

APLICACIÓN DEL MÉTODO DE LATTICE BOLTZMANN A LA SIMULACIÓN DE OBSTRUCCIONES COMPLEJAS FÁCILMENTE PENETRABLES

APPLICATION OF THE LATTICE BOLTZMANN METHOD TO THE SIMULATION OF EASILY PENETRABLE COMPLEX OBSTRUCTIONS

N. Silin ^{a*}, G. Boroni ^b, D. Dalponte ^c, J. Dottori ^b, A. Clause ^d

^aCONICET e Instituto Balseiro, CNEA-Universidad Nacional de Cuyo – Av. Bustillo 9500 – (8400) Bariloche – Argentina

^bCONICET y Universidad Nacional del Centro – Gral. Pinto 399 – (B7000GHG) Tandil – Argentina

^cCICPBA y Universidad Nacional del Centro – Gral. Pinto 399 – (B7000GHG) Tandil – Argentina

^dCNEA-CONICET y Universidad Nacional del Centro – Gral. Pinto 399 – (B7000GHG) Tandil – Argentina

Recibido: 6/12/2012; aceptado: 25/02/2013

Se presenta la aplicación del Método de Lattice Boltzmann (LBM) a la simulación de flujos a través de obstrucciones complejas fácilmente penetrables. En particular nos interesa la simulación de flujos laminares estacionarios así como de flujos que presentan oscilaciones periódicas generadas por inestabilidades del flujo laminar. Para la simulación del flujo a través del medio poroso se utilizó un esquema originalmente desarrollado para bordes inmersos en el dominio de cálculo (IB – Immersed Boundary). Los resultados numéricos se validaron con mediciones experimentales realizadas con anemometría térmica en un canal de aire y con los resultados de un análisis de estabilidad lineal. Las simulaciones en condiciones de flujo estacionario, es decir a bajos números de Reynolds, muestran buena coincidencia con los resultados experimentales. Se pudo observar que el cambio a un modo de flujo con oscilaciones ocurre a un número de Reynolds por encima del valor crítico obtenido del análisis de estabilidad lineal. Finalmente se compararon los campos de las fluctuaciones de velocidad con el modo más inestable obtenido del análisis de estabilidad lineal, pudiendo observar un excelente acuerdo entre ambos.

Palabras clave: Método de Lattice Boltzmann, obstrucciones complejas, medio poroso, inestabilidad de flujo de corte, frontera inmersa.

An application of the Lattice Boltzmann Method (LBM) to the simulation of flows through easily penetrable complex obstructions is presented. In particular we are interested in the simulation of stationary laminar flows and flows having periodic oscillations generated by laminar-flow instabilities. For simulating the flow through the porous medium we used a scheme originally developed for immersed boundaries in the calculation domain (IB – Immersed Boundary). To validate the numerical results they were compared with experimental measurements performed by means of thermal anemometry in an air channel, and with the results of a linear stability analysis. The results of the simulations in steady flow conditions, *i.e.* at low Reynolds numbers, show good agreement with the experimental results. It was observed that the mode transition to oscillating flow occurs at a Reynolds number above the critical value obtained from the linear stability analysis. Finally we compared the fields of velocity fluctuations with the most unstable mode obtained from the linear stability analysis, finding an excellent agreement.

Keywords: Lattice Boltzmann Method, complex obstructions, porous media, shear flow instability, immersed boundary.

I. INTRODUCCIÓN

El estudio de obstrucciones complejas tiene gran relevancia en distintas áreas de la ingeniería y la ciencia. Este tipo de obstrucciones combina un gran rango de escalas que van desde el flujo alrededor de los objetos que producen la obstrucción, o escala microscópica, por ejemplo hojas de plantas, elementos estructurales, componentes de sistemas, etc.; hasta el tamaño total de la zona de flujo de interés, o escala macroscópica. Estas escalas pueden diferir en varios órdenes de magnitud y por ello es común utilizar un modelo de obstrucción en que se promedia temporal y espacialmente el

comportamiento de los elementos que conforman dicha obstrucción. Un caso típico es el flujo de aire a través de plantas, o de agua a través de vegetación acuática [1]. En ambas situaciones se tiene una zona de flujo libre y otra de flujo a través de la obstrucción. Se conoce que este tipo de flujos presenta fuertes inestabilidades de corte en los límites de la vegetación [2, 3].

Existen diversos métodos numéricos que permiten la simulación de flujos, y que mediante la introducción de un modelo de medio poroso pueden simular este tipo de obstrucciones porosas. Uno de estos métodos es el de Lattice Boltzmann [4].

* Nicolás Silin: silin@cab.cnea.gov.ar

En el presente trabajo se analiza la aplicabilidad del Método de Lattice Boltzmann para simular este tipo de flujos, no solamente en condiciones de flujo estacionario, sino también verificando la correcta simulación de condiciones en que se manifiesten inestabilidades. Las pruebas se realizarán sobre dos geometrías bidimensionales limitadas por paredes paralelas y parcialmente bloqueadas por una obstrucción compleja, como se muestra en la Fig. 1.

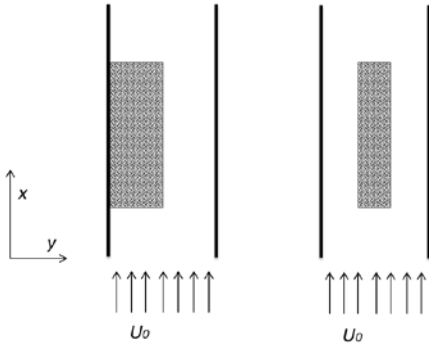


Figura 1. Casos analizados de flujos con obstrucciones.

II. METODOLOGÍA

Método de Lattice Boltzmann

El método de Lattice Boltzmann consiste fundamentalmente en resolver el campo de flujo discretizándolo en tiempo y en espacio, simulando el comportamiento estadístico de pseudo-partículas sin recurrir a las ecuaciones diferenciales [4]. En este caso a cada celda le corresponde una función de distribución de partículas (PDF) f_i que viajan en cada dirección e_i . El modelo más común para simulaciones 2D es D2Q9 [5], el cual utiliza una grilla regular con 9 direcciones de velocidad (Fig. 2). La velocidad y la densidad del fluido son funciones de estas distribuciones de partículas dado por

$$\rho = \sum f_i \quad (1)$$

$$u = \frac{\sum e_i f_i}{\rho} \quad (2)$$

En cada paso de tiempo hay un paso de convección y luego un paso de colisión o relajación (Ec. 3) que tiende a una distribución de equilibrio f_i^{eq} .

$$f_i(x + e_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(x, t) - \frac{1}{\tau} [f_i^{eq}(x, t) - f_i(x, t)] \quad (3)$$

Los detalles del cálculo de la f_i^{eq} pueden ser encontrados en el trabajo de Boroni *et. al.* [6].

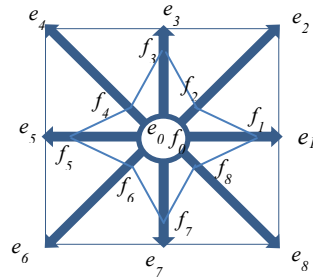


Figura 2. Celda LBM tipo D2Q9.

Para simular el medio poroso se utilizó un esquema originalmente desarrollado para la simulación de fronteras inmersas (IB) en el dominio del fluido. Básicamente, el borde o la frontera se mueve con idéntica velocidad que el fluido en cada paso de tiempo, pero reacciona mediante una fuerza representada por una serie de términos que dan cuenta de la interacción de la frontera con el fluido. Para condiciones de contorno sin deslizamiento la forma funcional de esta fuerza se reduce a un término de anclaje

$$F = -k_f (x - z) \quad (4)$$

donde x es la posición real del borde y z es la condición de contorno que se desea imponer. En la implementación esta fuerza se distribuye en un entorno de celdas centradas en la ubicación x , logrando así precisión geométrica a nivel de sub-celda. Una descripción detallada del esquema frontera inmersa – Lattice Boltzmann puede ser encontrada en Boroni *et. al.* [6].

En el presente trabajo el medio poroso fue modelado colocando bordes inmersos puntuales separados en forma regular y ajustando los parámetros que controlan la distribución de la fuerza en el entorno de cada punto.

Método Experimental

El dispositivo experimental se muestra en la Fig. 3, consta de un canal de sección rectangular parcialmente bloqueado por un arreglo de alambres perpendiculares al plano de flujo. Las mediciones se realizaron mediante anemometría térmica. El método experimental se detalla en Silin *et. al.* [7].

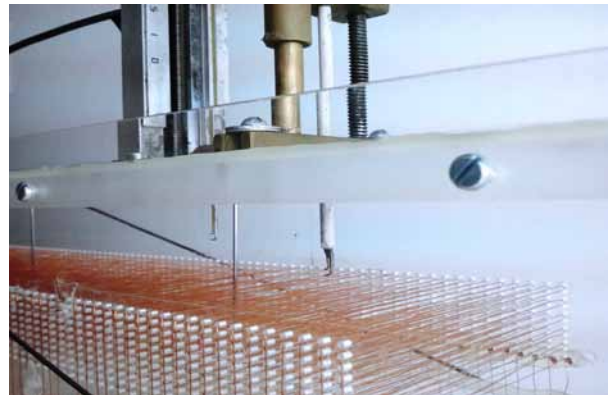


Figura 3. Dispositivo experimental.

Análisis de Estabilidad Lineal

El método utilizado considera flujo totalmente desarrollado y bidimensional. El efecto del medio poroso es introducido en la ecuación de Navier Stokes mediante un término adicional de fricción volumétrica del tipo de Darcy

$$\mathbf{D} = -\frac{\mu \mathbf{u}}{\kappa} \quad (5)$$

donde μ es la viscosidad dinámica, \mathbf{u} la velocidad y κ la permeabilidad del medio poroso que se considera constante. El volumen ocupado y el mezclado producido por el medio poroso se consideran despreciables. La zona ocupada por el medio poroso se define mediante la función H . Esta función toma el valor de 1 en la zona ocupada por el medio poroso y 0 en el flujo libre.

Luego de obtenida la solución para flujo laminar estacionario $U(y)$ se desarrolla la ecuación de Navier Stokes para una perturbación infinitesimal (u,v) . Posteriormente se descartan los términos de segundo orden y se considera una perturbación armónica descrita como

$$u = \phi'(y) e^{i(kx - \omega t)} \quad (6)$$

$$v = -ik\phi(y) e^{i(kx - \omega t)} \quad (7)$$

De esta forma se obtiene una ecuación diferencial ordinaria de cuarto orden muy similar a la ecuación de Orr-Sommerfeld pero con un término adicional que representa la amortiguación introducida por el medio poroso. Cabe aclarar que la presencia del medio poroso se refleja también en la forma del perfil de velocidad $U(y)$ [7].

$$(c - U)(\phi'' - k^2\phi) + U''\phi = \frac{\nu}{ik\kappa} [H(y)(\phi'' - k^2\phi) + H'(y)\phi'] + \frac{\nu}{ik} (2k^2\phi'' - k^4\phi - \phi''') \quad (8)$$

La solución de esta ecuación puede obtenerse de diversas maneras; en nuestro caso se utilizó un set de herramientas llamado Derivation Matrix Suite, que utiliza interpolantes de Chebishev para discretizar el problema y resolverlo numéricamente [7].

III. RESULTADOS

Del cálculo de estabilidad lineal se obtuvieron los números de Reynolds críticos ($Re_h = \rho h^3 / 8\mu^2 (-dp/dx)$ [7]), resultando 90 para el canal asimétrico y 71 para el simétrico. A continuación se presentan resultados numéricos y experimentales para casos subcríticos y supercríticos.

Resultados de la simulación con LBM

Para las pruebas realizadas se analizaron los campos de la componente x de velocidad obtenidos de la simulación de LBM. En la Fig. 4 se muestran los resultados para los casos subcríticos. Si bien se aprecian algunas ondulaciones en los contornos de velocidad, los resultados son básicamente estacionarios.

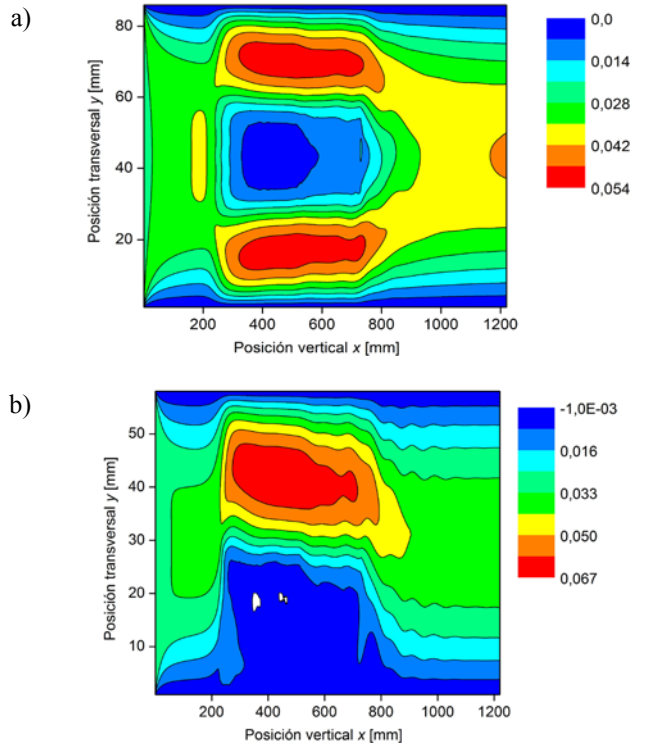


Figura 4. Mapa de contorno de la componente axial de velocidad en casos subcríticos: a) obstrucción centrada ($Re_h=70$), b) con obstrucción lateral ($Re_h=82$).

En la Fig. 5 se muestran los casos supercríticos, donde se evidencian claramente oscilaciones debidas a las inestabilidades.

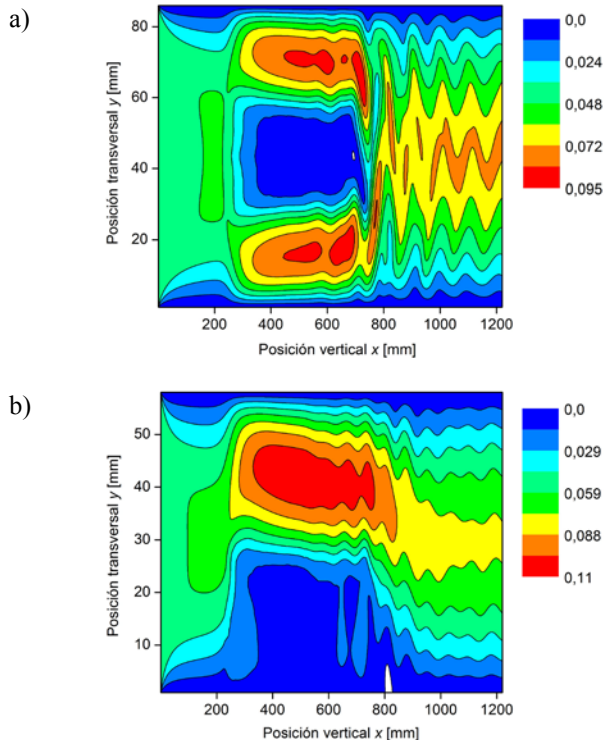


Figura 5. Mapa de contorno de la componente axial de velocidad en casos supercríticos: a) obstrucción centrada ($Re_h=120$), b) obstrucción lateral ($Re_h=150$).

Comparación con mediciones experimentales

Para realizar la comparación se procedió a ajustar los parámetros del modelo de la obstrucción compleja considerando las mediciones realizadas en el dispositivo

experimental a una distancia 80% del largo total de la obstrucción y a diferentes posiciones transversales. El ajuste se realizó para el caso supercrítico con obstrucción lateral y los mismos parámetros se utilizaron para los demás casos. Los resultados se muestran en las Figs. 6 y 7 para los casos supercríticos y subcríticos.

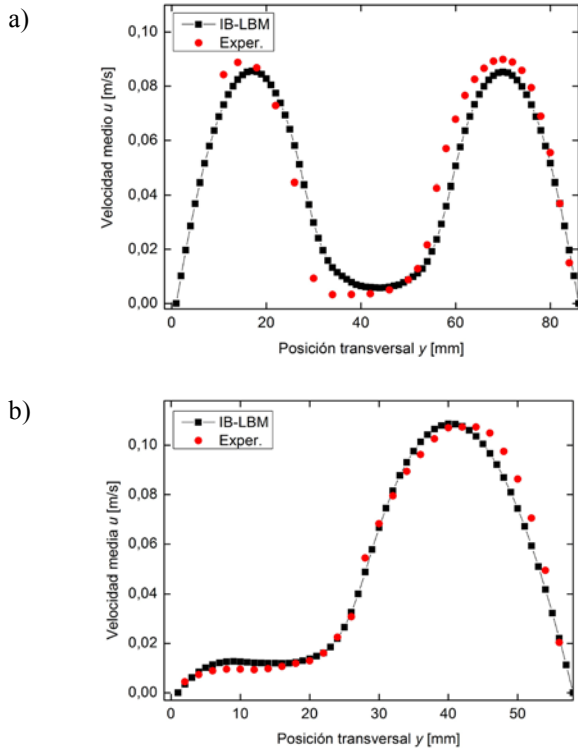


Figura 6. Velocidad axial casos supercríticos: a) obstrucción centrada ($Re_h=120$) b) obstrucción lateral ($Re_h=150$, utilizado para ajustar los parámetros de simulación).

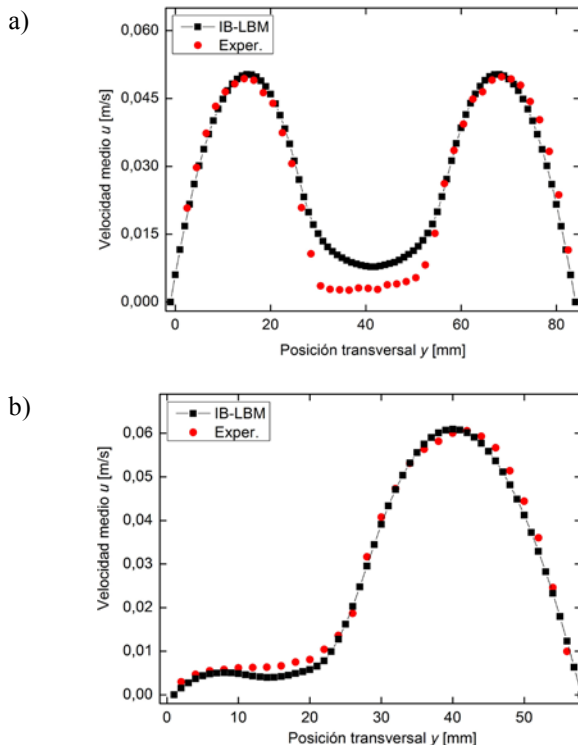


Figura 7. Velocidad axial, casos subcríticos: a) obstrucción centrada ($Re_h=70$) b) obstrucción lateral ($Re_h=82$).

Comparación con análisis de estabilidad lineal

En la Fig. 8 se muestra la evolución temporal de las fluctuaciones de velocidad a una distancia de un 80% del largo total de la obstrucción y diferentes posiciones transversales, junto con la forma del modo más inestable obtenido del análisis de estabilidad lineal a número de Reynolds crítico. Se puede observar que las formas tienen excelente coincidencia. La diferencia entre las posiciones transversales de los máximos, puede deberse a efectos de longitud de entrada que no son considerados en el análisis de estabilidad.

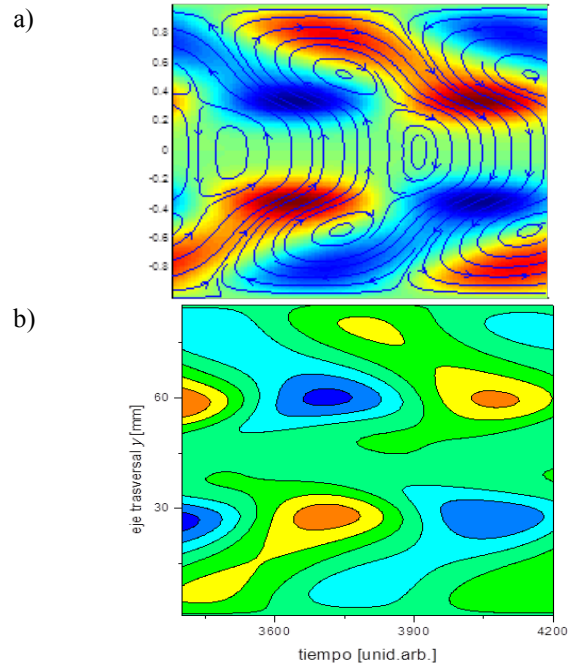


Figura 8. Amplitud de fluctuaciones de velocidad en x. a) Análisis de estabilidad lineal. b) Resultados LBM.

IV. CONCLUSIONES

Se ha podido utilizar un esquema combinado del Método de Lattice Boltzmann y frontera inmersa para la simulación de flujos laminares estacionarios y oscilatorios a través de obstrucciones complejas. La solución implementada permite la correcta reproducción del flujo de base así como de las oscilaciones producto de inestabilidades de flujo de corte. Estas oscilaciones aparecen en forma no-forzada para números de Reynolds supercríticos.

V. REFERENCIAS

- 1 – Martino, R.; Paterson, A.; Piva, M. *Env. Fluid Mech.* vol. 12 issue 1 February 2012. p. 45 - 62 .
- 2 – Finnigan, J., *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 32, 519–571 (2000).
- 3 – Ghisalberti, M., *J. Fluid Mech.*, **641**, 51–61 (2009).
- 4 – Chen, S. and Doolen G.D., *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **30**, 329–64 (1998).
- 5 – Sukop, M., Thorne, D., *Lattice Boltzmann Modeling*, Springer (2006).
- 6 – Boroni, G., Dottori, J., Dalponte, D., Rinaldi, P., Clausse, A., *Lat. Am. App. Res.*, En prensa, 8 pags. (2012)
- 7 – Silin, N., Converti, J., Dalponte, D., Clausse, A., *J. Fluid Mech.*, **689**, 417–433 (2011)