

*Dr. Darjo Felda, Univerza na Primorskem, Pedagoška fakulteta,  
darjo.felda@pef.upr.si*

*Dr. Mara Cotič, Univerza na Primorskem, Pedagoška fakulteta,  
mara.cotic@pef.upr.si*

## Zakaj poučevati matematiko

Pregledni znanstveni članek

UDK 37.091.3:51

### POVZETEK

Ko pri začetnem pouku matematike otroku predstavljamo matematične vsebine, največkrat izhajamo iz abstraktnih temeljev in ne iz izkušenj, ki jih otrok že ima, s čimer je pretrgana vez med matematiko in stvarnim svetom oziroma med matematiko in tistim matematičnim svetom, ki ga otrok že pozna. V nasprotju s tem bi moral učitelj učenca usmerjati, da skladno s svojimi izkušnjami in sposobnostmi viša raven matematične pismenosti, obenem pa gradi abstraktni matematični odsev stvarnega sveta ter bogati svoj matematični jezik.

V zadnjem času se poudarja pomen igre oziroma dejavnosti, v katerih naj bi bil otrok aktivno udeležen. Z življenjem v problemsko situacijo in v razreševanje le-te naj bi spoznaval nove koncepte in strategije. Poraja pa se dvom, ali je v učni praksi res zaživel tak način pouka ali pa se dejavnosti uvajajo zgolj kot neka začetna motivacija, ki izzveni v prenašanje oziroma sprejemanje faktografskega znanja.

Otrok mora nova spoznanja sproti prilagajati že usvojenim znanjem in povezovati matematiko z realnimi situacijami. Le tako občuti varnost, zadovoljstvo in uspeh ter je motiviran za doseganje novih znanj, s čimer učenje in poučevanje matematike dobita pravi smisel.

**Ključne besede:** začetni pouk matematike, problemska situacija, matematično znanje, matematična pismenost

# Why Teach Mathematics

## ABSTRACT

When first introducing mathematical contents to children as part of early mathematics instruction, we tend to refer to abstract notions rather than to the experience that children already have, by which we break the link between mathematics and the material world or at least between mathematics and the kind of mathematical world that children already know. Contrary to that, teachers should give pupils guidance to help them increase the level of their mathematical literacy in line with their experiences and abilities and at the same time build abstract mathematical reflection of the material world and to enrich their own mathematical language.

Recently, the importance of play or those activities in which children are actively involved has been emphasised. Through personal identification with a problem situation and problem solving, a child is supposed to learn about new concepts and strategies. However, doubts have emerged as to whether this kind of instruction has really come to life in teaching practice or whether such activities have been introduced merely as an initial motivation which fades away into mere transmission or reception of factographic knowledge.

Children must regularly adjust the newly acquired knowledge to the priorly mastered knowledge and link mathematics to real-time situations. This is the only way for them to feel safe, satisfied, and successful and to be motivated for attaining new knowledge, through which mathematics instruction gets a true meaning.

**Key words:** early mathematics instruction, problem situation, mathematical knowledge, mathematical literacy

## Uvod

Pouk je pedagoško osmišljen, sistematično in namerno organiziran proces, katerega cilj sta vzgoja in izobraževanje posameznika. Pod vplivom pouka doživi posameznik spremembe, ki so povezane z znanjem, sposobnostmi in lastnostmi osebnosti. Zato pouka ne moremo pojmovati samo kot izobraževalni proces. Vemo, da je vzgajanje najučinkovitejše, ko je tesno naslonjeno na izobraževanje, izobraževanje pa tedaj, kadar prebuja doživljanje (Tomić, 1997).

Strukturiranje pouka, to je poučevanje in učenje, ne sme zavirati učenčevega razvoja, zato mora imeti učenec aktivno vlogo. Učenec v sodobnem pouku išče in odkriva bistvo pojavov, do katerega pride z različnimi dejavnostmi: opazovanjem,

razlago, preverjanjem spoznanega ... Ob tem ne pridobi samo znanja, ampak si oblikuje tudi sistem vrednot. Kognitivno učenje je hkrati tudi vzgojno pomembno, zato sta pri pouku tako kot kognitivna pomembni tudi afektivna in psihomotorična komponenta. Pri pouku seveda težimo k temu, da se vse tri komponente čim bolj »prekrivajo« (Cotič, 1998).

Glede na didaktično literaturo naj bi bil pouk matematike didaktično predelana matematična znanost. Z njim naj bi učinkovali na učenčevo kognitivno, afektivno in psihomotorično področje osebnosti ter jo izpopolnjevali (Tomič, 1997). Z uporabo ustreznih didaktičnih postopkov pri pouku matematike razvijamo zlasti učenčevo mišljenje v njegovih različnih aspektih: razvijamo intuicijo, imaginacijo, kreativnost, sposobnost postavljanja hipotez in dedukcije, načrtovanje in preverjanje pravilnosti ali nepravilnosti trditev oziroma rešitev ... Na specifičen način razvijamo koncepte in metode, ki pri učencu razvijajo sposobnost urejanja, štetja in merjenja pojavov in dogajanj v svetu, ter formiramo potrebne sposobnosti za kritično interpretacijo le-teh (Cotič, 1998).

S prispevkom želimo spodbuditi razmišljanja o pouku matematike: o smislu samega pouka, o obsežnosti matematičnih vsebin, ki naj bi bile vključene v pouk, in o načinih oziroma pristopih, ki bi bili najprimernejši za učinkovito učenje matematike. Omenjamo nekatere faktorje, ki po našem mnenju neugodno vplivajo na razvoj matematične pismenosti in s tem izkrivljajo smisel pouka matematike.

## Zakaj poučevati matematiko

Vprašati se moramo, s katerimi smotri in cilji upravičimo pouk matematike oziroma kateri so razlogi za to. Ali so učni načrti pravi? Ali imamo tehtne razloge za reformo pouka matematike in za drugačne pristope k pouku? Gotovo so nekateri temeljni razlogi za poučevanje matematike povezani z razvijanjem ustreznih funkcionalnih zmožnosti učeče se populacije in v ozadju je premislek, kaj učeča se populacija sploh pridobi v okviru pouka matematike.

Vprašanja o upravičenosti poučevanja matematike oziroma o vsebinah, ki naj bi se poučevale določenim skupinam ali na določeni stopnji šolanja, se le redkokdaj postavljajo. Opazna sta vsaj dva vidika poučevanja: eden je povezan s problemom preverjanja znanja ob zaključku določene stopnje šolanja (Jensen, Niss in Wedege, 1998), drugi pa z ravnjo matematičnih veščin oziroma s potrebo po višanju ravnih veščin pri določeni populaciji (Literacy in the Information Age, 2000). Jensen idr. (1998) so razloge za poučevanje matematike razdelili na:

- objektivne oziroma sistemske, med katerimi so razlogi za sam obstoj izobraževanja, ki vključuje matematiko, in razlogi za specifično načrtovanje, organizacijo in izvedbo določenih programov,

- subjektivne oziroma osebne, med katerimi so razlogi za vključitev v izobraževanje, ki vključuje matematiko, in razlogi za vključitev v določene vidike in dejavnosti nekega programa.

Glede na priporočila, da bi moral vsakdo biti matematično pismen, bi morali pri pouku matematike usvojiti »uporabno« matematiko oziroma matematiko, ki jo potrebujemo v vsakdanjem življenju. Najprej gre za zmožnost splošnega delovanja v družbi, torej za pridobitev nekaterih temeljnih minimalnih znanj in spretnosti, ki bi jih morali usvojiti vsi učenci, razen morda nekaj otrok s specifičnimi motnjami. Vsak posameznik bi moral nadalje razviti kompetence, povezane z delom oziroma poklicem, ki ga opravlja. Vrste kompetenc, znanj in spretnosti so različne za različne poklice, večinoma jih učeča se populacija pridobi v okviru specifičnega izobraževanja.

Nekateri ljudje potrebujejo in želijo usvojiti specifična znanja na višji stopnji. To ni cilj, ki bi si ga postavljalo veliko ljudi, vendar bi bilo potrebno motivirati čim več zlasti mlajših, da bi si postavljali dovolj visoke cilje. Prepričani smo, da ta cilj ne sme prevladovati in izkrivljati kurikula za matematiko v osnovni šoli.

Znanje matematike, ki ga pridobi posameznik v šoli, bi moralo zadoščati, da le-ta uspešno deluje v družbeni stvarnosti in da pripomore k izboljševanju svojega položaja in družbe kot celote. Posameznik bi moral zaznati, tolmačiti, oceniti in kritično presojati matematične vidike stvarnosti, pa naj bo to v ekonomskem, političnem ali socialnem smislu. Razvijanje kritičnega mišljenja učencev je zato izjemno pomembno že od samega začetnega pouka matematike (Špijunović in Maričić, 2011).

Ne smemo pozabiti na matematiko kot del kulture in zgodovine ter družbe nasploh. To pomeni razumevanje matematike v vsej njeni vlogi in ne le kot skupek znanj in spretnosti. Žal se tako v šoli kot v samostojnem učenju matematike največkrat le-ta spoznava v smislu kopičenja takih in drugačnih formul in navodil. To pa ne odseva veličine matematične kulture, ampak zgolj drobce, iztrgane iz matematičnega mozaika. Poznavanje zgodovinskega razvoja matematike, družbenega konteksta začetkov matematičnih pojmov, njene simbolike, teorije in problemov je pomembno že zaradi zavedanja razvoja človeške kulture, pomembno pa je tudi za motivacijo pri učenju oziroma poglobljanju znanja matematike.

Posameznik lahko šele po več letih učenja matematike spoznava matematiko kot disciplino. Zave se kvalitativnega in intuitivnega razumevanja nekaterih pojmov, kot so simetrija, vzorec, neskončnost, struktura, paradoks, rekurzija, dokaz ipd. V matematiki najdemo veliko najglobljih, najmogočnejših in najvznemirljivejših idej, ki jih je razvilo človeštvo.

## Koliko matematike poučevati

Zavedati se moramo, da »šolska« matematika ni enolično definirana, odvisna je od družbenih vrednot in kulturnega okolja. Gotovo ni identična matematiki kot disciplini, pač pa je nek izbor prirejenih matematičnih vsebin. Izbrano je tudi zaporedje, po katerem se usvajajo te vsebine, način poučevanja in preverjanja znanja.

Splošno je, da je matematika s svojo družbeno uporabnostjo močno prisotna v skoraj vseh segmentih sodobnega življenja, od izobraževanja, gospodarstva, industrije itd. Uporabna matematika se je stalno pomembno razvijala ob »čisti« matematiki oziroma vzporedno z njo. Tudi dandanes se matematične študije s področja računovodstva, zavarovalništva, menedžmenta in informacijske tehnologije pridobivajo znotraj strokovnih institucij z zelo majhnim vložkom »čiste« matematike (Ernest, 2000).

Očitno sta sodobna družba in sodobno življenje globoko matematizirana; matematiko srečujemo na vsakem koraku, marsikaj je urejeno z umeščenimi kompleksnimi numeričnimi in algebrničnimi sistemi, naj bo to v veleblagovnicah, pri trgovanju z delnicami, v davčnem sistemu, sistemu socialnega varstva, izobraževalnem sistemu, industriji itd. S temi avtomatiziranimi sistemi, ki temeljijo na uporabi najnovejše tehnologije, opravljamo zelo kompleksne naloge zbiranja podatkov in izvrševanja določenih dejavnosti ter s pomočjo matematike urejamo veliko vidikov našega življenja z zelo malo posegi v same sisteme, potem ko so vzpostavljeni. Menimo, da za uspešno delovanje v družbi ni potrebno, da bi vsi podrobno in poglobljeno znali matematiko. Potrebna je le neka ozka elita, ki nadzira delovanje teh sistemov, in skupina strokovnjakov, ki jih servisira. Ciljev splošnega matematičnega izobraževanja zato ne smemo postaviti glede na specifične potrebe te zelo majhne skupine ljudi.

Kot torej kaže, večina ljudi ne potrebuje poglobljenega znanja matematike, manjšina, ki uporablja znanja matematike, pa si ta znanja večinoma pridobi zunaj šolskega izobraževanja. Gre za neke vrste »paradoks pomembnosti«, saj se v družbi sočasno izkazujeta objektivna pomembnost in subjektivna nepomembnost matematike (Niss, 1994). Čeprav družba postaja vedno bolj matematizirana, se s tem matematiziranjem ukvarja le peščica ljudi. Zmotno je torej poudarjati, da bi morali vsi pridobiti kar največ znanja matematike zaradi vedno večje matematiziranosti družbe nasploh.

V drugi polovici 20. stoletja se je težilo k vzpostavljanju boljšega izobraževanja, svetovna javnost je postala pozorna na problem nepismenosti in iskala poti za izkoreninjenje tega. Ob tem je bilo izpostavljeno tudi učenje in poučevanje matematike, s katerim bi višali raven matematične pismenosti. Znano je gibanje »matematika za vse«, v okviru katerega so iskali primeren način učenja in poučevanja matematike (Damerow, Dunkley, Nebres in Werry, 1984). Učni načrti za matema-

tiko so namreč največkrat naravnani na pričakovano nadaljevanje študija, in sicer za tiste, ki bi se globlje posvetili matematiki. Tako bolj ali manj presegajo raven, ki bi bila primerna širši populaciji učencev, zlasti tistim učencem, ki se odločajo za poklicne šole in ki v vsakdanjem življenju ne potrebujejo zahtevnih matematičnih kompetenc. Velika večina učencev ne dosega pričakovane ravni znanja in razumevanja matematike ter ne razvije ustreznih spretnosti glede na načrtovan učni načrt. Zaradi tega so vedno glasnejša razmišljanja o diferenciranem pouku matematike. Doseganje zahtevnejših ciljev naj bi pričakovali le od majhne skupine učencev, ki bi poglobljala znanje matematike oziroma razvijala matematične kompetence že z razumnim vložkom svojega truda in časa (Niss, 2002). To seveda ne pomeni, da za veliko večino učencev ne potrebujemo pouka matematike, pač pa da so zanje potrebni drugačni pristopi pri usvajanju in utrjevanju znanja matematike ter višanju ustreznih kompetenc, ki pripomorejo k višanju ravni matematične pismenosti.

V proces pouka matematike bi morali vključiti tudi elemente razumevanja in zavedanja matematike, ne le razvijanja sposobnosti. Jezik pouka matematike je poln ukazov, učenec mora opraviti zdaj to, zdaj ono – praktično ne srečamo pogovora o postopku, vzrokih za izbrano pot reševanja problema, razumevanju nekega pojma ipd. Postavlja se sicer vprašanje, kaj pomeni razumevanje in zavedanje matematike. Ernest (2000) navaja elemente, ki naj bi jih vsebovala razumevanje in zavedanje matematike, med njimi:

- kvalitativno razumevanje nekaterih temeljnih matematičnih pojmov, kot so neskončnost, simetrija, struktura, rekurzija, dokaz, kaos, naključnost itd.;
- razumevanje glavnih vej in konceptov matematike ter občutenje njihove povezanosti in soodvisnosti pa tudi enotnosti matematike;
- zavedanje, kako matematično mišljenje pronica v vsakdanje življenje in kje vse je prisotno, čeprav ne govorimo o matematiki;
- kritično razumevanje uporabe matematike v družbi: prepoznavanje, tolmačenje, vrednotenje in kritično ocenjevanje umeščenosti matematike v družbene in politične sisteme;
- zavedanje zgodovinskega razvoja matematike, družbenega konteksta njenih začetkov, simbolike, teorij in problemov;
- občutenje matematike kot osrednjega elementa kulture, umetnosti in življenja, ki je danes tako kot v preteklosti tesno povezana z znanostjo, tehnologijo in vsemi vidiki človeške biti.

Kot smo že omenili, bi morali biti cilji pouka matematike naravnani na čim širšo populacijo, ki ji je pouk namenjen. Nikakor ne bi smeli zanemariti vrzeli

med postavljenimi cilji pouka matematike in učinkom, ki se izkazuje kot rezultat le-tega. Naj bodo cilji pouka še tako plemeniti, visoko leteči ter postavljeni s takimi in drugačnimi nameni, na koncu mora biti preverjeno, ali so bili doseženi. Vsak premislek o učnem načrtu za matematiko mora vključevati tri ravni:

- načrtovan učni načrt,
- sprejet oziroma izveden učni načrt,
- »usvojen« učni načrt, to je učenčeve pridobitve in učni izidi.

Prav ugotovitev, kateri cilji pouka matematike so doseženi v šolski praksi, bi morala prvenstveno vplivati na sam pouk matematike. Ker je poučevanje načrtovana dejavnost, bi morali biti izraženi cilji tesno povezani z realizacijo ciljev poučevanja. Če te povezave ni, se pojavljata neko neravnovesje in neskladnost, ki se izkazuje v nelagodju učiteljev in učencev.

Čeprav prevladuje prepričanje, da so matematične resnice univerzalne, neodvisne od človeka, njegove kulture in vrednot in da naj bi bile odkrite, ne izumljene, se je matematika vendarle gradila v družbenem okolju in je izdelek kulture ter zmotljiva kot vsaka druga veja znanosti. Matematični koncepti nastajajo z abstrakcijo neposredne izkušnje v fizičnem svetu, s posploševanjem in reflektivno abstrakcijo predhodno izgrajenih konceptov, v iskanju smisla ob pogovoru z drugimi ter z raznimi kombinacijami naštetega. Jezik omogoča oblikovanje teorij o družbeni in fizični stvarnosti, le-te pa so z dialogom med ljudmi in interakcijo s fizičnim svetom podvržene izboljševanju – boljšemu ujemanju z omejitvami, ki izhajajo iz fizične in družbene stvarnosti. Matematika je soudeležena v tem izpopolnjevanju, kajti tudi ujemanje matematičnih struktur na področjih zunaj matematike se stalno preverja. Matematika se tako razvija ob reševanju praktičnih problemov družbe in t. i. nerazumna učinkovitost matematike ni nek slučajni čudež, pač pa posledica empiričnih in jezikovnih zametkov ter funkcije matematike (Ernest, 1998).

V raznih delih o poučevanju in učenju so poudarjeni situacijski faktorji, ki pogojujejo tako učiteljeve kot učenčeve izkušnje v procesu izobraževanja oziroma pri pouku matematike (Cole, 1990). V posamezni državi oziroma skupnosti so prisotne vrednote, prepričanja in tradicija določenega izobraževalnega sistema, ki se izražajo v sprejetem učnem načrtu, izobraževalni praksi, organizaciji šolskega sistema pa tudi v pričakovanjih učencev, učiteljev, staršev, vodstev šol in drugih zainteresiranih subjektov.

Premalokrat se ozremo na pomembne razlike med relacijskim in instrumentalnim razumevanjem. Instrumentalno razumevanje predstavljajo pravila, ki jih učenec celo uporablja, vendar ne ve in ne razume, zakaj ali kako delujejo. Učenec tako memorira vse več pravil, da bi se izogibal napačnim postopkom, saj pozna

le njihovo »izolirano« delovanje, namesto da bi uporabljal manj vodil, ki bi bila splošneje uporabna. Relacijsko razumevanje pomeni vključevanje novih zamisli v obstoječo miselno shemo ob razumevanju oziroma vedenju, kaj je potrebno napraviti in zakaj (Skemp, 1989). Pogosto se pojavljajo velike razlike med tem, kar učenec lahko naredi, in med tem, kar v resnici razume. Če učenec ve, kaj mora napraviti v določeni situaciji, a ne razume, zakaj ta pristop deluje, tega postopka ali algoritma najbrž ne bo v popolnosti usvojil. Ob naraščajočem številu postopkov, ki se jih učenec nauči na pamet, postaja zmeden, saj se jih lahko le delno spominja oziroma jih priključuje nepopolne ter preizkuša njihovo uporabo.

## Poti in stranpoti pouka matematike

Po eni strani je matematika človekova dejavnost, po drugi pa nek skupek znanj. Že v začetku šolanja se morajo otroci seznaniti z dejstvom, kako je matematika narejena oziroma kako nastaja in kako jo uporabljajo, ko se ukvarjajo z njo. Ni dovolj, da jo »vsrkavajo« in vadijo rutinske matematične primere. Pouk matematike bi moral razvijati raziskovanje, reševanje problemov, ustvarjalno mišljenje, logično sklepanje in ocenjevanje rezultatov.

Žal pa mnogi ne vidijo in ne pojmujejo matematike kot ustvarjalne discipline, še zlasti ne, če učenje matematike in matematične dejavnosti doživljajo kot memoriranje določenih dejstev in pravil ter izvrševanje ponavljajočih se algoritmov, dokler si ne zapomnijo »mehaničnega« poteka postopka, ne glede na to, ali sploh razumejo, kar delajo. Da bi bilo učenje matematike ustvarjalno, je učenca potrebno vključiti v praktično reševanje realnega problema ali nekega drugega matematičnega problema, ki ima več možnih poti za rešitev. Občasno je potrebno učenca izzvati s t. i. raziskovanjem problema, ki ima več rešitev in več možnih strategij reševanja. Otrok večkrat najde izvirne premisleke in povezave na poti do rešitve, ki naj bi jih izmenjal s sovrstniki ter s pogovorom sprejemal in razvijal nove zamisli, ki bi ustvarjalno bogatile »matematično ponudbo«.

Ustvarjalno raziskovanje in reševanje problemov je odlična pot razvoja matematičnih konceptov, velikokrat pa tudi koristno orodje za utrjevanje postopkov. Seveda se z raziskovanjem in reševanjem problemov prvenstveno »brusijo« strategije, največkrat imenovane miselne veščine ali tudi logično sklepanje v matematičnem kontekstu. V okviru tega učenci:

- postavljajo vprašanja in predpostavljajo morebitne zaključke,
- izbirajo strategije in reprezentacije,
- uporabljajo svoje miselne veščine,



- dokazujejo ali ovržejo trditve,
- kritično pregledajo, preverijo in ocenijo svoje delo,
- razvijajo potrpežljivost in vztrajnost, da pridejo do rešitve (Mathematics in Primary Years, 2008).

Naštete veščine niso značilne zgolj za matematiko oziroma matematične dejavnosti. Matematiki sicer pripisujemo posebno mesto, ko govorimo o logičnem razmišljanju ali dokazovanju, vendar so t. i. deduktivni procesi in sklepanja prisotni tudi drugod, zato pridobljene in ustrezno razvite veščine lahko koristno uporabljamo na različnih področjih.

Na začetku šolanja morajo biti realni problemi, ki jih rešujejo učenci, zelo preprosti. Veliko raziskav je pokazalo na težave učencev ob reševanju realnih problemov, npr. PISA (Štraus, Repež in Štigl, 2007), ki se izvaja vsako tretje leto, ali TIMSS (Japelj Pavešič, Svetlik, Rožman in Kozina, 2008), ki se izvaja vsako četrto leto. Težave so največkrat v razumevanju besedila problema in iskanju ustrezne matematične vsebine, saj učenci povsem naključno operirajo z danimi podatki in ne upoštevajo njihove povezave z realnim kontekstom. Napake v reševanju niso posledica pomanjkanja izkušenj, saj se izkaže, da se tudi uspešnost reševanja »tradicionalnih« problemov bistveno ne izboljša, čeprav se reševanje le-teh večkrat ponavlja (Renkl in Stern, 1994).

Prav s poukom matematike, kot ga srečujemo v šolah, dosegamo negativne učinke matematičnega opismenjevanja. Pri tem ne mislimo na matematične vsebine, ki so predpisane s kurikulumom, čeprav bi morali tudi te prevetriti ob predhodnem dogovoru glede merila oziroma pričakovane ravni matematične pismenosti. Način poučevanja oziroma učenja je namreč največkrat usmerjen v poučevanje in posledično tudi v učenje za preizkus znanja. Temelj matematične pismenosti so prepoznavanje in razumevanje vloge matematike ter njena smiselna uporaba v vsakdanjem življenju, kar se močno razlikuje od šolskih izkušenj. Učenci se usmerijo v učenje postopkov reševanja problemov, kot je pokazal učitelj v šoli in kot so sami »utrtili« na podobnih problemih doma. Zelo malo učencev poišče splošna pravila, ki jim olajšajo reševanje problemov, ker ne vidijo smisla v učenju postopkov na pamet. Presenetljivo veliko učencev se raje odloča za učenje postopkov na pamet. Pravzaprav jih za to spodbujajo učitelji, ki za vsak problem pokažejo, kako se reši po točno določenem postopku, tako kot bi posamezne vrednosti postavljali v enačbo (Wagener, Patterson McPherson, Sewell, Meyer Spacks in Thurston, 1990).

V takih primerih se učenci niti ne zavedajo, kakšna je vsebina problema oziroma za kakšno problemsko situacijo gre. Več raziskav je pokazalo, da učenci v besedilnih nalogah ne uvidijo problemske situacije (Greer, 1993; Verschaffel, De Corte in Lasure, 1999). Končnega rezultata ne znajo smiselno povezati z besedilom

problema, rezultat, ki so ga dobili s strogim upoštevanjem naučenega postopka, nekritično jemljejo kot pravičen. Veliko učencev sploh ne uporablja znanj o realnem svetu oziroma izkušenj iz vsakdanjega življenja niti pri reševanju problemov iz vsakdanjega življenja, če so le-ti povezani s poukom ali učenjem matematike. V nasprotju s tem pa večina učencev pokaže zmožnosti reševanja problema, če jim je predstavljen kot »projekt« – ko v »realni« nalogi igrajo pot do rešitve (Wyn-dhamm in Säljö, 1997).

Sklepamo lahko, da učenci ne izkazujejo miselnega primanjkljaja, ki bi bil vzrok za težave pri reševanju matematičnih problemov, povezanih z vsakdanjim življenjem, pač pa se držijo nekih priučenih pravil igre. Običajni matematični problemi oziroma besedilne naloge, ki jih srečujemo pri matematiki, so še vedno precej »rigidni« (Cotič, 1998).

Besedilne naloge kot odsev realne življenjske situacije bi morale pritegniti učence, da uporabijo izkušnje iz vsakdanjega življenja. V resnici pa jih učenci jemljejo kot nekakšne »nebodijih treba«, pri katerih se podatki pojavljajo v besedilu, namesto da bi bili zapisani, kot se »pričakuje« v matematiki, to je v obliki računa, enačbe ali vsaj v urejenem stolpcu, da jih lahko neposredno vstavijo v primerno formulo. Besedila ne jemljejo kot opis problemske situacije, zato ga velikokrat niti ne preberejo dovolj pozorno, da bi ga razumeli. Gotovo je eden izmed razlogov za to že sam način reševanja problemov v šoli in domačih nalogah. Ko se na primer v šoli utrjuje odštevanje, se že vnaprej ve, da bo potrebno odšteti števila, ki nastopajo v besedilu problema. Na hitro torej preletimo besedilo problema, poiščemo števila in zapišemo račun odštevanja, ne da bi se osredotočili na opisano problemsko situacijo in se o njej pogovorili. Enako se ponovi pri domačih nalogah: učenci ne preberejo nalog tako, da bi lahko premislili o opisani problemski situaciji in poiskali rešitev na osnovi premisleka, pač pa s števili, ki jih opazijo v besedilu, oblikujejo račun odštevanja.

Pravzaprav se v tem skrivata dva vzroka. Eden je v samih »standardnih« matematičnih problemih, ki jih najdemo v učbenikih in zbirkah vaj. Če so le-ti preveč enolični in vsebinsko revni, jih učenci sčasoma ne doživljajo več kot opis problemske situacije, pač pa kot zapis izmišljene situacije, iz katerega morajo prepisati števila ali neke druge podatke, da bi lahko oblikovali račun ali opravili določen algoritem in prišli do rešitve. Naučeni avtomatizem je učinkovit tudi na vseh preverjanjih in preizkusih znanja, ki sledijo v relativno kratkem času po obravnavi neke tematike, s katero so povezani ti »tipični« problemi (Stern, 1992; Cooper, 1994). Drugi vzrok je v načinu poučevanja reševanja problemov, zlasti v nezadostnem poudarjanju problemske situacije. Še vedno je med učitelji zakoreninjeno prepričanje o potrebi po veliko stereotipnih vaj, da bi se lahko učenci naučili postopka reševanja problema nekega tipa. Tako se zlasti v času, namenjenem utrjevanju, problemi rešujejo kot po tekočem traku, ne da bi se pogovorili in premislili o vsebini besedilne

naloge, s čimer spodbujamo proceduralna znanja, zanemarjamo pa konceptualna in problemska znanja. Velikokrat se opušča zapisovanje odgovorov, češ da bi nam to vzelo preveč časa, ali pa se celo le zapiše račun oziroma začetek algoritma kot recept za rešitev problema z navodilom, da je od tu dalje tako ali tako samo računanje, ki ga lahko vsak sam opravi doma (Vershaffel, De Corte in Borghart, 1997).

Gotovo sta učenje in poučevanje uporabe matematike v življenjskih situacijah težka, zato se jima učenci in učitelji najraje izognejo. Učenci po navadi neučakano želijo navodila in učitelji jim velikokrat ustrezajo z naštevanjem le-teh. Ta »metoda« je kratkoročno uspešna. Učenci sicer dosežejo dobre rezultate na bližnjem preizkusu znanja, toda večina jih ne razvije spretnosti, ki jih ne potrebujejo na preizkusu. Če je torej dovolj, da si zapomnijo »recepte«, jim za kaj drugega ni potrebno skrbeti. Žal pa s tem ne gradijo matematične pismenosti.

V učnih načrtih za matematiko so se pojavile zahteve po učenju in poučevanju matematike z razumevanjem ter po uporabnosti matematike v vsakdanjem življenju, vendar se kljub temu izkazujejo slabe zmožnosti uporabe teh spretnosti. V učne načrte oziroma v poučevalno in učno prakso bo potrebno jasneje vključiti dosežke matematične pismenosti. Čeprav je zmožnost uporabe matematike v vsakdanjem življenju eden temeljnih ciljev pouka matematike, se le redkokdaj preverja. Če želimo doseči uporabo matematičnega znanja v šoli in zunaj nje, bo potrebno preverjati ne le matematične sposobnosti, pač pa tudi zmožnost uporabe matematičnih spretnosti v vsakdanjem življenju, saj je to pravzaprav bistvo matematične pismenosti.

Skoraj običajno je, da se matematika, ki jo srečujemo pri drugih predmetih, razlikuje od matematike pri pouku matematike in da ju praviloma ne povezujejo ne učenci ne učitelji. Pri pouku drugih predmetov se praviloma ne oziramo na utrjevanje matematičnih konceptov, niti nismo pozorni na poudarjanje uporabe teh konceptov, po drugi strani pa se pri pouku matematike velikokrat rešujejo izumetničeni problemi brez pravega konteksta iz drugih predmetov.

## Sklep

Upravičeno se vprašamo, kje se matematična pismenost pravzaprav razvija. Šolska matematika postaja z leti šolanja vedno bolj abstraktna in formalna. Ko učenec usvoji dovolj matematičnih pojmov in algoritmov, se pouk matematike usmeri v »matematično teorijo« in oddalji od uporabe le-teh v vsakdanjem življenju. Učenci se tako učijo matematiko zgolj zaradi matematike same, pravzaprav niti ne zaradi matematike, ampak zaradi učnega predmeta matematika.

Ob objavah rezultatov izvedb periodične raziskave TIMSS, ki kažejo na takšno ali drugačno sposobnost uporabe matematičnega znanja, se redno pojavljajo kri-

tike in opazke o relativno slabi usposobljenosti naših učencev na izzive časa (Cotič in Felda, 2005; Magajna, 2005). Seveda je potrebno rezultate ustrezno tolmačiti, hkrati pa poiskati rešitve, ki bodo zagotavljale kar največji »izkoristek« učenja in poučevanja. Verjetno bi bilo potrebno temeljito prevetriti ne le matematični kurikulum, pač pa sam sistem učenja in poučevanja matematike, ki v današnjem času ni (več) dovolj učinkovit in ne pokriva najnujnejših potreb človeka v sodobni družbi. Matematika oziroma tiste njene komponente, ki so vključene v matematično pismenost, so pomembne za vsakogar, učenje in poučevanje matematike v osnovni in srednji šoli pa nikakor ne sme biti usmerjeno le na tiste učence in dijake, ki jim je matematika »všeč« in ki uživajo v njenih lepotah in eleganci (Packer, 2003).

Pouk matematike mora biti usmerjen v razvijanje relacijskega razumevanja, to je v vključevanje novih zamisli v obstoječo miselno shemo. Ob sprotnem povezovanju znanja, prilagajanju novih spoznanj že usvojenim znanjem in s povezovanjem matematike z realnimi situacijami bo učenec občutil varnost, zadovoljstvo in uspeh in bo torej motiviran za doseganje novih znanj.

## LITERATURA

*Mathematics in Primary Years. A discussion paper for the Rose Review of the Primary Curriculum.* (2008). The Advisory Committee on Mathematics Education (ACME). Pridobljeno 5. 1. 2010, s <http://www.acme-uk.org/downloaddoc.asp?id=108>.

Cole, M. (1990). Cognitive development and formal schooling: The evidence from cross-cultural research. V L. C. Moll (ur.), *Vygotsky and education* (str. 89–110). Cambridge: Cambridge University Press.

Cooper, B. (1994). Authentic testing in mathematics? The boundary between everyday and mathematical knowledge in National Curriculum testing in English schools. *Assessment in Education, 1*, 143–166.

Cotič, M. (1998). *Uvajanje vsebin iz statistike in verjetnosti ter razširitev pojma matematičnega problema pri razrednem pouku matematike*. Doktorska disertacija, Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Filozofska fakulteta.

Cotič, M. in Felda, D. (2005). Interpretacija rezultatov matematičnega dela raziskave TIMSS 2003 za nižje razrede osnovne šole. *Preverjanje in ocenjevanje, 2* (2/3), 77–82.

Damerow, P., Dunkley, M. E., Nebres, B. F. in Werry, B. (1984). *Mathematics for all*. Pariz: UNESCO.

Ernest, P. (1998). *Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*. New York: State University of New York.

Ernest, P. (2000). Why teach mathematics? V S. Bramall in J. White (ur.), *Why Learn Maths?* (str. 1–14). London: Bedford Way Papers.

Greer, B. (1993). The mathematical modeling perspective on wor(l)d problems. *Journal of Mathematical Behavior*, 12, 239–250.

Japelj Pavešič, B., Svetlik, K., Rožman, M. in Kozina, A. (2008). *Matematični dosežki Slovenije v raziskavi TIMSS 2007*. Ljubljana: JRZ Pedagoški inštitut.

Jensen, J. H., Niss, M. in Wedege, T. (1998). Introduction. V J. H. Jensen, M. Niss in T. Wedege. (ur.), *Justification and Enrolment Problems in Education Involving Mathematics or Physics* (str. 7–12). Roskilde: Roskilde University Press.

Magajna, Z. (2005). Analiza matematičnih znanj slovenskih 13-letnikov. V B. Japelj Pavešič idr. (ur.), *Slovenija v raziskavi TIMSS 2003: mednarodna raziskava trendov znanja matematike in naravoslovja* (str. 233–315). Ljubljana: Pedagoški inštitut.

Niss, M. (1994). Mathematics in Society. V R. Biehler, R. W. Scholz, R. Straesser in B. Winkelmann (ur.), *The Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (str. 367–378). Dordrecht: Kluwer.

Niss, M. (2002). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: the Danish KOM project. Technical report*. Roskilde: IMFUFA, Roskilde University.

*Literacy in the Information Age*. (2000). Pariz: OECD.

Packer, A. (2003). What mathematics should everyone know and be able to do? V B. L. Madison in L. A. Steen (ur.), *Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges* (str. 33–42). Princeton: National Council on Education and the Disciplines.

Renkl, A. in Stern, E. (1994). Die Bedeutung von kognitiven Eingangsvoraussetzungen und schulischen Lerngelegenheiten für das Lösen von einfachen und komplexen Textaufgaben. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 8 (1), 27–39.

Skemp, R. R. (1989). *Mathematics in the Primary School*. London: Routledge.

Stern, E. (1992). Warum werden Kapitänsaufgaben »gelöst«? Das Verstehen von Textaufgaben aus psychologischer Sicht. *Der Mathematikunterricht*, 28 (5), 7–29.

Špijunović, K. in Maričić, S. (2011). Razvijanje kritičnega mišljenja učencev pri začetnem pouku matematike. *Didactica Slovenica – Pedagoška obzorja*, 26 (4), 66–76.

Štraus, M., Repež, M. in Štigl, S. (2007). *Nacionalno poročilo PISA 2006: naravoslovni, bralni in matematični dosežki slovenskih učencev*. Ljubljana: Nacionalni center PISA, Pedagoški inštitut.

Tomić, A. (1997). *Izbrana poglavja iz didaktike*. Ljubljana: Center za pedagoško izobraževanje Filozofske fakultete.

Verschaffel, L., De Corte, E. in Borghart, I. (1997). Pre-service teachers' conceptions and beliefs about the role of real-world knowledge in mathematical modelling of school word problems. *Learning and Instruction*, 4, 339–359.

Verschaffel, L., De Corte, E. in Lasure, S. (1999). Children's conceptions about the role of real-world knowledge in mathematical modelling of school word problems. V W. Schnotz,