

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

Enrique Guzmán y Valle

Alma Mater del Magisterio Nacional

Escuela de Posgrado



Tesis

Las categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas y los indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la experiencia curricular pensamiento lógico del I ciclo de estudios de la UCV - Lima Este

Presentada por

Breide Roche OSORIO ESTEBAN

Asesor

Raúl DELGADO ARENAS

Para optar al grado Académico de Maestro en Ciencias de la Educación, con
Mención en Educación Matemática.

Lima – Perú
2017

Las categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas y los indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la experiencia curricular pensamiento lógico del I ciclo de estudios de la UCV - Lima Este

"Una persona no puede directamente escoger sus circunstancias, pero si puede escoger sus pensamientos e indirectamente -y con seguridad- darles forma a sus circunstancias."

James Allen

Esta dedicatoria va directamente para mis profesores de la EPG de la UNE Enrique Guzmán y Valle, gracias a ellos por enseñarme, aconsejarme e instruirme en el camino del buen estudiante, por darme su apoyo y su comprensión en los momentos difíciles, ellos siempre estaban dispuestos a ayudar en los momentos más duros sin pedir nada a cambio. Ellos son parte de este logro, ya que ustedes lo trabajaron y espero que su esfuerzo y empeño sea reflejado en esta tesis.

Les agradezco por el apoyo, orientación y experiencia que me brindaron día con día para culminar mi bachillerato muchas gracias, ustedes me enseñaron que si quiero ser alguien importante en la vida tengo que triunfar como profesional, en la vida hay momentos fáciles y difíciles gracias a ustedes he logrado afrontar esos momentos difíciles con la frente en alto

Reconocimiento

Agradezco a Dios por el proyecto de vida que protege y encamina en mi diario acontecer.

A mi madre, que con su demostración de una madre ejemplar me ha enseñado a no desfallecer ni rendirme ante nada y siempre perseverar a través de sus sabios consejos.

A mi padre, que siempre ha estado presente en mi vida. Y sé que está orgulloso de la persona en la cual me he convertido.

A mi amada esposa, por su apoyo incondicional y por demostrarme la gran fe que tiene en mí.

A mis compañeros de clases quienes me acompañaron en esta trayectoria de aprendizajes, haberme brindado apoyo, colaboración, ánimo y sobretodo, cariño y amistad.

A la Dra. Lida Violeta Asencios Trujillo, por su valiosa guía y asesoramiento a la realización de la misma.

Gracias a todas las personas que ayudaron directa e indirectamente en la realización de este proyecto.

Breide Roche Osorio Esteban.

Tabla de contenidos

Dedicatoria	iv
Reconocimiento	v
Tabla de contenido	vi
Lista de tablas	x
Lista de figuras	xii
Resumen	xiii
Abstract	xiv
Introducción	xv

Capítulo I. Planteamiento del problema

1.1 Determinación del problema	17
1.2 Formulación del problema	21
1.2.1. Problema general	21
1.2.2. Problema específicos	21
1.3. Objetivos de la Investigación	23
1.3.1. Objetivo General	23
1.3.2. Objetivos Específicos	23
1.4 Importancia y alcance de la investigación	24
1.5 Limitaciones de la investigación.	25

Capítulo II. Marco teórico

2.1 Antecedentes del estudio	26
2.1.1. Antecedentes Internacionales	26
2.1.2. Antecedentes nacionales	30

2.2 Bases teóricas	33
2.2.1. Marco teórico de la variable la formación y el pensamiento del profesor	33
2.2.1.1. Modelos de conocimiento didáctico del profesor	34
2.2.1.2. Conocimiento del contenido para la enseñanza	35
2.2.1.3. Conocimiento matemático para la enseñanza	37
2.2.1.4. Proficiencia en la enseñanza de las matemáticas	41
2.2.1.5. Facetas y niveles del conocimiento didáctico-matemático del profesor	45
2.2.1.5.1. Facetas y niveles de análisis didáctico	46
2.2.1.5.2. Herramientas para el análisis didáctico	50
2.2.2. Marco teórico de la variable indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas	55
2.2.2.1. Indicadores de idoneidad didáctica	55
2.2.2.2. Idoneidad epistémica	56
2.2.2.3. Idoneidad cognitiva	60
2.2.2.4. Idoneidad afectiva	62
2.2.2.5. Idoneidad interaccional	64
2.2.2.6. Idoneidad mediacional	68
2.2.2.7. Idoneidad ecológica	69
2.2.2.8. Interacciones entre facetas	72
2.2.2.9. Idoneidad temporal y su relación con las restantes facetas	75
2.2.2.10. Observaciones finales	77

2.2.2.11. Estrategias de Enseñanza	79
2.2.2.12. Didáctica de la Matemática	84
2.2.2.13. Operaciones Básicas Matemáticas	86
2.3. Definición de términos	87
Capítulo III. Hipótesis y variables	
3.1 Hipótesis y variables	90
3.2. Variables	92
3.3. Operacionalización de las variables	93
Capítulo IV. Metodología	
4.1 Enfoque de investigación	102
4.2 Tipos de investigación	103
4.3 Diseño de investigación	105
4.4 Población y muestra	106
4.5 Técnicas e instrumentos de recolección de información	108
4.6 Tratamiento estadístico	111
4.7 Procedimiento	112
Capítulo V. Resultados	
5.1. Validez y confiabilidad del instrumento	113
5.2. Presentación y análisis de los resultados	116
Discusión de los resultados	144

Conclusiones	146
Sugerencias	148
Referencias bibliográficas	150
Apéndices	153
A. Matriz de consistencia	154
B. Categorías de análisis surgidas para evaluar las estrategias didácticas de los profesores de matemática	156
C. Test de los indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje del docente de la experiencia curricular de lógico matemática	160

Lista de tablas

Tabla 1. Faces para analizar los procesos de instrucción matemática	48
Tabla 2. Componentes e indicadores de idoneidad epistémica (matemática)	58
Tabla 3. Componentes e indicadores de idoneidad cognitiva	61
Tabla 4. Componentes e indicadores de idoneidad afectiva	63
Tabla 5. Componentes e indicadores de idoneidad interaccional	65
Tabla 6. Componentes e indicadores de idoneidad mediacional	69
Tabla 7. Componentes e indicadores de idoneidad ecológica	71
Tabla 8. Componentes e indicadores de idoneidad de interacciones entre facetas	72
Tabla 9. Componentes e indicadores de idoneidad temporal	76
Tabla 10. Fases de la Investigación.	104
Tabla 11. Población	107
Tabla 12. Muestra	107
Tabla 13. Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos	109
Tabla 14. Confiabilidad de Indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje	115
Tabla 15. Confiabilidad de las Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas	116
Tabla 16. Nivel de conocimiento	116

Tabla 17. Idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática	118
Tabla 18. Idoneidad Emocional	119
Tabla 19. Idoneidad Mediacional	120
Tabla 20. Idoneidad Cognitiva	121
Tabla 21. Idoneidad Epistémica	122
Tabla 22. Idoneidad Interaccional	123
Tabla 23. Idoneidad Ecológica	124
Tabla 24. Idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje *Conocimiento de la matemática	125
Tabla 25. Idoneidad Emocional*Conocimiento de la matemática	126
Tabla 26. Idoneidad Cognitiva*Conocimiento	127
Tabla 27. Idoneidad Mediacional* Conocimiento	128
Tabla 28. Idoneidad Interaccional* Conocimiento	129
Tabla 29. Idoneidad Interaccional* Conocimiento	130
Tabla 30. Idoneidad Ecológica* Conocimiento	131
Tabla 31. Pruebas de normalidad	132
Tabla 32. Correlaciones de la hipótesis general	134
Tabla 33. Correlaciones de la hipótesis Específica 1	135
Tabla 34. Correlaciones de la hipótesis Específica 2	137
Tablas 35. Correlaciones de la hipótesis Específica 3	138
Tabla 36. Correlaciones de la hipótesis Específica 4	140
Tabla 37. Correlaciones de la hipótesis Específica 5	141
Tabla 38. Correlaciones de la hipótesis Específica 6	143

Lista de figuras

Figura 1. Categorías de conocimiento que hacen posible la enseñanza	36
Figura 2. Adaptación de Conocimiento matemático para la enseñanza	38
Figura 3. Facetas y niveles del conocimiento del profesor	47
Figura 4. Prácticas, objetos y procesos matemáticos	51
Figura 5. Configuraciones y trayectorias didácticas	52
Figura 6. Adaptación persona Idoneidad didáctica	53
Figura 7. Nivel de conocimiento	117
Figura 8. Idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática	118
Figura 9. Idoneidad emocional	119
Figura 10. Idoneidad mediacional	120
Figura 11. Idoneidad cognitiva	121
Figura 12. Idoneidad epistémica	122
Figura 13. Idoneidad interaccional	123
Figura 14. Idoneidad ecológica	124

Resumen

Esta investigación tuvo como propósito buscar evidencias de una posible relación entre las categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas y los indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la experiencia curricular de pensamiento lógico en alumnos del I ciclo de estudios de la UCV - Lima Este, 2016. Siendo el estudio de tipo básico y de nivel descriptivo correlacional. Las bases teóricas empleadas para la fundamentación de las variables corresponden a Godino, (matemático español). La población estuvo conformada por los docentes de la experiencia curricular de Lógico Matemática, haciendo un total de 40 profesores. Dado que la población es asequible se optó por la aplicación de la técnica del censo. Dentro de los resultados más significativos podemos señalar que el 69% de los docentes evaluados tiene nivel de conocimiento medio de la matemática, el 17.2% tiene nivel de conocimiento alto y 13.8% tiene nivel de conocimiento bajo de la matemática. Con respecto a la Idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje, para el 62.1% es moderado, el 34.5% es eficiente y 3.4% es deficiente, así mismo para el 58.6% tiene nivel medio de conocimiento de la matemática e Idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje moderado. Finalmente se evidencia que existe una correlación significativa entre ambas variables de estudio.

Palabras clave: Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas/indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje/ experiencia curricular

Abstract

This research aimed to find evidence of a possible relationship between the categories of analysis of the knowledge of the mathematics teacher and the indicators of didactic suitability of the teaching and learning processes of the curricular experience of logical thinking in students of the 1st cycle of studies Of the UCV - Lima Este, 2016. Being the study of basic type and correlational descriptive level. The theoretical bases used for the foundation of the variables correspond to Godino, (Spanish mathematician). The population was conformed by the teachers of the curricular experience of Mathematical Logic, making a total of 40 teachers. Since the population is affordable, we opted for the application of the census technique. Among the most significant results we can note that 69% of the teachers evaluated have an average level of knowledge of mathematics, 17.2% have a high level of knowledge and 13.8% have a low level of knowledge of mathematics. With respect to the didactic suitability of teaching and learning processes, for the 62.1% is moderate, 34.5% is efficient and 3.4% is deficient, likewise for 58.6% has average level of knowledge of mathematics and didactic suitability of processes Teaching and learning. Finally, there is a significant correlation between the two study variables.

Keywords: Analysis of the knowledge of the mathematics teacher / didactic suitability indicators of the teaching and learning processes / curricular experience

Introducción

La educación matemática, constituye una actividad de carácter científico genuina, puesto que compromete una actividad intelectual reflexiva, metódica y rigurosa de carácter explicativo, en la que se presentan, discuten e interiorizan estructuras conceptuales y herramientas intelectuales apropiadas para la representación y transformación del medio propio de los estudiantes y del mundo en general.

De ahí que el presente estudio titulada: *Las categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas y los indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la experiencia curricular pensamiento lógico del I ciclo de estudios de la UCV - Lima Este.*

Busque explicar que el dominio profesional competente se sostiene, necesariamente, sobre una actividad científica que ha de estar vinculada con una actitud investigadora. Esta reflexión es pertinente para profesores y educadores matemáticos; por ello, también ha de tenerse en cuenta en los planes para su formación.

Si tenemos en cuenta que la didáctica de la matemática es la disciplina que estudia e investiga los problemas que surgen en el ámbito educativo de esta ciencia y propone sistemática y metódicamente actuaciones fundadas para su transformación, entonces resulta fundamental conocer el nivel de desarrollo de algunos de los indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje por parte de los docentes de la Experiencia Curricular de Pensamiento Lógico, en el área de formación general de la UCV, Campus Lima – Este. Para ello hemos utilizado el modelo de conocimiento del profesor propuesto por Shulman y las adaptaciones realizadas por diversos autores al

campo de la educación matemática.

El fin específico de la Didáctica especial referida a la enseñanza de las Matemáticas, como campo de investigación, es en concreto el estudio y análisis de los factores que condicionan los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y el desarrollo de programas de mejora de dichos procesos. Como propuso el programa de Steiner para la Teoría de la Educación Matemática, es necesario “el desarrollo de una aproximación comprensiva a la educación matemática, que debe ser vista en su totalidad como un sistema interactivo que comprende investigación, desarrollo y práctica” (Steiner et al., 1984, p. 16).

El presente informe consta de cinco capitularmente, los cuales están distribuidos de la siguiente manera:

Capítulo I: Referido al planteamiento del problema: comprende la determinación y formulación del problema, formulación de los objetivos y explicación de la importancia, alcances y limitaciones de la investigación.

Capítulo II: Comprende el marco teórico de la investigación.

Capítulo III: Denominado hipótesis y variables se sustenta en el desarrollo de la operacionalización de las variables.

Capítulo IV: Denominado Metodología: Comprende el enfoque, el tipo y el diseño de la investigación. Además de la determinación de la población y muestra, teniendo como base las técnicas e instrumentos de recolección de información.

Capítulo V: Detalla los resultados de la validez y confiabilidad de la investigación.

Capítulo I

Planteamiento del problema

1.1. Determinación de problema

Si bien es cierto, la Didáctica de la Matemática es un campo científico cuyo desarrollo es reciente y se encuentra aún en fase de consolidación, niños, adolescentes y jóvenes reciben parte importante de su herencia cultural a través de un sistema social de formación organizado, al que se denomina sistema educativo. Las matemáticas forman parte de la cultura que transmite el sistema educativo y son parte esencial de la formación básica que han de compartir todos sus miembros.

La formación matemática abarca desde las primeras nociones sobre el número, la forma, el razonamiento, la prueba y la estructura que enseñamos a nuestros niños, hasta su culminación en una formación profesional o en estudios superiores. La experiencia Curricular de Pensamiento Lógico o; más específicamente; la educación matemática comprende una gran variedad de acciones, términos, símbolos, técnicas actitudes y recursos utilizados para construir y aplicar las matemáticas; también sus modos de empleo para comunicar conocimientos y organizar grandes parcelas de la actividad intelectual, científica, económica, cultural y social, tal como ha ocurrido a lo largo de la historia.

De ahí que la didáctica represente un factor importante en la educación, ya que se interesa por la producción y comunicación del conocimiento. Indagar y conocer lo que se está produciendo y como se está produciendo, además de socializarlo en una situación de enseñanza es la labor fundamental de la didáctica. Se debe buscar el mejor modo posible para desarrollarla, es decir, trazar estrategias para perfeccionar la enseñanza aprendizaje de la ciencia y en especial de las Matemáticas. Chacón (1979) sustenta que “las estrategias son un conjunto de métodos y materiales organizados para el logro de objetivos, en la enseñanza de las asignaturas escolares, incluyendo las Matemáticas” (p.35).

Se evidencia en la educación Secundaria a nivel nacional y en algunos países del mundo un bajo rendimiento estudiantil en el dominio de las matemáticas. De ahí que surja la necesidad desarrollar y activar nuevos enfoques de enseñanza, apoyados en los aportes del conectivismo y de las NTIC que permitan al estudiante explorar, analizar y expresarse matemáticamente en ambientes de enseñanza- aprendizaje donde se usen estrategias didácticas apropiadas a los contenidos, al nivel de desarrollo de los estudiantes y al contexto.

La Matemática y, por ende, el Pensamiento Lógico, constituye una herramienta fundamental en la vida de los ciudadanos. Busca que los estudiantes, a través de diversos caminos, respetando las diversas formas de aprender, lleguen a interiorizar y comprender el papel de las matemáticas en la sociedad; además de analizar en los diferentes campos donde esta se aplica y de reflexionar en relación al modo en que las matemáticas han contribuido al desarrollo de los pueblos.

Es fundamental que los docentes busquen las estrategias idóneas para conseguir que los estudiantes alcancen a comprender y a valorar el método matemático; que, con didáctica y el dominio de la matemática fomenten en los estudiantes el desarrollo de un espíritu crítico, analítico y reflexivo que los conduzca a alcanzar formas básicas de razonamiento y de comunicación de ideas matemáticas, dado que si queremos que el estudiante valore el papel de la matemática en el desarrollo de los pueblos, “es importante que los ejemplos y situaciones que mostramos en la clase hagan ver, de la forma más completa posible, el amplio campo de fenómenos que las matemáticas permiten organizar.” (Godino, 2004; p. 23)

La construcción de conocimientos matemáticos demanda de la combinación de varios factores en la planificación y ejecución de una sesión de aprendizaje:

Por un lado, es importante proponerles situaciones en las que tengan un papel activo, es decir, plantearles algo que tengan que hacer, por ejemplo: distribuir cosas entre..., buscar todos los que tengan..., construir una figura que sea..., y, a ser posible, que tengan una implicación personal en la propuesta, ya sea porque corresponda a alguna situación de la vida diaria o a algunas de sus aficiones; aunque esto último no siempre resulta fácil, cuando se consigue, el interés y la significatividad de la propuesta aumentan notablemente y se obtienen mejores resultados. (Godino, 2004; p. 125)

De ahí que consideremos de gran importancia resaltar, que el estudio de “*Las Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas y los Indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la experiencia curricular de pensamiento lógico del I ciclo de estudios de la UCV- Lima*”

Este”, sea de notable importancia para comprender nuestra realidad educativa en el área de matemática.

La Didáctica de las Matemáticas, entendida como el arte y la ciencia de enseñar, debe fundamentalmente aportar conocimientos de tipo descriptivos y explicativos capaces de enriquecer el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje de contenidos específicos que ayuden a comprender dichos procesos. Es aquí donde se requiere de teorías de índole instruccional que permitan orientar, metódicamente, la acción efectiva del docente y de los estudiantes sobre la práctica y promover su mejora progresiva.

Es aquí donde cobra un alto valor la necesidad del desarrollo de la noción de idoneidad didáctica introducida en el marco del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática, y el sistema de indicadores empíricos que la desarrollan, pueden ser el punto de partida de una teoría de la instrucción matemática orientada hacia la mejora progresiva de la enseñanza. Las investigaciones realizadas por la Unidad de Mejoramiento de la Calidad Educativa (UMCE) en Perú, considera que el mayor problema que atraviesa la Educación Peruana está referido al alto número de estudiantes desaprobados en Matemática, situación que se corrobora con las evidencias empíricas establecidas según las evaluaciones de Promelac.

La realidad que se vive en la Universidad César Vallejo no es ajena a la realidad nacional, debido a que los y las estudiantes al ingresar al 1er año de Estudios Universitarios presentan dificultad en el manejo de las operaciones básicas de la Matemática, es por ello que se deben aplicar herramientas novedosas que permitan reforzar estos conocimientos básicos, más allá del uso de tiza y pizarrón y de las clases

tradicionales, que permitan abrir nuevos horizontes estratégicos, que integren recursos y materiales didácticos, que propicien nuevos avances educativos, como los requiere el país.

En atención a lo anterior, se concibe la pregunta de investigación en los siguientes términos. ¿Qué relación existe entre las categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas y los indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la experiencia curricular de pensamiento lógico en alumnos del I ciclo de estudios de la UCV - Lima Este, 2016?

1.2. Formulación del problema

1.2.1. Problema general

¿Qué relación existe entre las categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas y los indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la experiencia curricular de pensamiento lógico en alumnos del I ciclo de estudios de la UCV - Lima Este, 2016?

1.2.2. Problemas específicos

1. ¿Qué relación existe entre la **idoneidad epistémica** y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemático de la Universidad César Vallejo Lima Este - 2016?

2. ¿Qué relación existe entre la **idoneidad mediacional** de procesos de enseñanza y aprendizaje y el nivel de conocimiento de la de matemática por parte del docente de lógico matemática de la Universidad César Vallejo Lima Este -2016?

3. ¿Qué relación existe entre la **idoneidad cognitiva** y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la Universidad César Vallejo Lima Este -2016?

4. ¿Qué relación existe entre la **idoneidad emocional** de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la Universidad César Vallejo Lima Este -2016?

5. ¿Qué relación existe entre la **idoneidad interaccional** y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la Universidad César Vallejo Lima Este -2016?

6. ¿Qué relación existe entre la **idoneidad ecológica** y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la Universidad César Vallejo Lima Este -2016?

1.3. Objetivos de la Investigación

1.3.1. Objetivo general

Determinar la relación existente entre las categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas y los indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la experiencia curricular de pensamiento lógico en alumnos del I ciclo de estudios de la UCV - Lima Este, 2016

1.3.2. Objetivos específicos

1. Establecer la relación que existe entre la **idoneidad epistémica** y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de la experiencia curricular de pensamiento lógico matemática de la universidad César Vallejo Lima Este -2016.
2. Establecer la relación que existe entre la **idoneidad mediacional** de procesos de enseñanza y aprendizaje y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de pensamiento lógico matemática de la Universidad César Vallejo Lima Este -2016.
3. Establecer la relación que existe entre la **idoneidad cognitiva** y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de pensamiento lógico matemática de la Universidad César Vallejo Lima Este -2016.
4. Establecer la relación que existe entre la **idoneidad emocional** de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática y el nivel de conocimiento de la matemática

por parte del docente de lógico matemática de la Universidad César Vallejo Lima Este - 2016.

5. Establecer la relación que existe entre la **idoneidad interaccional** y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la Universidad César Vallejo Lima Este -2016.

6. Establecer la relación que existe entre la **idoneidad ecológica** y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la Universidad César Vallejo Lima Este -2016.

1.4. Importancia y alcance de la investigación

Dado que toda situación didáctica es una situación planificada y ejecutada intencionalmente con la finalidad de desarrollar y afianzar en el estudiante un saber determinado, estableciendo un conjunto de relaciones explícitas entre un alumno o un grupo de alumnos, bajo el uso de un cierto medio y bajo las normas e intenciones de un sistema educativo. El presente estudio es importante, tanto el plano teórico como en el metodológico y práctico.

Teóricamente busco aportar con la revisión de las principales teorías enmarcadas en la didáctica de la matemática. Metodológicamente, se propuso una serie de instrumentos elaborados a partir de la propuesta desarrollada por Godino y que evidencian su funcionalidad y en el sentido práctico aporta una visión general de la aplicabilidad del enfoque de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje y el nivel de

conocimiento de la matemática por parte del docente. Aspectos fundamentales para generar un plan de mejora que ayude a mejorar los procesos y garantizar una cultura matemática sólida en los futuros profesionales de la UCV.

1.5. Limitación de la investigación

El presente estudio se realizó en la Filial Lima –Este de la Universidad César Vallejo. El tiempo para la recolección de datos y su respectivo análisis, además de la elaboración del informe demandó de 6 meses, iniciando con la fase diagnóstica en julio de 2016.

Capítulo II

Marco teórico

2.1. Antecedentes de la investigación

En este capítulo, se presentan las investigaciones realizadas por otros autores en relación con el estudio planteado, así como las bases teóricas que sustentan el trabajo de investigación.

2.1.1. Antecedentes Internacionales

Marcel, P. (2011), en su artículo titulado: *Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa. Universidad de la Villa María de Argentina*. El objetivo del estudio fue mostrar cómo un análisis didáctico, hecho mediante el modelo propuesto por **el enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática**, permite precisar con detalle la estructura y funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa de tipo conductista, así como sus implicaciones en la comprensión del alumno. Utilizo como enfoque teórico al enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (EOS), propuesto por Godino y colaboradores.

La principal conclusión a la arriba el investigador es que la aplicación de los criterios de idoneidad a un proceso de enseñanza y aprendizaje concreto la hemos entendido como la metodología que permite la guía, valoración y posible mejora de un proceso de enseñanza y aprendizaje. En nuestro trabajo, estos criterios llegaron a ser reglas de corrección útiles en dos momentos: *a priori*, pues son principios que orientan *cómo se deben hacer las cosas*, y *a posteriori*, porque sirven para valorar el proceso de instrucción efectivamente implementado. Así, la aplicación de los criterios de idoneidad nos permitieron extraer conclusiones sobre qué aspectos mejorar en el futuro. Por ejemplo, la baja idoneidad epistémica de la clase se debería mejorar, especialmente en la construcción de significados para los objetos matemáticos, como ecuación, ecuación equivalente, variable, solución, resolución de una ecuación, entre otros. El principal resultado que se espera de la aplicación del modelo es llegar a una valoración fundamentada de la idoneidad didáctica de dichos procesos.

Vásquez, C. y Alsina A. (2015), presentaron el artículo titulado: *Evaluación del conocimiento común del contenido para enseñar probabilidad de profesores de educación primaria*. (Pontificia Universidad Católica de Chile, Universidad de Girona). El propósito fundamental de este estudio fue evaluar el conocimiento común del contenido de profesores de Educación Primaria en actividad para enseñar probabilidades. Las bases teóricas utilizadas fueron las del **enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática** de Godino y sus colaboradores. La muestra del estudio fueron 93 docentes, en quienes se analizó las prácticas matemáticas presentes en las respuestas de los colaboradores. El instrumento utilizado fue el cuestionario CDM-Probabilidad, fundamentado en el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM). Los

resultados muestran que la gran mayoría de los participantes en el estudio presentan un conocimiento común del contenido insuficiente, sobre todo en lo que respecta a la independencia de sucesos vinculada al cálculo de probabilidades (3,2% de respuestas correctas), la independencia de sucesos en ensayos repetidos (5,3% de respuestas correctas) y la comprensión de suceso seguro (5,4%). Se concluye que urge desarrollar instancias de perfeccionamiento que permitan adquirir un conocimiento adecuado para una enseñanza idónea de la probabilidad. Estos resultados son similares, y en algunos casos más alarmantes, a los obtenidos en investigaciones que al igual que la nuestra miden el conocimiento común del contenido para enseñar probabilidad. Tal es el caso de la investigación de Mohamed (2012), quien también evidencia que la resolución de problemas sobre probabilidad es una tarea difícil para los futuros profesores. Sin embargo, nuestros resultados se encuentran muy por debajo a los obtenidos por los futuros profesores. Del mismo modo ocurre si comparamos nuestros resultados con los obtenidos por Gómez (2014) quien evidencia un conocimiento matemático y didáctico insuficiente sobre probabilidad en futuros profesores de primaria, con un fuerte predominio del sesgo de la equiprobabilidad y la heurística de la representatividad. Incluso si contrastamos las respuestas de los profesores de primaria con las obtenidas en Cañizares (1997) con alumnos de primaria en la resolución de problemas de probabilidad de características muy similares a los nuestros, se observa que los resultados de éstos últimos superan a los nuestros. Esta situación es alarmante, si consideramos que en nuestro caso se trata de profesores de primaria en activo, es decir, que ya se encuentran enseñando probabilidad en la Educación Primaria, y que podrían transmitir tales sesgos a sus alumnos. En consecuencia, urge realizar un programa de intervención que permita mejorar el nivel del conocimiento sobre probabilidad en el profesorado de Educación Primaria en activo

Terán, M., Pachano, L. y Quintero, R. (2005). En su investigación: *Estrategias para la enseñanza y aprendizaje de la geometría en la educación básica: una experiencia constructivista*. El objetivo estuvo encaminado al diseño de una propuesta desde el enfoque constructivista que permita mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría en las dos primeras etapas del nivel de educación básica en Venezuela. La metodología seleccionada para este estudio estuvo enmarcada en la investigación–acción. Las categorías analizadas fueron: el rol del maestro, las concepciones teóricas subyacentes y las prácticas evaluativas. Las técnicas e instrumentos seleccionados para la recolección de datos fueron las notas de campo, entrevistas, documentos escritos, fotografías y grabaciones de audio y video. La base del análisis fue la técnica -triangulación de fuentes- asumiendo formalmente los procesos de codificación, categorización e integración. Este estudio permite decir, a grandes rasgos, que las estrategias metodológicas implementadas (crucigramas, asociaciones, completaciones), facilitan la enseñanza-aprendizaje de la Matemática, y que son una herramienta vital del proceso, en virtud de que ayuda al niño y a la niña a desarrollar su potencial, habilidades y destrezas.

Hernández, C. y Segovia, S. (2006), realizaron una investigación donde el objetivo principal fue diseñar estrategias de enseñanza dirigida a alumnos de la primera etapa de educación básica, en la Escuela Bolivariana –Rosario Almarzal del Estado Trujillo, en cuanto a su tipo, es un estudio descriptivo con diseño de campo. La muestra objeto de estudio estuvo conformada por 10 docentes de la primera etapa, y el instrumento que se utilizó para la recolección de los datos fue el cuestionario. Este estudio aportó a los docentes un material didáctico compuesto por cuatro estrategias cuyo objetivo era la clasificación, distinción, agrupación y seriación de objetos de acuerdo a las cualidades de los mismos (tamaño, color y forma).

Gallo, I. y Pichardo, R. (2008), presentaron un estudio que tuvo como objetivo principal elaborar estrategias que propiciaran el aprendizaje significativo del despeje de fórmulas matemáticas en los estudiantes de tercer año del Liceo Bolivariano –Ignacio Carrasquerol, ubicado en la población de Escuque del estado de Trujillo. Se caracterizó por ser una investigación tipo proyecto factible, ya que pretendía dar solución a un problema evidenciado en esa realidad concreta, se desarrolló como un diseño de campo no experimental, tomando como muestra a 3 docentes de Ciencias I en el periodo escolar 2007-2008. Entre los resultados obtenidos se evidenció que los docentes aplicaban diversas estrategias, pero se detectaron deficiencias al aplicar los mapas mentales, mapas conceptuales y la resolución de problemas, afirmando que esto pudiera afectar el rendimiento de los y las estudiantes. Por lo tanto, elaboraron estrategias fundamentadas en mapas mentales, mapas conceptuales y resolución de problemas como aporte para solventar la situación. En tal sentido, esta investigación señala la importancia que tiene la creación de estrategias que propicien el aprendizaje significativo para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje en los y las estudiantes, lo cual es de gran utilidad para llevar a cabo la presente investigación.

2.1.2. Antecedentes nacionales

García, D. (2014), presento la tesis: *Criterios de idoneidad didáctica como guía para la enseñanza y el aprendizaje del valor absoluto en el primer ciclo del nivel universitario*. (Tesis de maestría en la enseñanza de la matemática). Las bases teóricas del presente estudio fueron el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (EOS), propuesto por Godino y colaboradores. Se trató de un estudio experimental. A nivel de las conclusiones podemos señalar que el autor considera de notable importancia a los criterios de idoneidad tanto para la guía de observación de clase, como para el diseño de

una secuencia de tareas. Porque la guía de observación de clase (aplicada en el caso del objeto matemático valor absoluto); basada en los criterios de idoneidad del EOS (epistémica, cognitiva, mediacional, afectiva e interaccional). Permitieron analizar y poder emitir un juicio valorativo sobre la clase del profesor. Y también porque posibilitaron reflexionar acerca de los diferentes usos del valor absoluto, diseñando luego, una secuencia de tareas que trate de superar los errores, dificultades y obstáculos que viven alrededor del concepto del valor absoluto. Queda pendiente para un estudio posterior la implementación de esta secuencia de clases en el aula de manera que se verifique o no si es posible superar los errores, las dificultades y los obstáculos didácticos identificados. Asimismo, el autor reconocemos la importancia de la teoría (del conocimiento) que debe tener un profesor sobre los objetos matemáticos, en este caso el valor absoluto para poder enseñar a sus alumnos y ser capaces de diseñar tareas o una secuencia de tareas. Para nosotros los criterios de idoneidad fueron fundamentales en esta labor.

Aredo, M. (2012), presento su investigación titulada: *Modelo Metodológico, en el Marco de algunas Teorías Constructivistas, para la Enseñanza - Aprendizaje de Funciones Reales del Curso de Matemática Básica en la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional de Piura*, Lima, La investigadora se planteó la hipótesis: La elaboración y la aplicación de un modelo metodológico del desarrollo de contenidos con estrategias constructivistas, mejorará el rendimiento académico de los alumnos en el curso de Matemática Básica”. Las conclusiones a las que arribo el estudio fueron: a) en la evaluación de entrada la mayoría de estudiantes tiene una valoración de un conocimiento muy deficiente y deficiente acerca de funciones reales; y en la evaluación de proceso los estudiantes mejoran sus grados de conocimientos en la comprensión de los conceptos de funciones reales, superando deficiencias de la evaluación de entrada. b) El repaso de

conceptos previos o requisitos con motivaciones hacia el tema de funciones reales les permitió a los estudiantes comprender y mejorar sus aprendizajes que tuvieron en la evaluación de entrada. c) La actitud de los integrantes de cada grupo de compartir sus conocimientos y materiales dentro del grupo les permitió que el trabajo sea más eficaz; es decir, esta actitud del estudiante, colectiva e individual, cualitativamente fue el eje fundamental del aprendizaje de las funciones reales. d) La metodología activa y colaborativa, en el proceso de la enseñanza – aprendizaje, produjo cambios significativos en los estudiantes hacia la mejor comprensión de los conceptos y propiedades del tema de función real.

La aplicación de la coevaluación a los estudiantes en los grupos de trabajo colectivo intragrupal en el desarrollo de una de las actividades programadas les permitió prepararse en equipo con una participación activa, tener un trabajo sintético comprendido por cada uno de ellos. Hay mejora en los aprendizajes de los estudiantes en la comprensión y aplicación de conceptos a situaciones reales. Los estudiantes mejoraron sus niveles de aprendizaje trabajando en equipos en comparación cuando se iniciaron los trabajos grupales, el conocimiento compartido a través de los grupos de trabajo aumentó la interdependencia positiva, responsabilidad individual y en rendimiento en el aprendizaje de las funciones reales. En la respuesta a las preguntas en las intervenciones orales los estudiantes demostraron la comprensión y aplicación de la parte teórica en los ejercicios, esta evaluación también ha permitido la importancia de las preguntas sueltas de manera dinámica teniendo diversas opiniones expresadas.

2.2. Bases teóricas

2.2.1. Marco teórico de la variable la formación y el pensamiento del profesor

En la bibliografía de investigación sobre la formación y el pensamiento del profesor (Philipp, 2007; Sowder, 2007; Wood, 2008) encontramos diversos modelos teóricos que describen los tipos de conocimientos que los profesores deben poner en juego para favorecer el aprendizaje de los estudiantes.

Estos modelos son necesarios para organizar los programas de formación, inicial o permanente, y para evaluar su eficacia. Aunque hay un consenso general de que los profesores deben dominar los contenidos disciplinares correspondientes, no hay un acuerdo similar sobre la manera en que se debe lograr dicho dominio, ni siquiera acerca de cómo se debería concebir la disciplina. Se suele reconocer que el conocimiento disciplinar no es suficiente para asegurar competencia profesional, siendo necesarios otros conocimientos de índole psicológica (cómo aprenden los estudiantes, conocer los afectos, dificultades y errores característicos). Los profesores deberían ser capaces también de organizar la enseñanza, diseñar tareas de aprendizaje, usar los recursos adecuados, y comprender los factores que condicionan la enseñanza y el aprendizaje.

El objetivo de este trabajo es presentar un modelo de conocimiento didáctico-matemático del profesor que tenga en cuenta las diversas facetas o dimensiones implicadas en la enseñanza y aprendizaje de contenidos específicos, así como diversos niveles de conocimiento en cada una de dichas facetas.

Este modelo está basado en el “enfoque ontosemiótico” (EOS) del conocimiento y

la instrucción matemática (Godino, 2002; Godino, Batanero y Font, 2007), sistema teórico para la investigación en educación matemática, cuyas categorías de análisis se pueden usar como herramientas para identificar y clasificar los conocimientos requeridos para la enseñanza de las matemáticas, y por tanto, para analizar los conocimientos puestos en juego por el profesor.

Con el fin de mostrar las nuevas posibilidades analíticas del modelo de Conocimiento Didáctico-Matemático del profesor basado en el EOS con relación a otros modelos existentes incluimos una síntesis de dichos modelos, comenzando por el propuesto por Shulman (1986; 1987).

Seguidamente estudiamos la aplicación de este modelo al caso de la educación matemática realizado por Ball y colaboradores (Ball, 2000; Ball, Lubienski y Mewborn, 2001), así como la noción de “proficiencia” en la enseñanza de las matemáticas introducida por Schoenfeld y Kilpatrick (2008). En la sección 4 del trabajo aplicamos nuestro modelo de conocimiento didáctico para formular tipos de cuestiones para evaluar dichos conocimientos, o como puntos de reflexión de los profesores sobre aspectos relevantes de su propia práctica. Estas cuestiones pueden servir también como punto de partida para enunciar situaciones introductorias para el desarrollo de los conocimientos matemático-didácticos en acciones formativas específicas.

2.2.1.1. Modelos de conocimiento didáctico del profesor

Como se pone de manifiesto en esta sección, no hay acuerdo en la literatura de investigación en el campo de formación de profesores para designar con una única expresión el complejo de conocimientos, competencias, disposiciones, etc., que un

profesor de matemáticas (o de otras áreas) pone en juego para favorecer el aprendizaje de sus estudiantes.

Nuestra concepción de la Didáctica de la Matemática como disciplina que asume el compromiso de articular las diversas disciplinas interesadas en el estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Godino, 1991) (matemáticas, epistemología, psicología, pedagogía, sociología, semiótica, etc.) nos lleva a proponer la expresión “conocimiento didáctico-matemático del profesor” para referirnos a dicho complejo de conocimientos y competencias profesionales. Incluimos, por tanto, en el conocimiento didáctico, el conocimiento del contenido matemático en cuanto dicho contenido se contempla desde la perspectiva de su enseñanza. El control de las transformaciones que se deben aplicar al contenido matemático para su difusión y comunicación en los distintos niveles escolares debe ser también una competencia del profesor de matemáticas.

2.2.1.2. Conocimiento del contenido para la enseñanza

El trabajo de Shulman (1986) se reconoce como pionero en llamar la atención sobre el carácter específico del conocimiento del contenido para la enseñanza. Propuso tres categorías del conocimiento del contenido: conocimiento de la materia, conocimiento pedagógico del contenido (PCK) y conocimiento curricular.

El PCK lo describe como “la forma particular del conocimiento del contenido que incorpora el aspecto del contenido que guarda más relación con la enseñanza” (p.9) y también como “esa amalgama especial de contenido y pedagogía que es el campo propio de los profesores, su forma especial de comprensión profesional” (p.8).

En otro trabajo posterior Shulman (1987; 8) propuso siete categorías de conocimiento que hacen posible la enseñanza.

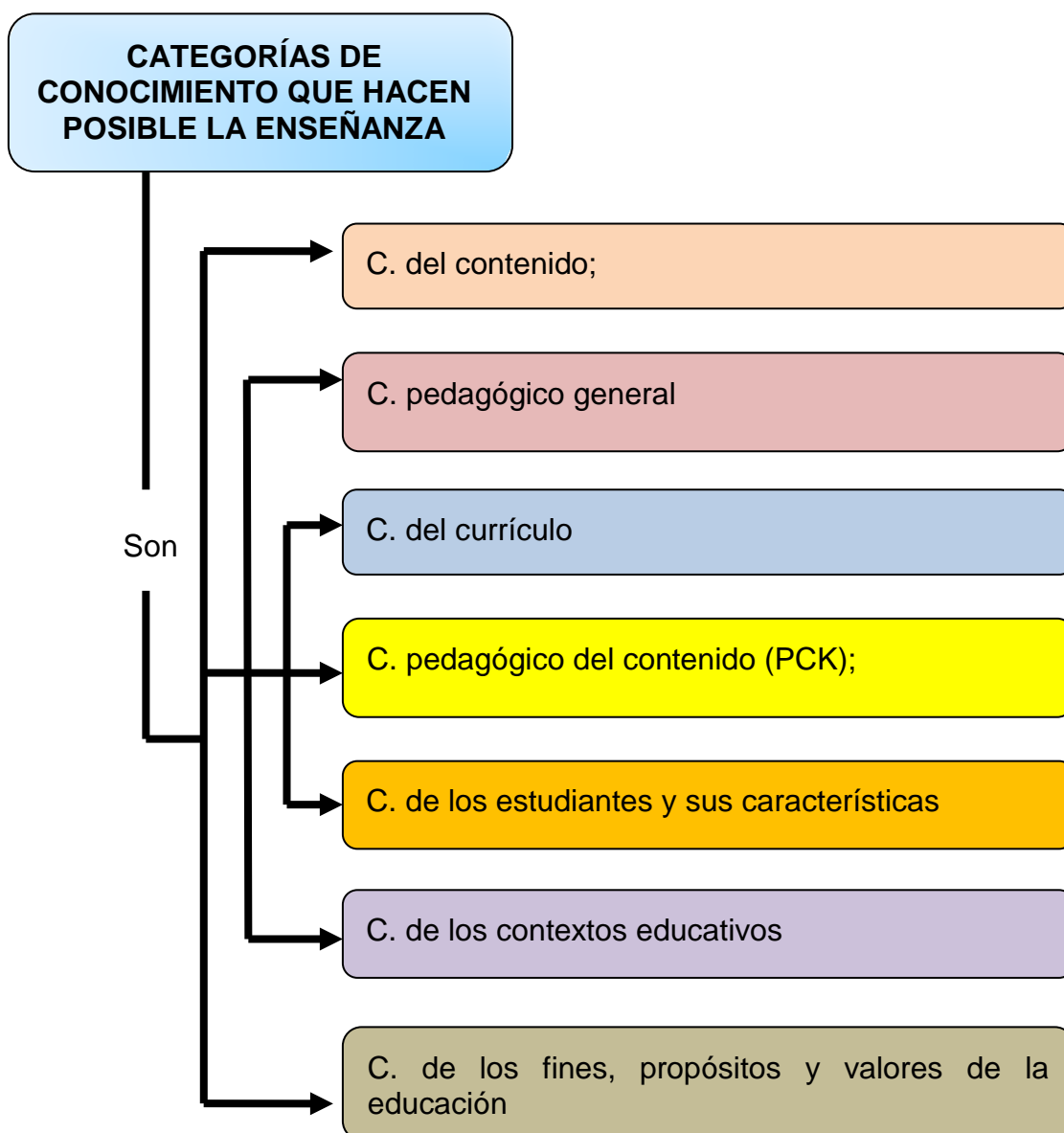


Figura 1: Categorías de conocimiento que hacen posible la enseñanza

Como fuentes de este conocimiento base para la enseñanza Shulman (1986) enumera las siguientes:

(1) formación académica en la disciplina a enseñar; (2) los materiales y el contexto del proceso educativo institucionalizado (por ejemplo, los currículos, los libros de texto, la

organización escolar y la financiación, y la estructura de la profesión docente); (3) la investigación sobre la escolarización; las organizaciones sociales; el aprendizaje humano, la enseñanza y el desarrollo, y los demás fenómenos socioculturales que influyen en el quehacer de los profesores; y (4) la sabiduría que otorga la práctica misma, las máximas que guían la práctica de los profesores competentes. (p.45)

La propuesta de Shulman (1986) ha jugado un papel importante en el desarrollo de investigaciones e implementaciones curriculares para la formación de profesores.

Las categorías identificadas por este autor siguen vigentes, aun cuando las interpretaciones iniciales dadas a las mismas han ido cambiando. Ponte y Chapman (2006) sostienen que el énfasis de la comunidad de investigadores fue puesto sobre la categoría “conocimiento pedagógico del contenido”, la cual en su momento representó un avance importante en las concepciones sobre el conocimiento del profesor.

2.2.1.3. Conocimiento matemático para la enseñanza

La noción de PCK ha dominado la literatura casi durante 20 años. Recientemente la noción de “conocimiento matemático para la enseñanza” ha sido introducida en el campo en diversos trabajos de Ball y colaboradores (Ball, 2000; Ball, Lubienski y Mewborn, 2001), a partir de la observación del trabajo de los profesores en el aula de matemáticas.

En Hill, Ball, y Schilling (2008) se define el conocimiento matemático para enseñar como “el conocimiento matemático que utiliza el profesor en el aula para producir

instrucción y crecimiento en el alumno.” (p.374).

Los análisis del trabajo del profesor les lleva a clasificar en dos grandes grupos los conocimientos puestos en juego (Figura 1): conocimiento del contenido y conocimiento pedagógico del contenido. Para la primera categoría distinguen entre, Conocimiento Común del Contenido (CCK), Conocimiento Especializado del Contenido (SCK), y Conocimiento en el Horizonte Matemático. Para el conocimiento pedagógico del contenido proponen tener en cuenta, Conocimiento del Contenido y los Estudiantes (KCS), Conocimiento del Contenido y la Enseñanza (KCT), y Conocimiento del Currículo.

CONOCIMIENTO DEL CONTENIDO		CONOCIMIENTO PEDAGÓGICO DEL CONTENIDO	
Conocimiento común del contenido (CCK)	Conocimiento especializado del contenido (SCK)	Conocimiento del contenido y los estudiantes (KCS)	conocimiento del currículo
Conocimiento en el horizonte matemático		Conocimiento del contenido y la enseñanza (KCT)	

Figura 2. Adaptación de Conocimiento matemático para la enseñanza

Fuente: MKT, Hill, Ball y Schilling, 2008, p.377

La distinción entre el conocimiento común del contenido (CCK) y el especializado

(SCK) consiste en que, mientras el primero refiere al conocimiento puesto en juego para resolver problemas matemáticos, para lo cual un matemático, o incluso un sujeto adulto con suficiente conocimiento, está capacitado; el segundo refiere, por ejemplo, a realizar un ordenamiento de las secuencias con que podrían desarrollarse los diferentes aspectos de un contenido específico. Para esta última acción, es posible que un sujeto adulto, o inclusive un matemático, no tenga necesariamente la competencia ni la posibilidad de llevarla a cabo. Estos autores consideran que el profesor debe tener un conocimiento más avanzado del contenido específico que le lleve a plantearse cuestiones tales como: ¿Puede tener consecuencias matemáticas conflictivas algo que se ha dicho de manera explícita o implícita?; ¿Es esto interesante e importante desde el punto de vista matemático?

¿Hay alguna desviación en las ideas matemáticas tratadas?, Refieren a estos aspectos del conocimiento matemático del profesor, como “conocimiento en el horizonte matemático”. Se trata de conocimiento que aporta perspectiva a los profesores para su trabajo.

Hill, Ball, y Schilling (2008) definen el Conocimiento del Contenido y los Estudiantes (KCS) como el “conocimiento del contenido que se entrelaza con el conocimiento de cómo los estudiantes piensan, saben, o aprenden este contenido particular” (p. 375). Además, contempla el conocimiento de los errores y dificultades comunes, las concepciones erróneas, las estrategias utilizadas, el ser capaz de valorar la comprensión del alumno y saber cómo evoluciona su razonamiento matemático. Respecto al Conocimiento del Contenido y la Enseñanza (KCT) asumida como el resultado de la integración del contenido matemático con el conocimiento de la enseñanza de dicho contenido. Dada su trascendencia en el desarrollo del pensamiento matemático contempla

el estar en capacidad de construir, a partir del razonamiento de los estudiantes y las estrategias utilizadas para aprender por parte de ellos, procesos básicos de retroalimentación que le permitan tratar y corregir sus errores y concepciones erróneas.

Como afirman Graeber y Tirosh (2008, p. 124), “El hecho de que muchos investigadores no ofrecen una descripción precisa y compartida de PCK sino más bien intentan caracterizarlo con listas o ejemplos es una indicación de que el concepto está aún mal definido”.

Similares limitaciones encuentran Silverman y Thompson (2008) para la noción de MKT:

Aunque el conocimiento matemático para la enseñanza ha comenzado a ganar atención como un concepto importante en la comunidad de investigación sobre formación de profesores, hay una comprensión limitada de lo que sea, cómo se puede reconocer, y cómo se puede desarrollar en la mente de los profesores (p. 499).

Algunas cuestiones sobre las cuales se continúa trabajando relacionadas con el PCK se refieren a:

- 1) El papel de las creencias, afectos y valores en el desarrollo del PCK del profesor;
- 2) Determinar si los componentes del PCK son dependientes de los paradigmas de enseñanza /aprendizaje asumidos;
- 3) Mejora de los métodos para evaluar el PCK y nociones relacionadas;
- 4) Elaboración de nociones más globales que incluyan conocimientos, creencias y afectos,

tales como orientación, perspectiva e identidad del profesor (Philipp, 2007).

2.2.1.4. Proficiencia en la enseñanza de las matemáticas

Schoenfeld y Kilpatrick (2008) utilizan la expresión “proficiencia” en la enseñanza de las matemáticas que puede ser interpretada como una referencia a los conocimientos (y competencias) que deberían tener los profesores para que su enseñanza se pueda considerar de calidad. “Una teoría de la proficiencia (en la enseñanza) dice lo que es importante – qué destrezas necesitan desarrollar las personas para llegar a ser proficientes”. Se trata de extender la noción de proficiencia en la matemática escolar (introducida en Kilpatrick, Swafford y Findell, (2001) donde se incluye: comprensión conceptual, fluencia procedimental, competencia estratégica, razonamiento adaptativo, y disposición productiva.

La noción de proficiencia en la enseñanza de las matemáticas se puede interpretar en términos de competencia profesional del profesor de matemáticas. Schoenfeld y Kilpatrick (2008, p. 322) proponen distinguir las siguientes dimensiones:

- 1) Conocer las matemáticas escolares con profundidad y amplitud. El profesor tiene múltiples maneras de conceptualizar el contenido del nivel correspondiente, representarlo de diversas maneras, comprender los aspectos clave de cada tópico, y ver conexiones con otros tópicos del mismo nivel. El conocimiento profundo del contenido le permite seleccionar las “grandes ideas” para ser propuestas a los alumnos, así como responder con flexibilidad a las cuestiones que le planteen.
- 2) Conocer a los estudiantes como personas que piensan. Implica tener sensibilidad sobre

lo que los estudiantes piensan, lo que proporciona información adicional sobre cómo los estudiantes dan sentido a las matemáticas y sobre cómo pueden construir sus conocimientos.

- 3) Conocer a los estudiantes como personas que aprenden. Esto supone ser consciente de la teoría del aprendizaje asumida y sus implicaciones en términos de las actividades de clase y las interacciones con los estudiantes.
- 4) Diseñar y gestionar entornos de aprendizaje. La creación de entornos productivos de aprendizaje incluye bastante más que la mera “gestión de la clase”. Implica la creación de comunidades intelectuales en las que los estudiantes se comprometen en actividades intelectuales legítimas (p. 338).
- 5) Desarrollar las normas de la clase y apoyar el discurso de la clase como parte de la “enseñanza para la comprensión”. La clase debe trabajar como una comunidad de aprendizaje; esto supone que los alumnos tienen que adoptar ciertas normas sociales en la clase, tales como la obligación de explicar y justificar sus soluciones, deben intentar comprender el razonamiento de los otros estudiantes, preguntar si no comprenden, y desafiar los argumentos con los que no están de acuerdo.
- 6) Construir relaciones que apoyen el aprendizaje. El profesor debe trabajar para organizar el contenido, sus diversas representaciones, y poner en relación a los estudiantes entre sí y con el contenido. El aprendizaje emerge de estas relaciones mutuamente constituidas.
- 7) Reflexionar sobre la propia práctica. “Lograr proficiencia en la enseñanza de las

matemáticas, como lograr proficiencia matemática, es un proceso interactivo a lo largo de la vida. Ante un problema de la práctica de la enseñanza, el profesor de matemáticas necesita pensar reflexivamente sobre el problema si quiere resolverlo. Una vez hecha habitual, la reflexión puede llegar a ser el principal mecanismo para mejorar la propia práctica” (p. 348).

Schoenfeld y Kilpatrick concluyen que su propuesta es el primer paso hacia una teoría de la proficiencia en la enseñanza de las matemáticas, y que indudablemente, se requieren nuevos refinamientos y elaboraciones.

Algunas limitaciones de los modelos de conocimiento del profesor de matemáticas:

Desde nuestro punto de vista, los modelos de “conocimiento matemático para la enseñanza” elaborados desde las investigaciones en educación matemática, incluyen categorías muy generales. Consideramos que sería útil disponer de modelos que permitan un análisis más detallado de cada uno de los tipos de conocimientos que se ponen en juego en una enseñanza efectiva (proficiente, eficaz, idónea) de las matemáticas. Ello permitiría orientar el diseño de acciones formativas y la elaboración de instrumentos de evaluación de los conocimientos del profesor de matemáticas.

A título de ejemplo, veamos la tarea sobre comparación de números racionales que Sullivan (2008) propuso a grupos de profesores para evaluar en qué medida podían describir el contenido de una tarea matemática y la manera en que podían usar dicha cuestión como punto de partida para diseñar una lección:

¿Qué es mayor $\frac{2}{3}$ o $\frac{201}{301}$?

- a) Encuentra distintas maneras en que los estudiantes podrían resolver la tarea.

- b) Si desarrollaras una lección basada en esta tarea, ¿qué matemáticas podrías esperar que los alumnos aprendieran?

Sin duda que esta tarea y las consignas a) y b) promueven la reflexión del profesor sobre la actividad matemática que los alumnos realizan al resolverla; sugiere, además, que los alumnos pueden abordar la tarea usando distintos procedimientos y que el aprendizaje matemático es el resultado de los procesos de resolución de problemas. Sin embargo, nos parece que la cuestión planteada de “qué matemáticas” podrías esperar que los alumnos aprendieran requiere que los profesores compartan un modelo explícito sobre la naturaleza de las matemáticas, y en particular los tipos de objetos y procesos que intervienen y emergen en la práctica matemática. Por otra parte, el diseño de una lección a partir de una secuencia de tareas requiere tener en cuenta, además de los conocimientos matemáticos que se ponen en juego, otras facetas que condicionan los aprendizajes (facetas cognitiva, instruccional, curricular). Para cada una de estas facetas consideramos necesario adoptar modelos explícitos y detallados de sus elementos constituyentes que ayuden en el análisis y reflexión sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje

En la siguiente sección describimos un modelo teórico sobre el conocimiento didáctico que en cierta manera contempla las categorías propuestas en los modelos descritos anteriormente, aporta nuevos niveles de análisis de las mismas, y ofrece una cierta sistematicidad en el tratamiento del tema.

2.2.1.5. Facetas y niveles del conocimiento didáctico-matemático del profesor

En esta sección proponemos un sistema de categorías de análisis de los conocimientos matemáticos y didácticos del profesor que integra, organiza y extiende los modelos descritos en la sección anterior. Este modelo está basado en el marco teórico para la Didáctica de las Matemáticas que denominamos “Enfoque Ontosemiótico” del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007). El EOS es un marco teórico que propone articular diferentes puntos de vista y nociones teóricas sobre el conocimiento matemático, su enseñanza y aprendizaje. Por esta razón se asume una perspectiva holística y global, contemplando las diversas dimensiones implicadas y las interacciones que se suceden entre las mismas. Con dicho fin incluye:

- a) Un modelo epistemológico sobre las matemáticas basado en presupuestos antropológicos/ socioculturales;
- b) Un modelo de cognición matemática sobre bases semióticas;
- c) Un modelo instruccional sobre bases socio- constructivistas;
- d) Un modelo sistémico –ecológico que relaciona las anteriores dimensiones entre sí y con el trasfondo biológico, material y sociocultural en que tiene lugar la actividad de estudio y comunicación matemática. (Godino, Batanero y Font, 2007; p 13)

Las nociones teóricas del EOS deben ser vistas como herramientas de análisis y reflexión sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje, y pueden ser utilizadas por los propios profesores para indagar sobre su propia práctica. Se han elaborado varios sistemas de objetos y relaciones (categorías) que ayudan a analizar y comprender, de manera

sistemática, y con distintos niveles de profundidad, los diversos aspectos implicados en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

2.2.1.5.1. Facetas y niveles de análisis didáctico

El objeto central de estudio de la didáctica son los procesos de enseñanza y aprendizaje, implicando, por tanto, un “contenido”, estudiantes, profesor, medios tecnológicos, y siendo tales procesos realizados en el seno de un contexto institucional y social determinado que condiciona y hace posible la realización del proceso educativo. Se trata del estudio de sistemas heterogéneos y complejos para los cuales es necesario adoptar modelos teóricos específicos para cada uno de los componentes.

Dado que los distintos componentes del sistema interactúan entre sí se considera necesario identificar y tener en cuenta las distintas facetas intervinientes.

El estudio se puede realizar, además, según distintos niveles de análisis, de acuerdo con el tipo de información requerida para la toma de decisiones instruccionales fundadas.

La figura 3 resume las facetas y niveles que propone el EOS para el análisis didáctico. Cada uno de los elementos considerados se puede interpretar como categorías o componentes del conocimiento del profesor (del contenido matemático y didáctico).



Figura 3. Facetas y niveles del conocimiento del profesor

Se propone tener en cuenta las siguientes facetas para analizar los procesos de instrucción matemática:

Tabla 1.*Faces para analizar los procesos de instrucción matemática*

Nº	FASES	DEFINICIÓN
01	Epistémica	Conocimientos matemáticos relativos al contexto institucional en que se realiza el proceso de estudio y la distribución en el tiempo de los diversos componentes del contenido (problemas, lenguajes, procedimientos, definiciones, propiedades, argumentos).
02	Cognitiva	Conocimientos personales de los estudiantes y progresión de los aprendizajes.
03	Afectiva	Estados afectivos (actitudes, emociones, creencias, valores) de cada alumno con relación a los objetos matemáticos y al proceso de estudio seguido
04	Mediacional	Recursos tecnológicos y asignación del tiempo a las distintas acciones y procesos.
05	Interaccional	Patrones de interacción entre el profesor y los estudiantes y su secuenciación orientada a la fijación y negociación de significados.
06	Ecológica	Sistema de relaciones con el entorno social, político, económico, que soporta y condiciona el proceso de estudio.

Nuestro modelo considera como claves las facetas epistémica y cognitiva y postula para ellas un punto de vista antropológico y semiótico: la matemática como actividad

humana que adquiere significado mediante la acción de las personas ante situaciones – problemas específicos. Pero también se concede relevancia a las demás facetas (afectiva, interaccional, mediacional y ecológica) ya que condicionan los aprendizajes y la enseñanza.

En cuanto a los niveles de análisis se proponen los siguientes:

1. **Prácticas matemáticas y didácticas.** Descripción de las acciones realizadas para resolver las tareas matemáticas propuestas para contextualizar los contenidos y promover el aprendizaje. También se describen las líneas generales de actuación del docente y discentes.
2. **Configuraciones de objetos y procesos (matemáticos y didácticos).** Descripción de objetos y procesos matemáticos que intervienen en la realización de las prácticas, así como los que emergen de ellas. La finalidad de este nivel es describir la complejidad de objetos y significados de las prácticas matemáticas y didácticas como factor explicativo de los conflictos en su realización y de la progresión del aprendizaje.
3. **Normas y metanormas.** Identificación de la trama de reglas, hábitos, normas que condicionan y hacen posible el proceso de estudio, y que afectan a cada faceta y sus interacciones.
4. **Idoneidad.** Identificación de potenciales mejoras del proceso de estudio que incrementen la idoneidad didáctica.

Las facetas y niveles de análisis que hemos descrito sucintamente constituyen un sistema de categorización de los conocimientos del profesor que incluye los modelos

descritos en la sección 2 y los amplía mediante las nociones teóricas que se detallan a continuación.

2.2.1.5.2. Herramientas para el análisis didáctico

El análisis de los conocimientos que se ponen en juego en los procesos de enseñanza y aprendizaje, con fines de diseño de experiencias formativas de profesores o de evaluación de tales conocimientos, requiere aplicar categorías más detalladas que las descritas en la sección 2 (modelos PCK, MKT, ...). En el EOS se han desarrollado categorías de análisis explícitas para las dimensiones epistémica y cognitiva partiendo de una concepción de la matemática de tipo pragmático – antropológica (nociones de práctica y de institución), sin que esta visión implique el rechazo de la noción de objeto matemático. Para ello el objeto matemático es interpretado como entidad emergente e interviniente en las prácticas. En la figura 3 se resumen las categorías de objetos (y procesos) introducidos en el EOS, las cuales permiten realizar análisis pormenorizados de la actividad matemática, y por tanto, también de los conocimientos que intervienen en una enseñanza idónea de las matemáticas.

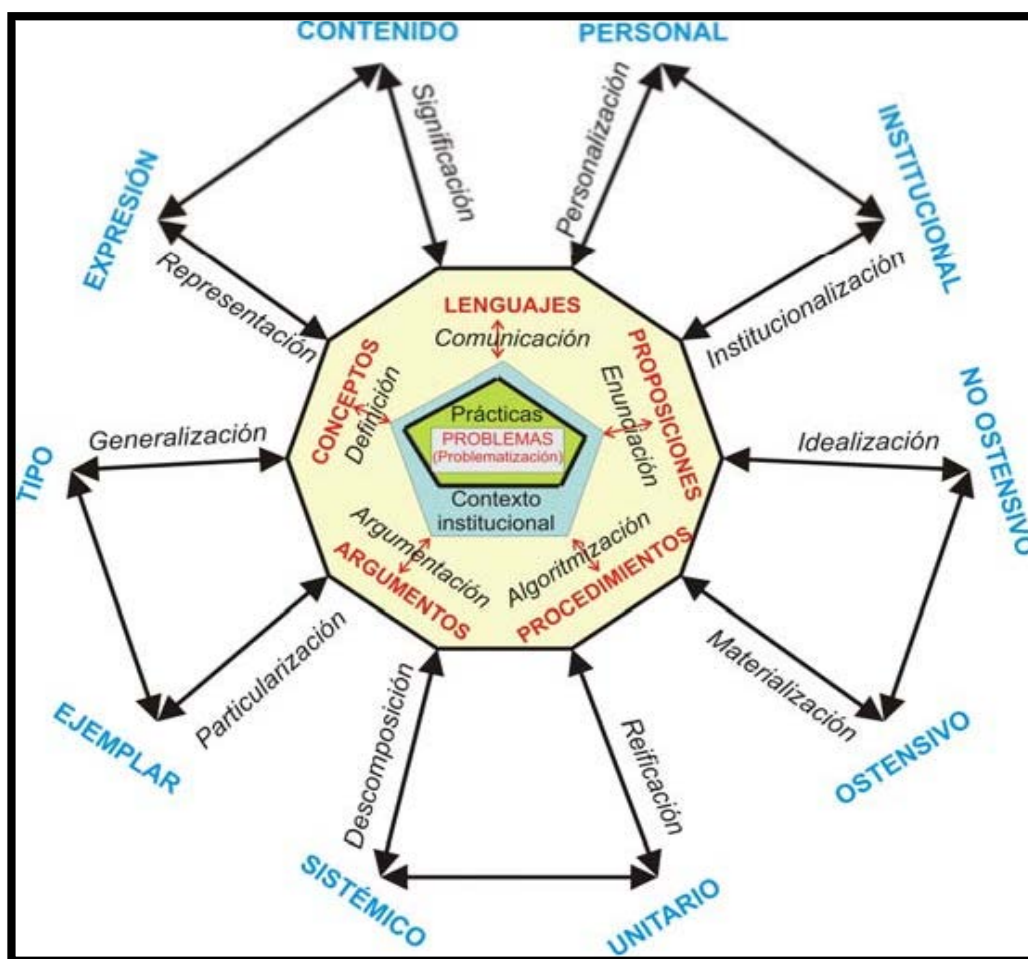


Figura 4. Prácticas, objetos y procesos matemáticos

Fuente: Godino, Rivas, Castro y Konic, 2008

La realización de este tipo de análisis por parte de los propios profesores se puede considerar como una competencia cuyo logro sería deseable alcanzar (Godino, Rivas, Castro y Konic, 2008), ya que permite profundizar en el conocimiento del contenido matemático para la enseñanza (conocimiento especializado y en el horizonte matemático, en la terminología de Ball y colaboradores).

Para el análisis de los procesos instruccionales el EOS ha introducido la noción de configuración y trayectoria didáctica cuyos elementos constituyentes se resumen en la figura 4. La tipología de normas (reglas, hábitos, ...) que intervienen y condicionan los

procesos instruccionales, elaborada en Godino, Font, Wilhelmi y Castro (2009), ayuda a comprender mejor dichos procesos, al permitir un nuevo nivel de análisis de los mismos.

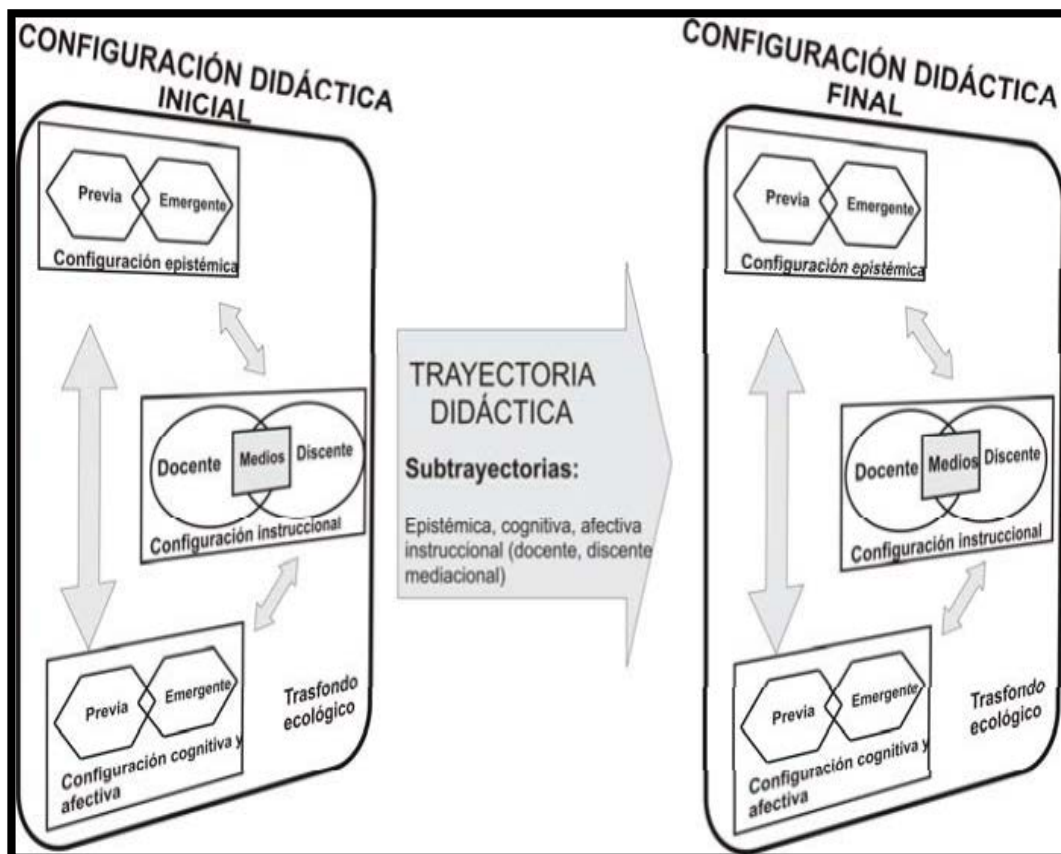


Figura 5. Configuraciones y trayectorias didácticas

Fuente: Tomada de Godino

Las herramientas descritas en las figuras 3 y 4 permiten análisis pormenorizados de aspectos parciales de los procesos de enseñanza y aprendizaje, tales como la descripción de los objetos y procesos puestos en juego en la resolución de una tarea matemática, o las interacciones en el seno de un proceso instruccional de carácter local. El diseño y evaluación de planes de formación matemática (y didáctica) a nivel más global, como

puede ser la implementación de una lección, una unidad didáctica, o un programa de estudio, requiere instrumentos conceptuales apropiados para dicho nivel.

La noción de idoneidad didáctica, sus dimensiones, criterios, y un desglose operativo de dicha noción, ha sido introducida en el EOS (Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006) como herramienta que permite el paso de una didáctica descriptiva – explicativa a una didáctica normativa, esto es, una didáctica que se orienta hacia la intervención efectiva en el aula. La figura 5 resume las principales características de dicha noción.



Figura 6. Adaptación persona Idoneidad didáctica

Siguiendo la ruta de Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, (2006), **La idoneidad didáctica de un proceso de instrucción**. Definida como la articulación sistémica, coherente y dinámica de las seis componentes siguientes:

Idoneidad epistémica, referida formalmente al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia.

Idoneidad cognitiva, expresa el grado en que los significados pretendidos/ implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/ implementados.

Idoneidad interaccional. Un proceso de enseñanza-aprendizaje tendrá mayor idoneidad desde el punto de vista interaccional si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales (que se puedan detectar a priori), y por otra parte permitan resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción.

Idoneidad mediacional. Relacionada con el grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el normal desarrollo del proceso de enseñanza- aprendizaje.

Idoneidad afectiva. Toma en cuenta el interés y nivel de motivación del estudiante en el proceso de estudio. La idoneidad afectiva está relacionada tanto con factores que dependen de la institución como con factores que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa.

Idoneidad ecológica. Si asumimos la escuela como un conjunto de interacciones de diferentes factores y que todos ellos obedecen a la idoneidad ecológica implícita del proyecto de la institución educativa y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla.

2.2.2. Marco teórico de la variable indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

2.2.2.1. Indicadores de idoneidad didáctica

La noción de idoneidad didáctica se puede aplicar al análisis de un proceso de estudio puntual implementado en una sesión de clase, a la planificación o el desarrollo de una unidad didáctica, o de manera más global, al desarrollo de un curso o una propuesta curricular. También puede ser útil para analizar aspectos parciales de un proceso de estudio, como un material didáctico, un manual escolar, respuestas de estudiantes a tareas específicas, o “incidentes didácticos” puntuales.

Para realizar una acción instruccional idónea se requiere disponer de directrices claras y explícitas sobre los fines y líneas generales de actuación. Metafóricamente, se trata de disponer del plano o croquis del territorio que se debe recorrer; pero es el profesor quien dirige la acción efectiva en el territorio, para lo cual debe disponer de medios para orientarse.

La investigación educativa proporciona los sistemas de referencia, las metas a lograr y medios de “navegación”, pero las decisiones locales están bajo la responsabilidad del docente. Las circunstancias locales y temporales pueden hacer que la trayectoria idónea no sea la marcada a priori por las directrices externas, por las “leyes” o tendencias estadísticas; la acción instruccional está sujeta a variaciones locales, frecuentemente caóticas.

El logro de una alta idoneidad didáctica de un proceso de estudio, como también su valoración, es un proceso sumamente complejo puesto que, como hemos visto, involucra diversas dimensiones, que a su vez están estructuradas en distintas componentes. Además, tanto las dimensiones como los componentes no son observables directamente y, por lo tanto, es necesario inferirlos a partir de indicadores empíricos.

En las definiciones presentadas de las distintas idoneidades parciales juega un papel central la noción de significado. El EOS proporciona herramientas para hacer operativa la noción de idoneidad de las configuraciones y trayectorias didácticas en que se puede descomponer un proceso de estudio matemático (Godino, Contreras y Font, 2006).

2.2.2.2. Idoneidad epistémica

Como hemos indicado entendemos que un programa formativo, o un proceso de estudio matemático, tienen mayor idoneidad epistémica en la medida en que los contenidos implementados (o pretendidos) representan bien a los contenidos de referencia. En la tabla

2 incluimos los componentes y algunos indicadores relevantes que permiten hacer operativa dicha noción.

Seguidamente mencionamos algunas concordancias de estos componentes e indicadores con los propuestos por diversas teorías, y en particular los Principios y Estándares para la enseñanza de las matemáticas formulados por el NCTM (2000).

En estas secciones se amplía la “Pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas” (Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2007) y se relaciona con los criterios y principios propuestos en documentos curriculares y otras teorías usadas en educación matemática.

Tabla 2.*Componentes e indicadores de idoneidad epistémica (matemática)*

Componentes	Indicadores
Situaciones problemas	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación. ▪ Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización)
Lenguajes	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traducciones y conversiones entre las mismas. ▪ Nivel del lenguaje adecuado a los niños a que se dirige. ▪ Se proponen situaciones de expresión matemática e interpretación.
Reglas (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Las definiciones y procedimientos son claros y correctos, y están adaptados al nivel educativo al que se dirigen. ▪ Se presentan los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado. ▪ Se proponen situaciones donde los alumnos tengan que generar o negociar definiciones proposiciones o procedimientos.
Argumentos	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son adecuadas al nivel educativo a que se dirigen. ▪ Se promueven situaciones donde el alumno tenga que argumentar.
Relaciones	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los objetos matemáticos (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se relacionan y conectan entre sí. ▪ Se identifican y articulan los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas matemáticas.

Fuente: Adaptación personal.

En el marco del EOS se atribuye a las situaciones problemas un papel central, ya que se asume una concepción antropológica de la matemática, de modo que los objetos

matemáticos emergen de las prácticas de los sujetos al enfrentarse a determinados problemas. Esta posición es concordante con la “Teoría de situaciones didácticas” (Brousseau, 1997) y también con la “Educación matemática realista” (EMR) (Van den Heuvel-Panhuizen y Wijers, 2005), basada en la fenomenología didáctica de Freudenthal (1983; 1991). En estas teorías, y en diversas propuestas curriculares, se propone el uso de situaciones problemas como medio de contextualizar las ideas matemáticas y generarlas a partir de la actividad de resolución, comunicación y generalización de las soluciones.

La resolución de problemas no es sólo un objetivo del aprendizaje de las matemáticas, sino también una de las principales maneras de hacer matemáticas. Esta es una parte integral de las matemáticas, no una pieza aislada del programa de matemáticas. Los estudiantes necesitan tener oportunidades frecuentes para formular, enfrentar y resolver problemas complejos que requieren mucho esfuerzo (NCTM, 2000, p. 51).

Los principios de actividad y de realidad de la EMR apoyan la consideración de los indicadores recogidos en la Tabla 1 como indicadores de idoneidad epistémica. Para Freudenthal (1991) las matemáticas son una actividad humana. “No hay matemáticas sin matematización”, actividad que puede ser de aplicación a resolver problemas del entorno, o problemas de reorganización del propio conocimiento matemático.

Un punto central para el logro de una alta idoneidad epistémica será, por tanto, la selección y adaptación de situaciones-problemas o tareas ricas. Sin embargo, aunque las situaciones problemas constituyen un elemento central, el logro de una idoneidad epistémica alta requiere también atención, como propone el EOS, a las diversas representaciones o medios de expresión, las definiciones, procedimientos, proposiciones,

así como las justificaciones de las mismas. Tales tareas deben proporcionar a los estudiantes diversas maneras de abordarlas, implicar diversas representaciones, y requerir que los estudiantes conjeturen, interpreten y justifiquen las soluciones.

También se debe prestar atención a las conexiones entre las distintas partes del contenido matemático. “Las matemáticas son un campo de estudio integrado en un currículum flexible y abierto; coherente, las ideas matemáticas están relacionadas y se construyen unas sobre otras. (NCTM, 2000, p.14).

Esta posición concuerda con el “Principio de interconexión” de la “Educación matemática realista”: Los bloques de contenido matemático (numeración y cálculo, álgebra, geometría,...) no pueden ser tratados como entidades separadas. Las situaciones problemáticas deberían incluir contenidos matemáticos interrelacionados.

Además, la resolución de problemas de contexto ricos con frecuencia significa que tienes que aplicar un amplio rango de herramientas y comprensiones matemáticas.

2.2.2.3. Idoneidad cognitiva

Definimos la idoneidad cognitiva como el grado en que los contenidos implementados (o pretendidos) son adecuados para los alumnos, es decir, están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos.

La tabla 3 incluye los componentes e indicadores seleccionados:

Tabla 3.

Componentes e indicadores de idoneidad cognitiva

Componentes	Indicadores
Conocimientos previos (Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio). ▪ Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes
Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo ▪ Se promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes
Aprendizaje: Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los diversos modos de evaluación indican que los alumnos logran la apropiación de los conocimientos, comprensiones y competencias pretendidas: ▪ Comprensión conceptual y proposicional; competencia comunicativa y argumentativa; fluencia procedimental; comprensión situacional; competencia metacognitiva ▪ La evaluación tiene en cuenta distintos niveles de comprensión y competencia ▪ Los resultados de las evaluaciones se difunden y usan para tomar decisiones.

En el marco del EOS se asume que el aprendizaje implica la apropiación de los significados institucionales pretendidos por parte de los estudiantes, mediante la participación en la comunidad de prácticas generada en la clase. Supone el acoplamiento progresivo entre los significados personales iniciales de los estudiantes y los significados

institucionales planificados. Los significados son entendidos en términos de prácticas operativas y discursivas y supone además el reconocimiento e interrelación de los objetos que intervienen en dichas prácticas. Tres de los seis principios formulados por el NCTM (2000) sobre la enseñanza de las matemáticas tienen relación con la idoneidad cognitiva.

El principio de igualdad indica, *“La excelencia en la educación matemática requiere igualdad, grandes expectativas y un fuerte apoyo para todos los estudiantes”*.

Se exige:

1. Que se desarrollen adaptaciones razonables y apropiadas.
2. Que en el proceso de planificación se seleccionen incluyan contenidos motivadores acordes con su realidad y necesidades del estudiante para promover el acceso y el logro de todos los objetivos

El principio de aprendizaje señala que los estudiantes deben aprender las matemáticas *“entendiéndolas, construyendo activamente el nuevo conocimiento a partir de sus experiencias y conocimientos previos”*. Así mismo, el principio de evaluación afirma que, *“La evaluación debe apoyar el aprendizaje de matemáticas relevantes y proveer de información útil tanto a profesores como estudiantes”*. (p.45)

2.2.2.4. Idoneidad afectiva

La emisión de un juicio sobre la mayor o menor idoneidad afectiva del proceso en cuestión se basa en el grado de implicación, interés y motivación de los estudiantes. La tabla 3 incluye los componentes e indicadores seleccionados.

Tabla 4.*Componentes e indicadores de idoneidad afectiva*

Componentes	Indicadores
Intereses y necesidades	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Las tareas tienen interés para los alumnos ▪ Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional
Actitudes	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc. ▪ Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.
Emociones	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas. ▪ Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.

La resolución de cualquier problema matemático lleva asociada una situación afectiva para el sujeto implicado, quien pone en juego no solamente prácticas operativas y discursivas para dar una respuesta al problema, sino también moviliza creencias, actitudes, emociones o valores que condicionan en mayor o menor grado y diferente sentido la respuesta cognitiva requerida.

Los objetos y procesos afectivos son usualmente considerados como entidades psicológicas, que refieren a estados o rasgos mentales más o menos estables, o a disposiciones para la acción de los sujetos individuales. Pero desde el punto de vista educativo el logro de unos estados afectivos que interaccionen positivamente con el

dominio cognitivo tienen que ser objeto de consideración por parte de las instituciones educativas, y, en particular, por el profesor.

El dominio afectivo conlleva, por tanto, una faceta institucional y se concreta en normas de índole afectivo que condicionan el trabajo del profesor.

2.2.2.5. Idoneidad interaccional

Es el grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver conflictos de significado, favorecen la autonomía en el aprendizaje y el desarrollo de competencias comunicativas.

En la tabla 5 incluimos algunos indicadores de idoneidad referidos a las interacciones entre el profesor y los estudiantes y entre los propios estudiantes.

Teniendo en cuenta principios de aprendizaje socio-constructivista ampliamente asumidos se valora positivamente la presencia de momentos en que los estudiantes asumen la responsabilidad del aprendizaje.

La aceptación de este principio de autonomía en el aprendizaje es un rasgo esencial de la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau (1997), en la que las situaciones de acción, comunicación y validación se conciben como momentos didácticos de los procesos de estudio, esto es, situaciones en las que los alumnos son protagonistas en la construcción de los conocimientos pretendidos.

La toma de decisiones sobre la progresión del estudio, tanto por parte del docente como de los estudiantes, requiere la puesta en práctica de procedimientos de observación y encuesta para una evaluación formativa de los aprendizajes.

Tabla 5.

Componentes e indicadores de idoneidad interaccional

Componentes	Indicadores
Interacción docente-discente	<ul style="list-style-type: none"> ▪ El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.) ▪ Reconoce y resuelve los conflictos de los alumnos (se hacen preguntas y respuestas adecuadas, etc.) ▪ Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento ▪ Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos. ▪ Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase
Interacción entre alumnos	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes ▪ Tratan de convencerse a sí mismos y a los demás de la validez de sus afirmaciones, conjeturas y respuestas, apoyándose en argumentos matemáticos ▪ Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión
Autonomía	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (plantean cuestiones y presentan soluciones; exploran ejemplos y contraejemplos para investigar y conjeturar; usan una variedad de herramientas para razonar, hacer conexiones, resolver problemas y comunicarlos)
Evaluación formativa	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Observación sistemática del progreso cognitivo de los alumnos

La importancia del discurso, el diálogo, la conversación en la clase es resaltada por diversos autores:

La naturaleza del discurso matemático es una característica central de la práctica de la clase. Si aceptamos seriamente que los profesores necesitan oportunidades para aprender a partir de su práctica, el desarrollo de conversaciones matemáticas permite a los profesores aprender continuamente de sus estudiantes. Las conversaciones matemáticas que se centran sobre las ideas de los estudiantes pueden proporcionar a los profesores una ventana sobre el pensamiento de los estudiantes en modos que el trabajo individual de los estudiantes no lo permite. (Frankle, Kazemi y Battey, 2007, p. 237).

En el marco de la Educación Matemática Realista se asume un principio de interacción, según el cual, dentro del proceso de enseñanza- aprendizaje, las matemáticas son consideradas fundamentalmente como una actividad social. La interacción inherente entre estudiante-estudiante y entre los estudiantes- docente, puede generar un proceso de auto e inter reflexión a partir de lo que aportan uno mismo y de lo que aportan los demás en busca de poder alcanzar niveles más altos de comprensión e intelección.

Los estudiantes, pasan de ser meros receptores de una matemática ya elaborada, a ser considerados como participantes dinámicos y activos del proceso de enseñanza - aprendizaje, en el que ellos mismos desarrollan herramientas y generan mayores niveles de comprensión, compartiendo colaborativamente sus experiencias unos con otros.

Es así que la intervención, el proceso de análisis y discusión, la cooperación y la evaluación son elementos esenciales en un proceso de aprendizaje constructivo en el que los métodos informales del aprendiz son usados como una plataforma para alcanzar los métodos formales. En esta instrucción interactiva, los estudiantes son estimulados a explicar, justificar, convenir y discrepar, cuestionar alternativas y reflexionar (Van den Heuvel-Panhuizen y Wijers, 2005; p. 290).

Freudenthal (1991), señaló, en uno de sus principios fundamentales, que, para el desarrollo de la educación matemática, es necesario brindar a los estudiantes una “oportunidad guiada” para "reinventar" las matemáticas. Esto nos lleva a considerar que, en la EMR, tanto los docentes como los programas educativos juegan un rol fundamental en la forma en que los estudiantes han de adquirir los conocimientos.

Ellos dirigen el proceso de aprendizaje, generan los espacios y definen las estrategias de aprendizaje que han de vivenciar los estudiantes, pero no de una manera fija, mostrando rígidamente lo que los estudiantes tienen que aprender. Por el contrario, los estudiantes necesitan espacio y herramientas para la construcción de conocimientos matemáticos por sí mismos. Con el fin de alcanzar este estado deseado, los profesores tienen que proporcionar a los alumnos un ambiente de aprendizaje en el que el proceso de construcción fluya de manera natural, avivando el deseo de aprender de los estudiantes, para ello es necesario que los profesores sean capaces de predecir dónde y cómo se pueden anticipar las comprensiones y habilidades de los estudiantes que están emergiendo.

2.2.2.6. Idoneidad mediacional

Se entiende la idoneidad mediacional como el grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

El uso apropiado de la tecnología es uno de los principios formulados por el NCTM (2000, p.24), indicándose, “La tecnología es esencial en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Este medio puede influenciar positivamente en lo que se enseña y, a su vez, incrementar el aprendizaje de los estudiantes”. Esta organización profesional sostiene que la tecnología es una herramienta esencial para el aprendizaje matemático en el siglo 21, y todas las escuelas deben asegurar que todos sus estudiantes tienen acceso a la tecnología. Los profesores efectivos maximizan el potencial de la tecnología para desarrollar la comprensión de los estudiantes, estimular su interés, e incrementar su proficiencia en matemáticas.

Cuando la tecnología se usa estratégicamente, puede proporcionar acceso a las matemáticas para todos los estudiantes. Se considera, así mismo, que las calculadoras y demás herramientas tecnológicas, como sistemas de cálculo algebraico, software de geometría dinámica, applets, hojas de cálculo y dispositivos de presentación interactiva, son componentes vitales de una educación matemática de alta calidad.

En la tabla 6 incluimos algunos componentes e indicadores de idoneidad en el uso de recursos tecnológicos, incluyendo artefactos manipulativos. También se debe considerar como factor determinante de la idoneidad mediacional las condiciones ambientales de la clase, la ratio profesor/alumnos y el tiempo asignado a la enseñanza y el aprendizaje.

Tabla 6.*Componentes e indicadores de idoneidad mediacional*

Componentes	Indicadores
Recursos materiales (Manipulativos, calculadoras, ordenadores)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido ▪ Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	<ul style="list-style-type: none"> ▪ El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida ▪ El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las sesiones a última hora) ▪ El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido
Tiempo (De enseñanza colectiva/tutorización; tiempo de aprendizaje)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ El tiempo (presencial y no presencial) es suficiente para la enseñanza pretendida ▪ Se dedica suficiente tiempo a los contenidos más importantes del tema ▪ Se dedica tiempo suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión

2.2.2.7. Idoneidad ecológica

La idoneidad ecológica se refiere al grado en que un plan o acción formativa para aprender matemáticas se corresponde con las necesidades del estudiante y se adecua significativamente al entorno en que se utiliza. Por entorno entendemos todo lo que está fuera del aula, condicionando la actividad que se desarrolla en la misma. Así, nos podemos

referir a todo lo que viene en general determinado por la sociedad, la escuela, la pedagogía, la didáctica de las matemáticas.

El proceso de estudio tiene lugar en un contexto educativo que fija unos fines y valores para la educación de los ciudadanos y profesionales que se deben respetar. Dichos fines y valores son interpretados y especificados dentro del proyecto educativo del centro o departamento que coordina la acción de los distintos profesores implicados.

El docente forma parte de una comunidad de estudio e indagación que aporta conocimientos útiles sobre prácticas matemáticas y didácticas idóneas que se deberán conocer y aplicar.

La educación matemática crítica, según (Skovsmose, 1994) “aporta ideas para lograr que la educación matemática permita a los ciudadanos ser parte activa de una sociedad democrática” (p.48).

También nos permite inferir que además del aprendizaje matemático individual de cada estudiante, es fundamental reflexionar sobre las consecuencias colectivas de este aprendizaje en la sociedad actual, por ejemplo:

- Reflexionar en relación a la matemática reducida a meros cálculos rutinarios, pues esta refuerza actitudes pasivas y complacientes.
- La enseñanza de la matemática en su sentido más amplio puede desarrollar el pensamiento crítico y alternativo.

Otros componentes e indicadores de idoneidad ecológica se incluyen en la tabla 7, en particular las conexiones del contenido matemático con otras áreas curriculares, y entre distintas áreas temáticas dentro de la propia matemática.

Tabla 7.

Componentes e indicadores de idoneidad ecológica

Componentes	Indicadores
Adaptación al currículo	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares
Apertura hacia la innovación didáctica	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva ▪ Integración de nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en el proyecto educativo
Adaptación socio-profesional y cultural	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los contenidos contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes
Educación en valores	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se contempla la formación en valores democráticos y el pensamiento crítico
Conexiones intra e interdisciplinares	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los contenidos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinares

2.2.2.8. Interacciones entre facetas

En los apartados anteriores hemos identificado algunos indicadores de idoneidad para las seis facetas que proponemos en el análisis de los procesos de enseñanza y aprendizaje matemático.

Dichas facetas no se deben considerar como factores independientes, ya que de hecho se producen interacciones entre las mismas. Así, por ejemplo, el uso de un recurso tecnológico puede determinar que se puedan abordar determinados tipos de problemas y las configuraciones de objetos y procesos correspondientes, lo cual conlleva nuevas formas de representación, argumentación, generalización, etc.

También se pueden ver afectadas las formas de interacción entre el profesor y los estudiantes, el interés y motivación, y en definitiva los aprendizajes. En la tabla 7 incluimos algunos indicadores de idoneidad relativos a interacciones entre facetas.

Tabla 8.

Componentes e indicadores de idoneidad de interacciones entre facetas

Componentes	Indicadores
Epistémica- ecológica	<ul style="list-style-type: none"> ▪ El currículo propone el estudio de problemas de ámbitos variados como la escuela, la vida cotidiana y el trabajo.
Epistémica- cognitiva- afectiva	<ul style="list-style-type: none"> ▪ El contenido del estudio (fenómenos explorados en las diferentes áreas de contenido, formulando y justificando conjeturas) tiene sentido para los estudiantes en los distintos niveles y grados.

- Los estudiantes tienen confianza en sus habilidades para enfrentar problemas difíciles y mantienen su perseverancia aun cuando la tarea sea compleja.
- Se estimula a los estudiantes a reflexionar sobre sus razonamientos durante los procesos de resolución de problemas de manera tal que son capaces de aplicar y adaptar las estrategias que han desarrollado en otros problemas y contextos.
- Las tareas que los profesores seleccionan para evaluar son representativas de los aprendizajes pretendidos.
- El uso de recursos tecnológicos induce cambios positivos en el contenido de enseñanza, en los modos de interacción, motivación y en el aprendizaje de los estudiantes.
- Las explicaciones dadas por los estudiantes incluyen argumentos matemáticos y racionales, no solamente descripciones de procedimientos.
- Se incluyen contenidos motivadores, con adaptaciones razonables y apropiadas, que promueven el acceso y el logro de todos los estudiantes.
- El profesor es comprensivo y dedicado a sus estudiantes.
- El profesor conoce y entiende profundamente las matemáticas que enseña y es capaz de usar ese conocimiento con flexibilidad en sus tareas de enseñanza.
- El profesor tiene amplias oportunidades y apoyo para incrementar y actualizar frecuentemente sus conocimientos didáctico-matemáticos

El principio de enseñanza del NCTM (2000) reclama atención a las conexiones entre aspectos cognitivos – afectivos e instruccionales: “Una enseñanza efectiva de las matemáticas requiere saber y comprender qué es lo que los estudiantes saben y necesitan aprender de las matemáticas; y luego motivarlos y apoyarlos para que las aprendan bien”.

En el caso de la EMR la adopción del principio de interacción implica que la enseñanza a toda la clase tiene un papel importante. Sin embargo, esto no quiere decir que toda la clase se lleva conjuntamente y que cada estudiante está siguiendo el mismo camino y está alcanzando el mismo nivel de desarrollo en el mismo momento. Por el contrario, dentro de la EMR, los niños son considerados como individuos, cada uno siguiendo una trayectoria de aprendizaje individual. Este punto de vista sobre el aprendizaje a menudo resulta en abogar por la división de las clases en pequeños grupos de estudiantes cada uno siguiendo sus propias trayectorias de aprendizaje. En EMR, sin embargo, existe una fuerte preferencia por mantener la clase como una unidad de organización y de adaptar la educación a los diferentes niveles de habilidad de los estudiantes. Esto se puede hacer por medio de proporcionar a los estudiantes problemas que pueden resolverse según diferentes niveles de comprensión.

El uso de modelos propuesto en la EMR relaciona aspectos mediacionales, epistémicos (representacionales, fenomenológicos), cognitivos e instruccionales. Se afirma que los modelos sirven como una herramienta clave para salvar esta distancia entre las matemáticas informales, relacionadas con el contexto y las matemáticas más formales. En primer lugar, los estudiantes desarrollan estrategias estrechamente relacionada con el contexto.

Finalmente, los modelos permitirán el acceso de los estudiantes al conocimiento matemático más formal. A fin de cumplir la función de puente entre los niveles formales e informales, los modelos han de pasar de un "modelo de" una situación particular, a un

"modelo para" todos los tipos de situaciones equivalentes (Van den Heuvel-Panhuizen y Wijers, 2005, p. 289).

El principio de realidad (EMR) pone en relación aspectos epistémicos y cognitivos. El objetivo general de la educación matemática es que los estudiantes deben ser capaces de utilizar sus conocimientos matemáticos y herramientas para resolver problemas. Este principio de realidad no sólo es reconocible al final del proceso de aprendizaje en el ámbito de la aplicación de las matemáticas, la realidad es concebida como una fuente para el aprendizaje de las matemáticas. Un contexto real se refiere tanto a situaciones problemáticas de la vida cotidiana como a situaciones problemáticas que son reales en la mente de los alumnos.

Al igual que las matemáticas surgieron de la matematización de la realidad, también el aprendizaje debería originarse al matematizar la realidad. En vez de comenzar con ciertas abstracciones o definiciones que deben aplicarse más tarde, se debe comenzar con contextos ricos, que requieren organización matemática o, en otras palabras, contextos que pueden ser matematizados (Freudenthal, 1968).

2.2.2.9. Idoneidad temporal y su relación con las restantes facetas

El tiempo dedicado a la enseñanza y el aprendizaje, y su gestión por parte del profesor y de los estudiantes, es un componente determinante de la idoneidad didáctica de un proceso de estudio. Este factor ha sido incluido como un recurso más en la faceta mediacional, junto con los recursos tecnológicos. Sin embargo, el tiempo interacciona

también con las diversas facetas. En la tabla 8 incluimos algunos indicadores de idoneidad temporal en relación a las facetas epistémica, cognitiva, instruccional y ecológica.

Tabla 9.

Componentes e indicadores de idoneidad temporal

Componentes	Indicadores
Temporal-epistémico	El contenido y sus diversos significados se distribuyen de manera racional a lo largo del tiempo asignado al estudio
Temporal-cognitivo	Los objetivos de aprendizaje tienen en cuenta las etapas de desarrollo evolutivo de los estudiantes
Temporal-instruccional	La gestión del tiempo instruccional tiene en cuenta los diversos momentos requeridos para el desarrollo de los distintos tipos de aprendizajes (exploración, formulación, comunicación, validación, institucionalización, ejercitación, evaluación)
Temporal-ecológico	El tiempo asignado al proceso de estudio en el diseño curricular es adecuado para lograr el aprendizaje del contenido programado.

El principio de currículo del NCTM (2000) relaciona la faceta epistémica (inclusión de matemáticas relevantes y colección de actividades), conexión y articulación entre los diferentes niveles: “Un currículum es más que una colección de actividades. Este debe ser coherente, estar focalizado en matemáticas relevantes y estar bien articulado a través de los diferentes niveles”.

También la EMR incluye un principio relacionado con los niveles de aprendizaje. Aprender matemáticas significa que los estudiantes pasan a través de distintos niveles de comprensión: desde la capacidad de inventar soluciones informales relacionadas con el

contexto, a la creación de distintos niveles de atajos y esquematizaciones, a la adquisición de conocimiento de los principios subyacentes y el discernimiento de relaciones más amplias.

La condición para llegar al siguiente nivel es la capacidad de reflexionar sobre las actividades realizadas. Esta reflexión puede ser provocada por la interacción.

2.2.2.10. Observaciones finales

Como hemos indicado, la noción de idoneidad didáctica, sus componentes e indicadores empíricos, ha sido introducida a partir de un modelo explícito sobre el conocimiento matemático sobre bases pragmatistas - antropológicas.

La introducción de la dualidad personal - institucional de los sistemas de prácticas y de las configuraciones de objetos y procesos permite aplicar sistemas de categorías similares para describir el conocimiento de los sujetos individuales y el conocimiento institucional, para el cual se postula un tipo de realidad objetiva, aunque culturalmente relativa. Otra noción clave del EOS es la de significado, entendido como contenido de las funciones semióticas, o relaciones entre objetos, configuraciones y sistemas de prácticas, la cual permite concebir el aprendizaje en términos de apropiación de significados.

Con la noción de idoneidad didáctica tratamos de desarrollar algunas consecuencias del marco epistemológico y cognitivo del EOS para el diseño, implementación y evaluación de intervenciones educativas, lo que requiere asumir nuevos presupuestos relativos a las interacciones entre los sujetos, el uso de recursos tecnológicos y las

relaciones ecológicas con el entorno. Las nociones de conflicto semiótico y la negociación de significados se adoptan como criterio principal de optimización de las interacciones.

En la práctica no todos los objetivos de aprendizaje matemático se pueden lograr mediante procesos de adaptación en situaciones adidácticas, hipótesis fundamental de la teoría de situaciones. Esto es así, no sólo porque la re-invencción de todos los conocimientos matemáticos por parte de los alumnos requeriría un tiempo didáctico ilimitado, o porque exigiría unas capacidades intelectuales excepcionales por parte de los alumnos, sino porque el componente discursivo, normativo y cultural de los conocimientos matemáticos requiere la implementación de momentos de institucionalización, en los que la enseñanza directa del profesor juega un papel esencial.

La articulación entre las situaciones adidácticas y didácticas, entre los conocimientos y saberes que pueden ser estudiados mediante una "enseñanza directa" y los que podrían ser abordados mediante una construcción adidáctica está lejos de ser obvia. Schneider ha planteado este problema de manera clara y directa: "¿Qué peso conceder al constructivismo?" (Schneider 2001, p. 53).

Nosotros consideramos que el EOS proporciona un marco en el que es posible estudiar la articulación de diversas teorías y analizar la interacción entre las funciones del profesor y los alumnos a propósito de un contenido matemático específico. Para ello, ha sido necesario desarrollar nuevas herramientas e incorporar otras nociones de marcos teóricos relacionados que permitan describir de una manera detallada las interacciones que ocurren en la clase de matemáticas. Las nociones de patrón de interacción, negociación de

significados, normas sociomatemáticas, aportadas por el interaccionismo simbólico (Cobb y Bauersfeld, 1995; Voigt, 1984; Godino y Llinares, 2000) son sin duda herramientas útiles para abordar esta problemática.

Por otro lado, nos parece necesario tener en cuenta nociones aportadas por teorías psicológicas del aprendizaje, como la zona de desarrollo próximo (Vygotsky, 1979) y los supuestos del aprendizaje verbal significativo basado en la recepción (Ausubel, 2000).

Todos estos modelos teóricos pueden parecer incompatibles entre sí, pero una aproximación al estudio de los problemas didácticos desde un paradigma de complejidad sistémica, como el que propone Morin (1994), es posible encontrar complementariedades por encima de las divergencias aparentes.

La teoría de la idoneidad didáctica trata de interrelacionar las distintas facetas que intervienen en el diseño, implementación y evaluación de procesos de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas. Las nociones de idoneidad epistémica y ecológica y el sistema de indicadores asociados constituyen el germen de una teoría curricular, mientras que los correspondientes a las facetas cognitiva – afectiva lo constituye para una teoría del aprendizaje. Las facetas interaccional y mediacional contienen, a su vez, el germen de una teoría de la enseñanza.

2.2.2.11. Estrategias de Enseñanza

La enseñanza por su propia naturaleza es un proceso activo, dinámico, vivencial, el cual requiere no solamente del dominio de la disciplina por parte del docente (conocimientos matemáticos básicos a ser trabajados con los y las estudiantes y aquellos

que fundamentan o explican conceptos más finos y rigurosos necesarios para la comprensión del mundo de las Matemáticas). También demanda del desarrollo de un conjunto de habilidades y destrezas necesarias para un buen desempeño de nuestra labor como profesores de matemáticas.

La matemática, en el proceso de formación del ser humano, busca desarrollar valores y actitudes en el niño o niña, de manera que obtenga los conceptos en forma clara y amplia y para ello se requiere el uso de estrategias que permitan desarrollar sus capacidades para percibir, comprender, asociar, analizar e interpretar los conocimientos adquiridos para afrontar su entorno.

Las estrategias didácticas, según Cammaroto y otros (2003):

Suponen un proceso enseñanza-aprendizaje, con o sin el docente, porque la instrucción se lleva a cabo con el uso de los medios instruccionales o las relaciones interpersonales, logrando que el alumno alcance ciertas competencias previamente definidas a partir de conductas iniciales. (p.45)

Para Díaz y Hernández (2002), las estrategias instruccionales son un conjunto de procedimientos que un alumno adquiere y emplea de forma intencional con el objetivo de aprender significativamente a solucionar problemas atendiendo a las demandas académicas. En todo caso la secuencia de técnicas debe obedecer a una lógica procedimental factible, en otras palabras, enmarcada en los recursos y competencias, y los estilos de procesamiento de conocimiento de los estudiantes.

El uso de estrategias en el ejercicio de la docencia, se debe desligar de la enseñanza tradicional, dando lugar a un proceso de enseñanza-aprendizaje que logre la formación de un alumno autónomo, crítico, capaz de comprender y mejorar su realidad.

Las estrategias de enseñanza las realiza el docente, con el objetivo consciente que el alumno aprenda, son acciones secuenciadas planificadas por el docente. Tienen alto grado de complejidad, incluyen medios de enseñanza para su puesta en práctica, y consideran las necesidades e intereses de los y las estudiantes. Las acciones que se planifiquen dependen de los objetivos que operacionalizan el objetivo general de la enseñanza, las características psicológicas de los alumnos(as) y del contenido a enseñar, entre otras. Son acciones externas, observables.

En la práctica cotidiana del aprendizaje de las Matemáticas se suele ejercitar intensivamente antes de las evaluaciones, luego de éstas, se lanza lo logrado a la cesta del olvido. No se usan más, ni siquiera como conocimientos previos. Este comportamiento es conocido como la curva del olvido, que ilustra la pérdida de retentiva con el tiempo. El primer estudio importante en este campo lo realizó el psicólogo alemán Hermann Ebbinghaus, quien estudió la memorización de sílabas sin sentido, como "wid" y "zof". Al hacerse pruebas a sí mismo a distintos intervalos, pudo describir la forma de la curva del olvido.

Según Mora (2003):

La curva del olvido se hace más pronunciada cuando no se han consolidado los conocimientos matemáticos o cuando no se vuelven a utilizar en la vida cotidiana. Las Matemáticas centradas en lo puramente algorítmico y mecánico dejan de ser interesantes y útiles al cabo de unas cuatro o cinco semanas. (p.1)

En tal sentido, Mora (2002) dice que. “La consolidación de los conocimientos matemáticos está unida a la calidad de los contenidos matemáticos trabajados en la escuela, las estrategias de enseñanza aplicadas y, sobre todo, la relación entre Matemática y realidad”. (p.87)

Por lo tanto, las estrategias didácticas están ligadas a la metodología de la enseñanza, pero, sin duda, consideran los espacios de acción y los modelos educativos más amplios, es decir, no están solamente referidas a las labores de planeamiento docente, sino que se vinculan con todo el quehacer educativo y sin duda, a modo de encaje sistémico, deben relacionarse de manera directa con las estrategias de aprendizaje de los estudiantes.

Aspectos a tener en cuenta al seleccionar estrategias didácticas, según Rosales (2004):

- Dada la complejidad de las formas de aprender del ser humano no existe una única estrategia didáctica para la multiplicidad de situaciones de aprendizaje. La elección de una estrategia dependerá del contexto en el cual se desarrolle la clase, de las competencias que se quieran desarrollar y del contenido que se quiera enseñar.
- No todos los alumnos ni todos los grupos son iguales. Por lo que siempre será un reto y una oportunidad para generar y aplicar estrategias cada vez más autónomas y motivadoras, cuando se haya logrado el conocimiento del grupo, la aceptación de propuestas de trabajo solidario, el respeto y el cuidado por los otros.

- Se deben tener en cuenta los recursos necesarios y los disponibles en el lugar de trabajo.
- El proyecto educativo institucional mediatiza las propuestas didácticas en la clase.
- Existe un descuido u olvido de los factores contextuales y de la historicidad en la aplicación de las estrategias. Ambos factores son determinantes en el éxito o fracaso de la aplicación de estas.
- Algunas estrategias didácticas para la enseñanza-aprendizaje de los y las estudiantes pueden ser:
 1. **El juego**, el cual forma parte de la vida cotidiana de una persona. En relación con los alumnos, es un componente fundamental de su vida diaria. Los juegos les permiten a los y las estudiantes descubrir nuevas facetas de su imaginación, pensar en diferentes alternativas para resolver un problema, desarrollar diferentes modos y estilos de pensamiento, y favorecen los cambios de su conducta.
 2. **La resolución de problemas** según Guzmán (1987), es actualmente el método más invocado para poner en práctica el principio general del aprendizaje activo, lo que en el fondo se persigue con ello es transmitir en lo posible de una manera sistemática los procesos de pensamiento eficaces en la resolución de verdaderos problemas matemáticos y no matemáticos.
 3. **Los mapas mentales** para Buzan (1997), representan una técnica gráfica valiosa para tomar y dar notas de conocimientos nuevos; permiten la memorización, organización y

representación de la información con el propósito de facilitar el proceso de aprendizaje, la administración y planeación organizacional, así como la toma de decisiones

2.2.2.12. Didáctica de la Matemática

La Didáctica como ciencia y arte de la enseñanza se fundamenta en la óptima organización de los procesos de enseñanza y aprendizaje relevantes para tal o cual materia.

“La Didáctica de la Matemática es un área de conocimientos sobre los fenómenos relacionados con la enseñanza, el aprendizaje y la comunicación de las matemáticas (fenómenos educativos en matemáticas) o medio social”. (Rojo, 2014; p.56)

Forma parte del campo más general de Educación Matemática y una de sus principales finalidades es identificar y resolver los problemas que surgen en esos tres ámbitos, para optimizar los procesos correspondientes en orden a conseguir una formación y un nivel de autonomía intelectual que favorezcan la adaptación al medio y su organización y que aseguren la transmisión de la cultura matemática y la creación de nuevos conocimientos.

Por otra parte, Hiebert y Carpenter (1992: 91), afirman - que una de las ideas más ampliamente aceptadas en la educación matemática es que los estudiantes deberían comprender las Matemáticas||. Por ello, es importante responder a las siguientes interrogantes. ¿Cómo enseñar de modo que los y las estudiantes comprendan?, ¿qué es lo que no comprenden exactamente?, ¿qué comprenden y cómo?

También es importante darles a los y las estudiantes las herramientas adecuadas para poder expresar sus dudas, por ello el docente debe crear puentes entre el lenguaje rutinario de los alumnos y el lenguaje matemático.

Afirma Lee (2010), los docentes deben “crear puentes entre ambos discursos para que los alumnos sean capaces de utilizar el lenguaje matemático para reflexionar, investigar y comunicar sus ideas”. (p. 47)

La didáctica estudia la comunicación de los conocimientos y tiende a teorizar su objeto de estudio, pero solo puede revelar ese reto bajo dos condiciones: 1) Poniendo en evidencia fenómenos específicos que los conceptos originales que propone parecen explicar. 2) Indicar los métodos de pruebas específicas que ella utiliza para hacerlo.

Sin esas dos condiciones le resultaría muy complicado a la didáctica de las Matemáticas poder conocer y explicar de manera científica su objeto de estudio y por tanto permitir acciones controladas sobre su enseñanza.

Quienes están vinculados con la didáctica de las Matemáticas consideran que los y las estudiantes deben adquirir diversas formas de conocimientos matemáticos en y para diferentes situaciones, tanto para su aplicación posterior como para fortalecer estrategias didácticas en el proceso de enseñanza- aprendizaje.

De Pablos (2006), dice que para que esto sea posible se exige, obviamente, profundizar sobre los correspondientes métodos de aprendizaje y, particularmente, sobre técnicas adecuadas para el desarrollo de la enseñanza, considerar la interdisciplinariedad de

las Matemáticas con otras ciencias experimentales (física, química y biología) para trabajar herramientas comunes como el cálculo o el método experimental, así como romper el enfoque abstracto de las Matemáticas al mostrar su utilidad práctica.

Otro aspecto a considerar, son los recursos disponibles en la actualidad, nos referimos al uso de nuevas tecnologías en el aula, con los cuales podemos motivar, visualizar, construir conocimiento, experimentar y resolver problemas prácticos.

2.2.2.13. Operaciones Básicas Matemáticas

La educación básica plantea la formación de un individuo proactivo y capacitado para iniciar su vida en sociedad, le da una plataforma sólida para seguir estudios universitarios, en teoría, pero en la práctica muchas veces nos encontramos con estudiantes que poseen deficiencias de conocimientos elementales, por ejemplo, en Matemática, que no les permite su aplicación en la vida cotidiana a través de la resolución de problemas, lo cual formará en el estudiante la base necesaria para la valoración de la misma, dentro de la cultura de su comunidad, de su región y de su país.

Parra (citado por Martínez, 1999):

El objetivo de la enseñanza de la matemática es estimular al razonamiento matemático, y es allí que se debe partir para empezar a rechazar la tradicional manera de planificar las clases en función del aprendizaje mecanicista. El docente comienza sus clases señalando una definición determinada del contenido a desarrollar, basándose luego en la explicación del algoritmo que el alumno debe

seguir para la resolución de un ejercicio, realizando planas de ejercicios comunes hasta que el alumno pueda llegar a asimilarlos, es por ello, que para alcanzar el reforzamiento del razonamiento y opacar la memorización o mecanización se debe combatir el esquema tradicional con que hasta ahora se rigen nuestras clases de matemática (p.25).

En las Matemáticas, la columna vertebral, en el nivel de educación primaria, son las Operaciones Básicas: la adición, sustracción, multiplicación y división. Entendemos las operaciones básicas del nivel secundario como el conjunto de procedimientos aritméticos que nos permitirán resolver problemas matemáticos, en los que estén involucradas cantidades numéricas y/o variables con una precisión determinada.

2.3. Definición de términos básicos

Cognición personal. La “cognición personal” es el resultado del pensamiento y la acción del sujeto individual ante una cierta clase de problemas, mientras la “cognición institucional” es el resultado del diálogo, el convenio y la regulación en el seno de un grupo de individuos que forman una comunidad de prácticas.

Concepto de problema. Lester (1980) define un problema como "una situación en la que se pide a un individuo realizar una tarea para la que no tiene un algoritmo fácilmente accesible que determine completamente el método de solución" (pag. 287). A su vez, Simón (1978) describe que "un ser humano se enfrenta con un problema cuando intenta una tarea pero no puede llevarla a cabo. Tiene algún criterio para determinar cuando la tarea ha sido completada satisfactoriamente" (pag. 198).

Conocimiento. Hablar de conocimiento equivale a hablar del contenido de una (o muchas) función semiótica, resultando una variedad de tipos de conocimientos en correspondencia

con la diversidad de funciones semióticas que se pueden establecer entre las diversas entidades introducidas en el modelo.

Didáctica de la matemática. La Didáctica de las Matemáticas estudia los procesos de enseñanza/ aprendizaje de los saberes matemáticos - en los aspectos teórico-conceptuales y de resolución de problemas - tratando de caracterizar los factores que condicionan dichos procesos. Se interesa por determinar el significado que los alumnos atribuyen a los términos y símbolos matemáticos, a los conceptos y proposiciones, así como la construcción de estos significados como consecuencia de la instrucción.

Objeto matemático. Inicialmente usamos la expresión 'objeto matemático' como sinónimo de 'concepto matemático'. Chevallard (1991) define un objeto matemático como "un emergente de un sistema de prácticas donde son manipulados objetos materiales que se desglosan en diferentes registros semióticos: registro de lo oral, palabras o expresiones pronunciadas; registro de lo gestual; dominio de la inscripción, lo que se escribe o dibuja (grafismos, formulismos, cálculos, etc.), es decir, registro de lo escrito" (pag. 8). Llama praxema a los "objetos materiales ligados a las prácticas" y usa esta noción para definir el objeto como un "emergente de un sistema de praxemas"

Practica matemática. Consideramos práctica matemática a toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas (Godino y Batanero, 1994, p. 334).

Situaciones-problema. Las situaciones-problemas son el origen o razón de ser de la actividad; el lenguaje representa las restantes entidades y sirve de instrumento para la acción; los argumentos justifican los procedimientos y proposiciones que relacionan los conceptos entre sí.

Teoría del significado. "Una teoría del significado es una teoría de la comprensión; esto es, aquello de que una teoría del significado tiene que dar cuenta es aquello de que alguien conoce cuando conoce el lenguaje, esto es, cuando conoce los significados de las expresiones y oraciones del lenguaje" (Dummett 1991; p. 372).

Capítulo III

Hipótesis y variables

3.1. Hipótesis

3.1.1. Hipótesis general

Las categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas se relacionan significativamente con los indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la experiencia curricular de pensamiento lógico en alumnos del I ciclo de estudios de la UCV - Lima Este, 2016

3.1.2. Hipótesis específicas

1. Existe relación significativa entre la idoneidad epistémica y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemático de la universidad César Vallejo Lima Este -2016.

2. Existe relación significativa entre la idoneidad mediacional de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemático de la universidad César Vallejo Lima Este -2016.
3. Existe relación significativa entre la idoneidad cognitiva y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemático de la Universidad César Vallejo Lima Este -2016.
4. Existe relación significativa entre la idoneidad emocional de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemático de la Universidad César Vallejo Lima Este -2016.
5. Existe relación significativa entre la idoneidad interaccional y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemático de la Universidad César Vallejo Lima Este -2016.
6. Existe relación significativa entre la idoneidad ecológica y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemático de la Universidad César Vallejo Lima Este -2016.

3.2. Variables

Variable I:

Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas

Variable II:

Indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje

3.3. Operacionalización de las variables

Operacionalización de la variable idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática:

VARIABLE	DIMENSIONES	DEFINICION CONCEPTUAL	INDICADORES	ITEMS
Idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática	Idoneidad epistémica:	Grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia.	<p>Situaciones-problemas</p> <p>Lenguaje</p> <p>Elementos regulativos (Definiciones, proposiciones, procedimientos)</p>	<p>Selección de una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación</p> <p>Propuesta de situaciones de generación de problemas (problematización)</p> <p>Uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), traducciones y conversiones entre los mismos.</p> <p>Propuesta de situaciones de expresión e interpretación</p> <p>Nivel del lenguaje adecuado a quienes se dirige</p> <p>Definiciones y procedimientos clara y correctamente enunciados, adaptados al nivel educativo al que se dirigen</p> <p>Presentación de los enunciados y procedimientos fundamentales del tema según el significado de referencia y el nivel educativo</p> <p>Propuesta de situaciones para la generación y negociación de las reglas</p>

			Argumentos	Adecuación de las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo a que se dirigen Se promueven momentos de validación
			Relaciones (conexiones, significados)	Relación y articulación significativa de los objetos matemáticos puestos en juego (situaciones, lenguaje, reglas, argumentos) y las distintas configuraciones en que se organizan
Idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática	Idoneidad cognitiva	Grado en que los significados implementados (pretendidos) están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/ implementados	Conocimientos previos (Componentes similares a la dimensión epistémica) Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio) Los significados pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo
		Grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y	Conocimientos previos (Componentes similares a la dimensión epistémica)	Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio) Los significados pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes
			Recursos materiales (Manipulativos, calculadoras, ordenadores)	Uso de materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al significado pretendido Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando

Idoneidad mediacional	temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.	Número de alumnos, horario y condiciones del aula	situaciones y modelos concretos y visualizaciones El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las sesiones a última hora) El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido
	Tiempo (De enseñanza colectiva /tutorización; tiempo de aprendizaje)	Adecuación de los significados pretendidos /implementados al tiempo disponible (presencial y no presencial) Inversión del tiempo en los contenidos más importantes o nucleares del tema Inversión del tiempo en los contenidos que presentan más dificultad de comprensión	

Idoneidad emocional	Grado de implicación, interés y motivación de los estudiantes	Intereses y necesidades	Selección de tareas de interés para los alumnos. Proposición de situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional
		Actitudes	Promoción de la implicación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc. Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.
		Emociones	Promoción de la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas
			Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas
Idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática	Grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver conflictos de significado y favorecen la autonomía en el aprendizaje	Interacción docente-discente	El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.)
			Se reconocen y resuelven los conflictos de significado de los alumnos (se interpretan correctamente los silencios de los alumnos, sus expresiones faciales, sus preguntas, se hace un juego de preguntas y respuestas adecuado, etc.)
			Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento
			Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos.
		Interacción entre discentes	Se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes
			Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión
			Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (exploración, formulación y validación)
Evaluación formativa	Observación sistemática del progreso cognitivo de los alumnos		

Idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática	Idoneidad ecológica	Grado de adaptación curricular, socio- profesional y conexiones intra e interdisciplinarias.	Adaptación al currículo	Los significados, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares
			Apertura hacia la innovación didáctica	Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva Integración de nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en el proyecto educativo
			Adaptación socio-profesional y cultural	Los significados contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes
			Conexiones intra e interdisciplinarias	Los significados se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinarios

Operacionalización de la variable ii: las categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES	ITEMS
Las categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas	Actitud del docente frente a la matemática	Amor por la ciencia	Los docentes debemos cultivar el amor por esta ciencia, y utilizar estrategias para hacerla divertida
			Si me muestro inseguro, puedo hacer que el estudiante se sienta también así y tendrá miedo a la matemática
			Cuando uno está de mal carácter y no la sabe enseñar, seguro que esto marcará al estudiante para toda la vida
	Utilidad de la matemática	La matemática como lenguaje universal	Desenvolverse en su vida personal y social, pues la matemática es un lenguaje universal
			Fomentar el razonamiento lógico para la solución de problemas en su vida diaria y escolar
			Incrementar las destrezas y dominio de las operaciones que son básicas en toda la matemática
	Capacidades , destrezas y habilidades matemáticas	Aumentar la capacidad de análisis que necesitan para otras áreas como biología, física...	
		Conocer y dominar las operaciones básicas como requisito para el grado inmediato superior y para el resto de su vida...	

Las categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas	Lectura y ejemplificación	Explico y ejemplifico en el pizarrón...
		Deben leer la teoría primero y luego yo explico
	Técnicas y estrategias	Usamos juegos para introducir el concepto
		Uso la técnica de pregunta-respuesta
		Intento ir de lo más sencillo a lo más complejo
	Actividades de ejercitación matemática	Utilizo medios y materiales para que hagan la inferencia conceptual
		Realizamos muchos ejercicios, los que yo les propongo y los que ellos quieren proponer
		Hacemos muchas actividades en grupos de resolución de problemas
	Resolución de problemas y ejercicios	Resolvemos muchos ejercicios prácticos pero con ejemplos de la vida diaria
		Repetimos ejercicios, les dejo una guía de problemas para desarrollar en casa
Procuro escuchar y aprender de ellos que saben más que yo.		
Apertura mental frente a la matemática	Selección y aplicación de estrategias y métodos	Doy mi opinión para ver como estoy con relación a mis colegas
		Comparo los métodos de enseñanza que uso con los de ellos.
		Yo soy especialista en el área doy a mis colegas orientaciones sobre algunas estrategias.

Las categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas	Preocupaciones con relación a la enseñanza de la matemática	La motivación hacia la matemática	Es evidente que existe gran desmotivación en los niños por esta materia, yo creo que tienen demasiadas cosas en que entretenerse...
		Estudio y ejercitación en casa	En este medio urbano es muy baja la preocupación, el apoyo, la colaboración, la atención y el interés de los padres...(varios) tenemos familias con muchos problemas y prácticamente abandonan a sus hijos... No hacen reforzamiento ni retroalimentación, en su hogar de lo aprendido en clase Aprenden sólo para el momento, no repasan.
		Metodología de enseñanza	Me siento inseguro de las estrategias y métodos que empleo. Quiero emplear estrategias que me permitan satisfacer sus expectativas. Que los métodos que use me permitan cumplir con los objetivos que persigue el programa.
		Medios y materiales educativos	En la institución no contamos con recursos estructurados para la enseñanza de la matemática Cuando se les piden materiales y recursos no los traen a clase.
		Asistencia	Las constantes inasistencias a clase, generan retraso en el aprendizaje de la matemática.
		Apoyo y perseverancia	Es necesario llevar la continuidad en el desarrollo de los contenidos y cuando no asisten esto es imposible de lograr. Es necesario prestar atención individualizada a los alumnos y con tantos niños es imposible A veces algunos se van con dudas porque no puedo atenderlos individualmente.
		El estudio solo para examen	Estudian sólo para el examen y no aplican lo aprendido. Cuando llegan a la 3° etapa, la mayoría sale aplazado porque no han aplicado lo que han aprendido. Algunos problemas de desnutrición les generan dificultades para aprender. Las lagunas que traen, les dificulta entrar en contenidos más complejos.

Las categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas	Percepciones en relación a la enseñanza de la matemática	El docente y la enseñanza de la matemática	<p>Creo que es necesario desarrollar paralelamente a la enseñanza de la matemática, muchas aptitudes del campo de las artes plásticas y la música, pues esto contribuye a reducir las dificultades de aprendizaje en esta área.</p> <p>Los docentes debemos instruirnos en las formas adecuadas de evaluar esta asignatura; no es nada fácil...</p> <p>La consideración del juego en la enseñanza de la matemática es fundamental; es responder a los intereses de los estudiantes</p>
		Predisposición para actualizarse	Aunque no he sido muy bueno en matemática, tengo buena disposición para aprender y actualizarme
		Apoyo institucional	Es poco el apoyo institucional que se recibe. hace más de dos años que no hacemos un taller en el área de matemática

Capítulo IV

Marco metodológico

4.1 Enfoque de la investigación

El enfoque de la investigación fue cuantitativo. Hernández, et al (2010: 234) señala que el enfoque cuantitativo consiste en un conjunto de procesos, ósea es secuencial y probatorio. Cada etapa precede a la siguiente y no podemos “brincar o eludir” pasos, el orden es riguroso, aunque, desde luego, podemos redefinir alguna fase. Parte de una idea, que va acotándose y, una vez delimitada, se derivan objetivos y preguntas de investigación, se revisa la literatura y se construye un marco o una perspectiva teórica. De las preguntas se establecen hipótesis y determinan variables; se desarrolla un plan para probarlas (diseño); se miden las variables en un determinado contexto; se analizan las mediciones obtenidas (con frecuencia utilizando métodos estadísticos), y se establece una serie de conclusiones respecto de la(s) hipótesis.

Se tomó el enfoque cuantitativo porque se pretende obtener la recolección de datos para conocer o medir el fenómeno en estudio y encontrar soluciones para la misma; la cual se lleva a cabo al utilizar procedimientos estandarizados y aceptados por una comunidad científica.

Para que una investigación sea creíble y aceptada por otros investigadores, debe demostrarse que se siguieron tales procedimientos. Como en este enfoque se pretende *medir*, los fenómenos estudiados deben poder observarse o *referirse* en el “mundo real”. Hernández, et al (2010: 185).

4.2. Tipo de investigación

La presente investigación tuvo la finalidad estudiar la relación existente entre las Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas y los Indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la experiencia curricular de pensamiento lógico del I ciclo de estudios de la UCV - Lima Este, lo cual nos lleva a plantear la investigación como un proyecto Factible.

Según la Universidad César Vallejo, Filial Lima Este (2016), dado que el proyecto factible, consiste en la investigación, elaboración y/o desarrollo de una propuesta de un modelo operativo viable para solucionar problemas, requerimientos o necesidades de organizaciones o grupos sociales, puede referirse a la formulación de políticas, programas, tecnologías, métodos o procesos. El proyecto debe tener apoyo en una investigación de tipo documental, de campo o un diseño que incluya ambas modalidades (p.16).

Desarrollamos el estudio siguiendo una investigación de campo que según Cázares, Christen, Jaramillo, Villaseñor y Zamudio (2000):

Es aquella en que el mismo objeto de estudio sirve como fuente de información para el investigador. Consiste en la observación, directa y en vivo, de cosas, comportamiento de personas, circunstancia en que ocurren ciertos hechos; por ese motivo la naturaleza de las fuentes determina la manera de obtener los datos (p.18).

Nuestra investigación fue de carácter descriptivo, según Hurtado (2000:77), “es la que —tiene como objetivo la descripción precisa del evento de estudio. Este tipo de investigación se asocia con el diagnóstico”. Por su parte Arias (1999:46), “expresa que la investigación descriptiva —consiste en la caracterización de un hecho, fenómeno o grupo con el fin de establecer su estructura o comportamiento”.

Tabla 10.

Fases de la Investigación.

Fases	Tareas	Período
Diagnóstico	Diseño y aplicación de un cuestionario a profesores de Matemática. Entrevista al Profesor de Lógico Matemática de la UCV Observación en el aula de clases.	Junio-Jul. 2016
Diseño	Diseño de estrategias didácticas. Elección de herramientas informáticas. Diseño de cuestionarios	Jul-Ag. 2016
Aplicación	Validación de los cuestionarios. Aplicación de los mismos	Ago-Set. 2016
Evaluación	Aplicación de cuestionarios y observaciones. Elaboración del informe final.	Set-Oct. 2016

4.3. Diseño de la investigación

Diseño no experimental, transversal correlacional

Dadas las características del presente estudio, por el tipo de diseño, se enmarco dentro de los estudios no experimentales de corte transversal.

Teniendo en cuenta que “el diseño de la investigación no experimental implica la no manipulación deliberada de variables y en los que solo se observan los fenómenos en su ambiente natural para después analizarlos. (Sampieri, 2014, p. 149).

Y que los estudios con los diseños transeccionales son investigaciones que recopilan datos en un momento único (Samperio, 2014, p. 151).

La presente investigación fue de tipo descriptiva correlacional.

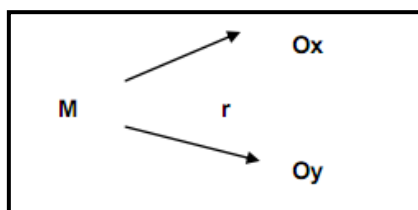
El método de la investigación es el descriptivo, y se centra en el paradigma cuantitativo, porque se va a estimar la probable correlación entre variables cuantificables.

Descriptiva porque describe las diferentes situaciones del pensamiento crítico (características, factores que intervienen y relaciones asociadas a éste).

Correlacional porque establece la relación existente entre las categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas y los indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Teniendo en cuenta que este tipo de investigación tiene como propósito medir el grado de relación que existe entre dos o más conceptos o variables (en un contexto particular), se ha decidido por la estrategia de investigación:

El diagrama representativo que hemos adaptado es el siguiente:



Dónde:

M : Muestra de la investigación

Ox : Observación Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas

Oy : Observación Indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje

R : Relación entre las dos variables

4.4. Población y muestra

Población

Para Hernández, Fernández y Batista (2006:210), la población se define como el conjunto de todos los casos que concuerdan con una serie de especificaciones.

Por su parte, Tamayo y Tamayo (2001:176), afirma que es la totalidad del fenómeno a estudiar, grupo de entidades, personas o elementos cuya situación se está investigando.

Para los fines de esta investigación, la población estará conformada por los docentes que imparten la asignatura de Lógico Matemática en La UCV, Filial Lima – Este.

Tabla 11.

Población

Universidad César Vallejo (Lima Este)	N	n
Docentes de la E.C. Pensamiento Lógico (I Ciclo Académico)	40	40
Total	40	40

Muestra:

El tipo de muestreo aplicado fue el no probabilístico, de tipo intencional. En razón a que la población es pequeña y resultaba asequible al investigador se decidió por la aplicación de la **técnica del Censo**.

Tabla 12.

Muestra

Universidad César Vallejo (Lima Este)	N	n
Docentes de la E.C. Pensamiento Lógico (I Ciclo Académico)	40	40
Total	40	40

4.5. Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Se refiere al uso de una gran diversidad de técnicas y herramientas que pueden ser utilizadas para desarrollar la investigación. Según Hurtado (2000), las técnicas y los instrumentos harán posible que el investigador obtenga la información que necesita para llevar a feliz término su estudio.

Las técnicas pueden ser recopilación y análisis bibliográfico, así como también la observación, encuesta, cuestionario, lista de cotejo, entre otros. Por su parte los instrumentos, que son los medios materiales que se usan para recoger y almacenar la información, pueden estar ya elaborados o estandarizados como es el caso de los test y algunas escalas. No obstante, si se trata de aspectos poco estudiados el investigador puede construir sus propios instrumentos que pueden ser cuestionarios, escalas o guías de entrevistas, por ejemplo.

A continuación, describimos los instrumentos y técnicas que hemos utilizado para la recolección de datos para nuestra investigación y, además, los mostramos en forma resumida en la Tabla 13.

Tabla 13.*Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos*

Técnicas e instrumentos de recolección de datos					
Fases	Sistema de registro	Procedimiento	Contexto espacial	Ámbito de análisis	A QUIÉN VA DIRIGIDO
Recojo de información	Cuestionario	Descriptivo	Sala de Auditorio	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Dificultades e inconvenientes en la enseñanza-aprendizaje de la Matemática. ▪ Estrategias de enseñanza- aprendizaje. ▪ Recursos utilizados. ▪ Actitud del docente hacia la enseñanza-aprendizaje de la Matemática. 	Docentes de Lógico Matemática UCV
	Observación	Descriptivo	Aula	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Actividad pedagógica del docente. 	Docente
	Documentos Escritos	Descriptivo	Cuadernos. Planificaciones. Evaluaciones Escritas.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Debilidades y fortalezas de los alumnos. ▪ Programación de actividades. ▪ Trabajo práctico. 	Docente

4.5.1. Cuestionario

Es uno de los instrumentos más utilizados para recolectar los datos. El cuestionario es entendido por Tamayo y Tamayo (2001:310) como –un instrumento formado por una serie de preguntas que se contestan por escrito a fin de obtener la información necesaria para la realización de una investigación.

Un cuestionario se clasifica dependiendo del tipo de preguntas que posee, éstas pueden ser cerradas o abiertas, siendo cerradas aquellas donde las alternativas de respuestas han sido delimitadas; es decir, se muestran a los sujetos las posibilidades de respuestas y ellos deben someterse a ellas. Estas preguntas pueden ser dicotómicas (dos respuestas) o incluir varias alternativas de respuestas. Los cuestionarios de preguntas abiertas son aquellos en que no se delimitan las respuestas, el respondiente es libre de dar una opinión sobre el tópico especificado de acuerdo con la investigación.

En este trabajo de investigación se diseñarán dos cuestionarios, dirigido a los docentes y expertos, a través de una escala de estimación, con el fin de evaluar las Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas y los Indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la experiencia curricular de pensamiento lógico del I ciclo de estudios de la UCV - Lima Este.

4.5.2. Documentos escritos

Son registros que contienen las características del grupo en estudio y proporcionan un marco, para los datos de base, de procesos y axiológicos (Goetz y Le Compte, 1988).

El estudio y análisis de contenido de estos vestigios físicos es la menos intrusiva para obtener datos. Entre los documentos escritos encontramos guías curriculares, apuntes de clase, actas de reuniones, expedientes de los alumnos, documentos gubernamentales y otros archivos.

La obtención y análisis de los documentos escritos o artefactos en la investigación cualitativa comprende cuatro actividades: localización, Organización, Revisión y sistematización.

4.6. Tratamiento estadístico

Para el análisis de los datos se utilizó tanto la estadística descriptiva como la estadística inferencial. Las operaciones estadísticas utilizadas han sido las siguientes, tomando en cuenta el tipo de investigación realizada, el tipo de variable y finalmente la distribución de los datos:

Estadística descriptiva

Lo cual nos permitió describir los datos, valores o puntuaciones obtenidas por cada variable.

- Distribución de frecuencias.
- Gráficos.
- Media.
- Desviación estándar.

Estadística inferencial

Para generalizar los resultados de la muestra a la población.

- Prueba de normalidad (Kolmogorov Smirnov / Shapiro Wilks)
- Coeficiente de correlación de Spearman

4.7. Procedimiento

Para el procesamiento de los datos utilizaremos el programa estadístico STATSTM V. II, y el SPSS, Versión 21, los cuales nos permitirán demostrar el grado de relación existente entre las variables objeto de estudio: las categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas y los indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Para la tabulación y elaboración del informe de tesis, utilizaremos el programa EXCEL, el cual nos permitirá elaborar los gráficos y tablas, en los cuales se observará la demostración de la prueba de hipótesis (Nivel inferencial).

Capítulo V

Resultados

5.1. Validez y confiabilidad del instrumento

5.1.1 Validez

La validez para Morles (2000:43) - es el grado con el cual un instrumento sirve al propósito para el cual está destinado. Para esta investigación se utilizó una validez de contenido, que según Chávez (2004:168) - es la correspondencia del instrumento con su contenido teórico. Se basa en la necesidad de discernimiento y juicio independiente de expertos.

La validación de los cuestionarios se ha logrado a través del juicio de expertos. Contamos con la opinión de tres expertos, pertenecientes al Departamento de Física y Matemática, de la Universidad de los Andes –Núcleo Universitario Rafael Rangel, a quienes se les hizo entrega de una copia con el título, objetivo general y específicos de la investigación, una copia del instrumento y un formato de validación.

Los expertos revisaron los instrumentos en cuanto a pertinencia, redacción, correspondencia con los objetivos y emitieron constancias de conformidad.

5.1.2 Confiabilidad

Carrasco (2006) define la confiabilidad como la cualidad y propiedad de un instrumento de medición, que le permite obtener los mismo resultados, al aplicarse una o más veces a la misma persona o grupo de personas en diferentes periodos de tiempo (p. 339).

De lo expuesto podemos definir la confiabilidad como el proceso de establecer cuan fiable, consistente, coherente o estable es el instrumento que se ha elaborado.

5.1.3. Confiabilidad por el método de consistencia interna

Carrasco (2006: 343) manifiesta que la consistencia interna de un instrumento de medición refiere al grado de relación y conexión de contenido y método que tienen cada uno de los ítems que forman parte del cuestionario.

En este caso, para el cálculo de la confiabilidad por el método de consistencia interna, se partió de la premisa de que si el cuestionario tiene preguntas con varias alternativas de respuesta, como en este caso; se utiliza el coeficiente de confiabilidad de alfa de Cronbach.

Para lo cual se siguieron los siguientes pasos

Para determinar el grado de confiabilidad del cuestionario sobre *Confiabilidad de Indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje* por el método de consistencia interna. Primero se determinó una muestra piloto de 40 personas. Posteriormente se aplicó el instrumento, para determinar el grado de confiabilidad.

- a. Luego, se estimó el coeficiente de confiabilidad para el cuestionario categorías de análisis surgidas para evaluar las estrategias didácticas de los profesores de matemática

y el test de los indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje del docente de la experiencia curricular de lógico matemática, POR EL MÉTODO DE CONSISTENCIA INTERNA, el cual consiste en hallar la varianza de cada pregunta, en este caso se halló las varianza de las preguntas, según el instrumento.

- b. Posteriormente se suman los valores obtenidos, se halla la varianza total y se establece el nivel de confiabilidad existente. Para lo cual se utilizó el coeficiente de alfa de Cronbach (α).
- c. Así tenemos:

$$\alpha = \frac{K}{K - 1} \left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right]$$

Dónde:

K = Número de preguntas

S_i^2 = Varianza de cada pregunta

S_t^2 = Varianza total

- d. De la observación de los valores obtenidos tenemos.

Tabla 14.

Confiabilidad de Indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje

Alfa de Cronbach	N de elementos
.796	43

Tabla 15.

Confiabilidad de las Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas

Alfa de Cronbach	N de elementos
.862	18

Dadas las evidencias y los resultados obtenidos en el cálculo de la confiabilidad de los instrumentos podemos considerar que estos reúnen la confiabilidad del caso. El α de Cronbach calculado para el primer instrumento referido a la Confiabilidad de Indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje es igual a 0,796 siendo está muy buena. En el caso del segundo instrumento la confiabilidad de las Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas es igual a 0,862 resulta también muy buena.

5.2. Presentación y análisis de los resultados

5.2.1. Análisis Descriptivo

Tabla 16.

Nivel de conocimiento

	Frecuencia	Porcentaje
Bajo	7	17.5%
Medio	26	65.0%
Alto	7	17.5%
Total	40	100.0%

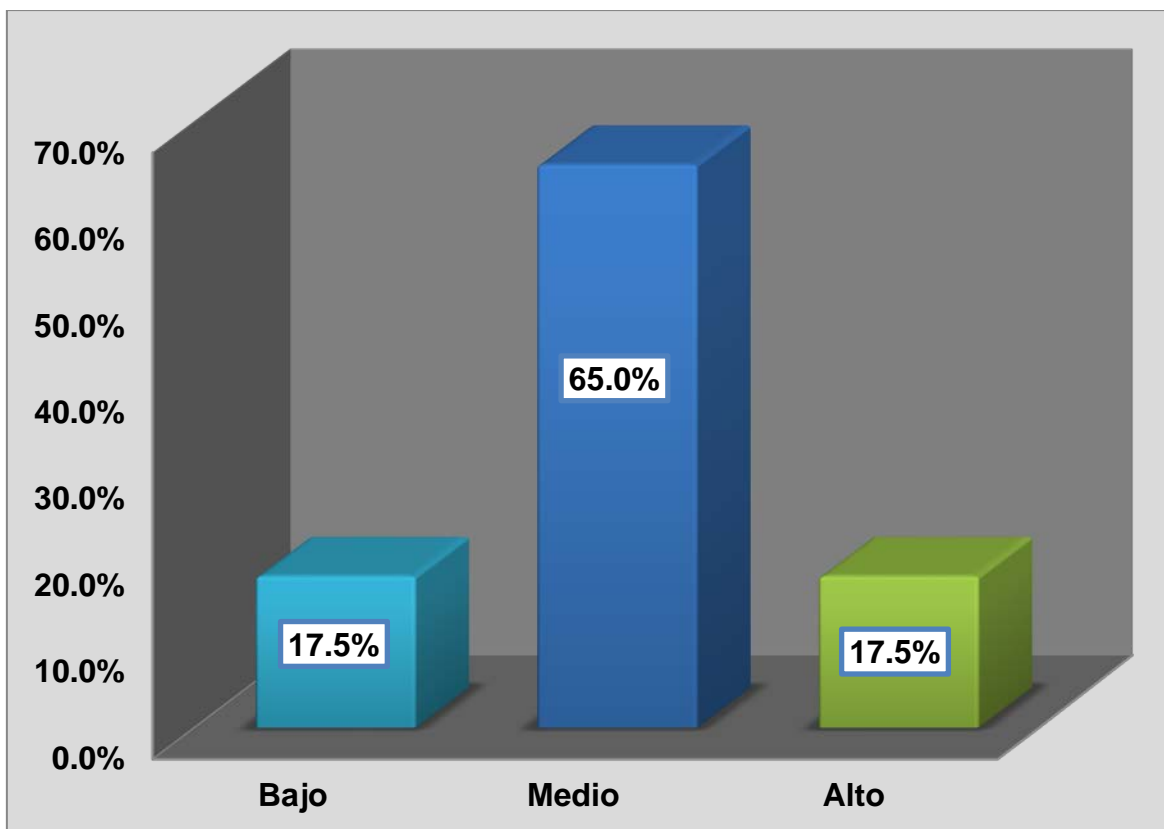
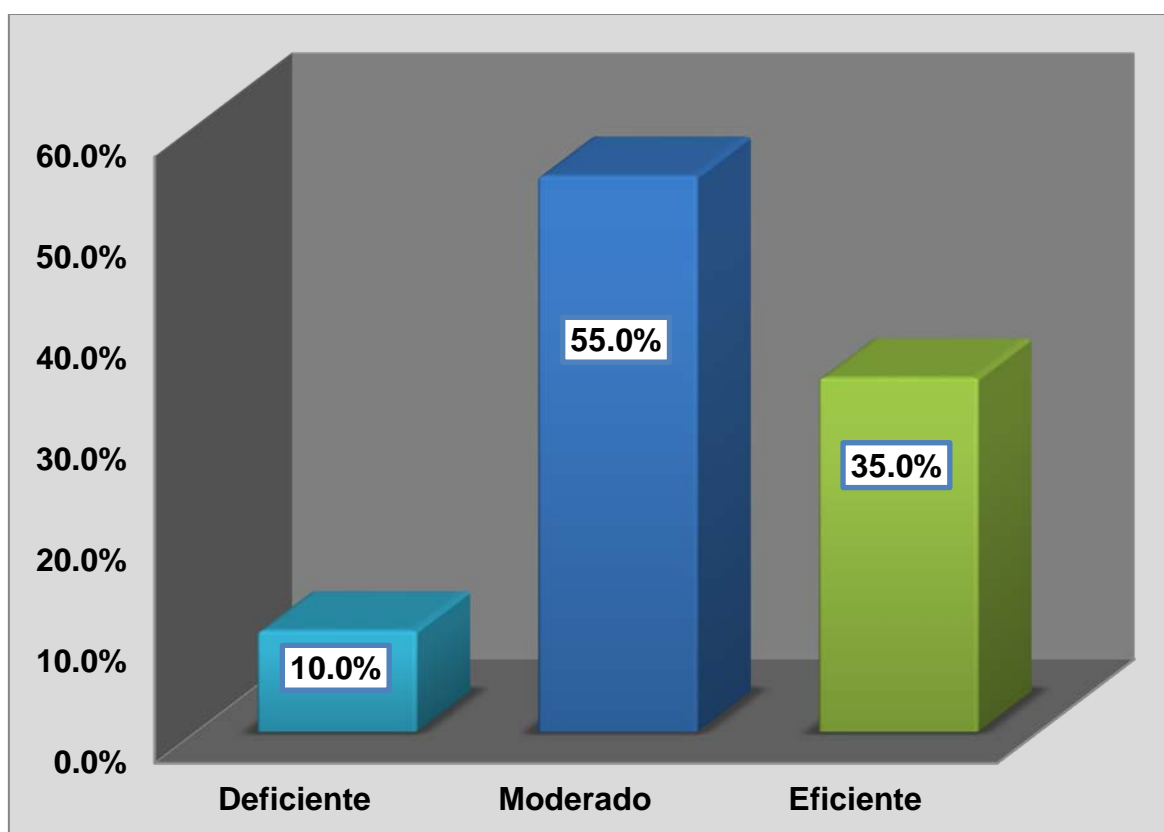


Figura 7. Nivel de conocimiento

Del 100% de los encuestados, encontramos que el 65% presenta un conocimiento de la matemática de nivel medio: solo el 17.5% alcanza un nivel de conocimiento alto de la matemática. Finalmente, el 17.5% presenta un nivel bajo. De estos datos podemos inferir que el nivel de conocimiento de los docentes en la experiencia curricular de Lógico Matemática es regular con tendencia a alto

Tabla 17.*Idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática*

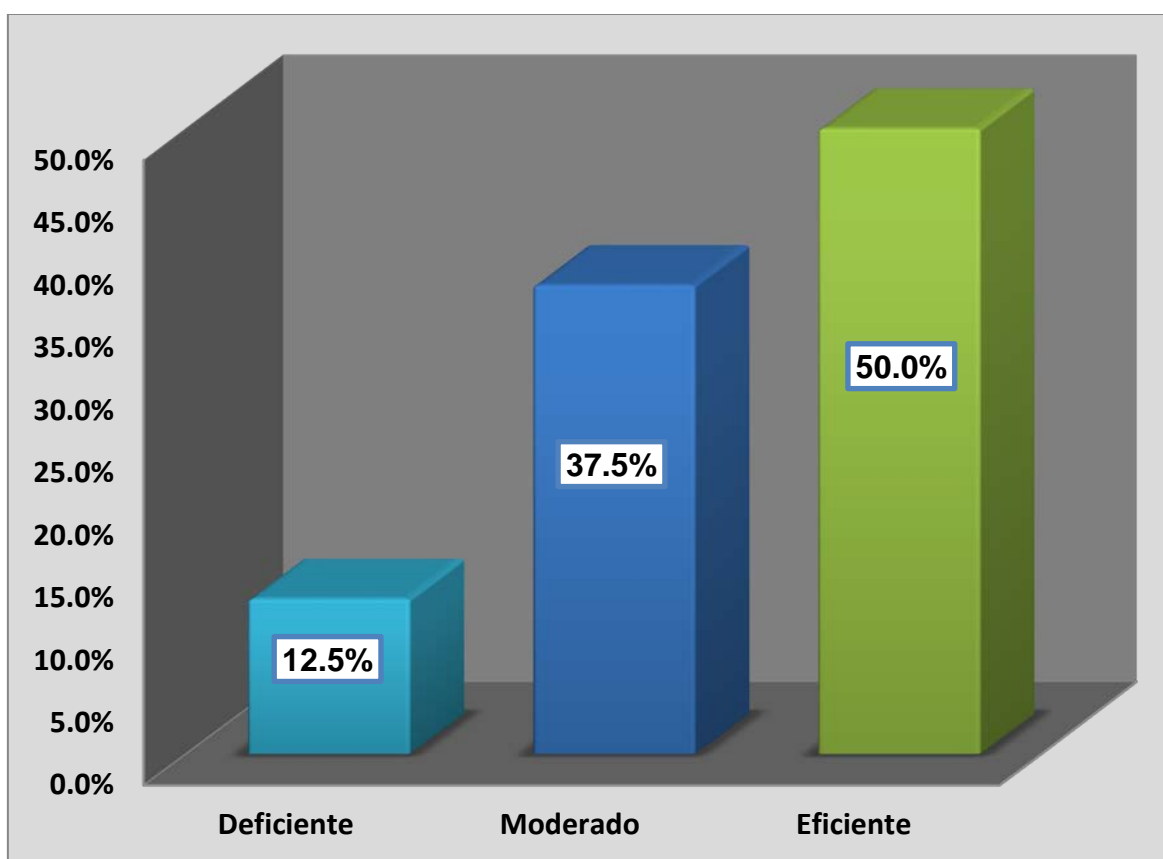
	Frecuencia	Porcentaje
Deficiente	4	10.0%
Moderado	22	55.0%
Eficiente	14	35.0%
Total	40	100.00%

**Figura 8.** Idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática

Del 100% de los encuestados, el 55% manifiesta que la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje es moderado, mientras que el 35% manifiesta que es eficiente y el 10% indica que es deficiente la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática

Tabla 18.*Idoneidad Emocional*

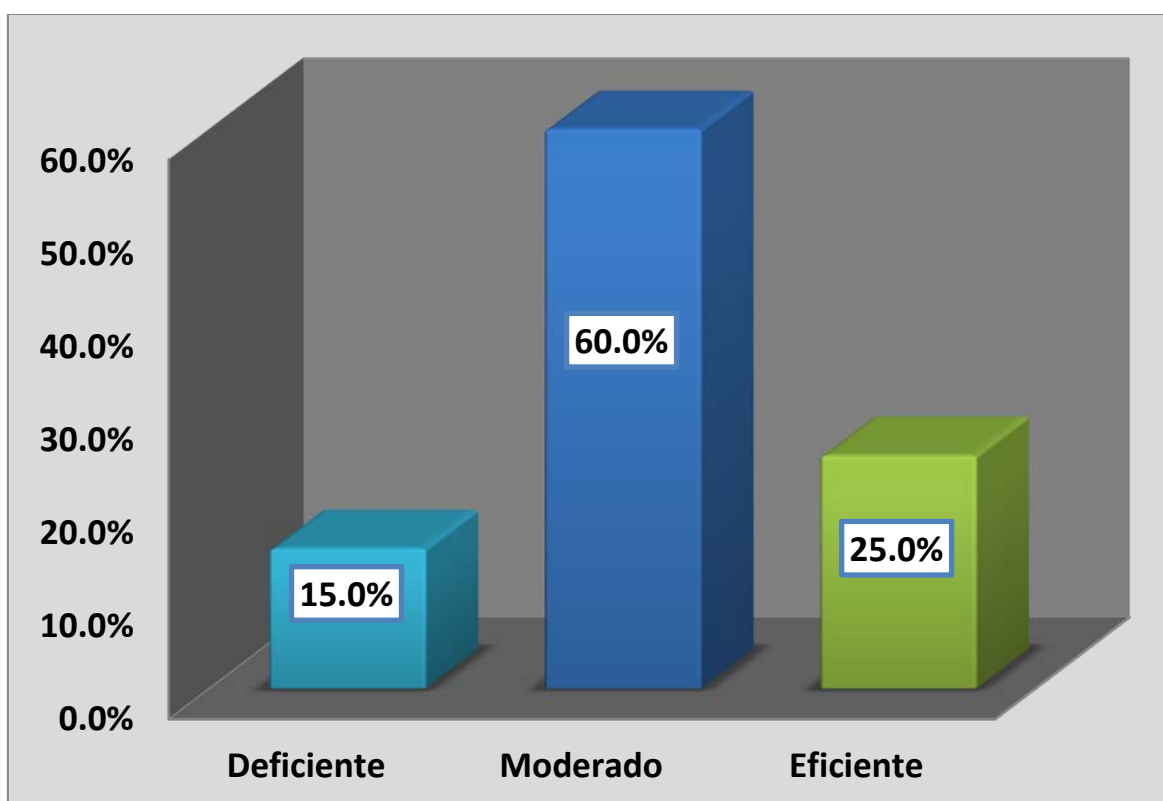
	Frecuencia	Porcentaje
Deficiente	5	12.5%
Moderado	15	37.5%
Eficiente	20	50.0%
Total	40	100.0%

**Figura 9.** Idoneidad emocional

Del 100% de los encuestados, el 50% manifiesta que la idoneidad emocional es eficiente, mientras que el 37.5% indica que es moderado, y para el 12.5% es deficiente.

Tabla 19.*Idoneidad Mediacional*

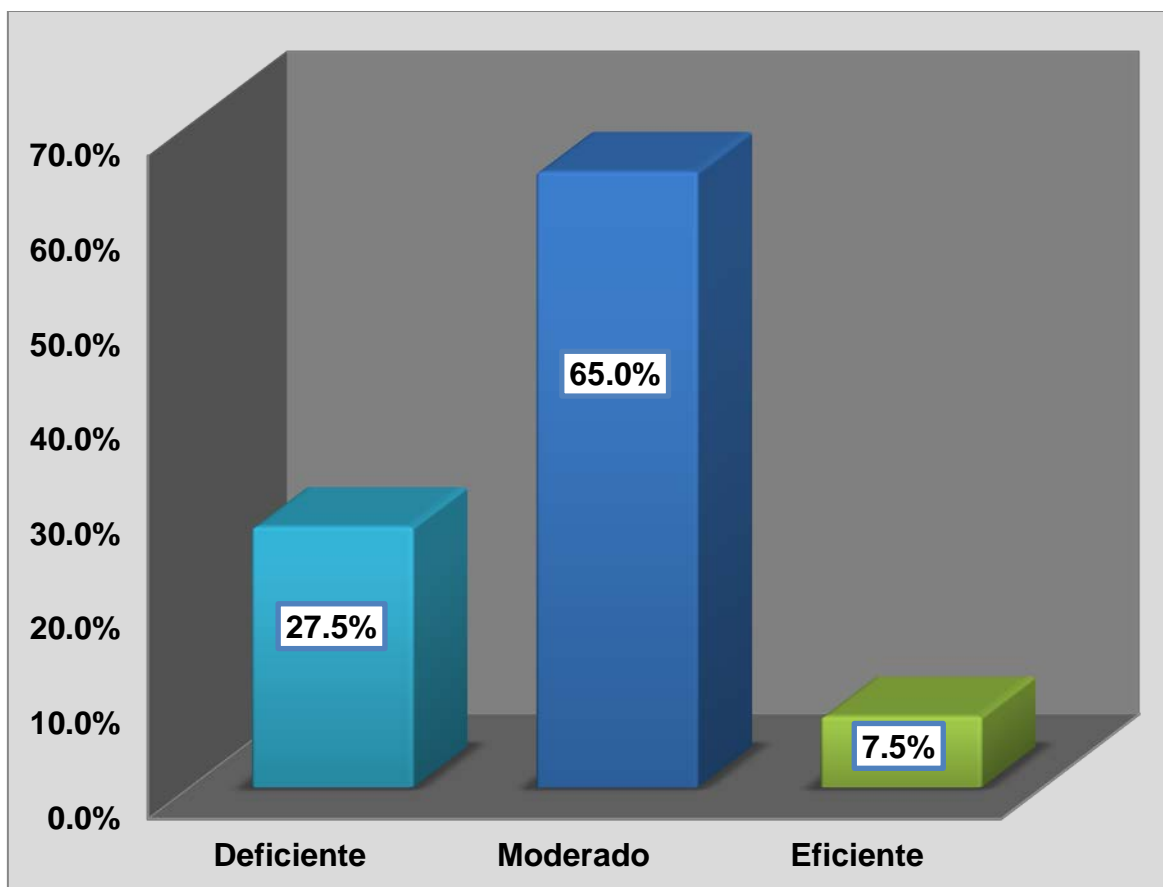
	Frecuencia	Porcentaje
Deficiente	6	15.00%
Moderado	24	60.00%
Eficiente	10	25.00%
Total	40	100.00%

**Figura 10.** Idoneidad mediacional**Interpretación**

Del 100% de los encuestados, encontramos que el 60% manifiesta que grado de idoneidad mediacional es moderado, mientras que el 25% indica que es eficiente y el 15% considera que la idoneidad mediacional es deficiente. De los datos obtenidos podemos inferir que la idoneidad mediacional es de nivel moderado con tendencia a eficiente

Tabla 20.*Idoneidad Cognitiva*

	Frecuencia	Porcentaje
Deficiente	11	27.5%
Moderado	26	65.0%
Eficiente	3	7.5%
Total	40	100.0%

**Figura 11.** Idoneidad cognitiva

Del 100% de los encuestados, el 65% manifiesta que la idoneidad cognitiva es moderada, mientras que el 27.5% indica que es deficiente, y para el 7.5% es eficiente.

Tabla 21.

Idoneidad Epistémica

	Frecuencia	Porcentaje
Deficiente	6	15.0%
Moderado	19	47.5%
Eficiente	15	37.5%
Total	40	100.0%

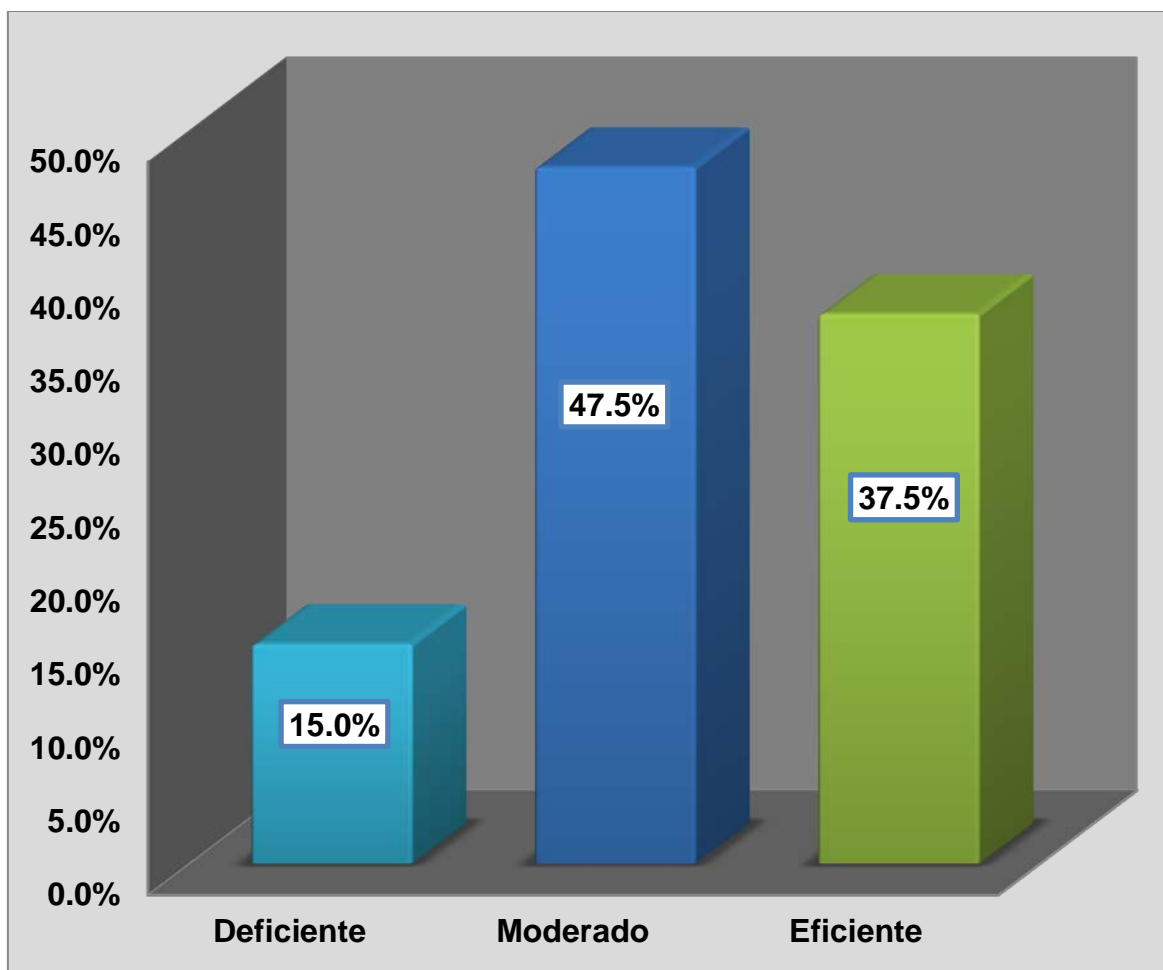
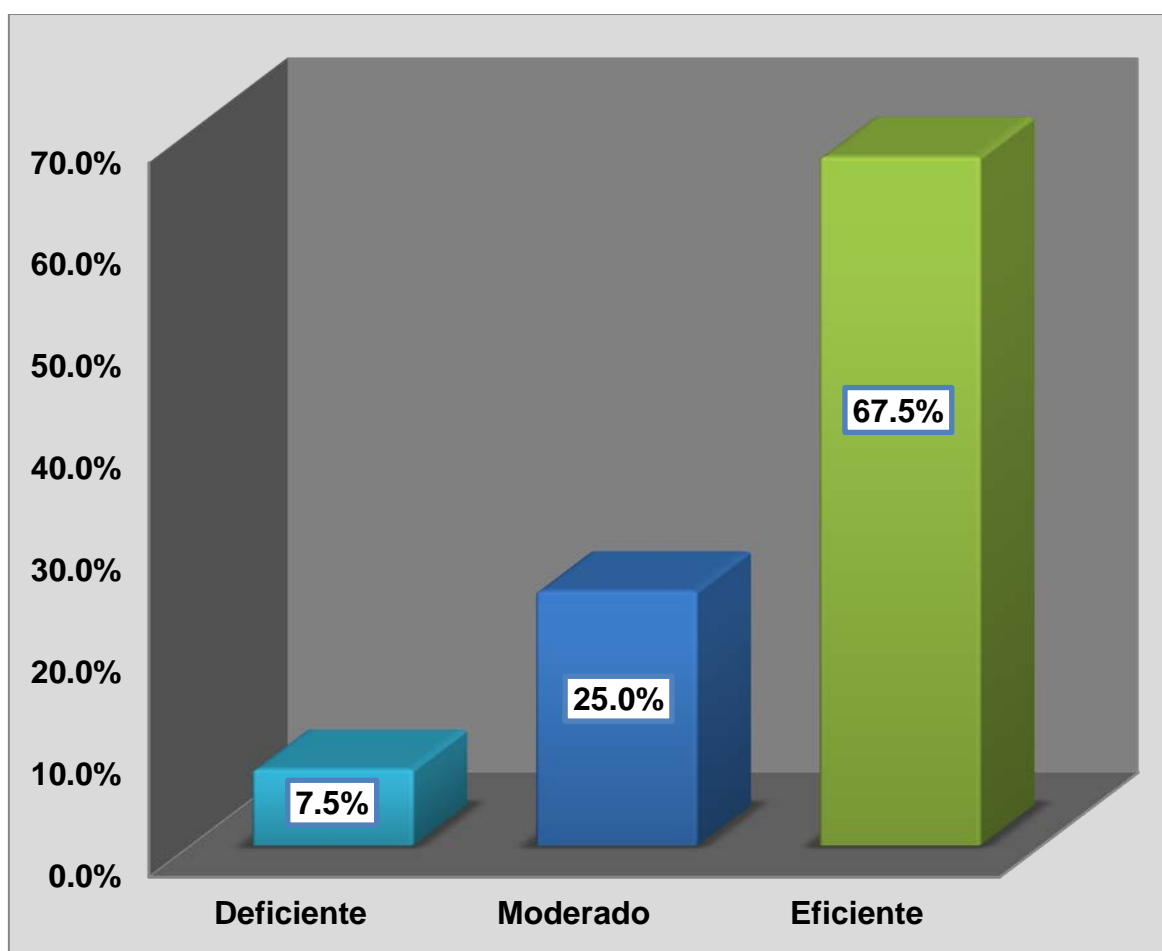


Figura 12. Idoneidad epistémica

Del 100% de los encuestados, el 47.5% manifiesta que la idoneidad epistémica es moderado, mientras que el 37.5% indica que es eficiente, y para el 15% es deficiente la idoneidad epistémica.

Tabla 22.*Idoneidad Interaccional*

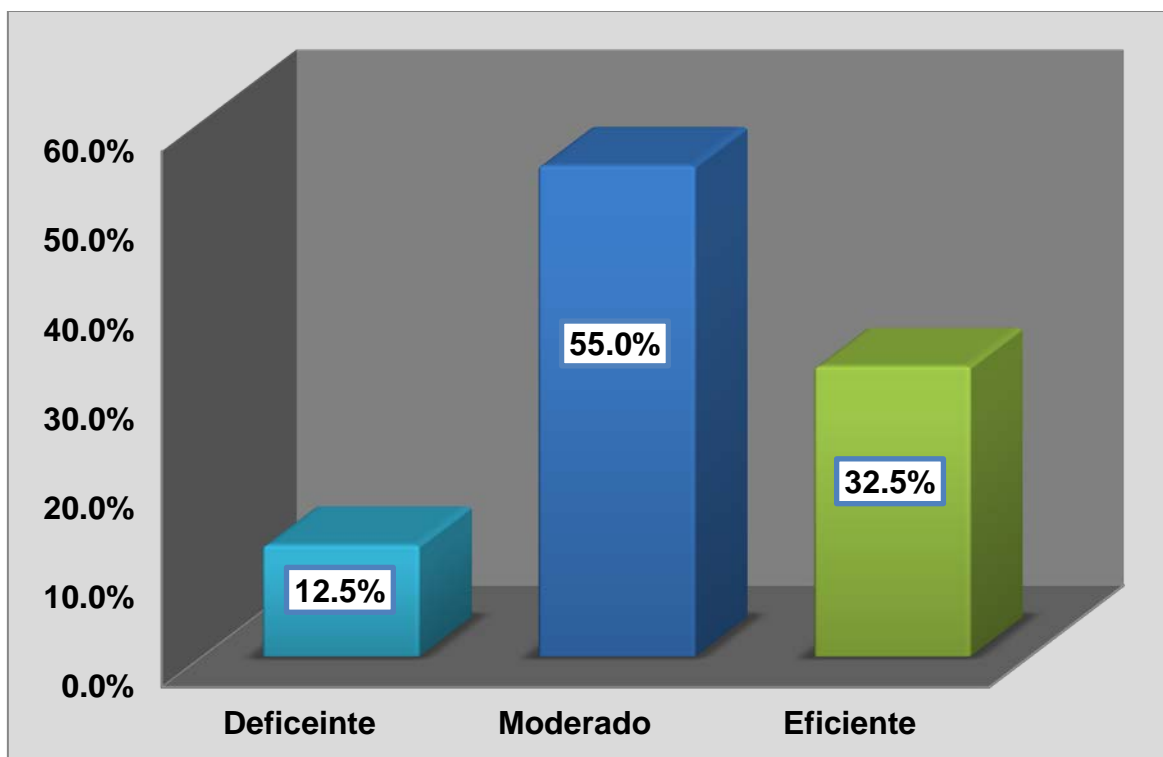
	Frecuencia	Porcentaje
Deficiente	3	7.5%
Moderado	10	25.0%
Eficiente	27	67.5%
Total	40	100.0%

**Figura 13.** Idoneidad interaccional

Del 100% de los encuestados, el 67.5% manifiesta que la idoneidad interaccional es eficiente, mientras que el 25% indica que es moderado, y para el 7.5% es deficiente la idoneidad interaccional.

Tabla 23.*Idoneidad Ecológica*

	Frecuencia	Porcentaje
Deficiente	5	12.5%
Moderado	22	55.0%
Eficiente	13	32.5%
Total	40	100.0%

**Figura 14.** Idoneidad ecológica

Del 100% de los encuestados, el 55% manifiesta que la idoneidad ecológica es moderada, mientras que el 32.5% indica que es eficiente, y para el 12.5% es deficiente la idoneidad ecológica.

Tabla 24.

*Idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje *Conocimiento de la matemática*

		Conocimiento			Total	
		Bajo	Medio	Alto		
Idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje	Deficiente	Recuento	4	0	0	4
		% del total	10,0%	0,0%	0,0%	10,0%
	Moderado	Recuento	3	15	4	22
		% del total	7,5%	37,5%	10,0%	55,0%
	Eficiente	Recuento	0	11	3	14
		% del total	0,0%	27,5%	7,5%	35,0%
Total		Recuento	7	26	7	40
		% del total	17,5%	65,0%	17,5%	100,0%

Interpretación

Del 100% de los encuestados, el 65,0% tiene nivel de conocimiento medio de la matemática, el 17,5.0% tiene nivel de conocimiento alto y 17.5% tiene nivel de conocimiento bajo de la matemática, con respecto a la Idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje, para el 55.0% es moderado, el 35.0% es eficiente y 10,0% es deficiente, así mismo para el 37,5% tiene nivel medio de conocimiento de la matemática e Idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje moderado.

Tabla 25.*Idoneidad Emocional*Conocimiento de la matemática*

			Conocimiento			Total
			Bajo	Medio	Alto	
Idoneidad Emocional	Deficiente	Recuento	3	0	0	3
		% del total	7,5%	0,0%	0,0%	7,5%
	Moderado	Recuento	0	15	0	15
		% del total	0,0%	37,5%	0,0%	37,5%
	Eficiente	Recuento	3	12	7	22
		% del total	7,5%	30,0%	17,5%	55,0%
Total		Recuento	6	27	7	40
		% del total	15,0%	67,5%	17,5%	100,0%

Del 100% de los encuestados, el 67,5% tiene nivel de conocimiento medio de la matemática, el 17,5% tiene nivel de conocimiento alto y 15,0% tiene nivel de conocimiento bajo de la matemática, con respecto a la Idoneidad emocional, para el 55,0% es eficiente, el 37,5% es moderado y 7,5% es deficiente, así mismo para el 37,5% tiene nivel medio de conocimiento de la matemática e Idoneidad emocional moderado.

Tabla 26.*Idoneidad Cognitiva*Conocimiento*

			Conocimiento			Total	
			Bajo	Medio	Alto		
Idoneidad Cognitiva	Deficiente	Recuento	3	7	0	10	
		% del total	7,5%	17,5%	0,0%	25,0%	
	Moderado	Recuento	3	21	5	29	
		% del total	7,5%	52,5%	12,5%	72,5%	
	Eficiente	Recuento	0	0	1	1	
		% del total	0,0%	0,0%	2,5%	2,5%	
	Total		Recuento	6	28	6	40
			% del total	15,0%	70,0%	15,0%	100,0%

Interpretación

Del 100% de los encuestados, el 70,0% tiene nivel de conocimiento medio de la matemática, el 15,0% tiene nivel de conocimiento alto y 15,0% tiene nivel de conocimiento bajo de la matemática, con respecto a la Idoneidad cognitiva, para el 72,5% es moderado, el 25,0% es deficiente y 2,5% es eficiente, así mismo para el 52,5% tiene nivel medio de conocimiento de la matemática e Idoneidad cognitiva moderado.

Tabla 27.*Idoneidad Mediacional* Conocimiento*

		Conocimiento			Total	
		Bajo	Medio	Alto		
Idoneidad Mediacional	Deficiente	Recuento	3	0	0	3
		% del total	7,5%	0,0%	0,0%	7,5%
	Moderado	Recuento	0	24	0	24
		% del total	0,0%	60,0%	0,0%	60,0%
	Eficiente	Recuento	3	3	7	13
		% del total	7,5%	7,5%	17,5%	32,5%
Total		Recuento	6	27	7	40
		% del total	15,0%	67,5%	17,5%	100,0%

Interpretación

Del 100% de los encuestados, el 67,5% tiene nivel de conocimiento medio de la matemática, el 17,5% tiene nivel de conocimiento alto y 15,0% tiene nivel de conocimiento bajo de la matemática, con respecto a la Idoneidad mediacional, para el 67,5% es moderado, el 17,5% es eficiente y 15,0% es deficiente, así mismo para el 60,0% tiene nivel medio de conocimiento de la matemática e Idoneidad mediacional moderado.

Tabla 28.*Idoneidad Epistémica*Conocimiento*

			Conocimiento			Total
			Bajo	Medio	Alto	
Idoneidad Epistémica	Deficiente	Recuento	3	0	0	3
		% del total	7,5%	0,0%	0,0%	7,5%
	Moderado	Recuento	0	19	0	19
		% del total	0,0%	47,5%	0,0%	47,5%
	Eficiente	Recuento	3	8	7	18
		% del total	7,5%	20,0%	17,5%	45,0%
Total	Recuento	6	27	7	40	
	% del total	15,0%	67,5%	17,5%	100,0%	

Interpretación

Del 100% de los encuestados, el 67,5% tiene nivel de conocimiento medio de la matemática, el 17,5% tiene nivel de conocimiento alto y 15,0% tiene nivel de conocimiento bajo de la matemática, con respecto a la Idoneidad epistémica, para el 47,5% es moderado, el 45,0% es eficiente y 7,5% es deficiente, así mismo para el 47,5% tiene nivel medio de conocimiento de la matemática e Idoneidad epistémica moderado.

Tabla 29.*Idoneidad Interaccional* Conocimiento*

			Conocimiento			Total
			Bajo	Medio	Alto	
Idoneidad Interaccional	Deficiente	Recuento	3	0	0	3
		% del total	7,5%	0,0%	0,0%	7,5%
	Moderado	Recuento	0	9	0	9
		% del total	0,0%	22,5%	0,0%	22,5%
	Eficiente	Recuento	3	18	7	28
		% del total	7,5%	45,0%	17,5%	70,0%
Total		Recuento	6	27	7	40
		% del total	15,0%	67,5%	17,5%	100,0%

Interpretación

Del 100% de los encuestados, el 67,5% tiene nivel de conocimiento medio de la matemática, el 17,5% tiene nivel de conocimiento alto y 15,0% tiene nivel de conocimiento bajo de la matemática, con respecto a la Idoneidad epistémica, para el 22,5% es moderado, el 70,0 es eficiente y 7,5% es deficiente, así mismo para el 45,0% tiene nivel medio de conocimiento de la matemática e Idoneidad interaccional eficiente.

Tabla 30.*Idoneidad Ecológica* Conocimiento*

			Conocimiento			Total
			Bajo	Medio	Alto	
Idoneidad Ecológica	Deficiente	Recuento	3	0	0	3
		% del total	7,5%	0,0%	0,0%	7,5%
	Moderado	Recuento	0	22	0	22
		% del total	0,0%	55,0%	0,0%	55,0%
	Eficiente	Recuento	3	6	6	15
		% del total	7,5%	15,0%	15,0%	37,5%
Total		Recuento	6	28	6	40
		% del total	15,0%	70,0%	15,0%	100,0%

Interpretación

Del 100% de los encuestados, el 70% tiene nivel de conocimiento medio de la matemática, el 15% tiene nivel de conocimiento alto y 15% tiene nivel de conocimiento bajo de la matemática, con respecto a la Idoneidad ecológica, para el 55% es moderado, el 37,5% es eficiente y 7,5% es deficiente, así mismo para el 55% tiene nivel medio de conocimiento de la matemática e Idoneidad ecológica moderado.

5.2.2. Prueba de normalidad

H0: Los datos provienen de una distribución normal

H1: Los datos no provienen de una distribución normal

Nivel de significancia: 0.05

Estadístico de Prueba:

$\text{sig} \leq 0.05$, rechazar la H0

$\text{Sig} > 0.05$, aceptar H0

Tabla 31.

Pruebas de normalidad

	Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.
Idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje	,707	29	,000
Emocional	,726	29	,000
Conocimiento	,737	29	,000
Cognitiva	,655	29	,000
Mediacional	,742	29	,000
Epistémica	,754	29	,000
Interaccional	,638	29	,000
Ecológica	,755	29	,000

a. Corrección de significación de Lilliefors

Se observa que el $\text{sig} = 0,000 < 0.05$, entonces rechazamos la H0, se acepta que los datos no provienen de una distribución normal, por lo tanto para probar la hipótesis se usará el rho de Spearman

Análisis Inferencial

Hipótesis general

H₀: Las categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas no se relacionan significativamente con los indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la experiencia curricular de pensamiento lógico en alumnos del I ciclo de estudios de la UCV - Lima Este, 2016

H_G: Las categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas se relacionan significativamente con los indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la experiencia curricular de pensamiento lógico en alumnos del I ciclo de estudios de la UCV - Lima Este, 2016

Nivel de significancia

$\alpha = 0,05 = 5\%$ de margen máximo de error.

Regla de decisión

$\text{Sig} \geq \alpha \rightarrow$ se acepta la hipótesis nula H_0

$\text{Sig} < \alpha \rightarrow$ se acepta la hipótesis alterna H_G

Tabla 32.

Rho de Spearman nivel de Conocimiento y la Idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje

			Nivel de Conocim iento	Idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje
Rho de Spearman	Nivel de Conocimiento	Coefficiente de correlación Sig. (bilateral) N	1,000 . 40	,418* ,024 40
	Idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje	Coefficiente de correlación Sig. (bilateral) N	,418* ,024 40	1,000 . 40

*. La correlación es significativa en el nivel 0,05 (bilateral).

Interpretación

Como se puede observar el coeficiente de correlación de Rho de Spearman, tomando como criterio de aceptación correlaciones con significancia al $\text{sig} < 0.05$, nos indica que existe relación positiva y significativa entre Idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje y nivel de conocimiento de los docentes de lógico matemática ($r=0.418$, $p=0,024$). De esta manera se acepta la hipótesis principal de la investigación, y se rechaza la hipótesis nula., es decir se acepta que si existe relación entre ambas variables

Prueba de hipótesis específica 1

Ho: No existe relación significativa entre la idoneidad epistémica y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la universidad César Vallejo Lima Este -2016

HE1: Existe relación significativa entre la idoneidad epistémica y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la universidad César Vallejo Lima Este -2016

Nivel de significancia:

$\alpha = 0,05 = 5\%$ de margen máximo de error.

Regla de decisión:

$\text{Sig} \geq \alpha \rightarrow$ se acepta la hipótesis nula H_0

$\text{Sig} < \alpha \rightarrow$ se acepta la hipótesis alterna H_{E1}

Tabla 33.

Rho de Spearman nivel de Conocimiento y la Idoneidad Epistémica

			Nivel de Conocimiento	Idoneidad Epistémica
Rho de Spearman	Nivel de conocimiento	Coefficiente de correlación	1,000	,427*
		Sig. (bilateral)	.	,021
		N	40	40
	Idoneidad Epistémica	Coefficiente de correlación	,427*	1,000
		Sig. (bilateral)	,021	.
		N	40	40

*. La correlación es significativa en el nivel 0,05 (bilateral).

Interpretación

Como se puede observar el coeficiente de correlación de Rho de Spearman, tomando como criterio de aceptación correlaciones con significancia al $p < 0.05$, nos indica que existe relación positiva y significativa entre la idoneidad epistémica y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática ($r= 0.427$, $p=0,021$). De esta manera se acepta la hipótesis específica de la investigación, y se rechaza la hipótesis nula, es decir se acepta que si existe relación significativa entre ambas variables.

Prueba de hipótesis específica 2:

H0: No existe relación significativa entre la idoneidad mediacional de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la universidad César Vallejo Lima Este -2016.

HE2: Existe relación significativa entre la idoneidad mediacional de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la universidad César Vallejo Lima Este -2016.

Nivel de significancia:

$\alpha = 0,05 = 5\%$ de margen máximo de error.

Regla de decisión:

$\text{Sig} \geq \alpha \rightarrow$ se acepta la hipótesis nula H_0

$\text{Sig} < \alpha \rightarrow$ se acepta la hipótesis alterna H_{E2}

Tabla 34.*Rho de Spearman nivel de Conocimiento y la Idoneidad Mediacional*

			Nivel de conocimiento	Idoneidad Mediacional
Rho de Spearman	Nivel de conocimiento	Coeficiente de correlación	1,000	,501*
		Sig. (bilateral)	.	,006
		N	40	40
	Idoneidad Mediacional	Coeficiente de correlación	,501*	1,000
		Sig. (bilateral)	,006	.
		N	40	40

*. La correlación es significativa en el nivel 0,05 (bilateral).

Interpretación

Como se puede observar el coeficiente de correlación de Rho de Spearman, tomando como criterio de aceptación correlaciones con significancia $\text{sig} < 0.05$, nos indica que existe relación positiva y significativa entre la idoneidad mediacional de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática ($r = 0.501$, $p = 0,006$). De esta manera se acepta la hipótesis específica de la investigación, y se rechaza la hipótesis nula, es decir se acepta que si existe relación significativa entre ambas variables

Prueba de hipótesis específica 3

H0: No existe relación significativa entre la idoneidad cognitiva y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemático de la universidad César Vallejo Lima Este -2016.

HE3: Existe relación significativa entre la idoneidad cognitiva y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la universidad César Vallejo Lima Este -2016.

Nivel de significancia

$\alpha = 0,05 = 5\%$ de margen máximo de error.

Regla de decisión:

$\text{Sig} \geq \alpha \rightarrow$ se acepta la hipótesis nula H_0

$\text{Sig} < \alpha \rightarrow$ se acepta la hipótesis alterna H_{E3}

Tabla 35.

Rho de Spearman nivel de Conocimiento y la Idoneidad Cognitiva

			Nivel de Conocimiento	Idoneidad Cognitiva
Rho de Spearman	Nivel de conocimiento	Coeficiente de correlación	1,000	,401*
		Sig. (bilateral)	.	,031
		N	40	40
	Idoneidad Cognitiva	Coeficiente de correlación	,401*	1,000
		Sig. (bilateral)	,031	.
		N	40	40

*. La correlación es significativa en el nivel 0,05 (bilateral).

Interpretación

Como se puede observar el coeficiente de correlación de Rho de Spearman, tomando como criterio de aceptación correlaciones con significancia $\text{sig} < 0.05$, nos indica que existe relación positiva y significativa entre la idoneidad cognitiva y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática ($r= 0.401$, $p=0,031$). De esta manera se acepta la hipótesis específica de la investigación, y se rechaza la hipótesis nula, es decir se acepta que si existe relación significativa entre ambas variables.

Prueba de hipótesis específica 4

H0: No existe relación significativa entre la idoneidad emocional de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la universidad César Vallejo Lima Este -2016.

HE4: Existe relación significativa entre la idoneidad emocional de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la Universidad César Vallejo Lima Este -2016.

Nivel de significancia

$\alpha = 0,05 = 5\%$ de margen máximo de error.

Regla de decisión

$\text{Sig} \geq \alpha \rightarrow$ se acepta la hipótesis nula H_0

$\text{Sig} < \alpha \rightarrow$ se acepta la hipótesis alterna H_{E4}

Tabla 36.*Rho de Spearman nivel de Conocimiento y la Idoneidad Emocional*

			Nivel de Conocimiento	Idoneidad Emocional
Rho de Spearman	Nivel de conocimiento	Coefficiente de correlación	1,000	,393*
		Sig. (bilateral)	.	,035
		N	40	40
	Idoneidad Emocional	Coefficiente de correlación	,393*	1,000
		Sig. (bilateral)	,035	.
		N	40	40

*. La correlación es significativa en el nivel 0,05 (bilateral).

Interpretación

Como se puede observar el coeficiente de correlación de Rho de Spearman, tomando como criterio de aceptación correlaciones con significancia $\text{sig} < 0.05$, nos indica que existe relación positiva y significativa entre la idoneidad emocional de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de Lógico Matemática ($r= 0.393$, $p=0,035$). De esta manera se acepta la hipótesis específica de la investigación, y se rechaza la hipótesis nula, es decir se acepta que si existe relación significativa entre ambas variables.

Prueba de hipótesis específica 5

Ho: No existe relación significativa entre la idoneidad interaccional y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la universidad César Vallejo Lima Este -2016.

HE5: Existe relación significativa entre la idoneidad interaccional y el nivel de conocimiento de la patética por parte del docente de lógico matemático de la universidad César Vallejo Lima Este -2016.

Nivel de significancia

$\alpha = 0,05 = 5\%$ de margen máximo de error.

Regla de decisión:

$\text{Sig} \geq \alpha \rightarrow$ se acepta la hipótesis nula H_0

$\text{Sig} < \alpha \rightarrow$ se acepta la hipótesis alterna H_{E5}

Tabla 37

Rho de Spearman nivel de Conocimiento y la Idoneidad Interaccional

			Nivel de conocimiento	Idoneidad Interaccional
Rho de	Nivel de	Coefficiente de correlación	1,000	,370*
Spearman	conocimiento	Sig. (bilateral)	.	,048
		N	40	40
	Idoneidad	Coefficiente de correlación	,370*	1,000
	Interaccional	Sig. (bilateral)	,048	.
		N	40	40

*. La correlación es significativa en el nivel 0,05 (bilateral).

Interpretación

Como se puede observar el coeficiente de correlación de Rho de Spearman, tomando como criterio de aceptación correlaciones con significancia $\text{sig} < 0.05$, nos indica que existe relación positiva y significativa entre la idoneidad interaccional y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática ($r= 0.370$, $p=0,048$). De esta manera se acepta la hipótesis específica de la investigación, y se rechaza la hipótesis nula, es decir se acepta que si existe relación significativa entre ambas variables.

Prueba de hipótesis específica 6

H0: No existe relación significativa entre la idoneidad ecológica y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemático de la universidad César Vallejo Lima Este -2016.

HE6: Existe relación significativa entre la idoneidad ecológica y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la universidad César Vallejo Lima Este -2016.

Nivel de significancia

$\alpha = 0,05 = 5\%$ de margen máximo de error.

Regla de decisión:

$\text{Sig} \geq \alpha \rightarrow$ se acepta la hipótesis nula H_0

$\text{Sig} < \alpha \rightarrow$ se acepta la hipótesis alterna H_{E6}

Tabla 38.*Rho de Spearman nivel de Conocimiento y la Idoneidad ecológica*

			Nivel de conocimiento	Idoneidad Ecológica
Rho de Spearman	Nivel de conocimiento	Coefficiente de correlación	1,000	,459*
		Sig. (bilateral)	.	,012
		N	40	40
	Idoneidad Ecológica	Coefficiente de correlación	,459*	1,000
		Sig. (bilateral)	,012	.
		N	40	40

***. La correlación es significativa en el nivel 0,05 (bilateral).**

Como se puede observar el coeficiente de correlación de Rho de Spearman, tomando como criterio de aceptación correlaciones con significancia $\text{sig} < 0.05$, nos indica que existe relación positiva y significativa entre la idoneidad ecológica y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática ($r= 0.459$, $p=0,012$). De esta manera se acepta la hipótesis específica de la investigación, y se rechaza la hipótesis nula., es decir se acepta que si existe relación significativa entre la idoneidad ecológica y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la universidad César Vallejo Lima Este -2016.

5.3 Discusión de los resultados

En el presente estudio podemos señalar que se ha cumplido con el objetivo de establecer el conjunto de relaciones existentes entre los diferentes tipos de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de la experiencia curricular de lógico matemática de la Universidad César Vallejo Lima Este -2016.

El diseño elegido fue el adecuado y los instrumentos seleccionados fueron pertinentes y confiables con un alfa de cronbach igual a 0,796 el instrumento de valoración de la idoneidad didáctica y 0,862 para el instrumento de la evaluación diagnóstica del conocimiento de la matemática.

En relación a la validez interna podemos señalar que concordamos con Marcel, P. (2011), cuando señala que la aplicación de los indicadores de idoneidad son fundamentales para determinar in situ la calidad de docente que tenemos al frente. En nuestro estudio como en el de Marcel, coincidimos que estos indicadores adquieren el rango de reglas de corrección útiles en dos momentos: *a priori*, pues son principios que orientan *cómo se deben hacer las cosas*, y *a posteriori*, porque sirven para valorar el proceso de instrucción efectivamente implementado.

De igual manera coincidimos con Vásquez, C. y Alsina A. (2015), quienes al igual que nosotros utilizaron las bases teóricas del **enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática** de Godino y sus colaboradores. La muestra del estudio fueron 93 docentes, en quienes se analizó las prácticas matemáticas presentes en las respuestas de los colaboradores. Sus resultados son similares a los nuestros y en algunos aspectos alarmantes: Encontramos que la resolución de problemas sobre lógica matemática es una tarea difícil para los profesores en ejercicio. Del mismo modo ocurre si comparamos

nuestros resultados con los obtenidos por Gómez (2014) quien evidencia un conocimiento matemático y didáctico insuficiente sobre probabilidad en futuros profesores de primaria, con un fuerte predominio del sesgo de la equiprobabilidad y la heurística de la representatividad.

Esta situación es un poco preocupante, si consideramos que en nuestro caso se trata de profesores que están formando futuros profesionales y que podrían transmitir tales sesgos a sus alumnos. En consecuencia, urge realizar un programa de intervención que permita mejorar el nivel del conocimiento sobre lógico matemática en el profesorado que enseña lógico matemática en el programa de formación general.

Coincidimos con Gallo, I y Pichardo, R. (2008), quien evidencio entre los resultados que los docentes aplicaban diversas estrategias, pero se detectaron deficiencias en la resolución de problemas, afirmando que esto pudiera afectar el rendimiento de los y las estudiantes.

A nivel de los Antecedentes nacionales concordamos con García, D. (2014), quien igual que nosotros considera de notable importancia los indicadores de idoneidad tanto para la guía de observación de clase, como para el diseño de una secuencia de tareas.. Asimismo en concordancia con el autor reconocemos la importancia de la teoría (del conocimiento) que debe tener un profesor sobre los objetos matemáticos, en este caso la lógica matemática para poder enseñar a sus alumnos y ser capaces de diseñar tareas o una secuencia de tareas.

Finalmente queda pendiente para un estudio posterior la implementación de esta secuencia de clases en el aula de manera que se verifique o no si es posible superar los errores, las dificultades y los obstáculos didácticos identificados.

Conclusiones

1. Se evidencio la existencia de una relación significativa entre la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la universidad César Vallejo Lima Este -2016, siendo el ($r= 0.418$, $p=0,024$).
2. Se concluye que existe relación significativa entre la idoneidad epistémica y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la universidad César Vallejo Lima Este -2016, siendo el ($r= 0.393$, $p=0,035$).
3. Las evidencias encontradas nos permiten concluir que existe relación significativa entre la idoneidad mediacional de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la universidad César Vallejo Lima Este -2016, siendo el ($r= 0.401$, $p=0,031$).
4. Existe relación significativa entre la idoneidad cognitiva y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la universidad César Vallejo Lima Este -2016, siendo el ($r= 0.501$, $p=0,006$).
5. Existe relación significativa entre la idoneidad emocional de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la universidad César Vallejo Lima Este -2016, siendo el ($r= 0.427$, $p=0,021$).

6. Existe relación significativa entre la idoneidad interaccional y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la universidad César Vallejo Lima Este -2016, siendo el ($r= 0.370$, $p=0,048$).

7. Existe relación significativa entre la idoneidad ecológica y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la universidad César Vallejo Lima Este -2016, siendo el ($r= 0.459$, $p=0,012$).

8. Finalmente llegamos a la conclusión de que es preciso estudiar con más amplitud y profundidad las relaciones dialécticas entre el pensamiento (las ideas matemáticas), el lenguaje matemático (sistemas de signos) y las situaciones-problemas para cuya resolución se inventan tales recursos.

Sugerencias

1. En relación a la idoneidad epistémica, se hace necesario precisar con claridad el grado de representatividad de los significados (o sentido) implementados con respecto al significado de referencia. Por ejemplo, la enseñanza de la adición en la enseñanza primaria puede ser limitada a las rutinas de aprendizaje y ejercicios de aplicación de algoritmos. Se debe tener en cuenta los diferentes tipos de situaciones e incluir la justificación de los algoritmos (alta aptitud).
2. En relación a la idoneidad o adaptación cognitiva que expresa el grado en que los significados propuestos / se implementan en la "zona proximal de desenvolvimiento" (Vygotsky, 1934) de los estudiantes, así como la proximidad de éstos significados personales logrado la intención / significaba implementadas. Se sugiere el desarrollo de un proceso de enseñanza y aprendizaje con un alto grado de adecuación cognitiva el cual se podría lograr mediante el estudio de la aritmética número de tres o más cifras, por lo que el profesor lleve a cabo una evaluación inicial para determinar si los estudiantes dominan la mayoría de las operaciones con los números uno y dos dígitos, y si no, iniciar el proceso de instrucciones de trabajo con estos números.
3. Idoneidad o adecuación interaccional: un proceso de enseñanza y aprendizaje será más idoneo desde el punto de vista interaccional, que los ajustes, caminos y permitir a la didáctica, por una parte, identificar conflictos semióticos potencial (que se puede detectar con antelación) y, por otra parte, resolver los conflictos que se producen durante el proceso de la educación. Por ejemplo, un proceso de estudio de acuerdo con una secuencia de situaciones acción, formulación, validación e institucionalización

(Brousseau, 1997). Tiene potencialmente mayor aptitud semiótica un proceso magistral que no presenta las dificultades de los estudiantes.

4. En relación a la idoneidad mediacional: grado de disponibilidad y apropiación de los recursos materiales y el tiempo necesario para el desarrollo del proceso de educación y el aprendizaje.

5. En relación a la idoneidad o aptitud emocional: grado de implicación (interés, motivación,...) de alumnado en el proceso de estudio. El ajuste se relaciona emocional a factores que dependen tanto de la institución como básicamente el estudiante y la historia de la escuela anterior. Por ejemplo, tener una alta adecuación de la idoneidad emocional y de los procesos basados en el uso de situaciones problemáticas que son de interés para los estudiantes.

Referencias bibliográficas

Godino, J. D. (1991). *Hacia una teoría de la Didáctica de la Matemática*. En A.

Gutierrez (Ed.), *Área de Conocimiento Didáctica de la Matemática*. (pp. 105-149).

Madrid: Síntesis.

Godino, J. D. (2002). *Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática*.

Recherches en Didactiques des Mathematiques, 22 (2/3), 237-284.

Godino, J. D. Batanero, C., y Font, V. (2007). *The onto-semiotic approach to research in mathematics education*. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135. (Versión ampliada en español disponible en, 4)

Godino, J. D., Batanero, C., Cid, E., Font, V, Roa, R. y Ruiz, F. (2004a). *Matemáticas para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada.

(Disponible en internet: <http://www.ugr.es/~jgodino/fprofesores.htm>)

Godino, J. D., Batanero, C., Cid, E., Font, V, Roa, R. y Ruiz, F. (2004b). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada.

(Disponible en internet: <http://www.ugr.es/~jgodino/fprofesores.htm>)

Godino, J. D., Batanero, C., Roa, R. y Wilhelmi, M. R. (2008). *Assessing and developing*

pedagogical content and statistical knowledge of primary school teachers through project work. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.), Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference.

Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2006). *Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas.* Paradigma, 27 (2), 221-252.

Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. y Castro, C. de (2009). *Aproximación a la dimensión normativa en Didáctica de la Matemática desde un enfoque ontosemiótico.* Enseñanza de las Ciencias, 27(1), 59–76.

Godino, J. D., Rivas, M., Castro, W. F. y Konic, P. (2008). *Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de matemáticas.* Actas de las VI Jornadas de Educación Matemática Región de Murcia. Centro de Profesores y Recursos. Murcia.

Graeber, A. y Tirosh, D. (2008). *Pedagogical content knowledge. Useful concept or elusive notion.* En P. Sullivan & T. Woods (eds.), Knowledge and Beliefs in Mathematics Teaching and Teaching Development (pp. 117-132). Rotterdam: Sense Publishers.

Schoenfeld, A. H. y Kilpatrick, J. (2008). *Towards a theory of proficiency in teaching mathematics.* En D. Tirosh & T. Wood (eds.), Tools and Processes in Mathematics Teacher Education (pp. 321-354). Rotterdam: Sense Publishers.

Shulman, L. S. (1986). *Los que entienden: el crecimiento del conocimiento en la enseñanza e investigación,* 15(2), 4 - 14.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: *Foundations of the new reform.*

Harvard Educational Review, 57(1), 1-22.

Wood, T. (Ed.) (2008). *The international handbook of mathematics teacher education.*

Rotterdam: Sense Publishers

Apéndices

Apéndice A.

Matriz de consistencia

Problema de investigación	Objetivos de investigación	Hipótesis de investigación	Dimensiones	Indicadores	Ítems	Escala
<p>Problema General: ¿Qué relación existe entre la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemático de la Universidad César Vallejo Lima Este - 2016?</p> <p>Problemas específicos: ¿Qué relación existe entre la idoneidad epistémica y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemático de la Universidad César Vallejo Lima Este - 2016?</p> <p>¿Qué relación existe entre la idoneidad mediacional de procesos de enseñanza y aprendizaje y el nivel de conocimiento de la de matemática por parte del docente de lógico matemático de la Universidad César Vallejo Lima Este - 2016?</p> <p>¿Qué relación existe entre la idoneidad cognitiva y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemático de la Universidad César Vallejo Lima Este - 2016?</p> <p>¿Qué relación existe entre la idoneidad emocional de los</p>	<p>Objetivo General: Establecer la relación existente entre la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de la experiencia curricular de lógico matemática de la Universidad César Vallejo Lima Este - 2016.</p> <p>Objetivos Específicos: Establecer la relación que existe entre la idoneidad epistémica y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de la experiencia curricular de lógico matemática de la universidad César Vallejo Lima Este - 2016.</p> <p>Establecer la relación que existe entre la idoneidad mediacional de procesos de enseñanza y aprendizaje y el nivel de conocimiento de la de matemática por parte del docente de lógico matemático de la Universidad César Vallejo Lima Este - 2016.</p> <p>Establecer la relación que existe entre la idoneidad cognitiva y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemático de la Universidad César Vallejo Lima</p>	<p>Hipótesis general: Existe relación significativa entre la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemático de la Universidad César Vallejo Lima Este -2016</p> <p>Hipótesis específicas: Existe relación significativa entre la idoneidad epistémica y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemático de la universidad César Vallejo Lima Este -2016.</p> <p>Existe relación significativa entre la idoneidad mediacional de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemático de la universidad César Vallejo Lima Este -2016.</p> <p>Existe relación significativa entre la idoneidad cognitiva y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemático de la Universidad César Vallejo Lima Este -2016.</p> <p>Existe relación significativa entre la idoneidad emocional de</p>	VARIABLE IDONEIDAD DIDÁCTICA DE PROCESOS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA			
			Idoneidad epistémica:	Situaciones-problemas	1-11	Ordinal
				Lenguaje		
				Elementos regulativos (Definiciones, proposiciones, procedimientos)		
				Argumentos		
			Relaciones (conexiones, significados)			
			Idoneidad cognitiva	Conocimientos previos (Componentes similares a la dimensión epistémica). Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	12-13	
				Conocimientos previos (Componentes similares a la dimensión epistémica)		
			Idoneidad mediacional	Recursos materiales (Manipulativos, calculadoras, ordenadores)	14-23	
				Número de alumnos, horario y condiciones del aula		
Idoneidad emocional	Tiempo(De enseñanza colectiva /tutorización; tiempo de aprendizaje)	24-29				
	Intereses y necesidades					
	Actitudes					
Idoneidad interaccional	Emociones	30-38				
	Interacción docente-discente					
	Interacción entre discentes					
	Autonomía					
Idoneidad ecológica	Evaluación formativa	39-43				
	Adaptación al currículo					
	Apertura hacia la innovación didáctica					
Adaptación socio- profesional y cultural						

<p>procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la Universidad César Vallejo Lima Este - 2016?</p> <p>¿Qué relación existe entre la idoneidad interaccional y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la Universidad César Vallejo Lima Este - 2016?</p> <p>¿Qué relación existe entre la idoneidad ecológica y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la Universidad César Vallejo Lima Este - 2016?</p>	<p>Este - 2016.</p> <p>Establecer la relación que existe entre la idoneidad emocional de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la Universidad César Vallejo Lima Este - 2016.</p> <p>Establecer la relación que existe entre la idoneidad interaccional y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la Universidad César Vallejo Lima Este - 2016.</p> <p>Establecer la relación que existe entre la idoneidad ecológica y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemática de la Universidad César Vallejo Lima Este - 2016.</p>	<p>procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemático de la Universidad César Vallejo Lima Este -2016.</p> <p>Existe relación significativa entre la idoneidad interaccional y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemático de la Universidad César Vallejo Lima Este - 2016.</p> <p>Existe relación significativa entre la idoneidad ecológica y el nivel de conocimiento de la matemática por parte del docente de lógico matemático de la Universidad César Vallejo Lima Este -2016.</p>	Conexiones intra e interdisciplinares					
			CATEGORÍAS DE ANÁLISIS DE LOS CONOCIMIENTOS DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS					
			Actitud del docente frente a la matemática	Amor por la ciencia	1-3	Ordinal		
			Utilidad de la matemática	La matemática como lenguaje universal	4-8			
				Capacidades , destrezas y habilidades matemáticas				
			Estrategias utilizadas en la enseñanza de la matemática	Lectura y ejemplificación	9-19			
				Técnicas y estrategias				
				Actividades de ejercitación matemática				
				Resolución de problemas y ejercicios				
			Apertura mental frente a la matemática	Selección y aplicación de estrategias y métodos	20-23			
Preocupaciones con relación a la enseñanza de la matemática	La motivación hacia la matemática	24-41						
	Estudio y ejercitación en casa							
	Metodología de enseñanza							
	Medios y materiales educativos							
	Asistencia							
	Apoyo y perseverancia							
Percepciones en relación a la enseñanza de la matemática	El docente y la enseñanza de la matemática	42-45						
	Predisposición para actualizarse							
	Apoyo institucional							

Apéndice B.



UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

Enrique Guzmán y Valle
Alma Máter del Magisterio Nacional

ESCUELA DE POSGRADO

Categorías de análisis surgidas para evaluar las estrategias didácticas de los profesores de matemática

Introducción: el presente test pretende recabar información acerca de las estrategias didácticas que sigue el docente para la enseñanza de la matemática, en relación a las siguientes categorías: actitudes del docente hacia la matemática, estrategias que utiliza el docente con frecuencia para enseñar la matemática a sus alumnos, además de las preocupaciones con relación a la enseñanza de la matemática y percepciones en relación a la enseñanza de la matemática.

Instrucciones:

Seleccione una de las siguientes alternativas teniendo en cuenta la tabla siguiente:

1	2	3	4	5
Nunca	Casi nunca	Algunas veces	Casi siempre	siempre

N°	Actitud del docente frente a la matemática	ESCALA				
1.	Los docentes debemos cultivar el amor por esta ciencia, y utilizar estrategias para hacerla divertida.					
2.	Si me muestro inseguro, puedo hacer que el niño se sienta también así y tendrá miedo a la Matemática.					
3.	Cuando uno está de mal carácter y no la sabe enseñar, seguro que esto marcará al alumno para toda la vida.					
N°	La matemática que se enseña a través de los cursos de formación general en la universidad, sirve para	ESCALA				
4.	Desenvolverse en su vida personal y social, pues la Matemática es un lenguaje universal					
5.	Fomentar el razonamiento lógico para la solución de					

	problemas en su vida diaria y escolar.					
6.	Incrementar las destrezas y dominio de las operaciones que son básicas en toda la matemática.					
7.	Conocer y dominar las operaciones básicas como requisito para el grado inmediato superior y para el resto de su vida...					
8.	Aumentar la capacidad de análisis que necesitan para otras áreas como biología, física...					
N°	Estrategias que usted utilice con frecuencia para enseñar la matemática a sus alumnos	ESCALA				
9.	Explico y ejemplifico en el pizarrón...					
10.	Doy una explicación, un discurso...					
11.	Deben leer la teoría primero y luego yo explico					
12.	Usamos juegos para introducir el concepto					
13.	Uso la técnica de pregunta-respuesta					
14.	Intento ir de lo más sencillo a lo más complejo					
15.	Utilizo medios y materiales para que hagan la inferencia conceptual					
16.	Realizamos muchos ejercicios, los que yo les propongo y los que ellos quieran proponer					
17.	Hacemos muchas actividades en grupos de resolución de problemas					
18.	Resolvemos muchos ejercicios prácticos pero con ejemplos de la vida diaria					
19.	Repetimos ejercicios, les dejo una guía de problemas para desarrollar en casa					
N°	Cuándo sus colegas hablan de matemática	ESCALA				
20.	Procuro escuchar y aprender de ellos que saben más que yo.					
21.	Doy mi opinión para ver como estoy con relación a mis colegas					
22.	Comparo los métodos de enseñanza que uso con los de ellos.					
23.	Yo soy especialista en el área doy a mis colegas orientaciones sobre algunas estrategias.					
N°	Preocupaciones con relación a la enseñanza de la matemática	ESCALA				

24.	Es evidente que existe gran desmotivación en los niños por esta materia, yo creo que tienen demasiadas cosas en que entretenerse...					
25.	En este medio urbano es muy baja la preocupación, el apoyo, la colaboración, la atención y el interés de los padres...(Varios) Tenemos familias con muchos problemas y prácticamente abandonan a sus hijos...					
26.	No hacen reforzamiento ni retroalimentación, en su hogar de lo aprendido en clase					
27.	Aprenden sólo para el momento, no repasan.					
28.	Me siento inseguro de las estrategias y métodos que empleo.					
29.	Quiero emplear estrategias que me permitan satisfacer sus expectativas.					
30.	Que los métodos que use me permitan cumplir con los objetivos que persigue el programa.					
31.	En la institución no contamos con recursos estructurados para la enseñanza de la matemática					
32.	Cuando se les piden materiales y recursos no los traen a clase.					
33.	Las constantes inasistencias a clase, generan retraso en el aprendizaje de la matemática.					
34.	Es necesario llevar la continuidad en el desarrollo de los contenidos y cuando no asisten esto es imposible de lograr .					
35.	Es necesario prestar atención individualizada a los alumnos y con tantos niños es imposible					
36.	A veces algunos se van con dudas porque no puedo atenderlos individualmente.					

37.	Estudian sólo para el examen y no aplican lo Aprendido.					
38.	Cuando llegan a la 3° Etapa, la mayoría sale aplazado porque no han aplicado lo que han aprendido.					
39.	Algunos problemas de desnutrición les generan dificultades para aprender.					
40.	Las lagunas que traen, les dificulta entrar en contenidos más complejos.					
41.	Las lagunas que traen, les dificulta entrar en contenidos más complejos					
N°	Percepciones en relación a la enseñanza de la matemática	ESCALA				
42.	Creo que es necesario desarrollar paralelamente a la enseñanza de la matemática, muchas aptitudes del campo de las artes plásticas y la música, pues esto contribuye a reducir las dificultades de aprendizaje en esta área.					
43.	Los docentes debemos instruirnos en las formas adecuadas de evaluar esta asignatura; no es nada fácil...					
44.	La consideración del juego en la enseñanza de la Matemática es fundamental; es responder a los intereses de los niños					
45.	Aunque no he sido muy buena en matemática, tengo buena disposición para aprender y actualizarme; es poco el apoyo institucional que se recibe. Hace más de dos años que no hacemos un taller en el área de Matemática					

Apéndice C.



UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

Enrique Guzmán y Valle
Alma Máter del Magisterio Nacional

ESCUELA DE POSGRADO

Test de los indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje del docente de la experiencia curricular de lógico matemática

INTRODUCCIÓN: el presente test pretende recabar información acerca de los indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza aprendizaje que sigue el docente para la enseñanza de la matemática, en relación a las siguientes categorías: idoneidad epistémica, idoneidad cognitiva, idoneidad mediacional, idoneidad emocional e idoneidad ecológica

INSTRUCCIONES:

Se le recuerda que no existe mejor ni peor respuesta. Elija que mejor refleje el comportamiento observado. Seleccione una de las siguientes alternativas teniendo en cuenta la tabla siguiente:

1	2	3	4	5
Nunca	Casi nunca	Algunas veces	Casi siempre	siempre

N°	Idoneidad epistémica	CATEGORIAS				
		1	2	3	4	5
1.	Cuando diseña su clase selecciona de una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación los aspectos más significativos para sus estudiantes					
2.	Usualmente propone situaciones que permitan la generación de problemas (problematización por parte de sus estudiantes)					
3.	Como docente fomenta el uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), traducciones y conversiones entre sus estudiantes					
4.	Usualmente propone en clases situaciones que a través del análisis permitan la expresión e interpretación de los hechos por parte de sus estudiantes					
5.	Regula y cuida su lenguaje teniendo en cuenta a quienes se dirige					
6.	Procura seleccionar definiciones y procedimientos claros y correctamente enunciados, adaptados al nivel educativo de sus					

	estudiantes					
7.	Presenta los enunciados y procedimientos fundamentales del tema según el significado de referencia y el nivel educativo					
8.	Propone situaciones para la generación y negociación de las reglas al interior del aula					
9.	Adecua sus explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo a que se dirigen					
10.	Promueve momentos de validación de los conceptos, procedimientos, técnicas e instrumentos que se hayan usado en clase					
11.	Relaciona y articula significativa los objetos matemáticos puestos en juego (situaciones, lenguaje, reglas, argumentos) y las distintas configuraciones en que se organizan					
Idoneidad cognitiva						
12.	Cuenta con los conocimientos previos necesarios para el estudio y la enseñanza del tema (bien lo ha estudiado y enseñado anteriormente o planifica su estudio)					
13.	Los significados pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes					
Idoneidad mediacional						
14.	Cuida y verifica que los alumnos tengan los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio)					
15.	En su calidad de docente considera que los significados pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes					
16.	Cuida la selección y uso de materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al significado pretendido					
17.	Cuida que las definiciones y propiedades sean contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones					
18.	El número y la distribución de los alumnos le permite llevar a cabo la enseñanza pretendida					
19.	El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las sesiones a última hora)					
20.	El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido					
21.	En su calidad de docente procura siempre la adecuación de los significados pretendidos /implementados al tiempo disponible					

	(presencial y no presencial)					
22.	Dosifica la inversión del tiempo en los contenidos más importantes o nucleares del tema					
23.	Dosifica la inversión del tiempo en los contenidos que presentan más dificultad de comprensión					
Idoneidad emocional						
24.	Selecciona las tareas de mayor interés y significado para los alumnos.					
25.	Propone situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional					
26.	Fomenta la implicación de los estudiantes en las actividades, fortaleciendo la perseverancia, responsabilidad, etc.					
27.	Favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.					
28.	Fortalece la autoestima evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas por parte de sus estudiantes					
29.	Resalta las cualidades de estética y precisión de las matemáticas					
Idoneidad interaccional						
30.	El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.)					
31.	Se reconocen y resuelven los conflictos de significado de los alumnos (se interpretan correctamente los silencios de los alumnos, sus expresiones faciales, sus preguntas, se hace un juego de preguntas y respuestas adecuado, etc.)					
32.	Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento					
33.	Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la					
34.	Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase y no la exclusión atención de los alumnos.					
35.	Se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes					
36.	Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión					
37.	Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (exploración, formulación y validación)					
38.	Desarrolla una observación sistemática del progreso cognitivo de los alumnos					
Idoneidad ecológica						
39.	Los significados, su implementación y evaluación se					

	corresponden con las directrices curriculares					
40.	Fomenta la innovación basado en la investigación y la práctica reflexiva					
41.	Integra las nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en el proyecto educativo					
42.	Busca que los significados contribuyan a la formación socio-profesional de los estudiantes					
43.	Relaciona los significados con otros contenidos intra e interdisciplinares					