

Asociación Argentina  
de Mecánica Computacional



Mecánica Computacional Vol XXXII, págs. 3295-3301 (artículo completo)  
Carlos G. García Garino, Aníbal E. Mirasso, Mario A. Storti, Miguel E. Tornello (Eds.)  
Mendoza, Argentina, 19-22 Noviembre 2013

## ESTUDIO DE LA ETAPA INICIAL EN FREIDO DE PAPA POR INMERSION

Luis T. Villa<sup>a</sup>, Angélica C. Boucíguez<sup>b</sup> y Ricardo F. Lozano<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Salta, INIQUI (UNS –CONICET) Av. Bolivia 5150,  
4400 - Salta, Argentina, villal@unsa.edu.ar.

<sup>b</sup>Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional de Salta, Av. Bolivia 5150, 4400 - Salta,  
Argentina, bouciga@unsa.edu.ar.

**Palabras Claves:** freído por inmersión, etapa inicial, frente de desorción, humedad libre.

**Resumen.** Es este trabajo se formula y resuelve un modelo matemático descriptivo de la dinámica de desorción del frente de humedad libre durante la etapa inicial (burbujeo vigoroso) del proceso de freído de bastones de papa natural, por inmersión en aceite caliente. Dicho modelo se genera a partir de un trabajo anterior, donde se describe el proceso con un modelo de frontera libre asociado a los perfiles de concentración de humedad libre y temperatura en la muestra bajo freído. Un complemento de información experimental sobre el proceso que nos ocupa, bajo similares condiciones operativas, es también usado.

## 1 INTRODUCCION

El freído por inmersión de papa natural por inmersión en aceite caliente, es un proceso complejo en el que ocurren simultáneamente fenómenos de transferencia de calor y materia; reacciones químicas, cambios estructurales, texturales, desnaturalización de proteínas y gelatinización de almidones. Una clara definición de tal proceso puede verse en (Farkas, et al, 1996). Precisamente, tal referencia constituye un trabajo pionero en el área, en cuanto a la formulación de un modelo analítico predictivo de los perfiles de concentración de humedad y temperatura que tienen lugar en él.

Tal trabajo, reporta al proceso ocurriendo en diversas etapas: precalentamiento, etapa inicial (o de burbujeo vigoroso) y etapa principal.

Recientemente, en un trabajo previo (Villa et al., 2011), se tomó en consideración particularmente la etapa inicial, con el fin de formular un modelo matemático de frontera libre asociado a los perfiles de humedad libre y temperatura, descriptivo de tal etapa durante el proceso.

En dicho trabajo se presentan fotografías de precisión tomadas sobre secciones transversales de muestras prismáticas y cilíndricas extraídas del freidor con aceite caliente (a temperatura  $\cong 180^{\circ}\text{C}$ ) agitado, a determinados tiempos comprendidos en el intervalo entre los 10 seg y 90 a 110 seg, que experimentalmente se caracterizó como el de evolución de la etapa inicial o de burbujeo vigoroso. A título de mejor comprensión, se exponen aquí dichas fotografías. (Figura 1)

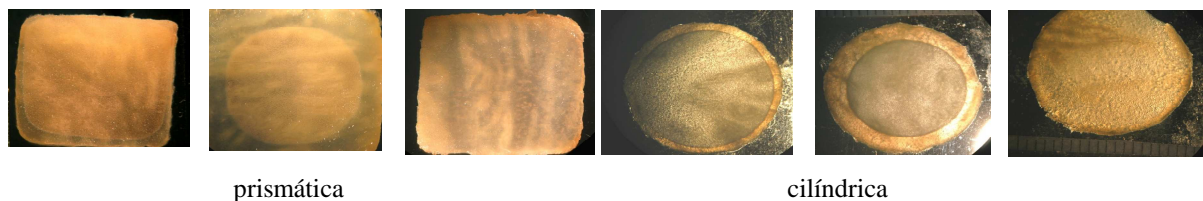


Figura 1: Fotografías de las muestras de papa siguiendo la secuencia de la etapa inicial del proceso de freído.

A los fines de facilitar la visualización del proceso durante la etapa de freído en consideración, se ilustra, esquemáticamente, en la Figura 2 un corte transversal de la porción de papa en pleno curso de freído (10 a 90 a 110 seg) de la etapa inicial. Nótese que naturalmente la humedad libre comienza a vaporizarse en la superficie de contacto ( $x=R$ ) del sólido papa, con aceite caliente; siendo  $R$  el semi espesor de la muestra, medido desde el centro de la misma y  $x$  la coordenada con origen en el centro de la muestra; por tanto se tiene  $0 < x < R$ . Luego, al evolucionar la etapa, la desorción de humedad libre ocurre sobre el frente móvil ubicado por la coordenada  $x=S^0(t)$ , separatriz de las zonas corazón y periférica. Tal frente se mueve en forma monótona decreciente desde su posición inicial  $S^0(t_1)=R$ , hasta que finaliza la ocurrencia de la etapa inicial,  $S^0(\tau)=0$ , con  $\tau$  de 90 a 110 seg. La zona corazón contiene humedad libre a concentración de saturación. La periférica es sede de humedad desorbida difundiendo hacia el frente de vaporización (interfase de contacto papa – aceite)  $x=R$ .

Con  $t_1$  se denota el tiempo de precalentamiento necesario para llevar la superficie de la porción de papa, a la temperatura de ebullición del agua, este tiempo es de aproximadamente 10 seg;  $T_b$  la temperatura del baño de aceite donde se sumerge la muestra a freír.

La función real  $S^0=S^0(t)$ , de la variable independiente  $t$ , da la posición instantánea del frente de desorción de humedad libre de la muestra, para cada  $t > t_1$ . La muestra empieza a desorber

en la superficie de contacto  $x=R$ , entre la muestra de papa y el aceite, una vez que ha transcurrido el tiempo  $t_1$ , por tanto,  $S^0(t_1)=R$ .

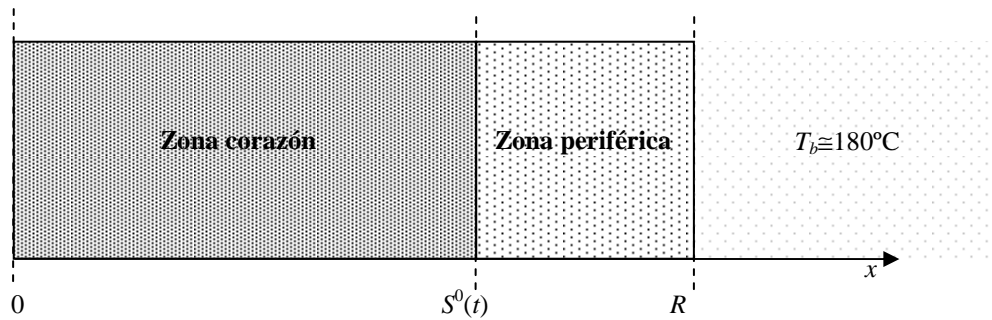


Figura 2: Esquema de la etapa de burbujeo vigoroso del freído ( $t > t_1$ )

En la Figura 3, ya presentada en (Villa et al., 2011), se ilustra la gráfica de puntos obtenidos experimentalmente para la posición del frente de desorción  $x=S^0(t)$ , en función del tiempo de freído y también la respectiva curva de ajuste.

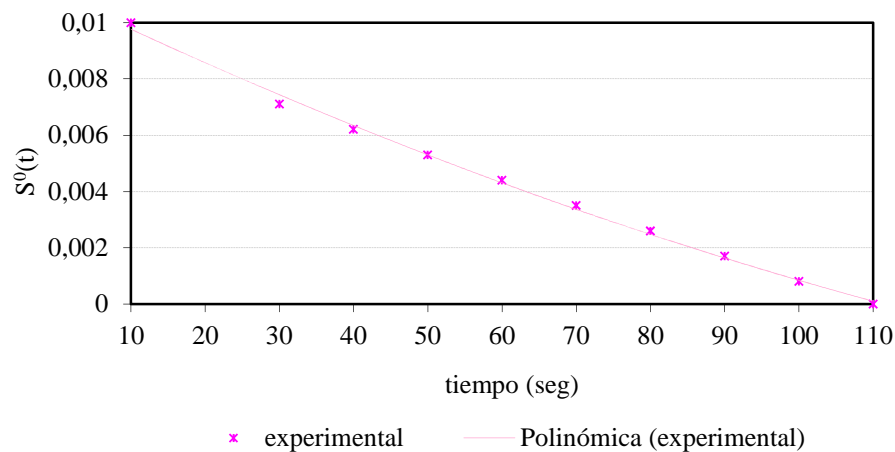


Figura 3: Curva experimental para la función  $S^0(t)$  y ajuste polinómico.

## 2 MODELO MATEMATICO DESCRIPTIVO DE LA ETAPA INICIAL O DE BURBUJEO VIGOROSO.

En el trabajo (Villa et al., 2011) se reportó el modelo constituido por las ecuaciones (1) a (11) descriptivas de la primera etapa del freído por inmersión.

$$\rho_s C_s \frac{\partial T}{\partial t} = k_s \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad t > t_1 \quad 0 < x < R \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}(0, t) = 0 \quad t > t_1 \quad (2)$$

$$k_s \frac{\partial T}{\partial x}(R, t) - \Delta H \cdot D \frac{\partial C}{\partial x}(R, t) = h [T_b - T(R, t)] \quad t > t_1 \quad (3)$$

$$T(x, t_1) = Q(x) \quad 0 \leq x \leq R \quad (4)$$

$$C(x, t) = C_0 \quad t > t_1 \quad 0 \leq x \leq S^0(t) \quad (5)$$

$$C(x, t_1) = C_0 \quad 0 \leq x \leq R \quad (6)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad t > t_1 \quad S^0(t) \leq x \leq R \quad (7)$$

$$C(S^0(t), t) = C_0 \quad t > t_1 \quad (8)$$

$$-AD \frac{\partial C}{\partial x}(R, t) = \omega_v \quad t > t_1 \quad (9)$$

$$(C^0 - C_0) \frac{dS^0}{dt} = -D \frac{\partial C}{\partial x}(S^0(t), t) \quad t > t_1 \quad (10)$$

$$S^0(t_1) = R \quad (11)$$

Donde:  $A$  es el área de la superficie lateral ( $\text{m}^2$ );  $C_s$ , la capacidad calorífica efectiva del sólido papa ( $\text{J/kg K}$ );  $C$ ,  $C_0$  y  $C^0$  las concentraciones volumétricas de humedad: libre, inicial libre e inicial total en la papa, respectivamente (todas en  $\text{kg/m}^3$ );  $D$  el coeficiente global de difusividad de humedad ( $\text{m}^2/\text{s}$ );  $k_s$  la conductividad térmica de la papa ( $\text{W/m K}$ );  $R$  el semi-espesor de la porción de papa ( $\text{m}$ );  $\Delta H$ , el calor de vaporización del agua a  $100^\circ\text{C}$  ( $\text{J/kg}$ );  $\rho_s$  la densidad de la papa ( $\text{kg/m}^3$ );  $h$  el coeficiente convectivo global de transferencia de calor ( $\text{W/m}^2 \text{K}$ );  $S^0$  la posición del frente de desorción de humedad ( $\text{m}$ );  $\omega_v$  la velocidad de vaporización;  $T_b$  la temperatura del baño de aceite y  $t_1=10\text{seg}$ , el tiempo en que comienza la etapa de burbujeo.

### 3 FORMULACION DEL PROBLEMA DE VALOR INICIAL (PVI) DESCRIPTIVO DE LA DINAMICA DEL FRENTE DE DESORCION DE HUMEDAD LIBRE.

Denominando  $M=M(t)$  al contenido en peso de humedad libre desorbida en el frente de desorción:  $x=S^0(t)$  con sede en la zona periférica, ( $S^0(t) \leq x \leq R$ ), al tiempo  $t$ , se encuentra que está dado por la expresión (12)

$$M(t) = 4L \left[ R \int_{S^0(t)}^R C(x, t) dx + S^0(t) \int_{S^0(t)}^R C(x, t) dx \right] \quad (12)$$

Siendo,  $R$  el semi espesor y  $L$  el largo del prisma de papa natural en estudio.

En este estudio, se ha usado la expresión (13) siguiente para la cinética  $\omega_v(t)$  de vaporización de la humedad libre en la superficie  $x = R$ .

$$\omega_v(t) = 4R^2L(\rho_s - C^0) \frac{K_x}{60} (X_0 - X_e) \exp(-K_x t/60) \quad (13)$$

Tal expresión fue reportada en (Krokida et al., 2000) referida a un proceso de freído por inmersión en condiciones similares a las que nos ocupa. En el referido trabajo se postularon ecuaciones empíricas para  $K_x$ , (coeficiente cinético) y  $X_e$  (contenido de humedad en equilibrio), en términos de la temperatura media (170 °C) del baño de aceite caliente, el espesor de la sección transversal de la muestra de papa prismática y el porcentaje de la concentración de hidrogenización del aceite. En (13),  $\rho_s$  y  $X_0$  denotan a la densidad de la muestra de papa usada y al contenido inicial de humedad peso/peso de la muestra; respectivamente.

Teniendo presente las ecuaciones (5) a (11) de la sección precedente, reemplazando en (9) a  $\omega_v(t)$  por la expresión dada por (13), derivando  $M(t)$  dada por (12), se obtiene:

$$\frac{dS^0}{dt} = \frac{-4R^2L(\rho_s - C^0) \left(\frac{K_x}{60}\right) (X_0 - X_e) \exp\left(-\frac{K_x t}{60}\right)}{8L \left[ (C^0 - 2C_0)(S^0(t) + R) + \int_{S^0(t)}^R C(x,t) dx \right]} \quad (14)$$

Donde debe tenerse presente que tal expresión es tan solo una representación para la dinámica  $dS^0/dt$  del frente de reacción dado que en el segundo miembro aún figuran  $S^0(t)$  y  $C(x,t)$ , incógnitas del modelo.

Seguidamente, se introducen los parámetros:  $a$ ,  $b$ ,  $d$   $l$ ; y los valores para las dimensiones geométricas  $R$  y  $L$  del prisma de papa, expresados por las ecuaciones (15) a (17)

$$a^2 = 4LR^2(\rho_s - C_0) \frac{K_x}{60} (X_0 - X_e) \quad b = \frac{K_x}{60} \quad (15)$$

$$d = \frac{a}{8L} \quad l = C^0 - 2C_0 \quad (16)$$

$$R = 0.01 \quad L = 0.08 \quad (17)$$

Entonces la expresión (14) resulta:

$$\frac{dS^0}{dt} = \frac{-d \exp(-bt)}{l(S^0(t) + 0.01) + \int_{S^0(t)}^R C(x,t) dx} \quad t > t_1 \quad (18)$$

A esta altura, procede usar una idea de importancia crucial en la formulación del PVI descriptivo de la dinámica del frente de desorción de humedad libre  $S^0 = S^0(t)$ ; que consiste en definir una nueva función incógnita  $v = v(t)$ , como:

$$v(t) = \int_{S^0(t)}^R C(x,t) dx \quad (19)$$

A partir de (19) y teniendo presente (5) a (13) y (15) a (17), se obtiene la siguiente expresión como representación para la derivada primera de la función  $v=v(t)$ , definida por (19)

$$\frac{dv}{dt} = \left[ -50 + \frac{C^0}{l(S^0(t) + 0.01) + v(t)} \right] d \exp(-bt) \quad t > t_1 \quad (20)$$

Entonces a la vista de (18), (19) y (20), se arriba a la formulación del siguiente PVI, Para un sistema no lineal acoplado de dos ecuaciones diferenciales de primer orden satisfecho por las funciones  $S^0=S^0(t)$ ,  $v=v(t)$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS^0}{dt} = \frac{-d \exp(-bt)}{l(S^0(t) + 0.01) + \frac{R}{S^0(t)} \int C(x,t) dx} \\ \end{array} \right. \quad t > t_1 \quad (21)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dv}{dt} = \left[ -50 + \frac{C^0}{l(S^0(t) + 0.01) + v(t)} \right] d \exp(-bt) \\ \end{array} \right. \quad (22)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u(t_1) = 0.01 \\ v(t_1) = 0 \end{array} \right. \quad (23)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u(t_1) = 0.01 \\ v(t_1) = 0 \end{array} \right. \quad (24)$$

En consecuencia, de la solución de tal PVI emerge la información planteada como objetivo básico del presente trabajo, cual es el comportamiento de la dinámica del frente de desorción de humedad libre  $S^0=S^0(t)$ , durante la etapa inicial del freído de papa natural por inmersión en aceite caliente.

#### 4 RESOLUCION DEL PVI (21) – (24)

Con el auxilio del programa *Mathematica* (Wolfram, 2010), se resolvió numéricamente el modelo (21) – (24), para los siguientes valores de los parámetros intervinientes en tal modelo:

$$l=435.6 \quad b=0.013 \quad (25)$$

$$d=0.00155 \quad C^0=869.6 \quad (26)$$

Tales valores provienen de papa común usada para freído bajo las condiciones operativas asumidas en este trabajo. Sobre el coeficiente cinético  $b$ , ya se consignó información precedentemente.

En la Figura 4, se ilustra la representación gráfica que exhibe el comportamiento dinámico del frente de desorción de humedad libre  $S^0=S^0(t)$ , emergente de la elaboración de los datos obtenidos en la resolución numérica del PVI (21) – (24). De la comparación de dicha gráfica con los datos experimentales se infiere la existencia de un buen acuerdo.

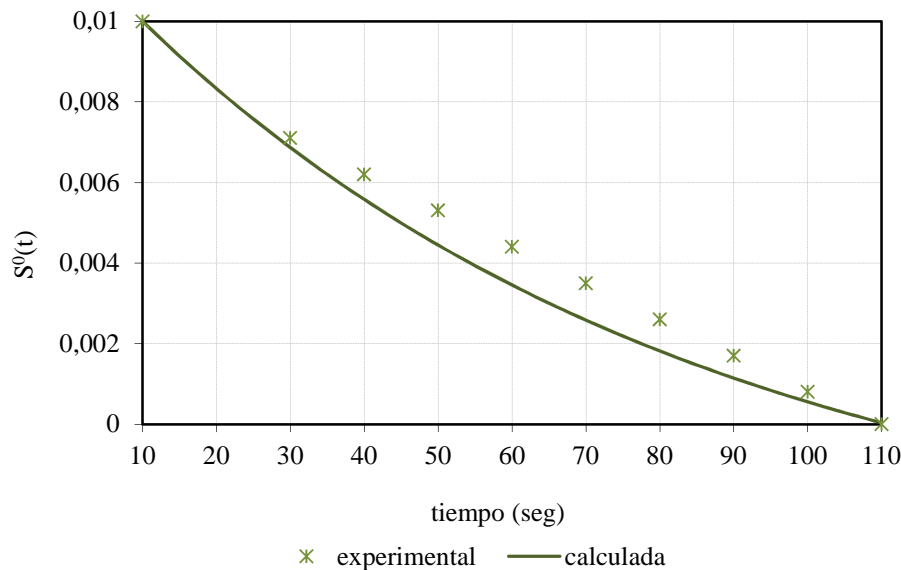


Figura 4: Resultados obtenidos para la función  $S^0(t)$  y comparación con los experimentales

## 5 CONCLUSIONES

Una contribución concreta del presente trabajo, respecto de otros precedentes, en cuanto al estudio del comportamiento dinámico del frente de desorción de humedad libre, en la etapa inicial del freído de papa por inmersión en aceite caliente, es el levantamiento de la restricción asumida en el aspecto fenomenológico, referida a la transferencia de materia (flujo difusivo de humedad libre desorbida), consiste en suponer que las densidades de flujo (valores correspondientes por unidad de área de transferencia), ocurrentes en los frentes  $x=S^0(t)$  y  $x=R$ , son iguales.

El levantamiento de tal restricción no implicó complejizar el modelo, ni tampoco su resolución numérica. El acuerdo con los datos experimentales es bueno.

## 6 AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo se ha realizado en el marco del Proyecto de Investigación N° 1886 del Consejo de Investigaciones de la Universidad Nacional de Salta, a quien se agradece su financiamiento.

## REFERENCIAS

- Krokida, M. K.; Oreopoulou, V.; Maroulis, Z. B. (2000). Water loss and oil uptake as a function of frying time. *Journal of Food Engineering* **44**, 39 – 49
- Farkas, B. E., Singh, R. P. & Rumsey, T. R., (1996). Modeling Heat and Mass Transfer in Immersion Frying. **I.** Model Development. *J. Food Engng.*, 29, 211-226. **II.** Model Solution and Verification. *J. Food Engng.*, 29, 227-248.
- Villa, L.; Gottifredi, J ; Boucíguez, A. *Some Considerations on a Simultaneous Heat and Mass Transfer Food Process. Model Formulation.* *Internacional Review of Chemical Engineering*, **3**, N° 2, 264-271; 2011.
- Wolfram, S. *The Mathematica @ Book.* Wolfram, Cambridge University Press. 4<sup>th</sup> Edition, 2010.