancia del punto p a la recta L_1	**Determinar**	**Proposiciones**	
	Las coordenadas de los puntos de la recta L_1	Las coordenadas de los puntos de la recta $A(0,3)$ y $C(4,0)$	(V)
	La distancia del punto a la recta	La medida de la distancia dl punto P a la recta es constante	(F)
	La distancia del punto a la recta L_1	La distancia del punto P(7,8) al punto medio de la recta L_1 es de 8.2 u	(V)

FVF **B) VFV** **C) VVV** **D) VFF**

18. Haciendo el uso de la estrategia conveniente. Hallar la ecuación de la recta que pasa por puntos A (-2,-3) y B (4; 2). Kindle, J. (1974:24-5)

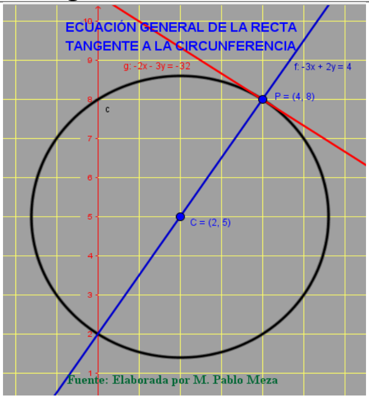
A) $y = \frac{3x-18}{5}$ **B)** $y = \frac{7x-8}{4}$ **C)** $y = \frac{2x-9}{5}$ **D)** $y = \frac{5x-8}{6}$

19. Dada la ecuación general de la circunferencia $x^2 + y^2 - 4x + 10y + 13 = 0$ Haciendo el uso de software GEOGEBRA. Determinar la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

Ecuación general de la circunferencia	**Determinar**	**Proposiciones**	
	▪ Centro de la circunferencia	Las coordenadas del centro de la circunferencia es $C(-2,5)$	(F)
	▪ El radio de la circunferencia	La longitud del radio de la circunferencia es de 8u	(F)
	▪ Ecuación ordinaria de la circunferencia	La expresión $(x+4)^2 + (y+y)^2 = 52$ es la ecuación ordinaria de la circunferencia	(V)

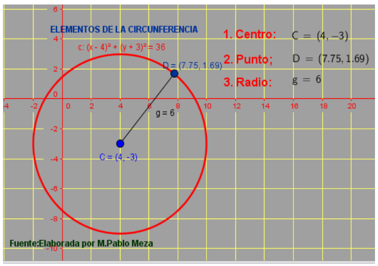
A) FFV **B) FVV** **C) VVF** **D) VFV**

20. Aplicando el software GEOGEBRA. Encontrar la ecuación general de la recta L_1 tangente a la circunferencia en el punto P (4; 8). Sabiendo que el centro de la circunferencia se encuentra en C (2, 5). Además, determinar la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

<table>
<tr><th>Ecuación general de la recta l_1 tangente a la circunferencia</th><th>Determinar</th><th colspan="2">Proposiciones</th></tr>
<tr><td rowspan="4">
</td><td>▪ Pendiente de $\overline{PC}$ o pendiente del radio</td><td>La pendiente del punto P al punto C de la circunferencia es de $m_{\overline{PC}} = \frac{3}{2}$</td><td>(V)</td></tr>
<tr><td>▪ Pendiente de la recta tangente</td><td>Pendiente de la recta tangente es $m_{\overline{T}} = \frac{2}{3}$ por ser perpendiculares</td><td>(F)</td></tr>
<tr><td>▪ Ecuación punto-pendiente de la recta</td><td>La ecuación punto-pendiente de la recta es $y-8=-\frac{2}{3}(x-4)$</td><td>(V)</td></tr>
<tr><td>▪ Ecuación general de la recta L_1</td><td>La ecuación general de la recta L_1 tangente a la circunferencia es $2x+3y-32=0$</td><td>(V)</td></tr>
</table>

A) VVVF **B) FFVV** **C) FFVF** **D) VFVV**

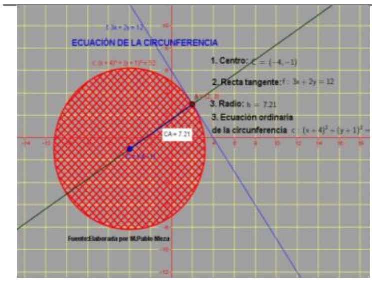
21. Una circunferencia, analíticamente es una ecuación de segundo grado con dos variables y queda completamente determinada si se conocen su centro y su radio. Dado el C (4,-3) y radio 6. Haciendo el uso de software GEOGEBRA. Determinar la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

<table>
<tr><th>CIRCUNFERENCIA</th><th>ELEMENTOS</th><th colspan="2">PROPOSICIONES</th></tr>
<tr><td rowspan="3">
</td><td>▪ Centro: C(h, k)</td><td>El punto fijo C(4,-3) se denomina el centro de la circunferencia</td><td>(V)</td></tr>
<tr><td>▪ Radio: $\overline{CD}$</td><td>Desde el punto C (4,-3) al punto D es igual 6. Es la distancia constante y se denomina radio de la circunferencia</td><td>(V)</td></tr>
<tr><td>▪ Diámetro</td><td>La expresión $(x-4)^2+(y+3)^2=36$ es la forma general de la ecuación de la circunferencia</td><td>(F)</td></tr>
</table>

A) VFV **B) FVF** **C) VVF** **D) VFF**

22. Haciendo el uso de software GEOGEBRA. Representar la gráfica de la ecuación de circunferencia de centro el punto C (-4; -1) y que sea tangente a la recta $3x+2y-12=0$. Luego , determinar la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

<table>
<tr><th>Ecuación de la circunferencia tangente a la recta</th><th>Ecuaciones</th><th colspan="2">Proposiciones</th></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">▪ Ecuación con centro: C(0, 0) de radio r</td><td>La ecuación canónica de la circunferencia tiene centro en el origen de radio r</td><td>(V)</td></tr>
<tr><td>Las coordenadas del punto de tangencia A(2, 3)</td><td>(V)</td></tr>
</table>

	▪ Ecuación con centro: C(h, k) de radio r ▪ Ecuación general de la circunferencia	La expresión $(x+4)^2+(y+y)^2=52$ es la ecuación ordinaria de la circunferencia	(V)

A) VFV **B) VVV** **C) FFV** **D) VFF**

23. Determinar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $P(1,3)$ y $Q(4,6)$ .Cuyo centro se encuentra ubicado sobre el eje X. Luego, determinar la verdad o falsedad de las siguientes expresiones:

Ecuación de la circunferencia por los puntos P y Q. Centro en eje X	Determinar	Proposiciones	
	▪ Centro de la circunferencia a partir de los punto P y Q sobre eje X ▪ Radio de la circunferencia ▪ Ecuación ordinaria de la circunferencia ▪ Ecuación general de la circunferencia ▪	El centro de la circunferencia es $C(7,0)$	(V)
		El radio de la circunferencia es $\sqrt{5}$	(F)
		La ecuación ordinaria de la circunferencia $45=(x-7)^2+y^2$	(V)
		La ecuación general de la circunferencia $x^2+y^2-14x+4=0$	(V)

A) VFFV **B) VVFF** **C) VFVF** **D) VFVV**

24. SITUACIÓN PROBLEMÁTICA. Según reportados por el Servicio Sismológico Nacional del Perú. Detectó un sismo con origen en la provincia de Yungay –Ancash a 15 km Este y 9km al Sur del centro de la localidad con un radio de 12km a la redonda. ¿Cuál es la ecuación ordinaria de la circunferencia del área afectada?

Ecuación de la circunferencia en contexto real	Determinar	Solución
	▪ Ecuación de la circunferencia. Según modelo $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ ▪ De la gráfica h= -15 k= -9 $r^2=12^2$	Según el modelo $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ Desarrollando el modelo $(x-15)^2+(y+9)^2=144$ Por lo tanto $(x-15)^2+(y+9)^2=144$ es la ecuación ordinaria de la circunferencia

A) $(x-15)^2+(y+9)^2=144$ **B)** $(x-5)^2+(y-9)^2=144$ **C)** $(x-15)^2+(y-9)^2=14$

D) $(x-15)^2+(y-9)^2=12$

CLAVE DE RESPUESTAS DEL CUESTIONARIO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
D	C	B	C	A	C	B	D	A	B	A	D	C	B	D	C	B	D	A	D	C	B	D	A

CONSOLIDADO DE LOS RESULTADOS DE POST TEST

PREPRUEBA GRUPO DE CONTROL

N°	C1	C2	C3	PF
1	10	10	09	10
2	11	12	11	11
3	10	10	10	10
4	13	13	12	13
5	12	12	11	12
6	10	10	10	10
7	12	12	12	12
8	14	13	12	13
9	12	12	12	12
10	11	11	1	11
11	13	14	13	13
12	13	13	12	13
13	14	14	13	14
14	14	13	12	13
15	13	12	12	12
16	13	14	13	13
17	13	12	12	12
18	12	12	12	11
19	15	15	13	14
20	12	12	11	12
21	14	14	13	14
22	15	14	14	14
23	13	14	13	13
24	14	15	13	14
25	13	14	14	14
26	14	14	14	14
27	14	14	12	13
28	13	14	13	13
29	12	12	12	12
30	14	14	13	14

PREPRUEBA GRUPO EXPERIMENTAL

N°	C1	C2	C3	PF
1	12	12	12	12
2	12	14	11	12
3	15	16	14	15
4	15	15	15	15
5	16	16	14	15
6	14	14	14	14
7	16	16	14	15
8	15	16	14	15
9	16	16	15	16
10	10	10	10	10
11	17	17	15	16
12	14	14	14	14
13	15	16	14	15
14	10	12	10	11
15	17	17	16	16
16	16	17	14	16
17	16	17	15	16
18	15	16	14	15
19	14	16	14	15
20	16	17	15	16
21	18	18	16	17
22	14	16	12	14
23	14	14	13	14
24	15	16	14	15
25	16	17	15	16
26	10	10	10	10
27	14	16	13	14
28	17	17	15	16
29	13	15	13	14
30	16	17	15	16

M. Pablo Meza

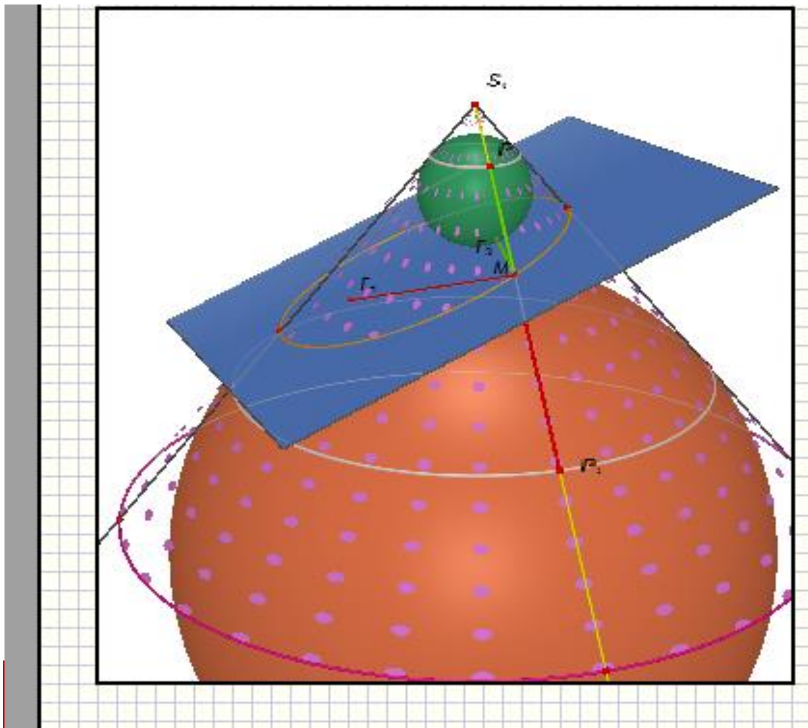
Magíster en Educación Matemática

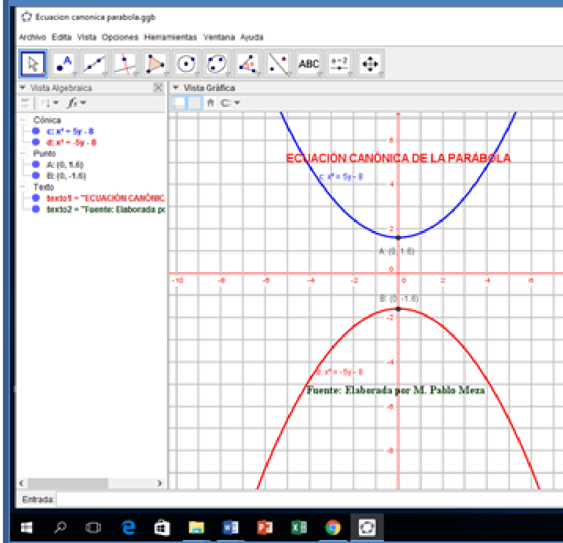
MATEMÁTICA

5° Grado

Apéndice D.

Módulo de Geometría Analítica con GEOGEBRA





MÓDULO GEOMETRÍA ANALÍTICA CON SOFTWARE GEOGEBRA

M. Pablo Meza

2016

MÓDULO

Geometría Analítica con Software GEOGEBRA

COMPETENCIA. Aplica software GEOGEBRA en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085-El Agustino – 2015, teniendo en cuenta las capacidades y estrategias didácticas.

GEOMETRÍA ANALÍTICA CON SOFTWARE GEOGEBRA		
Dimensiones	**Sub Dimensiones**	**Indicadores**
COORDENDAS RECTANGULARES	**Sistema de coordenadas rectangulares**	1.4 Representa sistema de coordenadas cartesianas 1.5 Determina la distancia entre dos puntos cualesquiera del plano cartesiano. 1.6 Determina coordenadas de un punto medio del segmento.
LA RECTA	**Ecuaciones**	2.5 Interpreta ángulo de inclinación y pendiente de una recta. 2.6 Expresa posiciones relativas de dos rectas en el plano. 2.7 Determina la ecuación principal de la recta 2.8 Expresa en forma general la ecuación de la recta.
SECCIONES CÓNICAS	**Ecuaciones de la circunferencia**	3.1Determina las coordenadas de centro y radio de la circunferencia 3.2 Construye la gráfica de la ecuación de circunferencia 3.3 Determina la ecuación de la recta tangente a la circunferencia en el punto P. 3.4 Expresa en forma general la ecuación ordinaria de la circunferencia.
	Ecuaciones de la parábola	4.1 Construye los elementos de la parábola 4.2 Determina la ecuación de la parábola con centro en el origen de las coordenadas. 4.3 Determina la ecuación de la parábola con centro en el punto C (h, k). 4.4 Representa la gráfica de la parábola a partir de la ecuación general.
	Ecuaciones de la elipse	Construye los elementos de la elipse. Determina la ecuación de la elipse con vértice en el origen. Determina la ecuación de la elipse con vértice en el punto C (h, k). Representa la gráfica de la elipse a partir de la ecuación general.

APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
Aplica software GEOGEBRA en el aprendizaje de la geometría analítica, teniendo en cuenta las capacidades y estrategias didácticas.	▪ Matematiza situaciones	▪ Organiza datos y los expresa de forma algebraica a partir de situaciones para expresar modelos analíticos relacionados con la circunferencia.
	▪ Comunica y representa ideas matemáticas	▪ Representa la gráfica de ecuaciones de la circunferencia. a partir de expresiones simbólicas con GEOGEBRA.
	▪ Elabora y usa estrategias	▪ Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran el cálculo de ecuaciones de la circunferencia.
	▪ Razona y argumenta	▪ Justifica con argumentos basados en el uso de conocimientos matemáticos.

MATRIZ DE EVALUACIÓN			
COMPETENCIA	CRITERIO	INDICADORES	INSTRM
Aplica software GEOGEBRA en el aprendizaje de la geometría analítica, teniendo en cuenta las capacidades y estrategias didácticas.	▪ Razonamiento y demostración	▪ Organiza datos y los expresa de forma algebraica a partir de situaciones para expresar modelos analíticos relacionados con la recta y la circunferencia.	▪ Lista de cotejo ▪ Cuestionario
	▪ Comunicación matemática	▪ Representa la gráfica de ecuaciones de la circunferencia. a partir de expresiones simbólicas con GEOGEBRA.	
	▪ Resolución de problemas.	▪ Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran el cálculo de ecuaciones de la recta circunferencia, parábola y elipse.	

SECUENCIA DE LAS SESIONES DE APRENDIZAJE			
Sesión 1	**Tiempo: 3 Hs.**	**Sesión 5**	**Tiempo: 3 Hs.**
Título: "Puntos que unen dos lugares" ▪ **Indicadores** Aplica el teorema de Pitágoras para encontrar la distancia entre dos puntos en un sistema de coordenadas con **GEOGEBRA** ▪ **Campo temático** Sistema de coordenadas rectangulares ▪ **Actividades** Resuelve las actividades de la página 130. Preguntas 1, 2, 3 del Texto (2016) MED, Matemática 5° secundaria.		Título: **"Epicentro de un sismo "** ▪ **Indicadores** Organiza datos y expresa de forma algebraica a partir de situaciones para encontrar la ecuación de la circunferencia. ▪ **Campo temático** Ecuaciones de la circunferencia ▪ **Actividades.** Resuelve las actividades de la página 148. Preguntas 1, 2,3 4 del Texto MED, (**2016)** Matemática 5° secundaria.	
Sesión 2	**Tiempo: 3 Hs.**	**Sesión 6**	**Tiempo: 3 Hs.**
Título: "Carreteras que unen ciudades" ▪ **Indicadores** Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran el cálculo de pendiente de la recta. ▪ **Campo temático** Pendiente de una recta. ▪ **.Actividades.** Resuelve las actividades de la página 144. Preguntas 1, 2, 3 y 4 del Texto MED, (2016) Matemática 5° secundaria.		Título: **"Movimiento parabólico"** ▪ **Indicadores** Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran el cálculo de ecuaciones de la parábola. ▪ **Campo temático** Ecuación de la parábola. ▪ **Actividades. .** Resuelve las actividades de la página 221al 223. Ejemplos 17, 18,19 y 20 del Texto MED, **(2013)** Matemática 5° secundaria.	

Sesión 3	**Tiempo: 3 Hs.**	**Sesión 7**	**Tiempo: 3 Hs.**
Título: "Trazos de carreteras" ▪ **Indicadores** Organiza datos y expresa de forma algebraica a partir de situaciones para encontrar las rectas paralelas y perpendiculares ▪ **Campo temático.** Posiciones relativas de dos rectas en el plano**.** ▪ **Actividades**. Resuelve las actividades de la página 146. Preguntas 1 del Texto MED, (2016) Matemática 5° secundaria.		**Título: "La órbita de la Tierra"** ▪ Indicadores Organiza datos y expresa de forma algebraica a partir de situaciones para encontrar la ecuación de la elipse ▪ **Campo temático** Ecuación de la elipse. ▪ **Actividades.** . Resuelve las actividades de la página 150al 153. Ejemplos 1,2 del Texto MED, (2016) Matemática 5° secundaria.	
Sesión 4	Tiempo: 3 Hs.	Sesión 8	Tiempo: 3 Hs.
Título: "Puntos que unen las ciudades" ▪ **Indicadores** Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran el cálculo de ecuaciones de la recta. ▪ **Campo temático.** Ecuaciones de la recta. ▪ **Actividades**. Resuelve las actividades de la página 206 y 207. Ejemplos 1,2, 3 y 4 del Texto MED (2013), Matemática 5° secundaria.		**Título: Taller matemático "Explorando la geometría** analítica" ▪ **Indicadores** Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran ecuaciones de la recta y las cónicas. ▪ **Campo temático.** Ecuaciones de la recta y las cónicas. ▪ **Actividades.** Resuelve las actividades. Apéndice 1.	

Introducción

El uso de las TIC en el ámbito educativo requiere un nuevo tipo de estudiantes y de docente. Según (Riveros y Mendoza, 2008: 34), citado por (Delgado, M; Arrieta y Riveros, V.2009, p.60) “las TIC reclaman la existencia de una nueva configuración del proceso didáctico y metodológico tradicionalmente usado en los centros, donde el saber no tenga por qué recaer en el docente y la función del (estudiante) no sea la de mero receptor de informaciones”.

La incorporación en la vida cotidiana de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación ha significado un cambio radical en la forma de desarrollar el proceso de enseñanza y aprendizaje en las diferentes disciplinas y niveles escolares. En este sentido, el software Geogebra es un programa computacional con grandes posibilidades pedagógicas y en continuo desarrollo. Se reúne geometría, álgebra y cálculo y probabilidades, que permite a los estudiantes visualizar, descubrir, conjeturar y/o comprobar propiedades de las figuras geométricas en 2D y 3D.

El objetivo de nuestro trabajo de investigación es determinar la aplicación del software GEOGEBRA influye en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa José de la Torre Ugarte 0085-El Agustino – 2015.

El Módulo de Geometría Analítica con Software GEOGEBRA presenta estrategias heurísticas mediante el uso de software GEOGEBRA para el aprendizaje de la geometría analítica con una actitud creativa y reflexiva en el desarrollo de competencias matemáticas, desarrollando las capacidades de: matematiza situaciones, comunica y representa, elabora y usa estrategias, razona y argumenta; justificando propiedades de formas bidimensionales de las figuras geométricas y sus relaciones.

Para fines de esta investigación, el módulo se ha desarrollado durante ocho sesiones de aprendizaje con una duración de 3 horas pedagógicas, teniendo en cuenta los instrumentos de evaluación pertinentes; además, en cada una de estas sesiones se tomado en cuenta los criterios e indicadores de cada dimensión de las variables de estudio.

1. Distancia entre dos puntos cualesquiera en plano cartesiano
2. Pendiente de una recta.
3. Posiciones relativas de dos rectas en el plano.
4. Ecuaciones de la recta
5. Ecuaciones de la circunferencia
6. Ecuaciones de la parábola
7. Ecuaciones de la elipse.
8. Taller matemático. "Explorando la geometría analítica"

Las evaluaciones de aprendizaje de los estudiantes, han sido realizadas permanentemente mediante criterios, indicadores y utilizando los instrumentos correspondientes en cada actividad desarrollada sobre el aprendizaje de la geometría analítica con software GEOGEBRA.

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

GRADO: QUINTO A	**DURACIÓN : 3 HORAS PEDAGÓGICAS**	**UNIDAD 7 NÚMERO DE SESIONES 1/8**

I. TÍTULO DE LA SESIÓN

"Puntos que unen dos lugares"

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización	▪ Matematiza situaciones	▪ Organiza datos y expresa de forma algebraica a partir de situaciones para modelos analíticos relacionados con la distancia entre dos puntos en el plano.
	▪ Comunica y representa ideas matemáticas	▪ Representa en forma simbólica y gráfica la distancia entre dos puntos en un plano.
	▪ Elabora y usa estrategias	▪ Aplica el teorema de Pitágoras para encontrar la distancia entre dos puntos en un sistema de coordenadas con GEOGEBRA

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO : 20 MINUTOS

- El docente da la bienvenida a los estudiantes.
- El docente presenta una situación problemática

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

Para localizar un punto en el parque nacional de Huascarán, los guías asocian un sistema cartesiano al mapa del parque. Dos grupos de excursionistas parten de la zona de campamento ubicada en A (-4, -2). Un grupo va hacia una catarata ubicada C (2, -2) y el otro se dirige a una montaña ubicada en (2, 3)
¿A cuántos kilómetros del campamento están ambos lugares?

- El docente presenta los aprendizajes esperados relacionados a las competencias, las capacidades y los indicadores que desarrollarán los estudiantes, y que están vinculados a la situación significativa.
- El docente acuerda con los estudiantes qué es lo que van a lograr al término de la sesión: Resolver la situación problemático del contexto real y matemática que implica distancia entre dos puntos en un plano.

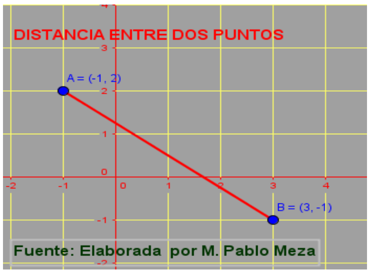
DESARROLLO: 80 MINUTOS

ACTIVIDAD I. Resolución de la situación problemática Apéndice 2
Los estudiantes, de forma individual, leen la información proporcionada sobre distancia entre dos puntos. Apéndice 1.
Para resolver se establece las siguiente estrategia

1. FINALIDAD PROBLEMÁTICA Y CÓMO RESOLVERLA
   - ¿De qué trata la situación planteada?
   - ¿Cuáles son los datos del enunciado?¿Qué debemos averiguar?

2. HACER SUPOSICIONES O EXPERIMENTAR
   - Determinar la longitud del segmento entre dos puntos.

3. MODELO MATEMÁTICO



- La distancia entre los puntos $A(x_1; y_1)$ y $B(x_2; y_2)$ del plano P, se determina mediante la expresión matemática
- $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

4. VALIDACIÓN DE LA SOLUCIÓN
   - Compara tu respuesta con el otro grupo
   - Hallar la distancia de AB y BA

ACTIVIDAD 2. Ana y Bertha estudiantes de la IE "JTU" N° 0085 tienen dos respuestas diferentes de la siguiente situación problemática. Dado un triángulo ABC con vértices en A (2,1); B (3,4); y C (-2,4).

- ¿Verificar si el triángulo es isósceles?
- La respuesta de Bertha es un triángulo isósceles
- ¿Quién tiene la respuesta correcta?

ACTIVIDAD 3. Resolver la pregunta 3. De la página 204. Texto MED (2013). MATEMÁTICA 5°.

ACTIVIDAD 4. Resolver la pregunta 4. De la página 204. Texto MED. MATEMÁTICA 5°.

CIERRE: 35 MINUTOS

El docente consolida sobre la distancia entre dos puntos en sistema de coordenadas cartesianas.

IV. ACTIVIDAD DE EXTENSIÓN

Desarrolla la actividad de la página 5. Texto MED (2013) Preguntas 5.(a, b, c, d)

V. RECURSOS

Hoja de información sobre Sistema de coordenadas cartesianas y distancia entre dos puntos
Plumón, Texto MED. Matemática 5° secundaria y software matemático Geogebra.

VI. EVALUACIÓN

COMPETENCIA	CRITERIO	INDICADORES	INSTRUMt.
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización	Matematiza situaciones	Organiza datos y expresa de forma algebraica a partir de situaciones para encontrar la distancia entre dos puntos	Lista de cotejo
	Comunica y representa	Representa en forma simbólica y gráfica la distancia entre dos puntos en un plano.	
	Elabora y usa estrategias	Aplica el teorema de Pitágoras para encontrar la distancia entre dos puntos en un sistema de coordenadas con GEOGEBRA.	Cuestionario

El Agustino, 08 agosto del 2016.

....

Director — Lic. Luis G. ZEGARRA GUERRERO

Docente — Mg. Marcelino Marcos PABLO MEZA.

APÉNDICE. SESIÓN 1

Sistema de coordenadas cartesianas.

El sistema coordenado, que caracteriza a la geometría analítica, fue introducido por primera vez en 1637 por el matemático francés Rene Descartes (1596-1650). Por esta razón, la geometría analítica se conoce también con el nombre de *Geometría Cartesiana*. . Según Lehmann, (2012:23-28).y Figueroa, R. (2006:22).
Para ubicar puntos en el plano, usamos un sistema de coordenadas cartesianas:

- Se trazan dos rectas perpendiculares. Una horizontal y la otra vertical. Se denominan ejes coordenadas.
- El eje horizontal es el eje X o eje de las abscisas. El eje vertical es el eje Y o eje de las ordenadas
- El plano queda dividido en cuatro cuadrantes
- Se asigna un sentido positivo o negativo a los ejes.
- El punto en el que se cortan los ejes es el origen de las coordenadas, y es el par ordenado (0,0).

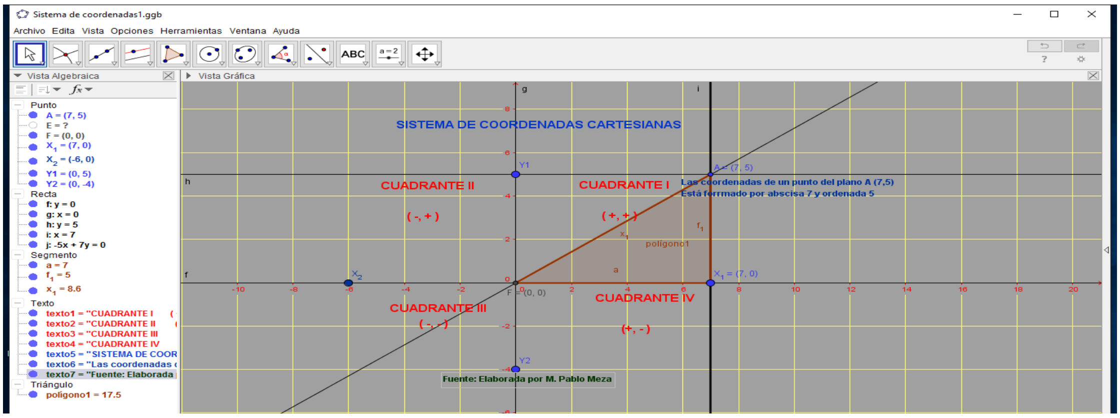


Figura 09. Sistema de coordenadas cartesianas.
Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

La distancia entre dos puntos cualesquiera del plano cartesiano

Para Kindle, J. (1974:1). La distancia d entre los puntos A(x_1; y_1) y B (x_2; y_2) del plano P es la longitud del segmento de recta que tiene por extremos A y B y se calcula aplicando el Teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo ABC.. Para calcular la distancia entre dos puntos, no importa el orden en que se tomen los puntos $d(A,B)=d(BA)$. La distancia entre dos puntos del plano cartesiano siempre es un número no negativo.

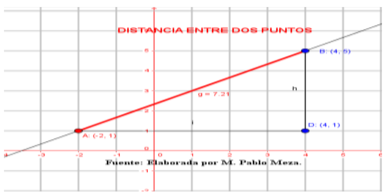
DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS		
DEFINICIONES FUNDAMENTALES	**LUGAR GEOMÉTRICO**	**ECUACIÓN MATEMÁTICA**
▪ Para hallar la distancia entre los puntos A(x_1; y_1) y B (x_2; y_2) del plano P. ▪ Aplicamos el Teorema de Pitágoras en función de las coordenadas de los puntos dados.	 	▪ La distancia entre los puntos A(x_1; y_1) y B (x_2; y_2) del plano P, se determina mediante la expresión matemática ▪ $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

Figura 10. Distancia entre dos puntos del plano P.
Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

Coordenadas de un punto medio del segmento

- Para determinar las coordenadas del punto medio M del segmento AB. Hallar el promedio aritmético de sus coordenadas. Según Figueroa, R. (2006:21).
-

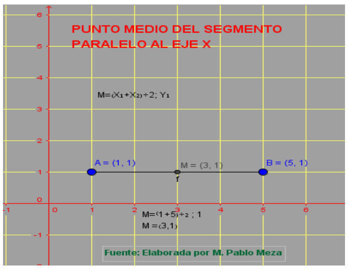
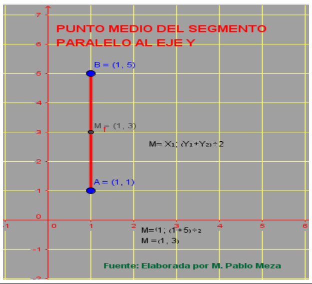
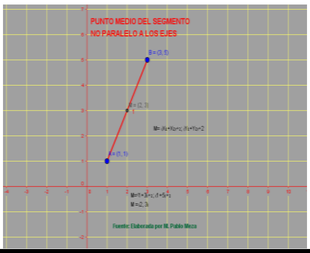
POSICIONES DEL SEGMENTO		
Segmento paralelo a eje X	Segmento paralelo a eje Y	Segmento no es paralelo a los ejes.
		

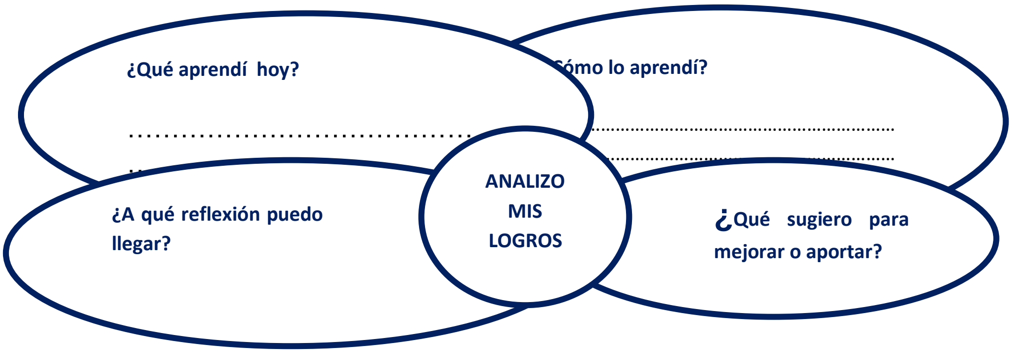
Figura 11. Sistema de coordenadas cartesianas.
Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

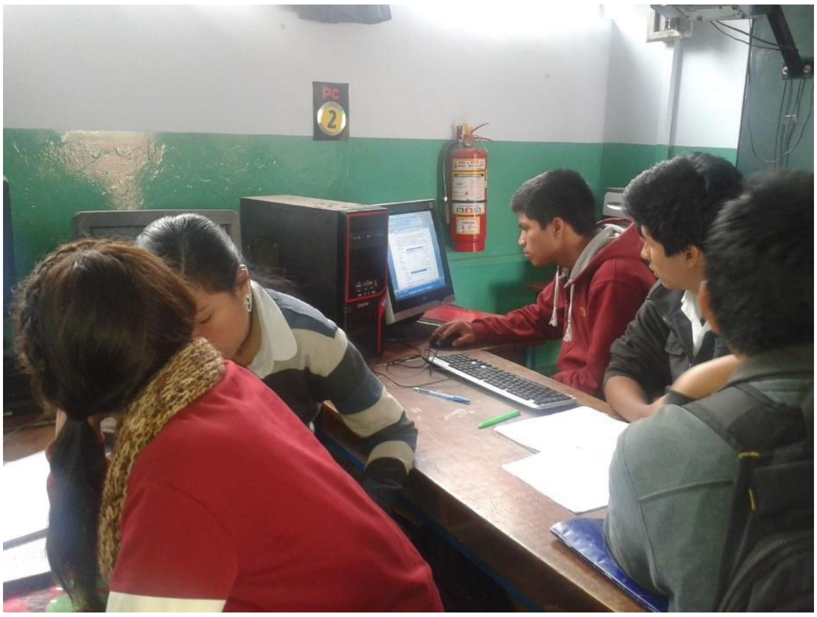
LISTA DE CONTEJO				
Distancia entre dos puntos en el sistema de coordenadas cartesianas				
ÁREA : Matemática **GRADO Y SECCIÓN : Quinto A** **Docente : Mg. Marcelino Marcos, PABLO MEZA** **ESTUDIANTE (a): ____**				FECHA: ____________________
	INDICADORES	**SI**	**NO**	**COMENTARIOS**
1.	▪ Organiza datos y expresa de forma algebraica a partir de situaciones para encontrar la distancia entre dos puntos en un sistema de coordenadas			
2.	▪ Representa en forma simbólica y gráfica la distancia entre dos puntos en un plano.			
3.	▪ Aplica el teorema de Pitágoras para encontrar la distancia entre dos puntos en un sistema de coordenadas con GEOGEBRA.			
4.	▪ Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran el cálculo de distancia entre dos puntos.			
5.	▪ Justifica la obtención de la distancia a partir de dos puntos.			
TOTALES: 100%				

FICHA DE METACOGNICIÓN

Con la técnica de la flor de margarita. Demuestra ¿qué, cómo y para qué aprendiste? Aplicación del Teorema de Pitágoras para encontrar la distancia entre dos puntos en un sistema de coordenadas con GEOGEBRA

Nombres y Apellidos: …………………………………………………………………………..
Grado y Sección :……………………………………………………………………………
Fecha :…………………………………………………………………………….





El Agustino, 08 de agosto del 2015

……………………………………………
Director
Lic. Luis G. ZEGARRA GUERRERO

……………………………………………
Docente
Mg. Marcelino Marcos PABLO MEZA.

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE		
GRADO: QUINTO A	DURACIÓN : 3 HORAS PEDAGÓGICAS	UNIDAD 7 NÚMERO DE SESIONES 2/8

I. TÍTULO DE LA SESIÓN

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización	▪ Matematiza situaciones	▪ Organiza datos y expresa de forma algebraica a partir de situaciones para expresar modelos analíticos relacionados con la pendiente de la recta.
	▪ Comunica y representa	▪ Representa en forma simbólica y gráfica la pendiente de una recta en un plano con GEOGEBRA.
	▪ Elabora y usa estrategias	Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran pendiente de la recta.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO : 20 MINUTOS

- *El docente da la bienvenida a los estudiantes.*
- *El docente presenta una situación problemática*

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

El MTC en coordinación con el gobierno regional de Lima ha dispuesto la construcción de una carretera de Callao a Chosica.
Según el plano de ubicación del ingeniero proyecta la pendiente que tendrá un tramo de la carretera y sabe que cada punto de esta se puede expresar con las coordenadas. El tramo se encuentra entre los puntos de coordenadas A(2,3); B(162,10)
¿Hallar la pendiente de la recta? ¿Cuántos metros se asciende por cada 100 metros que se recorren horizontalmente?

- *El docente presenta los aprendizajes esperados relacionados a las competencias, las capacidades y los indicadores que desarrollarán los estudiantes, y que están vinculados a la situación significativa.*
- *El docente acuerda con los estudiantes qué es lo que van a lograr al término de la sesión: Resolver la situación problemático del contexto real y matemática que implica pendiente de la recta.*

DESARROLLO: 80 MINUTOS

ACTIVIDAD I. *Resolución de la situación problemática. Apéndice 2.*
Los estudiantes, de forma individual, leen la información proporcionada sobre pendiente de la recta. Apéndice 1.

Para resolver se establece las siguiente estrategia

FINALIDAD PROBLEMÁTICA Y CÓMO RESOLVERLA

- *¿De qué trata la situación planteada?*
- *¿Cuáles son los datos del enunciado?*
- *¿Qué debemos averiguar*

HACER SUPOSICIONES O EXPERIMENTAR

- *Pendiente de la recta*

MODELO MATEMÁTICO

- La pendiente (m) de una recta es la tangente trigonométrica de su ángulo de inclinación
- La pendiente de la recta. Se calcula mediante la expresión:

$$m_{\overline{AB}} = tg\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}; x_1 \neq x_2$$

VALIDACIÓN DE LA SOLUCIÓN

- *Compara tu respuesta con el otro grupo*
- *Hallar la pendiente por otro método.*

ACTIVIDAD 2. *Hallar la pendiente de la recta que pasan por los siguientes puntos. De la página 205, preguntas (a, b, c, d) del Texto MED (2013). MATEMÁTICA 5°.*

ACTIVIDAD 3. *Determinar la pendiente de la recta que pasa por el punto medio del segmento de extremos A (1,7), B (3,9) y el punto (9,0).*

ACTIVIDAD 4. *Resolver la pregunta2, 3 y 4. De la página 146. Texto MED (2016). MATEMÁTICA 5°.*

CIERRE: 35 MINUTOS

El docente consolida sobre pendiente de la recta.

IV. ACTIVIDAD DE EXTENSIÓN

Determinar la pendiente de la recta que pasa por los puntos A(-3, -5) y (6, -5)

V. RECURSOS

- *Hoja de información sobre pendiente de la recta.*
- *Papelógrafos, Plumón, Texto MED. Matemática 5° secundaria*
- *Software matemático Geogebra.*

VI. EVALUACIÓN

COMPETENCIA	CRITERIO	INDICADORES	INSTRUMT.
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización	▪ Matematiza situaciones	▪ Organiza datos y expresa de forma algebraica a partir de situaciones para expresar modelos analíticos relacionados con la pendiente de la recta.	▪ Lista de cotejo ▪ Cuestionario
	▪ Comunica y representa	▪ Representa en forma simbólica y gráfica la pendiente de una recta en un plano con GEOGEBRA.	
	▪ Elabora y usa estrategias	Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran pendiente de la recta.	

El Agustino, 18 de agosto del 2016.

……………………………………………… ……………………………………….

Director
Lic. Luis G. ZEGARRA GUERRERO

Docente
Mg. Marcelino Marcos PABLO MEZA.

APÉNDICE. SESIÓN 2

Ángulo de inclinación y pendiente de una recta

Según los autores Fuller, G y Tarwater, D. (1999:13). Definen que:

- La inclinación del ángulo θ de una recta es el ángulo que forma la recta con el eje X, tal que
- Pendiente de una recta es la tangente de la inclinación.

Dada una recta determinada por los puntos $P_1(x_1; y_1)$ y $P_2(x_2; y_2)$ del plano P.

- *El ángulo de inclinación (θ)de una recta es el ángulo que forma la recta con el eje X*
- *La pendiente (m) de una recta es la tangente trigonométrica de su ángulo de inclinación*
- *La pendiente de la recta. Se calcula mediante la expresión:* $m_{\overline{AB}} = tg\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}; x_1 \neq x_2$
- *La pendiente de la recta depende del ángulo de inclinación.*

POSITIVA — NO DEFINIDA — NEGATIVA

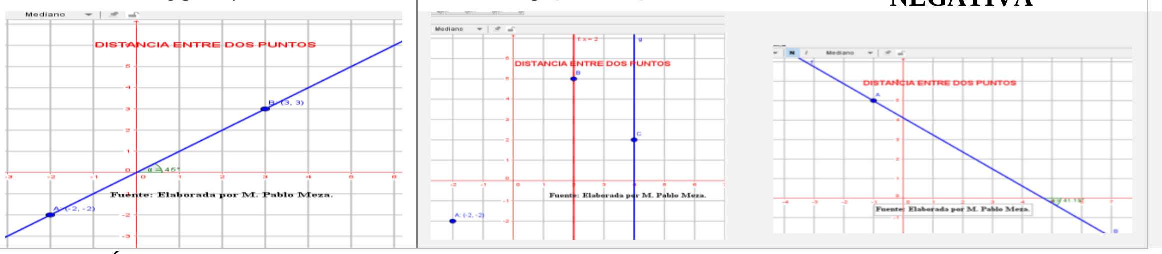


Figura 12. Ángulo de inclinación y pendiente de una recta.
Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza.

LISTA DE CONTEJO PENDIENTE DE LA RECTA				
ÁREA : Matemática **GRADO Y SECCIÓN : Quinto A** **Docente : Mg. Marcelino Marcos, PABLO MEZA** **ESTUDIANTE (a):** ______________________				FECHA: ______________
	INDICADORES	**SI**	**NO**	**COMENTARIOS**
	▪ Organiza datos y expresa de forma algebraica a partir de situaciones para expresar modelos analíticos relacionados con la pendiente de la recta.			
	▪ Representa en forma simbólica y gráfica la pendiente de una recta en un plano con GEOGEBRA.			
	Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran pendiente de la recta.			
	▪ Justifica la obtención de la pendiente de una recta, dadas las coordenadas de dos puntos			
	▪ Resuelve la situación problema del contexto real que implica pendiente de la recta			
TOTALES: 100%				

FICHA DE METACOGNICIÓN

Con la técnica de la flor de margarita. Demuestra ¿qué, cómo y para qué aprendiste? Determinación de pendiente de la recta con GEOGEBRA

Nombres y Apellidos: …………………………………………………………………………
Grado y Sección :…………………………………………………………………………………
Fecha :…………………………………………………………………………………

¿Qué aprendí hoy?

……………………………………

¿Cómo lo aprendí?

……………………………………

ANALIZO MIS LOGROS

¿A qué reflexión puedo llegar?

¿Qué sugiero para mejorar o aportar?

El Agustino, 18 de agosto del 2015

……………………………………………… ………………………………………………

Director
Lic. Luis G. ZEGARRA GUERRERO

Docente
Mg. Marcelino Marcos PABLO MEZA

M. Pablo Meza

Magíster en Educación Matemática

MATEMÁTICA

5° Grado

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE		
GRADO: QUINTO A	**DURACIÓN : 3HORAS PEDAGÓGICAS**	**UNIDAD 7 NÚMERO DE SESIONES 3/8**

I. *TÍTULO DE LA SESIÓN*

"Trazos de carreteras"

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización	▪ Matematiza situaciones	▪ Organiza datos y expresa de forma algebraica a partir de situaciones para expresar modelos analíticos relacionados con posiciones de la recta.
	▪ Comunica y representa	▪ Representa las rectas paralelas y perpendiculares a partir de las ecuaciones con GEOGEBRA.
	▪ Elabora y usa estrategias	▪ Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que implican posiciones de la recta.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO : 20 MINUTOS

- El docente da la bienvenida a los estudiantes.
- El docente presenta una situación problemática

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

El Ministerio de Transportes y Comunicaciones en coordinación con el gobierno regional de Lima ha dispuesto la construcción de una carretera de Callao a Chosica.
Según el plano de ubicación en el terreno que pasará la carretera, se han instalado cuatro puntos de referencia cuyas coordenadas son A(-5,5); B(4,2); C(2,-4) y d(-7,-1).
¿Determinar las ecuaciones de las rectas que representan cada lado del terreno? ¿Qué forma tiene el terreno? ¿Qué significan rectas paralelas? ¿Qué significan rectas perpendiculares?

- El docente presenta los aprendizajes esperados relacionados a las competencias, las capacidades y los indicadores que desarrollarán los estudiantes, y que están vinculados a la situación significativa.
- El docente acuerda con los estudiantes qué es lo que van a lograr al término de la sesión: Resolver la situación problemático del contexto real y matemática que implican posiciones relativas de rectas**.**

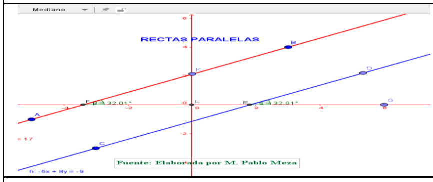
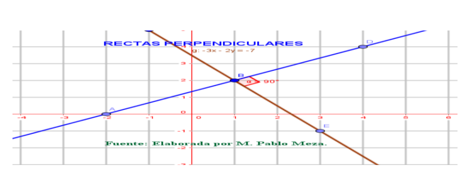
DESARROLLO: 80 MINUTOS

ACTIVIDAD I. Resolución de la situación problemática. Apéndice 2.
Los estudiantes, de forma individual, leen la información proporcionada sobre posiciones relativas de dos rectas en el plano. Apéndice 1.
Para resolver se establece las siguiente estrategia

FINALIDAD PROBLEMÁTICA Y CÓMO RESOLVERLA
¿De qué trata la situación planteada?
¿Cuáles son los datos del enunciado?

HACER SUPOSICIONES O EXPERIMENTAR
Rectas paralelas y rectas perpendiculares**.**

MODELO MATEMÁTICO

POSICIONES RELATIVAS DE DOS RECTAS EN EL PLANO	
RECTAS PARALELAS	RECTAS PERPENDICULARES
	
$\vec{l_1} \parallel \vec{l_2} \Leftrightarrow m_1 = m_2$	$\vec{l_1} \perp \vec{l_2} \Leftrightarrow m_1 . m_2 = -1$

VALIDACIÓN DE LA SOLUCIÓN
Compara tu respuesta con el otro grupo
Determinar rectas paralelas y perpendiculares en sistema de coordenadas cartesianas.

ACTIVIDAD 2. Ana y María estudiantes del Quinto Grado del área de Matemática de la Institución Educativa José De la Torre Ugarte. Se formulan las siguientes preguntas.
Dadas las rectas: L1= $2x - y - 5 = 0$; L2= $2y + x + 10 = 0$. Ana afirma que las rectas son paralelas y María afirma las rectas perpendiculares. ¿Quién tiene la respuesta correcta?

ACTIVIDAD 3. Determinar la pendiente de la recta $L_1 : 6x - 3y - 15 = 0; L_2 : 6y + 3x + 30 = 0$ además establecer posiciones relativas de dos rectas en **el plano.**

CIERRE: 35 MINUTOS

El docente consolida sobre posiciones relativas de dos rectas en el sistema de coordenadas cartesianas.

ACTIVIDAD DE EXTENSIÓN

Determinar la pendiente de la rectas $L_1 : 3x - \frac{3}{2}y - \frac{15}{2} = 0; L_2 : 3y + \frac{3}{2}x + 15 = 0$

RECURSOS

Hoja de información sobre posiciones relativas de dos rectas en el plano.
Plumón, Texto MED. Matemática 5° secundaria y software matemático Geogebra.

EVALUACIÓN			
COMPETENCIA	**CRITERIO**	**INDICADORES**	**INSTRUMT.**
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización	Matematiza situaciones	Organiza datos y expresa de forma algebraica a partir de situaciones para expresar modelos analíticos relacionados con posiciones de la recta.	Ficha de observación Cuestionario
	Comunica y representa	Representa las rectas paralelas y perpendiculares a partir de las ecuaciones con GEOGEBRA.	
	Elabora y usa estrategias	Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que implican posiciones de la recta.	

El Agustino, 22 de agosto del 2015.

……………………………………………… ………………………………………………

Director
Lic. Luis G. ZEGARRA GUERRERO

Docente
Mg. Marcelino Marcos PABLO MEZA

APÉNDICE. SESIÓN 4.

Posiciones relativas de dos rectas en el plano.

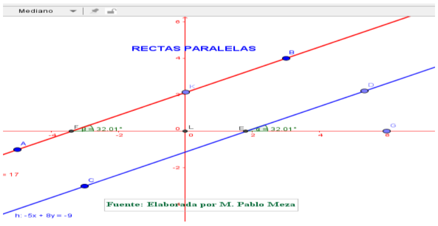
Dos rectas en el sistema de coordenadas cartesianas, tales como L1 y L2 pueden asumir las siguientes posiciones relativas en el plano:
Rectas secantes. Dos rectas son secantes si tienen un único punto en común.
Rectas paralelas. Dos rectas son paralelas si no tienen ningún punto en común.
Rectas coincidentes. Dos rectas son coincidentes si son la misma recta.

Según Figueroa, R. (2006:151). Dadas las rectas no verticales $L_1 : y = m_1 x + b_1$ y $L_2 : y = m_2 x + b_2$.

Dos rectas L1 y L2 son paralelas si y solo si tienen igual pendiente. Ed decir $m_1 . = m_2$
Dos rectas L1 y L2 son perpendiculares si y solo si sus pendientes existen y el producto de sus pendientes es –1. Es decir $m_1 . m_2 = \alpha_1 . \alpha_1 = -1$.

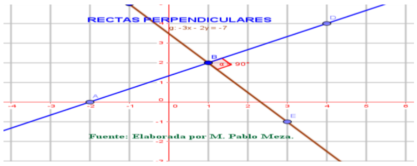
GRÁFICA DE POSICIONES RELATIVAS DE DOS RECTAS EN EL PLANO

RECTAS PARALELAS



$\overleftrightarrow{l_1} \,\square\, \overleftrightarrow{l_2} \Leftrightarrow m_1 = m_2$

RECTAS PERPENDICULARES



$\overleftrightarrow{l_1} \perp \overleftrightarrow{l_2} \Leftrightarrow m_1 . m_2 = -1$

LISTA DE CONTEJO				
Posiciones relativas de dos rectas en el plano				
ÁREA : Matemática GRADO Y SECCIÓN : Quinto A-B Docente : Mg. Marcelino Marcos, PABLO MEZA ESTUDIANTE (a): ____				FECHA: ___________________
	INDICADORES	**SI**	**NO**	**COMENTARIOS**
	Organiza datos y expresa de forma algebraica a partir de situaciones para expresar modelos analíticos relacionados con posiciones de la recta.			
	Representa las rectas paralelas y perpendiculares a partir de las ecuaciones con GEOGEBRA.			
	Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que implican posiciones de la recta.			
	Justifica la obtención de dos rectas paralelas en el sistema de coordenadas cartesianas			
	Resuelve la situación problema del contexto real que implica posiciones relativas de dos rectas en el plano.			

TOTALES: 100%

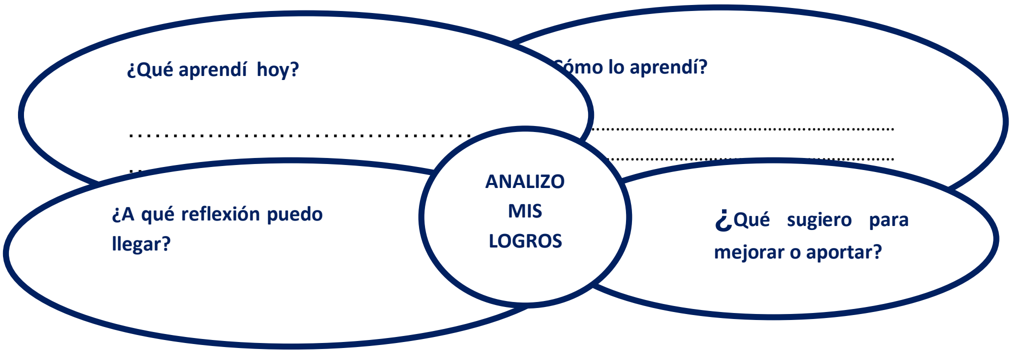
FICHA DE METACOGNICIÓN

Con la técnica de la flor de margarita. Demuestra ¿qué, cómo y para qué aprendiste? Posiciones relativas de dos rectas en el plano

Nombres y Apellidos: ……………………………………………………………………

Grado y Sección :………………………………………………………………………………

Fecha :………………………………………………………………………………………



El Agustino, 22 de agosto del 2015.

……………………………………………	……………………………………………
Director	**Docente**
Lic. Luis G. ZEGARRA GUERRERO	Mg. Marcelino Marcos PABLO MEZA

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE		
GRADO: QUINTO A	DURACIÓN : 3 HORAS PEDAGÓGICAS	UNIDAD 7 NÚMERO DE SESIONES 4/8

I. TÍTULO DE LA SESIÓN

"Puntos que unen las ciudades"

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización	▪ Matematiza situaciones	▪ Organiza datos y expresa de forma algebraica a partir de situaciones para determinar las ecuaciones de la recta.
	▪ Comunica y representa.	▪ Representa la gráfica de ecuaciones s a partir de expresiones simbólicas con GEOGEBRA.
	▪ Elabora y usa estrategias.	▪ Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran ecuaciones de la recta.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO : 20 MINUTOS

- El docente da la bienvenida a los estudiantes.
- El docente presenta una situación problemática

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

El Ministerio de Transportes y Comunicaciones en coordinación con el gobierno regional de Lima ha dispuesto la construcción de una carretera de Callao a Chosica.
Según el plano de ubicación en el terreno que pasará la carretera, se han instalado cuatro puntos de referencia cuyas coordenadas son A (-10,10); B (8,4); C (4,-8) y D (-14,-2).
¿Determinar las ecuaciones de las rectas que representan lados del terreno? ¿Qué forma tiene el terreno?

- El docente presenta los aprendizajes esperados relacionados a las competencias, las capacidades y los indicadores que desarrollarán los estudiantes, y que están vinculados a la situación significativa.
- El docente acuerda con los estudiantes qué es lo que van a lograr al término de la sesión: Resolver la situación problemático del contexto real y matemática que implican ecuaciones de la recta en el sistema de coordenadas cartesianas**.**

DESARROLLO: 80 MINUTOS

ACTIVIDAD I. Resolución de la situación problemática. Apéndice 2.
Los estudiantes, de forma individual, leen la información proporcionada sobre ecuaciones de la recta en el sistema de coordenadas cartesianas. Apéndice 1.

Para resolver se establece las siguiente estrategia

FINALIDAD PROBLEMÁTICA Y CÓMO RESOLVERLA

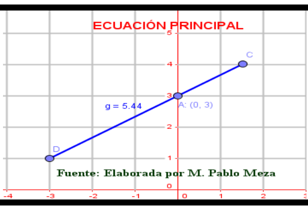
- ¿De qué trata la situación planteada?
- ¿Cuáles son los datos del enunciado?

HACER SUPOSICIONES O EXPERIMENTAR

- Ecuaciones de la recta en el sistema de coordenadas cartesianas.

MODELO MATEMÁTICO

Ecuación principal
Su pendiente (m) y el punto de corte en el eje Y, de coordenadas (0, b)



$$L: y = m(x+b), m = \frac{b}{a}$$

VALIDACIÓN DE LA SOLUCIÓN

- Compara tu respuesta con el otro grupo
- Determinar ecuaciones de la recta ejecutando otras estrategias.

ACTIVIDAD 2. Hallar la ecuación de la recta que pasa por puntos A (-2,-3) y B (4; 2).

ACTIVIDAD 3. Determinar la ecuación de la recta L_2 que pasa por el punto A (2,-3) y es perpendicular a la recta L_2 cuya ecuación es y= -2x-3-Pregunta 16 (b), página 220, Texto MED (2013). MATEMÁTICA 4°.

ACTIVIDAD 4. Haciendo el uso del software GEOGEBRA. Encontrar la ecuación general de la recta L_1 tangente a la circunferencia en el punto P (4; 8). Sabiendo que el centro de la circunferencia se encuentra en C (2, 5). Determinar la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

- Ecuación punto-pendiente de la recta.

CIERRE: 35 MINUTOS

El docente consolida sobre pendiente de la recta.

IV. ACTIVIDAD DE EXTENSIÓN

Determinar ecuación de la recta que pasa por el punto y es paralela, y perpendicular a la recta determinada por los puntos (-4, -1) y D (6, -2).

V. RECURSOS

- Hoja de información sobre ecuaciones de la recta en el sistema de coordenadas cartesianas.
- Papelógrafos, Plumón, Texto MED. Matemática 5° secundaria
- Software matemático Geogebra.

VI. EVALUACIÓN

COMPETENCIA	CRITERIO	INDICADORES	INSTRUMT.
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización	Matematiza situaciones	Organiza datos y expresa de forma algebraica a partir de situaciones para determinar las ecuaciones de la recta.	Lista de cotejo Cuestionario
	Comunica y representa.	Representa la gráfica de ecuaciones s a partir de expresiones simbólicas con GEOGEBRA.	
	Elabora y usa estrategias	Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran ecuaciones de la recta.	

El Agustino, 22 de agosto del 2015.

……………………………………………… ………………………………………………

Director
Lic. Luis G. ZEGARRA GUERRERO

Docente
Mg. Marcelino Marcos PABLO MEZA

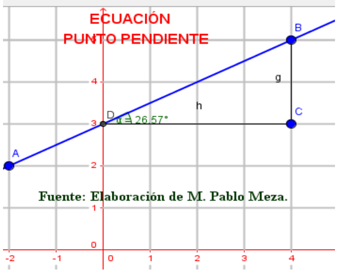
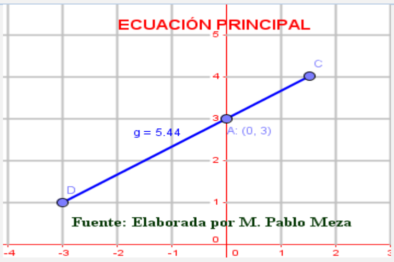
APÉNDICE. SESIÓN 4.

Ecuaciones de la recta

Para Espinoza, E. (2007:68). Analíticamente, una recta es una ecuación de primer grado en dos variables y recíprocamente la gráfica de una ecuación de primer grado en dos variables es una recta.
La ecuación de la recta puede determinarse de distintas formas según datos del enunciado

- Formas de ecuación de la recta
- Forma general de ecuación de la recta.

ECUACIONES DE LA RECTA.

FORMAS DE ECUACIONES DE LA RECTA	***LUGAR GEOMÉTRICO***	**ECUACIÓN DE LA RECTA**
Ecuación punto-pendiente *Se conocen* - *El punto P(x, y)* - *Pendiente m*	 	$L: y - y_1 = m(x + x_1)$
Ecuación principal Su pendiente (m) y el punto de corte en el eje Y, de coordenadas (0, b)	 	$L: y = m(x+b), m = \frac{b}{a}$

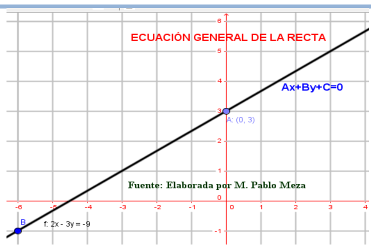
FORMA GENERAL DE ECUACIÓN DE LA RECTA	*LUGAR GEOMÉTRICO*	ECUACIÓN DE LA RECTA
Ecuación general de la recta - La forma general de ecuación de la recta L está dada por $L: Ax + By + C = 0$ - En donde ABC son constantes y no son nulos - La pendiente de la recta es $m = -\frac{A}{B}$ - La ordenada en el origen es $b = -\frac{C}{B}$	 	$L: Ax + By + C = 0$

Figura 16. Ecuación general de la recta.
Fuente: Elaborada por M. Pablo Meza

LISTA DE CONTEJO

ECUACIONES DE LA RECTA.

ÁREA : Matemática
GRADO Y SECCIÓN : Quinto A
Docente : Mg. Marcelino Marcos, PABLO MEZA

ESTUDIANTE (a): ____

FECHA: ____________________

	INDICADORES	SI	NO	COMENTARIOS
	▪ Organiza datos y expresa de forma algebraica a partir de situaciones para determinar las ecuaciones de la recta.			
	▪ Representa la gráfica de ecuaciones s a partir de expresiones simbólicas con GEOGEBRA.			
	▪ Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran ecuaciones de la recta.			
	▪ Justifica la obtención de ecuaciones de la recta en el sistema de coordenadas cartesianas			
	▪ Resuelve la situación problema del contexto real que implica ecuaciones de la recta.			

TOTALES: 100%

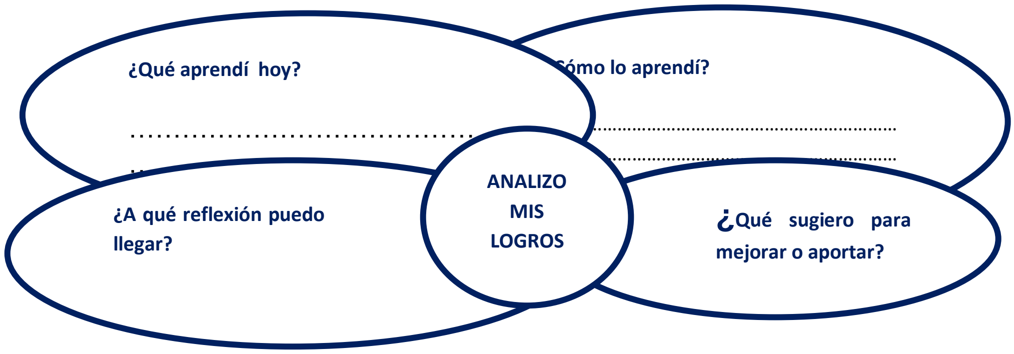
FICHA DE METACOGNICIÓN

Con la técnica de la flor de margarita. Demuestra ¿qué, cómo y para qué aprendiste? Ecuaciones de la recta en el sistema de coordenadas cartesianas.

Nombres y Apellidos: ……………………………………………………………………

Grado y Sección :………………………………………………………………………………

Fecha :………………………………………………………………………………



El Agustino, 22 de agosto del 2015

……………………………………………… ………………………………………………

Director **Docente**

Lic. Luis G. ZEGARRA GUERRERO Mg. Marcelino Marcos PABLO MEZA.

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE		
GRADO: QUINTO A	DURACIÓN : 3 HORAS PEDAGÓGICAS	UNIDAD 7 NÚMERO DE SESIONES 5/8

I. TÍTULO DE LA SESIÓN

"Epicentro de un sismo "

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización	▪ Matematiza situaciones	▪ Organiza datos y los expresa de forma algebraica a partir de situaciones para expresar modelos analíticos relacionados con la circunferencia.
	▪ Comunica y representa.	▪ Representa la gráfica de ecuaciones de la circunferencia. a partir de expresiones simbólicas con GEOGEBRA.
	▪ Elabora y usa estrategias.	▪ Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran el cálculo de ecuaciones de la circunferencia.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO : 20 MINUTOS

- El docente da la bienvenida a los estudiantes.
- El docente presenta una situación problemática.

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

Miguel, estudiante de la IE. "JTU" escuchó en las noticias que ocurrieron dos sismos en diferentes horas en la región de Arequipa. El primero con una magnitud de 6 grados y cuyo epicentro fue localizado a 3,2 km oeste y 2,4 km sur del centro de la ciudad de Socabaya, alcanzando un radio de 3,5 km a la redonda. El segundo sismo fue de 4 grados y cuyo epicentro fue localizado a 1,8 km este y 1,6 km norte del centro de la ciudad de Socabaya, alcanzando un radio de 2,8 km a la redonda. ¿Cuál de los dos sismos afectó a la ciudad de Socabaya?

.

- El docente presenta los aprendizajes esperados relacionados a las competencias, las capacidades y los indicadores que desarrollarán los estudiantes, y que están vinculados a la situación significativa.
- El docente acuerda con los estudiantes qué es lo que van a lograr al término de la sesión:
  Resolver la situación problemático del contexto real y matemática que implican ecuaciones de la circunferencia.

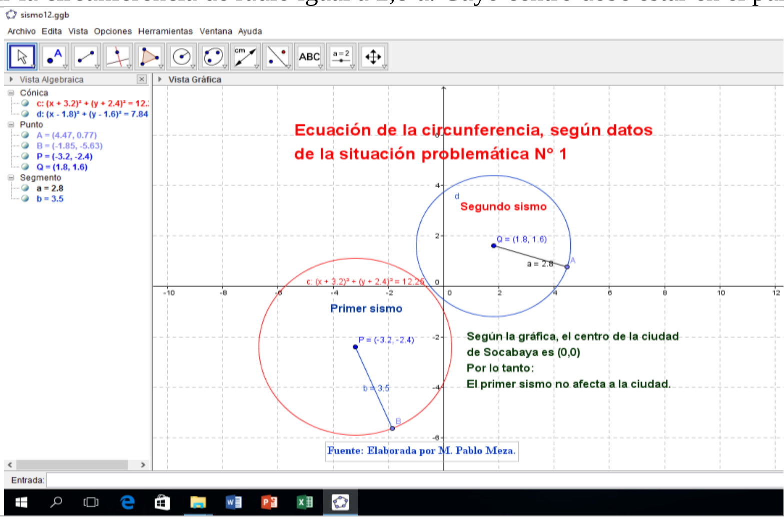
DESARROLLO: 80 MINUTOS

ACTIVIDAD I. Resolución de la situación problemática. Apéndice 2.

Los estudiantes, de forma individual, leen la información proporcionada sobre ecuaciones de la circunferencia. Apéndice 1.
Para resolver se establece las siguiente estrategia

FINALIDAD PROBLEMÁTICA Y CÓMO RESOLVERLA

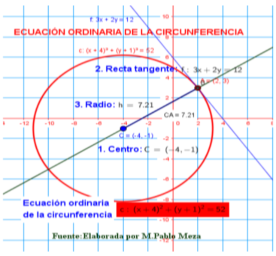
1. **¿De qué trata la situación planteada?**
   - Dos sismos en diferentes horas en la ciudad de Socabaya, región de Arequipa.
2. **¿Cuáles son los datos del enunciado?**
   - El primero sismo una magnitud de 6 grados y cuyo epicentro fue localizado a 3,2 km oeste y 2,4 km sur del centro de la ciudad de Socabaya, radio de 3,5 km a la redonda.
   - El segundo sismo fue de 4 grados y cuyo epicentro fue localizado a 1,8 km este y 1,6 km norte del centro de la ciudad de Socabaya, un radio de 2,8 km a la redonda.
3. **¿Qué debemos averiguar?**
   - ¿Cuál de los dos sismos afectó a la ciudad de Socabaya?
4. **¿Qué estrategia será conveniente? ¿Qué conocimiento ayudará obtener datos que faltan?**
   - Activar Software GEOGEBRA. Clic derecho la zona gráfica y activar la opción “Cuadrícula”.
   - Graficar la circunferencia de radio igual a 3,5u. Cuyo centro debe estar en el punto (-3,2; -2,4)
   - Graficar la circunferencia de radio igual a 2,8 u. Cuyo centro debe estar en el punto (1,8;1,6)



HACER SUPOSICIONES O EXPERIMENTAR

- Determinar la ecuación de la circunferencia

MODELO MATEMÁTICO

ECUACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA	
ECUACIÓN ORDINARIA	**ECUACIÓN GENERAL**
Representación gráfica 	**Representación gráfica** 

Ecuación matemática	**Ecuación matemática**
Ecuación ordinaria de la circunferencia con radio r y centro C (h, k) y punto P(x, y) cualquiera. - Calcular la distancia de radio **r** $d_{(C,P)} = r = \sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2}$ **La ecuación ordinaria:** $r^2 = (x-h)^2 + (y-k)^2$	- La ecuación general de la circunferencia se determina a partir de la ecuación ordinaria. - Es de la forma $(x)^2 + (y)^2 + Dx + Ey + F = 0$

VALIDACIÓN DE LA SOLUCIÓN

- Compara tu respuesta con el otro grupo
- Determinar ecuaciones de la recta ejecutando otras estrategias.

ACTIVIDAD 2. Sebastián y Gianela, estudiantes del quinto grado de la institución Educativa "JTU". Muy atentos a la noticia del día, leen en un diario de mayor circulación, un nuevo movimiento telúrico registrado en el sur del país y es representada mediante el modelo matemático: $(x)^2 + (y)^2 - 4x - 6y - 12 = 0$
Desean saber el lugar del epicentro y su alcance**.**

ACTIVIDAD 3. Daniel y Esmeralda, estudiantes de quinto grado de la Institución educativa "JTU" Los extremos del diámetro de una circunferencia están determinados por dos puntos A (-5,3) y B (3,1). Determinar la ecuación de la circunferencia..

.

CIERRE: 35 MINUTOS

- El docente consolida sobre ecuación de la circunferencia**..**

IV. ACTIVIDAD DE EXTENSIÓN

- Ingresa al siguiente enlace web https://es.khanacademy.org/
- Accede a "Temas". Luego escribe graficando circunferencias en el buscador, explora y resuelve las actividades propuestas: 1 y 2 respectivamente**.**

V. RECURSOS

- Hoja de información sobre ecuaciones de la circunferencia.
- Texto MED. Matemática 5° secundaria.
- Software matemático GEOGEBRA**.**

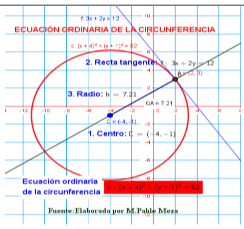
VI. EVALUACIÓN

COMPETENCIA	**CRITERIO**	**INDICADORES**	**INSTRUMTS.**
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización	- Matematiza situaciones	- Organiza datos y los expresa de forma algebraica a partir de situaciones para expresar modelos analíticos relacionados con la circunferencia.	- Lista de cotejo - Cuestionario
	- Comunica y representa	- Representa la gráfica de ecuaciones de la circunferencia. a partir de expresiones simbólicas con GEOGEBRA.	
	- Elabora y usa estrategias	- Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran el cálculo de ecuaciones de la circunferencia.	

El Agustino, 24 de agosto del 2015

……………………………………………… ………………………………………………
Director **Docente**
Lic. Luis G. ZEGARRA GUERRERO Mg. Marcelino Marcos PABLO MEZA

APÉNDICE. SESIÓN 5

ECUACIONES DE LA CIRCUNFERENCIA		
Tipos	**Representación gráfica**	**Ecuación matemática**
Ecuación canónica		▪ $r^2 = (x)^2 + (y)^2$
Ecuación ordinaria		▪ Para obtener la ecuación ordinaria de la circunferencia con radio r y centro C (h, k) y punto P(x, y) cualquiera. ▪ Calcular la distancia de radio r $d_{(C,P)} = r = \sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2}$ ▪ La ecuación ordinaria: $r^2 = (x-h)^2 + (y-k)^2$
Ecuación general		▪ La ecuación de la circunferencia se determina a partir de la ecuación ordinaria. ▪ La ecuación general de la circunferencia es de la forma $(x)^2 + (y)^2 + Dx + Ey + F = 0$

LISTA DE CONTEJO				
ECUACIONES DE LA CIRCUNFERENCIA				
Área : Matemática Grado y Sección : Quinto A Docente : Mg. Marcelino Marcos, Pablo Meza Estudiante (a): ____				FECHA: __________________
	INDICADORES	**SI**	**NO**	**COMENTARIOS**
	▪ Organiza datos y los expresa de forma algebraica a partir de situaciones para expresar modelos analíticos relacionados con la circunferencia.			
	▪ Representa la gráfica de ecuaciones de la circunferencia. a partir de expresiones simbólicas con GEOGEBRA.			
	▪ Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran el cálculo de ecuaciones de la circunferencia.			
	▪ Justifica la obtención de ecuaciones de la circunferencia.			
	▪ Resuelve la situación problema del contexto real que implica ecuaciones de la circunferencia.			
TOTALES: 100%				

.

FICHA DE METACOGNICIÓN

Con la técnica de la flor de margarita. Demuestra ¿qué, cómo y para qué aprendiste? Ecuaciones de la circunferencia.

Nombres y Apellidos: …………………………………………………………………………

Grado y Sección :………………………………………………………………………..

Fecha :…………………………………………………………………………………

El Agustino, 24 de agosto del 2015

……………………………………………. ……………………………………………….

Director **Docente**

Lic. Luis G. ZEGARRA GUERRERO Mg. Marcelino Marcos PABLO MEZA

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE		
GRADO: QUINTO A	DURACIÓN : 3 HORAS PEDAGÓGICAS	UNIDAD 7 NÚMERO DE SESIONES 6/8

I. TÍTULO DE LA SESIÓN "Movimiento parabólico"

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización	▪ Comunica y representa	▪ Representa la gráfica de ecuaciones de la parábola a partir de expresiones simbólicas con GEOGEBRA.
	▪ Elabora y usa estrategias	▪ Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que implica gráficas de ecuaciones de la parábola.

INICIO : 20 MINUTOS

- El docente da la bienvenida a los estudiantes.
- El docente presenta una situación problemática

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

El MTC en coordinación con la Municipalidad de Lima ha dispuesto la construcción de la carretera que unirá diferentes ciudades del centro del Perú. Durante la construcción de un tramo de la carreta los trabajadores se percatan que el terreno estaba inestable, algunas de las cuales cayeron desde lo más alto describiendo curvas parabólicas en su trayecto de caída. Si se sabe que la trayectoria que describe una de las piedras de menor tamaño está dada por expresión $y=-\frac{2}{25}x^2+\frac{4}{5}x$ Donde las variables x e y están expresadas en metros. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la piedra? ¿Cuál es el máximo alcance horizontal?

- El docente presenta los aprendizajes esperados relacionados a las competencias, las capacidades y los indicadores de la parábola a partir de expresiones simbólicas con GEOGEBRA**.**

DESARROLLO: 80 MINUTOS

ACTIVIDAD I. Resolución de la situación problemática. Apéndice 2.
. Los estudiantes, de forma individual, leen la información sobre ecuaciones de la parábola. Apéndice. 1
Para resolver se establece las siguiente estrategia

FINALIDAD PROBLEMÁTICA Y CÓMO RESOLVERLA

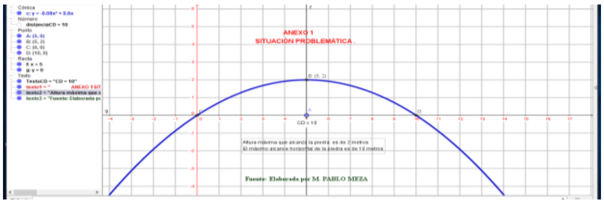
- ¿De qué trata la situación planteada?
  Trayectoria que describe una piedra al caer de la parte alta, la cual está representada por símbolo
- ¿Cuáles son los datos del enunciado? Una ecuación $y=\frac{2}{25}x^2+\frac{4}{5}x$ *que representa una parábola.*
- ¿Qué debemos averiguar? Determinar la máxima altura que alcanza la piedra, así como su máximo alcance horizontal**.**
- ¿Qué estrategia será conveniente? ¿Qué conocimiento ayudará obtener datos que faltan?

Activar Software GEOGEBRA. Clic derecho la zona gráfica y activar la opción “Cuadrícula”.

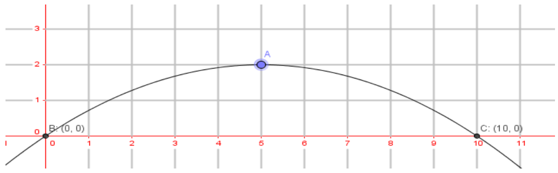
- Graficar la Una ecuación $y = \frac{2}{25}x^2 + \frac{4}{5}x$ *que representa una parábola.*
- Interpretar la trayectoria parabólica de la piedra.
- Hallar el vértice de la parábola.

MODELO

Uso de GEOGEBRA



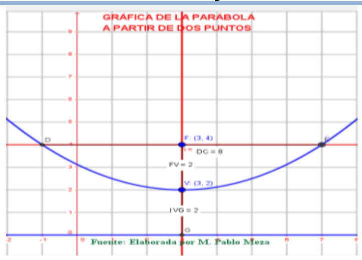
Uso de lápiz y papel



u respuesta con la de sus compañeros.

ACTIVIDAD 2. Dada la ecuación de la parábola $(x-3)^2 = 8(y-2)$. Haciendo el uso de GEOGEBRA. Representar la gráfica de la ecuación. Además, determinar el centro y foco de la parábola-

ACTIVIDAD 3. Con software matemático GEOGEBRA. Construir la parábola de vértice $V(3,2)$ y el foco $F(3,4)$. Luego determinar la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones

Gráfica de la parábola a partir del vértice y foco	**Determinar**	**Proposiciones**	
	▪ La distancia del foco al vértice de la parábola ▪ La ecuación estándar de la parábola a partir del modelo: $(x-h)^2 = 4p(y-k)$ ▪ Ecuación general de la parábola	Si la distancia del foco al vértice de la parábola es 2, entonces el lado recto es igual a $\lvert 8 \rvert$	(V)
		La ecuación estándar de la parábola a partir del modelo es $(x-3)^2 = 8(y-2)$	(V)
		Ecuación general de la parábola a partir de la ecuación estándar es $x^2 + 6x - 8y + 5 = 0$	(F)

CIERRE: 35 MINUTOS

- El docente consolida sobre la presentación del matemático de la parábola.

III. ACTIVIDAD DE EXTENSIÓN

Resuelve la actividad 1 planteada en https://gaus.acatlan.unam.mx/mod/uri/view,php?id=410

IV. RECURSOS

- Hoja de información sobre ecuaciones de la circunferencia.
- Texto MED. Matemática 5° secundaria y Software matemático GEOGEBRA.

V. EEVALUACIÓN

COMPETENCIA	**CRITERIO**	**INDICADORES**	**INSTRUMTS.**
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización	▪ Comunica y representa	▪ Representa la gráfica de ecuaciones de la parábola a partir de expresiones simbólicas con GEOGEBRA.	▪ Lista de cotejo ▪ Cuestionario
	▪ Elabora y usa estrategias	▪ Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que implica gráficas de ecuaciones de la parábola.	

Agustino, 01 de octubre del 2015.

…………………………………………………	…………………………………………………
Director	**Docente**
Lic. Luis G. ZEGARRA GUERRERO	Mg. Marcelino Marcos PABLO MEZA.

APÉNDICE. SESIÓN 6.

Ecuaciones de la parábola.

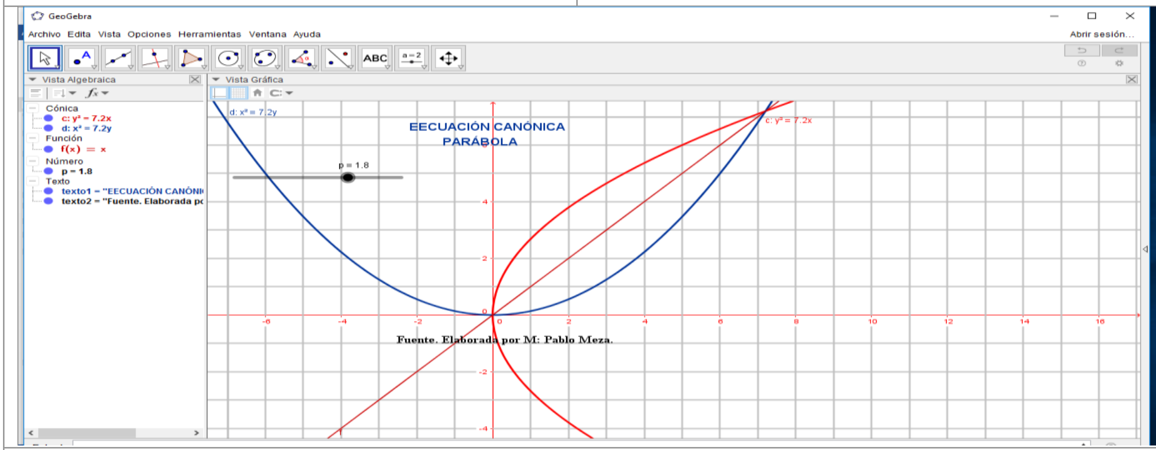
Para determinar la ecuación de la parábola. Los autores Fuller, G y Tarwater, D. (1999, p.114) y Swokowski, Earl y Cole, Jeffrey. (2009:820), establecen las siguientes ecuaciones

Ecuaciones de la parábola

- Ecuación de la parábola con vértice en el origen
- Ecuación de la parábola con vértice en el punto V (h, k).
- Ecuación general de la parábola.

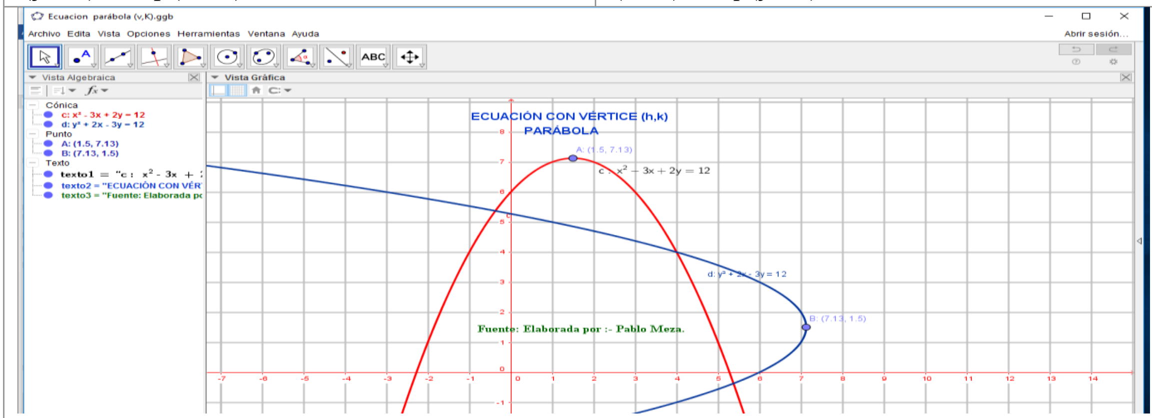
Ecuación de la parábola con vértice en el origen

$y^2 = 4px$	$x^2 = 4py$



Ecuación de la parábola con vértice en el punto V (h, k).

$(y-k)^2 = 4p(x-h)$	$(x-h)^2 = 4p(y-k)$



Ecuación general de la parábola

$y^2 + Ay + Bx + C = 0$	$x^2 + Ax + By + C = 0$

LISTA DE COTEJO

ECUACIONES DE LA PARÁBOLA.

Área : Matemática Grado y Sección : Quinto A Docente : Mg. Marcelino Marcos, Pablo Meza Estudiante (a): ______________________________				**FECHA:** ______________
	INDICADORES	**SI**	**NO**	**COMENTARIOS**
	Organiza datos y los expresa de forma algebraica a partir de situaciones para expresar modelos analíticos relacionados con la parábola.			
	Representa la gráfica de ecuaciones de la parábola a partir de expresiones simbólicas con GEOGEBRA.			
	Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran el cálculo de ecuaciones de la parábola.			
	Justifica la obtención de ecuaciones de la parábola.			
	Resuelve la situación problema del contexto real que implica ecuaciones de la parábola.			
TOTALES: 100%				

Agustino, 01 de octubre del 2015.

……………………………………………… ………………………………………………

Director
Lic. Luis G. ZEGARRA GUERRERO

Docente
Mg. Marcelino Marcos PABLO MEZA.

PLANIFICACIÓN DE SESIÓN DE APRENDIZAJE		
GRADO: QUINTO A	DURACIÓN : 3 HORAS PEDAGÓGICAS	UNIDAD 7 NÚMERO DE SESIONES 7/8

I. TÍTULO DE LA SESIÓN	"Un puente más seguro"

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIAS	**CAPACIDADES**	**INDICADORES**
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización	▪ Comunica y representa ideas matemáticas	▪ Representa la gráfica de ecuaciones de la elipse a partir de expresiones simbólicas con GEOGEBRA.
	▪ Elabora y usa estrategias	▪ Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que implican gráficas de ecuaciones de la elipse.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO : 20 MINUTOS

- El docente da la bienvenida a los estudiantes.
- El docente presenta una situación problemática

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

Un ingeniero asocia el plano de un puente a un sistema de coordenadas cartesianas. En el plano la pista que pasa encima y una de las columnas del puente representan los ejes del sistema. Además, la ecuación que representa el arco semielíptico del puente es $4x^2 + 9y^2 - 48x + 72y + 144 = 0$

1. Para refaccionar el arco del puente, se requiere colocar un puntal en el centro de la base del arco.
2. Como también se requiere reforzar el punto de contacto entre la base del arco y la columna. ¿Cuál es ese punto? ¿Cuál es el punto del contacto entre el arco del puente y la pista?

- El docente presenta los aprendizajes esperados relacionados a las competencias, las capacidades y los indicadores que desarrollarán los estudiantes, y que están vinculados a la situación significativa.
- Propósito de la sesión es la gráfica de ecuaciones de la elipse a partir de expresiones simbólicas con GEOGEBRA.

DESARROLLO: 80 MINUTOS

ACTIVIDAD I. Resolución de la situación problemática APÉNDICE 2
Los estudiantes, de forma individual, leen la información sobre ecuaciones de la elipse. Apéndice 1
Para resolver se establece las siguiente estrategia

FINALIDAD PROBLEMÁTICA Y CÓMO RESOLVERLA

- **¿De qué trata la situación planteada?**

En el plano la pista que pasa encima y una de las columnas del puente representan los ejes del sistema, la cual está representada por la ecuación matemática.

- **¿Cuáles son los datos del enunciado?**
  Una ecuación $4x^2+9y^2-48x+72y+144=0$ que representa una elipse.
- **¿Qué debemos averiguar?**
  Determinar el punto del contacto entre el arco del puente y la pista.
- **¿Qué estrategia será conveniente? ¿Qué conocimiento ayudará obtener datos que faltan?**
- Activar Software GEOGEBRA. Clic derecho la zona gráfica y activar la opción "Cuadrícula".
- Graficar la Una ecuación $4x^2+9y^2-48x+72y+144=0$ *que representa una elipse*
- Interpretar el punto de contacto entre la base del arco y la columna.
- Hallar el punto.

HACER SUPOSICIONES O EXPERIMENTAR

- Relacionar la situación problemática con alguna representación gráfica

MODELO MATEMÁTICO

- Para obtener la ecuación de la elipse con centro C(h, k) de ejes paralelos a X o Y
- Se trasladan el origen de coordenadas h en sentido horizontal y k en sentido vertical

Eje focal coincide con el eje x	Eje focal coincide con el eje y
MODELO $\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$	**MODELO** $\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$
$C(h,k);\ F(h\pm c,k);\ V(h\pm a,k)$	$C(h,k);\ F(h,k\pm c);\ V(h,k\pm a)$
	

VALIDACIÓN DE LA SOLUCIÓN

- Representa gráficamente y resuelve la situación.
- Responde las preguntas de la situación planteada.
- Compara tu respuesta con la de sus compañeros.

ACTIVIDAD 2. Dada la ecuación de la elipse $\frac{(x-8)^2}{20}+\frac{(y-3)^2}{36}=1$ Haciendo el uso de GEOGEBRA. Representar la gráfica de la ecuación de la elipse. Además, determinar el centro y los focos. Referencia ejemplo 13 de la página 216. Texto MED (2012)

ACTIVIDAD 3. Con software matemático GEOGEBRA. Construir la elipse de la siguiente ecuación $x^2+4y^2-2x-16y+13=0$. Referencia ejemplo 15 de la página 218. Texto MED (2012)

ACTIVIDAD 4. Representar la gráfica de la elipse. Sí

a) . $9x^2+25y^2+18x-50y-191=0$ b). $\frac{(x+6)^2}{16}+\frac{(y-5)^2}{4}$

CIERRE: 35 MINUTOS

El docente consolida sobre la presentación del matemático de la parábola.

IV. ACTIVIDAD DE EXTENSIÓN

VI. **EVALUACIÓN**

COMPETENCIA	**CRITERIO**	**INDICADORES**	**INSTRUMENTOS**
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización	Comunica y representa ideas matemáticas	Representa la gráfica de ecuaciones de la elipse a partir de expresiones simbólicas con GEOGEBRA.	Lista de cotejo
	Elabora y usa estrategias	Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que implica ecuaciones de la elipse.	Cuestionario

Resuelve la actividad 4 de la página 219. Texto MED (2012)

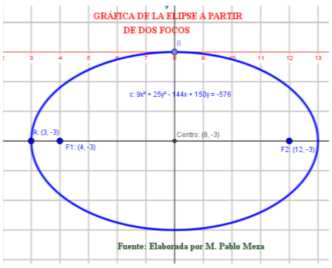
El Agustino, 13 de octubre del 2015.

....	....
Director	**Profesor**
Lic. Luis G. ZEGARRA GUERRERO	Mg. Marcelino Marcos PABLO MEZA.

APÉNDICE 1

ELIPSE

Representación gráfica	Elementos	Definiciones



- **Vértice (V_1 y V_2).** Es el punto de intersección de elipse con eje focal
- **Foco (F_1 y F_2).** Puntos fijos.
- **Centro C**: Punto medio de $\overline{F_1F_2}$
- **Eje focal**: Recta que pasa por los focos.
- **Lado Recto (LR)**: Pasa por el foco y es perpendicular al eje focal. Su medida es $2b^2/a$
- **Eje mayor**: Segmento V_1V_2. Longitud es de 2a
- **Eje menor**: Segmento B_1B_2. Su medida es 2b.
- **Distancia focal**: segmento $F_1F_2 = 2c$

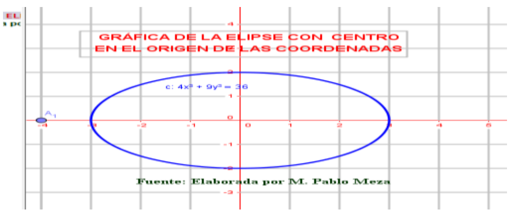
- La propiedad fundamental de toda elipse: La suma de distancias de cualquier punto P(x, y) hacia los focos F_1 y F_2 es constante.

ECUACIONES DE LA ELIPSE. Para determinar la ecuación de la elipse. Los autores Fuller, G y Tarwater, D. (1999:131) y Swokowski, Earl y Cole, Jeffrey. (2009:826), establecen las siguientes ecuaciones:
Ecuación de la elipse con centro en el origen
Ecuación de la elipse con centro en el punto C (h, k),
Ecuación general de la elipse.

Ecuación de la elipse con centro en el origen

- Ecuación con centro en el origen. El eje focal coincide con el eje X o Y.
- Se parte de la definición $d(P,F_1)+d(P,F_2)=2a$. En donde a= Una constante (+)>c. F_1, F_2= focos. P(x, y)= punto de la elipse.

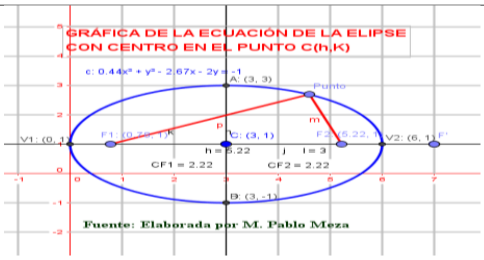
EJE FOCAL COINCIDE CON EL EJE X	EJE FOCAL COINCIDE CON EL EJE Y
MODELO $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1; a\wedge b\neq 0, a>b$	**MODELO** $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1; a\wedge b\neq 0, a<b$
$F_1(-c,0);\ F_2(c,0); V_1(-a,0), V_2(a,0)$	$F_1(0,-c);\ F_2(0,c); V_1(0,-a), V_2(0,a)$



Ecuación de la elipse con centro en el punto C (h, k),

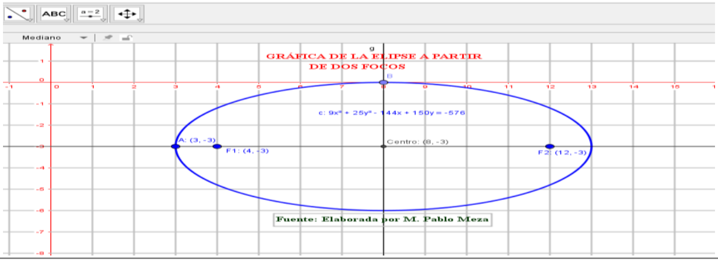
- Para obtener la ecuación de la elipse con centro C(h, k) de ejes paralelos a X o Y
- Se trasladan el origen de coordenadas h en sentido horizontal y k en sentido vertical

EJE FOCAL COINCIDE CON EL EJE X	EJE FOCAL COINCIDE CON EL EJE Y

MODELO $\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$	**MODELO** $\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$
$C(h,k);\ F(h\pm c,k);\ V(h\pm a,k)$	$C(h,k);\ F(h,k\pm c);\ V(h,k\pm a)$
	

Ecuación general de la elipse

- Para obtener la ecuación general de la elipse, se llega, a partir de la ecuación ordinaria a la forma general $Ax^2+By^2+Cx+Dy+E=0$. En donde los coeficientes A y B deben tener el mismo signo.



LISTA DE COTEJO

ECUACIONES DE LA PARÁBOLA.

Área : Matemática
Grado y Sección : Quinto A
Docente : Mg. Marcelino Marcos, Pablo Meza
Estudiante (a): ____

FECHA: ____________________

	INDICADORES	SI	NO	COMENTARIOS
	▪ Organiza datos y los expresa de forma algebraica a partir de situaciones para expresar modelos analíticos relacionados con la elipse..			
	▪ Representa la gráfica de ecuaciones de la elipse a partir de expresiones simbólicas con GEOGEBRA.			
	▪ Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran el cálculo de ecuaciones de la elipse			
	Justifica la obtención de ecuaciones de la elipse			
	▪ Resuelve la situación problema del contexto real que implica ecuaciones de la elipse			
TOTALES: 100%				

FICHA DE METACOGNICIÓN

Con la técnica de la flor de margarita. Demuestra ¿qué, cómo y para qué aprendiste? Ecuaciones de la elipse.
Nombres y Apellidos: ……………………………………………………………………… ………
Grado y Sección :………………………………………………………………………………
Fecha :……………………………………………………………………………….

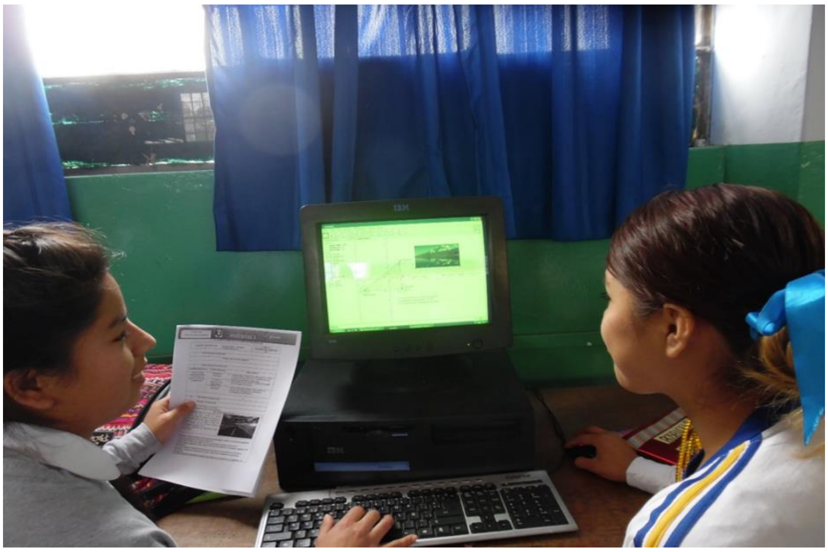
¿Cómo lo aprendí?
……………………………………………………………………
……………………………………………………………………
………………………

¿Qué aprendí hoy?
…………………………………..
..

ANALIZO MIS LOGROS

¿A qué reflexión puedo llegar?

¿Qué sugiero para mejorar o aportar?



El Agustino, 13 de octubre del 2015.

……………………………………………… ……………………………………………….
Director *Profesor*
Lic. Luis G. ZEGARRA GUERRERO *Mg. Marcelino Marcos PABLO MEZA*

Apéndice E. Propuesta Pedagógica

Geometría Analítica Plana con Software GEOGEBRA

PROPUESTA PEDAGÓGICA

GEOMETRÍA ANALÍTICA CON SOFTWARE GEOGEBRA

GRADO: QUINTO A	DURACIÓN : 3 HORAS PEDAGÓGICAS	UNIDAD 7 NÚMERO DE SESIONES 4/8

I. TÍTULO DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

"Epicentro de un sismo "

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización	▪ Matematiza situaciones	▪ Organiza datos y los expresa de forma algebraica a partir de situaciones para expresar modelos analíticos relacionados con la circunferencia.
	▪ Comunica y representa ideas matemáticas	▪ Representa la gráfica de ecuaciones de la circunferencia. a partir de expresiones simbólicas con GEOGEBRA.
	▪ Elabora y usa estrategias	▪ Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran el cálculo de ecuaciones de la circunferencia.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO : 20 MINUTOS

- El docente da la bienvenida a los estudiantes.
- El docente presenta una situación problemática.

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

Miguel, estudiante de la IE. "JTU" escuchó en las noticias que ocurrieron dos sismos en diferentes horas en la región de Arequipa. El primero con una magnitud de 6 grados y cuyo epicentro fue localizado a 3,2 km oeste y 2,4 km sur del centro de la ciudad de Socabaya, alcanzando un radio de 3,5 km a la redonda. El segundo sismo fue de 4 grados y cuyo epicentro fue localizado a 1,8 km este y 1,6 km norte del centro de la ciudad de Socabaya, alcanzando un radio de 2,8 km a la redonda. ¿Cuál de los dos sismos afectó a la ciudad de Socabaya?

.

- El docente presenta los aprendizajes esperados relacionados a las competencias, las capacidades y los indicadores que desarrollarán los estudiantes, y que están vinculados a la situación significativa.
- El propósito de la sesión es resolver la situación problemático del contexto real y matemática que implican ecuaciones de la circunferencia**.**

DESARROLLO: 80 MINUTOS

ACTIVIDAD I.

- Resolución de la situación problemática. Apéndice 2.
- Los estudiantes, de forma individual, leen la información proporcionada sobre ecuaciones de la circunferencia. Apéndice. 1.

Para resolver se establece la siguiente estrategia

FINALIDAD PROBLEMÁTICA Y CÓMO RESOLVERLA

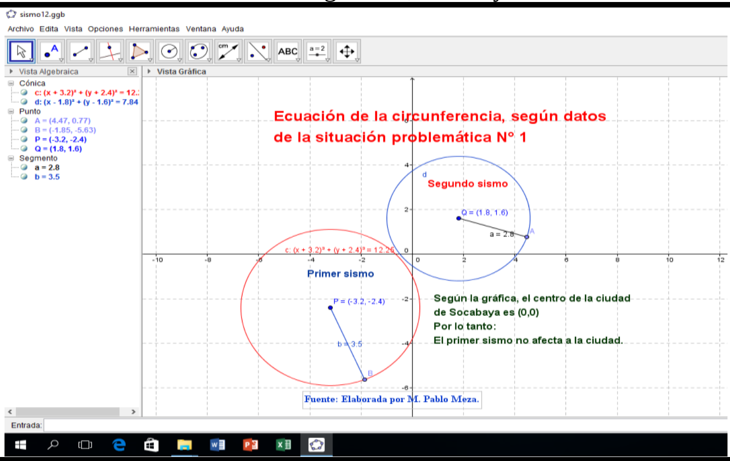
5. **¿De qué trata la situación planteada?**
   - **Dos sismos en diferentes horas en la ciudad de Socabaya, región de Arequipa.**

6. **¿Cuáles son los datos del enunciado?**
   - El primero sismo una magnitud de 6 grados y cuyo epicentro fue localizado a 3,2 km oeste y 2,4 km sur del centro de la ciudad de Socabaya, alcanzando un radio de 3,5 km a la redonda.

   - El segundo sismo fue de 4 grados y cuyo epicentro fue localizado a 1,8 km este y 1,6 km norte del centro de la ciudad de Socabaya, alcanzando un radio de 2,8 km a la redonda.

7. **¿Qué debemos averiguar?**
   - ¿Cuál de los dos sismos afectó a la ciudad de Socabaya?

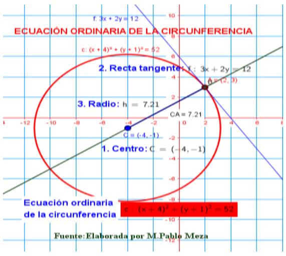
8. **¿Qué estrategia será conveniente? ¿Qué conocimiento ayudará obtener datos que faltan?**
   - Activar Software GEOGEBRA. Clic derecho la zona gráfica y activar la opción "Cuadrícula".
   - Graficar la circunferencia de radio igual a 3,5u. Cuyo centro debe estar en el punto (-3,2; -2,4)
   - Graficar la circunferencia de radio igual a 2,8 u. Cuyo centro debe estar en el punto (1,8;1,6)



HACER SUPOSICIONES O EXPERIMENTAR

- Determinar la ecuación de la circunferencia

MODELO MATEMÁTICO

ECUACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA	
ECUACIÓN ORDINARIA	**ECUACIÓN GENERAL**
Representación gráfica  	**Representación gráfica** 
Ecuación matemática Ecuación ordinaria de la circunferencia con radio r y centro C (h, k) y punto P(x, y) cualquiera. ▪ Calcular la distancia de radio **r** $d_{(C,P)} = r = \sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2}$ **La ecuación ordinaria:** $r^2 = (x-h)^2 + (y-k)^2$	**Ecuación matemática** ▪ La ecuación general de la circunferencia se determina a partir de la ecuación ordinaria. ▪ Es de la forma $(x)^2 + (y)^2 + Dx + Ey + F = 0$

VALIDACIÓN DE LA SOLUCIÓN

- Compara tu respuesta con el otro grupo
- Determinar ecuaciones de la recta ejecutando otras estrategias.

ACTIVIDAD 2. Sebastián y Gianela, estudiantes del quinto grado de la institución Educativa "JTU". Muy atentos a la noticia del día, leen en un diario de mayor circulación, un nuevo movimiento telúrico registrado en el sur del país y es representada mediante el modelo matemático: $(x)^2 + (y)^2 - 4x - 6y - 12 = 0$ Desean saber el lugar del epicentro y su alcance.

ACTIVIDAD 3. Daniel y Esmeralda, estudiantes de quinto grado de la Institución educativa "JTU" Los extremos del diámetro de una circunferencia están determinados por dos puntos A (-5,3) y B (3,1). Determinar la ecuación de la circunferencia.

ACTIVIDAD 4. Las ondas radiales de una emisora llegan a tres ciudades ubicados en los puntos A (2,0); B (2,3) y C (1,3). Determinar la ecuación de la circunferencia que por esas tres ciudades.

.

CIERRE: 35 MINUTOS

- El docente consolida sobre la ecuación de la circunferencia.

IV. ACTIVIDAD DE EXTENSIÓN

Ingresa al siguiente enlace web **https://es.khanacademy.org/**

Accede a "Temas". Luego escribe graficando circunferencias en el buscador, explora y resuelve las actividades propuestas: 1 y 2 respectivamente.

V. RECURSOS

- Hoja de información sobre ecuaciones de la circunferencia.
- Texto MED. Matemática 5° secundaria.

- Software matemático GEOGEBRA**.**

VI. EVALUACIÓN

COMPETENCIA	CRITERIOS	INDICADORES	INSTRU-MENTOS
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización	▪ Matematiza situaciones	▪ Organiza datos y los expresa de forma algebraica a partir de situaciones para expresar modelos analíticos relacionados con la circunferencia.	▪ Lista de cotejo ▪ Cuestionario
	▪ Comunica y representa	▪ Representa la gráfica de ecuaciones de la circunferencia. a partir de expresiones simbólicas con GEOGEBRA.	
	▪ Elabora y usa estrategias	▪ Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran el cálculo de ecuaciones de la circunferencia.	

El Agustino, 10 de octubre del 2015.

…………………………………………….

Docente

Mg. Marcelino Marcos PABLO MEZA

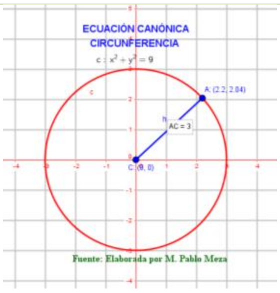
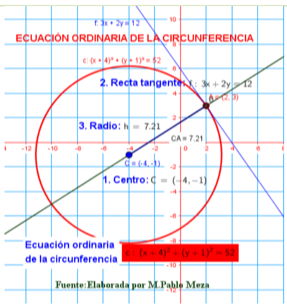
ECUACIONES DE LA CIRUNFERENCIA

- La geometría analítica es una de las partes de la matemática que tiene por “objeto el estudio de las relaciones entre el álgebra y la geometría euclidiana”. Según Figueroa, R. (2006, p.1

- Ecuaciones de la circunferencia
  Para Lehmann, Ch. (2012, p-99). En una circunferencia con centro en el punto C (h, k), radio r y un punto P(x, y). Se determinan las siguientes ecuaciones**:**

Ecuaciones de la circunferencia

- Ecuación de la circunferencia con centro en el origen
- Ecuación de la circunferencia con centro en el punto V (h, k).
- Ecuación general de la circunferencia **.**

Ecuación canónica	**Ecuación principal**	**Ecuación general**
		
- Para obtener la ecuación canónica circunferencia con radio r y centro C (0, 0) y punto P(x, y) cualquiera. - Calcular la distancia de radio r $d_{(C,P)} = r = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2}$ - Luego la a ecuación canónica: $r^2 = (x)^2 + (y)^2$	- Para obtener la ecuación ordinaria de la circunferencia con radio r y centro C (h, k) y punto P(x, y) cualquiera. - Calcular la distancia de radio r $d_{(C,P)} = r = \sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2}$ - Luego la ecuación ordinaria: $r^2 = (x-h)^2 + (y-k)^2$	- Para obtener la ecuación general de la circunferencia se determina a partir de la ecuación ordinaria. - Luego la ecuación general: $(x)^2 + (y)^2 + Dx + Ey + F = 0$

INSTRUMENTOS

LISTA DE CONTEJO

Ecuaciones de la circunferencia

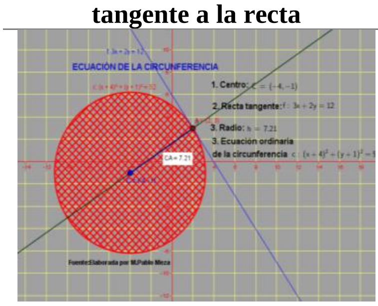
Área : **Matemática**
Grado y Sección : **Quinto A**
Docente : **Mg. Marcelino Marcos, Pablo Meza**
Estudiante (a): ____

FECHA: ________________

	INDICADORES	SI	NO	COMENTARIOS
	■ Organiza datos y los expresa de forma algebraica a partir de situaciones para expresar modelos analíticos relacionados con la circunferencia.			
	■ Representa la gráfica de ecuaciones de la circunferencia. a partir de expresiones simbólicas con GEOGEBRA.			
	■ Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran el cálculo de ecuaciones de la circunferencia.			
	■ Justifica la obtención de ecuaciones de la circunferencia.			
	■ Resuelve la situación problema del contexto real que implica ecuaciones de la circunferencia.			
	TOTALES: 100%			

CUESTIONARIO

25. Haciendo el uso de software GEOGEBRA. Representar la gráfica de la ecuación de circunferencia de centro el punto C (-4; -1) y que sea tangente a la recta $3x+2y-12=0$. Luego , determinar la verdad o falsedad de las siguientes proposicion**es:**

Ecuación de la circunferencia tangente a la recta	Ecuaciones	Proposiciones	
	■ Ecuación con centro: C(0, 0) de radio r	La ecuación canónica de la circunferencia tiene centro en el origen de radio r	(V)
	■ Ecuación con centro: C(h, k) de radio r	Las coordenadas del punto de tangencia A(2, 3)	(V)
	■ Ecuación general de la circunferencia	La expresión $(x+4)^2+(y+y)^2=52$ es la ecuación ordinaria de la circunferencia	(V)

A) VFV B) VVV C) FFV D) VFF

FICHA DE METACOGNICIÓN

Con la técnica de la flor de margarita. Demuestra ¿qué, cómo y para qué aprendiste? Ecuaciones de la circunferencia.

Nombres y Apellidos: ………………………………………………………………………………

Grado y Sección :…………………………………………………………………………….

Fecha :………………………………………………………………………….

El Agustino, 10 de octubre del 2015

……………………………………………….

Docente

Mg. Marcelino Marcos PABLO MEZA

APÉNDICE F. DISEÑO DE OPINIÓN DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES

Apellidos y Nombres del informante	Cargo e Institución donde labora	Nombre del instrumento o motivo de evaluación	Autor del instrumento
Dr.	EPG-UNE	Pretest y Postest. El cuestionario	Mg. Marcelino Marcos PABLO MEZA
Título: Influencia del Software Geogebra en el Aprendizaje de la Geometría Analítica en los Estudiantes del Quinto Grado de Secundaria de la Institución Educativa José De la Torre Ugarte, El Agustino – 2015			

II. ASPECTOS DE EVALUACIÓN

INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente 1-20%				Regular 21-40%				Buena 41-60%				Muy Buena 61-80%				Excelente 81-100%			
		0	6	11	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61	66	71	76	81	86	91	96
		5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
1. CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado.																				
. OBJETIVIDAD	Está expresado en conductas observables.																				
3. ACTUALIDAD	Adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.																				
4. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica entre variables e indicadores.																				
5. SUFICIENCIA	Comprende los aspectos en cantidad y calidad.																				
6. INTENCIONALIDAD	Adecuado para valorar aspectos sobre Geogebra en el aprendizaje de geometría analítica																				
7. CONSISTENCIA	Consistencia entre la formulación del problema, objetivos y la hipótesis.																				
8. COHERENCIA	De índices, indicadores y las dimensiones.																				
9. METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito de la investigación.																				
10. PERTINENCIA	Responde al propósito de la investigación.																				

III. OPINIÓN DE APLICABILIDAD

IV. PROMEDIO DE VALORACIÓN

Lugar y Fecha	N° de DNI	**Firma del Experto Informante**	**N° Teléfono**

ASPECTOS DE VALIDACIÓN DE INFORMANTES : PRE TEST Y POST TEST

EXPERTOS INFORMANTES E INDICADORES	CRITERIOS	Dr. Adrián QUISPE ANDÍA	Dr. Rubén FLORES ROSAS	Dr. Lolo José CABALLERO SIFUENTES	Dr. David Beto PALPA GALVÁN
1. CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado.	90	95	80	90
2. OBJETIVIDAD	Está expresado en conductas observables.	90	95	80	90
3. ACTUALIDAD	Adecuado al avance de la ciencia y la tecnología.	90	95	80	90
4. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica entre variables e indicadores.	90	95	80	90
5. SUFICIENCIA	Comprende los aspectos en cantidad y calidad.	90	95	80	90
6. .INTENCIONALIDAD	Adecuado para valorar aspectos sobre Geogebra en el aprendizaje de geometría analítica	90	95	80	90
7. .CONSISTENCIA	Consistencia entre la formulación del problema, objetivos y la hipótesis.	90	95	80	90
8. COHERENCIA	De índices, indicadores y las dimensiones.	90	95	80	90
9. .METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito de la investigación.	90	95	80	90
10. PERTINENCIA	Responde al propósito de la investigación.	90	95	80	90
	TOTALES	**90,00%**	**95,00%**	**80,00%**	**90,00%**
MEDIA DE VALIDACIÓN			**88.75%**		

OPINIÓN DE APLICABILIDAD: Sí es aplicable para el propósito propuesto**.**

CRITRIO DE CONFIABILIDAD DE VALORES	RANGOS DE MAGNITUD	NIVELES DE CONFIABILIDAD
	0,81 a 1,00	Muy alta confiabilidad