

# SIMULACIONES DEL FENÓMENO DE SEGREGACIÓN EN APILAMIENTOS: INFLUENCIA DE LA GEOMETRÍA

## SIMULATIONS OF THE SEGREGATION PHENOMENON IN GRANULAR HEAPS: ROLE OF GEOMETRY

J.G. Benito <sup>a</sup>, R.O. Uñac <sup>a</sup>, A.M. Vidales <sup>a</sup>, I. Ippolito <sup>b</sup>

<sup>a</sup> Instituto Física Aplicada (INFAP) – Universidad Nacional De San Luis – CONICET  
Ejército de los Andes 950 – (5700) San Luis – Argentina

<sup>b</sup> Grupo de Medios Porosos, Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires  
Paseo Colón 950 – (1063) Ciudad Autónoma de Buenos Aires –Argentina y CONICET

Recibido: 17/12/2012; aceptado: 26/02/2013

Se presenta un estudio numérico del problema de la segregación por flujo en apilamientos cuasi-bidimensionales construidos vertiendo una mezcla de granos de dos tamaños diferentes, desde una altura constante. Hemos encontrado experimentalmente que el fenómeno de estratificación o bandas puede estar presente en un apilamiento de esferas de vidrio de diferentes tamaños, siempre que las partículas tengan una relación de tamaño y concentraciones apropiadas. Con el fin de comprender la influencia geométrica en el proceso de segregación y estratificación, se simula la construcción de apilamientos, empleando un método de pseudo-dinámica (PSDM). El algoritmo sólo tiene en cuenta el efecto del volumen excluido que surge cuando las partículas interactúan. Las pilas simuladas se construyen utilizando discos y durante el proceso de construcción no se calcula ninguna fuerza de interacción entre ellos. La concentración de discos pequeños y grandes es variada. También se utilizan diferentes relaciones de tamaño entre ellos. Las pilas resultantes presentan diferentes patrones de segregación en función de la concentración y el tamaño relativo de las partículas. Se discuten las condiciones de los diferentes patrones de segregación. También se realiza una comparación con los resultados experimentales propios y se discuten las ventajas y limitaciones del modelo de simulación.

*Palabras clave:* apilamientos, segregación, simulaciones.

We report a numerical study of the problem of flow segregation in quasi bidimensional piles built up by pouring a mix of grains of two different sizes from a constant height. We have recently found in our experiments that stratification or banding phenomenon may be present in a pile of glass beads of different sizes as long as the particles have an appropriate size ratio and concentrations. In order to understand the geometrical influence on the segregation and stratification, we simulate the construction of piles, employing a pseudo-dynamics method (PSDM). The algorithm only takes into account the excluded volume effect that arises when particles interact. The simulated piles are constructed using disks and during the process any interaction force between them is calculated. The concentration of small and big disks is varied. We also try with different size ratios between them. The resulting piles present different patterns of segregation depending on the concentration and the relative size of the particles. The conditions under which the different segregation patterns show up are discussed. A comparison of all the results obtained with our own experimental results, is also performed and the advantages and limitations of the simulation model are discussed.

*Keywords:* piles, segregation, simulations.

### I. INTRODUCCIÓN

En los últimos años, gran cantidad de trabajos han sido destinados al estudio de la segregación y mezcla de materiales granulares. A pesar de ello, el comportamiento de estos materiales sigue siendo objeto de intensa investigación, dado su importancia desde el punto de vista fundamental y tecnológico.

Muchas industrias buscan mejorar la calidad de sus productos mediante la optimización del uso de sus materias primas y de las plantas de procesamiento. En la producción de cemento, la materia prima es almacenada en pilas cónicas y se utilizan diferentes técnicas empíricas de homogeneización para la mezcla de granos. Si bien mediante estas técnicas se obtienen

buenos resultados, el fenómeno de segregación es siempre observado debido a la distribución de tamaños de los granos.

El fenómeno de segregación típica conduce a la presencia de granos grandes cerca de la parte inferior del apilamiento, mientras que los pequeños se ubican cerca del punto de inyección de granos, en la parte superior de la misma [1].

En recientes trabajos, se observó la presencia del fenómeno de estratificación espontánea para el caso de apilamientos formados por granos que difieren tanto en tamaño, como en forma [2-4]. De esta manera, una

---

<sup>1</sup> jbenito@unsl.edu.ar

mezcla compuesta por pequeños granos redondeados y grandes granos cúbicos, estratifican formando capas alternas, paralelas a la superficie libre de la pila.

Makse et al. [2,3] estudiaron experimental y analíticamente la estratificación y segregación de granos en un apilamiento. De acuerdo con sus experimentos, el parámetro de control para que exista estratificación es la diferencia de los ángulos de reposo  $\Delta$  de ambas especies puras de granos. Para el caso donde  $\Delta > 0$  (mezcla de pequeños granos redondeados y grandes granos cúbicos) se observa estratificación. Por otro lado, se obtiene segregación típica cuando  $\Delta < 0$  (pequeños granos cúbicos y grandes granos redondeados). A su vez, los autores proponen que la estratificación resultante deriva de una competición entre los fenómenos de segregación por tamaño y segregación por forma: los granos cúbicos y grandes tienden a segregarse por tamaño a la base del apilamiento, mientras que al mismo tiempo, tienden a segregarse por forma, permaneciendo en la cima del mismo.

Desde otro punto de vista, Grasselli y Herrmann [4] caracterizaron experimentalmente los apilamientos binarios formados por mezclas de arena (rugosa) y esferas de vidrio (redondeadas), los cuales presentaban diferentes estructuras internas, en función de los parámetros de construcción elegidos. Estudiaron la morfología del apilamiento en función del cociente entre el diámetro de las partículas rugosas y el diámetro de las esféricas. Para valores de este cociente pequeños (por debajo de 0.8), los apilamientos resultantes presentan segregación típica. El fenómeno de estratificación sólo es observado cuando el cociente de diámetros toma valores mayores a 1.5. Además, encuentran que la estratificación depende a su vez del espesor entre las paredes de la celda donde se construye el apilamiento y del flujo de inyección de los granos.

En este trabajo se presentan resultados numéricos obtenidos para apilamientos granulares utilizando un modelo bidimensional pseudo-dinámico (PSDM). Las simulaciones fueron llevadas a cabo de manera tal de reproducir resultados experimentales propios ya obtenidos. El modelo no tiene en cuenta las interacciones dinámicas entre los granos y el principal objetivo es destinar particular atención a la influencia geométrica de las partículas en los mecanismos de estratificación y segregación.

## II. RESULTADOS EXPERIMENTALES PREVIOS

Hemos estudiado experimentalmente los fenómenos de segregación y mezcla durante la construcción de apilamientos granulares [5,6]. Para ello, se utilizó un dispositivo experimental que permite la construcción de apilamientos de dos especies de granos dentro de una celda cuasi-bidimensional transparente de acrílico. Las pilas se construyen controlando el movimiento vertical y horizontal relativo entre en el inyector de granos y la cima del apilamiento.

Analizamos la influencia de los siguientes parámetros de control: relación de tamaños de las especies de granos, caudal másico de inyección, altura

del punto de inyección (la cual se mantiene constante durante todo el proceso de construcción) y la amplitud del movimiento horizontal, en el caso de experimentos con desplazamiento horizontal del punto de inyección.

Trabajamos con tres tamaños diferentes de esferas de vidrio (3, 2 y 1 mm de diámetro), usando dos relaciones de tamaños, 3:1 y 3:2.

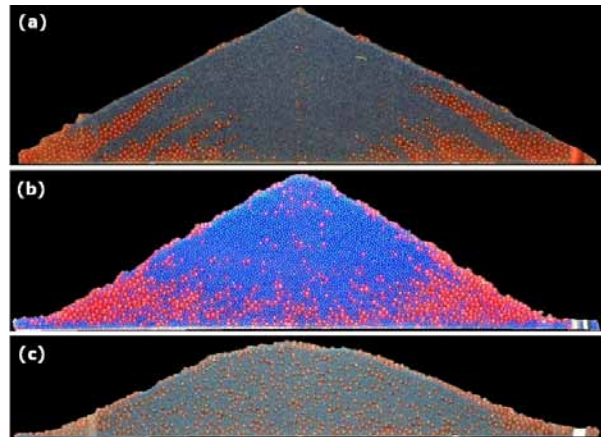


Figura 1. Apilamientos obtenidos con el dispositivo experimental, utilizando altura del punto de inyección baja y pequeña concentración de granos de mayor tamaño. (a) Relación de tamaños 3:1; (b) relación de tamaños 3:2; (c) relación de tamaños 3:1 y movimiento horizontal del punto de inyección.

Obtuvimos diferentes configuraciones finales para los apilamientos dependiendo de los parámetros usados para su construcción.

En el caso de utilizar la relación de tamaños 3:1, para una baja concentración de granos grandes y una altura del punto de inyección (medida desde la cima del apilamiento) pequeña, los apilamientos resultantes presentan estratificación, como puede verse en la Figura 1(a). A medida que aumentamos la altura del punto de inyección, o la concentración de granos de mayor tamaño, la estratificación comienza a desaparecer, tendiendo a la segregación típica.

Para relación de tamaños 3:2 encontramos que no es posible obtener pilas estratificadas. Cuando se utiliza pequeña concentración de granos grandes y baja altura del punto de inyección, los apilamientos siempre presentan segregación típica. La Figura 1(b) muestra un apilamiento construido bajo estas condiciones. A medida que se aumenta la altura del punto de inyección, o la masa de granos de mayor tamaño, las pilas presentan en su interior un mayor grado de mezcla.

Finalmente, para el caso de experimentos con movimiento horizontal del punto de inyección y relación de tamaños 3:1, observamos apilamientos en los cuales la cima es más suave y la estratificación desaparece. En su lugar, el interior del apilamiento presenta un alto grado de mezcla de los granos, el cual aumenta al aumentar la amplitud del movimiento del punto de inyección. Cabe destacar que, utilizando relación de tamaños 3:1, la mezcla de granos sólo fue obtenida en

los casos en que el inyector se desplaza horizontalmente. condiciones se muestra en la Figura 1(c).

### III. MODELO NUMÉRICO

Las simulaciones fueron llevadas a cabo utilizando un modelo de pseudo-dinámica [7,8]. El algoritmo permite la construcción de apilamientos bidimensionales usando discos de dos tamaños diferentes. Los discos pueden caer o rotar una pequeña distancia en cada paso de iteración, y luego de un dado número de iteraciones, encuentran posiciones estables.

Más específicamente, un disco realiza una caída libre de longitud  $\delta$  si no posee contactos de apoyo, o rodará un arco de longitud  $\delta$  sobre su disco de apoyo si solo posee un solo contacto soporte. Un disco se considerará en posición estable si posee dos contactos de apoyo.

Las partículas así, pueden caer o rotar en cada paso de iteración y se mueven una por vez, realizando pequeños movimientos, de manera tal de no perturbar significativamente el movimiento posterior del resto de las partículas del sistema. Cada paso de iteración consiste en mover cada disco del sistema una distancia  $\delta$  o la distancia permitida dadas las restricciones impuestas por los discos vecinos. Más detalles respecto al algoritmo pueden ser encontrados en [6,7]. Se necesita un gran número de iteraciones para que todos los discos encuentren sus posiciones estables. Para pequeños valores de  $\delta$ , este método da como resultado una deposición simultánea realística de granos que poseen coeficiente de restitución nulo.

### IV. RESULTADOS Y DISCUSIONES

Llevamos a cabo simulaciones para construir apilamientos con dos especies de discos diferentes. Análogamente a lo realizado en los experimentos, variamos los parámetros utilizados para la construcción de los mismos. Trabajamos con relaciones de tamaño 3:1 y 2:1, y empleamos diferentes caudales para cada especie de discos.

Se definirá RS como el cociente de la superficie total de las dos especies (o tamaños) de discos presentes en el apilamiento, esto es,  $RS = S_1/S_2$ , donde  $S_1$  ( $S_2$ ) es el área total de los discos grandes (pequeños). Los valores de RS utilizados en las simulaciones fueron 0.5, 1.0 y 1.5.

Es importante notar que la altura del punto de inyección no es relevante en nuestras simulaciones, ya que el método no tiene en cuenta la dinámica del movimiento de los discos ni se calculan las fuerzas de interacción entre ellos. De este modo, el objetivo de nuestras simulaciones es poner en evidencia el efecto que las restricciones geométricas tienen en el movimiento de las partículas y el efecto resultante en el fenómeno de segregación.

También se simularon apilamientos construidos con movimiento horizontal del punto de inyección (en correspondencia con las experiencias) usando dos amplitudes de movimiento diferentes.

La Figura 2 muestra dos apilamientos obtenidos utilizando una relación de tamaños 3:1 y diferentes valores de RS. Cuando el valor de RS es pequeño, las

Un ejemplo típico de apilamientos obtenidos bajo estas pilas presentan estrías: los discos de mayor tamaño se ubican paralelos a la superficie libre de la pila formando largas cadenas (ver Figura2(a)).

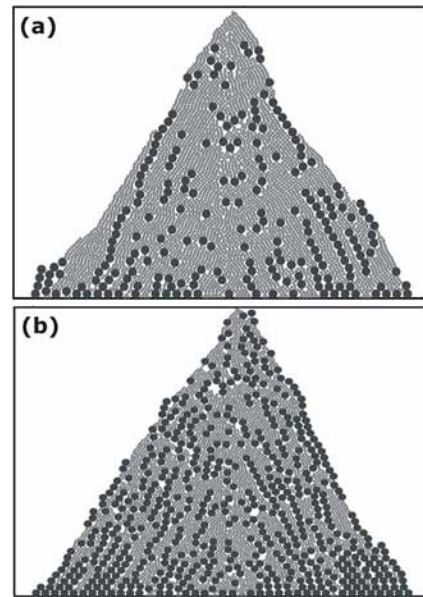


Figura 2. Apilamientos obtenidos mediante simulaciones, utilizando relación de tamaños 3:1 y (a)  $RS=0.5$ ; (b)  $RS=1.0$ . Los discos de mayor tamaño son los negros, mientras que los de menor tamaño son los de color gris.

Cuando el valor de RS aumenta, permanecen las estrías, pero a su vez, comienzan a ser visibles efectos de segregación ordinaria, dando lugar a la localización de un mayor número de granos grandes en la base del apilamiento, como puede observarse en la Figura 2(b).

Es importante notar que la pendiente de las pilas simuladas es mayor que las correspondientes experimentales. Esto se debe al modelo particular de simulación utilizado. Como se mencionó anteriormente, en este modelo no se calculan fuerzas de interacción entre los granos y por lo tanto, no se resuelve ninguna ecuación para establecer el equilibrio de las partículas. La situación de estabilidad de los discos se obtiene mediante condiciones geométricas de contactos y apoyos de los mismos.

Para los apilamientos simulados usando una relación de tamaños 2:1, se encuentra que las cadenas de granos de mayor tamaño desaparecen completamente, dando lugar a apilamientos que presentan una tendencia a la segregación típica.

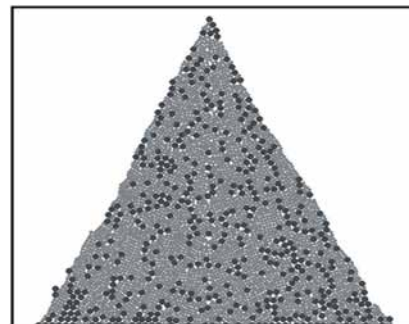


Figura 3. Apilamiento obtenido mediante simulación, con relación de tamaños 2:1 y  $RS=0.5$ .

La Figura 3 muestra un ejemplo de un apilamiento con esta relación de tamaños y un valor de  $RS$  pequeño.

Es importante notar que los efectos de segregación típicos obtenidos en las simulaciones no son tan visibles como en los experimentos. Esto se debe nuevamente a la ausencia de efectos dinámicos en nuestro modelo: aquí, las partículas pueden encontrar posiciones estables más fácilmente que en los experimentos. Por consiguiente, los discos no siempre podrán rodar hasta la base del apilamiento y además, no se visualiza ningún proceso de avalancha.

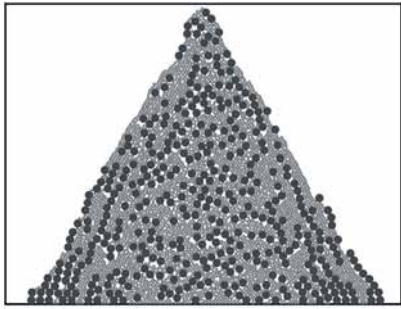


Figura 4. Apilamiento obtenido mediante simulación, con relación de tamaños 3:1,  $RS=1.0$  y amplitud del movimiento horizontal igual a 62 veces el diámetro de las partículas de menor tamaño.

Finalmente, para el caso de las simulaciones de apilamientos con movimiento horizontal del punto de inyección de granos (Figura 4), se puede observar que las estrías tienden a desaparecer y se mejora la mezcla de granos en el interior de la pila, al igual que en el caso de los experimentos.

## V. CONCLUSIONES

Hemos realizado simulaciones de apilamientos bidimensionales mediante el uso de un modelo simple. Estas simulaciones nos ayudan a comprender las

características generales de los fenómenos de segregación y estratificación que derivan de restricciones geométricas.

El modelo implementado reproduce de manera cualitativa resultados experimentales obtenidos previamente. Hemos encontrado la presencia de estrías (cadenas de granos) en apilamientos formados por discos con relación de tamaño 3:1. La visualización de estas cadenas demuestra que los efectos geométricos son relevantes para el caso del fenómeno de estratificación. Los resultados numéricos han demostrado que las estrías tienden a desaparecer cuando disminuye la relación de tamaños, en acuerdo con las experiencias.

Además, se encontró que el efecto geométrico es menos significativo para el caso de segregación típica: los apilamientos obtenidos mediante este modelo presentan efectos de segregación menos pronunciados que en los casos experimentales. Este hecho está posiblemente vinculado a la ausencia de interacciones dinámicas entre los discos en el modelo utilizado.

## VI. REFERENCIAS

- 1 - J. C Williams, *Powder Technology* **15**, 245-251 (1976).
- 2 - H.A. Makse, S. Havlin, P.R. King and H.E. Stanley, *Nature* **386**, 379-381 (1997).
- 3 - H.A. Makse, P. Cizeau and H.E. Stanley, *Physical Review Letter* **78**, 3298-3301 (1997).
- 4 - Y. Grasselli and H.J. Herrmann, *Granular Matter* **1**, 43-47 (1998).
- 5 - F. Klein, J. Benito, I. Ippolito and A. M. Vidales, *AIP Conference Proceedings* **1145**, 691-694 (2009).
- 6 - J. G. Benito, I. Ippolito and A. M. Vidales, *Powder Technology* **234**, 123-131 (2012).
- 7 - S. S. Manna and D. V. Khakhar, *Phys.Rev. E* **58**, R6935–R6939 (1998).
- 8 - R. O. Uñac, A. M. Vidales and L. A. Pugnaloni, *Granular Matter* **11**, 371-378 (2009).